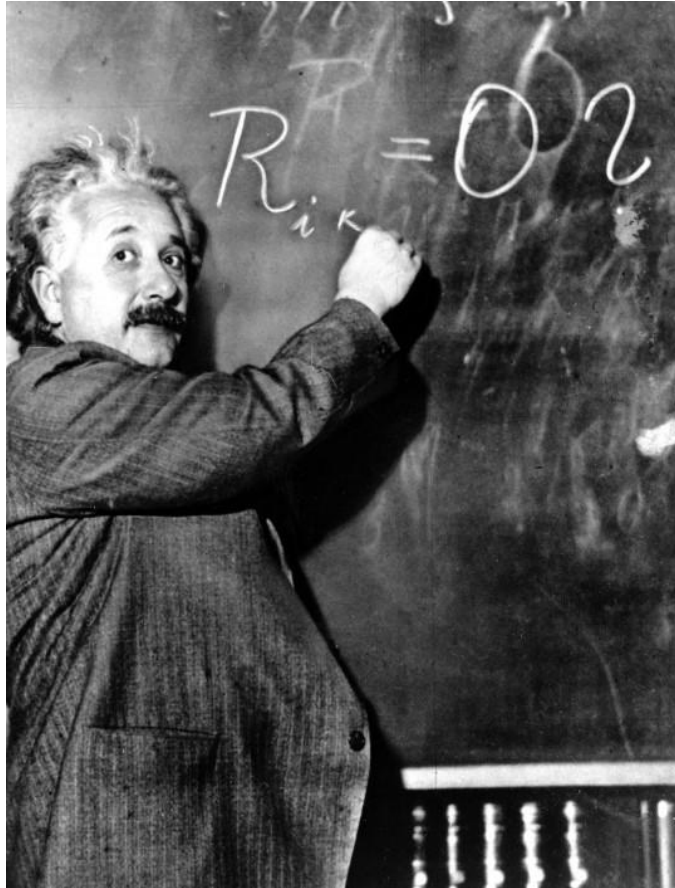


**Teoría y problemas de
FÍSICA GENERAL
Nivel Preuniversitario
Volumen 3/4**



Autor: Walter Lauro Pérez Terrel

Editorial: VESTSELLER / Brasil

Título original:

FÍSICA GENERAL para estudiantes preuniversitarios.

Autor: **Walter Lauro PÉREZ TERREL**

Licenciado en Ciencias Físicas.

Universidad Nacional Mayor de San Marcos,

Decana de América, fundada el 12 de mayo de 1551. Lima, PERÚ.

Facultad de Ciencias Físicas.

Última experiencia laboral. Colegio de Alto Rendimiento. COAR
LORETO.

Ciudad de Iquitos. Loreto Perú.

2019

Carátula: fotografía de Albert Einstein, en la pizarra.

Publicaciones:

Primera edición: 2021

Editorial **VESTSELLER** Brasil.

FISICA GENERAL

Autor: Lic. WALTER LAURO PÉREZ TERREL

- 1. Créditos. Dedicatoria. Prólogo del autor. Contenidos.**
VOLUMEN 1/4
- 2. INTRODUCCIÓN A LA FISICA.** Revisión matemática. Método Científico. Ecuaciones. Grafica y funciones. Ecuación de la recta. Ecuación de la Parábola. Notación Científica. Teoría de errores. Incertidumbre relativa y absoluta.
- 3. ANALISIS DIMENSIONAL.** Sistema internacional de unidades. Principio de homogeneidad dimensional. Fórmulas dimensionales. Fórmulas empíricas.
- 4. ANALISIS VECTORIAL.** Vector. Operaciones con vectores. Método del paralelogramo. Método del polígono. Descomposición rectangular. Descomposición poligonal. Vectores unitarios cartesianos.
- 5. ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO MECÁNICO.** Sistema de referencia. Medidas del movimiento. Vector posición. Desplazamiento. Intervalo de tiempo. Velocidad media.
- 6. MRU.** Movimiento rectilíneo uniforme. Velocidad constante. Ley de Kepler para el M.R.U.
- 7. MRUV.** Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Aceleración constante. Números de Galileo.
- 8. MOVIMIENTO DE CAÍDA LIBRE VERTICAL. MCLV.** Aceleración de la gravedad. Números de Galileo.
- 9. GRAFICAS DEL MOVIMIENTO.** Posición versus tiempo. Velocidad versus tiempo. Aceleración versus tiempo.
- 10. MOVIMIENTO RELATIVO.** Velocidad y aceleración relativa. Principio de Relatividad según Galileo.
- 11. MOVIMIENTO DE CAÍDA LIBRE PARABÓLICO.** Movimiento compuesto. Principio de Independencia de los movimientos según Galileo.
- 12. MCU.** Movimiento circunferencial uniforme. Velocidad angular constante.
- 13. MCUV.** Movimiento circunferencial uniformemente variado. Aceleración angular constante.
- 14. CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO.** Centro instantáneo de rotación. Velocidad angular de rotación. Velocidad de traslación.

- 15. ESTÁTICA I.** Equilibrio. Fuerza. Fuerza de gravedad. Tensión. Compresión. Fuerza elástica. Ley de Hooke. Fuerza de reacción normal. Leyes de Newton. Diagrama de cuerpo libre. Teorema de las tres fuerzas.
- 16. ESTÁTICA II.** Cuerpo rígido. Momento de una fuerza. Equilibrio de un cuerpo rígido. Centro de gravedad. Teorema de Varignon.
- 17. CENTRO DE GRAVEDAD.** Centro de masa, centro de gravedad, centroide.

VOLUMEN 2/4

- 18. DINÁMICA RECTILINEA.** Inercia. Masa. Movimiento rectilíneo y aceleración tangencial. Fuerza de inercia. Principio de D’Alambert. Método de Atwood para resolver problemas de dinámica rectilínea. Segunda ley de Newton.
- 19. DINÁMICA CIRCUNFERENCIAL.** Segunda ley de Newton para el movimiento circunferencial. Fuerza resultante centrípeta. Aceleración centrípeta.
- 20. TRABAJO.** Trabajo mecánico. Cantidad de trabajo hecho por una fuerza constante. Cantidad de trabajo hecho por la fuerza gravitatoria. Cantidad de trabajo neto.
- 21. POTENCIA.** Potencia mecánica. Potencia en función de la velocidad. Eficiencia o rendimiento.
- 22. ENERGÍA.** Formas de energía. Energía cinética. Energía potencial gravitatoria y elástica. Energía mecánica. Principio de conservación de la energía mecánica. Teorema de la energía cinética. Teorema del trabajo y la energía mecánica.
- 23. CANTIDAD DE MOVIMIENTO.** Cantidad de movimiento. Impulso. Teorema del impulso y la cantidad de movimiento. Principio de conservación de la cantidad de movimiento.
- 24. CHOQUES.** Colisiones. Coeficiente de restitución. Tipos de colisiones. Leyes de reflexión en las colisiones. Velocidad de rebote.
- 25. DINAMICA DEL CUERPO RIGIDO.** Momento de inercia. Energía cinética de rotación. Aceleración angular.
- 26. GRAVITACIÓN.** Ley de gravitación universal. Variación de la intensidad del campo gravitatorio con la altura. Energía potencial de interacción gravitatoria. Movimiento planetario. Leyes de Kepler.
- 27. OSCILACIONES.** Movimiento armónico simple. Elementos del M.A.S. Energía mecánica. Acoplamiento de resortes. Péndulo simple. Periodo y frecuencia.
- 28. PENDULO SIMPLE.** Variación del periodo con respecto a la longitud de la cuerda.

29. ONDA MECÁNICA. Elementos de una onda. Velocidad de una onda. Velocidad de una onda en una cuerda tensa.

30. ACUSTICA. Ondas Senoidales. Sonido. Intensidad del sonido. Nivel de intensidad del sonido.

VOLUMEN 3/4

31. EFECTO DOPPLER. Cambio de la frecuencia. Cambio de la longitud de onda.

32. HIDROSTÁTICA. Fluido. Densidad. Fuerza de gravedad y peso. Presión. Presión hidrostática. Principio fundamental de la hidrostática. Vasos comunicantes. Principio de Pascal. Prensa hidráulica. Presión atmosférica. Principio de Arquímedes. Empuje.

33. HIDRODINAMICA. Caudal. Ecuación de la continuidad. Teorema de Bernoulli.

34. TEMPERATURA. Temperatura relativa y absoluta. Escalas termométricas.

35. DILATACIÓN. Dilatación lineal. Dilatación superficial. Dilatación volumétrica. Cambio de la densidad con la temperatura. Coeficiente de dilatación.

36. CAMBIO DE TEMPERATURA. Calor. Capacidad calorífica. Calor específico. Cantidad de calor sensible. Calorímetro de mezclas. Equivalente mecánico del calor.

37. CAMBIO DE FASE. Cambio de fase. Calor latente. Cantidad de calor latente.

38. TRANSFERENCIA DE CALOR. Flujo calorífico.

39. GASES. Gas ideal. Temperatura. Presión del gas. Ecuación de estado de un gas ideal. Ecuación de procesos.

40. PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA. Energía interna del gas ideal. Primera ley de la termodinámica.

41. SEGUNDA LEY DE LA TERMODINAMICA. Máquina térmica. Ciclo de Carnot.

VOLUMEN 3/4

42. LEY DE COULOMB. Cuerpos electrizados. Carga eléctrica. Ley de Coulomb.

43. CAMPO ELÉCTRICO. Intensidad del campo eléctrico. Potencial eléctrico. Diferencia de potencial.

44. ENERGIA POTENCIAL ELECTRICA.

- 45. POTENCIAL ELECTRICO.** Diferencia de potencial en campo eléctrico homogéneo.
- 46. ENERGIA DE POTENCIAL DE INTERACCION ELECTRICA.**
- 47. EQUILIBRIO ELECTROSTATICO.**
- 48. CAPACIDAD ELÉCTRICA.** Condensador plano. Energía acumulada en el condensador.
- 49. ASOCIACIÓN DE CONDENSADORES.** Conexión serie y paralelo. Teorema de la trayectoria para condensadores.

VOLUMEN 4/4

- 50. CORRIENTE ELÉCTRICA.** Intensidad de corriente eléctrica. Resistencia eléctrica. Ley de Poulliet. Resistividad eléctrica. Ley de Ohm.
- 51. ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS.** Conexión serie y paralelo.
- 52. POTENCIA ELECTRICA.** Fuerza electromotriz. Potencia eléctrica de una fuente eléctrica. Ley de Joule-Lenz.
- 53. CIRCUITOS ELECTRICOS.** Teorema de la trayectoria. Circuitos eléctricos. Leyes de Kirchhoff.
- 54. MAGNETISMO.** Magnetismo terrestre. Imán natural. Polos magnéticos. Intensidad del campo magnético. Campo magnético uniforme y homogéneo. Cúpla. Flujo magnético.
- 55. ELECTROMAGNETISMO I.** Efecto Oersted. Campo magnético. Intensidad del campo magnético. Ley Biot-Savart. Campo magnético generado por corrientes rectilíneas y curvilíneas.
- 56. ELECTROMAGNETISMO II.** Acción de un campo magnético sobre una corriente eléctrica. Ley de Ampere. Acción y reacción entre dos corrientes paralelas. Movimiento de las partículas cargadas dentro de los campos eléctricos y magnéticos. Fuerza de Lorentz. Campo magnético creado por un solenoide.
- 57. ELECTROMAGNETISMO III.** Inducción electromagnética. Ley de Faraday. Corriente inducida. Ley de Lenz. Corriente eléctrica alterna. Transformadores.

VOLUMEN 4/4

- 58. ÓPTICA.** Espectro electromagnético. Luz. Rapidez de la luz en el vacío. Óptica geométrica. Índice de refracción. Leyes de reflexión y refracción de la luz. Ley de Snell. Fotometría.
- 59. ESPEJOS PLANOS.** Formación de imágenes en espejos planos.

- 60. ESPEJOS ESFÉRICOS.** Ecuación de los focos conjugados. Aumento. Formación de imágenes.
- 61. REFRACCION DE LA LUZ.** Aplicación de la ley de Snell.
- 62. LENTES DELGADAS.** Lentes convergentes y divergentes. Ecuación de los focos conjugados. Aumento. Ecuación de los fabricantes de lentes. Formación de imágenes.
- 63. PRINCIPIO DE FERMAT.** El camino mas rápido.
- 64. CUERPO NEGRO.** Radiación del cuerpo negro.
- 65. TEORIA CUANTICA DE PLANCK.** Fotones. Ley de Stefan-Boltzmann
- 66. EFECTO FOTOELÉCTRICO.** Energía de las Ondas electromagnéticas. Fotoelectrones. Función trabajo.
- 67. RAYOS X.** Diferencia de potencia. Aceleración del electrón.
- 68. EFECTO COMPTON.** Longitud de onda de Compton.
- 69. OPTICA FISICA.** Interferencia, difracción, polarización.
- 70. TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD.** Aumento de la masa. Dilatación del tiempo. Contracción de la longitud. Relación entre la masa y la energía. Momentum lineal o cantidad de movimiento relativista. Energía cinética relativista.
- 71. BIBLIOGRAFÍA.**

DEDICATORIA

A, Laura Pérez Plaza.
A, Mónica Pérez Contreras.
A, Diego Pérez Contreras.
A, Alvarito.

PRÓLOGO DEL AUTOR

El presente libro está destinado a los alumnos y alumnas de educación secundaria, estudiantes preuniversitarios, a los jóvenes de institutos y de bachillerato internacional.

A fin de facilitar el manejo del compendio y facilitar su asimilación del material, al comienzo de cada capítulo figuran varios ejemplos de problemas típicos y se da solución detallada de los mismos. Esos ejemplos han sido elegidos de manera tal que el alumno al trabajar por su propia cuenta pueda superar todas las dificultades que le surjan en el proceso de la resolución de problemas sin recurrir a fuentes complementarias.

La cantidad de ejemplos y problemas, así como el grado de complejidad se han seleccionado con el objetivo de lograr una sólida asimilación del material. Los problemas cuantitativos se han elegido de tal manera que los alumnos puedan aclarar la esencia de las leyes físicas, precisar el ámbito de su aplicación, comprender y explicar el sentido de los fenómenos que tienen lugar en la naturaleza.

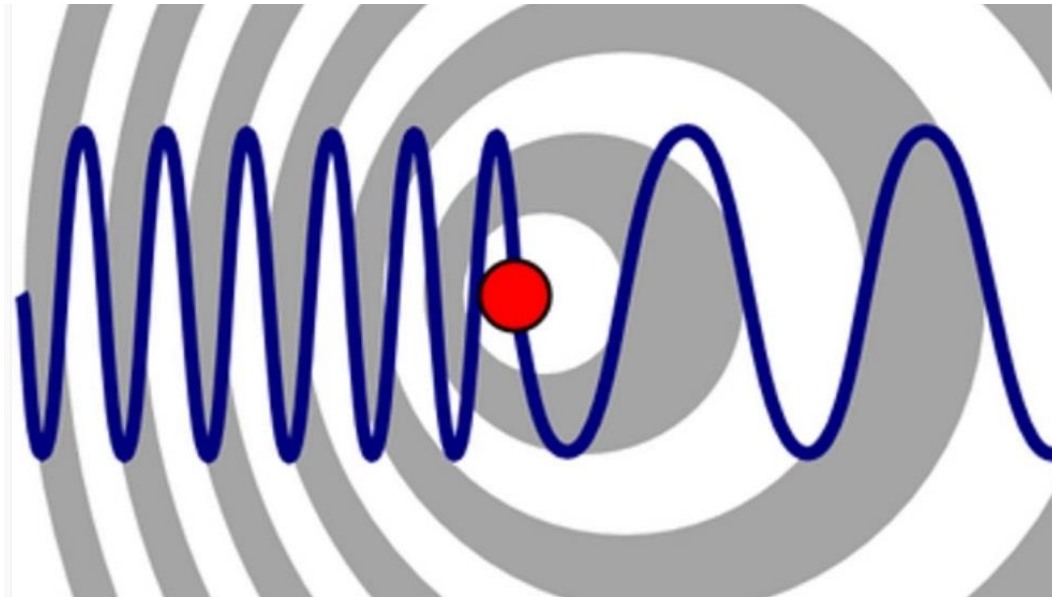
En cada capítulo se tratado en lo posible deducir fórmulas para calcular las cantidades físicas y en otras por inducción se han deducido teoremas y reglas prácticas. Todos los problemas propuestos han pasado un control de calidad y verificado su respuesta en los diferentes ciclos por diferentes estudiantes en los centros preuniversitarios.

El presente texto es fruto de muchos años del trabajo en el aula del autor en los diferentes colegios, centros preuniversitarios y universidades.

Agradezco por la preferencia que han tenido, a los estudiantes y profesores peruanos, que desde la primera edición en 1990 han utilizado el texto titulado “*Física, teoría y problemas*”. Espero que este nuevo libro titulado “*Física General*” tenga la misma aceptación.

Lic. Mag. WALTER LAURO PÉREZ TERREL.

EFECTO DOPPLER



1. ¿Qué es el efecto Doppler?

El **efecto Doppler** es un fenómeno físico donde un aparente **cambio de frecuencia de onda** es presentado por una fuente de sonido con respecto a su observador cuando esa misma fuente se encuentra en movimiento. Este fenómeno lleva el nombre de su descubridor, **Christian Andreas Doppler**, un matemático y físico austríaco que presentó sus primeras teorías sobre el asunto en 1842.

2. EL SONIDO.

Para poder entender de qué se trata el **efecto Doppler** primero debemos entender algunos **principios básicos de la física y el sonido**.

Primero que nada debemos aclarar que **el sonido viaja en ondas**, estas ondas a su vez viajan a una **velocidad bastante rápida**, más exactamente a 331,5 m/s. Es claro que esta velocidad varía dependiendo del medio por el que viaja, así por ejemplo la velocidad antes mencionada corresponde al sonido que viaja a través del aire.

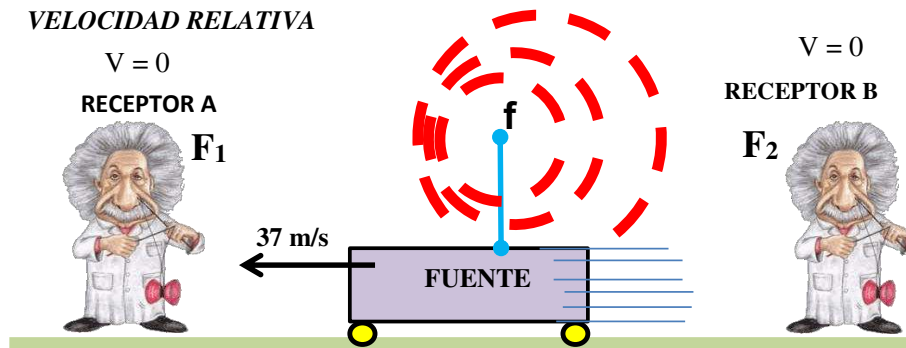
Seguramente alguna vez hayas visto una onda de sonido, tal vez en la televisión o en algún programa de **manipulación de sonido**. Bueno, estas ondas que crecen y decrecen son realmente lo que nuestro oído escucha. Pueden variar y no ser constantes como mostraremos en el ejemplo del efecto Doppler más abajo.

3. FRECUENCIA APARENTE.

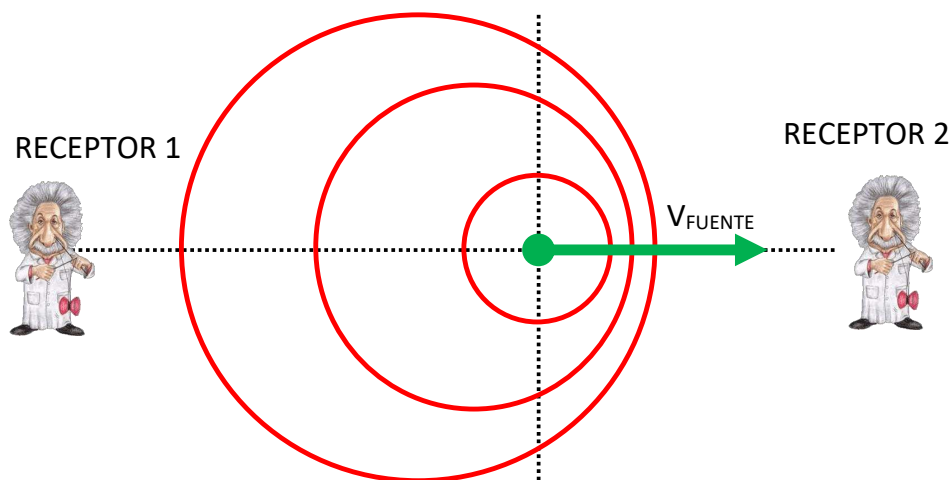
El **efecto Doppler** es el aparente **cambio de frecuencia** de una onda producida por el movimiento relativo de la fuente en relación a su observador. Si queremos pensar en un ejemplo de esto es bastante sencillo.

4. VELOCIDAD RELATIVA DE ACERCAMIENTO.

Seguramente más de una vez hayas escuchado la sirena de un coche policía o de una ambulancia pasar frente a ti. Cuando la fuente de sonido se encuentra a mucha distancia y comienza a acercarse es sumamente agudo hasta que llega a nosotros.

**5. VELOCIDAD RELATIVA DE ALEJAMIENTO.**

Luego cuando continúa su viaje y se va alejando lo que escuchamos es un sonido mucho más grave. Esto ocurre ya que las ondas aparentan comenzar a juntarse al mismo tiempo que el coche se dirige hacia una dirección. La imagen de abajo explica mejor esta idea sobre las ondas y la velocidad relativa.

**6. LONGITUD DE ONDA DEL SONIDO.** La velocidad del sonido, es igual al producto de la longitud de onda por la frecuencia.

$$V = \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2$$

Es decir, si la frecuencia aumenta entonces la longitud de onda disminuye. También si la frecuencia disminuye entonces la longitud de onda aumenta.

7. FÓRMULA GENERAL PARA CALCULAR LA FRECUENCIA RELATIVA.

En física clásica, donde las velocidades del emisor (también denominado *fuentes*) y del receptor (o también *observador*) con respecto al medio son inferiores a la velocidad de las ondas en el propio medio, la relación entre la frecuencia observada y la frecuencia emitida viene dada por:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

donde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

(Conclusión: la frecuencia aumenta cuando fuente y observador se acercan entre sí, y se reduce cuando se alejan)

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Un observador se mueve a una velocidad de 42 m/s hacia un trompetista en reposo. El trompetista está tocando (emitiendo) la nota **LA** (440 Hz). ¿Qué frecuencia (en Hz) percibirá el observador?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s

RESOLUCIÓN

Si el observador se acerca hacia la fuente, implica que la velocidad con que percibirá cada frente de onda será mayor, por lo tanto, la frecuencia aparente será mayor a la real (en reposo). Para que esto ocurra debemos aplicar el signo (+) en la ecuación.

$$F = f \cdot \left(1 \pm \frac{V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}}} \right) \text{ cuando la fuente se encuentra en reposo.}$$

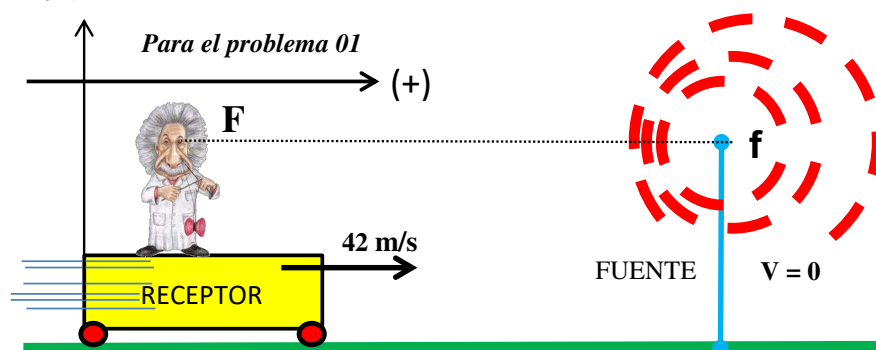
F: frecuencia que percibe el observador.

f: frecuencia real de las ondas que emite la fuente en reposo.

V_{RECEPTOR} : velocidad del receptor.

V_{SONIDO} : velocidad del sonido.

V_{FUENTE} : velocidad de la fuente, en este caso es nula.



$$F = 440 \text{ Hz} \cdot \left(1 + \frac{42 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right) = 494,353 \text{ Hz}$$

Respuesta. En este caso particular, el trompetista emite la nota **LA** a 440 Hz; sin embargo, el observador percibe una nota que vibra a una frecuencia de 494,353 Hz, que se aproxima altamente a la frecuencia perteneciente a la nota **SI**. Musicalmente hablando, el observador percibe el sonido con un tono más agudo del que se emite realmente.

2. Un observador se mueve a una velocidad de 42 m/s alejándose un trompetista en reposo. El trompetista está tocando (emitiendo) la nota **LA** (440 Hz). ¿Qué frecuencia (en Hez) percibirá el observador?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.

RESOLUCIÓN:

Si el observador se aleja de la fuente, implica que la velocidad con que percibirá cada frente de onda será menor, por lo tanto, la frecuencia aparente será menor a la real (en reposo). Para que esto ocurra debemos aplicar el signo (-) en la ecuación.

$$F = f \cdot \left(1 \pm \frac{V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}}} \right)$$

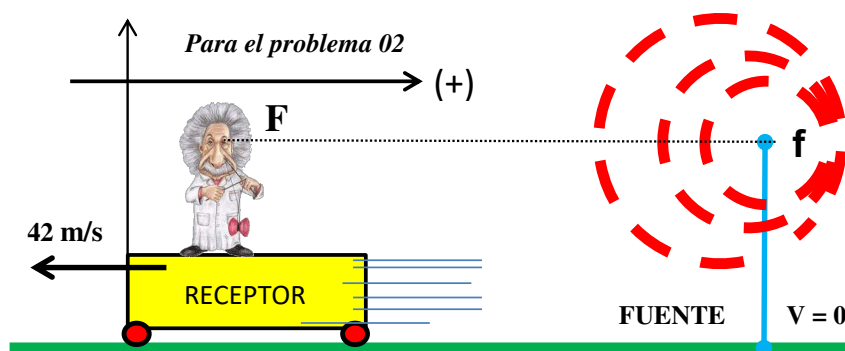
F: frecuencia que percibe el observador.

f: frecuencia real de las ondas que emite la fuente en reposo.

V_{RECEPTOR} : velocidad del receptor.

V_{SONIDO} : velocidad del sonido.

V_{FUENTE} : velocidad de la fuente, en este caso es nula.



$$F = 440 \text{ Hz} \cdot \left(1 - \frac{42 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right) = 385,647 \text{ Hz}$$

Respuesta. En este caso particular, el trompetista emite la nota **LA** a 440 Hz; sin embargo, el observador percibe una nota que vibra a una frecuencia de **385,647 Hz**, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota **SOL**. Musicalmente hablando, el observador percibe el sonido con un tono menos agudo del que se emite realmente.

3. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Determinar la frecuencia (en Hz) y la longitud de onda (en m) que percibe un receptor fijo a la tierra, si el camión se mueve a razón de 37 m/s en dirección del observador. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

I. Aplicamos la formula general:

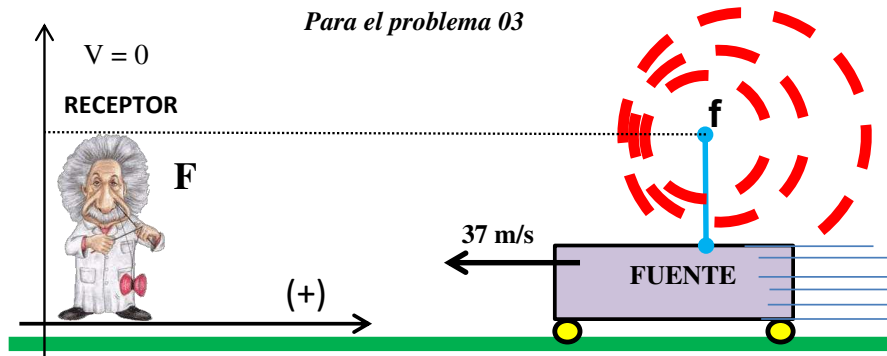
$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).



$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right) = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 0}{340 - 37} \right)$$

$$F = 391,6 \text{ Hz}$$

En este caso particular, la bocina emite la nota **FA** a 349 Hz; sin embargo, el observador percibe una nota que vibra a una frecuencia de **391,6 Hz**, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota **SOL**. Musicalmente hablando, el observador percibe el sonido con un tono más agudo del que se emite realmente.

II. Cálculo de la longitud de onda: $V_{\text{SONIDO}} = \lambda \cdot F \Rightarrow \lambda = \frac{V}{F} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{391,6 \frac{1}{\text{s}}} = 0,868 \text{ m}$

Respuesta. La longitud de onda 0,868 m y la frecuencia 391,6 Hz son magnitudes inversamente proporcionales. Si la frecuencia aumenta, entonces la longitud de onda disminuye. En este caso la longitud de onda se comprime.

4. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Si el camión se mueve a razón de 45 m/s en dirección del observador, determinar la frecuencia y la longitud de onda que percibe el receptor que avanza al encuentro del camión con rapidez de 34 m/s, ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

I. Aplicamos la formula general:

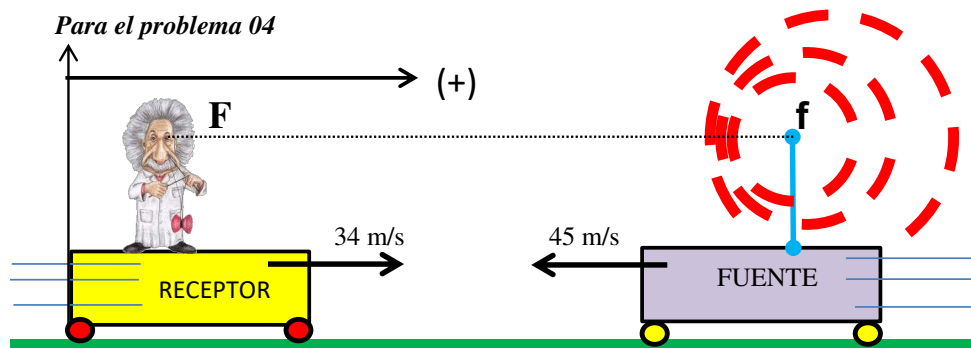
$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).



$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right) = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 34}{340 - 45} \right)$$

$$F = 442,46 \text{ Hz}$$

En este caso particular, la bocina emite la nota **FA** a 349 Hz; sin embargo, el observador percibe una nota que vibra a una frecuencia de **442,46 Hz**, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota **LA**. Musicalmente hablando, el observador percibe el sonido con un tono más agudo del que se emite realmente.

II. Cálculo de la longitud de onda: $V_{\text{SONIDO}} = \lambda \cdot F \Rightarrow \lambda = \frac{V}{F} = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{442,46 \frac{1}{\text{s}}} = 0,768 \text{ m}$

Respuesta. La longitud de onda y la frecuencia son magnitudes inversamente proporcionales. Si la frecuencia aumenta, entonces la longitud de onda disminuye. Es este caso la longitud de onda se comprime.

5. Un camión de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Determinar la frecuencia (en Hz) que percibe un receptor fijo a la tierra, si el camión se acerca a razón de 37 m/s en dirección del observador y luego se aleja con la misma rapidez. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

I. Aplicamos la formula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

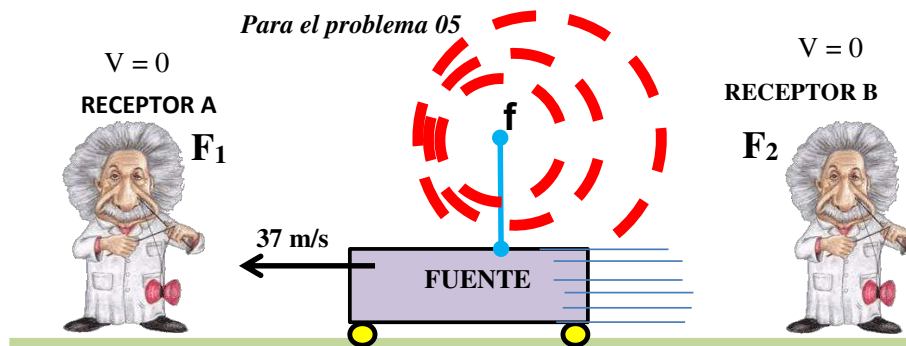
V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

II. **PRIMER CASO:** el camión se acerca al receptor que se encuentra en reposo.

$$F_1 = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right) = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 0}{340 - 37} \right)$$

$F_1 = 391,6 \text{ Hz}$, aumenta la frecuencia. (Nota musical SOL)



III. **SEGUNDO CASO:** el camión se aleja del receptor que se encuentra en reposo.

$$F_2 = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{FUENTE}}} \right) = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 0}{340 + 37} \right)$$

$F_2 = 314,75 \text{ Hz}$, disminuye la frecuencia. (Nota musical RE-MI)

Respuesta. La frecuencia es 391,6 Hz y 314,75 Hz.

6. Un camión de ambulancia tiene un claxon de frecuencia 370 Hz (nota musical **FA-SOL**) estacionado. Determinar la frecuencia que percibe un receptor fijo a la tierra, si el camión se acerca a razón de 40 m/s en dirección del observador y luego se aleja con la misma rapidez. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

I. Aplicamos la formula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

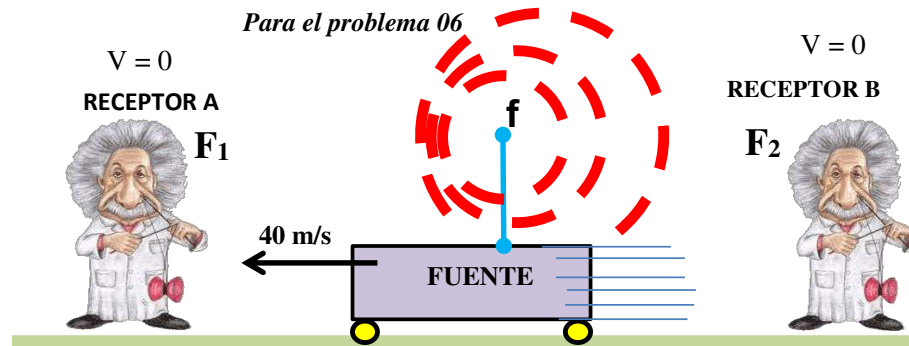
V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

II. **PRIMER CASO:** el camión se acerca al receptor que se encuentra en reposo.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right) = 370 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 0}{340 - 40} \right)$$

$F = 419,3 \text{ Hz}$, aumenta la frecuencia. (Nota musical SOL-LA)



III. **SEGUNDO CASO:** el camión se aleja del receptor que se encuentra en reposo.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{FUENTE}}} \right) = 370 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 0}{340 + 40} \right)$$

Respuesta. $F = 331,1 \text{ Hz}$, disminuye la frecuencia. (Nota musical MI)

7. Un automovilista se mueve a razón de 25 m/s en dirección a una fábrica, mientras que la sirena emite un sonido de frecuencia 370 Hz (nota musical **FA-SOL**), calcular la frecuencia que percibe el conductor cuando se acerca a la fábrica y luego cuando se aleja de la fábrica en línea recta con la misma rapidez. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

I. Aplicamos la fórmula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

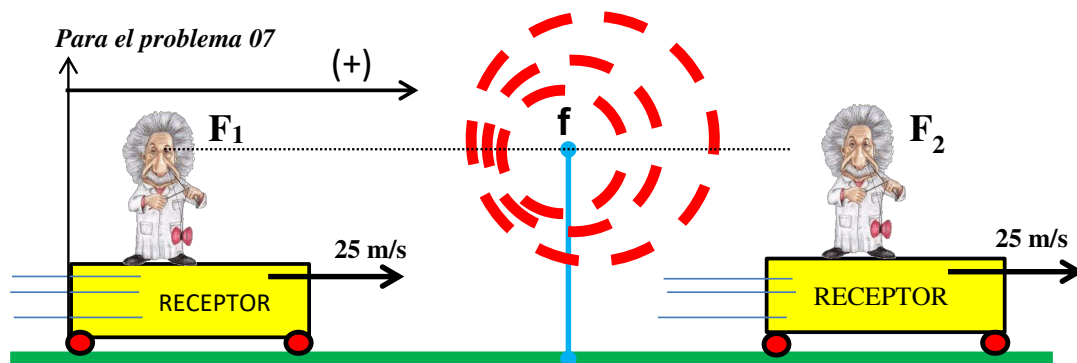
V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

II. **PRIMER CASO:** el automóvil se acerca a la fuente sonora que se encuentra en reposo.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right) = 370 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 25}{340 - 0} \right)$$

$F = 397,21 \text{ Hz}$, aumenta la frecuencia. (Nota musical SOL)



III. **SEGUNDO CASO:** el automóvil se aleja de la fuente sonora que se encuentra en reposo.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{FUENTE}}} \right) = 370 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 - 25}{340 + 0} \right)$$

Respuesta. $F = 342,79 \text{ Hz}$, disminuye la frecuencia. (Nota musical FA)

8. Un tren tiene un silbato de frecuencia 370 Hz (nota musical **FA-SOL**) estacionado. Determinar la frecuencia que percibe un receptor fijo en la estación, si el tren se acerca a razón de 17 m/s en dirección del observador y luego se aleja con la misma rapidez. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

I. Aplicamos la fórmula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

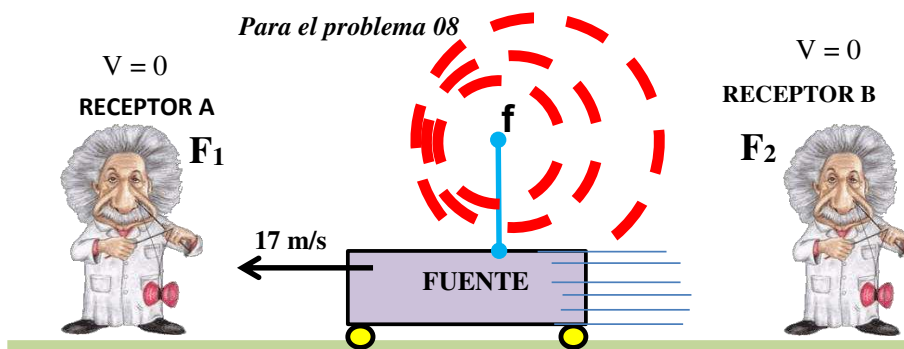
V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

II. **PRIMER CASO:** la fuente sonora se acerca al receptor que se encuentra en reposo.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right) = 370 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 0}{340 - 17} \right)$$

$F = 389,47 \text{ Hz}$, aumenta la frecuencia. (Nota musical SOL)



III. **SEGUNDO CASO:** la fuente sonora se aleja del receptor que se encuentra en reposo.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{FUENTE}}} \right) = 370 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 - 0}{340 + 17} \right)$$

Respuesta. $F = 352,38 \text{ Hz}$, disminuye la frecuencia. (Nota musical FA)

9. El gato Tom persigue al ratón Jerry a razón de 25 m/s en línea recta pasando por debajo de la jaula del canario, mientras que el canario enjaulado canta dulcemente, emitiendo un sonido, nota musical **FA-SOL** (de frecuencia 370 Hz). Calcular la frecuencia que percibe el gato cuando se acerca al canario y luego cuando se aleja del canario con la misma rapidez. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

I. Aplicamos la formula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

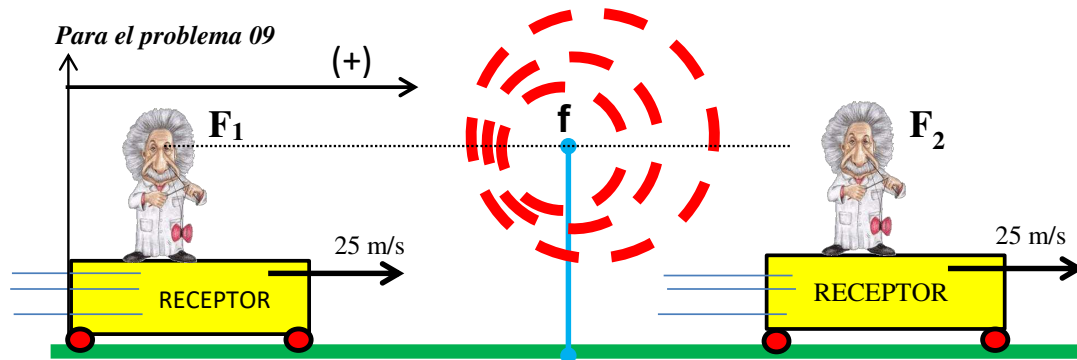
V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

II. **PRIMER CASO:** el gato se acerca a la fuente sonora que se encuentra en reposo.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right) = 370 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 25}{340 - 0} \right)$$

$$F = 397,21 \text{ Hz}, \text{ aumenta la frecuencia. (Nota musical SOL)}$$



III. **SEGUNDO CASO:** el gato se aleja de la fuente sonora que se encuentra en reposo.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{FUENTE}}} \right) = 370 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 - 25}{340 + 0} \right)$$

Respuesta. $F = 342,79 \text{ Hz}$, disminuye la frecuencia. (Nota musical FA).

10. El gato Tom persigue al ratón Jerry con velocidad de 42 m/s en línea recta pasando por debajo de la jaula del canario. El canario está cantando (emitiendo) la nota **LA** (440 Hz). ¿Qué frecuencia percibirá el gato, cuando se acerca al canario y luego cuando se aleja del canario con la misma rapidez?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.

RESOLUCIÓN

Si el observador se acerca hacia la fuente, implica que la velocidad con que percibirá cada frente de onda será mayor, por lo tanto la frecuencia aparente será mayor a la real (en reposo). Para que esto ocurra debemos aplicar el signo (+) en la ecuación.

$$F = f \cdot \left(1 \pm \frac{V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}}} \right) \text{ cuando la fuente se encuentra en reposo.}$$

F: frecuencia que percibe el observador.

f: frecuencia real de las ondas que emite la fuente en reposo.

V_{RECEPTOR} : velocidad del receptor.

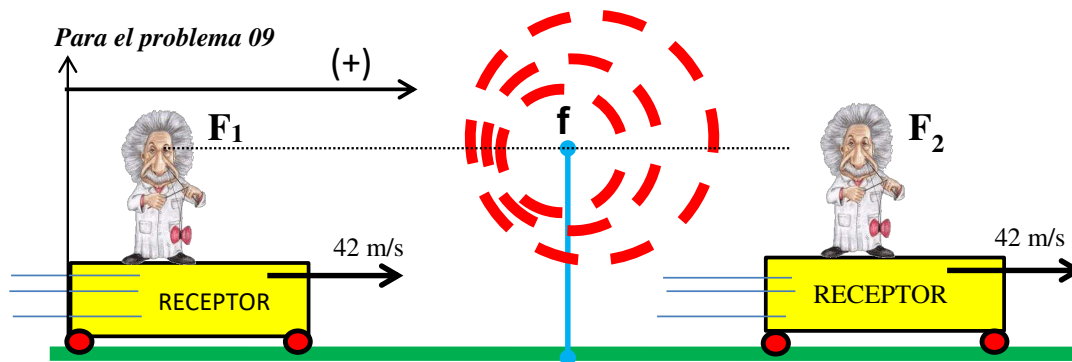
V_{SONIDO} : velocidad del sonido.

V_{FUENTE} : velocidad de la fuente, en este caso es nula.

I. PRIMER CASO: el gato se acerca a la fuente sonora en reposo.

$$F = 440 \text{ Hz} \cdot \left(1 + \frac{42 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right) = 494,353 \text{ Hz}$$

En este caso particular, el canario emite la nota **LA** a 440 Hz; sin embargo, el gato percibe una nota que vibra a una frecuencia de 494,353 Hz, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota **SI**. Musicalmente hablando, el observador percibe el sonido con un tono más agudo del que se emite realmente.



II. SEGUNDO CASO: el gato se aleja de la fuente sonora en reposo.

$$F = 440 \text{ Hz} \cdot \left(1 - \frac{42 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right) = 385,647 \text{ Hz}$$

Respuesta. En este caso particular, el canario emite la nota **LA** a 440 Hz; sin embargo, el gato percibe una nota que vibra a una frecuencia de 494,353 Hz, que se aproxima a la frecuencia

perteneciente a la nota **SOL**. Musicalmente hablando, el observador percibe el sonido con un tono más grave del que se emite realmente.

11. El canario enjaulado está cantando (emitiendo) la nota musical **LA** (440 Hz). El gato se mueve en línea recta en dirección al canario percibiendo la nota **SI** (494 Hz). ¿Qué rapidez (en m/s) tiene el gato, cuando se acerca al canario?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.

RESOLUCIÓN

Si el observador se acerca hacia la fuente, implica que la velocidad con que percibirá cada frente de onda será mayor, por lo tanto la frecuencia aparente será mayor a la real (en reposo). Para que esto ocurra debemos aplicar el signo (+) en la ecuación.

$$F = f \cdot \left(1 \pm \frac{V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}}} \right) \text{ cuando la fuente se encuentra en reposo.}$$

F: frecuencia que percibe el observador.

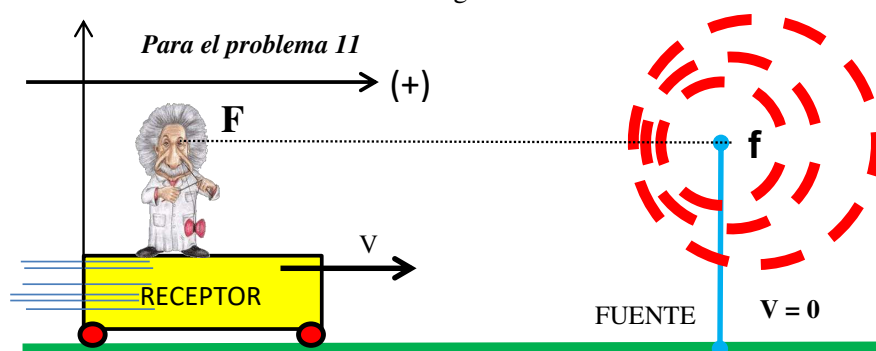
f: frecuencia real de las ondas que emite la fuente en reposo.

V_{RECEPTOR} : velocidad del receptor.

V_{SONIDO} : velocidad del sonido.

V_{FUENTE} : velocidad de la fuente, en este caso es nula.

NUESTRO CASO PARTICULAR: el gato se acerca a la fuente sonora en reposo.



$$494 \text{ Hz} = 440 \text{ Hz} \cdot \left(1 + \frac{V_{\text{GATO}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right) \Rightarrow V_{\text{GATO}} = 41,72 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En este caso particular, el canario emite la nota **LA** a 440 Hz; sin embargo, el gato percibe una nota que vibra a una frecuencia de 494 Hz, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota **SI**. Musicalmente hablando, el observador percibe el sonido con un tono más agudo del que se emite realmente.

Respuesta: la rapidez del gato es $41,72 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

12. El canario enjaulado está cantando (emitiendo) la nota **LA** (440 Hz). El gato se mueve en línea recta alejándose del canario percibiendo la nota **DO** (262 Hz). ¿Qué rapidez (en m/s) tiene el gato, cuando se aleja del canario?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.

RESOLUCIÓN

Si el observador se aleja de la fuente, implica que la velocidad con que percibirá cada frente de onda será menor, por lo tanto la frecuencia aparente será menor a la real (en reposo). Para que esto ocurra debemos aplicar el signo (-) en la ecuación.

$$F = f \cdot \left(1 \pm \frac{V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}}} \right) \text{ Cuando la fuente se encuentra en reposo.}$$

F: frecuencia que percibe el observador.

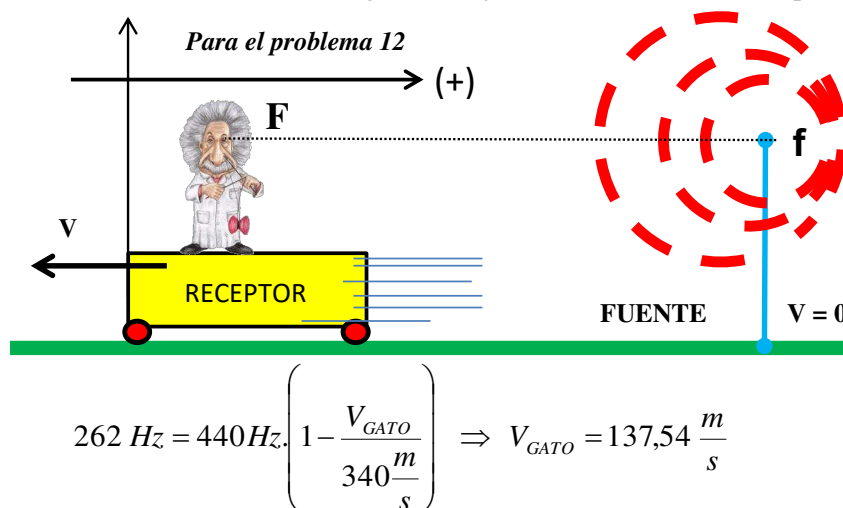
f: frecuencia real de las ondas que emite la fuente en reposo.

V_{RECEPTOR} : Velocidad del receptor.

V_{SONIDO} : Velocidad del sonido.

V_{FUENTE} : Velocidad de la fuente, en este caso es nula.

NUESTRO CASO PARTICULAR: el gato se aleja de la fuente sonora en reposo.



En este caso particular, el canario emite la nota **LA** a 440 Hz; sin embargo, el gato percibe una nota que vibra a una frecuencia de 262 Hz, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota **DO**. Musicalmente hablando, el observador percibe el sonido con un tono más grave del que se emite realmente.

Respuesta: la rapidez del gato es $137,54 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

13. El canario enjaulado está cantando (emitiendo) la nota **LA** (440 Hz). El gato se mueve en línea recta alejándose del canario percibiendo la nota **SOL** (392 Hz). ¿Qué rapidez tiene el gato, cuando se aleja del canario?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.

a) 31,1 **b) 37,1** c) 49,4 d) 137,54 e) 41,72

RESOLUCIÓN

Si el observador se aleja de la fuente, implica que la velocidad con que percibirá cada frente de onda será menor, por lo tanto la frecuencia aparente será menor a la real (en reposo). Para que esto ocurra debemos aplicar el signo (-) en la ecuación.

$$F = f \cdot \left(1 \pm \frac{V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}}} \right) \text{ cuando la fuente se encuentra en reposo.}$$

F: frecuencia que percibe el observador.

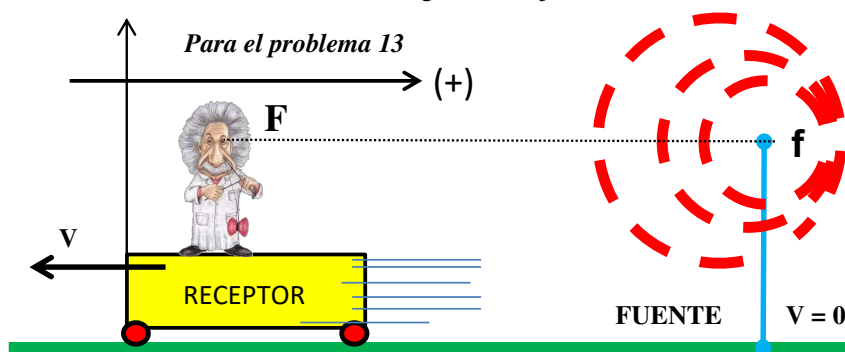
f: frecuencia real de las ondas que emite la fuente en reposo.

V_{RECEPTOR} : velocidad del receptor.

V_{SONIDO} : velocidad del sonido.

V_{FUENTE} : velocidad de la fuente, en este caso es nula.

NUESTRO CASO PARTICULAR: el gato se aleja de la fuente sonora en reposo.



$$392 \text{ Hz} = 440 \text{ Hz} \cdot \left(1 - \frac{V_{\text{GATO}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right) \Rightarrow V_{\text{GATO}} = 37,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En este caso particular, el canario emite la nota **LA** a 440 Hz; sin embargo, el gato percibe una nota que vibra a una frecuencia de 392 Hz, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota **SOL**. Musicalmente hablando, el observador percibe el sonido con un tono más grave del que se emite realmente.

Respuesta: la rapidez del gato es $37,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

14. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 392 Hz (nota musical **SOL**) estacionado. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía y un motociclista van al encuentro con la misma rapidez. Si el policía toca la corneta y el motociclista percibe el sonido en la nota musical **SI** (494 Hz), calcular la rapidez del motociclista. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la fórmula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

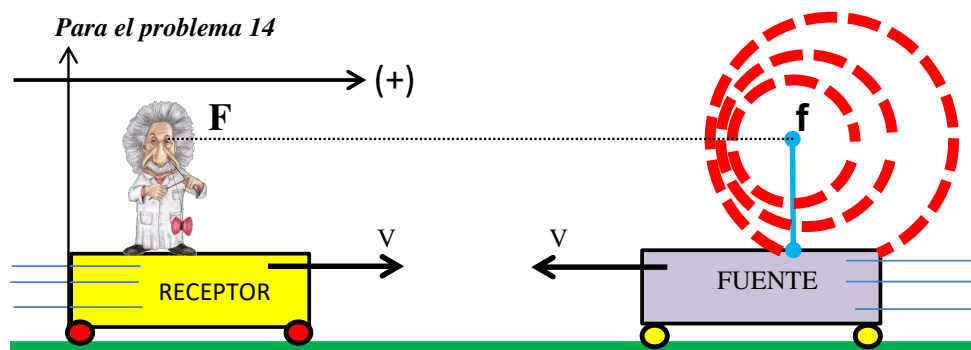
dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

NUESTRO CASO: El receptor y la fuente van al encuentro con igual rapidez.



$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right) 494 \text{ Hz} = 392 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} + x}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - x} \right) \Rightarrow x = 39,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Respuesta: El motociclista tiene rapidez de $39,14 \text{ m/s}$

15. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) en reposo. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía y un motociclista van al encuentro con la misma rapidez. Si el policía toca la corneta y el motociclista percibe el sonido en la nota musical **LA** (440 Hz), calcular la rapidez del motociclista. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la fórmula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

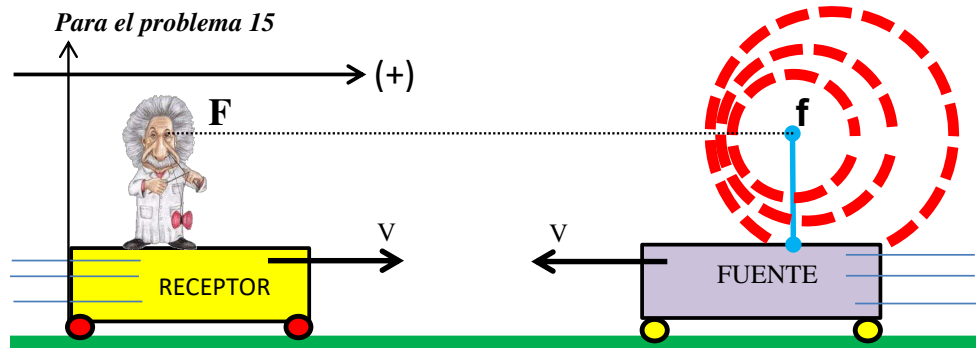
V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

$V_{RECEPTOR}$: es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

NUESTRO CASO: El receptor y la fuente van al encuentro con igual rapidez.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{SONIDO} + V_{RECEPTOR}}{V_{SONIDO} - V_{FUENTE}} \right)$$



$$440 \text{ Hz} = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 \frac{m}{s} + x}{340 \frac{m}{s} - x} \right) \Rightarrow x = 39,2142 \frac{m}{s}$$

Respuesta: El motociclista tiene rapidez de $39,2142 \text{ m/s}$

16. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) en reposo. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía persigue a un motociclista, tal que la rapidez del automóvil es el doble de la moto. Si el policía toca la corneta y el motociclista percibe el sonido en la nota musical **LA** (440 Hz), calcular la rapidez del motociclista. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la fórmula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

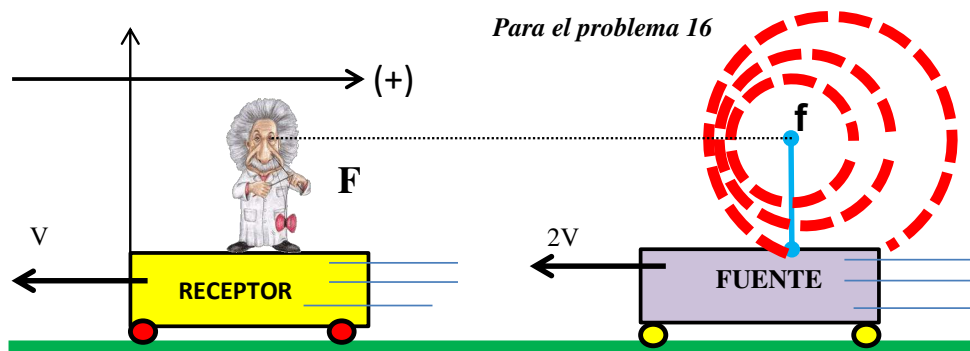
V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

NUESTRO CASO: la fuente va al encuentro del receptor.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right)$$



$$440 \text{ Hz} = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - x}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2x} \right) \Rightarrow x = 58,267 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Respuesta: El motociclista tiene rapidez de $58,267 \text{ m/s}$

17. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) en reposo. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía persigue a un motociclista, tal que la rapidez del automóvil es el doble de la moto. Si el policía toca la corneta y el motociclista percibe el sonido en la nota musical **SOL** (392 Hz), calcular la rapidez del motociclista (en m/s). ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la fórmula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

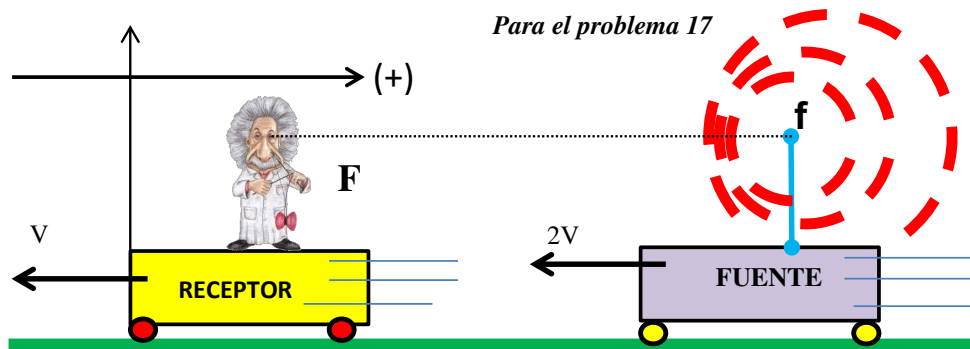
V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

NUESTRO CASO: la fuente va al encuentro del receptor.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right)$$



$$392 \text{ Hz} = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - x}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2x} \right) \Rightarrow x = 33,61 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Respuesta: El motociclista tiene rapidez de $33,61 \text{ m/s}$

18. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Si el camión se mueve a razón de 20 m/s en dirección del observador, determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el receptor que avanza al encuentro del camión con rapidez de 10 m/s. Se mueven en línea recta al encuentro. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la formula general:

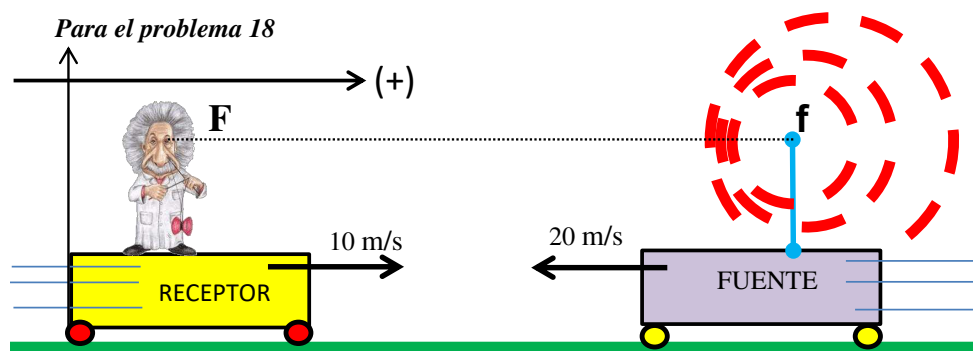
$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).



$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right) = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 10}{340 - 20} \right)$$

$$F = 381,72 \text{ Hz}$$

Respuesta. En este caso particular, la bocina emite la nota **FA** a 349 Hz; sin embargo, el observador percibe una nota que vibra a una frecuencia de **381,72 Hz**, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota musical **SOL**.

19. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Si el camión se mueve a razón de 10 m/s en dirección del observador, determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el receptor que avanza al encuentro del camión con rapidez de 20 m/s, ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la formula general:

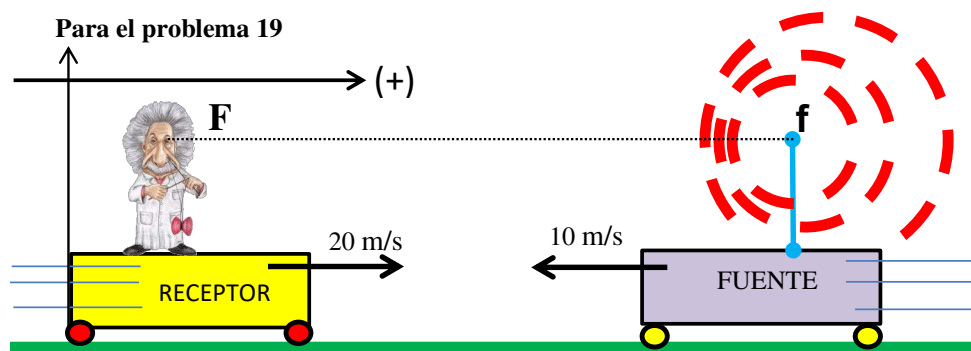
$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).



$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right) = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 20}{340 - 10} \right)$$

$$F = 380,72 \text{ Hz}$$

Respuesta. En este caso particular, la bocina emite la nota **FA** a 349 Hz; sin embargo, el observador percibe una nota que vibra a una frecuencia de **380,72 Hz**, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota musical **SOL**.

20. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el receptor que avanza al alcance del camión con rapidez de 20 m/s, mientras que el camión se mueve a razón de 10 m/s en línea recta en la misma dirección. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la formula general:

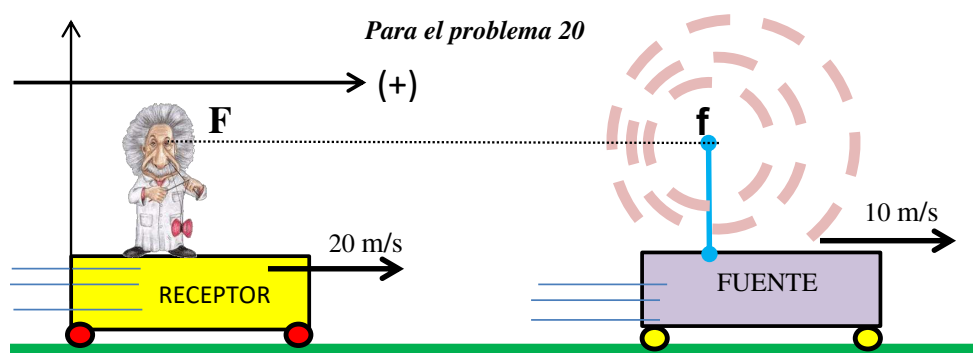
$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).



$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{FUENTE}}} \right) = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 20}{340 + 10} \right)$$

$$F = 358,97 \text{ Hz}$$

Respuesta. En este caso particular, la bocina emite la nota **FA** a 349 Hz; sin embargo, el observador percibe una nota que vibra a una frecuencia de **358,97 Hz**, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota musical **FA-SOL**.

21. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Determinar la frecuencia que percibe el receptor que avanza detrás del camión con rapidez de 10 m/s, mientras que el camión se mueve a razón de 20 m/s en línea recta en la misma dirección. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la formula general:

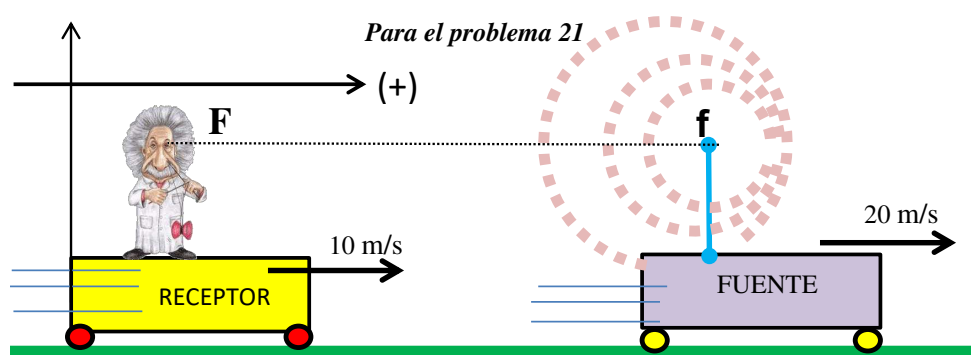
$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).



$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{FUENTE}}} \right) = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 + 10}{340 + 20} \right)$$

$$F = 339,31 \text{ Hz}$$

Respuesta. En este caso particular, la bocina emite la nota musical **FA** a 349 Hz; sin embargo, el observador percibe una nota que vibra a una frecuencia de **339,31** Hz, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota musical **MI**.

22. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el receptor que avanza en sentido opuesto del camión con rapidez de 10 m/s, mientras que el camión se mueve a razón de 20 m/s en línea recta en dirección opuesta alejándose del receptor. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la formula general:

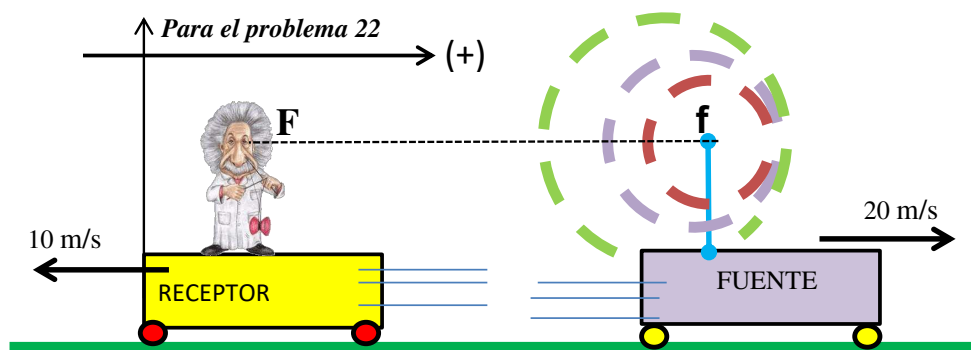
$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).



$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} + V_{\text{FUENTE}}} \right) = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 - 10}{340 + 20} \right)$$

$$F = 319,9 \text{ Hz}$$

Respuesta. En este caso particular, la bocina emite la nota musical **FA** a 349 Hz; sin embargo, el observador percibe una nota que vibra a una frecuencia de **319,9 Hz**, que se aproxima a la frecuencia perteneciente a la nota musical **RE-MI**.

23. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) en reposo. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía con rapidez de 30 m/s persigue al motociclista que escapa con rapidez de 20 m/s. Si el policía toca la corneta, determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el conductor de la motocicleta. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la fórmula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

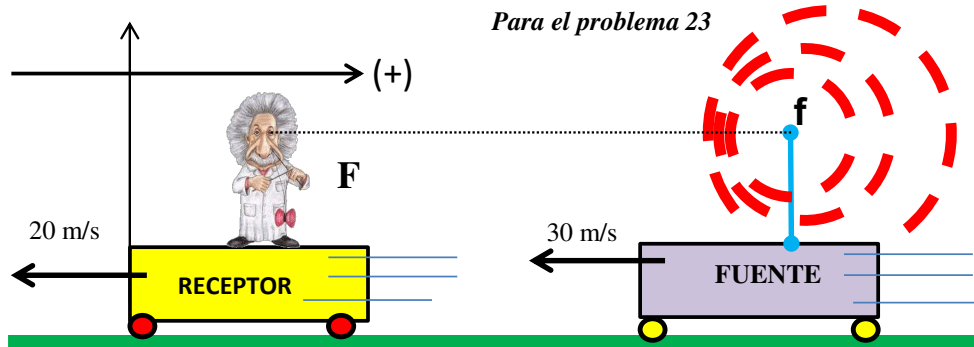
V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

NUESTRO CASO: la fuente va al encuentro del receptor.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

Para el problema 23



$$F = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 30} \right) \Rightarrow F = 360,6258 \text{ Hz}$$

Respuesta: El conductor de la motocicleta percibe 360,6 Hz, la frecuencia aumenta, aproximadamente la nota musical **FA-SOL**.

24. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) en reposo. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía con rapidez de 30 m/s persigue al motociclista que escapa con rapidez de 40 m/s. Si el policía toca la corneta, determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el conductor de la motocicleta. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

RESOLUCIÓN

Aplicamos la fórmula general:

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$

dónde:

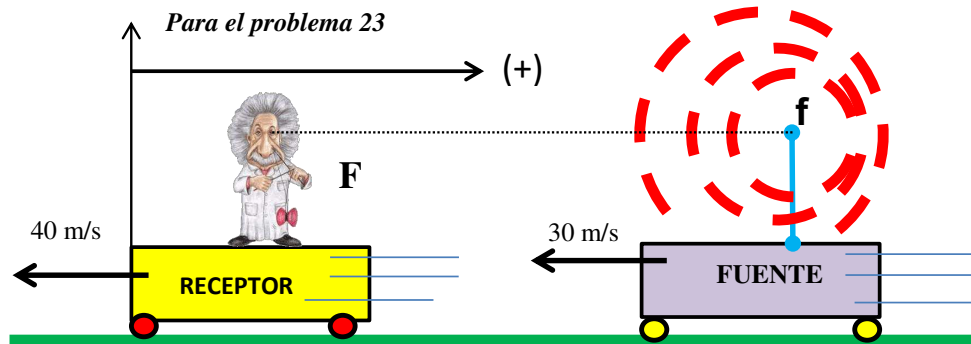
V_{SONIDO} : es la velocidad de las ondas en el medio;

V_{RECEPTOR} : es la velocidad del receptor en relación con el medio; positiva si el receptor se está moviendo hacia el emisor (y negativa en la dirección contraria);

V_{FUENTE} : es la velocidad de la fuente con respecto al medio; positiva si la fuente se aleja del receptor (y negativa en la dirección contraria).

NUESTRO CASO: la fuente va al encuentro del receptor.

$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} - V_{\text{FUENTE}}} \right)$$



$$F = 349 \text{ Hz} \cdot \left(\frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 40}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 30} \right) \Rightarrow F = 337,742 \text{ Hz}$$

Respuesta: El conductor de la motocicleta percibe **337,742 Hz**, la frecuencia disminuye, aproximadamente la nota musical **MÍ**.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. El camión de los bomberos emite ondas de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) acercándose de una gran pared. El receptor se encuentra fijo a la tierra. El observador percibe a las ondas reflejadas en la pared con frecuencia 392 Hz (nota musical **SOL**). Determinar la rapidez del camión (en m/s). ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 88,65 b) 41,89 c) 53,61 **d) 37,3** e) 62,63
2. El camión de la ambulancia emite ondas de frecuencia 261 Hz (nota musical **DO**) acercándose de una gran pared. El receptor se encuentra fijo a la tierra. El observador percibe a las ondas reflejadas en la pared con frecuencia 294 Hz (nota musical **RE**). Determinar la rapidez del camión (en m/s). ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 38,16 b) 41,89 c) 53,61 d) 37,3 e) 62,63
3. El camión de la ambulancia emite ondas de frecuencia 294 Hz (nota musical **RE**) acercándose de una gran pared. El receptor se encuentra fijo a la tierra. El observador percibe a las ondas reflejadas en la pared con frecuencia 330 Hz (nota musical **MI**). Determinar la rapidez del camión (en m/s). ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 38,16 b) 41,89 c) 53,61 **d) 37,1** e) 62,63
4. El camión de la ambulancia emite ondas de frecuencia 330 Hz (nota musical **MI**) acercándose de una gran pared. El receptor se encuentra fijo a la tierra. El observador percibe a las ondas reflejadas en la pared con frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**). Determinar la rapidez del camión (en m/s). ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 38,16 b) 41,89 **c) 18,51** d) 37,1 e) 62,63
5. Un observador se mueve a una velocidad de 42 m/s hacia un trompetista en reposo. El trompetista está tocando (emitiendo) la nota **LA** (440 Hz). ¿Qué frecuencia (en Hz) percibirá el observador?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s
a) 494,353 b) 491,353 c) 492,353 d) 484,353 e) 474,353
6. Un observador se mueve a una velocidad de 42 m/s alejándose de un trompetista en reposo. El trompetista está tocando (emitiendo) la nota **LA** (440 Hz). ¿Qué frecuencia (en Hz) percibirá el observador?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.
a) 494,353 **b) 385,647** c) 492,353 d) 484,353 e) 474,353
7. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Determinar la frecuencia (en Hz) y la longitud de onda (en m) que percibe un receptor fijo a la tierra, si el camión se mueve a razón de 37 m/s en dirección del observador. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 494,353 y 0,868 b) 385,647 y 0,868 **c) 391,6 y 0,868**
d) 484,353 y 0,868 e) 474,353 y 0,868
8. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Si el camión se mueve a razón de 45 m/s en dirección del observador, determinar la frecuencia y la longitud

de onda que percibe el receptor que avanza al encuentro del camión con rapidez de 34 m/s, ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

- a) 494,353 y 0,868 b) 385,647 y 0,868 c) 391,6 y 0,868
d) 484,353 y 0,868 e) 442,46 y 0,768

9. Un camión de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Determinar la frecuencia (en Hz) que percibe un receptor fijo a la tierra, si el camión se acerca a razón de 37 m/s en dirección del observador y luego se aleja con la misma rapidez. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

- a) 371,6 y 314,75 b) 391,6 y 304,75 c) 391,6 y 324,75
d) 381,6 y 314,75 e) 391,6 y 314,75

10. Un camión de ambulancia tiene un claxon de frecuencia 370 Hz (nota musical **FA-SOL**) estacionado. Determinar la frecuencia que percibe un receptor fijo a la tierra, si el camión se acerca a razón de 40 m/s en dirección del observador y luego se aleja con la misma rapidez. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

- a) 419,3 y 331,1 b) 391,6 y 304,75 c) 391,6 y 324,75
d) 381,6 y 314,75 e) 391,6 y 314,75

11. Un automovilista se mueve a razón de 25 m/s en dirección a una fábrica, mientras que la sirena emite un sonido de frecuencia 370 Hz (nota musical **FA-SOL**), calcular la frecuencia que percibe el conductor cuando se acerca a la fábrica y luego cuando se aleja de la fábrica en línea recta con la misma rapidez. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

- a) 419,3 y 331,1 b) 391,6 y 304,75 c) 391,6 y 324,75
d) 381,6 y 314,75 e) 397,21 y 342,79

12. Un tren tiene un silbato de frecuencia 370 Hz (nota musical **FA-SOL**) estacionado. Determinar la frecuencia (en Hz) que percibe un receptor fijo en la estación, si el tren se acerca a razón de 17 m/s en dirección del observador y luego se aleja con la misma rapidez. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

- a) 419,3 y 331,1 b) 391,6 y 304,75 c) 389,47 y 352,38
d) 381,6 y 314,75 e) 397,21 y 342,79

13. El gato Tom persigue al ratón Jerry a razón de 25 m/s en línea recta pasando por debajo de la jaula del canario, mientras que el canario enjaulado canta dulcemente, emitiendo un sonido, nota musical **FA-SOL** (de frecuencia 370 Hz). Calcular la frecuencia (en Hz) que percibe el gato cuando se acerca al canario y luego cuando se aleja del canario con la misma rapidez. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)

- a) 419,3 y 331,1 b) 397,21 y 342,79 c) 389,47 y 352,38
d) 381,6 y 314,75 e) 397,21 y 342,79

14. El gato Tom persigue al ratón Jerry con velocidad de 42 m/s en línea recta pasando por debajo de la jaula del canario. El canario está cantando (emitiendo) la nota **LA** (440 Hz). ¿Qué frecuencia percibirá el gato, cuando se acerca al canario y luego cuando se aleja del canario con la misma rapidez?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.

- a) 419,3 y 331,1 b) 397,21 y 342,79 c) 494,353 y 385,647
d) 381,6 y 314,75 e) 397,21 y 342,79

15. El canario enjaulado está cantando (emitiendo) la nota musical **LA** (440 Hz). El gato se mueve en línea recta en dirección al canario percibiendo la nota **SI** (494 Hz). ¿Qué rapidez (en m/s) tiene el gato, cuando se acerca al canario?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.
a) 31,1 b) 39,7 c) 49,4 d) 38,1 e) 41,72
16. El canario enjaulado está cantando (emitiendo) la nota **LA** (440 Hz). El gato se mueve en línea recta alejándose del canario percibiendo la nota **DO** (262 Hz). ¿Qué rapidez (en m/s) tiene el gato, cuando se aleja del canario?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.
a) 31,1 b) 39,7 c) 49,4 d) 137,54 e) 41,72
17. El canario enjaulado está cantando (emitiendo) la nota **LA** (440 Hz). El gato se mueve en línea recta alejándose del canario percibiendo la nota **SOL** (392 Hz). ¿Qué rapidez tiene el gato, cuando se aleja del canario?, sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s.
a) 31,1 b) 37,1 c) 49,4 d) 137,54 e) 41,72
18. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 392 Hz (nota musical **SOL**) estacionado. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía y un motociclista van al encuentro con la misma rapidez. Si el policía toca la corneta y el motociclista percibe el sonido en la nota musical **SI** (494 Hz), calcular la rapidez del motociclista. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 31,1 b) 37,1 c) 49,4 d) 39,14 e) 41,72
19. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) en reposo. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía y un motociclista van al encuentro con la misma rapidez. Si el policía toca la corneta y el motociclista percibe el sonido en la nota musical **LA** (440 Hz), calcular la rapidez del motociclista. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 31,1 b) 37,1 c) 39,2142 d) 32,14 e) 41,72
20. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) en reposo. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía persigue a un motociclista, tal que la rapidez del automóvil es el doble de la moto. Si el policía toca la corneta y el motociclista percibe el sonido en la nota musical **LA** (440 Hz), calcular la rapidez del motociclista. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 58,267 b) 37,1 c) 39,2142 d) 32,14 e) 41,72
21. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) en reposo. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía persigue a un motociclista, tal que la rapidez del automóvil es el doble de la moto. Si el policía toca la corneta y el motociclista percibe el sonido en la nota musical **SOL** (392 Hz), calcular la rapidez del motociclista (en m/s). ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 58,267 b) 37,1 c) 33,61 d) 32,14 e) 41,72
22. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Si el camión se mueve a razón de 20 m/s en dirección del observador, determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el receptor que avanza al encuentro del camión con rapidez de 10 m/s. Se mueven en línea recta al encuentro. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 458,267 b) 337,1 c) 433,61 d) 332,14 e) 381,72

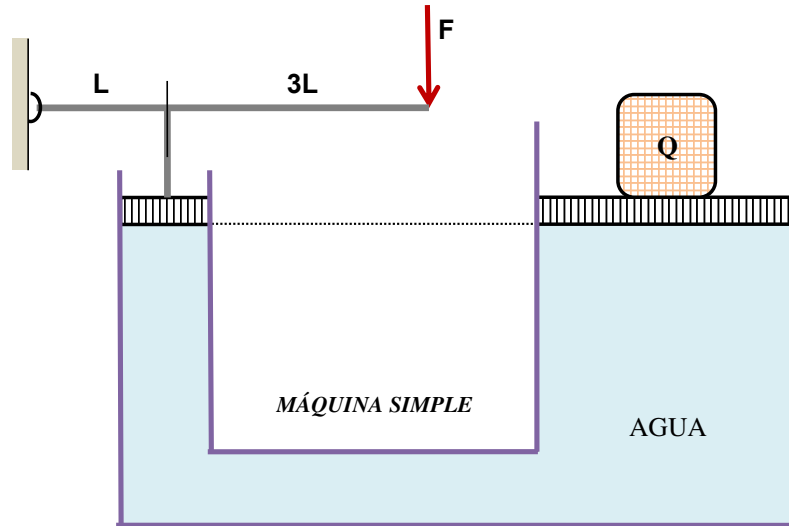
23. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Si el camión se mueve a razón de 10 m/s en dirección del observador, determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el receptor que avanza al encuentro del camión con rapidez de 20 m/s, ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 380,72 b) 337,1 c) 433,61 d) 332,14 e) 381,72
24. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el receptor que avanza al alcance del camión con rapidez de 20 m/s, mientras que el camión se mueve a razón de 10 m/s en línea recta en la misma dirección. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 380,72 b) 358,97 c) 433,61 d) 332,14 e) 381,72
25. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Determinar la frecuencia que percibe el receptor que avanza detrás del camión con rapidez de 10 m/s, mientras que el camión se mueve a razón de 20 m/s en línea recta en la misma dirección. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 380,72 b) 358,97 c) 433,61 d) 339,31 e) 381,72
26. Un camión de bomberos tiene una bocina de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) estacionado. Determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el receptor que avanza en sentido opuesto del camión con rapidez de 10 m/s, mientras que el camión se mueve a razón de 20 m/s en línea recta en dirección opuesta alejándose del receptor. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 380,72 b) 358,97 c) 433,61 d) 339,31 e) 319,9
27. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) en reposo. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía con rapidez de 30 m/s persigue al motociclista que escapa con rapidez de 20 m/s. Si el policía toca la corneta, determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el conductor de la motocicleta. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 360,6 b) 358,97 c) 433,61 d) 339,31 e) 319,9
28. El automóvil de policía tiene una corneta de frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**) en reposo. En la autopista rectilínea el automóvil de la policía con rapidez de 30 m/s persigue al motociclista que escapa con rapidez de 40 m/s. Si el policía toca la corneta, determinar la frecuencia (en Hz) que percibe el conductor de la motocicleta. ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 360,6 b) 358,97 c) 433,61 d) 337,742 e) 319,9
29. Un diapason emite ondas de 400 hertz, acercándose a una pared a razón de 17 m/s. El receptor se encuentra fijo a la tierra. ¿Con qué frecuencia (en Hz) percibe el observador a las ondas reflejadas en la pared? ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 421,05 b) 358,97 c) 433,61 d) 337,742 e) 380,95
30. El automóvil del policía emite ondas de frecuencia 392 Hz (nota musical **SOL**) acercándose a una gran pared a razón de 17 m/s. El receptor se encuentra fijo a la tierra. ¿Con qué frecuencia (en Hz) percibe el observador a las ondas reflejadas en la pared? ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 421,05 b) 358,97 c) 433,61 d) 337,742 e) 412,63

31. El automóvil del policía emite ondas de frecuencia 392 Hz (nota musical **SOL**) acercándose a una gran pared. El receptor se encuentra fijo a la tierra. El observador percibe a las ondas reflejadas en la pared con frecuencia 494 Hz (nota musical **SI**). Determinar la rapidez del automóvil (en m/s). ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 41,05 **b) 70,2** c) 53,61 d) 37,742 e) 62,63
32. El automóvil del policía emite ondas de frecuencia 440 Hz (nota musical **LA**) alejándose a una gran pared. El receptor se encuentra fijo a la tierra. El observador percibe a las ondas reflejadas en la pared con frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**). Determinar la rapidez del automóvil (en m/s). ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 88,65 b) 70,2 c) 53,61 d) 37,742 e) 62,63
33. El camión de los bomberos emite ondas de frecuencia 392 Hz (nota musical **SOL**) alejándose de una gran pared. El receptor se encuentra fijo a la tierra. El observador percibe a las ondas reflejadas en la pared con frecuencia 349 Hz (nota musical **FA**). Determinar la rapidez del camión (en m/s). ($V_{\text{SONIDO}} = 340 \text{ m/s}$)
a) 88,65 **b) 41,89** c) 53,61 d) 37,742 e) 62,63

TEMAS INDAGACIÓN E INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA.

1. ¿Se llama efecto Doppler en honor a?
2. Explique los diferentes casos del efecto Doppler utilizando la siguiente fórmula:
$$F = f \cdot \left(\frac{V_{\text{SONIDO}} \pm V_{\text{RECEPTOR}}}{V_{\text{SONIDO}} \mp V_{\text{FUENTE}}} \right)$$
3. Consiga una regla práctica para la elegir correctamente los signos en la fórmula para calcular la frecuencia **F** que percibe el observador.
4. ¿La frecuencia que percibe el receptor (u observador) depende del movimiento relativo entre la fuente de ondas y el observador?
5. ¿Se experimenta un efecto Doppler siempre que hay un movimiento relativo entre una fuente de ondas y un observador?
6. Si la fuente de ondas y el observador se alejan, ¿la frecuencia que percibe el observador es mayor que la frecuencia de la fuente de ondas?
7. Si la fuente de ondas y el observador se acercan, ¿la frecuencia que percibe el observador es menor que la frecuencia de la fuente de ondas?

ESTÁTICA DE FLUIDOS



1. CONCEPTO.

Es la parte de la mecánica de fluidos que estudia el comportamiento y los efectos que originan los fluidos en reposo. A su vez, la estática de fluidos se divide en: **Hidrostática:** Estudia a los líquidos en reposo. **Neumostática:** Estudia a los gases en reposo.

¿A qué llamamos fluido?: Es toda sustancia capaz de fluir, en particular, un **líquido** o un **gas** cualesquiera. Una de las propiedades más importantes es la de ejercer y transmitir presión en toda dirección. **FLUIDOS:** Todo cuerpo que puede desplazarse fácilmente cambiando de forma bajo la acción de fuerzas pequeñas. Por ello, los fluidos incluyen los líquidos y los gases. Todo fluido posee viscosidad que es la característica física que le permite la mayor o menor facilidad para fluir. La viscosidad es el roce interno que posee el fluido. El agua por ejemplo escurre fácilmente, mientras que la glicerina, que posee mucha viscosidad, presenta dificultades para escurrir.

LÍQUIDOS	GASES
Incompresibles	Compresibles
Fuerza de cohesión débil entre moléculas	Cohesión nula
Volumen constante	Volumen variable
Adoptan forma del contenedor	Idem
Fluyen con facilidad	Idem

2.DENSIDAD VOLUMÉTRICA.

Para una sustancia molecularmente homogénea, su densidad nos expresa la masa de la sustancia contenida en cada unidad de volumen.

$$D = \frac{m}{V} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \dots (1)$$

Sustancia	Densidad (g/cm ³)	Sustancia	Densidad (g/cm ³)
Hidrógeno	0,00009	Glicerina	1,25
Aire	0,0013	Aluminio	2,7
Corcho	0,24	Hierro	7,6
Gasolina	0,7	Cobre	8,9
Hielo	0,92	Plata	10,5
Agua	1,00	Plomo	11,3
Agua de mar	1,03	Mercurio	13,6

Unidades: kg/m³, g/cm³, kg/L

La masa se puede expresar como el producto de la densidad por el volumen.

$$m = D.V \dots (2)$$

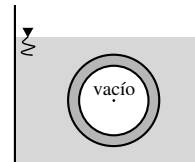
3. FUERZA DE GRAVEDAD Y PESO DE UNA SUSTANCIA

La fuerza de gravedad o el peso de una sustancia homogénea son directamente proporcionales a la masa de la sustancia, aceleración de la gravedad y el volumen neto o total del cuerpo.

Reemplazando (1) en (2):

$$W = m.g = D.V.g$$

$$W_{SUST} = D_{SUST} \cdot g \cdot V_{NETO} \dots (3)$$



Si la sustancia es no homogénea hay que tener en cuenta el volumen interno (vacío), como por ejemplo en los, barcos, boyas y cascarones esféricos.

EJEMPLO: Si la densidad del hielo es 900 kg/m³. ¿Cuánto pesa 20 m³ de hielo? Considere: g = 10 m/s².

Resolución

$$W_{HIELO} = D_{HIELO} \cdot g \cdot V_{NETO}$$

$$W_{HIELO} = (900) \cdot (10) \cdot (20)$$

Respuesta: El peso del bloque de hielo es, 180 000 N.

4.PRESIÓN. Es una magnitud física tensorial (tiene un valor e infinitas direcciones) que expresa la distribución normal de una fuerza sobre una superficie.

Lo de magnitud tensorial implica que la presión tiene múltiples puntos de aplicación y manifestación normal sobre las superficies, lo que lo diferencia de magnitud vectorial.

La presión se define como la distribución de la fuerza por cada unidad de superficie.

$$P = \frac{F_{normal}}{Area}$$

Dónde:

P: Presión,

F_N : Fuerza Normal,

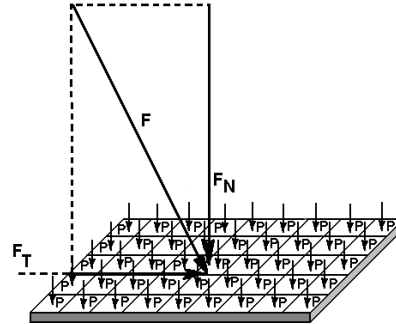
A: Área

Unidad presión:

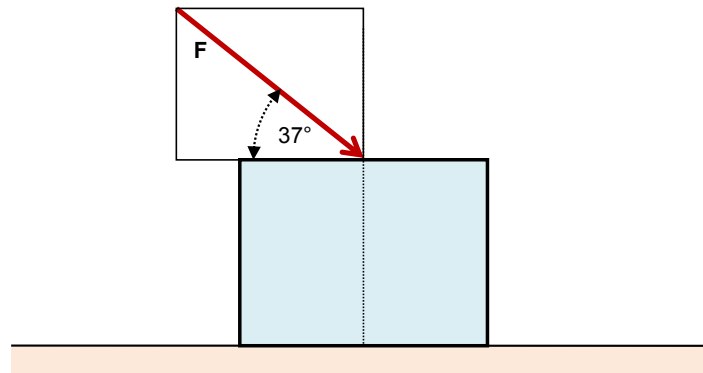
$$1 \text{ pascal} = \frac{1 \text{ newton}}{m^2} = 1 \text{ Pa}$$

Equivalencias:

$$1 \text{ kilopascal} = 1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ Pa}$$



EJEMPLO 01: Se muestra un cubo que tiene como arista 0,1 m. Determine la presión que ejerce la fuerza $F = 500 \text{ N}$ sobre la superficie.



Para el problema 01

Resolución

La presión se define como la relación de la fuerza normal (perpendicular) entre el área.

$$P = \frac{500 \cdot \text{Sen} 37^\circ}{(0,1)(0,1)} = \frac{300 \text{ N}}{0,01 m^2}$$

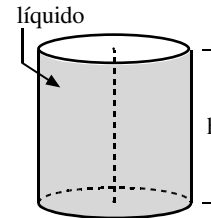
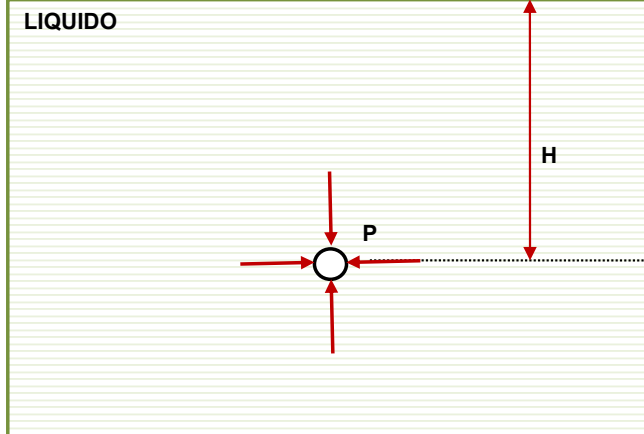
$$P = 30\,000 \text{ Pa}$$

$$P = 30 \text{ kPa}$$

La presión se define como la distribución de la fuerza por cada unidad de área. La presión es 30 000 N por cada metro cuadrado.

5.PRESIÓN HIDROSTÁTICA. La presión hidrostática se debe a la acción de la gravedad sobre el líquido; esto quiere decir que se debe al peso del propio líquido y se manifiesta como un efecto de compresión que actúa perpendicularmente en cada punto de la superficie del cuerpo sumergido. La presión hidrostática en un punto interior de un líquido, depende de la naturaleza del líquido y de

AIRE



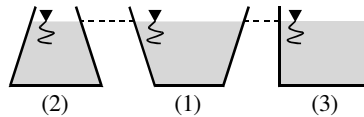
LA PRESIÓN HIDROSTÁTICA ES UNA CANTIDAD TENSORIAL.

la profundidad a la que se le mide. Consideremos un cilindro que contiene cierto líquido:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{D_{LQ} \cdot g \cdot V}{A} = \frac{D_{LQ} \cdot g \cdot A \cdot h}{A}$$

$$P = D_{LQ} \cdot g \cdot h$$

EJEMPLO 01: ¿En cuál de los siguientes recipientes hay mayor presión hidrostática en el fondo?



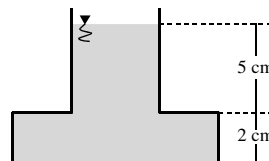
Resolución

La presión hidrostática es directamente proporcional a la profundidad.

La presión hidrostática en el fondo de un recipiente es independiente de del tamaño de la superficie y del volumen del líquido.

Por consiguiente, las presiones son iguales en (1), (2) y (3).

EJEMPLO 02: La figura muestra un recipiente que contiene agua. Determinar la presión hidrostática en el fondo del recipiente. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Resolución

La presión hidrostática en el fondo del recipiente es: $P = D_{LIQ} \cdot g \cdot h$

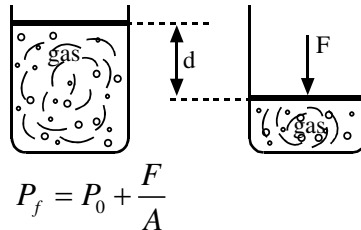
Reemplazando los datos tenemos que:

$$P = (1000) (10) (0,07)$$

$$P = 700 \text{ pascals}$$

6.PRINCIPIO DE PASCAL.

“Todo fluido transmite la presión que sobre el es ejercida en toda dirección y con la misma intensidad (módulo)”



Si se aplica una presión a un fluido, la presión se transmite en cada punto en toda dirección y con el mismo módulo”.

7.BLAISE PASCAL (1623 -1662)

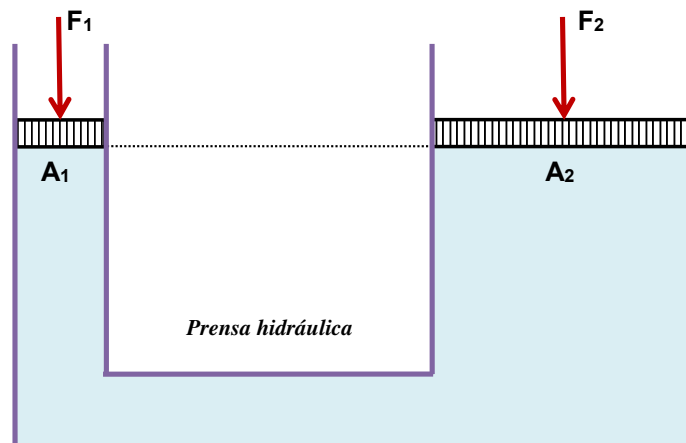
Este físico y matemático francés en el año 1651 escribía un tratado sobre el equilibrio y la presión en el interior de un líquido encerrado en un recipiente. A él se debe el funcionamiento de tantas máquinas hidráulicas.

El principio de Pascal se enuncia así:

“El incremento de presión en un punto de un líquido en equilibrio, se transmite íntegramente a todos los puntos de dicho líquido y a las paredes del recipiente”.

La presión que se ejerce a un fluido encerrado se transmite sin disminución a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente.

8.PRENSA HIDRÁULICA. Es una máquina simple que tiene por objetivo multiplicar el módulo de la fuerza que se le comunica y es muy usual para elevar cargas. Tiene como principio de



funcionamiento el Principio de Pascal. Físicamente una prensa hidráulica está constituida por dos cilindros, dos pistones y émbolos deslizantes de diferentes diámetros, en uno de los cuales se coloca la carga que se desea elevar y en el otro (el de menor diámetro) se le aplica la fuerza correspondiente.

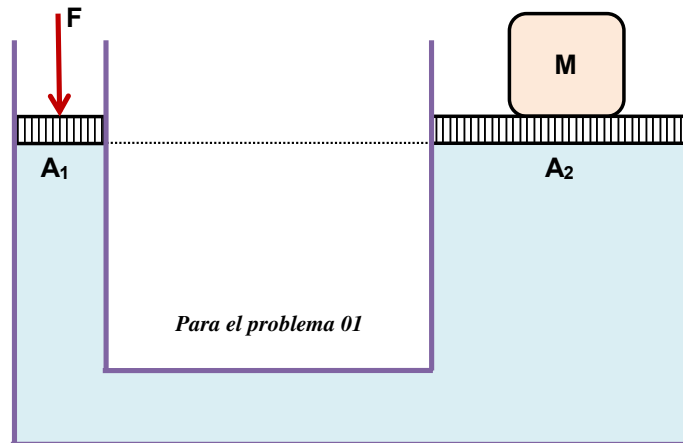
Si los émbolos se encuentran al mismo nivel horizontal:

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \text{ Sabiendo que: } A_1 < A_2$$

$$F_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \cdot F_1 \quad \text{Entonces: } F_2 > F_1$$

EJEMPLO 01: Determine la masa “M” del bloque necesaria para equilibrar la prensa hidráulica, si se aplica una fuerza vertical de módulo $F=50 \text{ N}$, en el émbolo menor, sabiendo que los diámetros de los émbolos están en relación de 1 a 5. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



RESOLUCIÓN

Si los diámetros están en relación de 1 a 5, entonces el área de los discos está en relación de 1 a 25.

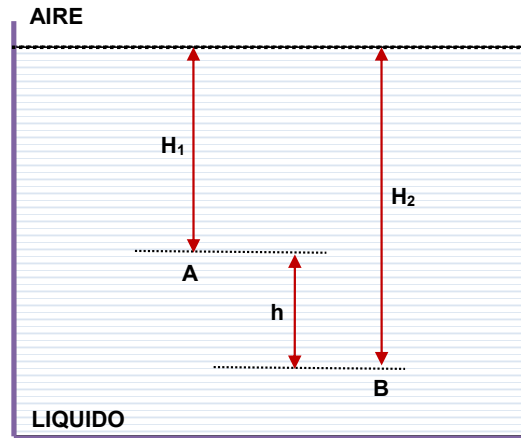
$$\frac{F}{1^2} = \frac{m \cdot g}{5^2}$$

Reemplazando los datos tenemos que: $\frac{50}{1} = \frac{m(10)}{25}$

Respuesta: La masa es: $m = 125 \text{ kg}$

9. PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTÁTICA

Establece que la diferencia de presión a diferentes profundidades es directamente proporcional a la densidad del fluido y a la diferencia de profundidades. Esto significa que a igual nivel de profundidad en un mismo líquido se soporta la misma presión.



PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTÁTICA

$$P_A = D_{LIQ} \cdot g \cdot h_A$$

$$P_B = D_{LIQ} \cdot g \cdot h_B$$

restando las dos ecuaciones tenemos que:

$$P_A - P_B = D_{LIQ} \cdot g \cdot (h_A - h_B)$$

Donde:

P_A = Presión en el punto A

P_B = Presión en el punto B

h_1 = Profundidad de A

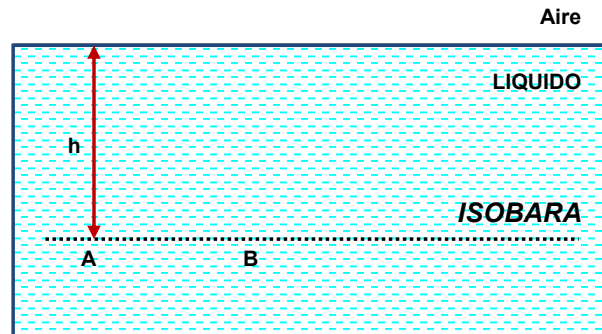
h_2 = Profundidad de B

Si las profundidades son iguales, entonces las presiones también son iguales:

$$Si: h_A = h_B \Rightarrow P_A = P_B$$

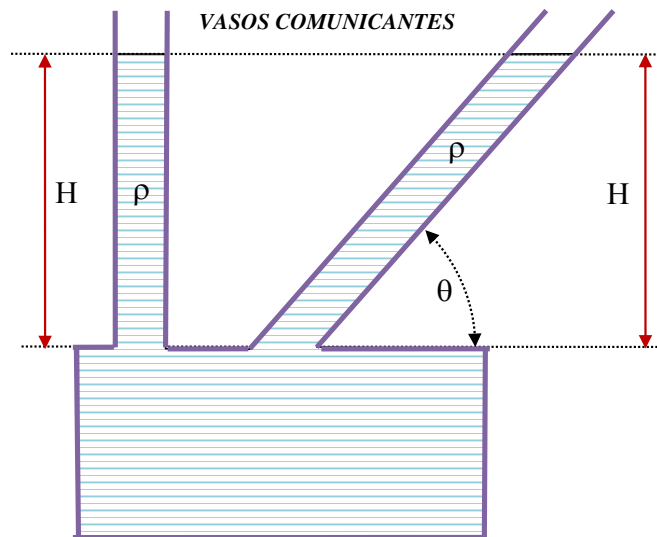
10. ISÓBARA. Es la línea recta o plano formados por puntos que soportan la misma presión. $P_A = P_B$.

En los movimientos acelerados, la ISOBARA es perpendicular a la gravedad efectiva. También la **isobara** es perpendicular al Empuje hidrostático.

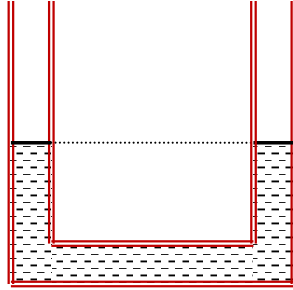


11. VASOS COMUNICANTES. Un mismo líquido, en un mismo sistema de vasos comunicantes alcanza el mismo nivel horizontal.

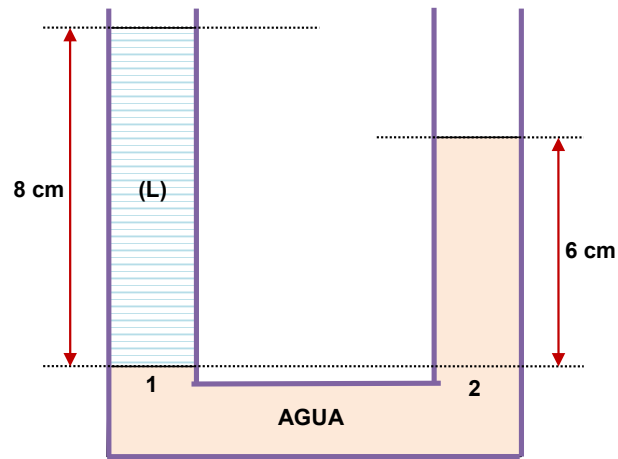
Los vasos comunicantes: Dispositivo formado por recipientes de distinta forma y volumen que está unidos por un tubo horizontal común. Se vierte líquido en él y puede observarse que alcanza la misma altura en cada uno de los recipientes. En ese momento el líquido queda en reposo porque las presiones se han igualado.



12. TUBOS EN “U”. Si dos o más puntos se encuentran en el mismo líquido y en el mismo nivel, entonces soportan presiones iguales.



EJEMPLO 01: Se muestra dos líquidos no miscibles están en equilibrio. Determinar la densidad del líquido (L) (en kg/m^3) sabiendo que el otro es agua. Densidad del agua = $1\,000\,\text{kg}/\text{m}^3$, $g = 10\,\text{m}/\text{s}^2$.



Para el problema 01

RESOLUCIÓN

Del principio fundamental de la hidrostática: los puntos (1) y (2) se encuentran en el mismo líquido y en el mismo nivel.

$$P_1 = P_2$$

$$D_1 \cdot g \cdot h_1 = D_2 \cdot g \cdot h_2$$

$$D_1 \cdot h_1 = D_2 \cdot h_2$$

Reemplazando tenemos que: $D_1 \cdot (8\,\text{cm}) = (1000\,\text{kg}/\text{m}^3) \cdot (6\,\text{cm})$

La densidad del líquido (1) es: $D_1 = 750\,\text{kg}/\text{m}^3$

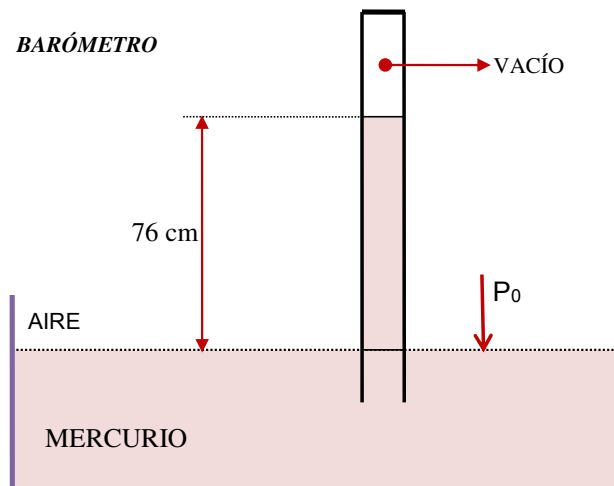
13. EXPERIMENTO de Evangelista Torricelli (1608-1647)

- En un tubo de vidrio de 1,0 m de largo y cerrado por uno de sus extremos, vertió mercurio.
- Tapó el extremo abierto con su dedo, invirtió el tubo y lo colocó verticalmente dentro de un tiesto que contenía mercurio.
- Quitó el dedo y observó que la columna de mercurio contenida en el tubo descendió hasta que alcanzó una altura de 76,2 cm por arriba del nivel de mercurio contenido en el recipiente.
- Concluyó que: “La presión atmosférica al actuar sobre el líquido del recipiente, es capaz de equilibrar el peso de la columna de mercurio”.

14. PRESIÓN ATMOSFÉRICA

Es la presión que ejerce el aire sobre los cuerpos, debido a la acción de la gravedad. El aire que rodea a la Tierra está compuesto con mayor porcentaje por Nitrógeno (78%) y Oxígeno (21%).

La presión atmosférica se mide con un instrumento llamado barómetro. El valor de la presión atmosférica es equivalente a la presión que ejerce una columna de mercurio de altura 76 cm.



$$P_0 = D_{Hg} \cdot g \cdot h$$

$$P_0 = (13600 \text{ kg} / \text{m}^3) \cdot (9,8 \text{ m} / \text{s}^2) \cdot (0,76 \text{ m})$$

El cálculo aproximado es:

$$P_0 = 10^5 \text{ pascals}$$

* El aire es atraído por la Tierra por lo cual el aire tiene peso. Por esta razón, el aire ejerce presión sobre todos los cuerpos sumergidos en el espacio. Esta presión se conoce con el nombre de *presión atmosférica*.

El físico Italiano **Evangelista Torricelli** fue el primero en comprobar que dicha presión existe, e incluso pudo medirla.

La presión atmosférica cambia debido a factores climáticos como la temperatura y la humedad.

También cambia con la altitud en este caso sí, $P_0 = 1$ atmósfera y $h_0 = 8,6$ km:

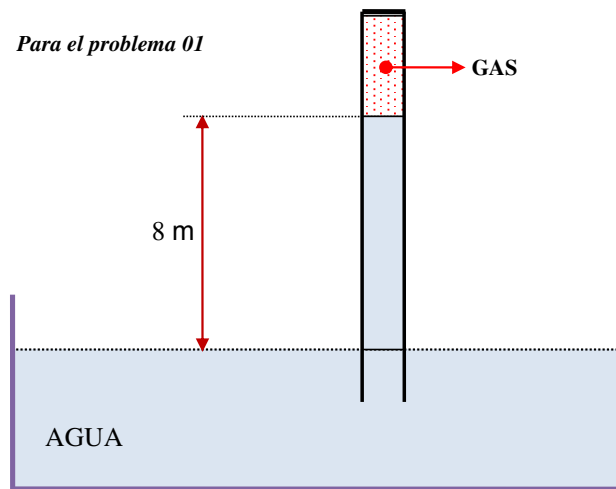
$$P_h = P_0 \cdot e^{\frac{-h}{h_0}}$$

15. PRESIÓN BAROMÉTRICA

Es aquel dispositivo que se utiliza para medir la presión de un gas encerrado en un recipiente. Fue utilizado por Evangelista Torricelli para determinar la presión atmosférica.

EJEMPLO 01: En el dispositivo mostrado determine la presión del gas encerrado en el tubo.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Resolución

Del principio fundamental de la hidrostática, escribimos la siguiente ecuación:

$$P_0 = D \cdot g \cdot h + P_{GAS}$$

$$100\,000 = (1000)(10)(8) + P_{gas}$$

Resolviendo tenemos que:

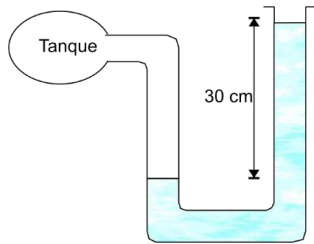
$$P_{gas} = 20\,000 \text{ pascals}$$

$$P_{gas} = 20 \text{ kPa}$$

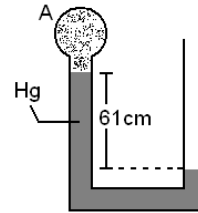
16. PRESIÓN MANOMÉTRICA

Es aquel dispositivo que se utiliza para medir la presión de un gas encerrado en un recipiente.

Observe los siguientes casos:

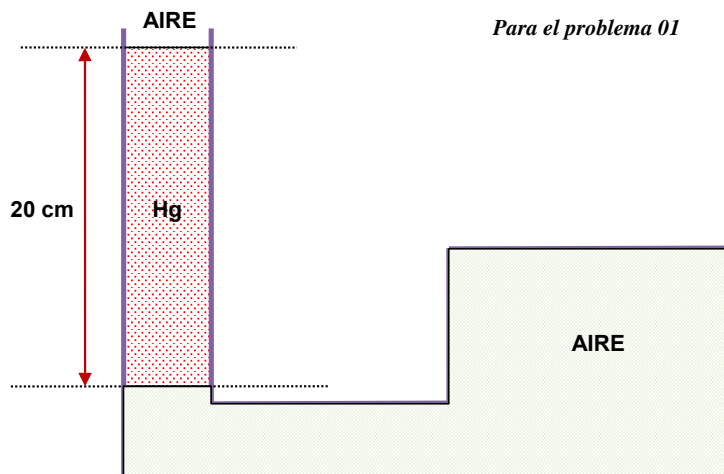


$$P_{GAS} = D_{LIQ} \cdot g \cdot h + P_0$$



$$P_{GAS} + D_{LIQ} \cdot g \cdot h = P_0$$

EJEMPLO 01: ¿Cuál es la presión absoluta (en kPa) ejercida por el aire comprimido del tanque, si la densidad del mercurio es de 13 600 kg/m³ y la presión atmosférica de 100 kPa? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

**Resolución**

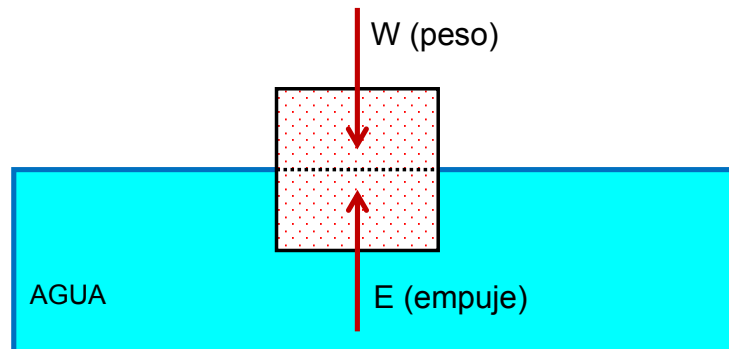
Del principio fundamental de la hidrostática: $P_{GAS} = D_{Hg} \cdot g \cdot h + P_0$

$$P_{GAS} = (13\,600) \cdot (10) \cdot (0,20) + 100\,000$$

La presión absoluta del gas comprimido es: $P_{GAS} = 127\,200 \text{ Pa}$

Respuesta: $P_{gas} = 127,2 \text{ kPa}$

17. PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES (LÍQUIDOS). ARQUÍMEDES (287 A.C. - 212 A.C.) (Grecia)



Todo cuerpo sumergido en forma parcial o total en un líquido en reposo relativo, experimenta la acción de una fuerza vertical hacia arriba. En general la fuerza resultante denominada EMPUJE actúa perpendicular a las ISOBARAS. El empuje es la fuerza resultante de todas las fuerzas que aplica el líquido sobre el cuerpo sumergido. EL valor del empuje es igual al peso del volumen del líquido desalojado por el cuerpo. Pero el volumen del líquido desalojado es igual al volumen sumergido del cuerpo.

Al sumergir un cuerpo de masa “m” en un líquido de densidad “D” se cumple que:
 “El líquido ejerce una fuerza E denominada empuje, que es vertical ascendente y aplicada sobre el cuerpo. Dicha fuerza posee un valor igual al peso del líquido desplazado”.

$$E = D_{LIQ} \cdot g \cdot V_{SUMERGIDO}$$

Cuando un cuerpo flota en un líquido, en equilibrio, entonces el módulo del empuje es igual al módulo de la fuerza de gravedad

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow W = E, \text{ reemplazando tenemos:}$$

$$D_{CUERPO} \cdot g \cdot V_{TOTAL} = D_{LIQ} \cdot g \cdot V_{SUMERGIDO}$$

$$D_{CUERPO} \cdot V_{TOTAL} = D_{LIQ} \cdot V_{SUMERGIDO}$$

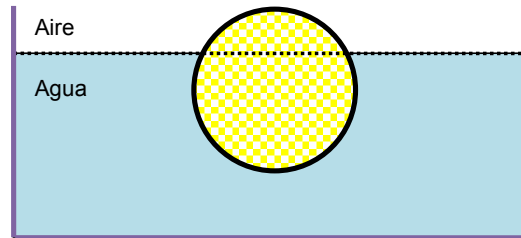
$$D_{CUERPO} = D_{LIQ} \cdot \left[\frac{V_{SUMERGIDO}}{V_{TOTAL}} \right]$$

18. PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES (GASES)

Todo cuerpo sumergido en forma parcial o total en un gas en reposo relativo, experimenta la acción de una fuerza vertical hacia arriba. El empuje es la fuerza resultante de todas las fuerzas que aplica el gas sobre el cuerpo sumergido. El valor del empuje es igual al peso del volumen del gas desalojado por el cuerpo. Pero el volumen del gas desalojado es igual al volumen sumergido del cuerpo.

$$E = D_{GAS} \cdot g \cdot V_{SUMERGIDO}$$

EJEMPLO 01: Una esfera flota en el agua, sumergido el 90% de su volumen total. Determinar la densidad del cuerpo. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 .



Para el problema 01

Resolución

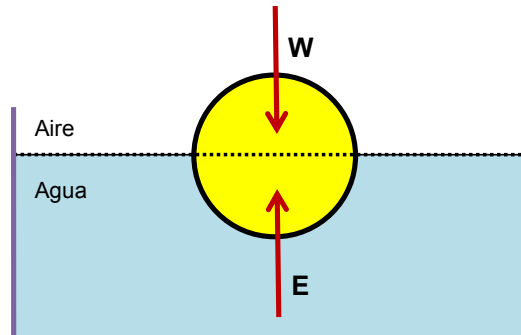
La densidad del cuerpo es igual al producto de la densidad del líquido por el porcentaje del volumen sumergido.

$$D_{CUERPO} = \left(\frac{V_{SUMERGIDO}}{V_{TOTAL}} \right) D_{AGUA}$$

$$D_{CUERPO} = (0,9)(1000 \text{ kg / m}^3)$$

Respuesta: La densidad del cuerpo es: 900 kg/m^3 .

EJEMPLO 02: Una esfera de 3 toneladas se encuentra flotando en agua sumergida hasta la mitad. Determine el volumen del cuerpo esférico.



Para el problema 02

Resolución

El módulo de la fuerza de empuje es igual al módulo de la fuerza de gravedad.

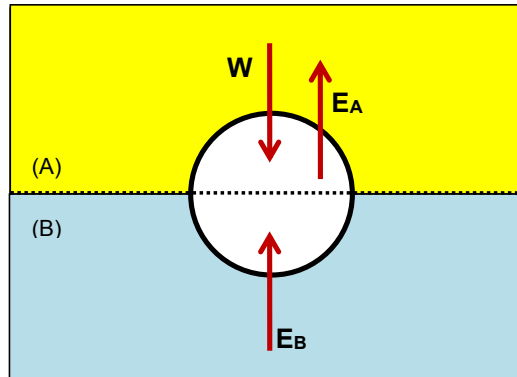
$$E(\text{empuje}) = W(\text{peso})$$

$$D_{\text{AGUA}} \cdot g \cdot \frac{V}{2} = m \cdot g$$

Simplificando y reemplazando los datos tenemos: $(1000) \cdot \frac{V}{2} = 3000$

Respuesta: El volumen de la esfera es: $V = 6 \text{ m}^3$

EJEMPLO 03: Calcule la densidad de la esfera si flota con el 50% de su volumen sumergido en ambos líquidos "A" y "B", cuyas densidades son de 400 kg/m^3 y 1000 kg/m^3 , respectivamente.



Para el problema 03

RESOLUCIÓN

Cada líquido A y B ejerce sobre la esfera un empuje independiente. Sea V el volumen de la esfera. De la primera condición de equilibrio tenemos que:

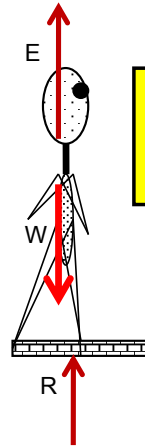
$$W(\text{peso}) = E_A + E_B$$

$$D_{\text{ESFERA}} \cdot g \cdot V = D_A \cdot g \cdot \frac{V}{2} + D_B \cdot g \cdot \frac{V}{2}$$

$$D_{\text{ESFERA}} = \frac{D_A + D_B}{2}$$

Reemplazando los datos tenemos que: $D_{\text{esfera}} = 700 \text{ kg/m}^3$

EJEMPLO 04: Un hombre de volumen 80 litros tiene masa 80 kg. Si la densidad de aire es $1,2 \text{ kg/m}^3$, determine la lectura en la balanza. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Problema 04

Resolución

De la condición de equilibrio, planteamos la siguiente ecuación:

$$R(\text{peso aparente}) + E = W(\text{peso real})$$

$$R + D \cdot g \cdot V = m \cdot g$$

Reemplazando los datos tenemos:

$$R + (1,2)(10)(0,080) = (80)(10)$$

Respuesta. El módulo de la fuerza de reacción entre los pies del hombre y la superficie de la balanza es: $R = 799,04 \text{ N}$

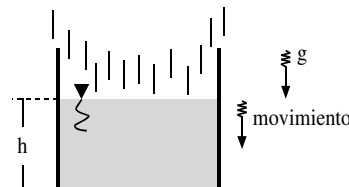
19. PRESIÓN Y GRAVEDAD EFECTIVA

En todo sistema acelerado, la magnitud la presión es directamente proporcional al módulo de la gravedad efectiva. La altura se mide paralelamente a la gravedad efectiva.

$$P = D_{LQ} \cdot (g \pm a) \cdot h$$

EJEMPLO 01:

El recipiente mostrado contiene agua, donde $h = 0,4 \text{ m}$. Si el recipiente acelera hacia abajo con -6 j (m/s^2), determine la presión hidrostática en el fondo del recipiente. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Resolución

La magnitud la presión es directamente proporcional al módulo de la gravedad efectiva.

$$P = D_{AGUA} \cdot (g - a) \cdot h$$

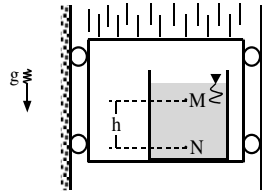
Reemplazando tenemos:

$$P = (1000) \cdot (10 - 6) \cdot (0,4)$$

Respuesta. La presión hidrostática es: $P = 1\,600\text{ Pa}$

EJEMPLO 02:

El recipiente mostrado contiene aceite, donde $h = 0,6\text{ m}$. Si el recipiente acelera hacia abajo con -6 j (m/s^2), determine la diferencia de presiones entre los puntos N y M. Densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$.

**Resolución**

La diferencia de presiones entre los puntos N y M es: $P_N - P_M = D_{ACEITE} \cdot (g - a) \cdot h$

Reemplazando los datos tenemos: $P_N - P_M = (800) \cdot (10 - 6) \cdot (0,6)$

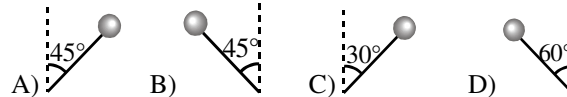
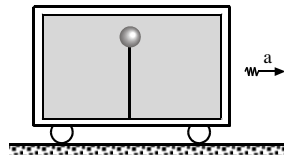
Respuesta. La diferencia de presiones es: $P_N - P_M = 1920\text{ Pa}$

20. EMPUJE Y GRAVEDAD EFECTIVA

En todo sistema acelerado, la magnitud del empuje es directamente proporcional al módulo de la gravedad efectiva.

$$E = D_{LIQ} \cdot (g \pm a) \cdot V_{SUMERGIDO}$$

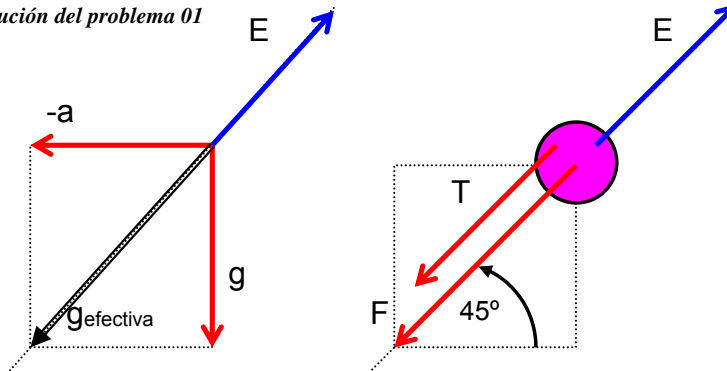
EJEMPLO 01: En un recipiente que contiene agua hay una esfera de corcho, atada mediante una cuerda al fondo. El recipiente comienza a moverse con aceleración constante $9,8\text{ i}$ (m/s^2). ¿Hacia dónde se desviará la cuerda?

**Resolución**

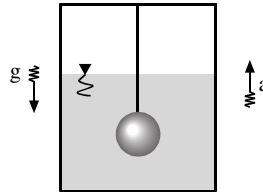
La gravedad efectiva es igual a la suma de la aceleración de la gravedad, mas, el opuesto de la

aceleración del sistema (carro). La dirección del empuje es opuesta a la gravedad efectiva. **La respuesta es: A**

Resolución del problema 01



EJEMPLO 02: En el techo de un ascensor se encuentra suspendida una esfera de 2 litros y densidad $4\,000\text{ kg/m}^3$ sumergida en agua como muestra la figura. Si el ascensor acelera con 4 m/s^2 , determine el módulo del empuje sobre la esfera. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$.



Resolución

El módulo de la gravedad efectiva es: $g_{ef} = (g+a)$.

Entonces el módulo del empuje es: $E = D_{AGUA} \cdot (g + a) \cdot V_{SUMERGIDO}$

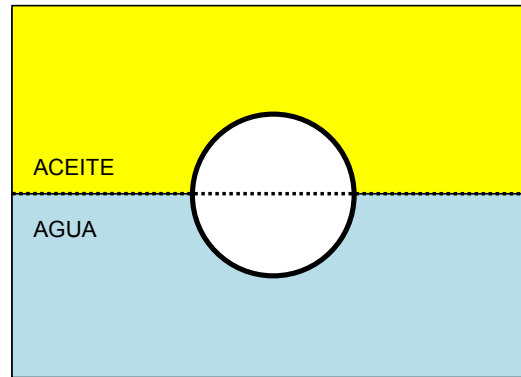
Reemplazado tenemos que: $E = (1000) \cdot (10 + 4) \cdot (0,002)$

Respuesta. El módulo del empuje es: $E = 28\text{ N}$

21. ARQUÍMEDES: (Siracusa, actual Italia, h. 287 a.C.-id., 212 a.C.) Matemático griego. Hijo de un astrónomo, quien probablemente le introdujo en las matemáticas, Arquímedes estudió en Alejandría, donde tuvo como maestro a Conón de Samos y entró en contacto con Eratóstenes; a este último dedicó Arquímedes su Método, en el que expuso su genial aplicación de la mecánica a la geometría, en la que «pesaba» imaginariamente áreas y volúmenes desconocidos para determinar su valor. Regresó luego a Siracusa, donde se dedicó de lleno al trabajo científico.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. La figura muestra dos líquidos no miscibles contenido en un recipiente. Determinar la densidad del cuerpo esférico (en kg/m^3), sabiendo que el 50% está sumergido en agua. Densidad del agua = $1\,000\text{ kg/m}^3$, Densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$



Para el problema 01

A) 900

B) 800

C) 850

D) 9 500

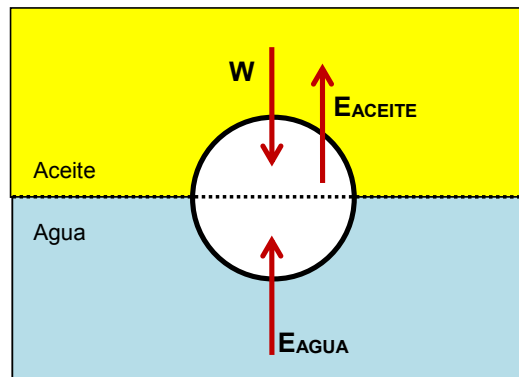
E) 1 200

RESOLUCIÓN

En la posición de equilibrio, el empuje equilibra al peso de la esfera, donde cada líquido ejerce un empuje independiente, $E_{AGUA} + E_{ACEITE} = W_{ESFERA}$

$$D_{AGUA} \cdot g \cdot \left(\frac{V}{2}\right) + D_{ACEITE} \cdot g \cdot \left(\frac{V}{2}\right) = D_{ESFERA} \cdot g \cdot \left(\frac{V}{1}\right)$$

Simplificando, $D_{ESFERA} = \frac{D_{AGUA} + D_{ACEITE}}{2}$



Resolución del problema 01

Respuesta: la densidad de la esfera es, $900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

2. Un bloque se encuentra sumergido totalmente en agua contenida en un recipiente cilíndrico que tiene sección transversal de área $1,0 \text{ m}^2$. Al retirar el bloque el nivel del agua desciende 5 cm, entonces la masa del bloque, en kg es:

A) 0,05 B) 0,5 C) 5 **D) 50** E) 500

RESOLUCIÓN

El valor del empuje es igual al peso del líquido desalojado. El volumen desalojado es,

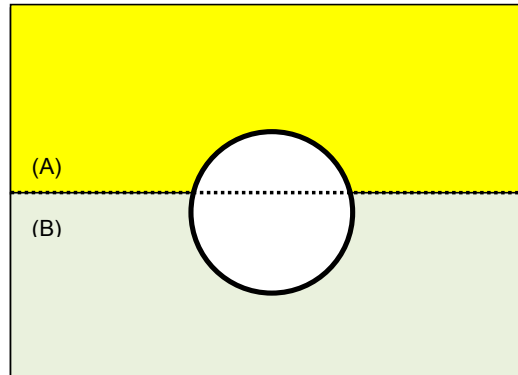
$$V = A \cdot h = (1,0 \text{ m}^2)(0,05 \text{ m}) = 0,05 \text{ m}^3$$

$$W_{\text{BLOQUE}} = D_{\text{AGUA}} \cdot g \cdot V_{\text{DESALOJADO}} \Rightarrow M_{\text{BLOQUE}} \cdot g = D_{\text{AGUA}} \cdot g \cdot V_{\text{DESALOJADO}}$$

$$M_{\text{BLOQUE}} = D_{\text{AGUA}} \cdot V_{\text{DESALOJADO}} \Rightarrow M_{\text{BLOQUE}} = \left(10000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0,05 \text{ m}^3) = 50 \text{ kg}$$

Respuesta: La masa del bloque es 50 kg.

3. Sabiendo que la densidad de A es 800 kg/m^3 y la densidad de B es 1000 kg/m^3 respectivamente. Calcule la densidad de la esfera si flota con el 40% de su volumen sumergido en el líquido "A".



Para el problema 03

A) 920 kg/m^3 B) 880 C) 820 D) 900 E) 980

RESOLUCIÓN

En la posición de equilibrio, el empuje equilibra al peso de la esfera, donde cada líquido ejerce un empuje independiente, $E_A + E_B = W_{\text{ESFERA}}$

$$D_A \cdot g \cdot (40\%) + D_B \cdot g \cdot (60\% V) = D_{\text{ESFERA}} \cdot g \cdot (100\% V)$$

Simplificando, $D_{\text{ESFERA}} = 40\% D_A + 60\% D_B$

Reemplazando, $D_{\text{ESFERA}} = 0,4 \left(800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) D_A + 0,6 \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$

Respuesta: la densidad de la esfera es, $920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

4. Una esfera de plástico flota en el agua con 50% de su volumen sumergido. Esta misma esfera flota en un líquido desconocido "X" con 40% de su volumen sumergido. Determine la densidad del líquido "X". (Densidad del agua = 1000 kg/m^3)

A) 500 kg/m^3 **B) 1 250** C) 450 D) 550 E) 390

RESOLUCIÓN

Si el mismo cuerpo, los empujes son iguales;

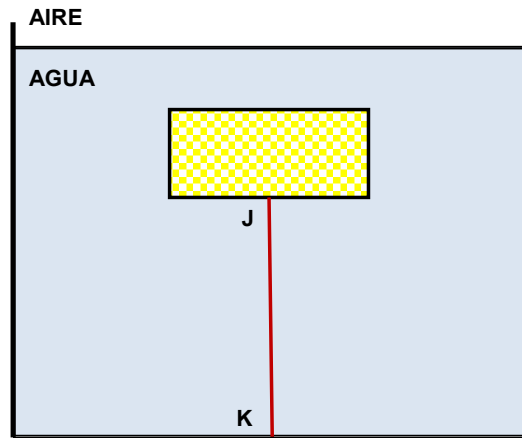
$$E_{\text{AGUA}} = E_{\text{LIQUIDO}} \Rightarrow D_{\text{AGUA}} \cdot g \cdot V_1 = D_{\text{LIQUIDO}} \cdot g \cdot V_2$$

reemplazando, $D_{AGUA} \cdot V_1 = D_{LIQUIDO} \cdot V_2 \Rightarrow \left(1000 \frac{kg}{m^3}\right) \cdot (50\% V) = D_{LIQUIDO} \cdot (40\% V)$

Despejando, $D_{LIQUIDO} = 1250 \frac{kg}{m^3}$

Respuesta: la densidad del líquido es, $1250 \frac{kg}{m^3}$

5. Para el bloque mostrado, determine el módulo de la tensión en la cuerda JK. Su volumen es de 2000 cm^3 , su masa de 200 gramos y está sumergido en agua. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Para el problema 05

A) 22 N

B) 18 N

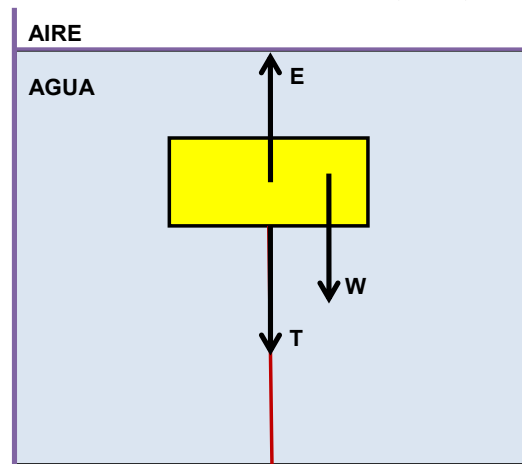
C) 24 N

D) 30 N

E) 16 N

RESOLUCIÓN

I. Cálculo del peso del bloque, $W_{ESFERA} = m \cdot g = (0,2 \text{ kg}) \left(10 \frac{N}{kg}\right) = 2 \text{ N}$



Resolución del problema 05

II. Cálculo del empuje, $E = D_{AGUA} \cdot g \cdot V_{SUMERGIDO} = \left(1000 \frac{kg}{m^3}\right) \left(10 \frac{N}{kg}\right) (2 \times 10^{-3} m^3) = 20 N$

En la posición de equilibrio, el empuje equilibra al peso de la esfera, más la tensión en la cuerda, $E = W_{ESFERA} + T \Rightarrow T = E - W_{ESFERA}$

Reemplazando, $T = 20 N - 2 N = 18 N$

Respuesta: la tensión en la cuerda es, 18 N

6. Un cuerpo pesa en el vacío 500 N y sumergido en agua pesa 300 N. ¿Cuál es su densidad? (en kg/m³)

A) 2000 **B) 2500** C) 3000 D) 2800 E) 2850

RESOLUCIÓN

El peso real es 500 N y el peso aparente es 300 N, entonces el empuje que ejerce el agua sobre el cuerpo es la diferencia entre el peso real y el peso aparente. El empuje es, $E = 500 N - 300 N = 200 N$

Pero, $E = D_{AGUA} \cdot g \cdot V_{SUMERGIDO} \Rightarrow 200 N = \left(1000 \frac{kg}{m^3}\right) \left(10 \frac{N}{kg}\right) V_{TOTAL}$

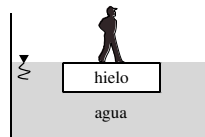
El volumen total es, $V_{TOTAL} = \frac{20}{1000} m^3$

La masa del cuerpo es, $M = \frac{Peso}{g} = \frac{500 N}{10 \frac{N}{kg}} = 50 kg$

La densidad del cuerpo es, $D = \frac{M}{V} = \frac{50 kg}{\frac{20}{1000} m^3} = 2500 \frac{kg}{m^3}$

Respuesta: la densidad del cuerpo es $2500 \frac{kg}{m^3}$

7. Un hombre de 50 kg se encuentra parado sobre un bloque de hielo de espesor 50 cm, en equilibrio. Determinar el área de la menor superficie horizontal del bloque, tal que, el hombre do moje los zapatos. Densidad del agua = 1000 kg/m³, g = 10 m/s².



A) 1 m² B) 0,5 C) 2 D) 2,5 E) 0,1

RESOLUCIÓN

En la posición de equilibrio, el empuje equilibra al peso del bloque de hielo, más el peso del hombre, $E = W_{HIELO} + W_{HOMBRE}$

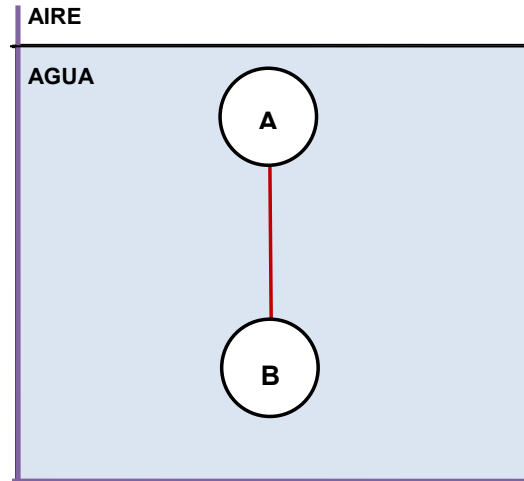
$$D_{AGUA} \cdot g \cdot V = D_{HIELO} \cdot g \cdot V + W_{HOMBRE}$$

$$\left(1000 \frac{kg}{m^3}\right) \left(10 \frac{N}{kg}\right) V = \left(900 \frac{kg}{m^3}\right) \left(10 \frac{N}{kg}\right) V + (50 kg) \left(10 \frac{N}{kg}\right)$$

Resolviendo, $V = 0,5 \text{ m}^3 = A \cdot h \Rightarrow 0,5 \text{ m}^3 = A \cdot (0,5 \text{ m}) \Rightarrow A = 1,0 \text{ m}^2$

Respuesta el área de la menor superficie horizontal del bloque es $1,0 \text{ m}^2$

8. Determine la tensión en la cuerda que une los balones **A** = 1 kg y **B** = 4 kg, del mismo volumen sumergidos en agua, si se encuentran en equilibrio en la posición mostrada. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



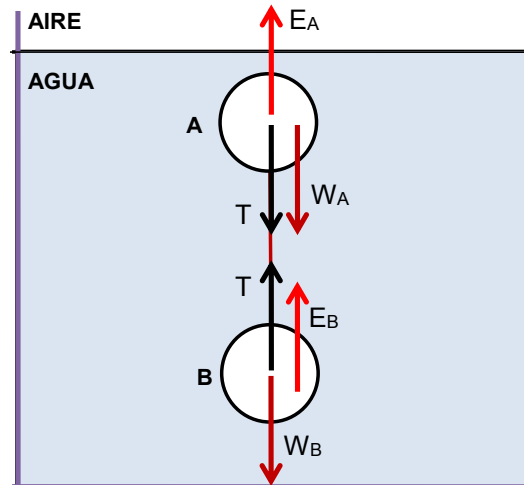
Para el problema 08

- A) 25 N B) 18 N C) 12 N D) 30 N **E) 15 N**

RESOLUCIÓN

En la posición de equilibrio, los empujes equilibran a los pesos de las esferas,

$$E_A + E_B = W_A + W_B$$



Resolución del problema 08

Reemplazando,

$$D \cdot g \cdot V + D \cdot g \cdot V = M_A \cdot g + M_B \cdot g$$

Simplificando,

$$2E = M_A \cdot g + M_B \cdot g \Rightarrow E = 25 \text{ N}$$

Analizando la esfera inferior de peso 40 N, $T + E = W_B$

Reemplazando tenemos, $T + 25 \text{ N} = 40 \text{ N}$

Respuesta: el valor de la tensión en la cuerda es, 15 N

9. ¿Qué sucede con un cubo de $0,5 \text{ m}$ de arista y 150 kg que se sumerge totalmente en agua y luego se suelta?

A) Flota parcialmente sumergido

B) Flota totalmente sumergido

C) Se hunde acelerando.

D) Se hunde en equilibrio.

E) Depende de cuánto se hunda inicialmente.

RESOLUCIÓN

Cálculo del volumen del cubo,

$$V = L^3 = (0,5 \text{ m})^3 = 0,125 \text{ m}^3$$

Cálculo de la densidad de bloque,

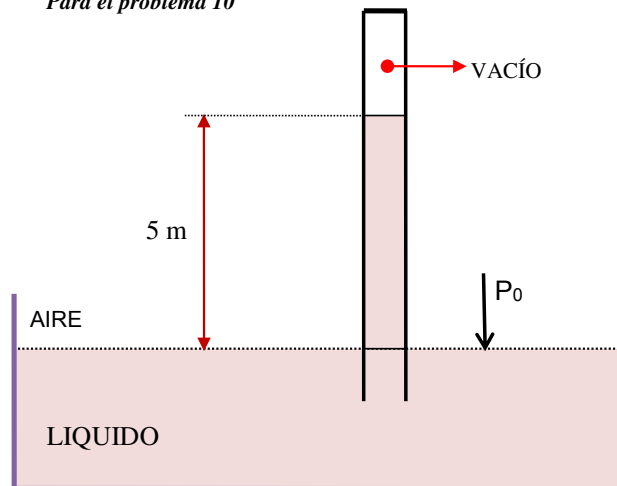
$$D = \frac{M}{V} = \frac{150 \text{ kg}}{0,125 \text{ m}^3} = 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

El cuerpo cubico tiene mayor densidad que el agua, por consiguiente se hunde acelerando.

Respuesta: Se hunde acelerando.

10. En el barómetro mostrado determinar la densidad del líquido (en kg/m^3). Presión atmosférica = 100 kPa . $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Para el problema 10



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos el principio fundamental de la hidrostática. Tomamos como referencia la superficie que divide el aire y el líquido.

SEGUNDO PASO. La presión del vacío es nula.

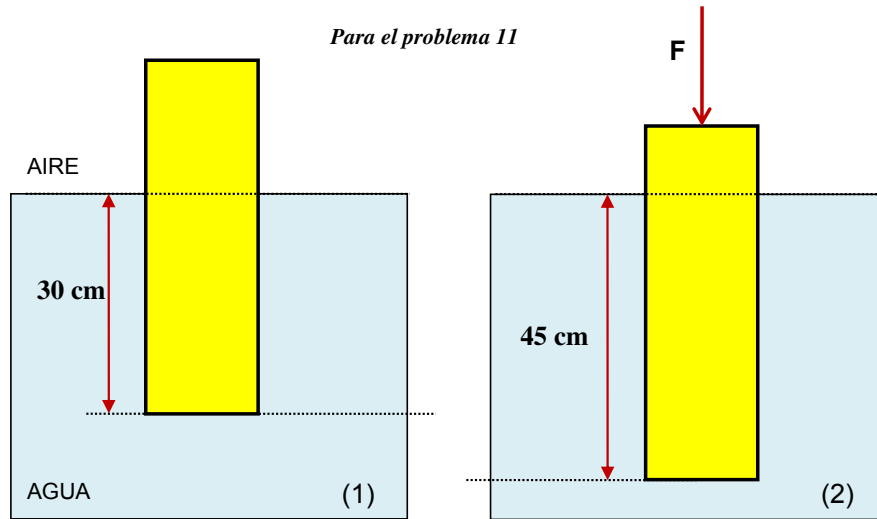
$$P_{ATMOSFERICA} = P_{HIDROSTATICA} + P_{VACIO}$$

$$10^5 = D_{LIQ} \cdot g \cdot h + 0 \Rightarrow 10^5 = D_{LIQ} \cdot (10) \cdot (5)$$

$$D_{LIQ} = 2000 \text{ kg.m}^{-3}$$

Respuesta. La densidad del líquido es el doble de la densidad del agua.

11. *Una plataforma de 2 m^2 de área de la base y $0,5 \text{ m}$ de altura flota en agua, tal como muestra la figura (1). Determine el valor de la fuerza vertical F (en kN) necesaria que se debe aplicar sobre la plataforma para que flote en agua totalmente sumergido, como muestra la figura (2).



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Podemos observar que en el estado (2) existe un incremento del empuje, el volumen sumergido se incrementa.

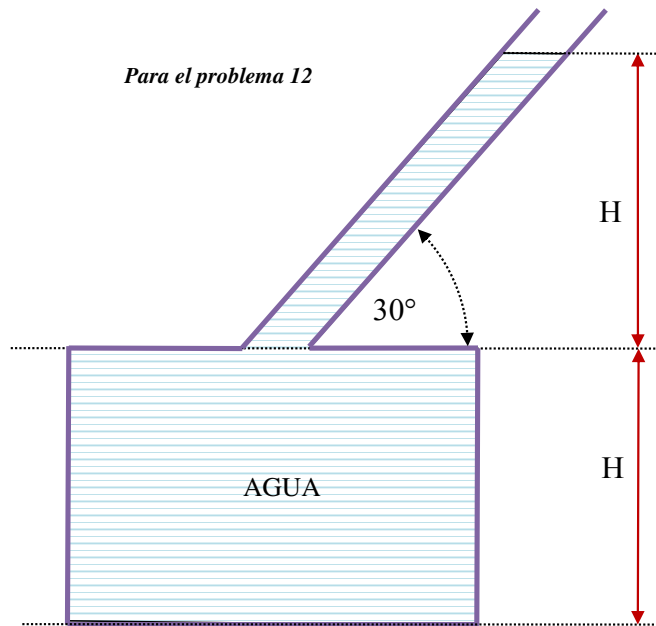
SEGUNDO PASO. El valor de la fuerza es igual al incremento del empuje sobre el cuerpo.

$$F = \Delta E \Rightarrow F = D_{AGUA} \cdot g \cdot \Delta V \quad (\Delta V = A \cdot \Delta h)$$

$$F = D_{AGUA} \cdot g \cdot A \cdot \Delta h = (1000) \cdot (10) \cdot (2) \cdot (0,15) = 3000 \text{ N}$$

Respuesta: el valor de la fuerza es 3 kilonewtons.

12. Se muestra un recipiente que contiene agua. Si $H=2$ m, determine la presión hidrostática (en kPa) en el fondo del recipiente.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La presión hidrostática depende de la altura, no del largo del tubo mostrado.

La presión de hidrostática en el fondo del recipiente es proporcional a la altura $2H$.

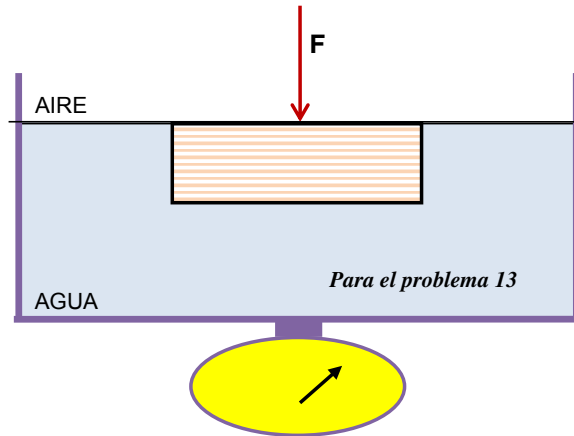
SEGUNDO PASO. Aplicamos la ecuación para determinar la presión hidrostática.

$$P = D_{AGUA} \cdot g \cdot h \Rightarrow P = D_{AGUA} \cdot g \cdot (2H)$$

$$P = (1000) \cdot (10) \cdot (4) = 40000 \text{ Pa}$$

Respuesta. La presión hidrostática en el fondo es 40 kilopascals

13. Sobre una balanza se tiene un recipiente con agua y la balanza registra un peso de 50 N. Si se introduce en el agua un cubo de 10 cm de arista con una masa de 500 gramos y se le mantiene totalmente sumergido tal como se muestra, determínese el nuevo registro de la balanza (en N).



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El incremento de la lectura en la balanza es igual al empuje que se ejerce sobre el bloque (fuerza de reacción).

SEGUNDO PASO. Cálculo de la densidad del cubo:

$$D = \frac{m}{V} \Rightarrow D = \frac{0,5 \text{ kg}}{(10^{-3} \text{ m}^3)} = 500 \text{ kg.m}^{-3}$$

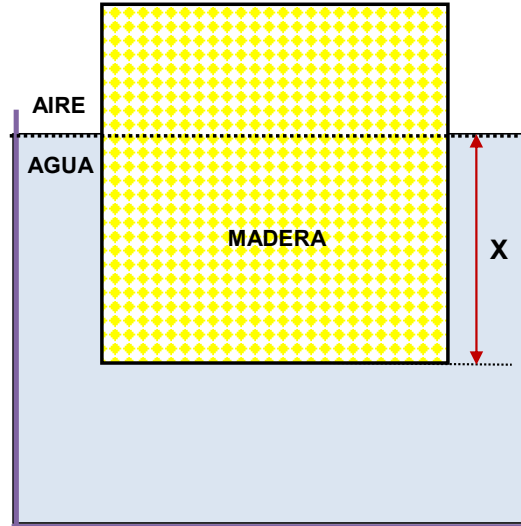
Si la fuerza F es nula, el bloque flota en el agua sumergido el 50% de su volumen.

TERCER PASO. Cálculo del empuje sobre el cubo. La reacción (empuje) actúa sobre el líquido.

$$E = D_{AGUA} \cdot g \cdot V_{SUM} = (1000) \cdot (10) \cdot (10^{-3}) = 10 \text{ N}$$

Respuesta. La nueva lectura en la balanza es: $L = 50 \text{ N} + 10 \text{ N} = 60 \text{ N}$

14. Si el bloque cúbico de madera de 40 cm de arista es de 40 kg y flota parcialmente sumergido, determine la medida de X.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la densidad de la madera.

$$D = \frac{m}{V} \Rightarrow D = \frac{40 \text{ kg}}{(0,064 \text{ m}^3)} = 625 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

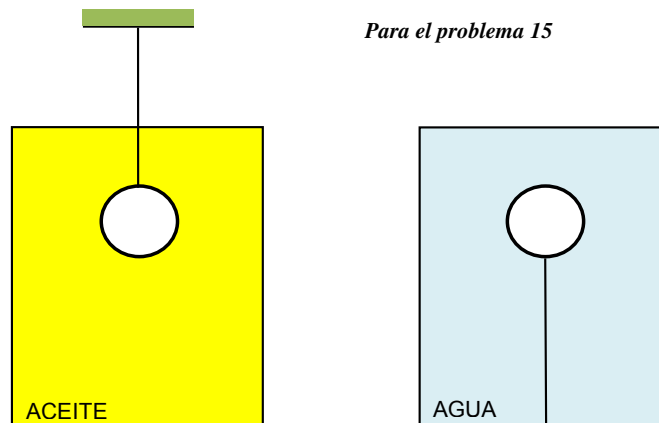
SEGUNDO PASO. Aplicamos la condición de equilibrio.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow E = W \Rightarrow D_{AGUA} \cdot g \cdot V_1 = D_{MADERA} \cdot g \cdot V_2$$

$$D_{AGUA} \cdot A \cdot (X) = D_{MADERA} \cdot A \cdot (40 \text{ cm}) \Rightarrow X = \left(\frac{D_{MADERA}}{D_{AGUA}} \right) \cdot (40 \text{ cm})$$

Respuesta. $X = \left(\frac{625}{1000} \right) \cdot (40 \text{ cm}) = 25 \text{ cm}$

15. Se muestra dos esferas idénticas sumergidas en líquidos diferentes. Si la tensión en los cables tiene el mismo módulo, determinar la densidad del cuerpo esférico (en kg/m^3). Densidad del agua = $1\,000 \text{ kg/m}^3$, Densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$



Para el problema 15

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del cuerpo sumergido en aceite.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow E_{\text{aceite}} + T = W \Rightarrow T = W - E_{\text{aceite}} \dots (1)$$

SEGUNDO PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del cuerpo sumergido en agua.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow E_{\text{agua}} = W + T \Rightarrow T = E_{\text{agua}} - W \dots (2)$$

TERCER PASO. Igualando las ecuaciones (1) y (2).

$$W - E_{\text{aceite}} = E_{\text{agua}} - W \Rightarrow 2W = E_{\text{agua}} + E_{\text{aceite}}$$

$$2 \cdot D_{\text{CUERPO}} \cdot g \cdot V = D_{\text{AGUA}} \cdot g \cdot V + D_{\text{ACEITE}} \cdot g \cdot V$$

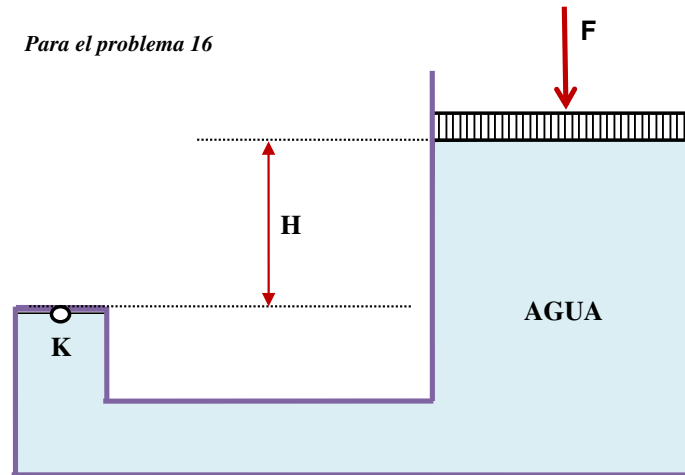
$$D_{\text{CUERPO}} = \frac{D_{\text{ACEITE}} + D_{\text{AGUA}}}{2} \Rightarrow D_{\text{CUERPO}} = 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Respuesta. La densidad del cuerpo es la media de la densidad del aceite y del agua.

16. El recipiente que se muestra está cerrado por un émbolo de peso 20 N que se puede deslizar libremente. El recipiente está completamente lleno de agua y el área de émbolo es $0,01 \text{ m}^2$. Se aplica al émbolo una fuerza vertical $F=50 \text{ N}$. Si la altura $H=50 \text{ cm}$, determine la presión absoluta (en kPa) en el punto K. Presión atmosférica = 100 kPa . $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

RESOLUCIÓN

Para el problema 16



PRIMER PASO: La presión absoluta en el punto K depende de, la presión hidrostática que ejerce el agua, la presión que ejerce el peso del émbolo, la presión de la fuerza externa y la presión atmosférica.

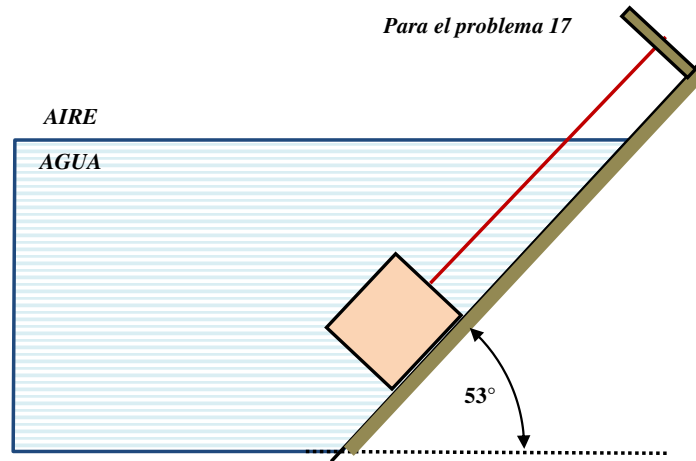
SEGUNDO PASO. Aplicamos la ecuación del principio fundamental de la hidrostática.

$$P_{\text{ABSOLUTA}} = D_{\text{AGUA}} \cdot g \cdot H + \frac{W}{A} + \frac{F}{A} + P_{\text{ATMOSFERICA}}$$

$$P_{\text{ABSOLUTA}} = (1000) \cdot (10) \cdot (0,5) + \frac{20}{0,01} + \frac{50}{0,01} + 10^5$$

Respuesta. $P_{\text{ABSOLUTA}} = 112000 \text{ Pa} = 112 \text{ kPa}$

17. Se muestra un bloque de 2 litros y densidad $1\,500\text{ kg/m}^3$, sumergido totalmente en agua, en equilibrio. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda. Densidad del agua = $1\,000\text{ kg/m}^3$, $g = 10\text{ m.s}^{-2}$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos la propiedad del plano inclinado. La fuerza resultante en la vertical es la diferencia entre el peso W y la fuerza de empuje E .

SEGUNDO PASO. Cálculo de la tensión T en la cuerda.

$$T = (W - E) \cdot \text{Sen}\theta \Rightarrow T = (D_{\text{CUERPO}} \cdot g \cdot V - D_{\text{AGUA}} \cdot g \cdot V) \cdot \text{Sen}\theta$$

$$T = (g) \cdot (V) \cdot (D_{\text{CUERPO}} - D_{\text{AGUA}}) \cdot \text{Sen}\theta$$

$$T = (10) \cdot (2 \cdot 10^{-3}) \cdot (1500 - 1000) \cdot \text{Sen}53^\circ$$

$$T = 8\text{ N}$$

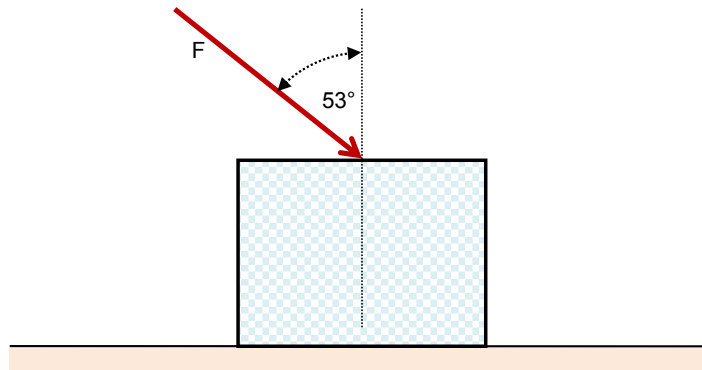
Respuesta: el valor de la tensión en la cuerda es 8 newtons.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE*** DENSIDAD**

1. Si 50 litros contienen 400 kg de cierta sustancia. Determinar la densidad en kg/m^3 .
A) 8 B) 0,8 C) 0,08 D) 0,008 E) 8 000
2. Si 4 litros contienen 800 g de cierta sustancia. Determinar la densidad en kg/m^3 .
A) 2 B) 20 C) 200 D) 2000 E) 0,2
3. Se tiene 4 m^3 de hielo. Determine el peso del bloque de hielo. Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$ y densidad del hielo $= 900 \text{ kg/m}^3$
A) 36 N B) 360 N C) 3,6N D) 360 kN E) 36 kN
4. Determinar el peso de 5 m^3 de un bloque de cemento. Considere: $g = 10 \text{ m/s}^2$ y densidad del cemento $= 2 900 \text{ kg/m}^3$
A) 145 N B) 1450N C) 14,5 N D) 1,45 N E) 145 kN
5. Determine la densidad de un cubo de 4 kg y arista 2 m.
A) 1 kg/m^3 B) $0,5 \text{ kg/m}^3$ C) 2 kg/m^3 D) $0,8 \text{ kg/m}^3$ E) $1,2 \text{ kg/m}^3$
6. Determine la masa de aceite contenida en un litro, si su densidad es de 800 kg/m^3 .
A) 0,8 kg B) 0,6 kg C) 1 kg D) 0,9 kg E) 1,2 kg

*** PRESIÓN Y PRESIÓN HIDROSTÁTICA**

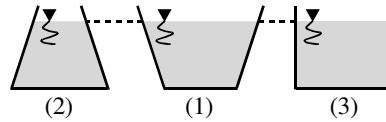
7. Se muestra un cubo de 4 kg y arista 10 cm. Determinar la presión sobre el piso si se aplica una fuerza de módulo 500 N. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Para el problema 07

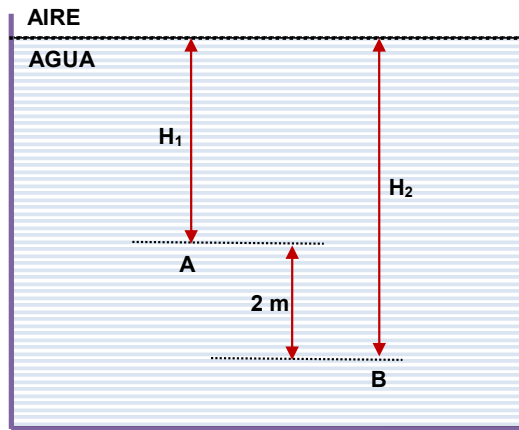
- A) 35 kPa B) 40 kPa C) 28 kPa D) 34 kPa E) 30 kPa
8. Calcule la presión que ejerce sobre el piso un cubo de 4 kg y arista de 10 cm. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
A) 4 kPa B) 3 kPa C) 6 kPa D) 5 kPa E) 1 kPa

9. Los recipientes que se muestran en la figura contienen agua hasta el mismo nivel y tienen igual área en la base. Según estas condiciones podemos afirmar que:



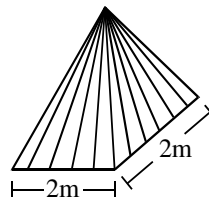
- I. La mayor presión en la base lo soporta el recipiente (1).
 II. La menor presión en la base lo soporta el recipiente (2).
 III. Los tres recipientes soportan igual presión en la base.
 A) VVV B) VVF C) FFV D) FVV E) VFV

10. ¿Cuál es la presión absoluta en el punto "B", si en "A" es de 130 kPa y la densidad del agua es de 1000 kg/m^3 ? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



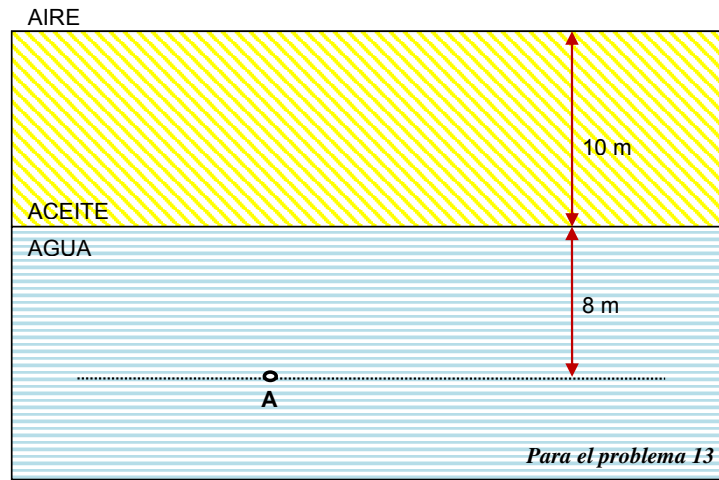
Para el problema 10

- A) 130 kPa B) 140 kPa C) 150 kPa D) 160 kPa E) 170 kPa
11. Determine la presión atmosférica en kPa, si equivale a la presión que ejerce una columna de agua de 10,33 m de altura. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
 A) 105,2 B) 100,8 **C) 103,3** D) 102,3 E) 101,8
12. Un sólido que tiene forma de una pirámide de 80 kg, se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal. Determine la presión que ejerce el sólido sobre el piso. $g = 10 \text{ m/s}^2$.



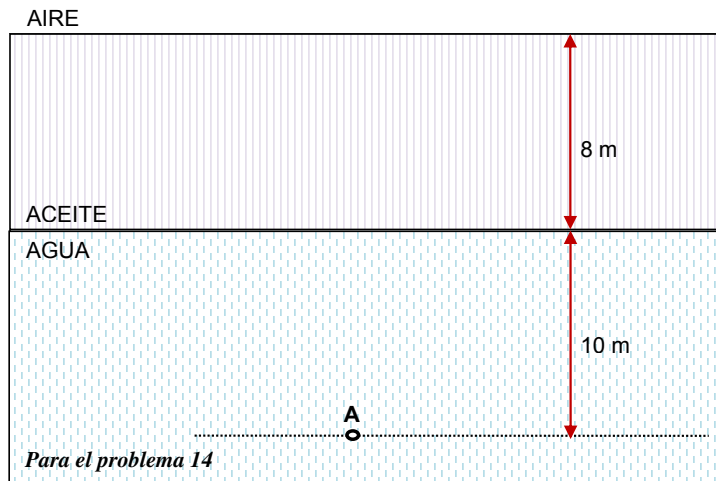
- A) 200 Pa B) 200 kPa C) 20 kPa D) 500 Pa E) 500 kPa

13. Se muestra un recipiente que contiene dos líquidos no miscibles. Determinar la presión hidrostática en el punto A. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$



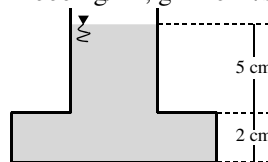
- A) 160 Pa B) 160 kPa C) 50 kPa D) 500 Pa E) 500 kPa

14. Se muestra un recipiente que contiene dos líquidos no miscibles. Determinar la presión hidrostática en el punto A. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.



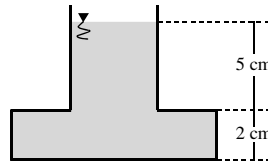
- A) 160 Pa **B) 164 kPa** C) 1,6 kPa D) 16 Pa E) 500 kPa

15. La figura muestra un recipiente que contiene agua. Determinar la presión hidrostática en el fondo del recipiente. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.

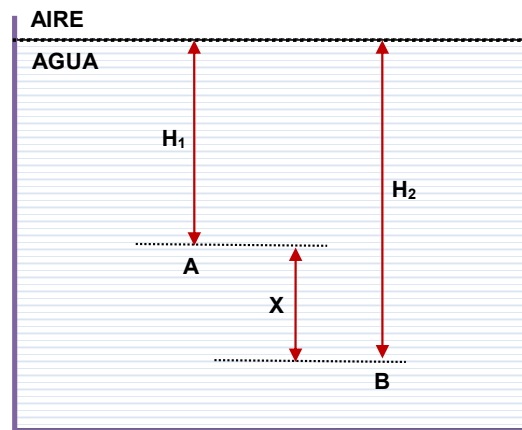


- A) 700 Pa B) 160 kPa C) 1,6 kPa D) 70 Pa E) 7 Pa

16. La figura muestra un recipiente que contiene aceite. Determinar la presión hidrostática en el fondo del recipiente. Densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.



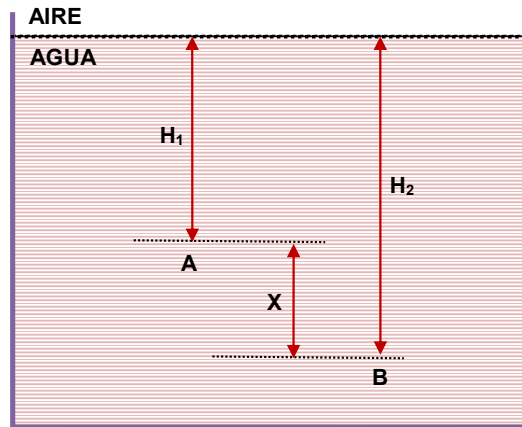
- A) 560 Pa B) 560 kPa C) 1,6 kPa D) 70 Pa E) N.A.
17. La presión hidrostática en un punto en el interior de agua es 800 kPa. ¿Cuántos metros se debe ascender, tal que, la presión hidrostática se reduzca a la quinta parte? Densidad del agua = 1000 kg/m^3 .



Para el problema 17

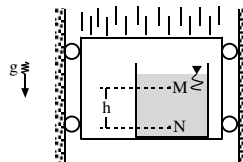
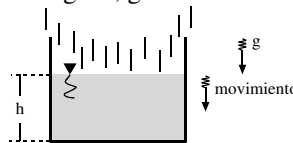
- A) 64 m B) 6,4 m C) 0,64 m D) 5 m E) Ninguna anterior
18. Un cuerpo cúbico de 20 cm de arista y 800 newtons de peso se encuentra sobre el piso. Hallar la presión sobre el piso.
A) 2 Pa B) 20 Pa C) 200 Pa D) 2 kPa E) 20 kPa
19. Un cilindro de 20 cm altura, área de la base $0,5 \text{ m}^2$ y 400 N de peso se encuentra sobre el piso. Hallar la presión sobre el piso.
A) 80 Pa B) 800 Pa C) 8 kPa D) 80 kPa E) 8 Pa
20. Un cilindro de altura 2 metros contiene aceite hasta el tope. Halle la presión hidrostática en el fondo del cilindro. Densidad del aceite = 800 kg/m^3 .
A) 16 Pa B) 160 kPa C) 32 kPa D) 1,6 kPa E) 16 kPa
21. En cierta laguna, hallar la presión hidrostática a 5 m de profundidad.
Densidad del agua = 1000 kg/m^3
A) 5 Pa B) 5 kPa C) 50 kPa D) 500 Pa E) 500 kPa

22. Un cilindro de altura 1,5 metros contiene agua hasta el tope. Halle la presión hidrostática en el fondo del cilindro. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 .
 A) 15 Pa B) 15 kPa C) 24 Pa D) 120 Pa E) 12 kPa
23. La presión hidrostática en un punto en el interior de agua es 200 kPa. ¿Cuántos metros se debe descender tal que la presión hidrostática se cuadruplique? Densidad del agua = 1000 kg/m^3 .



Para el problema 23

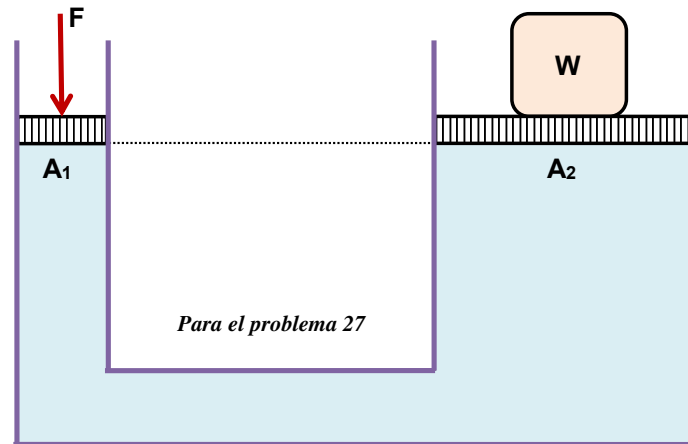
- A) 60 m B) 6 m C) 0,6 m D) 50 m E) Ninguna anterior
24. El recipiente mostrado contiene agua, donde $h = 0,4 \text{ m}$. Si el recipiente acelera hacia abajo con -6 m/s^2 , determine la presión hidrostática en el fondo del recipiente. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.
25. El recipiente mostrado contiene aceite, donde $h = 0,6 \text{ m}$. Si el recipiente acelera hacia abajo con -6 m/s^2 , determine la presión hidrostática en el fondo del recipiente. Densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.



- A) 16 Pa B) 1,6 kPa C) 24 Pa D) 120 Pa E) N.A.
- A) 1 920 Pa B) 192 kPa C) 24 Pa D) 120 Pa E) N.A.
26. Calcule la presión a una profundidad de 1000 m en el océano. Suponga que la densidad del agua de mar es $1,024 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ y considere la presión atmosférica con un valor de $1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$. (Dato: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
 A) $1,01 \times 10^7 \text{ Pa}$ B) 10^6 Pa C) $2 \times 10^5 \text{ Pa}$ D) 10^5 Pa E) 10^7 Pa

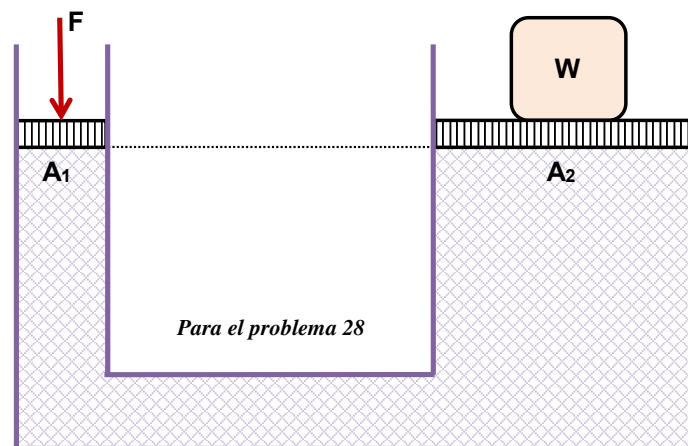
PRINCIPIO DE PASCAL

27. Se muestra una prensa hidráulica cuyos émbolos tienen radios 20 cm y 80 cm. Si sobre el émbolo menor se aplica una fuerza de $F=40$ N. ¿Qué peso W es posible levantar en el émbolo mayor? Desprecie la masa de los émbolos.



- A) 1 920 N B) 192 N **C) 640 N** D) 120 N E) 200 N

28. Determine la masa “m” necesaria del bloque W para equilibrar la prensa hidráulica, si se aplica una fuerza vertical de módulo $F=50$ N en el émbolo menor, sabiendo además que los diámetros de los émbolos están en relación de 1 a 5. Desprecie la masa de los émbolos. ($g = 10$ m/s²)



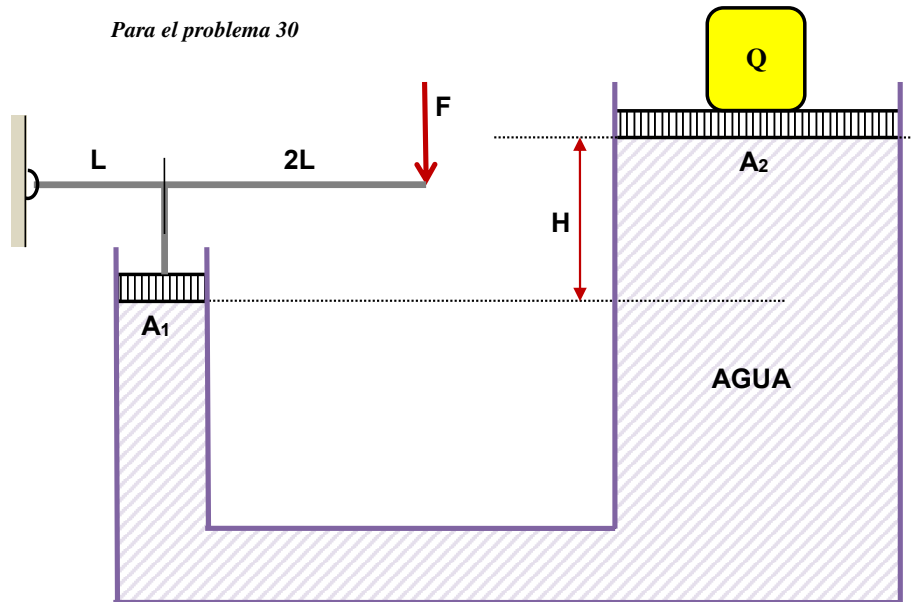
- A) 130 kg B) 140 kg C) 128 kg D) 135 kg **E) 125 kg**

29. Se tiene una prensa hidráulica cuyos émbolos tienen 20 cm y 2 cm de radio. Si sobre el émbolo menor se aplica una fuerza de 4 N, ¿Qué peso es posible levantar en el émbolo mayor?

- A) 400 N** B) 290 N C) 380 N D) 450 N E) 350 N

30. En el sistema de máquinas simples, determine el valor de la fuerza F (en N) necesaria para mantener al bloque Q de 300 kg en equilibrio. Sabiendo que el área de los émbolos se encuentra en la razón de 1 a 8. Donde $H=0,5$ m. Desprecie peso de los pistones.

Para el problema 30



- A) 633 **B) 125** C) 833 D) 1233 E) ninguna

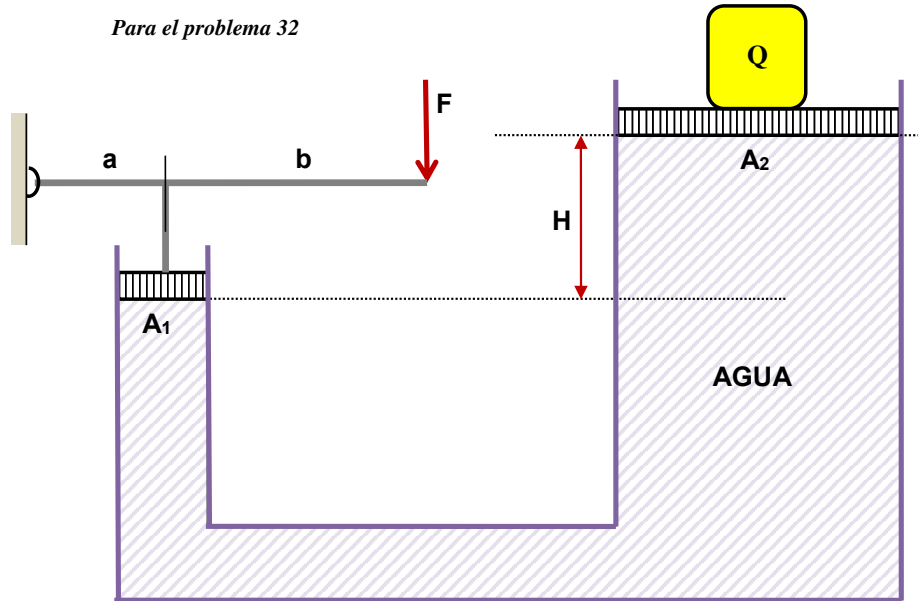
31. Un vaso contiene un líquido de densidad δ_1 y otro vaso un líquido de densidad δ_2 . Un cuerpo colocado en el primer vaso va directamente al fondo, mientras que colocado en el segundo vaso queda con $1/3$ de su volumen fuera del líquido.

La relación $\frac{\delta_1}{\delta_2}$ es:

- A) Mayor que $3/2$ B) Igual a $3/2$ C) Igual a $1/3$
D) Mayor que $3/4$ E) Menor que $2/3$

32. Determinar el módulo de la fuerza F , sabiendo que el sistema se encuentra en equilibrio. El bloque Q de 3 000 kg se encuentra en reposo. Los émbolos tienen de masa despreciable y áreas $A_1 = 0,1 \text{ m}^2$ y $A_2 = 1,0 \text{ m}^2$. Donde $b = 3a$, densidad del agua = 1000 kg/m^3 , la altura $H = 1,0 \text{ m}$. $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Para el problema 32



A) 1 kN

B) 2 kN

C) 3 kN

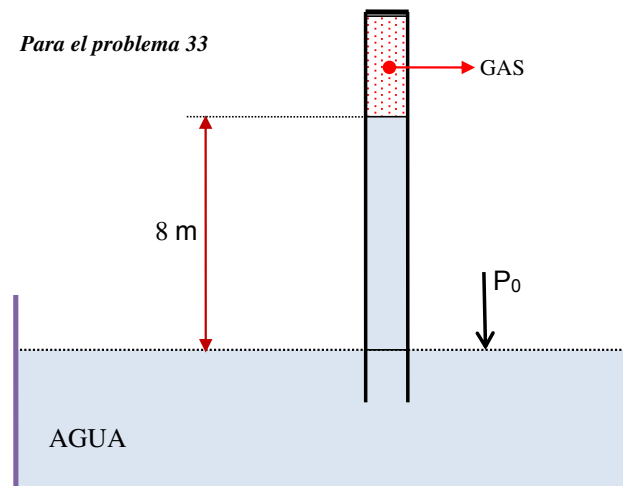
D) 4 kN

E) N.A.

PRESIÓN ATMOSFÉRICA

33. En el barómetro mostrado determinar la cantidad de presión del gas. El líquido contenido en el tubo es agua. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$. Presión atmosférica = 100 kPa .

Para el problema 33



A) 20 Pa

B) 20 kPa

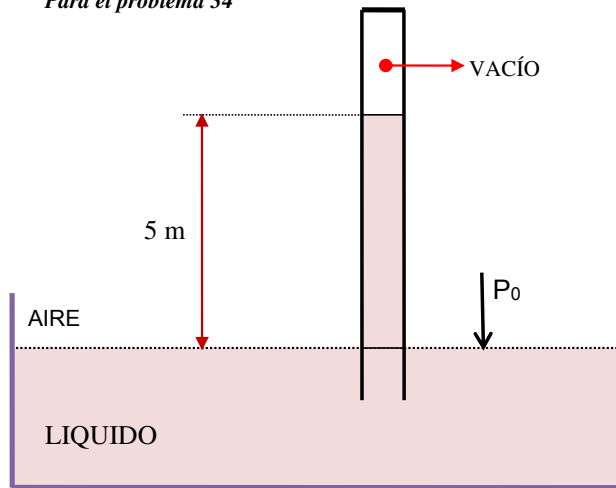
C) 100 kPa

D) 150 kPa

E) 12 kPa

34. *En el barómetro mostrado determinar la densidad del líquido (en kg/m^3). Presión atmosférica = 100 kPa. $g = 10 \text{ m/s}^2$.

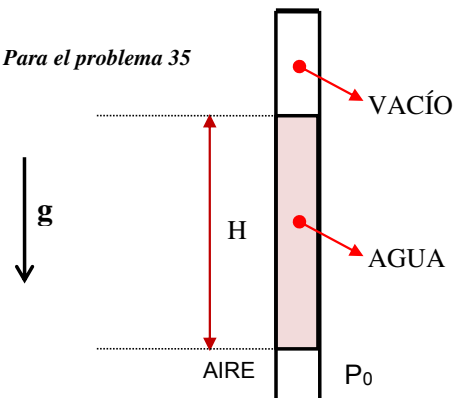
Para el problema 34



- A) 1 000 B) 500 C) 1 500 **D) 2 000** E) 3 000

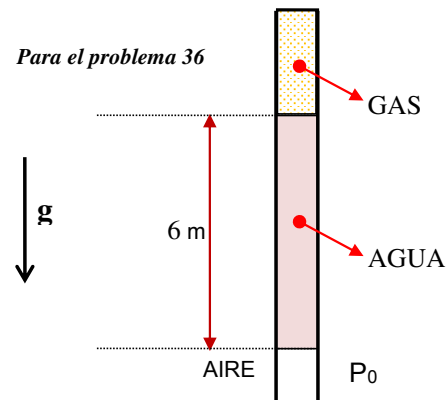
35. Determinar la altura de la columna H de agua que se encuentra en equilibrio. Densidad del agua = $1\,000 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$. Presión atmosférica = 100 kPa.

Para el problema 35



- A) 8 m B) 9 m C) 9,5 m **D) 10 m** E) 12 m

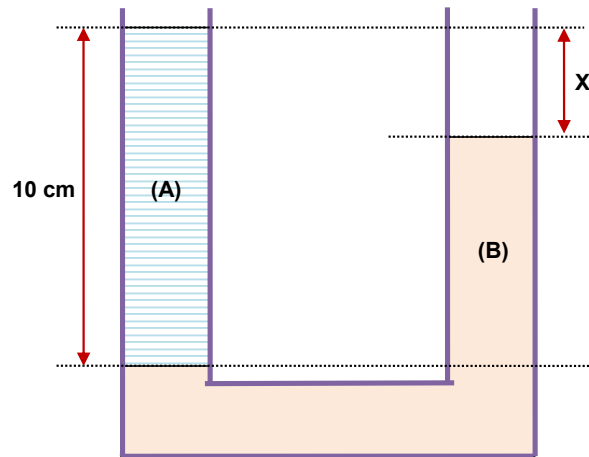
36. Determinar la presión del gas encerrado en el tubo vertical. Densidad del agua = $1\,000 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$. Presión atmosférica = 100 kPa.



- A) 20 Pa B) 20 kPa **C) 40 kPa** D) 60 kPa E) 120 kPa

VASOS COMUNICANTES

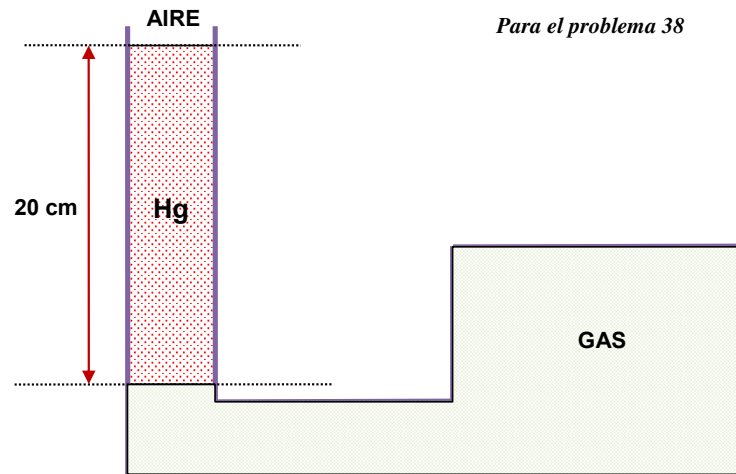
37. Determine la medida de “X”, si las densidades de los líquidos “A” y “B” en equilibrio en el tubo en “U” son de 800 y 1000 kg/m³ respectivamente.



Para el problema 37

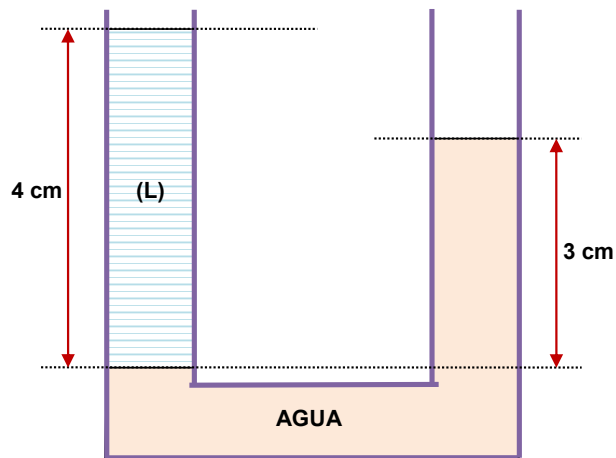
- A) 1 cm B) 3 cm C) 5 cm D) 4 cm E) 2 cm

38. ¿Cuál es la presión absoluta en kPa ejercida por el aire comprimido del tanque, si la densidad del mercurio es de 13 600 kg/m³ y la presión atmosférica de 100 kPa? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A) 100,8 B) 125,4 C) 132,7 D) 127,2 E) 136,8

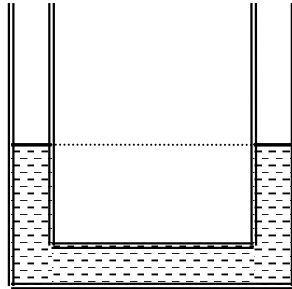
39. Dos líquidos no miscibles están en equilibrio. Determinar la densidad del líquido (L) (en kg/m^3) sabiendo que el otro es agua. Densidad del agua = $1\,000\text{ kg}/\text{m}^3$, $g = 10\text{ m}/\text{s}^2$.



Para el problema 39

- A) 700 B) 750 C) 800 D) 850 E) 1200

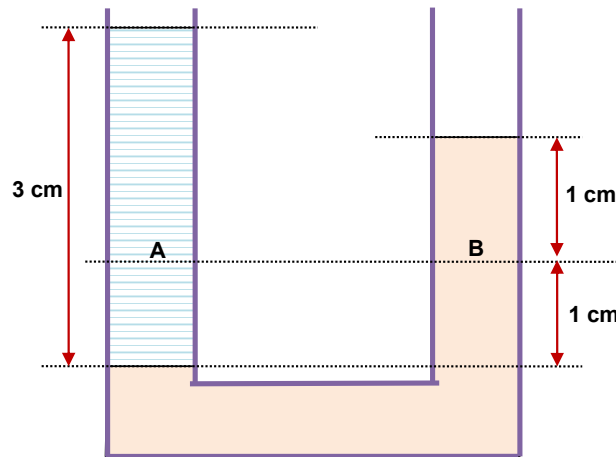
40. Un tubo en U contiene mercurio solamente. Luego en una de sus ramas se ha vertido una columna de agua de 44 cm de altura, y en la otra un líquido de densidad 6 g/cm^3 y altura 30 cm. Determinar la distancia vertical entre los niveles de mercurio en ambas ramas. Densidad mercurio = $13,6 \text{ g/cm}^3$.



Para el problema 40

- A) 10 cm B) 15 cm C) 12 cm D) 18 cm E) 20 cm

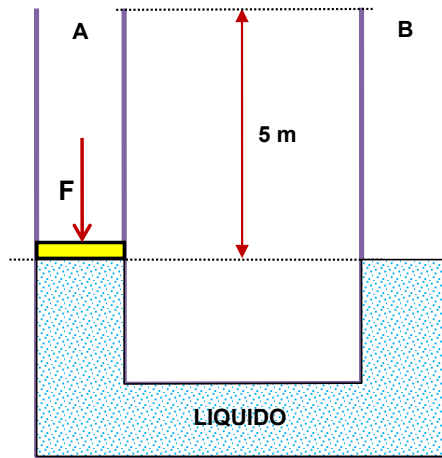
41. La figura muestra un tubo en U que contiene dos líquidos no miscibles. Determine la relación entre las presiones hidrostáticas en los puntos A y B.



Para el problema 41

- A) 3:2 B) 4:3 C) 5:4 D) 6:5 E) N.A.

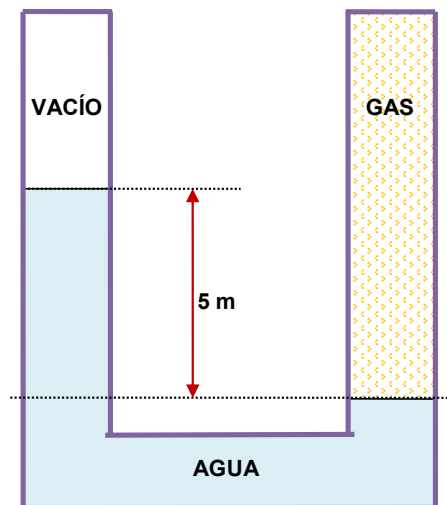
42. Determinar el módulo de la fuerza máxima F que se puede aplicar al émbolo de área $0,02 \text{ m}^2$ y masa despreciable, tal que el líquido de $1\,500 \text{ kg/m}^3$ no salga por el extremo B del tubo en U. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Para el problema 42

- A) 1,5 kN B) 2 kN C) 2,5 kN D) 3 kN E) 3,5 kN

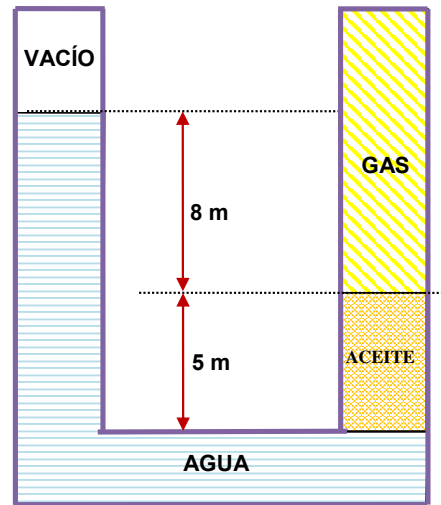
43. Se muestra un tubo en U cerrado por ambos extremos. Determinar la presión del gas en el extremo derecho del tubo. Densidad del agua = $1\,000 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Para el problema 43

- A) 50 Pa **B) 50 kPa** C) 100 kPa D) 150 kPa E) 12 kPa

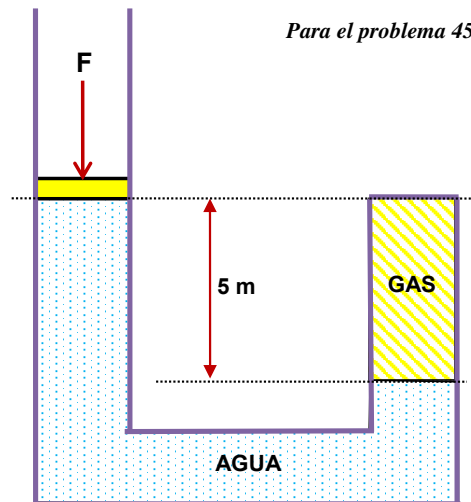
44. La figura muestra un tubo en U cerrado por ambos extremos. Determinar la presión del gas. Densidad del agua = $1\,000\text{ kg/m}^3$, densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$.



Para el problema 44

- A) 80 Pa B) 80 kPa C) 90 kPa D) 120 kPa E) 12 kPa

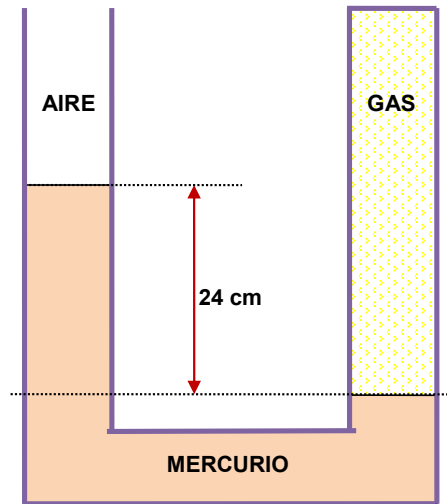
45. Determinar la presión del gas encerrado, sabiendo que el émbolo tiene área $0,04\text{ m}^2$ y masa despreciable. El módulo de la fuerza F es 800 N. Densidad del agua = $1\,000\text{ kg/m}^3$, $g = 10\text{ m/s}^2$. Presión atmosférica = 100 kPa.



Para el problema 45

- A) 220 kPa B) 170 kPa C) 140 kPa D) 160 kPa E) N.A.

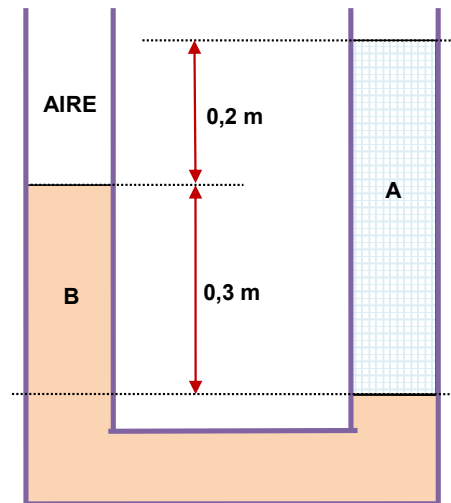
46. Halle la medida de la presión absoluta del gas, si la densidad del mercurio es de 13600 kg/m^3 y la presión atmosférica de 76 cm de mercurio. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Para el problema 46

- A) 128 kPa B) 143 kPa C) 136 kPa D) 100 kPa E) 135 kPa

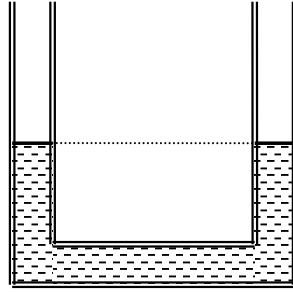
47. Para el tubo en “U” mostrado, determine las densidades de los líquidos “A” y “B” en kg/m^3 , si estas suman 1600 kg/m^3 .



Para el problema 47

- A) 600; 1000 B) 450; 1150 C) 800; 800 D) 700; 900 E) 650; 950

48. En un tubo de 4 cm^2 de sección recta doblado en “U” se tiene agua, tal como se muestra, determine el volumen en cm^3 de aceite ($0,8 \text{ g/cm}^3$) que lentamente debe verterse por uno de sus extremo, para que el agua en el otro extremo ascienda 5 cm . ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



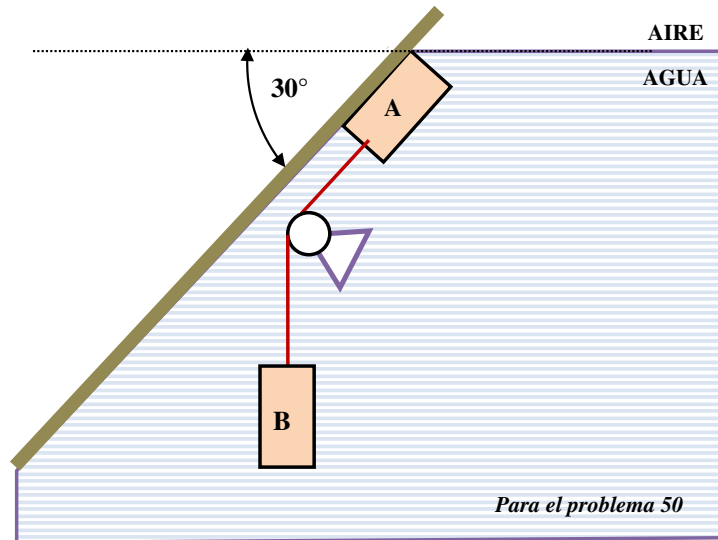
- A) 50 B) 40 C) 30 D) 25 E) 12,5

EMPUJE

49. Un bloque se encuentra sumergido totalmente en agua contenida en un recipiente cilíndrico que tiene sección transversal de área $1,0 \text{ m}^2$. Al retirar el bloque el nivel del agua desciende 5 cm , entonces la masa del bloque, en kg es:

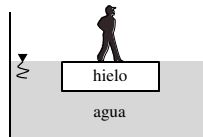
- A) 0,05 B) 0,5 C) 5 **D) 50** E) 500

50. Se muestra dos bloques A y B de volúmenes iguales y masas 1 kg y 4 kg respectivamente. Desprecie toda forma de rozamiento. Determine el valor de la tensión (en N) en la cuerda.

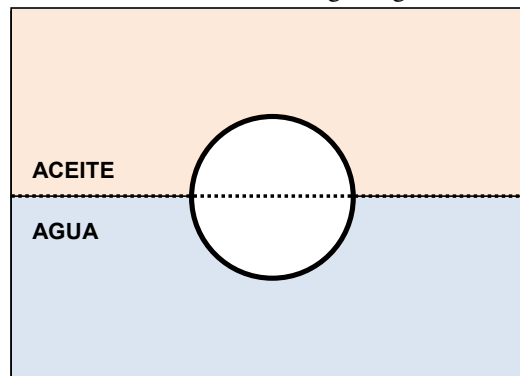


- A) 5 **B) 10** C) 15 D) 50 E) 20

51. Una esfera de plástico flota en el agua con 60% de su volumen sumergido. Esta misma esfera flota en un líquido desconocido "X" con 30 % de su volumen sumergido. Determine la densidad del líquido "X". (densidad del agua = 1000 kg/m^3)
A) 500 kg/m^3 B) 1 250 **C) 2 000** D) 550 E) 1200
52. ¿Qué sucede con un cubo de 0,5 m de arista y 150 kg que se sumerge totalmente en agua y luego se suelta?
A) Flota parcialmente sumergido B) Flota totalmente sumergido
C) Se hunde acelerando. D) Se hunde en equilibrio.
E) Depende de cuánto se hunda inicialmente.
53. Un cuerpo pesa en el vacío 500 N y sumergido en agua pesa 300 N. ¿Cuál es su densidad? (en kg/m^3)
A) 2000 **B) 2500** C) 3000 D) 2800 E) 2850
54. Un hombre de 50 kg se encuentra parado sobre un bloque de hielo de espesor 50 cm, en equilibrio. Determinar el área de la menor superficie horizontal del bloque, tal que, el hombre no moje los zapatos. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.



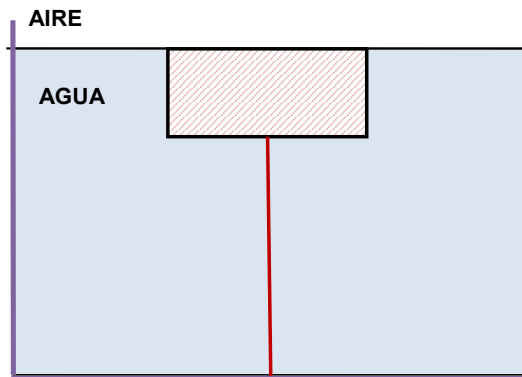
- A) **1 m²** B) 0,5 C) 2 D) 2,5 E) 0,1
55. La figura muestra dos líquidos no miscibles contenido en un recipiente. Determinar la densidad del cuerpo esférico (en kg/m^3), sabiendo que el 50% está sumergido en agua. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , Densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$



Para el problema 55

- A) 900** B) 800 C) 850 D) 9 500 E) 1 200

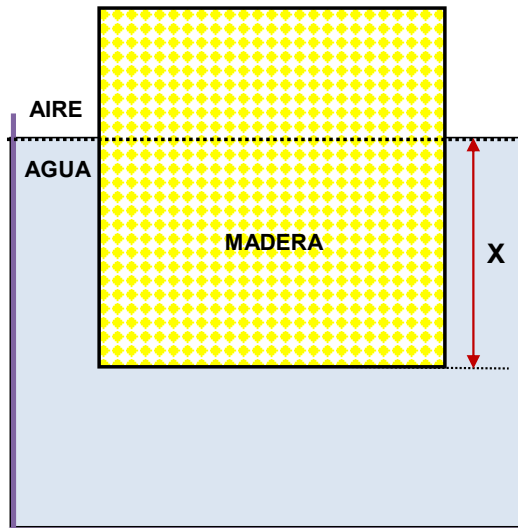
56. Para el bloque mostrado, determine el módulo de la tensión en la cuerda. Su volumen es de 2000 cm^3 , su masa de 200 gramos y está sumergido en agua. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Para el problema 56

- A) 22 N **B) 18 N** C) 24 N D) 30 N E) 16

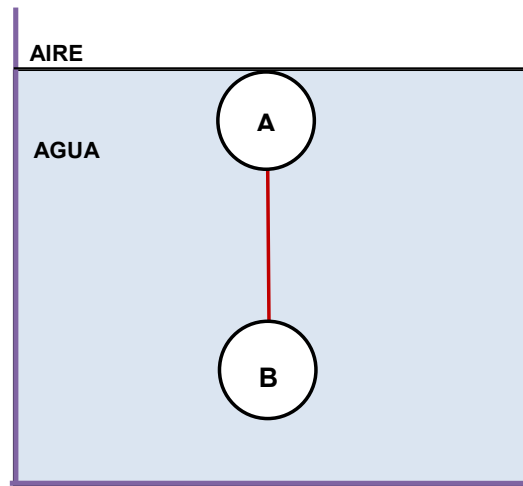
57. *Si el bloque cúbico de madera de 40 cm de arista es de 40 kg y flota parcialmente sumergido, determine la medida de X.



Para el problema 57

- A) 36 cm B) 28 cm C) 30 cm D) 25 cm E) 20 cm

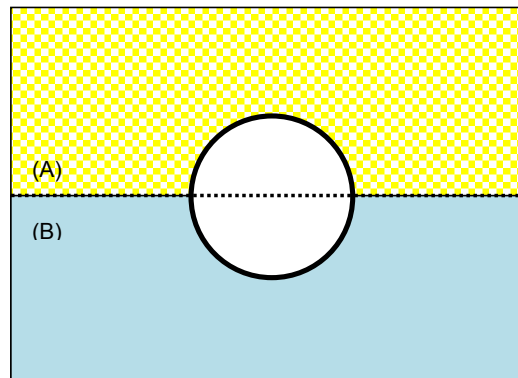
58. Determine la tensión en la cuerda que une los balones A y B de masa 1 kg y 4 kg respectivamente, del mismo volumen, sumergidos en agua, si se encuentran en equilibrio en la posición mostrada. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Para el problema 58

- A) 25 N B) 18 N C) 12 N D) 30 N **E) 15 N**

59. Calcule la densidad de la esfera si flota con el 50% de su volumen sumergido en ambos líquidos “A” y “B”, cuya densidades son de 400 y 1000 kg/m³, respectivamente.

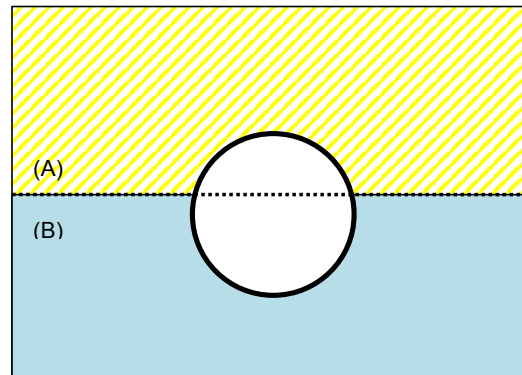


Para el problema 59

- A) 550 kg/m³ B) 680 kg/m³ C) 800 kg/m³ **D) 700 kg/m³** E) 600 kg/m³

60. Una plataforma flotante de área A, espesor “h” y 600 kg de masa flota en una piscina con una inmersión de 7 cm. Si una persona sube a la plataforma la inmersión es de 8 cm. Determine (en kg) la masa de la persona. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- A) 101,1 B) 95,1 C) 85,7 D) 70,2 E) 60,0

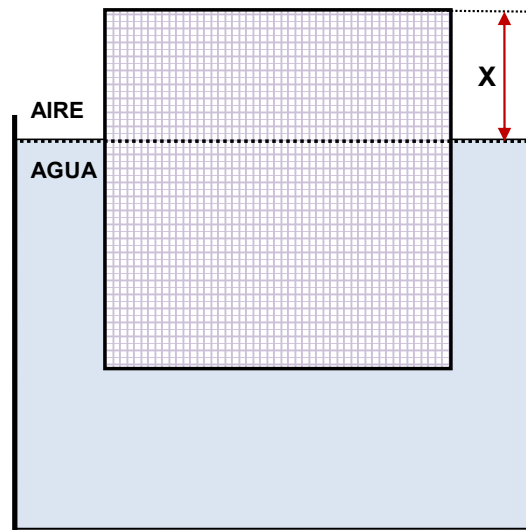
61. Sabiendo que la densidad de A es 800 kg/m^3 y la densidad de B es 1000 kg/m^3 , respectivamente. Calcule la densidad de la esfera si flota con el 40% de su volumen sumergido en el líquido "A"



Para el problema 61

- A) 920 kg/m^3 B) 880 C) 820 D) 900 E) 980

62. Determine la medida de "X" en la posición de equilibrio para el cubo de 10 cm de arista y densidad $0,25 \text{ g/cm}^3$ que flota en agua, cuya densidad es 1 g/cm^3 . ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



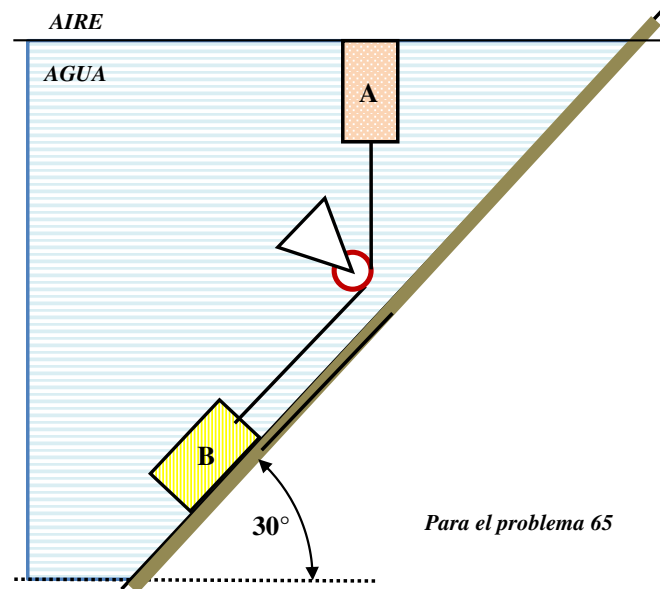
Para el problema 62

- A) 6 cm B) 5,5 cm C) 7 cm D) 7,5 cm E) 6,5 cm

63. Un cuerpo de 10 kg, presenta un peso de 90 N sumergido en agua y 80 N en un líquido "x". Determine la densidad del líquido. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

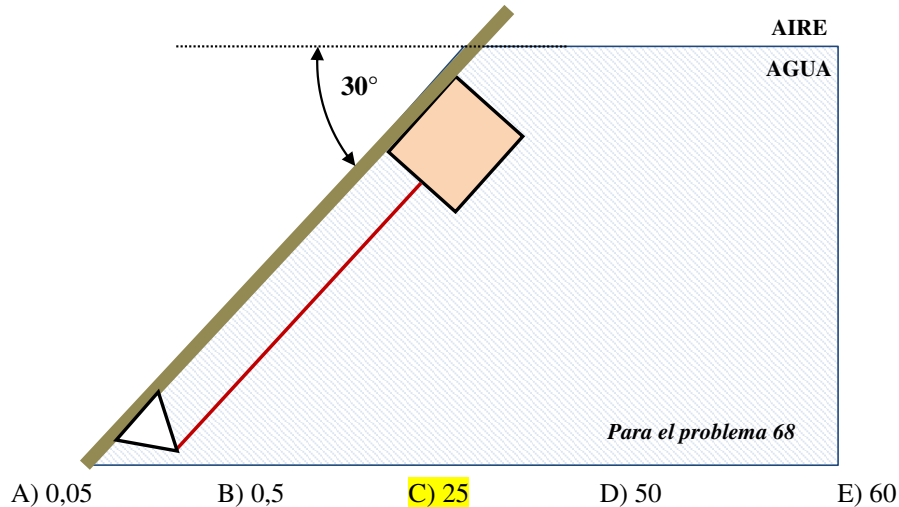
- A) 3500 kg/m^3 B) 2500 kg/m^3 C) 2000 kg/m^3 D) 2800 kg/m^3 E) 1750 kg/m^3

64. Un cuerpo pesa 300 N en el vacío, 220 sumergido en agua y 180 sumergido en un líquido L. ¿Cuál es la densidad de este líquido? (en kg/m^3)
A) 1000 B) 1500 C) 2000 D) 1850 E) 1750
65. Se muestra dos bloques A y B de volúmenes iguales y masas 1 kg y 4 kg respectivamente. Desprecie toda forma de rozamiento. Determine el valor de la tensión en la cuerda (en newtons).



- A) 5 B) 25 C) 15 **D) 10** E) ninguna
66. Un trozo de hielo de 100 cm^3 de volumen se encuentra flotando en agua. Se desea averiguar qué volumen del hielo se encontrará fuera del agua cuando adquiera su posición de equilibrio. (Dato: densidad del hielo = $0,9 \text{ g/cm}^3$)
A) 10 cm^3 B) 20 cm^3 C) 15 cm^3 D) 18 cm^3 E) 12 cm^3
67. Una pieza de metal cuya densidad es 5000 kg/m^3 se suelta desde el nivel libre de un lago de agua dulce de 100 m de profundidad. Si se desprecia toda forma de rozamiento, calcular la aceleración que experimenta la pieza.
A) 8 m/s^2 B) 12 m/s^2 C) 6 m/s^2 D) 15 m/s^2 E) 10 m/s^2

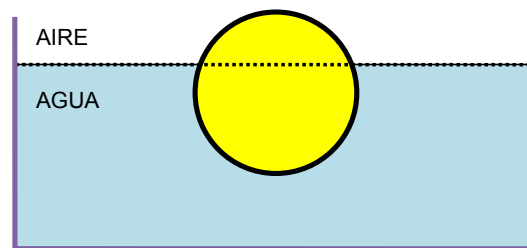
68. Si no existe rozamiento entre la superficie y el bloque de volumen 10 L, y su densidad es de 500 kg/m^3 . Determine el módulo de la tensión en la cuerda, sabiendo que está sumergido en agua. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



69. Una pelota de $2 \cdot 10^4 \text{ cm}^3$ de volumen y 400 g de masa se ha sumergido completamente en agua con ayuda de una fuerza vertical F . Se desea averiguar el mínimo valor de la fuerza F necesaria que la mantendrá completamente sumergida.

A) 230 N B) 196 N C) 185 N D) 200 N E) 190 N

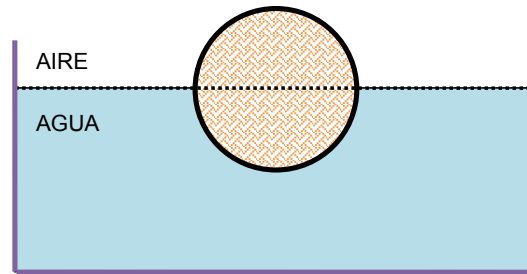
70. Una esfera de peso 30 kN flota en agua sumergida el 75 % de su volumen. ¿Cuál es el volumen de la esfera en m^3 ? Densidad del agua = 1000 kg/m^3



Para el problema 70

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

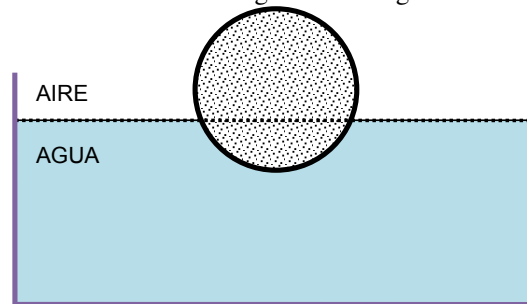
71. Un bloque de volumen $0,004 \text{ m}^3$ se encuentra flotando en agua sumergido hasta la mitad. Determine el módulo del empuje que ejerce el agua sobre el bloque. Densidad del agua = 1000 kg/m^3



Para el problema 71

- A) 2 N B) 20 N C) 200 N D) 0,2 N E) 2 kN

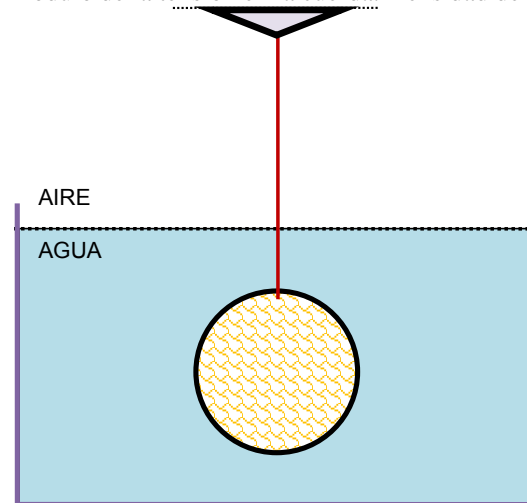
72. Una esfera de peso 60 kN flota en agua sumergida el 25 % de su volumen. ¿Cuál es el volumen de la esfera en m^3 ? Densidad del agua = 1000 kg/m^3



Para el problema 72

- A) 24 B) 2,4 C) 0,24 D) 240 E) 12

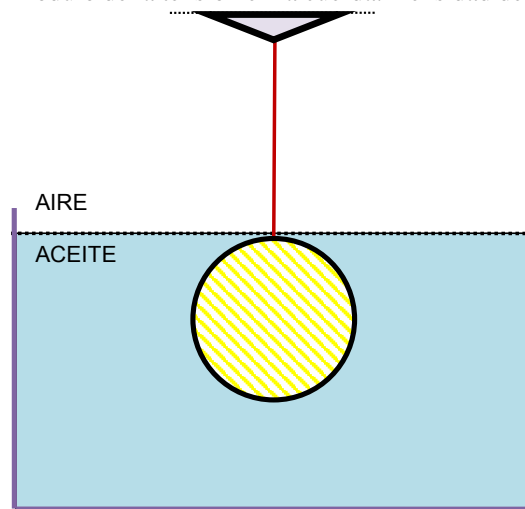
73. Se muestra una esfera de 3 litros y de densidad 1400 kg/m^3 , sumergido totalmente en agua. determine el módulo de la tensión en la cuerda. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Para el problema 73

- A) 12 N B) 14 N C) 16 N D) 18 N E) 14 kN

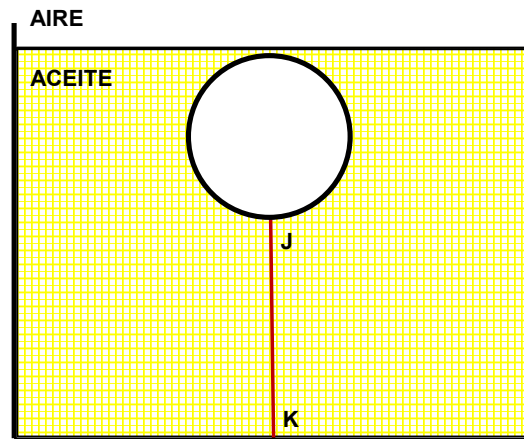
74. La figura muestra una esfera de 5 litros y de densidad $1\,500\text{ kg/m}^3$, sumergido totalmente en aceite. Determine el módulo de la tensión en la cuerda. Densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$.



Para el problema 74

- A) 12 N B) 30 N C) 35 N D) 18 N E) 15

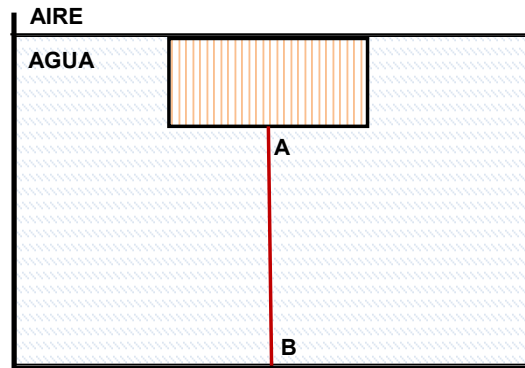
75. La figura muestra una esfera de 3 litros y de densidad 500 kg/m^3 , sumergido totalmente en aceite. Determine el módulo de la tensión en la cuerda. Densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$.



Para el problema 75

- A) 12 N B) 30 N C) 9 N D) 18 N E) N.A.

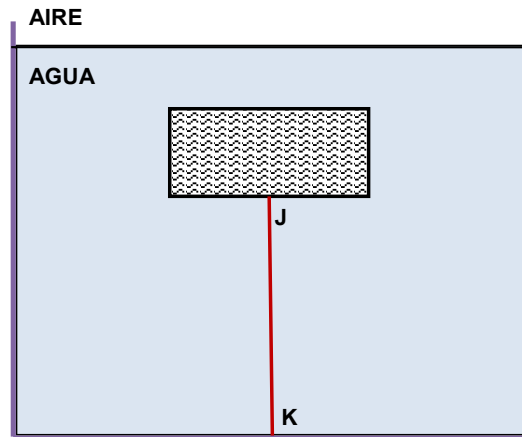
76. Se muestra un bloque de 2 litros y de densidad 300 kg/m^3 , sumergido totalmente en agua. determine el módulo de la tensión en la cuerda AB. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Para el problema 76

- A) 12 N **B) 14 N** C) 16 N D) 18 N E) 14 kN

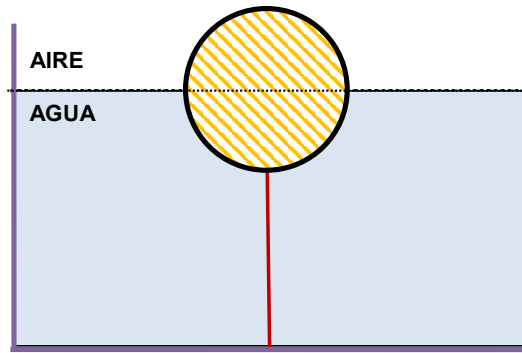
77. Se muestra un bloque de 3 litros y de densidad 700 kg/m^3 , sumergido totalmente en agua. determine el módulo de la tensión en la cuerda JK. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Para el problema 77

- A) 9 N** B) 12 N C) 14 N D) 18 N E) 9 kN

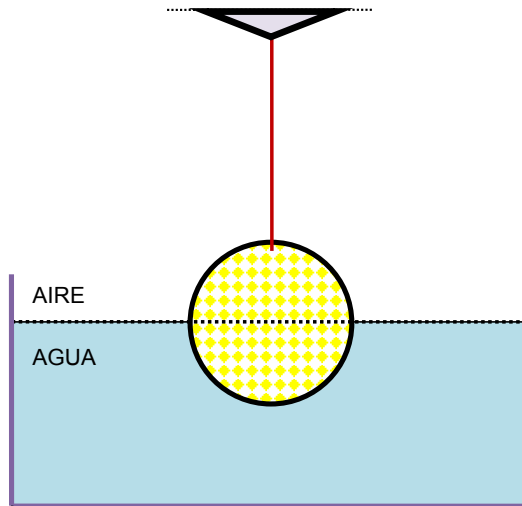
78. La figura muestra una esfera de 4 litros y de densidad 300 kg/m^3 , sumergido en agua hasta la mitad. Determine el módulo de la tensión en la cuerda. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Para el problema 78

- A) 9 N B) 12 N C) 14 N **D) 8 N** E) 8 kN

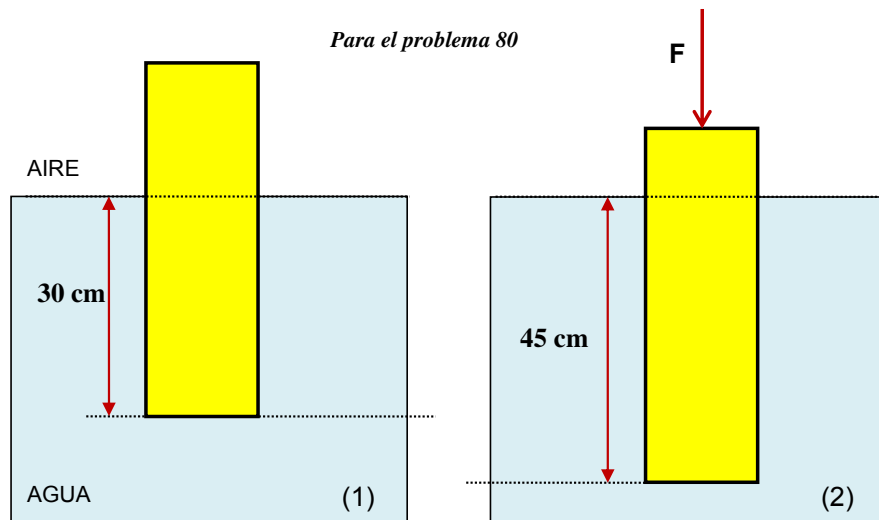
79. La figura muestra una esfera de 2 litros y de densidad $1\,600\text{ kg/m}^3$, sumergido en agua hasta la mitad. Determine el módulo de la tensión en la cuerda. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$.



Para el problema 79

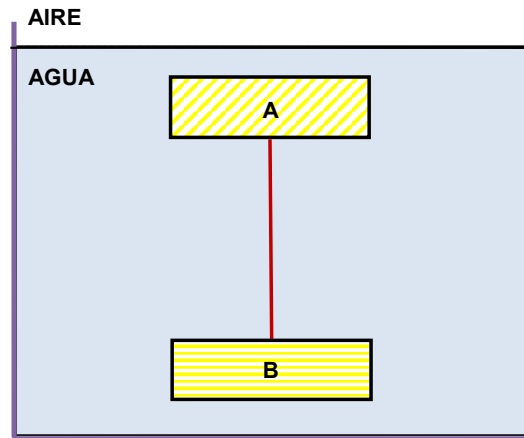
- A) 9 N **B) 22 N** C) 14 N D) 8 N E) 22 kN

80. *Una plataforma de 2 m^2 de área de la base y $0,5 \text{ m}$ de altura flota en agua, tal como muestra la figura (1). Determine el valor de la fuerza vertical F (en kN) necesaria que se debe aplicar sobre la plataforma para que flote en agua totalmente sumergido, como muestra la figura (2).



- A) 1 B) 2 **C) 3** D) 4 E) 5

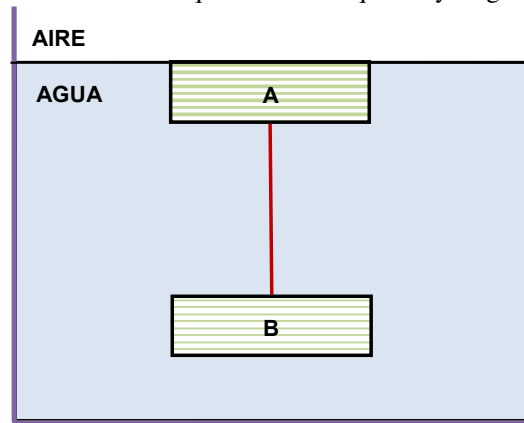
81. Los bloques de igual volumen y masas $A = 1 \text{ kg}$ y $B = 3 \text{ kg}$ se encuentran en equilibrio. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda que une los bloques A y B. $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Para el problema 81

- A) 10 N** B) 15 N C) 20 N D) 25 N E) 30 N

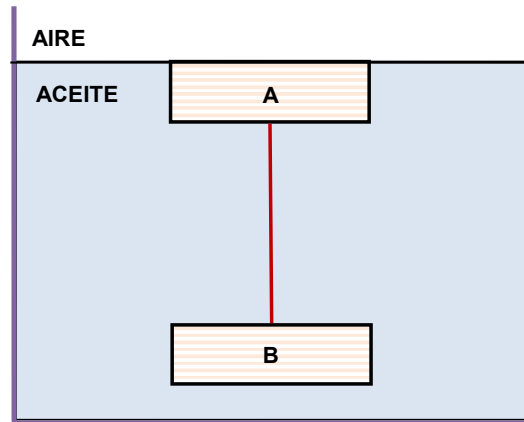
82. Los bloques de igual volumen y masas $A = 2 \text{ kg}$ y $B = 6 \text{ kg}$ se encuentran en equilibrio. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda que une los bloques A y B. $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Para el problema 82

- A) 10 N B) 15 N **C) 20 N** D) 25 N E) 30 N

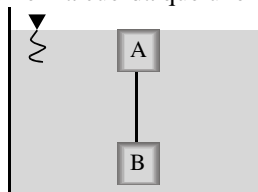
83. Los bloques de igual volumen y masas $A = 3 \text{ kg}$ y $B = 7 \text{ kg}$ se encuentran en equilibrio. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda que une los bloques A y B. $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Para el problema 83

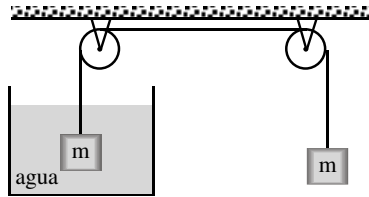
- A) 10 N B) 15 N **C) 20 N** D) 25 N E) 30 N

84. Los bloques de igual volumen y masas $A = 10 \text{ kg}$ y $B = 50 \text{ kg}$ se encuentran en equilibrio. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda que une los bloques A y B. $g = 10 \text{ m/s}^2$.



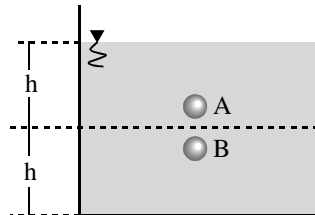
- A) 100 N B) 150 N **C) 200 N** D) 250 N E) 300 N

85. Determine el módulo de la aceleración (en m/s^2) de los bloques de masas iguales. La densidad de los bloques es $2\,000\text{ kg/m}^3$. Densidad del agua = $1\,000\text{ kg/m}^3$, $g = 10\text{ m/s}^2$.



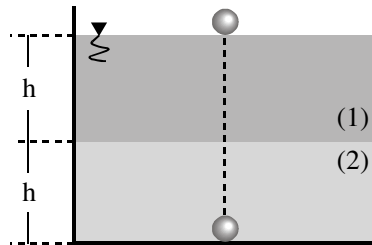
- A) 2,5 B) 2,9 C) 3 D) 3,5 E) N.A.

86. Las esferas pequeñas A y B salen simultáneamente del reposo. Si A llega a la superficie libre del líquido en el mismo instante que B llega al fondo. Determinar la densidad del líquido (kg/m^3).
 $D_A = 3\,000\text{ kg/m}^3$ y $D_B = 6\,000\text{ kg/m}^3$. $g = 10\text{ m/s}^2$.



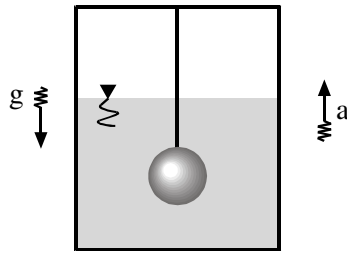
- A) 3 500 B) 4 000 C) 4 500 D) 5 000 E) N.A.

87. Una esfera pequeña se abandona en la superficie libre del líquido (1) y llega al fondo con rapidez nula en el líquido (2). Determinar la densidad del cuerpo esférico (kg/m^3). La densidad de los líquidos son: $D_1 = 2\,000\text{ kg/m}^3$ y $D_2 = 4\,000\text{ kg/m}^3$. $g = 10\text{ m/s}^2$.



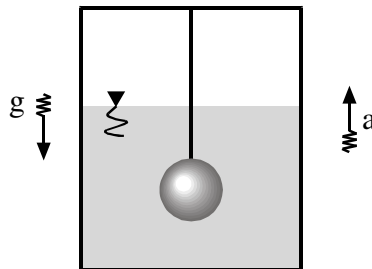
- A) 2 500 B) 3 000 C) 3 500 D) 4 000 E) N.A.

88. En el techo de un ascensor se encuentra suspendida una esfera de 2 litros y densidad $4\,000\text{ kg/m}^3$ sumergida en agua como muestra la figura. Si el ascensor acelera con 4 m/s^2 , determine el módulo del empuje sobre la esfera. Densidad del agua = $1\,000\text{ kg/m}^3$, $g = 10\text{ m/s}^2$.



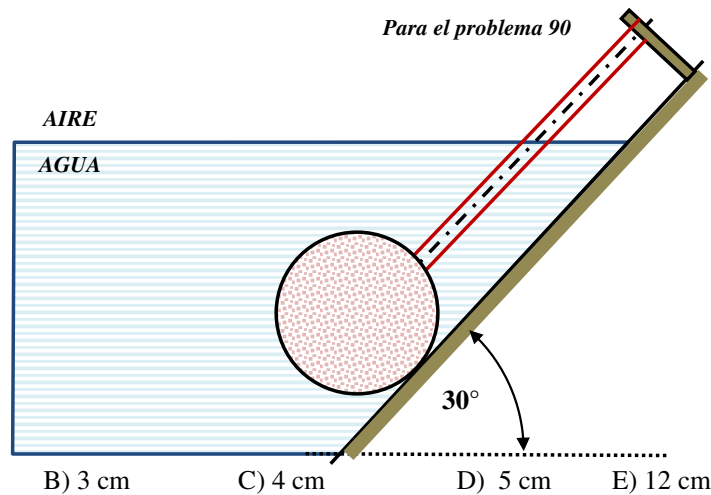
- A) 10 N B) 18 N C) 28 N D) 25 N E) N.A.

89. En el techo de un ascensor se encuentra suspendido una esfera de 2 litros y densidad $4\,000\text{ kg/m}^3$ sumergido en agua como muestra la figura. Si el ascensor acelera con 2 m/s^2 , determine el módulo de la tensión en la cuerda. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$.



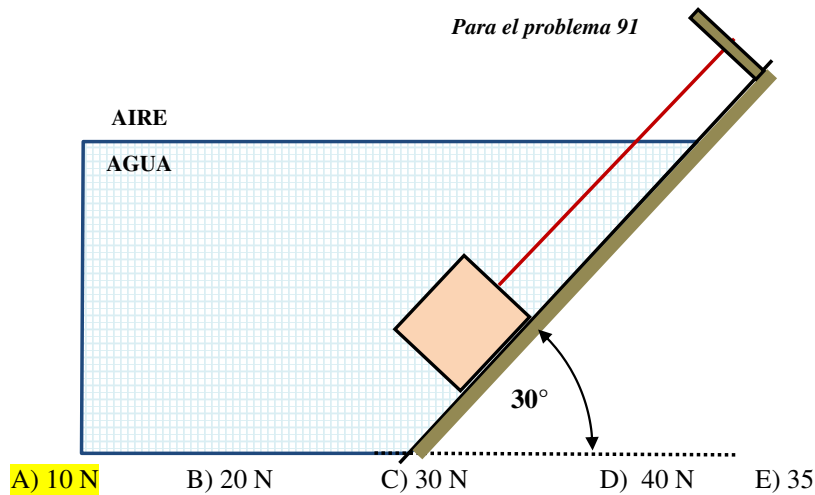
- A) 10 N B) 15 N C) 20 N D) 25 N E) N.A.

90. Se muestra una esfera de 2 litros y densidad $1\,600\text{ kg/m}^3$, sumergido totalmente en agua, en equilibrio. Determinar la deformación en el resorte de rigidez 100 N/m . Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$.

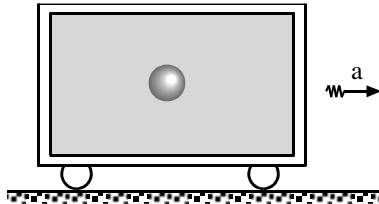


91. Se muestra una esfera de 4 litros y densidad $1\,500\text{ kg/m}^3$, sumergido totalmente en agua, en equilibrio. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$.

Para el problema 91

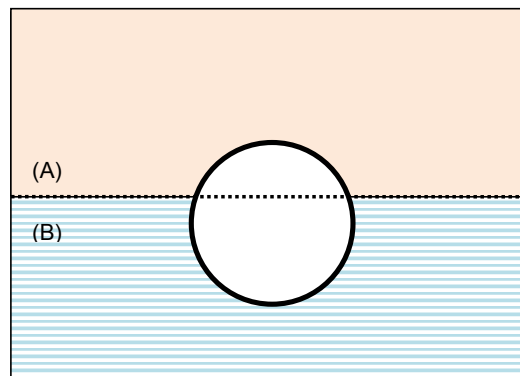


92. En un recipiente que contiene cierto líquido hay una burbuja de aire. No hay campo de gravedad. El recipiente comienza a moverse con aceleración constante hacia la derecha ¿En qué dirección empezará moverse la burbuja respecto del recipiente?



- A) $+j$ B) $-j$ C) $+i$ D) $-i$ E) N.A.

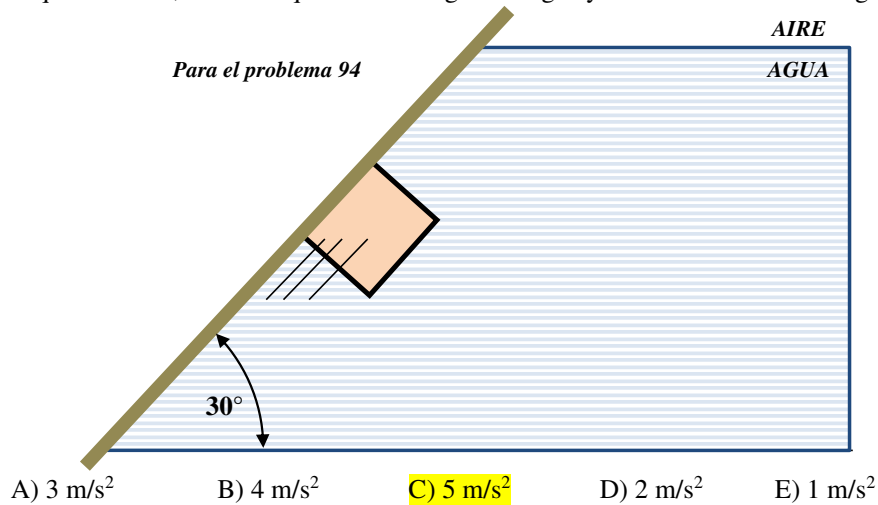
93. Sabiendo que la densidad de A es 800 kg/m^3 y la densidad de B es 1000 kg/m^3 , respectivamente. Calcule la densidad de la esfera si flota con el 30% de su volumen sumergido en el líquido "A".



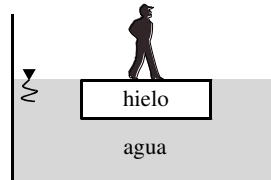
Para el problema 93

- A) 920 kg/m^3 B) 880 C) 820 D) 940 E) 600

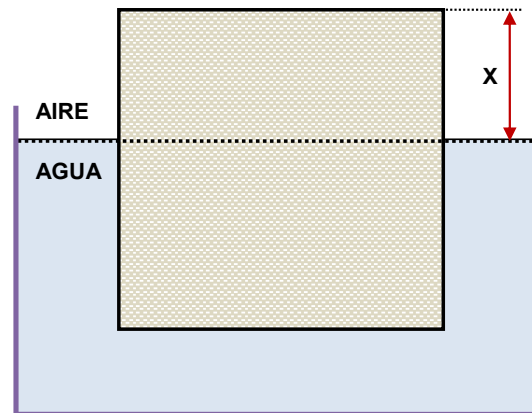
94. Si no existe rozamiento entre la superficie y el bloque, determine el módulo de la aceleración con la que asciende, sabiendo que está sumergido en agua y su densidad es de 500 kg/m^3 . ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



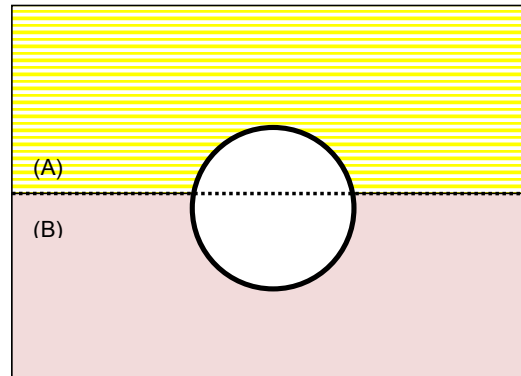
95. Un oso polar de 250 kg está parado sobre un bloque de hielo, flotando en agua. Determine el mínimo volumen del bloque de manera que el oso no se hunda. La densidad del hielo es de 900 kg/m^3 .



96. Un corcho cúbico de 10 cm de arista, con densidad $0,25 \text{ g/cm}^3$, flota en el agua. ¿Qué altura queda por encima de la superficie del agua?



97. Sabiendo que la densidad de A es 800 kg/m^3 y la densidad de B es 1000 kg/m^3 , respectivamente. Calcule la densidad de la esfera (kg/m^3) si flota con el 40% de su volumen sumergido en el líquido "A".



Para el problema 97

A) 920

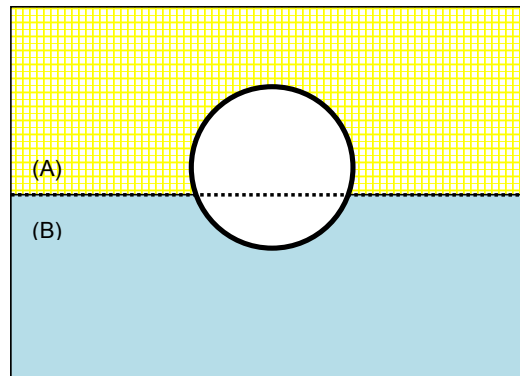
B) 880

C) 820

D) 900

E) 980

98. Sabiendo que la densidad de A es 800 kg/m^3 y la densidad de B es 1200 kg/m^3 , respectivamente. Calcule la densidad de la esfera (kg/m^3) si flota con el 60% de su volumen sumergido en el líquido "A".



Para el problema 98

A) 920

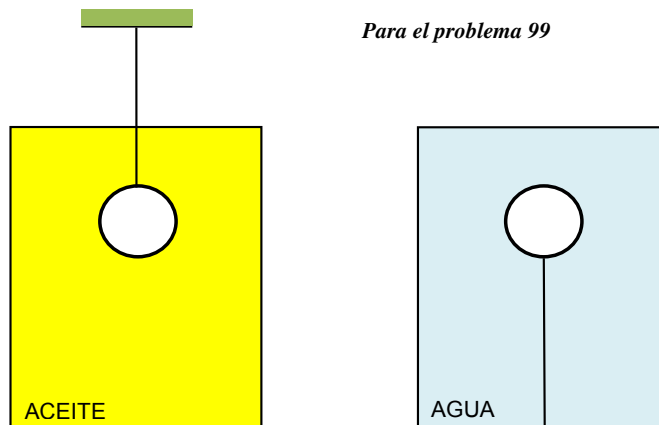
B) 880

C) 820

D) 960

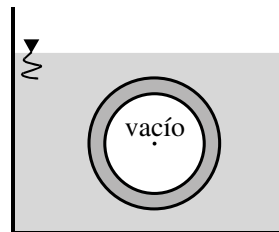
E) 980

99. *Se muestra dos esferas idénticas sumergidas en líquidos diferentes. Si la tensión en los cables tiene el mismo módulo, determinar la densidad del cuerpo esférico (en kg/m^3). Densidad del agua = $1\,000\text{ kg/m}^3$, Densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10\text{ m/s}^2$



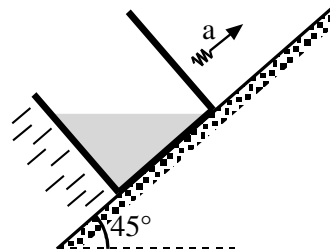
- A) 900 B) 800 C) 850 D) 9 500 E) N.A.

100. Determinar la densidad del material de un cascaron esférico (en kg/m^3), de radios exterior e interior $0,3\text{ m}$ y $0,2\text{ m}$ respectivamente, que se encuentra flotando en el interior de un líquido de densidad $1\,900\text{ kg/m}^3$.



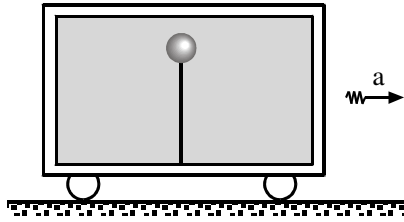
- A) 2 000 B) 2 300 C) 2 700 D) 3 000 E) N.A.

101. Determinar el módulo de la aceleración (en m/s^2) con que debe ascender el recipiente sobre el plano inclinado, para que el nivel del líquido permanezca horizontal en todo momento.



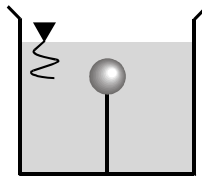
- A) 0 B) 1,4142 C) 3 D) 9,8 E) N.A

102. En un recipiente que contiene agua hay una esfera de corcho, atada mediante una cuerda al fondo. El recipiente comienza a moverse con aceleración constante $9,8 \mathbf{i} \text{ (m/s}^2\text{)}$. ¿Hacia donde se desviará la cuerda?



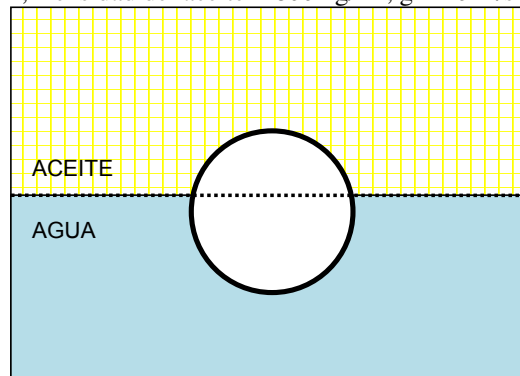
- A) B) C) D) E) N.A.

103. En un recipiente que contiene agua hay una esfera de corcho, atada mediante una cuerda al fondo. El recipiente comienza a moverse con aceleración constante $-9 \mathbf{i} \text{ (m/s}^2\text{)}$. ¿Hacia dónde se desviará la cuerda?



- A) B) C) D) E)

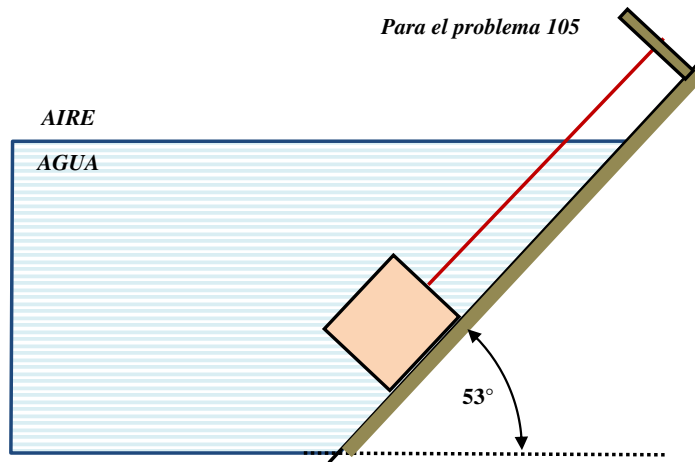
104. La figura muestra dos líquidos no miscibles contenido en un recipiente. Determinar la densidad del cuerpo esférico (en kg/m^3), sabiendo que el 60% está sumergido en agua. Densidad del agua = 1000 kg/m^3 , Densidad del aceite = 800 kg/m^3 , $g = 10 \text{ m/s}^2$



Para el problema 104

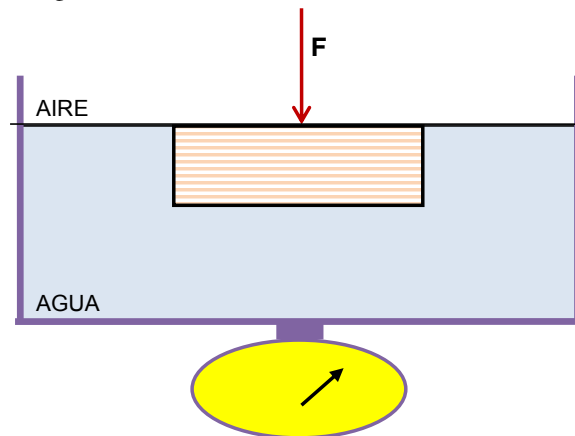
- A) 900 B) 800 C) 850 D) 920 E) N.A.

- 105.*** Se muestra un bloque de 2 litros y densidad $1\,500\text{ kg/m}^3$, sumergido totalmente en agua, en equilibrio. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda. Densidad del agua = $1\,000\text{ kg/m}^3$, $g = 10\text{ m/s}^2$.



- A) 20 N B) 30 N C) 40 N **D) 8 N** E) ninguna

- 106.*** Sobre una balanza se tiene un recipiente con agua y la balanza registra un peso de 50 N. Si se introduce en el agua un cubo de 10 cm de arista con una masa de 500 gramos y se le mantiene totalmente sumergido tal como se muestra, determínese el nuevo registro de la balanza (en N).



Para el problema 106

- A) 50 B) 53 **C) 55** D) 58 E) ninguna

- 107.** Una balsa de madera de dimensiones $2 \times 3,5\text{ m}^2$ y 40 cm de espesor cuya densidad es 600 kg/m^3 flota en el agua. ¿Cuántas personas de 70 kg de masa pueden permanecer parados sobre la balsa sin mojarse los pies?

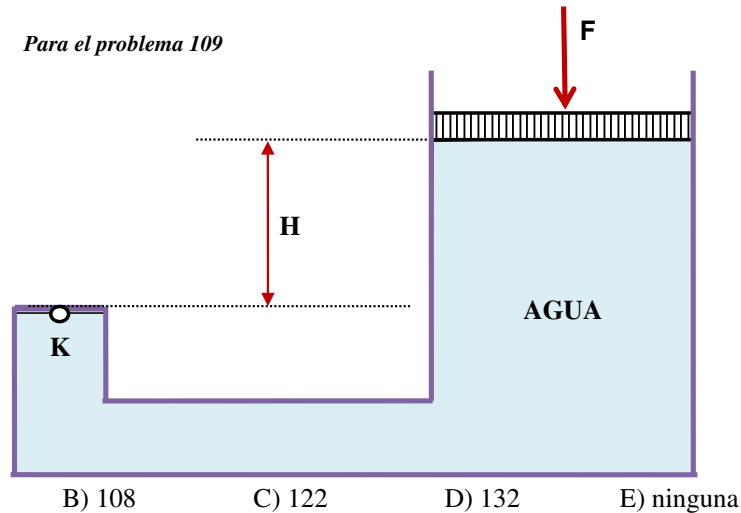
- A) 5 B) 10 C) 8 D) 16 E) 12

108. Una esfera se deja en libertad desde una altura “H” sobre la superficie libre del agua de un recipiente muy profundo, determine la máxima profundidad que alcanza si se sabe que su densidad es $0,4 \text{ g/cm}^3$. (En función de “H”)

- A) H B) $H/2$ C) $2H/3$ D) $3H/2$ E) $5H/6$

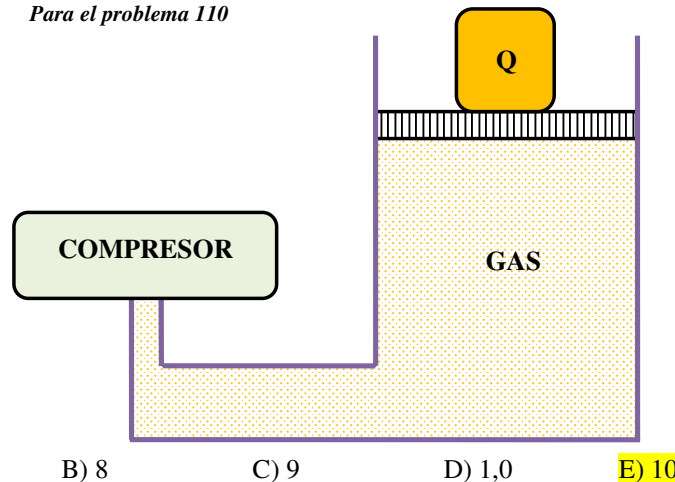
109.* El recipiente que se muestra está cerrado por un émbolo de peso 20 N que se puede deslizar libremente. El recipiente está completamente lleno de agua y el área de émbolo es $0,01 \text{ m}^2$. Se aplica al émbolo una fuerza vertical $F=50 \text{ N}$. Si la altura $H=50 \text{ cm}$, determine la presión absoluta (en kPa) en el punto K. Presión atmosférica = 100 kPa

Para el problema 109

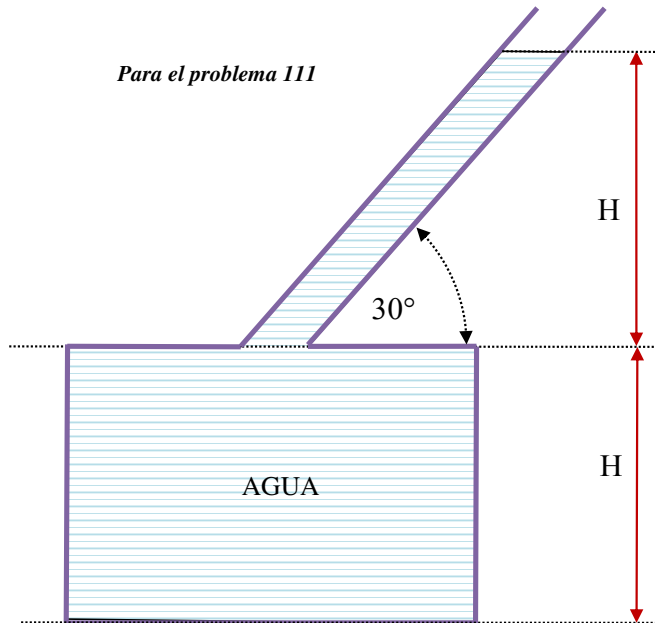


110. Un obrero hace funcionar una compresora de aire con la finalidad de sostener un bloque Q, con una presión manométrica de 11 atmósferas . El émbolo de masa despreciable tiene área de $0,1 \text{ m}^2$. ¿Cuál es la masa del bloque (en toneladas)?

Para el problema 110



- 111.*Se muestra un recipiente que contiene agua. Si $H=2$ m, determine la presión hidrostática (en kPa) en el fondo del recipiente.



A) 40

B) 35

C) 30

D) 25

E) 20

112. Una esfera de plástico flota en el agua con 50% de su volumen sumergido. Esta misma esfera flota en un líquido desconocido "X" con 40% de su volumen sumergido. Determine la densidad del líquido "X". (Densidad del agua = 1000 kg/m^3)

A) 500 kg/m^3

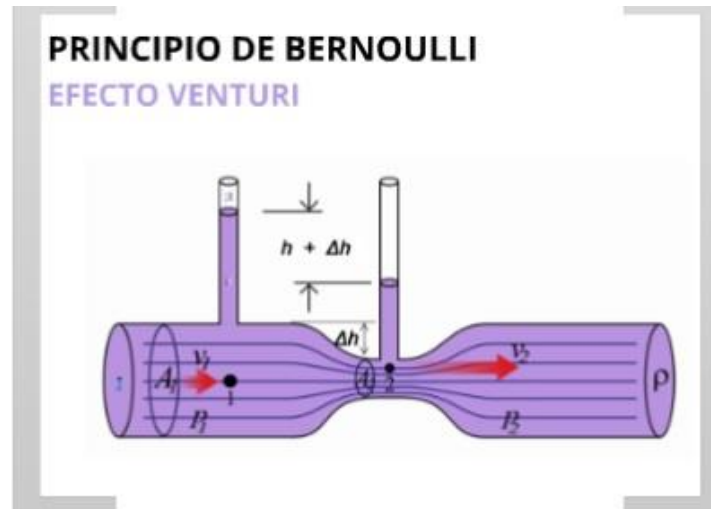
B) 1 250

C) 450

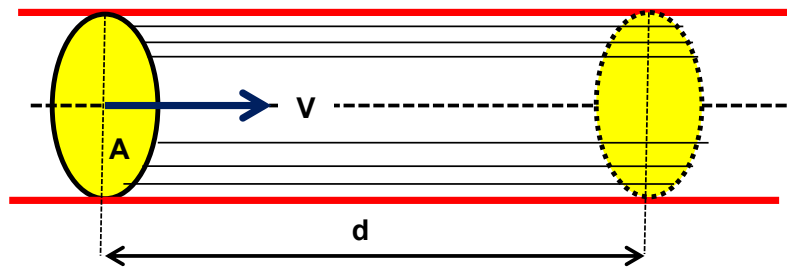
D) 550

E) 390

HIDRODINÁMICA



1. **CONCEPTO DE HIDRODINÁMICA:** es la rama de la mecánica de fluidos que se encarga de estudiar los fluidos en movimiento.
2. **FLUIDO:** es la sustancia que se deforma continuamente cuando se somete a ciertos esfuerzos. Los líquidos y gases tienen la capacidad de fluir.
3. **GASTO O CAUDAL:** Es el volumen de fluido que pasa por determina sección recta de la tubería en cada unidad de tiempo.



$$Q = \frac{\text{volumen}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{\Delta v}{t}$$

$$\text{Volumen: } \Delta v = A \cdot d$$

$$\text{Reemplazando: } Q = \frac{\Delta v}{t} = \frac{A \cdot d}{t} = A \left(\frac{d}{t} \right) = A \cdot V$$

El caudal **Q** es igual al producto, del área de sección recta **A** por la velocidad **V**.

EJEMPLO 01: El radio de una tubería cilíndrica es 1 cm, que el agua fluye con rapidez de 30 cm/s. Calcular el caudal del agua a través del tubo.

RESOLUCIÓN

Calculamos el área de la sección recta: $A = \pi \cdot R^2 = \pi (1 \text{ cm})^2 = \pi \text{ cm}^2$

El caudal será: $Q = A.V = \left(\pi \text{ cm}^2 \right) \left(30 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \right) = 30\pi \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$

Respuesta. Caudal: $Q = 94,25 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$

EJEMPLO 02: ¿Qué área de sección recta debe tener un ducto de calefacción?, si el aire que fluye en su interior a razón de 2 m/s debe sustituir al aire en una habitación de 360 m³ de volumen cada 10 minutos.

RESOLUCIÓN

El caudal es: $Q = A.V = \frac{\Delta v}{t} \Rightarrow A = \frac{\Delta v}{t.V}$

Reemplazando los datos: $A = \frac{\Delta v}{t.V} = \frac{360 \text{ m}^3}{(10 \times 60 \text{ s}) \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)} = 0,3 \text{ m}^2$

Respuesta. El área de sección recta es: $A = 0,3 \text{ m}^2$

EJEMPLO 03: ¿En cuánto tiempo un caño de 1 cm de radio llenara con agua una cisterna con $\pi \text{ m}^3$ de capacidad? La rapidez del chorro de agua es 4 m/s.

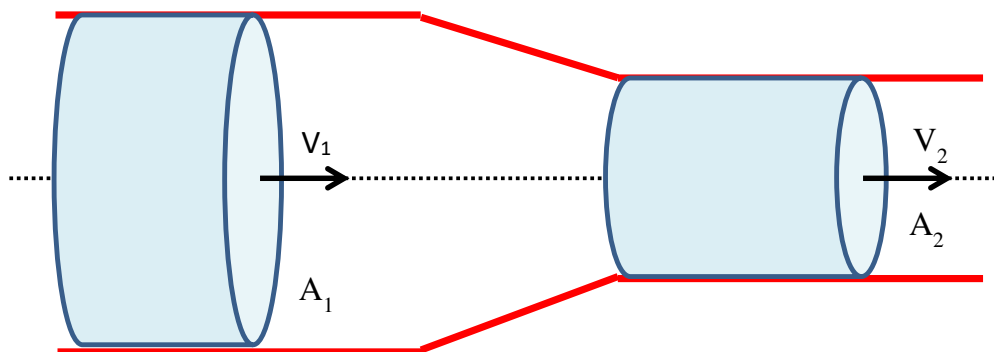
RESOLUCIÓN

El caudal es: $Q = A.V = \pi.R^2.V = \pi (10^{-2} \text{ m})^2 \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) = 4\pi \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

Cálculo del tiempo: $Q = \frac{\Delta v}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta v}{Q} = \frac{\pi \text{ m}^3}{4\pi \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}} = 2500 \text{ s}$

Respuesta. El tiempo transcurrido es: $t = 2500 \text{ s}$

- 4. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.** Si el líquido que fluye por una tubería de diámetro variable, mantiene su densidad constante, es decir es incomprensible, entonces se cumple que el producto del área de la sección recta por la rapidez del fluido es constante. Esta es una aplicación del principio de conservación de la masa.



El caudal es constante: $Q_1 = Q_2 \Rightarrow A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2$

Esta es la ecuación de la continuidad: $A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2$

EJEMPLO 01: Se utiliza un ducto de radio 16 cm para llevar aire, en el fluye con rapidez de 2 m/s. El ducto se reduce gradualmente hasta que su nuevo radio es la mitad. Calcular la rapidez del aire en el tubo angosto.

RESOLUCIÓN

Utilizamos la ecuación de continuidad: $A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2$

$$(\pi \cdot R_1^2) V_1 = (\pi \cdot R_2^2) V_2 \quad \text{simplificando: } (R_1^2) V_1 = (R_2^2) V_2$$

$$\text{Reemplazando: } (16 \text{ cm})^2 \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = (8 \text{ cm})^2 \cdot V_2$$

Respuesta. La rapidez es: $V_2 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

EJEMPLO 02: El radio del embolo una jeringa hipodérmica es de 0,5 cm y el del aguja en 0,1 mm. ¿Con qué velocidad sale el chorro por la aguja cuando el embolo avanza con velocidad de 1 cm/s?

RESOLUCIÓN

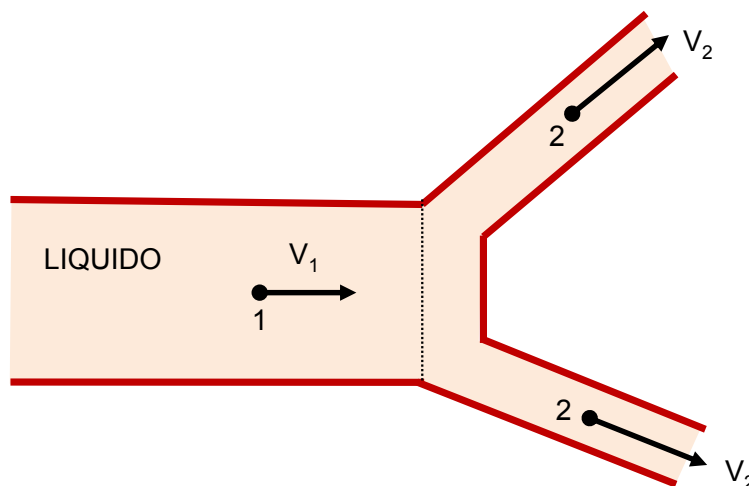
Utilizamos la ecuación de continuidad: $A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2$

$$(\pi \cdot R_1^2) V_1 = (\pi \cdot R_2^2) V_2 \quad \text{simplificando: } (R_1^2) V_1 = (R_2^2) V_2$$

Reemplazando: $(0,5 \text{ cm})^2 \cdot \left(1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}\right) = (0,01 \text{ cm})^2 \cdot V_2$

Respuesta. La rapidez es: $V_2 = 2500 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

EJEMPLO 03: Un tubo cuyo diámetro es de 20 mm, es conectado a dos tubos pequeños tubos de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.



RESOLUCIÓN. Por principio de conservación de la masa. Principio de Continuidad.

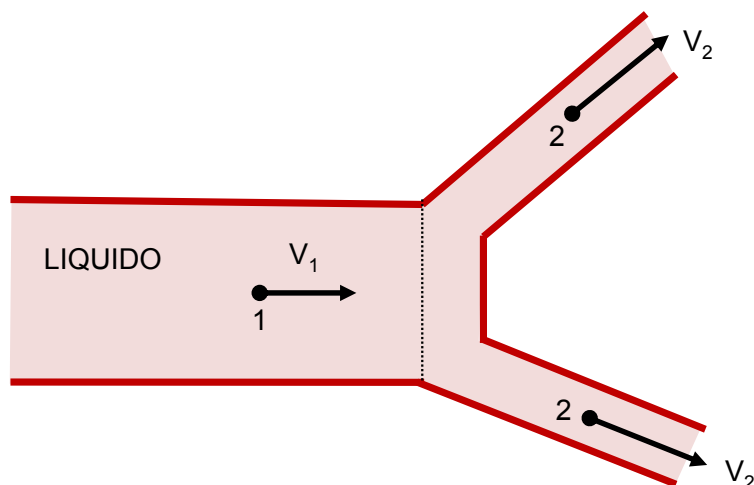
$$Q = A_1 \cdot V_1 = 2 \cdot A_2 \cdot V_2 \Rightarrow (\pi \cdot R_1^2) V = 2(\pi \cdot R_2^2) V_2$$

Reduciendo: $(R_1^2) V = 32(R_2^2) V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{2} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$

En función del diámetro: $V_2 = \frac{V}{2} \left(\frac{2R_1}{2R_2} \right)^2 = \frac{V}{2} \left(\frac{20}{10} \right)^2 = 2V$

Respuesta. La velocidad del líquido en las tuberías de menor diámetro es: $V_2 = 2 \cdot V$

EJEMPLO 04: Un tubo cuyo diámetro es de 40 mm, es conectado a dos tubos pequeños tubos de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.



RESOLUCIÓN. Por principio de conservación de la masa. Principio de Continuidad.

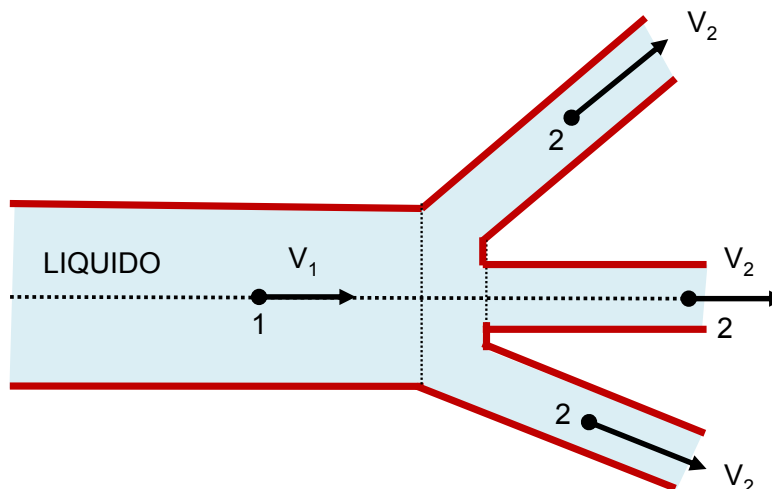
$$Q = A_1.V_1 = 2.A_2.V_2 \Rightarrow (\pi.R_1^2)V = 2(\pi.R_2^2)V_2$$

Reduciendo: $(R_1^2)V = 2(R_2^2)V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{2} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$

En función del diámetro: $V_2 = \frac{V}{2} \left(\frac{2R_1}{2R_2} \right)^2 = \frac{V}{2} \left(\frac{40}{10} \right)^2 = 8.V$

Respuesta. La velocidad del líquido en las tuberías de menor diámetro es: $V_2 = 8.V$

EJEMPLO 05: Un tubo cuyo diámetro es de 30 mm, es conectado a tres tubos pequeños de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.



RESOLUCIÓN. Por principio de conservación de la masa. Principio de Continuidad.

$$Q = A_1.V_1 = 3.A_2.V_2 \Rightarrow (\pi.R_1^2)V = 3(\pi.R_2^2)V_2$$

Reduciendo:

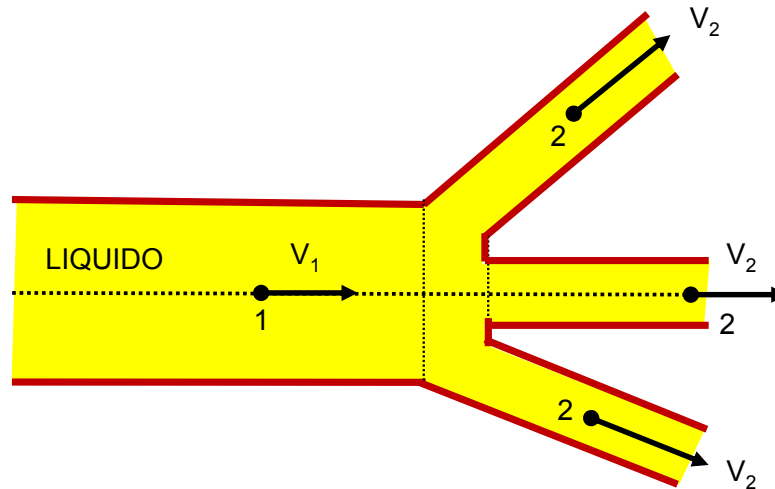
$$(R_1^2)V = 3(R_2^2)V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{3} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

En función del diámetro:

$$V_2 = \frac{V}{3} \left(\frac{2R_1}{2R_2} \right)^2 = \frac{V}{3} \left(\frac{30}{10} \right)^2 = 3V$$

Respuesta. La velocidad del líquido en las tuberías de menor diámetro es: $V_2 = 3V$

EJEMPLO 06: Un tubo cuyo diámetro es de 30 mm, es conectado a tres tubos pequeños tubos de 15 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.



RESOLUCIÓN. Por principio de conservación de la masa. Principio de Continuidad.

$$Q = A_1 \cdot V_1 = 3 \cdot A_2 \cdot V_2 \Rightarrow (\pi \cdot R_1^2) V = 3(\pi \cdot R_2^2) V_2$$

Reduciendo:

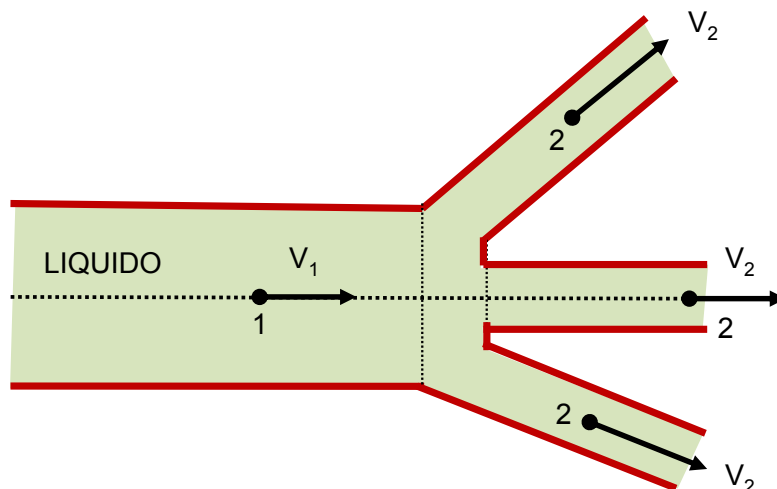
$$(R_1^2) V = 3(R_2^2) V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{3} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

En función del diámetro:

$$V_2 = \frac{V}{3} \left(\frac{2R_1}{2R_2} \right)^2 = \frac{V}{3} \left(\frac{30}{15} \right)^2 = \frac{8}{3} V$$

Respuesta. La velocidad del líquido en las tuberías de menor diámetro es: $V_2 = \frac{8}{3} V$

EJEMPLO 07: Un tubo cuyo diámetro es de 60 mm, es conectado a tres tubos pequeños de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.



RESOLUCIÓN. Por principio de conservación de la masa. Principio de Continuidad.

$$Q = A_1.V_1 = 3.A_2.V_2 \Rightarrow (\pi.R_1^2)V = 3(\pi.R_2^2)V_2$$

Reduciendo:

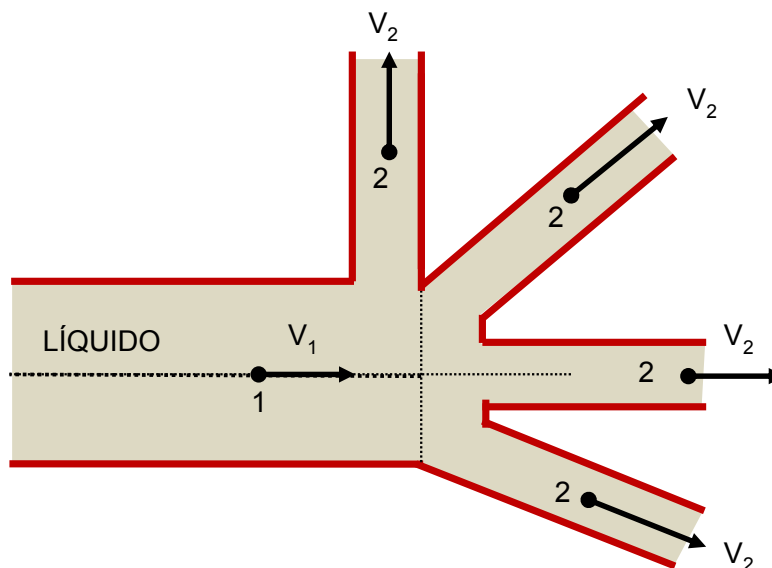
$$(R_1^2)V = 3(R_2^2)V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{3} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

En función del diámetro:

$$V_2 = \frac{V}{3} \left(\frac{2R_1}{2R_2} \right)^2 = \frac{V}{3} \left(\frac{60}{10} \right)^2 = 12V$$

Respuesta. La velocidad del líquido en las tuberías de menor diámetro es: $V_2 = 12.V$

EJEMPLO 08: Un tubo cuyo diámetro es de 60 mm, es conectado a cuatro tubos pequeños de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.



RESOLUCIÓN. Por principio de conservación de la masa. Principio de Continuidad.

$$Q = A_1.V_1 = 4.A_2.V_2 \Rightarrow (\pi.R_1^2)V = 4.(\pi.R_2^2)V_2$$

Reduciendo:

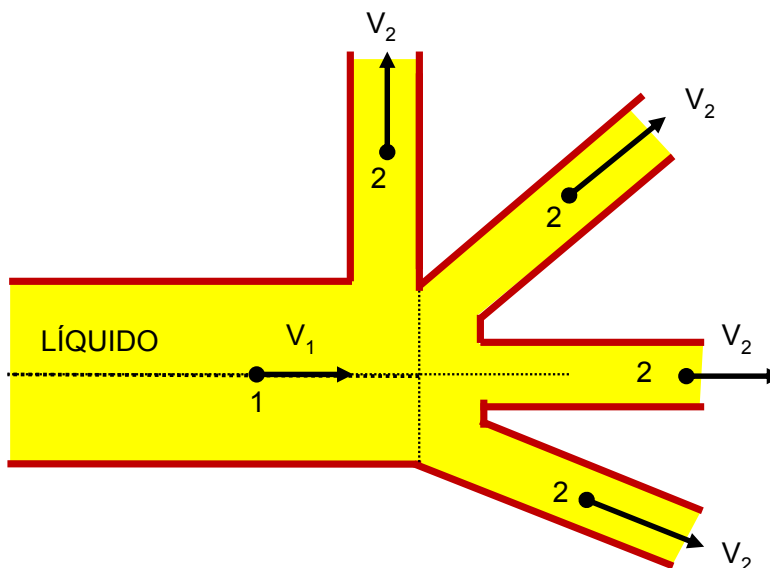
$$(R_1^2)V = 4(R_2^2)V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{4} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

En función del diámetro:

$$V_2 = \frac{V}{4} \left(\frac{2R_1}{2R_2} \right)^2 = \frac{V}{4} \left(\frac{60}{10} \right)^2 = 9.V$$

Respuesta. La velocidad del líquido en las tuberías de menor diámetro es: $V_2 = 9.V$

EJEMPLO 09: Un tubo cuyo diámetro es de 20 mm, es conectado a cuatro tubos pequeños tubos de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.



RESOLUCIÓN. Por principio de conservación de la masa. Principio de Continuidad.

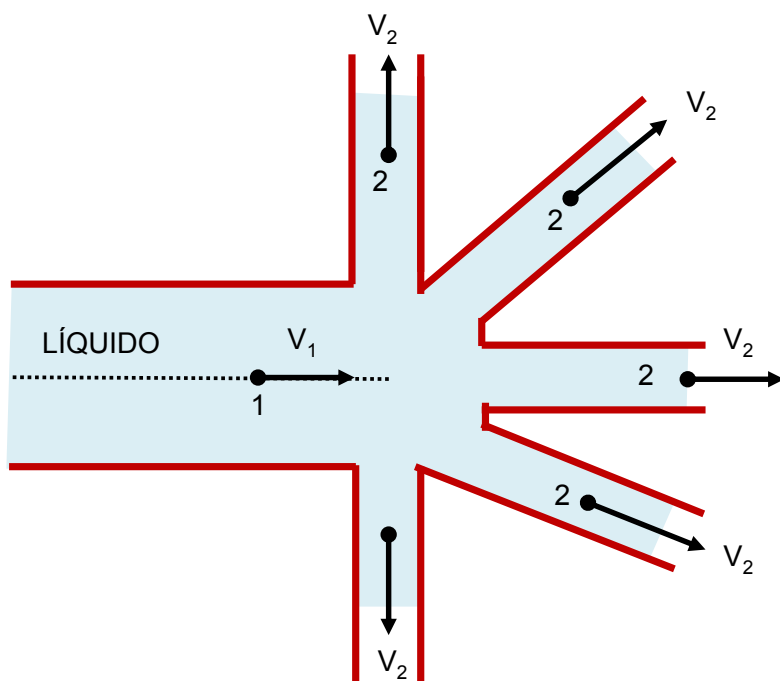
$$Q = A_1 \cdot V_1 = 4 \cdot A_2 \cdot V_2 \Rightarrow (\pi \cdot R_1^2) V = 4 \cdot (\pi \cdot R_2^2) V_2$$

Reduciendo: $(R_1^2) V = 4(R_2^2) V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{4} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$

En función del diámetro: $V_2 = \frac{V}{4} \left(\frac{2R_1}{2R_2} \right)^2 = \frac{V}{4} \left(\frac{20}{10} \right)^2 = V$

Respuesta. La velocidad del líquido en las tuberías de menor diámetro es: $V_2 = V$

EJEMPLO 10: Un tubo cuyo diámetro es de 50 mm, es conectado a cinco tubos pequeños de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.



RESOLUCIÓN. Por principio de conservación de la masa. Principio de Continuidad.

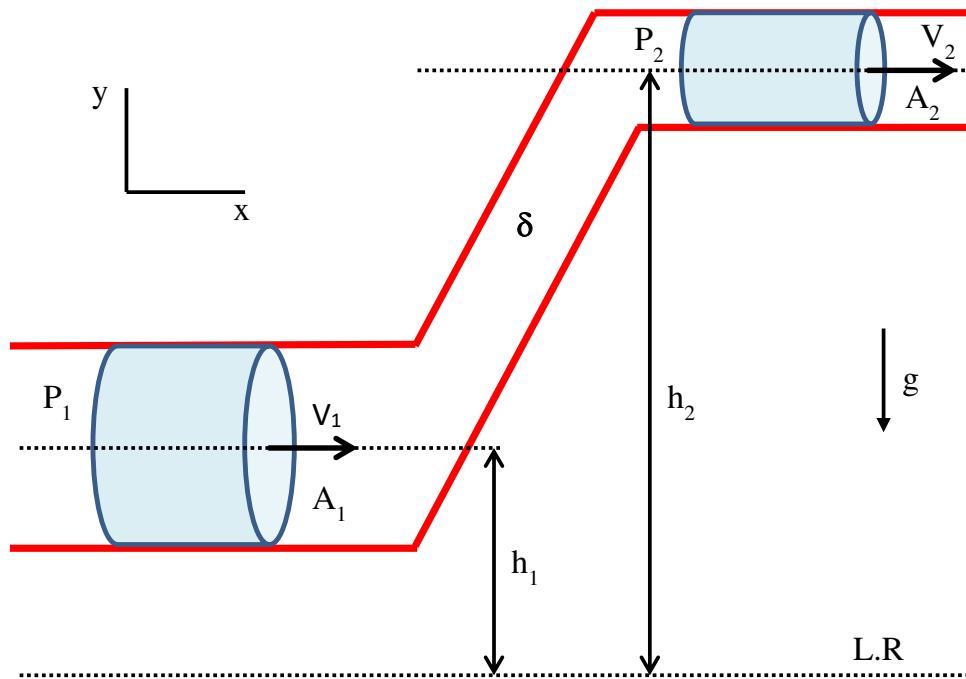
$$Q = A_1.V_1 = 5.A_2.V_2 \Rightarrow (\pi.R_1^2)V = 5.(\pi.R_2^2)V_2$$

$$\text{Reduciendo: } (R_1^2)V = 5.(R_2^2)V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{5} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

$$\text{En función del diámetro: } V_2 = \frac{V}{5} \left(\frac{2R_1}{2R_2} \right)^2 = \frac{V}{5} \left(\frac{50}{10} \right)^2 = 5.V$$

Respuesta. La velocidad del líquido en las tuberías de menor diámetro es: $V_2 = 5.V$

5. **ECUACIÓN DE BERNOULLI:** Se considera una tubería de diámetro variable que transporta un fluido no viscoso, el fluido logra avanzar debido a la diferencia de presiones P_1 y P_2 , y considerando la densidad del fluido constante.

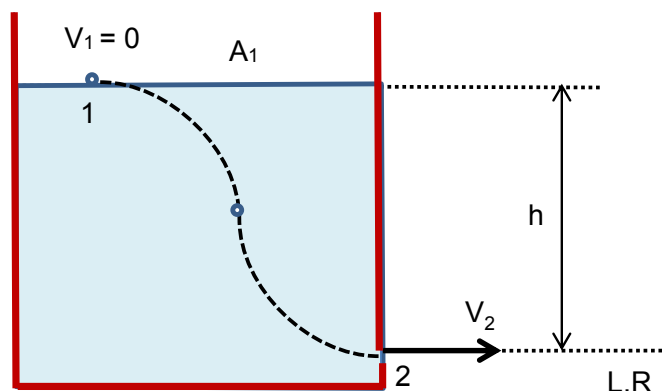


$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

El principio de Bernoulli establece que donde la presión alta la velocidad es baja, o donde la velocidad es alta la presión es baja.

OBSERVACIÓN. Queda pendiente la demostración para los estudiantes.

EJEMPLO 01: En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una profundidad “h” por debajo de la superficie libre del líquido. Calcular la velocidad de salida del chorro.



RESOLUCIÓN. Utilizamos la ecuación de Bernoulli: Consideramos el punto 1 en la superficie libre superior del líquido y el punto 2 en el orificio de salida y la línea de referencia pasa exactamente por el punto 2 en forma arbitraria.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

La presión en los puntos 1 y 2 son iguales, están expuestos a la atmosfera. $P_1 = P_2 = P_0$

En la parte superior la velocidad es prácticamente nula, dado que el área es muy grande: $V_1 = 0$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = h$ y $h_2 = 0$

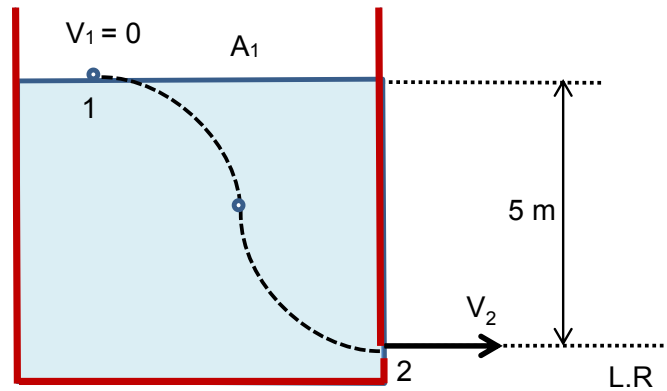
Reemplazando: $P_0 + \frac{1}{2}\delta.(0)^2 + \delta.g.(h) = P_0 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.(0)$

Simplificando: $\delta.g.(h) = \frac{1}{2}\delta.V_2^2$

Respuesta. La velocidad de salida es: $V_2 = \sqrt{2.g.h}$

También se le conoce como el **Teorema de Torricelli**.

EJEMPLO 02: En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una profundidad “h” por debajo de la superficie libre del líquido. Calcular la velocidad de salida del chorro. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

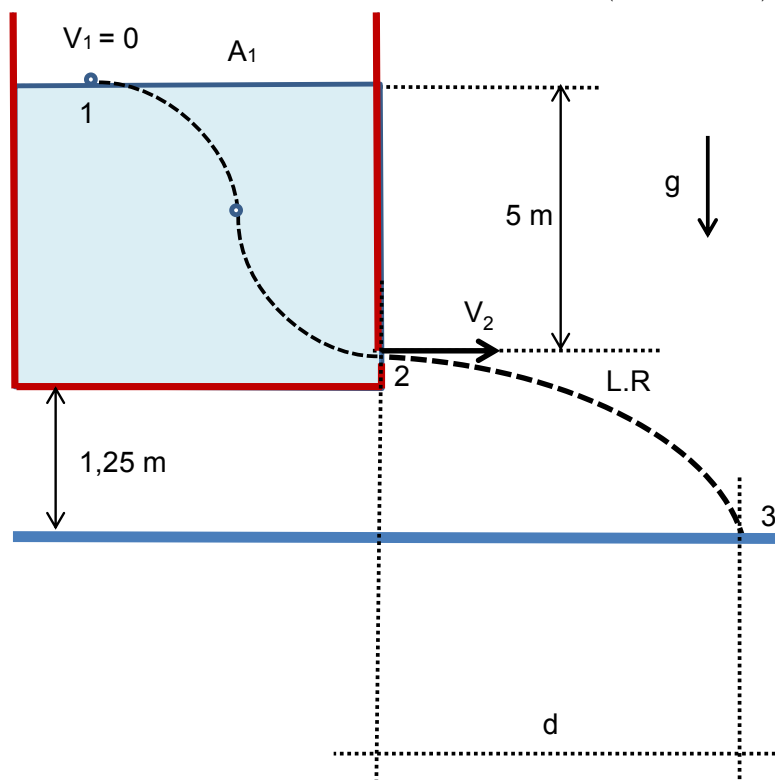


RESOLUCIÓN. Utilizamos el Teorema de Torricelli.

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow V_2 = \sqrt{2 \times 10 \times 5} = 10 \frac{m}{s}$$

Respuesta. La rapidez de salida del chorro es: $V_2 = 10 \frac{m}{s}$

EJEMPLO 03: En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una profundidad “h” por debajo de la superficie libre del líquido. Luego el chorro de agua describe un movimiento parabólico. Calcular el alcance horizontal del chorro. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



RESOLUCIÓN. Utilizamos el Teorema de Torricelli en el tramo desde el punto 1 hasta el punto 2

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow V_2 = \sqrt{2 \times 10 \times 5} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En el tramo del punto 2 hasta el punto 3, aplicamos las leyes del movimiento parabólico. En el eje vertical aplicamos la caída libre:

$$H = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,25}{10}} = 0,5 \text{ s}$$

Aplicamos el M.R.U en el eje horizontal:

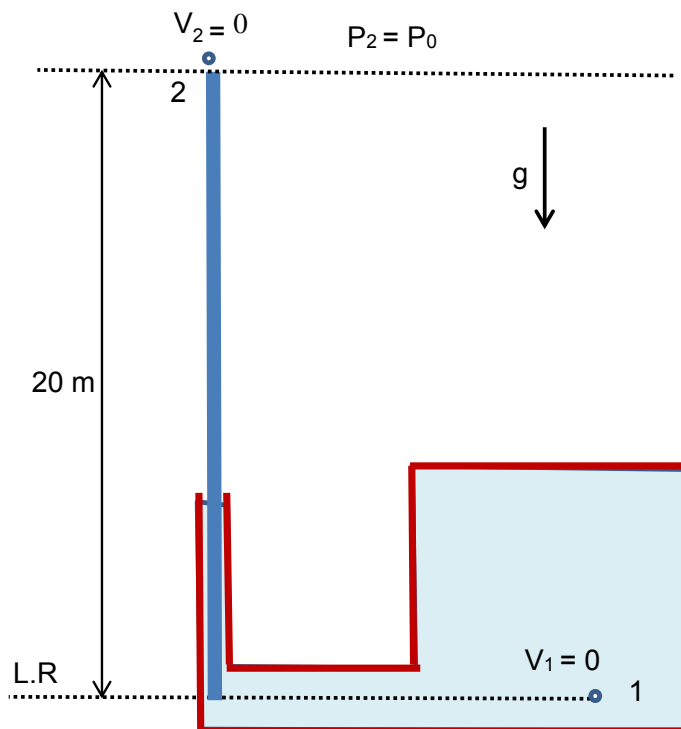
$$d = V_2 \cdot t \Rightarrow d = \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot (0,5 \text{ s}) = 5 \text{ m}$$

Respuesta. El alcance horizontal es: $d = 5 \text{ m}$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. ¿Qué presión absoluta de suministro de agua se necesita? Si una manguera de bombero para incendio debe lanzar agua hasta una altura de 20 metros. $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

$$\left(\delta_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \quad (P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$



RESOLUCIÓN. Utilizamos la ecuación de Bernoulli: Consideramos el punto 1 en el interior del reservorio y el punto 2 en donde el fluido alcanza la altura máxima y la línea de referencia pasa exactamente por el punto 1 en forma arbitraria.

$$P_1 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_1^2 + \delta \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 + \delta \cdot g \cdot h_2$$

La presión en el punto 1 es la presión absoluta y en el punto 2 es la presión atmosférica. $P_2 = P_0$
 En la parte inferior la velocidad es prácticamente nula, dado que el volumen del reservorio es muy grande: $V_1 = 0$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = 0$ y $h_2 = 20 \text{ m}$

Reemplazando: $P_1 + \frac{1}{2} \delta \cdot (0)^2 + \delta \cdot g \cdot (0) = P_0 + \frac{1}{2} \delta \cdot (0)^2 + \delta \cdot g \cdot (h)$

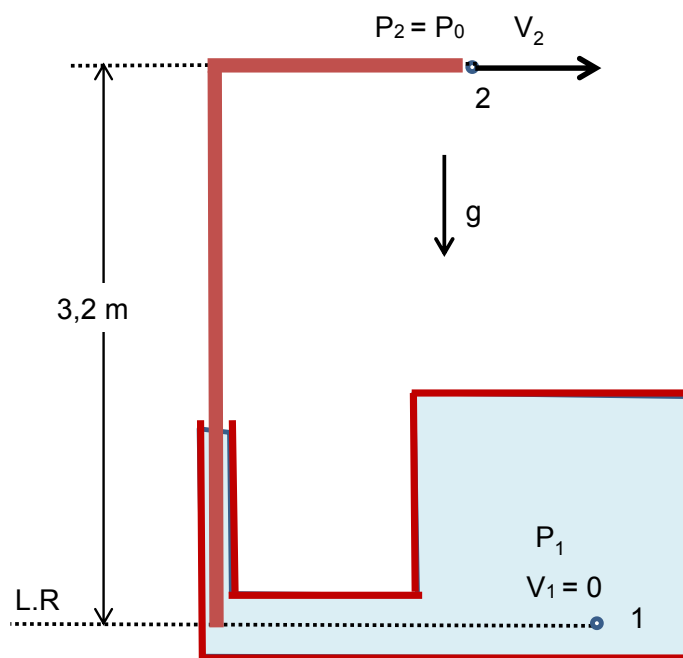
Reduciendo: $P_1 = P_0 + \delta \cdot g \cdot (h)$

Reemplazando: $P_1 = 100000 + 1000 \times 10 \times (20) = 300\,000\text{ Pa}$

Respuesta. La presión absoluta es: $P_1 = 300\text{ kPa}$

2. Calcular la presión absoluta del tanque de agua en el instante mostrado, considerando que la boquilla de la manguera es muy pequeña y el chorro de agua sale con una velocidad de 6 m/s.

$(g = 10\text{ m/s}^2) \quad \left(\delta_{\text{AGUA}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \quad (P_0 = 100\,000\text{ Pa})$



RESOLUCIÓN. Utilizamos la ecuación de Bernoulli: Consideramos el punto 1 en el interior del reservorio y el punto 2 en donde alcanza altura y tiene velocidad, y la línea de referencia pasa exactamente por el punto 1 en forma arbitraria.

$$P_1 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_1^2 + \delta \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 + \delta \cdot g \cdot h_2$$

La presión en el punto 1 es la presión absoluta y en el punto 2 es la presión atmosférica. $P_2 = P_0$

En la parte inferior la velocidad es prácticamente nula, dado que el volumen del reservorio es muy grande: $V_1 = 0$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = 0$ y $h_2 = 20m$

Reemplazando:
$$P_1 + \frac{1}{2}\delta \cdot (0)^2 + \delta \cdot g \cdot (0) = P_0 + \frac{1}{2}\delta \cdot (V_2)^2 + \delta \cdot g \cdot (h)$$

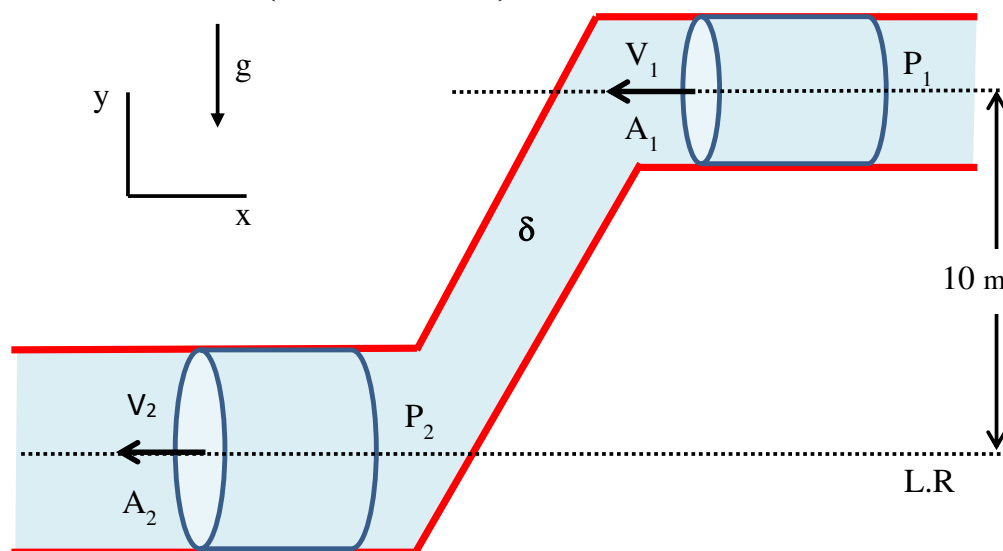
Reduciendo:
$$P_1 = P_0 + \frac{1}{2}\delta \cdot (V_2)^2 + \delta \cdot g \cdot (h)$$

Reemplazando:
$$P_1 = 100000 + \frac{1}{2}(1000)(6)^2 + 1000 \times 10 \times (3,2) = 150\,000\text{ Pa}$$

Respuesta. La presión absoluta es: $P_1 = 150kPa$

3. En la tubería mostrada el agua fluye de arriba hacia abajo. La velocidad del fluido arriba es 4 m/s y abajo 6 m/s, descendiendo una altura de 10 m. Determine la diferencia de Presiones.

$(g = 10\text{ m/s}^2)$ $\left(\delta_{AGUA} = 1000 \frac{kg}{m^3}\right)$ $(P_0 = 100\,000\text{ Pa})$



RESOLUCIÓN. Utilizamos la ecuación de Bernoulli: Consideramos el punto 1 en el punto superior y el punto 2 en el punto inferior y la línea de referencia pasa exactamente por el punto 2 en forma arbitraria.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta \cdot V_1^2 + \delta \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta \cdot V_2^2 + \delta \cdot g \cdot h_2$$

En la parte superior la velocidad es: $V_1 = 4\text{ m/s}$

En la parte inferior la velocidad es: $V_2 = 6\text{ m/s}$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = 10m$ y $h_2 = 0$

Reemplazando: $P_1 + \frac{1}{2}(1000)(4)^2 + (1000)(10)(10) = P_2 + \frac{1}{2}(1000)(6)^2 + \delta \cdot g \cdot (0)$

Reduciendo: $P_1 + 8000 + 100\,000 = P_2 + 18000$

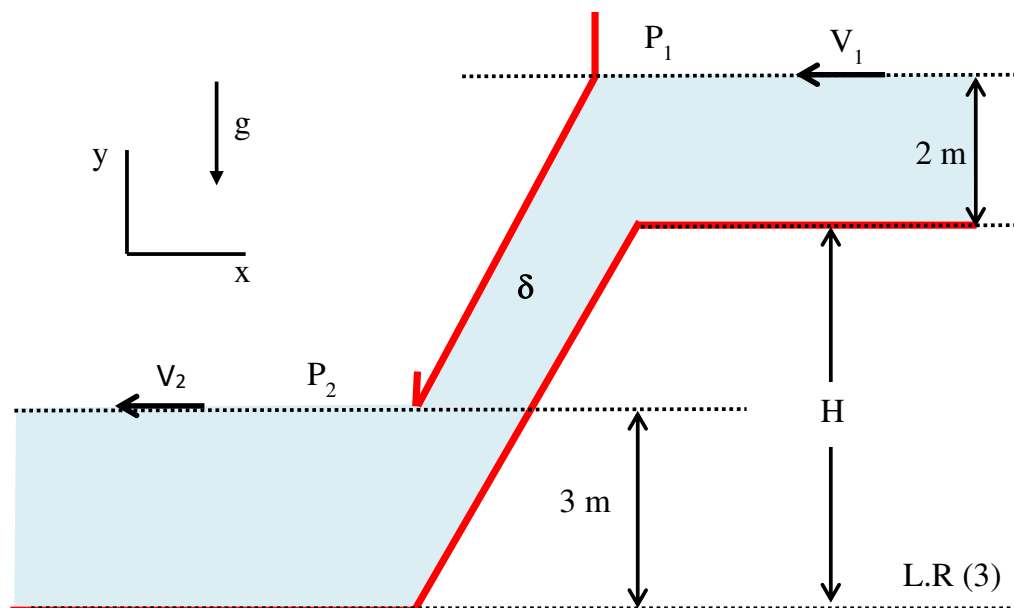
La diferencia de presiones es: $P_1 + 90\,000 = P_2$

La presión absoluta es: $P_2 - P_1 = 90\,kPa$

Respuesta. La presión es mayor en la parte inferior.

4. En el diagrama se muestra un canal abierto en la parte superior donde fluye el agua con una profundidad de 2 m y con velocidad de 6 m/s. Después de pasar por una pendiente fluye por otro canal en la parte inferior de profundidad 3 m con velocidad de 20 m/s. Determinar la diferencia de alturas entre las soleras (fondo en los canales) H.

$(g = 10\,m/s^2) \quad \left(\delta_{AGUA} = 1000\,\frac{kg}{m^3} \right) \quad (P_0 = 100\,000\,Pa)$



RESOLUCIÓN. Utilizamos la ecuación de Bernoulli: Consideramos el punto 1 en el punto superior y el punto 2 en el punto inferior y la línea de referencia pasa exactamente por el punto 3 en forma arbitraria.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta \cdot g \cdot h_2$$

En la parte superior la velocidad es: $V_1 = 6\,m/s$

En la parte inferior la velocidad es: $V_2 = 20\,m/s$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = H + 2m$ y $h_2 = 3m$

La presión en el punto 1 y en el punto 2 es la presión atmosférica. $P_1 = P_2 = P_0$

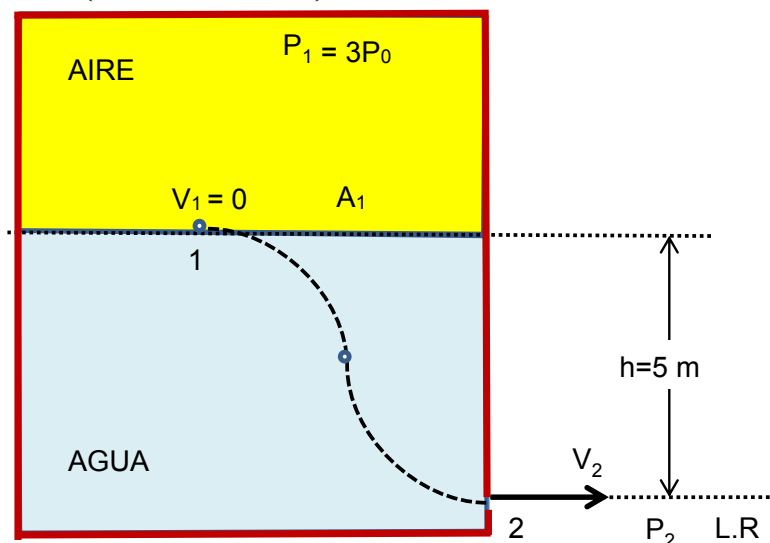
Reemplazando: $P_0 + \frac{1}{2}(1000)(6)^2 + (1000)(10)(H + 3) = P_0 + \frac{1}{2}(1000)(20)^2 + (1000)(10)(3)$

$$18000 + (1000)(10)(H + 3) = 200000 + 30000$$

Respuesta. La diferencia de alturas es $H = 18,2 m$

5. En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una profundidad “h” por debajo de la superficie del líquido. Considerando que la presión absoluta del aire encerrado en el cilindro es el triple de la presión atmosférica. Calcular la velocidad de salida del chorro.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2) \quad \left(\rho_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \quad (P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$



RESOLUCIÓN. Utilizamos la ecuación de Bernoulli: Consideramos el punto 1 en la superficie superior del líquido y el punto 2 en el orificio de salida y la línea de referencia pasa exactamente por el punto 2 en forma arbitraria.

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2$$

La presión en los puntos 1 es el triple de la presión atmosférica: $P_1 = 3P_0$

La presión en el punto 2 es igual a la presión de la atmosférica: $P_2 = P_0$

En la parte superior la velocidad es prácticamente nula, dado que el área es muy grande: $V_1 = 0$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = 0$ y $h_2 = 5m$

$$\text{Reemplazando: } 3P_0 + \frac{1}{2}(\delta)(0)^2 + (1000)(10)(5) = P_0 + \frac{1}{2}(1000)(V_2^2) + \delta.g.(0)$$

$$3P_0 + (1000)(10)(5) = P_0 + \frac{1}{2}(1000)(V_2^2)$$

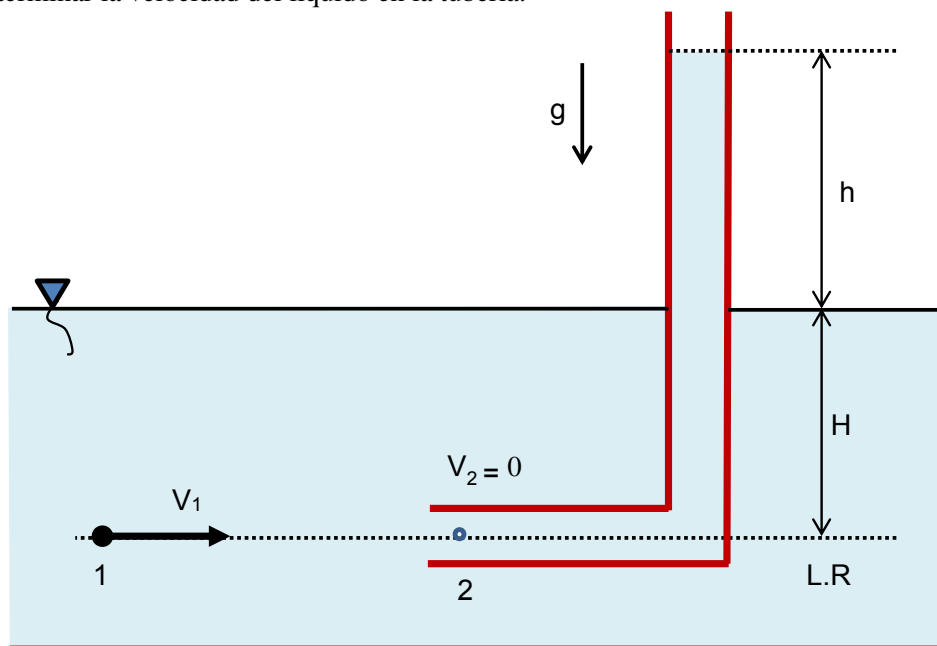
$$300000 + 50000 = 100000 + \frac{1}{2}(1000)(V_2^2)$$

$$300 + 50 = 100 + \frac{1}{2}(V_2^2)$$

$$\text{Simplificando: } V_2^2 = 500$$

$$\text{Respuesta. La velocidad de salida es: } V_2 = 10.\sqrt{5} \frac{m}{s} = 22,4 \frac{m}{s}$$

6. Un tubo en forma de L (el tubo de Pitot) se emplea para medir la velocidad del líquido en el punto 1. El extremo inferior 2 del tubo se coloca en contra de la corriente y su otro extremo está abierta a la atmosfera. Debido a la corriente en la rama abierta a la atmosfera sube una altura “h”. Determinar la velocidad del líquido en la tubería.



RESOLUCIÓN. Utilizamos la ecuación de Bernoulli: Consideramos el punto 1 en la corriente del líquido y el punto 2 en el punto inferior al tubo en forma de L y la línea de referencia pasa exactamente por el punto 2 en forma arbitraria.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

En el punto “1” la corriente del líquido, la velocidad es: V_1

En el punto “2” la velocidad del líquido es nula: $V_2 = 0$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = 0$ y $h_2 = 0$

La presión absoluta en los puntos 1 y 2, son:

$$P_1 = \delta \cdot g \cdot H + P_0 \quad \text{y} \quad P_2 = \delta \cdot g \cdot (H + h) + P_0$$

Reemplazando los datos:

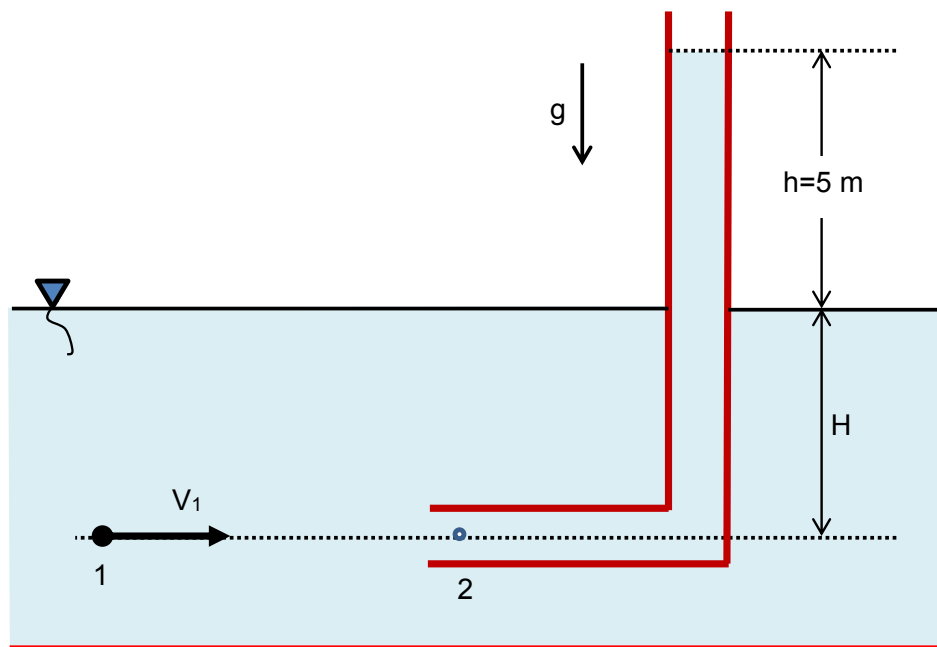
$$(\delta \cdot g H + P_0) + \frac{1}{2} \delta \cdot V_1^2 + \delta \cdot g \cdot (0) = (\delta \cdot g H + \delta \cdot g h + P_0) + \frac{1}{2} \delta \cdot (0)^2 + \delta \cdot g \cdot (0)$$

$$(\delta \cdot g H + P_0) + \frac{1}{2} \delta \cdot V_1^2 = (\delta \cdot g H + \delta \cdot g h + P_0)$$

$$\frac{1}{2} \delta \cdot V_1^2 = (\delta \cdot g h) \Rightarrow V_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Respuesta. La velocidad de la corriente en el punto “1” depende de la altura “h”.

7. Un tubo en forma de L (el tubo de Pitot) se emplea para medir la velocidad del líquido en el punto 1. El extremo inferior 2 del tubo se coloca en contra de la corriente y su otro extremo está abierta a la atmosfera. Debido a la corriente en la rama abierta a la atmosfera sube una altura “h”. Determinar la velocidad del líquido en la tubería.



RESOLUCIÓN. Utilizamos la ecuación de Bernoulli: Consideramos el punto 1 en la corriente del líquido y el punto 2 en el punto inferior al tubo en forma de L y la línea de referencia pasa exactamente por el punto 2 en forma arbitraria.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

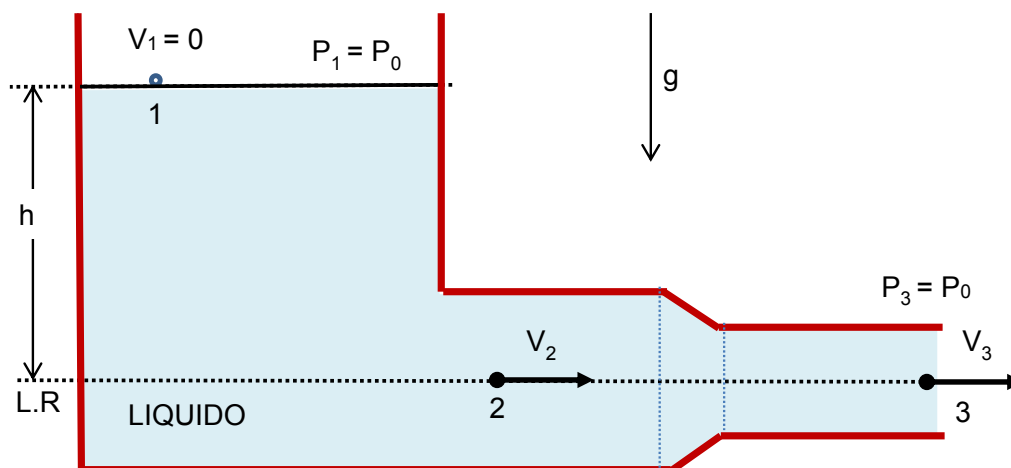
Aplicamos la propiedad del tubo de Pitot:

$$V_1 = \sqrt{2.g.h} \Rightarrow V_1 = \sqrt{2.(10).(5)} = 10 \frac{m}{s}$$

Respuesta. La velocidad de la corriente del líquido es: $V_1 = 10 \frac{m}{s}$

8. Un tanque de ancha base contiene agua. La sección recta en el punto “2” es $0,02 \text{ m}^2$ y la cañería de salida en el punto “3” es $0,01 \text{ m}^2$. Calcular la velocidad de salida en los puntos “2” y “3”. La profundidad “h” es 3,2 m.

$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad \left(\delta_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad (P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$



RESOLUCIÓN. Consideramos el punto “1” en la superficie libre del líquido, donde es igual a la presión atmosférica.: $P_1 = P_0$

La presión absoluta en el punto “3” es igual a la presión atmosférica: $P_3 = P_0$

En el punto “1” la velocidad es prácticamente nula, porque el recipiente es muy ancho: $V_1 = 0$

La línea de referencia pasa exactamente por el punto “3” en forma arbitraria.

Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos “1” y “3”.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_3 + \frac{1}{2}\delta.V_3^2 + \delta.g.h_3$$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = h$ y $h_3 = 0$

Reemplazando los datos:

$$(P_0) + \frac{1}{2}\delta.(0)^2 + \delta.g.(h) = (P_0) + \frac{1}{2}\delta.(V_3)^2 + \delta.g.(0)$$

$$V_3^2 = 2.g.h \Rightarrow V_3 = \sqrt{2.g.h} \text{ cumpliéndose la ecuación de Torricelli.}$$

$$\text{Reemplazando tenemos que: } V_3 = \sqrt{2.(10).(3,2)} = 8 \frac{m}{s}$$

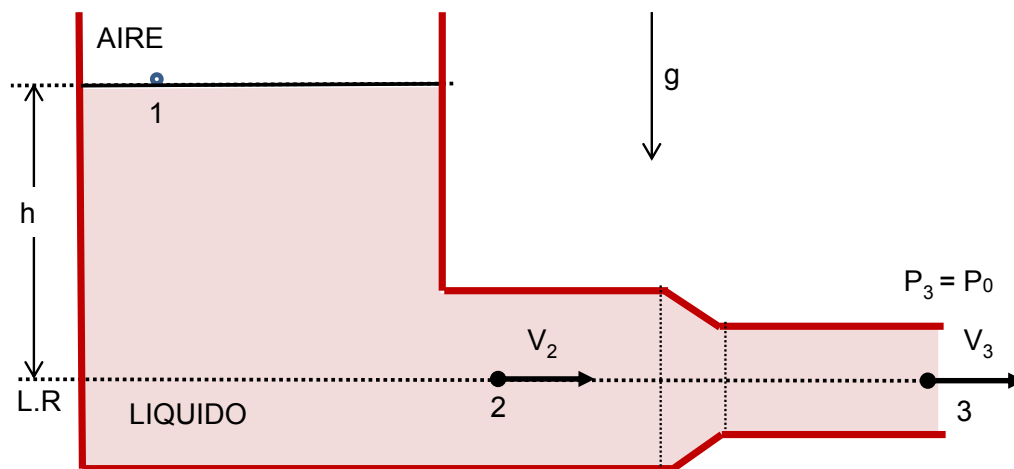
$$\text{El caudal es constante: } Q_2 = Q_3 \Rightarrow V_2.A_2 = V_3.A_3$$

$$\text{Reemplazando los datos: } V_2.(0,02 m^2) = \left(8 \frac{m}{s}\right).(0,01 m^2)$$

$$\text{Respuesta. La velocidad en el punto "2" es: } V_2 = 4 \frac{m}{s}$$

9. Un tanque de grandes dimensiones contiene agua. La sección recta en el punto "2" es $0,02 m^2$ y en la cañería de salida en el punto "3" es $0,01 m^2$. La velocidad de salida en el punto "2" es $4 m/s$ y en el punto "3" es $8 m/s$. Calcular la presión absoluta en el punto "2".

$$\left(g = 10 m/s^2\right) \quad \left(\delta_{AGUA} = 1000 \frac{kg}{m^3}\right) \quad (P_0 = 100\,000 Pa)$$



RESOLUCIÓN.

La presión absoluta en el punto "3" es igual a la presión atmosférica: $P_3 = P_0$

La línea de referencia pasa exactamente por el punto “3” en forma arbitraria.
Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos “2” y “3”.

$$P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2 = P_3 + \frac{1}{2}\delta.V_3^2 + \delta.g.h_3$$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_2 = h$ y $h_3 = 0$

Reemplazando los datos:

$$P_2 + \frac{1}{2}\delta.(V_2)^2 + \delta.g.(0) = (P_0) + \frac{1}{2}\delta.(V_3)^2 + \delta.g.(0)$$

Simplificando: $P_2 + \frac{1}{2}\delta.(V_2)^2 = (P_0) + \frac{1}{2}\delta.(V_3)^2$

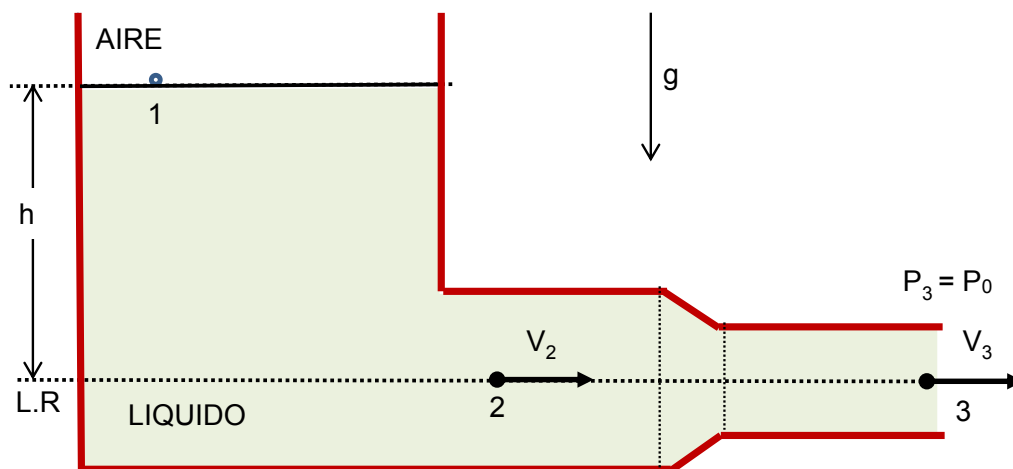
Reemplazando los datos: $P_2 + \frac{1}{2}(1000).(4)^2 = 100000 + \frac{1}{2}(1000).(8)^2$

La presión en el punto “2” es: $P_2 + 8000 = 100000 + 32000$

Respuesta. Reduciendo: $P_2 = 124000 \text{ Pa} = 124 \text{ kPa}$

10. Un sistema de suministro de agua hace uso de una cisterna de almacenamiento. Calcular la presión absoluta en el punto “2” si en ese lugar la velocidad del agua es 10 m/s. La profundidad “h” es 12 metros.

$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad \left(\delta_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad (P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$



RESOLUCIÓN.

La presión absoluta en el punto “1” es igual a la presión atmosférica: $P_1 = P_0$

La línea de referencia pasa exactamente por el punto “2” en forma arbitraria.

Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos “1” y “2”.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = h$ y $h_2 = 0$

En el punto “1” la velocidad es prácticamente nula, porque el recipiente es muy ancho: $V_1 = 0$

Reemplazando los datos:

$$P_0 + \frac{1}{2}\delta.(0)^2 + \delta.g.(h) = P_2 + \frac{1}{2}\delta.(V_2)^2 + \delta.g.(0)$$

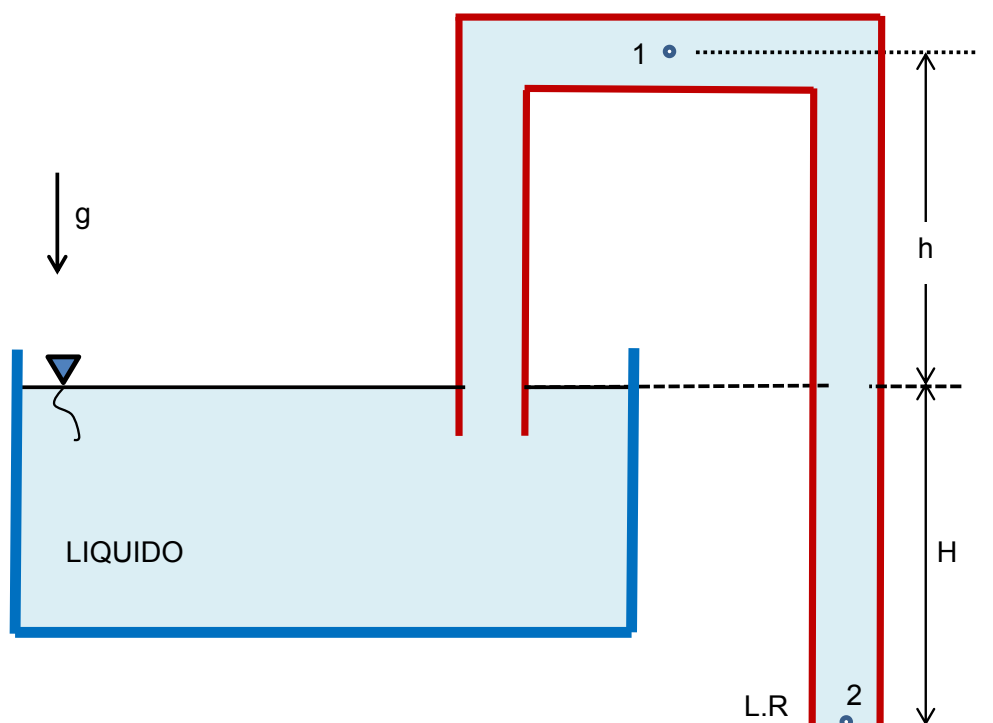
Simplificando: $P_0 + \delta.g.(h) = P_2 + \frac{1}{2}\delta.(V_2)^2$

Reemplazando los datos: $100000 + (1000)(10)(12) = P_2 + \frac{1}{2}(1000)(10)^2$

La presión en el punto “2” es: $100000 + 120000 = P_2 + 50000$

Respuesta. Reduciendo: $P_2 = 170000 \text{ Pa} = 170 \text{ kPa}$

11. Se muestra una manguera sifón que extra aceite de densidad δ de un depósito ancho. Calcular la presión manométrica en el punto más alto del sifón.

**RESOLUCIÓN.**

La presión manométrica en el punto “1” es nuestra incógnita: $P_1 - P_0$

La presión absoluta en el punto “2” es la presión atmosférica: $P_2 = P_0$

La línea de referencia pasa exactamente por el punto “2” en forma arbitraria.

Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos “1” y “2”.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = h + H$ y $h_2 = 0$

como el área del sifón es uniforme, la velocidad del fluido se mantiene constante: $V_1 = V_2 = V$

Reemplazando los datos:

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.(V)^2 + \delta.g.(h + H) = P_0 + \frac{1}{2}\delta.(V)^2 + \delta.g.(0)$$

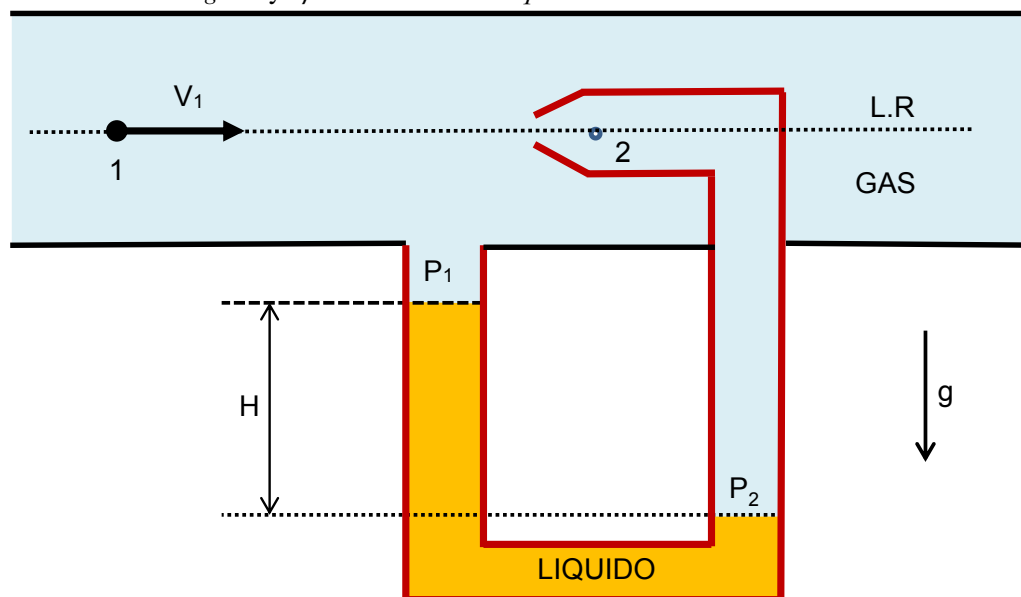
Simplificando: $P_1 + \delta.g.(h + H) = P_0$

Despejando: $P_1 - P_0 = -\delta.g.(h + H)$

Respuesta. La presión manométrica en el punto “1” es negativa, es decir existe succión.

12. Un tubo de Pitot se emplea para medir la velocidad de un gas a través de una tubería y se instala como de muestra. Determinar la velocidad del gas.

δ : densidad del gas y ρ : densidad del liquido



RESOLUCIÓN.

La línea de referencia pasa exactamente por el punto “2” en forma arbitraria.

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = 0$ y $h_2 = 0$

Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos “1” y “2”.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

En el punto “2” es de estancamiento: $V_2 = 0$

Reemplazando los datos:

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.(V_1)^2 = P_2 \Rightarrow \frac{1}{2}\delta.(V_1)^2 = P_2 - P_1$$

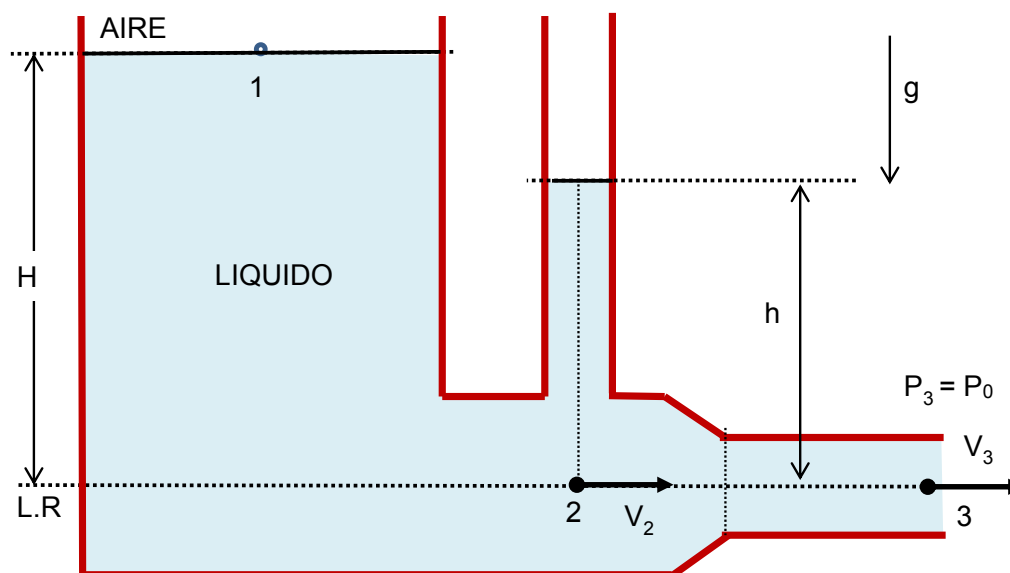
Simplificando: $V_1 = \sqrt{\frac{2.(P_2 - P_1)}{\delta}}$

La diferencia de presiones en el tubo en U es: $P_2 - P_1 = \rho.g.H$

Reemplazando tenemos que: $V_1 = \sqrt{\frac{2.(\rho.g.H)}{\delta}}$

13. El agua en el depósito amplio alcanza una profundidad H. El tubo de desagüe tiene dos secciones transversales de área A y “2A”. Calcula la altura h que alcanza el agua en el tubo vertical en el punto “2”.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2) \quad \left(\delta_{\text{AGUA}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \quad (P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$

**RESOLUCIÓN.**

PRIMER PASO. Consideramos el punto “1” en la superficie libre del líquido, donde es igual a la presión atmosférica.: $P_1 = P_0$

La presión absoluta en el punto “3” es igual a la presión atmosférica: $P_3 = P_0$

En el punto “1” la velocidad es prácticamente nula, porque el recipiente es muy ancho: $V_1 = 0$

La línea de referencia pasa exactamente por el punto “3” en forma arbitraria.

Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos “1” y “3”.

$$P_1 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_1^2 + \delta \cdot g \cdot h_1 = P_3 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_3^2 + \delta \cdot g \cdot h_3$$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = H$ y $h_3 = 0$

Reemplazando los datos:

$$(P_0) + \frac{1}{2} \delta \cdot (0)^2 + \delta \cdot g \cdot (H) = (P_0) + \frac{1}{2} \delta \cdot (V_3)^2 + \delta \cdot g \cdot (0)$$

$$V_3^2 = 2 \cdot g \cdot H \Rightarrow V_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \text{ cumpliéndose la ecuación de Torricelli.}$$

SEGUNDO PASO. El caudal es constante: $Q_2 = Q_3 \Rightarrow V_2 \cdot A_2 = V_3 \cdot A_3$

$$\text{Reemplazando los datos: } V_2 \cdot (2A) = (\sqrt{2 \cdot g \cdot H}) \cdot (V)$$

La velocidad en el punto “2” es: $V_2 = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}{2}$

TERCER PASO. Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos “2” y “3”:

$$P_2 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 + \delta \cdot g \cdot h_2 = P_3 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_3^2 + \delta \cdot g \cdot h_3$$

La presión absoluta en el punto 2 es: $P_2 = P_0 + \delta \cdot h$

La presión absoluta en el punto 3 es: $P_3 = P_0$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_2 = 0$ y $h_3 = 0$

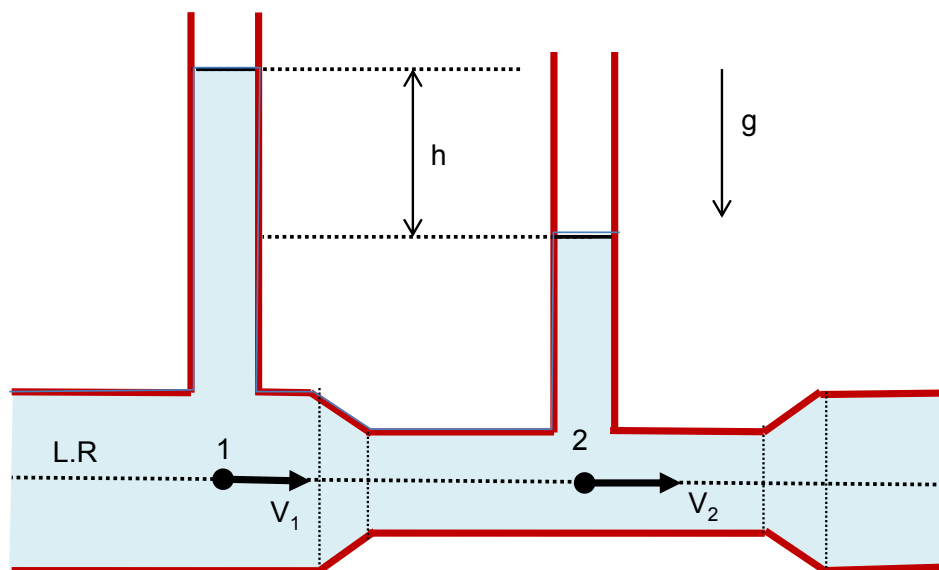
Reemplazando: $(P_0 + \delta \cdot g \cdot h) + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 + \delta \cdot g \cdot (0) = P_0 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_3^2 + \delta \cdot g \cdot (0)$

Reduciendo: $(\delta \cdot g \cdot h) + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 = \frac{1}{2} \delta \cdot V_3^2 \Rightarrow 2g \cdot h + V_2^2 = V_3^2$

Reemplazando: $2g \cdot h + \frac{2 \cdot g \cdot H}{4} = 2 \cdot g \cdot H \Rightarrow h + \frac{H}{4} = H$

Respuesta. Finalmente: $h = \frac{3}{4} H \Rightarrow h < H$

14. El contador de Venturi consiste en un estrechamiento producido en un tubo. Considerando que tiene una sección recta A en la parte angosta y el triple en la parte ancha. Determinar el caudal del líquido de densidad δ .

**RESOLUCIÓN.**

PRIMER PASO. Analizamos los puntos 1 y 2. El caudal es constante:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2$$

Reemplazando: $V_1 \cdot (3A) = V_2 \cdot (A) \Rightarrow V_2 = 3 \cdot V_1 = 3 \cdot V$

La línea de referencia pasa exactamente por el punto “2” en forma arbitraria.

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = 0$ y $h_2 = 0$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos “1” y “2”.

$$P_1 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_1^2 + \delta \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 + \delta \cdot g \cdot h_2$$

Reemplazando los datos:

$$P_1 + \frac{1}{2} \delta \cdot (V)^2 + \delta \cdot g \cdot (0) = P_2 + \frac{1}{2} \delta \cdot (3 \cdot V)^2 + \delta \cdot g \cdot (0)$$

Reduciendo: $P_1 + \frac{1}{2} \delta \cdot (V)^2 = P_2 + \frac{1}{2} \delta \cdot (9 \cdot V^2)$

$$P_1 - P_2 = 4 \delta \cdot (V)^2 \Rightarrow V = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{\delta}}$$

TERCER PASO. La diferencia de presiones es:

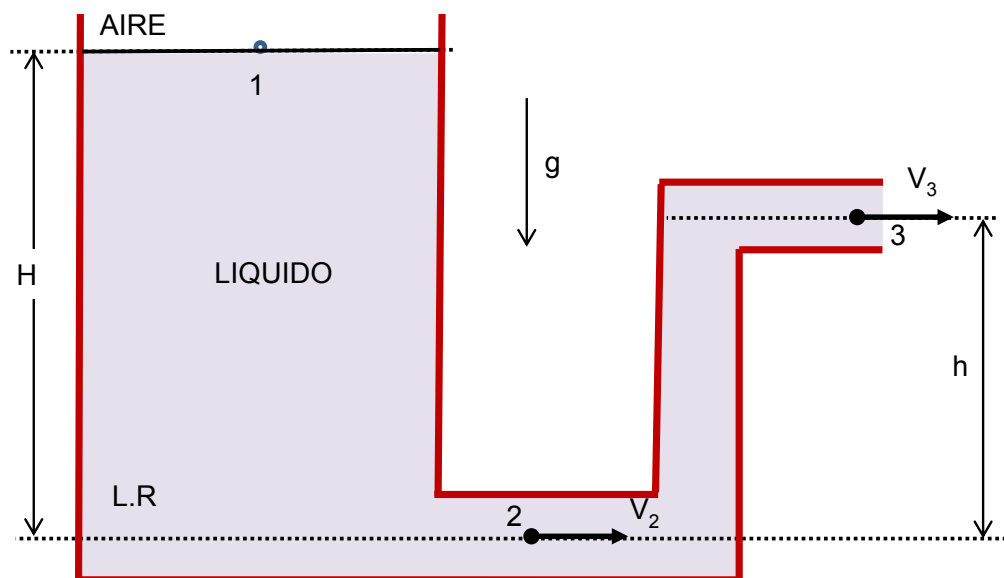
$$P_1 - P_2 = \delta \cdot g \cdot h \Rightarrow V_1 = V = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{g \cdot h}$$

Cálculo del caudal:

$$Q_1 = V_1 \cdot A_1 \Rightarrow Q_1 = \frac{\sqrt{g \cdot h}}{2} (3A) = \frac{3A \cdot \sqrt{g \cdot h}}{2}$$

Respuesta. El caudal es: $Q_1 = \frac{3A \cdot \sqrt{g \cdot h}}{2}$

15. Un contenedor cilíndrico tiene un tubo de desagüe de sección recta uniforme, el cual está doblado como se muestra. Calcula la presión absoluta en el punto "2".



RESOLUCIÓN.

PRIMER PASO. Analizamos los puntos 2 y 3. El caudal es constante en el desagüe:

$$Q_2 = Q_3 \Rightarrow V_2 \cdot A_2 = V_3 \cdot A_3$$

Reemplazando: $V_1 \cdot (A) = V_2 \cdot (A) \Rightarrow V_2 = V_3 = V$

La línea de referencia pasa exactamente por el punto "2" en forma arbitraria.

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_2 = 0$ y $h_3 = h$

La presión en el punto "3" es igual a la presión atmosférica: $P_3 = P_0$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos "2" y "3".

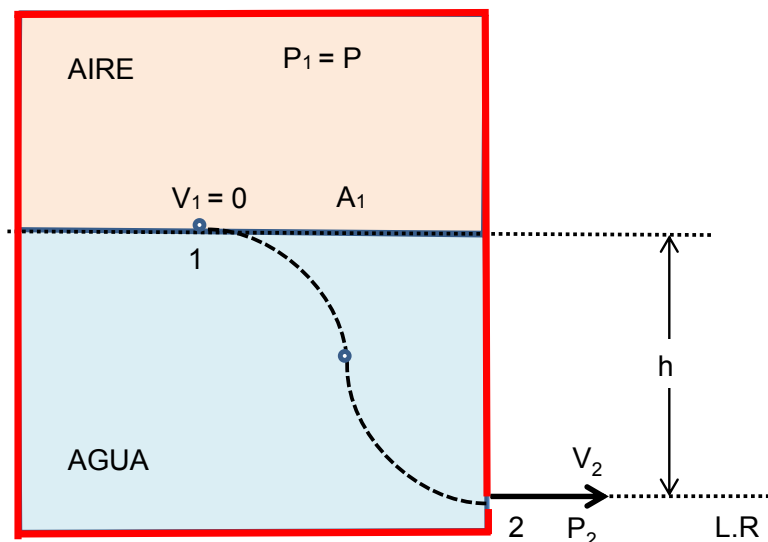
$$P_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot V_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 = P_3 + \frac{1}{2} \rho \cdot V_3^2 + \rho \cdot g \cdot h_3$$

Reemplazando los datos:

$$P_2 + \frac{1}{2}\delta.(V)^2 + \delta.g.(0) = P_3 + \frac{1}{2}\delta.(V)^2 + \delta.g.(h)$$

Respuesta. Reduciendo: $P_2 = P_0 + \delta.g.h$

16. En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una profundidad “h” por debajo de la superficie del líquido. Considerando que la presión absoluta del aire encerrado en el cilindro P. Calcular la velocidad de salida del chorro.



RESOLUCIÓN.

PRIMER PASO. Utilizamos la ecuación de Bernoulli: Consideramos el punto 1 en la superficie superior del líquido y el punto 2 en el orificio de salida y la línea de referencia pasa exactamente por el punto 2 en forma arbitraria.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

La presión absoluta del gas en el punto “1” es: $P_1 = P$

La presión absoluta en el punto 2 es igual a la presión de la atmosférica: $P_2 = P_0$

En la parte superior la velocidad es prácticamente nula, dado que el área es muy grande: $V_1 = 0$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = h$ y $h_2 = 0$

SEGUNDO PASO. Reemplazando:

$$P + \frac{1}{2}\delta.(0)^2 + \delta.g.(h) = P_0 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.(0)$$

$$P + \delta \cdot g \cdot (h) = P_0 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 \Rightarrow 2(P - P_0) + 2 \cdot \delta \cdot g \cdot h = \delta \cdot V_2^2$$

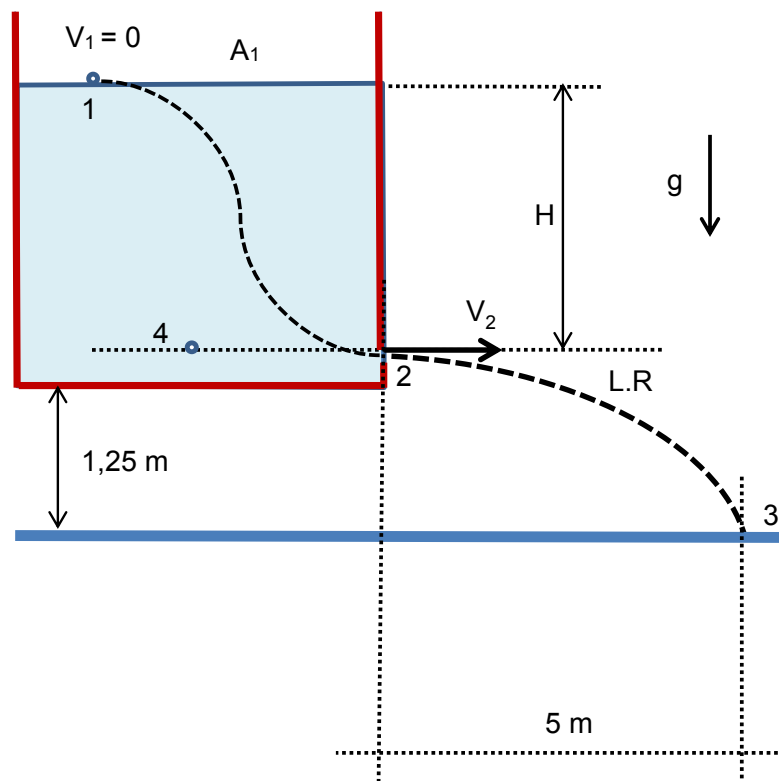
Respuesta. Despejando tenemos que: $V_2 = \sqrt{\frac{2(P - P_0)}{\delta} + 2 \cdot g \cdot h}$

OBSERVACIÓN. Si consideramos el recipiente abierto, $P_1 = P = P_0$

tendremos la ecuación de Torricelli: $V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

17. En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una profundidad “H” por debajo de la superficie libre del líquido. Luego el chorro de agua describe un movimiento parabólico. Calcular la presión absoluta en el punto “4” detrás del orificio de salida.

$$\left(g = 10 \, m/s^2 \right) \quad \left(\delta_{AGUA} = 1000 \, \frac{kg}{m^3} \right) \quad (P_0 = 100\,000 \, Pa)$$



RESOLUCIÓN. En el tramo del punto “2” hasta el punto “3”, aplicamos las leyes del movimiento parabólico.

||1||. En el eje vertical aplicamos la caída libre:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow 1,25 = 5 \cdot t^2 \Rightarrow t = 0,5 \text{ s}$$

Aplicamos el M.R.U en el eje horizontal: $V_2 = \frac{d}{t} \Rightarrow V_2 = \frac{5 \text{ m}}{0,5 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$

||2||. La presión absoluta en el punto “4” es: $P_4 = P_0 + \delta \cdot g \cdot H$

La presión absoluta en el punto “2” es igual a la presión atmosférica: $P_2 = P_0$

||3||. Utilizamos la ecuación de Bernoulli, entre los puntos 4 y 2, ambos están en el mismo nivel.

$$P_4 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_4^2 + \delta \cdot g \cdot h_4 = P_2 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 + \delta \cdot g \cdot h_2$$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_4 = 0$ y $h_2 = 0$

La velocidad en el punto “4” es nula: $V_4 = 0$

Reemplazando: $P_4 + \frac{1}{2} \delta \cdot (0)^2 + \delta \cdot g \cdot (0) = P_0 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 + \delta \cdot g \cdot (0)$

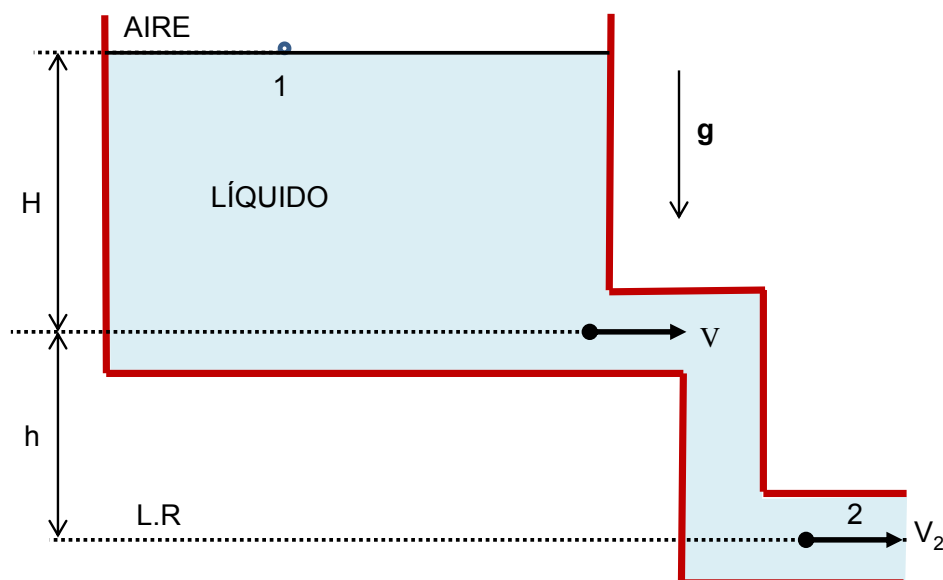
Reduciendo: $P_4 = P_0 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2$

Respuesta. Reemplazando: $P_4 = 100\,000 + \frac{1}{2} (1000) (10)^2 = 150\,000 \text{ Pa}$

La presión absoluta detrás del orificio en el punto “2”: $P_4 = 150 \text{ kPa}$

Observación: $P_4 = P_0 + \delta \cdot g \cdot H = P_0 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 \Rightarrow V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$

18. Un recipiente de gran capacidad, lleno de agua, es conectado a una tubería como de muestra. Calcular el caudal por la tubería de salida, si el área de la sección recta es “A”.



RESOLUCIÓN. La línea de referencia pasa exactamente por el punto “2” en forma arbitraria.

||1||. Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos “1” y “2”.

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = (h + H)$ y $h_2 = 0$

La velocidad en el punto “1” es nula, el recipiente es muy grande: $V_1 = 0$

La presión en el punto “1” es igual a la presión atmosférica: $P_1 = P_0$

La presión absoluta en el punto “2” es igual a la presión atmosférica: $P_2 = P_0$

Reemplazando los datos:

$$P_0 + \frac{1}{2}\delta.(0)^2 + \delta.g.(h + H) = P_0 + \frac{1}{2}\delta.(V_2)^2 + \delta.g.(0)$$

Reduciendo: $\delta.g.(h + H) = \frac{1}{2}\delta.(V_2)^2$

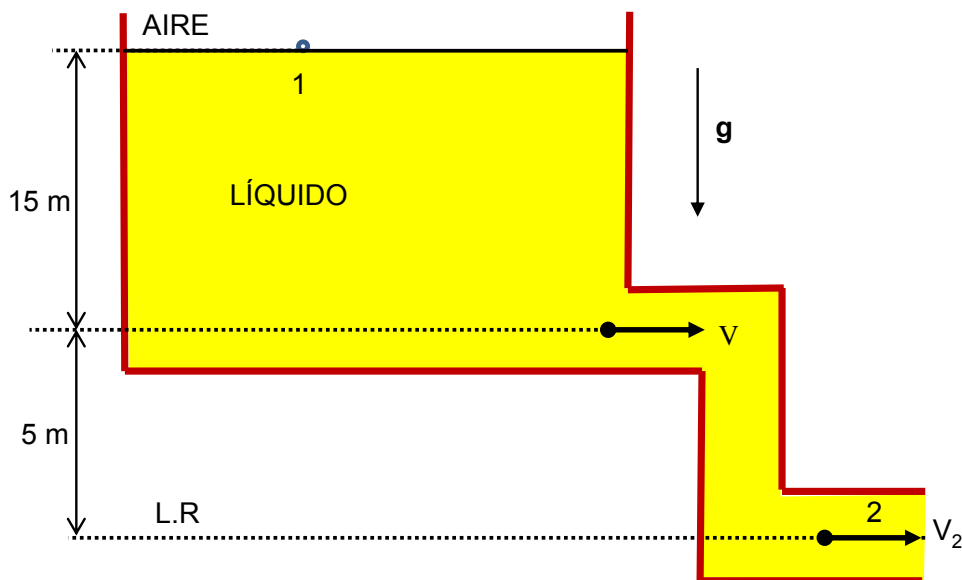
La velocidad en el punto “2” es: $V_2 = \sqrt{2.g.(h + H)}$

||2||. El caudal es constante en el desagüe: $Q_2 = A_2.V_2 = A.\sqrt{2.g.(h + H)}$

Respuesta. El caudal es: $Q_2 = A.\sqrt{2.g.(h + H)}$

19. Un recipiente de gran capacidad, lleno de agua, es conectado a una tubería como de muestra. Calcular el caudal por la tubería de salida, si el área de la sección recta es $A = 0,002 \text{ m}^2$.

$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad \left(\delta_{\text{AGUA}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad (P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$



RESOLUCIÓN. La línea de referencia pasa exactamente por el punto “2” en forma arbitraria. ||1||. Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos “1” y “2”.

$$P_1 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_1^2 + \delta \cdot g \cdot h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \delta \cdot V_2^2 + \delta \cdot g \cdot h_2$$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = (h + H)$ y $h_2 = 0$

La velocidad en el punto “1” es nula, el recipiente es muy grande: $V_1 = 0$

La presión en el punto “1” es igual a la presión atmosférica: $P_1 = P_0$

La presión absoluta en el punto “2” es igual a la presión atmosférica: $P_2 = P_0$

Reemplazando los datos:

$$P_0 + \frac{1}{2} \delta \cdot (0)^2 + \delta \cdot g \cdot (h + H) = P_0 + \frac{1}{2} \delta \cdot (V_2)^2 + \delta \cdot g \cdot (0)$$

Reduciendo: $\delta \cdot g \cdot (h + H) = \frac{1}{2} \delta \cdot (V_2)^2$

La velocidad en el punto “2” es: $V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h + H)}$

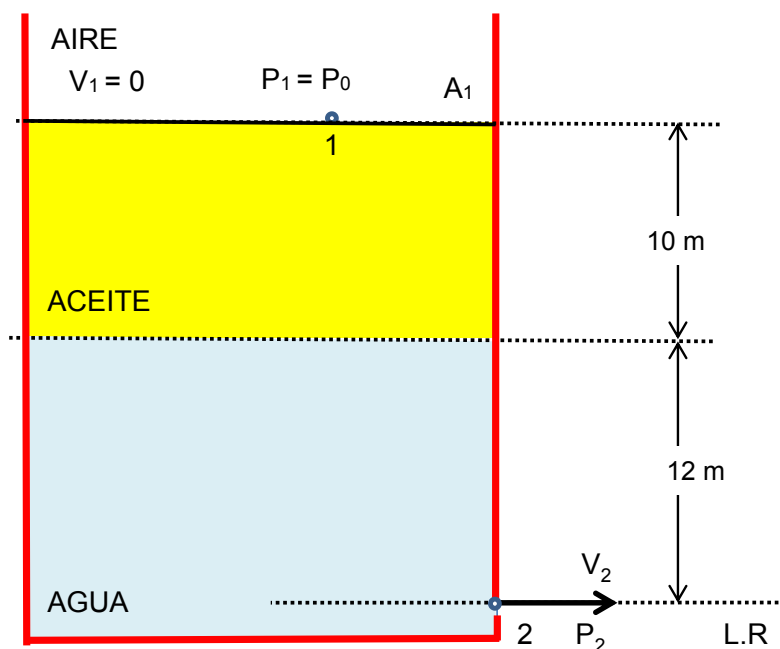
2. El caudal es constante en el desagüe: $Q_2 = A_2 \cdot V_2 = A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h + H)}$

Reemplazando los datos: $Q_2 = A \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h + H)} = 0,02x\sqrt{2x10x20} = 0,4 \frac{m^3}{s}$

Respuesta. El caudal es: $Q_2 = 0,4 \frac{m^3}{s}$

20. Un recipiente ancho contiene agua y aceite. Si al recipiente se le practica un agujero cerca de la base, determinar la velocidad de salida del chorro de agua.

$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad \left(\delta_{ACEITE} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad \left(\delta_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$$

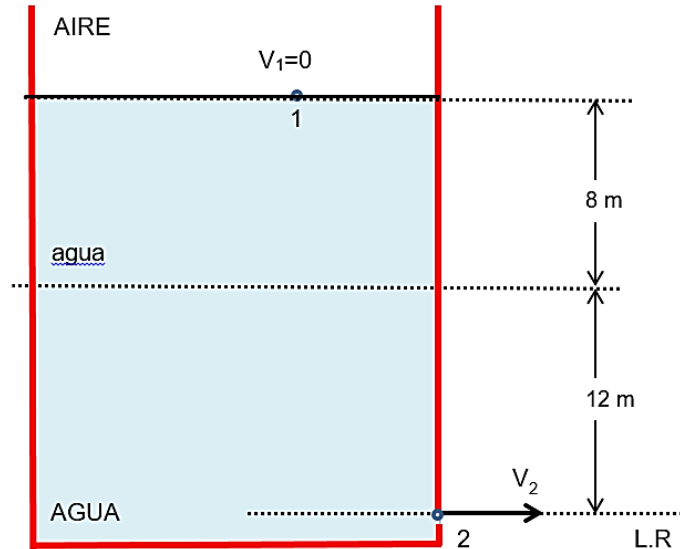


RESOLUCIÓN. La masa de aceite reemplazaremos por su equivalente en agua.

$$M_{ACEITE} = M_{AGUA} \Rightarrow \delta_{ACEITE} \cdot h_1 = \delta_{AGUA} \cdot h_2$$

$$h_2 = \frac{\delta_{ACEITE} \cdot h_1}{\delta_{AGUA}} = \left(\frac{800}{1000}\right) \cdot 10m = 8m$$

La altura de 10 metros de aceite lo reemplazamos por 8 metros de agua.

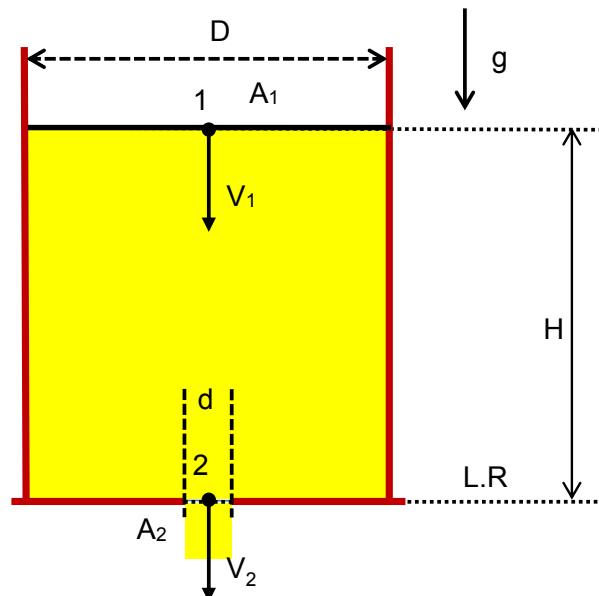


Utilizamos el teorema de Torricelli: $V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

Reemplazando los datos del sistema equivalente tenemos que: $V_2 = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20 \text{ m/s}$

Respuesta. La velocidad es 20 m/s.

21. Se tiene un recipiente cilíndrico de diámetro “D”, el cual tiene en el fondo un orificio pequeño de diámetro “d”. Calcular la velocidad con que baja el nivel del agua en función de la altura H.



RESOLUCIÓN.

1. Aplicamos la ecuación de la Continuidad: $Q = A_1.V_1 = A_2.V_2$

$$\left(\frac{\pi.D^2}{4}\right).V_1 = \left(\frac{\pi.d^2}{4}\right).V_2 \Rightarrow V_2 = \left(\frac{D}{d}\right)^2.V_1$$

2. La presión absoluta en el punto “1” es: $P_1 = P_0$

La presión absoluta en el punto “2” es igual a la presión atmosférica: $P_2 = P_0$

3. Utilizamos la ecuación de Bernoulli, entre los puntos 1 y 2,

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = H$ y $h_2 = 0$

$$\text{Reemplazando: } P_0 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.(H) = P_0 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.(0)$$

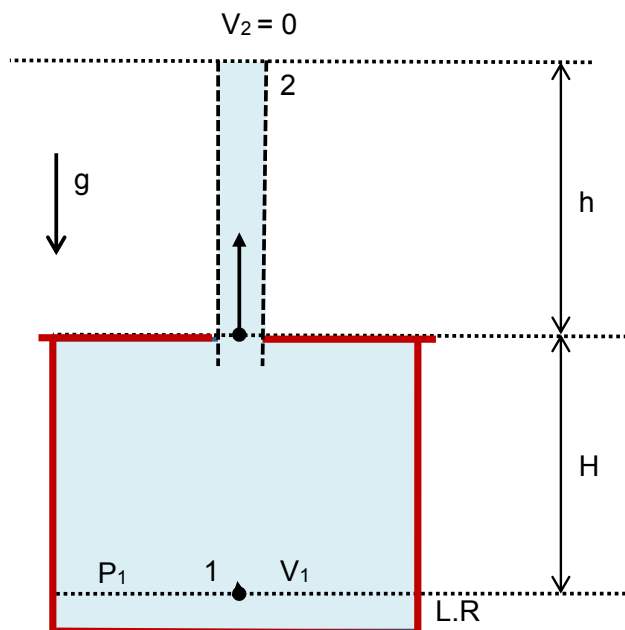
$$\text{Reduciendo: } \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.(H) = \frac{1}{2}\delta.V_2^2 \Rightarrow V_1^2 + 2.g.H = V_2^2$$

$$\text{Reemplazando: } \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.(H) = \frac{1}{2}\delta.V_2^2 \Rightarrow V_1^2 + 2.g.H = V_2^2$$

$$\text{Reemplazando: } V_1^2 + 2.g.H = \left(\frac{D}{d}\right)^4.V_1^2 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2.g.H}{\left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1}}$$

$$\text{Respuesta. La velocidad que desciende el nivel del líquido es: } V_1 = d^2 \cdot \sqrt{\frac{2.g.H}{D^4 - d^4}}$$

22. Un tanque cerrado lleno de agua tiene una presión “P” a una profundidad H por debajo de la tapa del tanque. Si se perfora un pequeño agujero en la tapa, sale un chorro verticalmente hacia arriba alcanzando una altura máxima “h”. Determinar la presión absoluta en el punto “1”.



RESOLUCIÓN.

||1||. La presión absoluta en el punto “1” es: $P_1 = P$

La presión absoluta en el punto “2” es igual a la presión atmosférica: $P_2 = P_0$

||2||. Utilizamos la ecuación de Bernoulli, entre los puntos 1 y 2,

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta.V_1^2 + \delta.g.h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta.V_2^2 + \delta.g.h_2$$

Las alturas se miden respecto de la línea de referencia: $h_1 = 0$ y $h_2 = (H + h)$

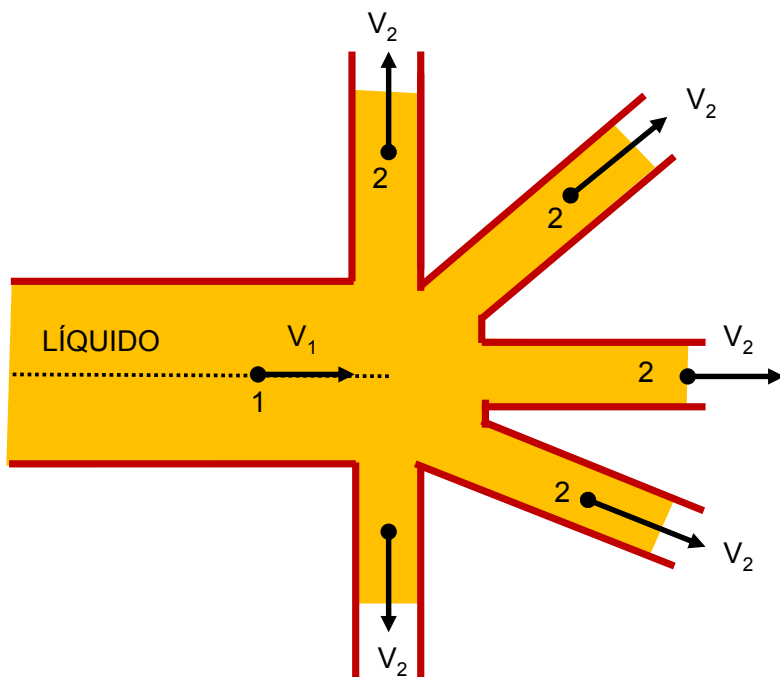
La velocidad en el punto “1” es nula: $V_1 = 0$

Reemplazando:
$$P + \frac{1}{2}\delta.(0)^2 + \delta.g.(0) = P_0 + \frac{1}{2}\delta.(0)^2 + \delta.g.(H + h)$$

Respuesta. Reduciendo: $P = P_0 + \delta.g.(H + h)$

La presión absoluta en el punto “1” es igual a la suma de la presión atmosférica, mas, la presión hidrostática.

23. Un tubo cuyo diámetro es de 40 mm, es conectado a cinco tubos pequeños tubos de 4 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.



RESOLUCIÓN. Por principio de conservación de la masa. Principio de Continuidad.

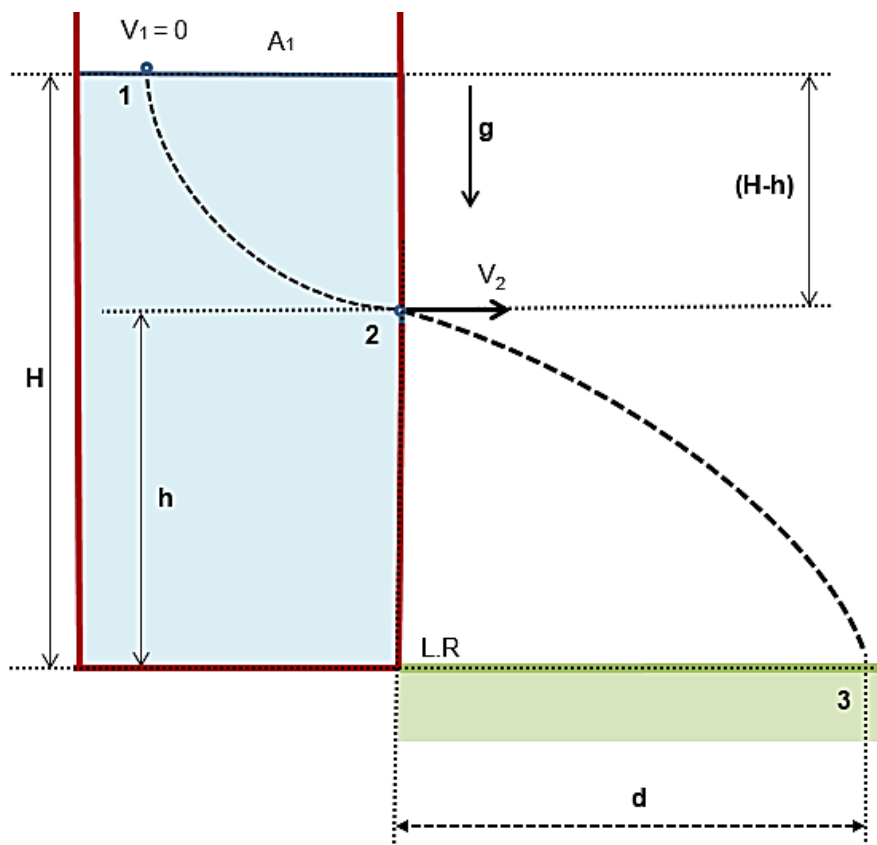
$$Q = A_1.V_1 = 5.A_2.V_2 \Rightarrow (\pi.R_1^2)V = 5.(\pi.R_2^2)V_2$$

$$\text{Reduciendo: } (R_1^2)V = 5.(R_2^2)V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{5} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

$$\text{En función del diámetro: } V_2 = \frac{V}{5} \left(\frac{2R_1}{2R_2} \right)^2 = \frac{V}{5} \left(\frac{40}{4} \right)^2 = 20.V$$

Respuesta. La velocidad del líquido en las tuberías de menor diámetro es: $V_2 = 20.V$

24. En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una altura “h” por encima del piso. Luego el chorro de agua describe un movimiento parabólico. Calcular el alcance horizontal del chorro. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

**RESOLUCIÓN.**

PRIMER PASO. Utilizamos el Teorema de Torricelli en el tramo desde el punto 1 hasta el punto 2

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)}$$

En el tramo del punto 2 hasta el punto 3, aplicamos las leyes del movimiento parabólico. En el eje

vertical aplicamos la caída libre: $h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

SEGUNDO PASO. Aplicamos el M.R.U en el eje horizontal:

$$d = V_2 \cdot t \Rightarrow d = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2 \cdot \sqrt{(H - h) \cdot h}$$

El alcance horizontal es: $d = 2 \cdot \sqrt{(H - h) \cdot h}$

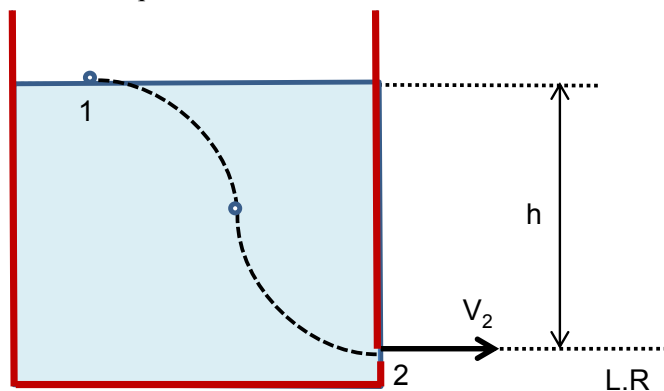
TERCER PASO. El alcance horizontal será máximo cuando los factores son iguales:

$$(H - h) = h \Rightarrow h = \frac{H}{2}$$

Respuesta. Si el agujero se practica exactamente a la mitad de la altura del cilindro, entonces el alcance horizontal será máximo.

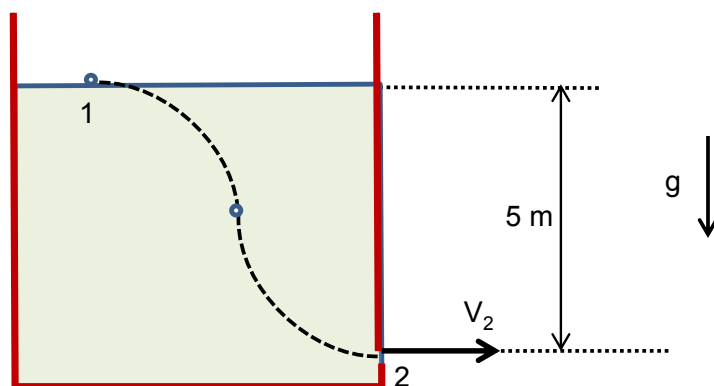
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN EL DOMICILIO

- El radio de una tubería cilíndrica es 1 cm, que el agua fluye con rapidez de 30 cm/s. Calcular el caudal del agua a través del tubo.
A) $74,25 \frac{cm^3}{s}$ B) $84,25 \frac{cm^3}{s}$ C) $94,25 \frac{cm^3}{s}$ D) $4,25 \frac{cm^3}{s}$ E) $9,25 \frac{cm^3}{s}$
- Se utiliza un ducto de radio 16 cm para llevar aire, en el fluye con rapidez de 2 m/s. El ducto se reduce gradualmente hasta que su nuevo radio es la mitad. Calcular la rapidez (en m/s) del aire en el tubo angosto.
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
- El radio del embolo una jeringa hipodérmica es de 0,5 cm y el de la aguja en 0,1 mm. ¿Con qué velocidad (en m/s) sale el chorro por la aguja cuando el embolo avanza con velocidad de 1 cm/s?
A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 50
- Un tubo cuyo diámetro es de 40 mm, es conectado a cinco tubos pequeños tubos de 4 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.
A) $\frac{V}{2}$ B) $12V$ C) $20V$ D) $9V$ E) $5V$
- En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una profundidad “h” por debajo de la superficie libre del líquido. Calcular la velocidad de salida del chorro.



- A) $\sqrt{5 \cdot g \cdot h}$ B) $\sqrt{3 \cdot g \cdot h}$ C) $\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ D) $2\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ E) $\frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{3}$

- En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una profundidad “h” por debajo de la superficie libre del líquido. Calcular la velocidad (en m/s) de salida del chorro. $(g = 10 \text{ m/s}^2)$



A) 10

B) 20

C) 30

D) 40

E) 5

7. ¿Qué área de sección recta debe tener un ducto de calefacción, si el aire que fluye en su interior a razón de 2 m/s debe sustituir al aire en una habitación de 360 m^3 de volumen cada 10 minutos.

A) $0,1 \text{ m}^2$ B) $0,2 \text{ m}^2$ C) $0,3 \text{ m}^2$ D) $0,4 \text{ m}^2$ E) $0,5 \text{ m}^2$

8. ¿En cuánto tiempo un caño de 1 cm de radio llenará con agua una cisterna con $\pi \text{ m}^3$ de capacidad? La rapidez del chorro de agua es 4 m/s.

A) 2500 s

B) 1500 s

C) 2500 s

D) 3500 s

E) 4500 s

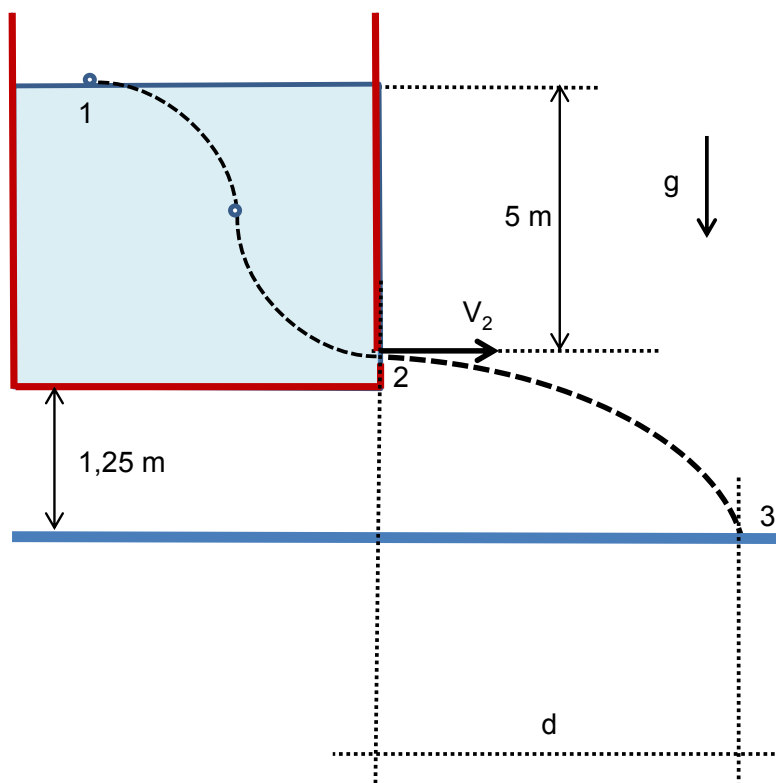
9. Un tubo cuyo diámetro es de 60 mm, es conectado a cuatro tubos pequeños tubos de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es "V", calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.

A) $\frac{V}{2}$ B) $12V$ C) $3V$ D) $9V$ E) $\frac{8}{3}V$

10. Un tubo cuyo diámetro es de 20 mm, es conectado a cuatro tubos pequeños tubos de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es "V", calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.

A) $\frac{V}{2}$ B) $12V$ C) V D) $9V$ E) $\frac{8}{3}V$

11. En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una profundidad "h" por debajo de la superficie libre del líquido. Luego el chorro de agua describe un movimiento parabólico. Calcular el alcance horizontal (en m) del chorro. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 **E) 5**

12. Un tubo cuyo diámetro es de 20 mm, es conectado a dos tubos pequeños tubos de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.

- A) $\frac{V}{2}$ **B) 2V** C) 3V D) 4V E) 5V

13. Un tubo cuyo diámetro es de 40 mm, es conectado a dos tubos pequeños tubos de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.

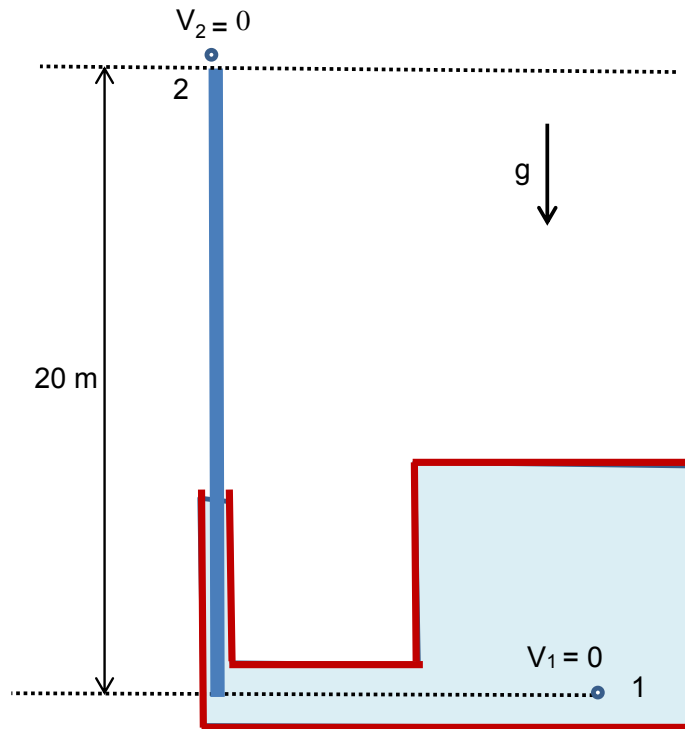
- A) $\frac{V}{2}$ B) 2V C) 3V D) 4V **E) 8V**

14. Un tubo cuyo diámetro es de 30 mm, es conectado a tres tubos pequeños tubos de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.

- A) $\frac{V}{2}$ B) 2V **C) 3V** D) 4V E) 8V

15. ¿Qué presión absoluta (en kPa) de suministro de agua se necesita? Si una manguera de bombero para incendio debe lanzar agua hasta una altura de 20 metros. $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

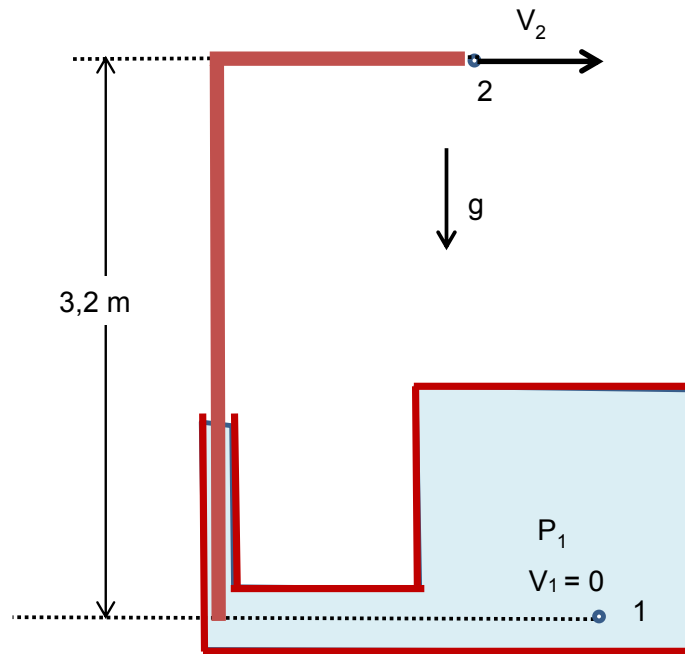
$$\left(\rho_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \quad (P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$



- A) 100 B) 200 C) 300 D) 400 E) 500

16. Calcular la presión absoluta (en kPa) del tanque de agua en el instante mostrado, considerando que la boquilla de la manguera es muy pequeña y el chorro de agua sale con una velocidad de 6 m/s.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2) \quad \left(\rho_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \quad (P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$



A) 150

B) 200

C) 300

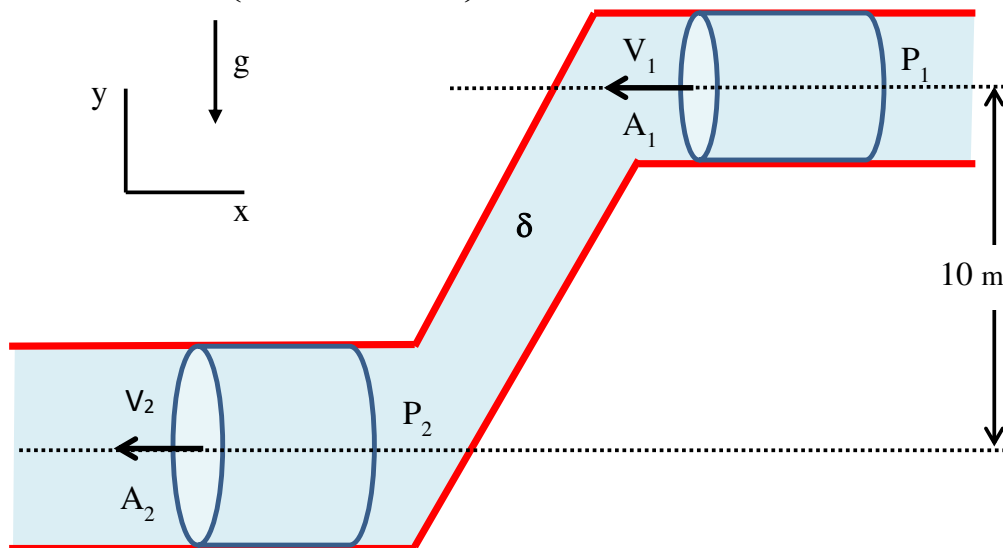
D) 400

E) 500

17. En la tubería mostrada el agua fluye de arriba hacia abajo. La velocidad del fluido arriba es 4 m/s y abajo 6 m/s, descendiendo una altura de 10 m. Determine la diferencia de Presiones (en kPa).

$$(g = 10 \text{ m/s}^2) \quad \left(\rho_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$$

$$(P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$



A) 80

B) 90

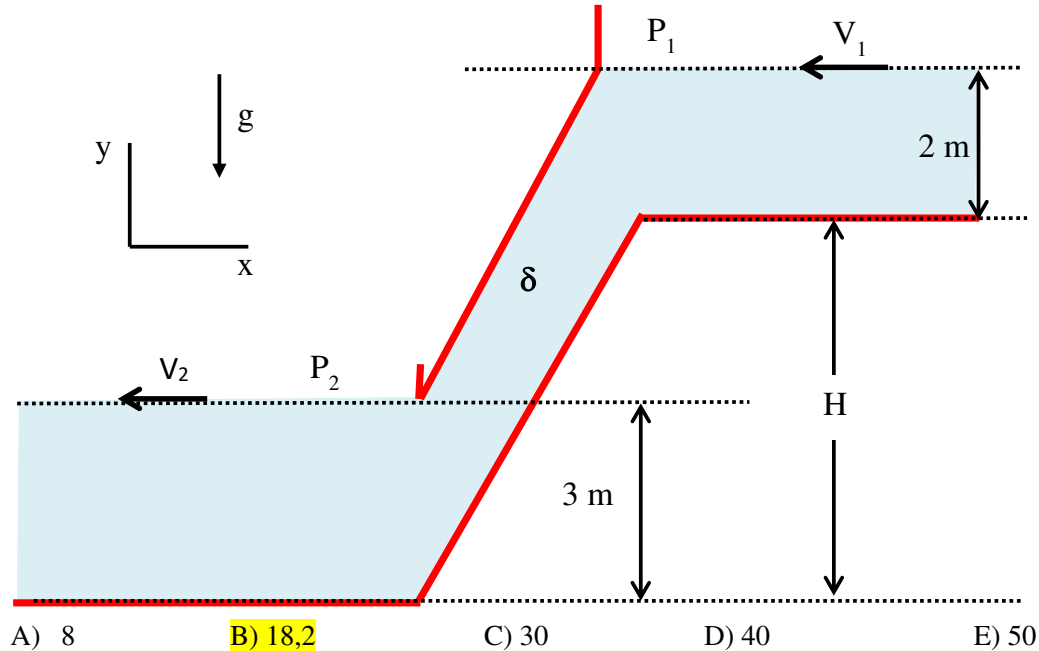
C) 300

D) 400

E) 500

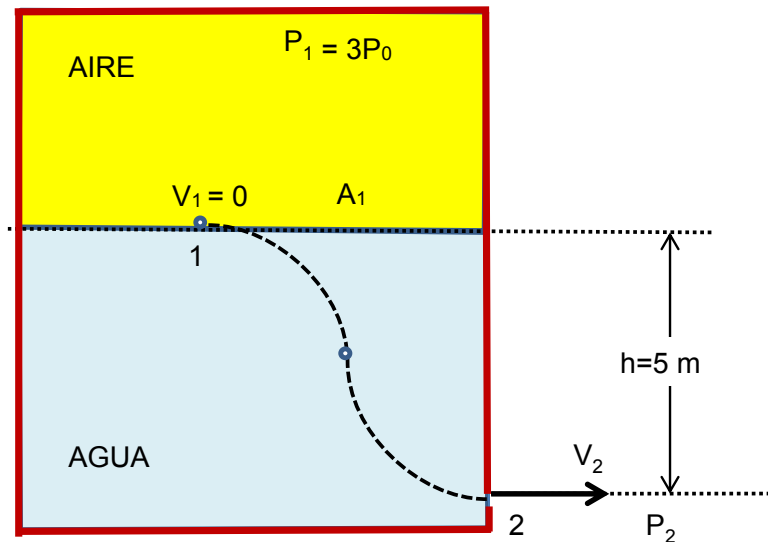
18. En el diagrama se muestra un canal abierto en la parte superior donde fluye el agua con una profundidad de 2 m y con velocidad de 6 m/s. Después de pasar por una pendiente fluye por otro canal en la parte inferior de profundidad 3 m con velocidad de 20 m/s. Determinar la diferencia de alturas (en m) entre las soleras (fondo en los canales) H.

$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad \left(\delta_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad (P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$



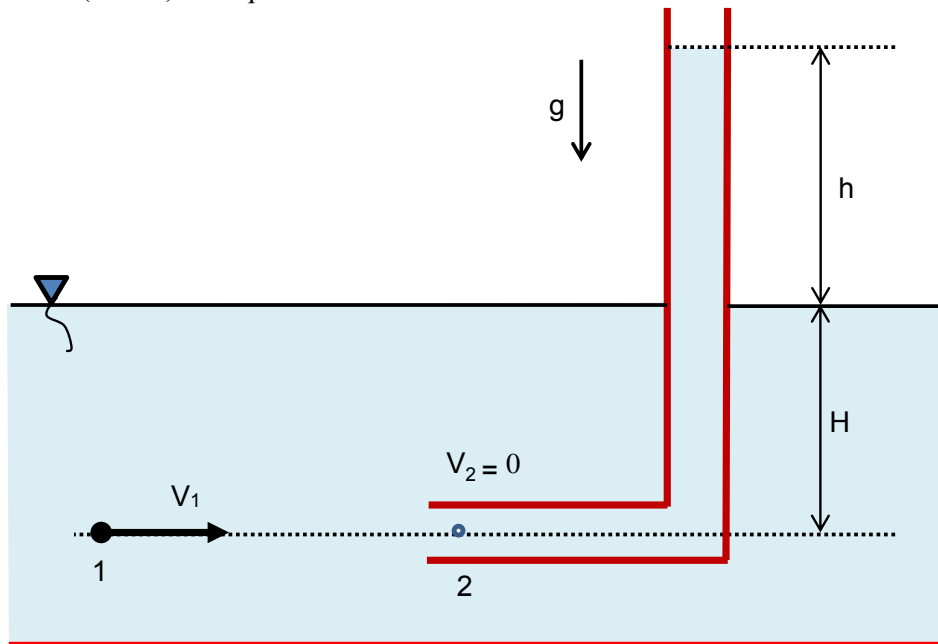
19. En un recipiente cilíndrico muy ancho, de ha practicado un orificio a una profundidad “h” por debajo de la superficie del líquido. Considerando que la presión absoluta del aire encerrado en el cilindro en el triple de la presión atmosférica. Calcular la velocidad (en m/s) de salida del chorro.

$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad \left(\delta_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad (P_0 = 100\,000 \text{ Pa})$$



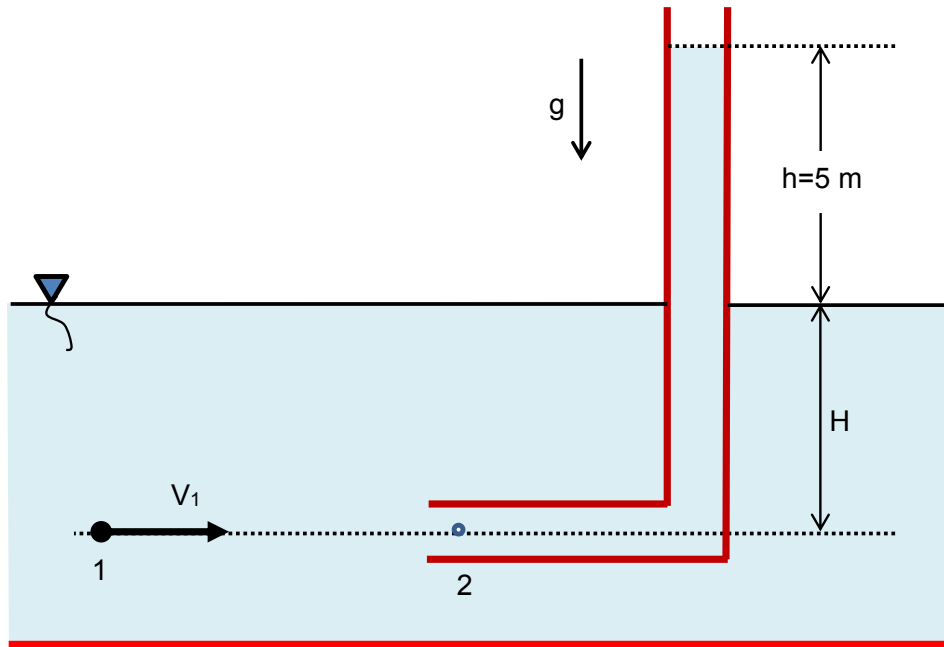
- A) 22,1 **B) 22,4** C) 25 D) 28 E) 30

20. Un tubo en forma de L (el tubo de Pitot) se emplea para medir la velocidad del líquido en el punto 1. El extremo inferior 2 del tubo se coloca en contra de la corriente y su otro extremo está abierta a la atmosfera. Debido a la corriente en la rama abierta a la atmosfera sube una altura "h". Determinar la velocidad (en m/s) del líquido en la tubería.



- A) $\sqrt{5 \cdot g \cdot h}$ B) $\sqrt{3 \cdot g \cdot h}$ **C) $\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$** D) $2\sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ E) $\frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{3}$

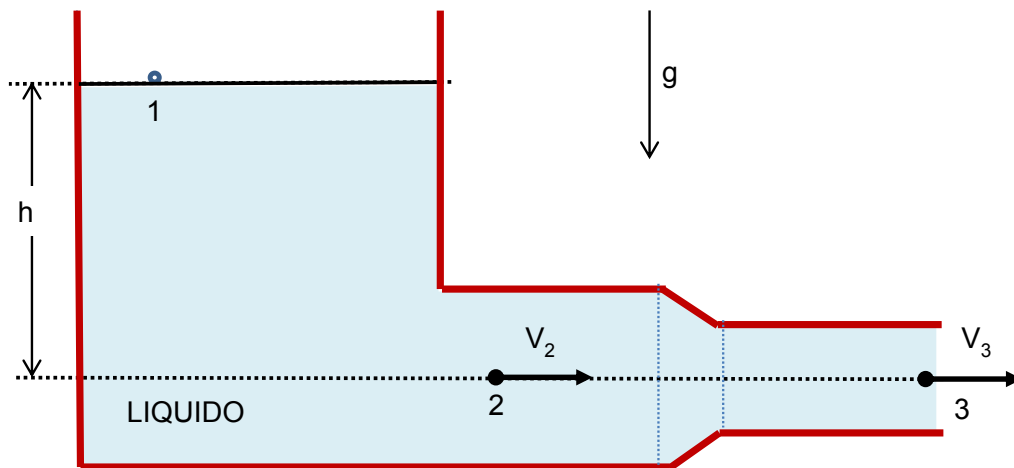
21. Un tubo en forma de L (el tubo de Pitot) se emplea para medir la velocidad del líquido en el punto 1. El extremo inferior 2 del tubo se coloca en contra de la corriente y su otro extremo está abierta a la atmosfera. Debido a la corriente en la rama abierta a la atmosfera sube una altura “h”. Determinar la velocidad del líquido (en m/s) en la tubería.



- A) 5 **B) 10** C) 20 D) 25 E) 30

22. Un tanque de ancha base contiene agua. La sección recta en el punto “2” es $0,02 \text{ m}^2$ y la cañería de salida en el punto “3” es $0,01 \text{ m}^2$. Calcular la velocidad de salida en los puntos “2” y “3”. La profundidad “h” es 3,2 m.

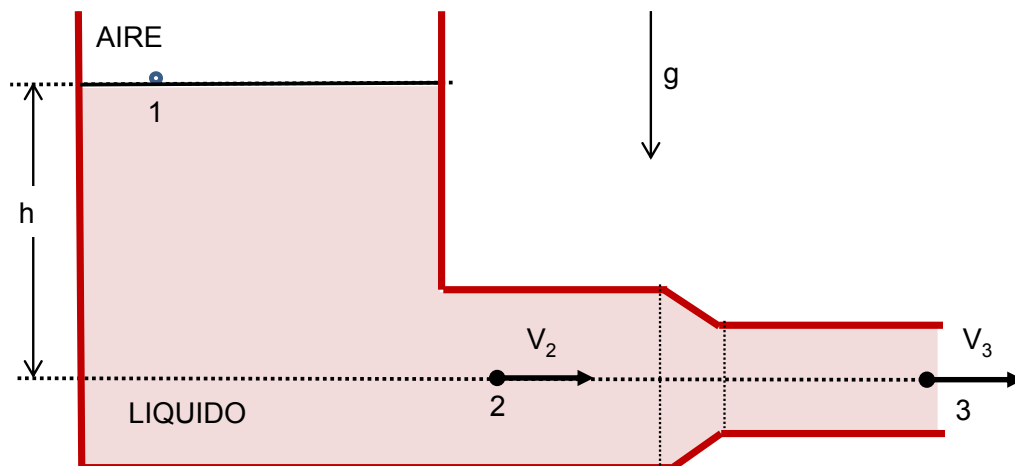
$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2 \right) \quad \left(\rho_{\text{AGUA}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \quad \left(P_0 = 100\,000 \text{ Pa} \right)$$



Respuesta: $V_2 = 4 \frac{m}{s}$ y $V_3 = 8 \frac{m}{s}$

23. Un tanque de grandes dimensiones contiene agua. La sección recta en el punto “2” es $0,02 \text{ m}^2$ y en la cañería de salida en el punto “3” es $0,01 \text{ m}^2$. La velocidad de salida en el punto “2” es 4 m/s y en el punto “3” es 8 m/s . Calcular la presión absoluta (en kPa) en el punto “2”.

$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad \left(\rho_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad \left(P_0 = 100\,000 \text{ Pa}\right)$$



A) 120

B) 124

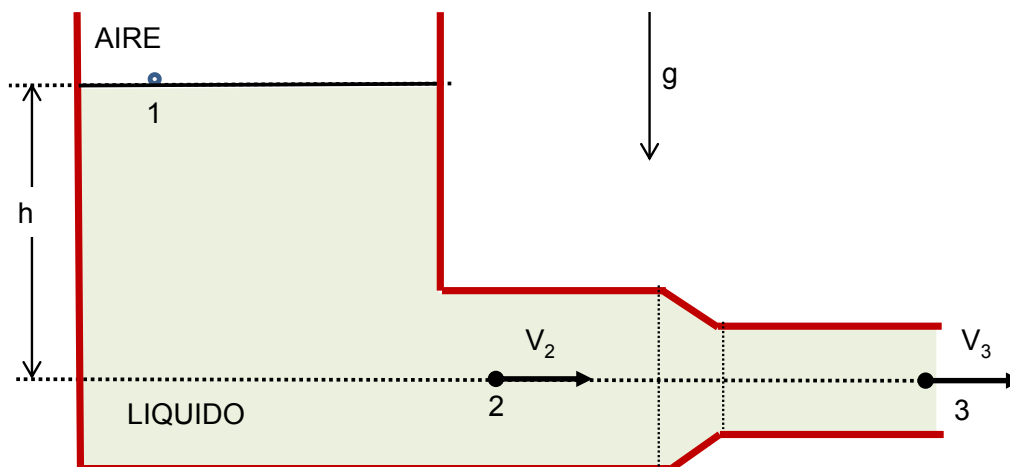
C) 130

D) 140

E) 150

24. Un sistema de suministro de agua hace uso de una cisterna de almacenamiento. Calcular la presión absoluta (en kPa) en el punto “2” si en ese lugar la velocidad del agua es 10 m/s. La profundidad “h” es 12 metros.

$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad \left(\rho_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad \left(P_0 = 100\,000 \text{ Pa}\right)$$



- A) 150 B) 160 **C) 170** D) 180 E) 190

25. Un tubo cuyo diámetro es de 30 mm, es conectado a tres tubos pequeños tubos de 15 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.

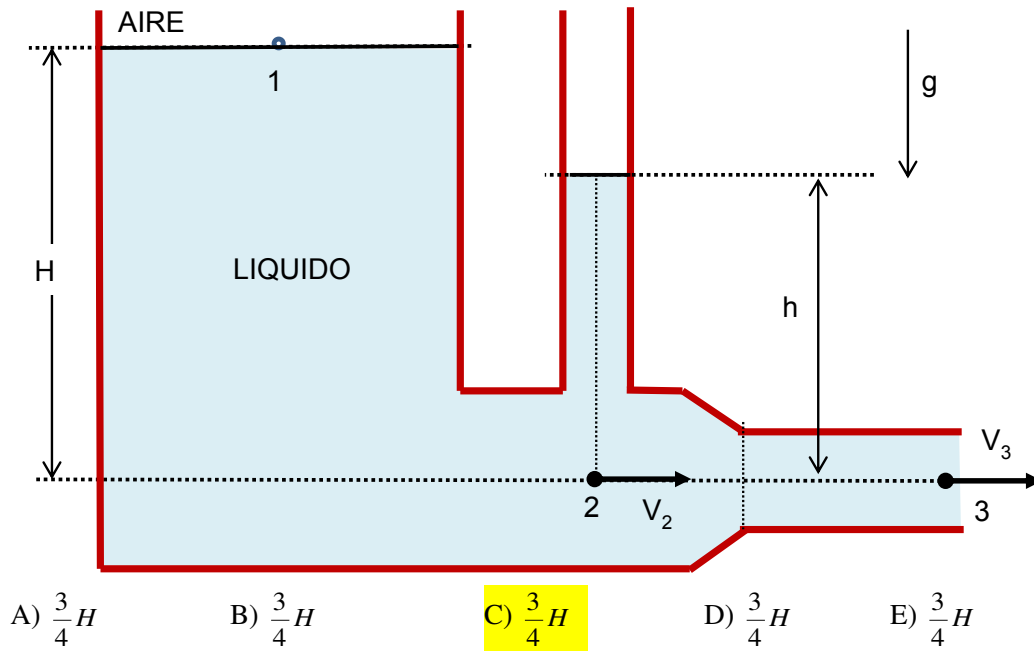
- A) $\frac{V}{2}$ B) $2V$ C) $3V$ D) $4V$ **E) $\frac{8}{3}V$**

26. Un tubo cuyo diámetro es de 60 mm, es conectado a tres tubos pequeños tubos de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.

- A) $\frac{V}{2}$ **B) $12V$** C) $3V$ D) $4V$ E) $\frac{8}{3}V$

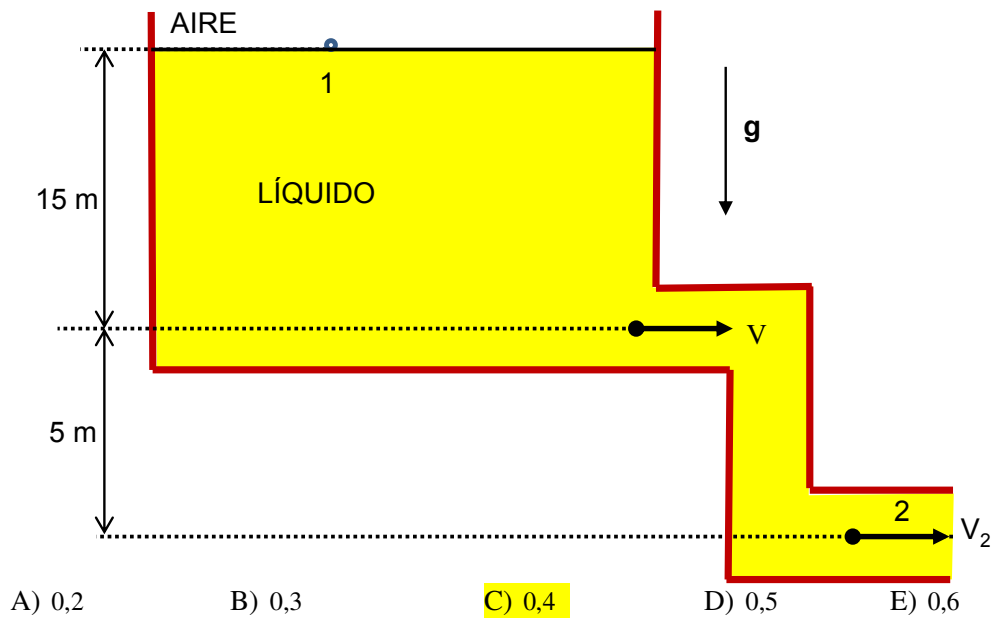
27. El agua en el depósito amplio alcanza una profundidad H. El tubo de desagüe tiene dos secciones transversales de área A y “2A”. Calcula la altura h que alcanza el agua en el tubo vertical en el punto “2”.

$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad \left(\rho_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad \left(P_0 = 100\,000 \text{ Pa}\right)$$



28. Un recipiente de gran capacidad, lleno de agua, es conectado a una tubería como de muestra. Calcular el caudal (en m^3/s) por la tubería de salida, si el área de la sección recta es $A = 0,002 m^2$.

$$(g = 10 m/s^2) \quad \left(\rho_{AGUA} = 1000 \frac{kg}{m^3} \right) \quad (P_0 = 100\,000 Pa)$$

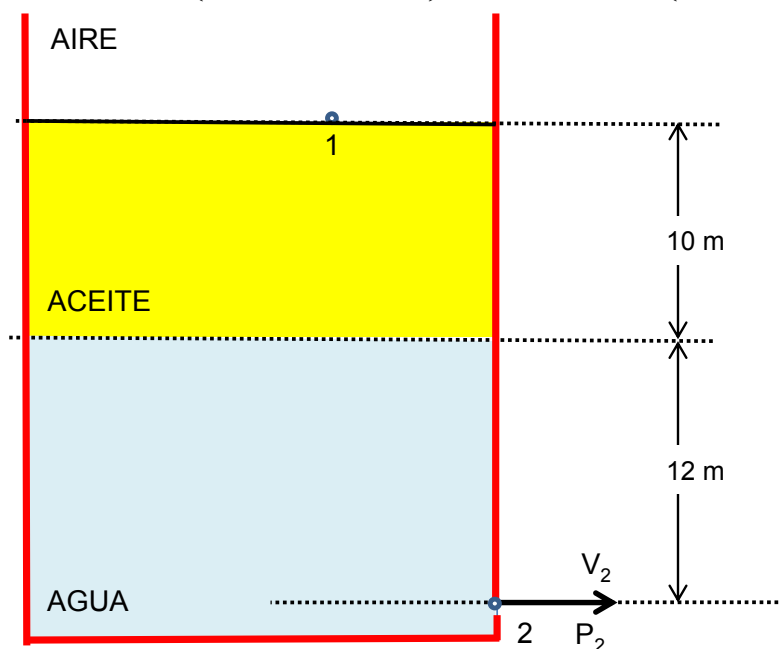


29. Un tubo cuyo diámetro es de 50 mm, es conectado a cinco tubos pequeños tubos de 10 mm de diámetro interno cada uno. Si la velocidad del líquido en el tubo grande es “V”, calcular la velocidad del líquido en los tubos pequeños.

A) $\frac{V}{2}$ B) $12V$ C) V D) $9V$ E) $5V$

30. Un recipiente ancho contiene agua y aceite. Si al recipiente se le practica un agujero cerca de la base, determinar la velocidad de salida del chorro de agua (en m/s).

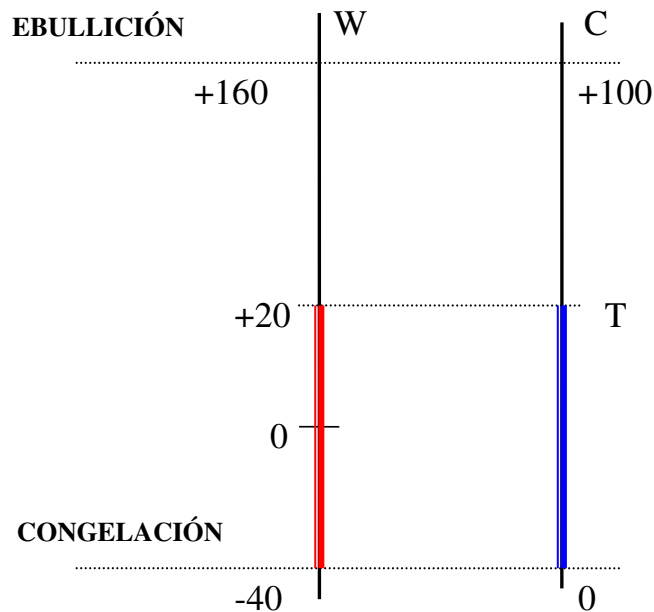
$$\left(g = 10 \text{ m/s}^2\right) \quad \left(\delta_{ACEITE} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \quad \left(\delta_{AGUA} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$$



A) 25 B) 30 C) 40 D) 0,5

E) 20

TEMPERATURA



1. INTRODUCCIÓN

En la Grecia antigua medían la temperatura en calor y frío, hacían experimentos muy simples, que se puede considerar como la termometría. Galileo Galilei creó el primer termómetro, pero sólo tenía la capacidad de señalar el frío, tibio y caliente, pero no estaba graduado (no tenía una escala), ya que no te decía la cantidad de las variaciones de temperatura. Ya en 1611 Sanctorius, da la idea de un termoscopio con escala. En la teoría cinética, el calor es una energía interna de los cuerpos dada a cabo por el movimiento de sus moléculas. La termodinámica explica cómo se transporta el calor y también cómo se presenta en cantidades variables. Durante este proceso se ve involucrado la temperatura, presión, el volumen de los cuerpos, lo cual permite efectuar algunas aplicaciones en máquinas térmicas e hidráulicas.

2. TERMÓMETROS

Hay diferentes tipos de termómetros, como el que se utiliza para medir la temperatura de un cuerpo, que él le llama termómetro clínico, que al momento de que las moléculas del cuerpo toquen el mercurio, este tiende a subir. También existe el pirómetro que se emplea para medir temperaturas muy altas, (arriba de los 100° y debajo de los 0 °C). Con el sentido del tacto puedes saber la diferencia del movimiento de las moléculas de un cubo de hielo y agua hirviendo, si tocas el cubo de hielo sientes una sensación en tu cuerpo, en donde sabrás que el cubo está demasiado frío y en cambio si tocas el agua hirviendo te arderá la piel, eso te permitiría no quemarte o no congelarte, tú sabrás a qué momento está muy frío algo o demasiado caliente. La función de un termómetro es medir que tan rápido se están moviendo las moléculas de un objeto. Aunque parezca ilógico un iceberg tiene mayor calor que una taza de agua hirviendo, porque, el iceberg por su

tamaño tiene más moléculas en movimiento que la taza del agua hirviendo. Un termómetro es un dispositivo que permite la cuantificación de la temperatura. Para esto relacionamos una propiedad cuantitativa del objeto que se usará como termómetro con la temperatura. Por ejemplo: el volumen, la longitud, la resistencia eléctrica, la cantidad de radiación emitida, etc.

3. ANDRÉS CELSIUS (1701 – 1744)



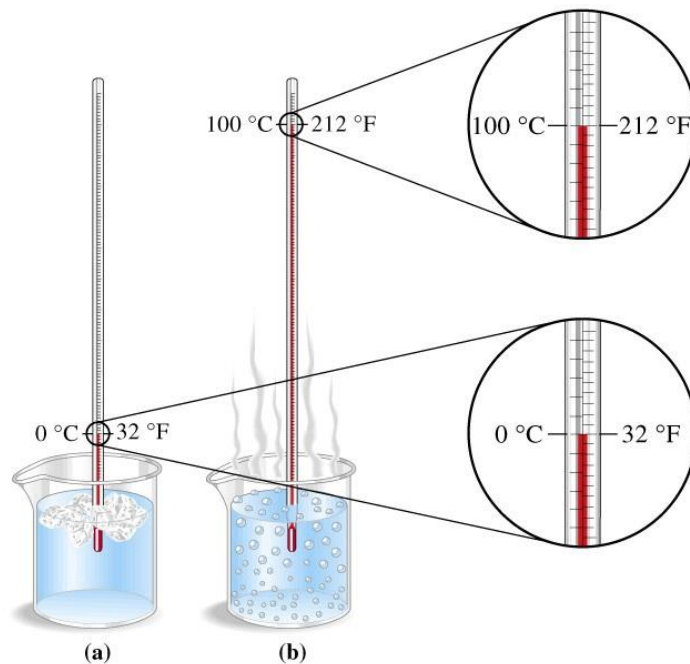
Nació en Upsala, Suecia, se graduó como astrónomo y físico. Después de obtener la cátedra de astronomía en la universidad de Upsala (1730) viajó por Europa para ampliar sus conocimientos en varios observatorios. En 1736 formó parte de la expedición a Laponia organizada por la academia de Francia con objeto de efectuar la medición de un grado meridiano y confirmar la teoría Newtoniana del achatamiento de la Tierra por los polos. En 1742 pasó al recién inaugurado observatorio astronómico de la ciudad. Ese mismo año presentó a la academia sueca de ciencias una memoria sobre la medición del calor en la que proponía la utilización de la escala centígrada que contribuyó a su aceptación general. Este astrónomo sueco realizó diversos trabajos en el campo del astrónomo y de las geociencias su nombre se hizo más conocido por la invención de la escala centígrada de temperatura, que se difundió en casi todos los países del mundo.

4. TEMPERATURA

La temperatura, es una propiedad que expresa el estado de agitación de cada una de las moléculas de un cuerpo. Magnitud física escalar que mide el grado de agitación molecular en un cuerpo. Sirve para clasificar a los cuerpos como calientes, templados y fríos. Desde el punto de vista de la física no es lo mismo hablar de temperatura y de calor. La energía cinética promedio de cada molécula de un gas ideal es directamente proporcional a la temperatura absoluta termodinámica.

5. ESCALAS TERMOMÉTRICAS: Hay distintos termómetros con diferente escala de temperatura, todos sirven para lo mismo, todos miden la agitación térmica de las moléculas, pero todos tienen diferente uso, en nuestro país es más utilizada la escala de grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$) en

EUA la escala de grados Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) y los Físicos utilizan la escala de grados Kelvin (K). En la escala Celsius el punto de congelación del agua es de 0° y en la escala Fahrenheit es de 32° , en la Celsius el punto de ebullición es de 100° y en la Fahrenheit es de 212° .



6. WILLIAM THOMSON (LORD KELVIN, (1824 – 1907): Físico y matemático que nació en Belfast, Inglaterra: estudió en la Universidad de Glasgow y Cambridge, luego viajó a París para trabajar en el laboratorio de Regnault en 1845. Fue profesor de filosofía natural en la universidad de Glasgow (1846-1899). En 1845 demostró que el conocimiento del potencial eléctrico es suficiente para resolver todos los problemas de la electricidad. En 1853, explicó satisfactoriamente la naturaleza oscilatoria de las descargas eléctricas de un condensador. Elaboró, partiendo del principio de Carnot, una teoría general de termodinámica, definió los conceptos de temperatura absoluta y de degradación de la energía. Concibió una teoría de la materia basado sobre la hipótesis del átomo torbellino y cifró la edad de la tierra mediante consideraciones termológicas. Elaboró la escala de temperatura cuya unidad fundamental es el grado *kelvin* o absoluto. El cero de la misma, coincide con el cero absoluto de las temperaturas.

7. LEV DAVIDOVICH LANDAU (1908 – 1968). Físico teórico ruso conocido por sus aportaciones en los más diversos campos de la Física, destacando especialmente su teoría sobre la *súper fluidez del helio líquido*, que le valió el premio Nobel de física en 1962. Nació en Bakú, Azerbaiyán, el 22 de enero de 1908. Realizó estudios en la Universidad de Bakú y Leningrado, y en el Instituto Técnico –Físico de esta última ciudad. En 1929 pasó a Europa Occidental con el fin ampliar sus estudios, trabajando, entre otros, junto a Niels Bohr en Copenhague. A la edad de 23 años es nombrado jefe de la sección teórica del Instituto Técnico- Físico Ucraniano, en Jarkov, y 6 años después se une a P. L. Kapitza en el Instituto para Problemas Físicos, en Moscú, donde es nombrado director de la sección teórica. Aunque **Landau** murió en el mes de abril de 1968, su actividad científica quedó prácticamente cortada por un accidente automovilístico que sufrió el 7 de enero de 1962. Después del accidente dijo. “*La fuerza de inercia casi me mata*”. Aparte de su prestigio como investigador, Landau debe gran parte de su fama a la serie de nueve volúmenes “Curso de Física Teórica” que escribió junto a E. M. Lifshitz y que abarca todo el marco de la Física teórica. Esta obra le mereció en 1962 el premio Lenin. Landau fue elegido miembro de la Academia Soviética de Ciencias en 1946 y obtuvo tres premios Stalin, así como otras distinciones en diversos países.



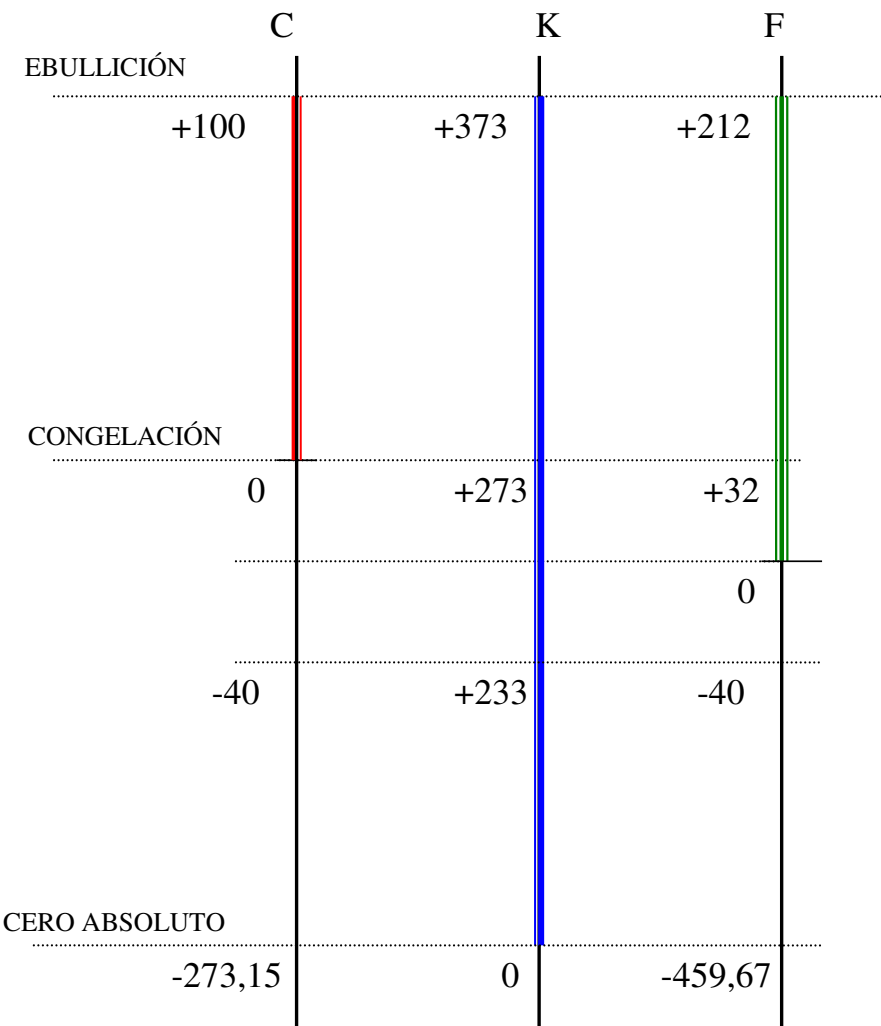
8. FORMULAS Y ECUACIONES QUE RELACIONAN LAS ESCALAS TERMOMÉTRICAS:

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit:
$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

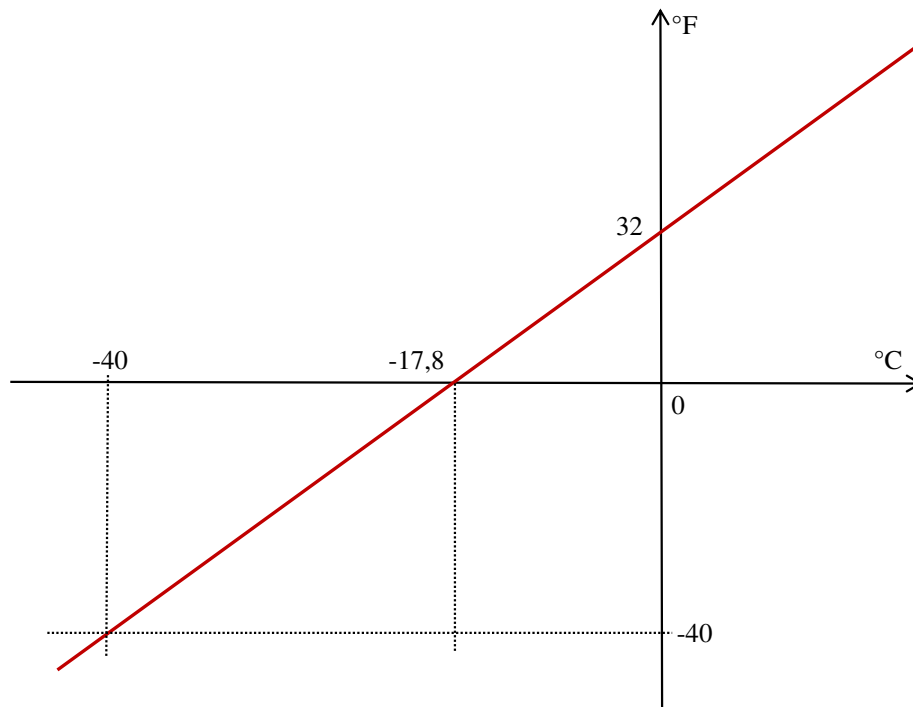
Relación entre las escalas Kelvin y Celsius:
$$K = C + 273$$

Variación entre las escalas Celsius y Kelvin:
$$\Delta K = \Delta C$$

Variación entre las escalas Celsius y Fahrenheit:
$$\frac{\Delta C}{5} = \frac{\Delta F}{9}$$



GRÁFICA: FAHRENHEIT versus CELSIUS.



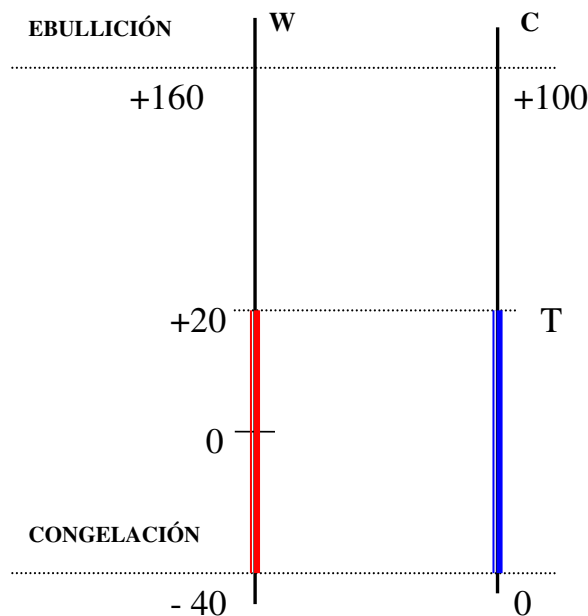
GOTA 1. Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

GOTA 2. Ecuación de la recta: $F = 1,8.C + 32$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Un termómetro con escala arbitraria tiene como punto de fusión del hielo $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ y como punto de ebullición del agua $160\text{ }^{\circ}\text{C}$. Cuando en este termómetro se lee $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿cuánto vale la temperatura en la escala centígrada?

**Resolución**

De la relación de Thales tenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{160 - (-40)}{20 - (-40)} = \frac{100 - 0}{T - 0}$$

Resolviendo: $T = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$

Respuesta: en la escala centígrada la temperatura es $30\text{ }^{\circ}\text{C}$.

2. Se tiene dos termómetros de escalas Celsius y Fahrenheit. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca igual que la escala Celsius?

RESOLUCIÓN

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit: $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$

Reemplazando: $C = F = X$

$$\frac{X}{5} = \frac{X - 32}{9} \Rightarrow X = -40$$

Respuesta: si la escala Celsius marca $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$, entonces la escala Fahrenheit marca $-40\text{ }^{\circ}\text{F}$.

3. Se tiene dos termómetros de escalas Celsius y Fahrenheit. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca el doble de la escala Celsius?

RESOLUCIÓN

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit: $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$

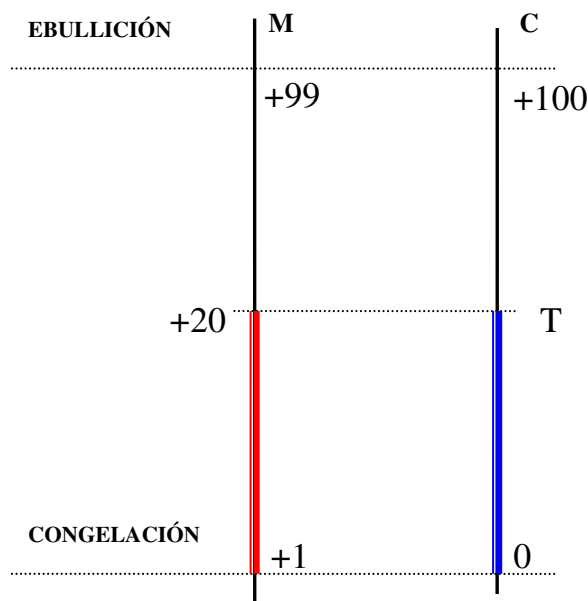
Reemplazando: $C = X$ y $F = 2X$

$$\frac{X}{5} = \frac{2X - 32}{9} \Rightarrow X = 160$$

Respuesta: si la escala Celsius marca 160 °C, entonces la escala Fahrenheit marca 320 °F.

4. Un termómetro malgrado tiene como punto de fusión del hielo 1,0 °C y como punto de ebullición del agua 99 °C. Cuando en este termómetro se lee +20 °C, ¿cuánto vale la temperatura correcta en la escala centígrada?

RESOLUCIÓN



Para el problema 04

De la relación de Thales tenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{20 - 1}{99 - 1} = \frac{T - 0}{100 - 0}$$

Resolviendo: $T = 19,39$ °C

Respuesta: la verdadera temperatura en la escala centígrada la temperatura es 19,39 °C.

5. Se tiene dos termómetros de escalas Celsius y Fahrenheit. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca igual que la escala Celsius pero con signos diferentes?

RESOLUCIÓN

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit: $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$

Reemplazando: $C = -X$ y $F = X$

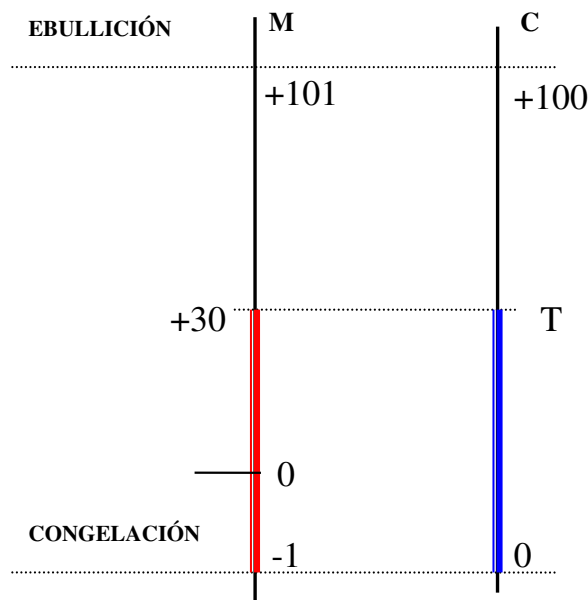
$$\frac{-X}{5} = \frac{X - 32}{9} \Rightarrow X = 11,42857$$

Respuesta: si la escala Celsius marca $-11,43^\circ\text{C}$, entonces la escala Fahrenheit marca $+11,43^\circ\text{F}$.

6. Un termómetro malgrado tiene como punto de fusión del hielo $-1,0^\circ\text{C}$ y como punto de ebullición del agua 101°C . Cuando en este termómetro se lee $+30^\circ\text{C}$, ¿cuánto vale la temperatura correcta en la escala centígrada?

RESOLUCIÓN

De la relación de Thales tenemos la siguiente ecuación:



Para el problema 06

$$\frac{30 - (-1)}{101 - (-1)} = \frac{T - 0}{100 - 0}$$

Resolviendo: $T = 30,39^\circ\text{C}$

Respuesta: la verdadera temperatura en la escala centígrada la temperatura es $30,39^\circ\text{C}$.

7. ¿A qué temperatura en la escala centígrada corresponde el 32 °F?

- A) -10 °C B) -5 °C **C) 0 °C** D) 5 °C E) 10 °C

RESOLUCIÓN

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit: $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$

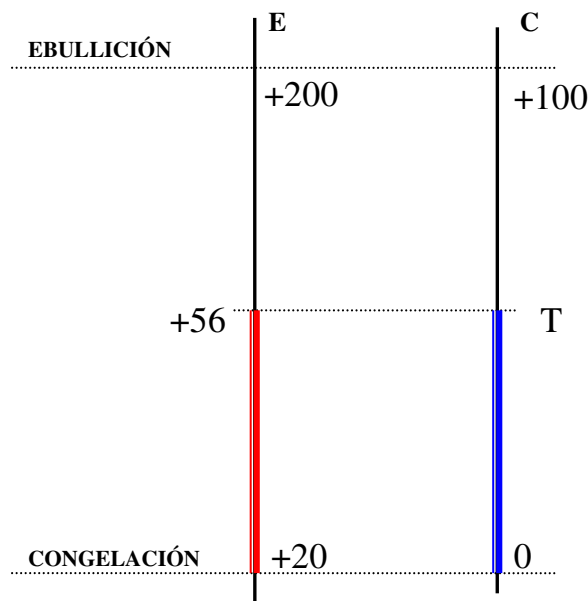
Reemplazando: C = X y F = 32

$$\frac{X}{5} = \frac{32 - 32}{9}$$

Resolviendo la ecuación: X=0.

Respuesta: si la escala Fahrenheit marca 32 °F, entonces la escala Celsius marca 0 °C.

8. Un termómetro propuesto por Evangelista Torricelli, tiene como punto de fusión del hielo 20 °E y como punto de ebullición del agua 200 °E. Cuando en este termómetro se lee +56 °E, ¿cuánto vale la temperatura en la escala centígrada?



Para el problema 08

RESOLUCIÓN

De la relación de Thales tenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{56 - (20)}{200 - (20)} = \frac{T - 0}{100 - 0}$$

Resolviendo: T = 20 °C

Respuesta: la temperatura en la escala centígrada es 20 °C.

9. Un termómetro Celsius marca 50 °C, calcular la misma temperatura en la escala Fahrenheit.

A) 90 °F B) 98 °F C) 102 °F D) 112 °F E) 122 °F

RESOLUCIÓN

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

Reemplazando: C = 50 y F = X

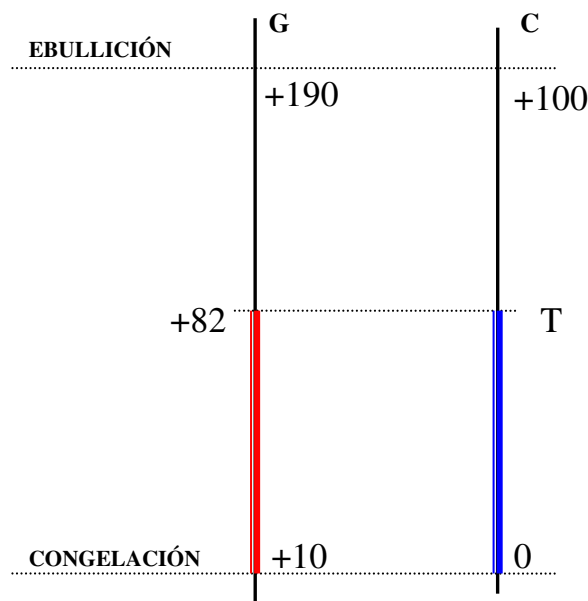
$$\frac{50}{5} = \frac{X - 32}{9}$$

Resolviendo la ecuación: X = 122

Respuesta: si la escala Celsius marca 50 °C, entonces la escala Fahrenheit marca 122 °F.

10. Un termómetro propuesto por George Atwood, tiene como punto de fusión del hielo 10 °G y como punto de ebullición del agua 190 °G. Cuando en este termómetro se lee +82 °G, ¿cuánto vale la temperatura en la escala centígrada?

RESOLUCIÓN



Para el problema 10

De la relación de Thales tenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{82 - (10)}{190 - (10)} = \frac{T - 0}{100 - 0}$$

Resolviendo: T = 40 °C

Respuesta: la temperatura en la escala centígrada es 40 °C.

11. Se tiene dos termómetros de escalas Celsius y Fahrenheit. Si el primero marca 35 °C, ¿Cuánto marcó el otro?

A) 95 °F

B) 98 °F

C) 105 °F

D) 108 °F

E) 115 °F

RESOLUCIÓN

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit: $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$

Reemplazando: C = 35 y F = X

$$\frac{35}{5} = \frac{X - 32}{9}$$

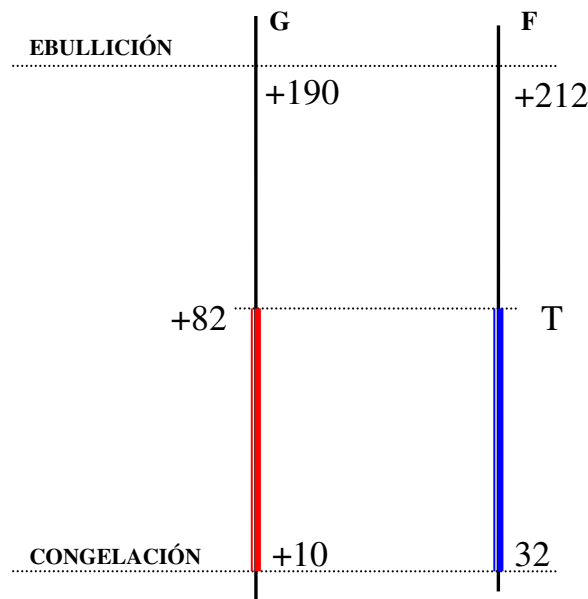
Resolviendo la ecuación: X=95

Respuesta: si la escala Celsius marca 35 °C, entonces la escala Fahrenheit marca 95 °F.

12. Un termómetro propuesto por George Atwood, tiene como punto de fusión del hielo 10 °G y como punto de ebullición del agua 190 °G. Cuando en este termómetro se lee +82 °G, ¿cuánto vale la temperatura en la escala Fahrenheit?

RESOLUCIÓN

De la relación de Thales tenemos la siguiente ecuación:



Para el problema 12

$$\frac{82 - 10}{190 - 10} = \frac{T - 32}{212 - 32}$$

Resolviendo: T = 104 °F

Respuesta: la temperatura en la escala Fahrenheit es 104 °F.

13. Un termómetro Celsius marca 60 °C, calcular la misma temperatura en la escala Fahrenheit.

A) 90 °F B) 98 °F C) 132 °F **D) 140 °F** E) 150 °F

RESOLUCIÓN

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit: $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$

Reemplazando: C = 60 y F = X

Resolviendo la ecuación: X=140

$$\frac{60}{5} = \frac{X - 32}{9}$$

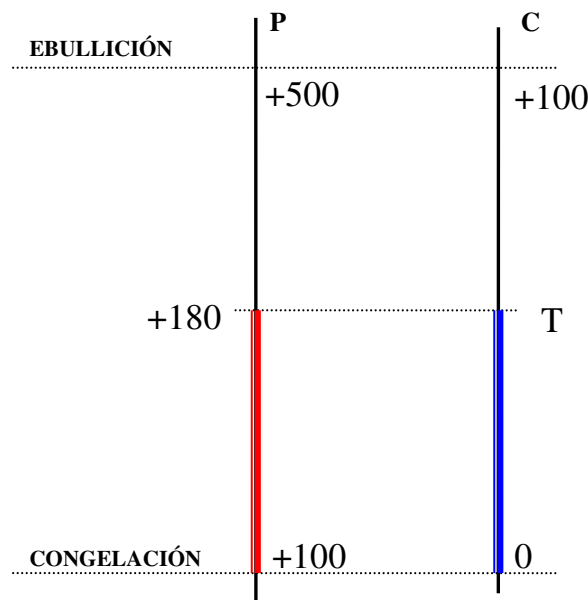
Respuesta: si la escala Celsius marca 60 °C, entonces la escala Fahrenheit marca 140 °F.

14. Max Planck construye un termómetro en el cual ha considerado 500 °P para la temperatura de ebullición del agua y 100 °P para la temperatura de congelación del agua. Cierta día el termómetro de Planck registra 180 °P, ¿Cuál es el valor de la temperatura en grados centesimales?

A) 10 °C B) 12 °C C) 15 °C **D) 20 °C** E) -4 °C

RESOLUCIÓN

De la relación de Thales tenemos la siguiente ecuación:



Para el problema 14

$$\frac{180 - (100)}{500 - (100)} = \frac{T - 0}{100 - 0}$$

Resolviendo: T = 20 °C

Respuesta: la temperatura en la escala centígrada es 20 °C.

15. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca el triple de la escala Celsius? Dar la respuesta en grados centígrados:

A) 21,0 °C B) 24,0 °C **C) 26,7 °C** D) 25,5 °C E) 26,0 °C

RESOLUCIÓN

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit: $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$

Reemplazando: $C = X$ y $F = 3X$

$$\frac{X}{5} = \frac{3X - 32}{9}$$

Resolviendo: $X = 26,7$

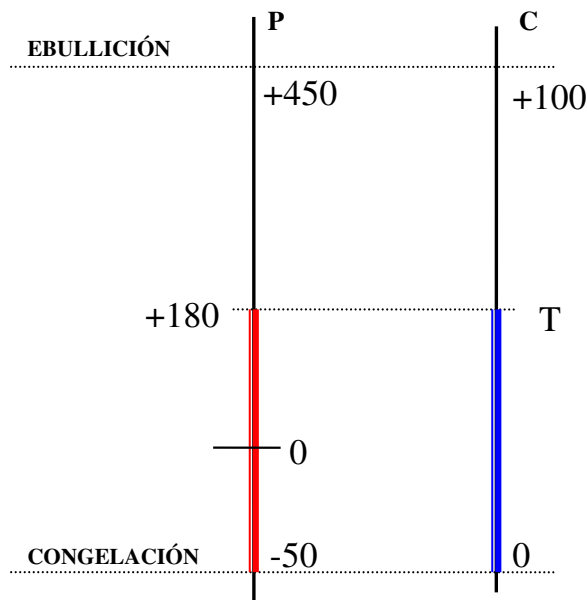
Respuesta: si la escala Celsius marca 26,7 °C, entonces la escala Fahrenheit marca 80 °F.

16. Nikola Tesla construye un termómetro en el cual ha considerado 450 °N para la temperatura de ebullición del agua y -50 °N para la temperatura de congelación del agua. Cierta día el termómetro de Tesla registra 180 °N. ¿Cuál es el valor de la temperatura en grados Celsius?

A) 10 °C **B) 46 °C** C) 15 °C D) 20 °C E) -4 °C

RESOLUCIÓN

De la relación de Thales tenemos la siguiente ecuación:



Para el problema 14

$$\frac{180 - (-50)}{450 - (-50)} = \frac{T - 0}{100 - 0}$$

Resolviendo: $T = 46$ °C

Respuesta: la temperatura en la escala Celsius es 46 °C.

17. ¿A qué temperatura en la escala Kelvin? se verifica que las lecturas en la escala Celsius y Fahrenheit satisfacen la siguientes relación: $C + F = 60$

A) 273 B) 283 C) 293 D) 300 E) 320

RESOLUCIÓN

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit: $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$

F en función de C: $F = 1,8.C + 32$

Reemplazando: $C + 1,8.C + 32 = 60$

Resolviendo: $C = 10$

En la escala Kelvin: $K = C + 273$ entonces $K = 10 + 273 = 283$

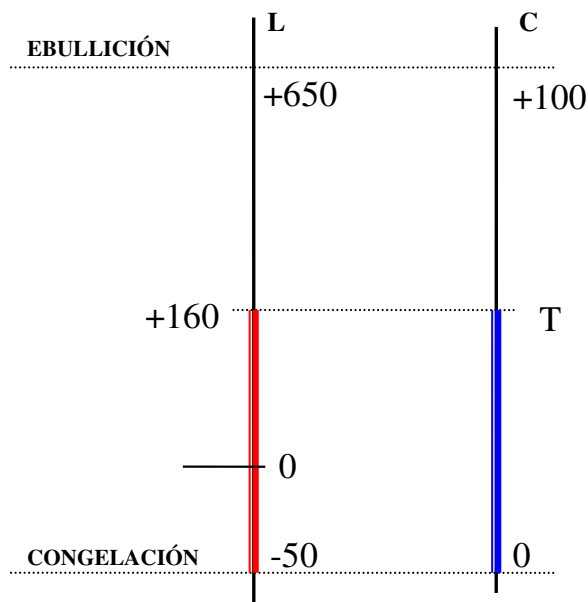
Respuesta: en la escala Celsius marca 10 °C, entonces la escala Kelvin marca 283 K.

18. Lev Davidovich Landau construye un termómetro en el cual ha considerado 650 °L para la temperatura de ebullición del agua y -50 °L para la temperatura de congelación del agua. Cierta día el termómetro de Tesla registra 160 °L. ¿Cuál es el valor de la temperatura en grados Celsius?

A) 10 °C B) 46 °C C) 15 °C D) 20 °C E) -4 °C

RESOLUCIÓN

De la relación de Thales tenemos la siguiente ecuación:



Para el problema 18

$$\frac{160 - (-50)}{650 - (-50)} = \frac{T - 0}{100 - 0}$$

Resolviendo: $T = 30$ °C

Respuesta: la temperatura en la escala Celsius es 30 °C.

19. ¿A qué temperatura en la escala Kelvin? se verifica que las lecturas en la escala Celsius y Fahrenheit satisfacen la siguientes relación: $C + F = 88$

A) 273 B) 283 **C) 293** D) 300 E) 320

RESOLUCIÓN

Relación entre las escalas Celsius y Fahrenheit:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

F en función de C: $F = 1,8.C + 32$

Reemplazando: $C + 1,8.C + 32 = 88$

Resolviendo: $C = 20$

En la escala Kelvin:

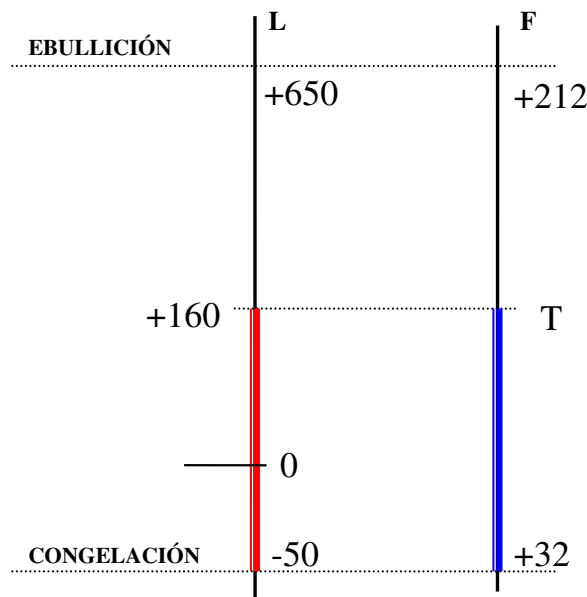
$$K = C + 273 \Rightarrow K = 20 + 273 = 293$$

Respuesta: en la escala Celsius marca 20 °C, entonces la escala Kelvin marca 293 K.

20. Lev Davidovich Landau construye un termómetro en el cual ha considerado 650 °L para la temperatura de ebullición del agua y -50 °L para la temperatura de congelación del agua. Cierta día el termómetro de Tesla registra 160 °L. ¿Cuál es el valor de la temperatura en grados Fahrenheit?

A) 10 °C B) 46 °C C) 15 °C D) 20 °C E) -4 °C

RESOLUCIÓN



Para el problema 20

De la relación de Thales tenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{160 - (-50)}{650 - (-50)} = \frac{T - 32}{212 - 32}$$

Resolviendo: $T = 86^\circ F$

Respuesta: la temperatura en la escala Fahrenheit es 86 °F.

21. El gradiente de temperatura entre la piel y el aire es regulado por el un flujo sanguíneo cutáneo (piel). Si los vasos cutáneos sanguíneos son estrechos, las temperaturas de la piel y del ambiente son casi iguales. Cuando los vasos se dilatan, se atrae más sangre a la superficie. Suponga que durante la dilatación la piel modifica su temperatura de 72,0 °F a 84,0 °F.

- a) Convierta estas temperaturas a Celsius y encuentre la diferencia.
b) Convierta las temperaturas a Kelvin y encuentre las diferencias.

RESOLUCIÓN:

- a) Convierta las temperaturas de Fahrenheit a Celsius y encuentre la diferencia:

$$\text{De la ecuación: } \frac{K-273}{10} = \frac{C}{10} = \frac{F-32}{9} \rightarrow \frac{C}{10} = \frac{F-32}{9}$$

$$\text{Convirtiendo la temperatura más baja: } \frac{C}{10} = \frac{72-32}{9} \Rightarrow C = 22,2^{\circ}C$$

$$\text{Convirtiendo la temperatura más alta: } \frac{C}{10} = \frac{84-32}{9} \Rightarrow C = 28,9^{\circ}C$$

$$\text{Diferencia entre las temperaturas: } \Rightarrow \Delta C = 6,7^{\circ}C$$

- b) Convierta las temperaturas de Fahrenheit a kelvin y encuentre la diferencia:

$$\text{De la ecuación: } \frac{K-273}{10} = \frac{C}{10} = \frac{F-32}{9} \rightarrow \frac{K-273}{10} = \frac{F-32}{9}$$

$$\text{Convirtiendo la temperatura más baja: } \frac{K-273}{10} = \frac{72-32}{9} \Rightarrow K = 295,35^{\circ}K$$

$$\text{Convirtiendo la temperatura más alta: } \frac{K-273}{10} = \frac{84-32}{9} \Rightarrow K = 302,05^{\circ}K$$

$$\text{Diferencia entre las temperaturas: } \Rightarrow \Delta K = 6,7^{\circ}K$$

22. El punto de congelación del mercurio en condiciones de presión atmosférica normal es -39 °C
¿A cuántos kelvin equivale esta temperatura?

RESOLUCIÓN

La relación entre las escalas termométricas es:

$$K = C + 273 \Rightarrow K = -39 + 273 = 234 K$$

23. La temperatura de un cuerpo aumenta de 320 K a 340 K. Indique el aumento de temperatura en grados Celsius.

RESOLUCIÓN

La variación en las escalas Celsius y Kelvin son iguales.

$$\Delta C = \Delta K \Rightarrow \Delta C = 340 - 320 = 20^{\circ}C$$

24. CONTINUARA.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Cinco ciudades, cuyas temperaturas ambientales registran temperaturas: Madrid (26°C), Buenos aires (88°F), Santiago (273 K), Lima (22°C) y Pucallpa (29°C). ¿Cuál de estas ciudades registra mayor temperatura?
A) Madrid **B) Buenos aires** C) Santiago D) Lima E) Pucallpa
2. Los termómetros de mercurio no pueden medir temperaturas menores de -30°C debido a que el Hg se hace pastoso. ¿Podrías indicar a que temperatura en Fahrenheit corresponde?
A) -20°F B) -40°F C) -30°F **D) -22°F** E) -29°F
3. En un día de invierno la temperatura de un lago en la ciudad de Montreal es de 20°F . ¿Cuál es la temperatura en la escala termométrica Celsius? ¿el agua estará congelada?
A) -5°C , si B) -3°C , si C) 1°C , no D) 3°C , no **E) $-6,7^{\circ}\text{C}$, si.**
4. El movimiento molecular de un cuerpo es el cero absoluto y corresponde a 0 K . ¿Podrías decir a cuántos $^{\circ}\text{F}$ equivale?
A) -420°F B) -440°F C) -430°F **D) $-459,4^{\circ}\text{F}$** E) -429°F
5. Al poner a hervir cierta cantidad de agua en la ciudad de México, esta empieza a hervir a 97°C . ¿A cuántos $^{\circ}\text{F}$ corresponde?
A) 220°F B) 240°F **C) $206,6^{\circ}\text{F}$** D) 422°F E) 429°F
6. En un termómetro Fahrenheit se observa una marca de 125°F y en un Celsius se leen 45°C , ¿cuál de los dos indica mayor estado térmico?
A) Centígrado B) Celsius **C) Fahrenheit** D) Kelvin E) Rankine
7. Para asar un pollo se necesita que la parrilla alcance una temperatura de 374°F . ¿a qué temperatura debo fijar el graduador para asar el pollo, si la escala está en grados centígrados?
A) 77°C B) 87°C C) 97°C D) 120°C **E) 190°C**
8. Si la temperatura del cuerpo humano es de $37,5^{\circ}\text{C}$ aproximadamente estando en condiciones normales. ¿A cuántos $^{\circ}\text{F}$ equivale?
A) 90°F B) 111°F **C) $99,5^{\circ}\text{F}$** D) 122°F E) 129°F
9. Una varilla de acero se estando a la intemperie registra una temperatura de 80°F . ¿A cuántos $^{\circ}\text{C}$ equivale?
A) 30°C B) 29°C C) 28°C **D) $26,7^{\circ}\text{C}$** E) 29°C
10. El antimonio es un metal que se funde a $630,5^{\circ}\text{C}$. ¿Qué valor le corresponden en $^{\circ}\text{F}$?
A) 1190°F B) 1111°F C) $1199,5^{\circ}\text{F}$ D) 1212°F **E) $1166,9^{\circ}\text{F}$**
11. El punto de fusión del oro (Au) es de $1336,15\text{ K}$. ¿Qué valor le corresponde la escala centígrada?
A) 1030°C B) 1029°C **C) 1063°C** D) $1026,7^{\circ}\text{C}$ E) 1129°C

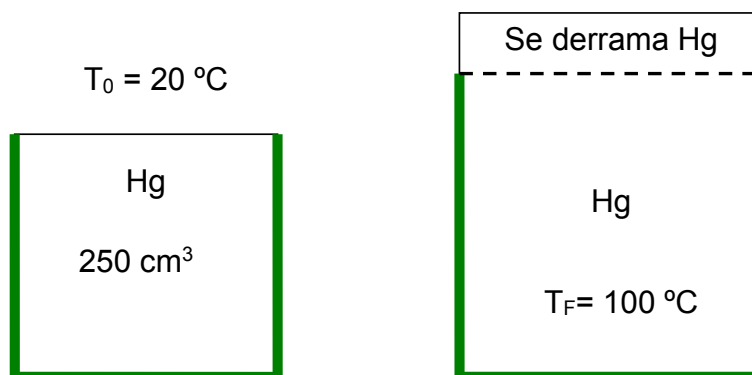
12. ¿A qué temperatura en la escala Kelvin? se verifica que las lecturas en la escala Celsius y Fahrenheit satisfacen la siguiente relación: $C+F=88$.
A) 273 B) 283 **C) 293** D) 300 E) 320
13. ¿A qué temperatura, las escalas Fahrenheit y Celsius tienen el mismo valor numérico?
A) 40 B) 120 C) 293 **D) -40** E) 0
14. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:
I. La temperatura es directamente proporcional a la cantidad de calor que contiene el cuerpo.
II. El suministro o extracción del calor de un sistema trae como consecuencia la variación de la temperatura del sistema.
III. Dos cuerpos en equilibrio térmico contienen la misma cantidad de calor.
A) VVV B) FVV C) FVF D) VFV **E) FFF**
15. ¿A qué temperatura en la escala centígrada corresponde el 32°F ?
A) -10°C B) -5°C **C) 0°C** D) 5°C E) 10°C
16. ¿A qué temperatura en la escala centígrada corresponde el -40°F ?
A) -10°C **B) -40°C** C) -30°C D) -55°C E) -60°C
17. ¿A qué temperatura en la escala Fahrenheit corresponde el -40°C ?
A) -10°F **B) -40°F** C) -30°F D) -55°F E) -60°F
18. Un termómetro Celsius marca 50°C , calcular la misma temperatura en la escala Fahrenheit.
A) 90°F B) 98°F C) 102°F D) 112°F E) 122°F
19. Un termómetro Celsius marca 60°C , calcular la misma temperatura en la escala Fahrenheit.
A) 90°F B) 98°F C) 132°F D) 140°F E) 150°F
20. Un termómetro Fahrenheit marca 122°F , calcular la misma temperatura en la escala Celsius.
A) 30°C B) 35°C C) 40°C D) 45°C E) 50°C
21. Un termómetro Fahrenheit marca -40°F , calcular la misma temperatura en la escala Celsius.
A) -30°C B) -35°C **C) -40°C** D) -45°C E) -50°C
22. Se tiene dos termómetros de escalas Celsius y Fahrenheit. Un día de verano el segundo marca 86°F , ¿Cuánto marcó el otro?
A) 30°C B) 35°C C) 40°C D) 45°C E) 50°C
23. Se tiene dos termómetros de escalas Celsius y Fahrenheit. Si el primero marca 35°C , ¿Cuánto marcó el otro?
A) 95°F B) 98°F C) 105°F D) 108°F E) 115°F
24. Se tiene dos termómetros de escalas Celsius y Fahrenheit. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca el doble de la escala Celsius?
A) 160°C B) 320°C C) 80°C D) 180°C E) 32°C
25. Se tiene dos termómetros de escalas Celsius y Fahrenheit. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca igual que la escala Celsius?
A) -60°C B) -20°C C) -80°C **D) -40°C** E) -32°C

26. Se tiene dos termómetros de escalas Celsius y Fahrenheit. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca igual que la escala Celsius pero con signos diferentes?
A) 11,4 °C **B) -11,4 °C** C) -8 °C D) -4 °C E) -3 °C
27. Robert Mayer construye un termómetro el cual ha considerado 250 °M para la temperatura de ebullición del agua y 50 °M para la temperatura de congelación del agua. Un día de invierno el termómetro de Mayer marcó 80 °M, ¿Cuál es la temperatura en grados centesimales?
A) 10 °C B) 12 °C C) 15 °C D) 8 °C E) 4 °C
28. Max Planck construye un termómetro en el cual ha considerado 500 °P para la temperatura de ebullición del agua y 100 °P para la temperatura de congelación del agua. Cierta día el termómetro de Planck registra 180 °P, ¿Cuál es la temperatura en grados centesimales?
A) 10 °C B) 12 °C C) 15 °C D) 20 °C E) -4 °C
29. La temperatura del hielo seco (de sublimación, a presión normal) es de -109° F. ¿Es más alta o más baja que la temperatura de ebullición del etano, que es de -88° C?
A) un poco mayor B) igual **C) más alta** D) más baja E) un poco menor
30. En un termómetro Fahrenheit se observa una marca de 125° F y en un Celsius una marca de 45° C. ¿Cuál de las dos indica mayor estado térmico?
A) Centígrada B) Celsius **C) Fahrenheit** D) Kelvin E) Rankine
31. ¿A qué temperatura en la escala Kelvin? se verifica que las lecturas en la escala Celsius y Fahrenheit satisfacen la siguiente relación: $C + F = 60$.
A) 273 **B) 283** C) 293 D) 300 E) 320
32. ¿A qué temperatura en la escala centígrada corresponde el 0 °F?
A) -17,8 °C B) -15 °C C) 0 °C D) 10 °C E) 15 °C
33. En un termómetro Fahrenheit se observa una marca de 142° F y en un Celsius una marca de 60° C. ¿Cuál de las dos indica mayor estado térmico?
A) Centígrada B) Celsius **C) Fahrenheit** D) Kelvin E) Rankine
34. ¿A qué temperatura en la escala Fahrenheit corresponde el -273 °C?
A) -610 °F B) -400 °F C) -300 °F **D) -459,4 °F** E) -470 °F
35. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca el doble de la escala Celsius? Dar la respuesta en grados centígrados:
A) 110 °C B) 140 °C C) 130 °C D) 155 °C **E) 160 °C**
36. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca el triple de la escala Celsius? Dar la respuesta en grados centígrados:
A) 21,0 °C B) 24,0 °C **C) 26,7 °C** D) 25,5 °C E) 26,0 °C
37. Un termómetro malogrado registra 200 °M para la temperatura de ebullición del agua y 20 °M para la temperatura de congelación del agua. Cierta día el termómetro malogrado registro 80 °M, ¿Cuál es la temperatura correcta en la escala Fahrenheit?
A) 95 °F B) 98 °F C) 105 °F D) 108 °F E) 92 °F

38. Blas Pascal construye una nueva escala termométrica, en el cual el punto de congelación del agua es 10°P y el punto de ebullición es 190°P . Si la temperatura del ambiente es 20°C , ¿cuánto marca el termómetro de Pascal?
- A) 46°P B) 48°P C) 50°P D) 52°P E) 54°P
39. Sadi Carnot construye una nueva escala termométrica, en el cual el punto de congelación del agua es 1°S y el punto de ebullición es 99°S . Si el termómetro de Carnot marca 19°S , ¿Cuál es la temperatura correcta en grados Celsius?
- A) $14,8^{\circ}\text{C}$ B) $15,6^{\circ}\text{C}$ C) $16,3^{\circ}\text{C}$ D) $18,4^{\circ}\text{C}$ E) $18,6^{\circ}\text{C}$
40. James Prescott Joule construye una nueva escala termométrica, en el cual el punto de congelación del agua es 20°J y el punto de ebullición es 200°J . Si la temperatura del ambiente es 20°C , ¿cuánto marca el termómetro de Joule?
- A) 46°J B) 48°J C) 50°J D) 52°J E) 56°J
41. Un termómetro malogrado registra 100°M para la ebullición del agua y -10°M (bajo cero) para la congelación del agua. Cuando el termómetro malogrado registra 30°M , ¿cuál es la temperatura correcta en la escala Celsius?
- A) 30°C B) 34°C C) $36,36^{\circ}\text{C}$ D) 38°C E) 40°C
42. Un termómetro malogrado registra 98°M para la ebullición del agua y $+2^{\circ}\text{M}$ para la congelación del agua. Cuando el termómetro malogrado registra 12°M , ¿cuál es la temperatura correcta en la escala Celsius?
- A) 9°C B) $10,42^{\circ}\text{C}$ C) $12,36^{\circ}\text{C}$ D) 14°C E) 16°C
43. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca el cuádruple de la escala Celsius? Dar la respuesta en grados centígrados:
- A) $14,0^{\circ}\text{C}$ B) $14,5^{\circ}\text{C}$ C) $16,7^{\circ}\text{C}$ D) $15,5^{\circ}\text{C}$ E) $16,0^{\circ}\text{C}$
44. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca el quintuple de la escala Celsius? Dar la respuesta en grados centígrados:
- A) $9,0^{\circ}\text{C}$ B) $9,5^{\circ}\text{C}$ C) $12,7^{\circ}\text{C}$ D) $13,5^{\circ}\text{C}$ E) $10,0^{\circ}\text{C}$
45. ¿A qué temperatura la escala Fahrenheit marca el igual de la escala Celsius, pero con signos opuestos? Dar la respuesta en grados centígrados:
- A) $11,43^{\circ}\text{C}$ B) $-14,5^{\circ}\text{C}$ C) $-16,7^{\circ}\text{C}$ D) $-12,5^{\circ}\text{C}$ E) $-11,43^{\circ}\text{C}$
46. Un bloque de hierro se encuentra a 25°C . Aumenta su temperatura en 60 K (kelvin), luego se incrementa en 45°F . ¿Cuál es la temperatura final en $^{\circ}\text{C}$ del bloque?
- A) 60°C B) 85°C C) 110°C D) 90°C E) 0°C

47. Un bloque de hierro se encuentra a 15°C . Aumenta su temperatura en 60 K (kelvin), luego se incrementa en 36°F . ¿Cuál es la temperatura final en $^{\circ}\text{C}$ del bloque?
A) 15°C B) 35°C C) 25°C D) 55°C E) N.A.
48. Un termómetro mal construido al ser utilizado indica -20°C para la temperatura de fusión del hielo y 110°C para la temperatura de ebullición del agua. ¿Cuál será la temperatura centígrada correcta cuando este termómetro defectuoso marque 45°C ?
A) 40°C B) 50°C C) 60°C D) 70°C E) 45°C
49. Un cuerpo inicialmente a 20°C experimenta un aumento de temperatura de 153°F . Si a continuación su temperatura disminuye en 10 K, ¿Cuál es la temperatura final en $^{\circ}\text{C}$?
A) 77°C B) 87°C C) 97°C D) 120°C E) N.A.
50. Los puntos de fusión y ebullición, a la presión atmosférica, del alcohol etílico son -117°C y $78,5^{\circ}\text{C}$. Convertir esas temperaturas a la escala Fahrenheit.
RESPUESTA: P.E = 173°F , P.F = -179°F
51. Los puntos de ebullición y de fusión, a la presión atmosférica, del mercurio son 675°F y -38°F , respectivamente. Expresar dichas temperaturas en unidades de la escala centígrada.
RESPUESTA: P.E = 357°C y P.F = $-38,9^{\circ}\text{C}$.

DILATACIÓN



1. INTRODUCCIÓN

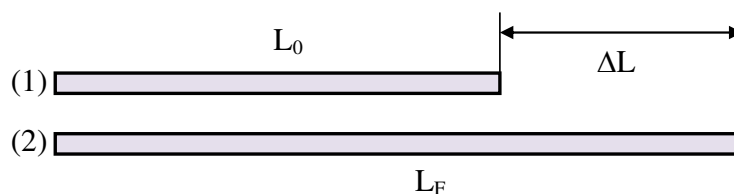
Todos los líquidos al calentarse sufren un aumento de volumen o se dilatan, esto hace posible el funcionamiento de los termómetros, ya que los termómetros por lo general usan el mercurio, y este tiene el punto de ebullición a $356,7\text{ °C}$ y el de congelación a -39 °C , su aplicación es muy amplia. Por lo regular a cada cuerpo que se le aplica calor, su volumen aumenta, la dilatación es el incremento de volumen por aumento de temperatura, si tu pasas una esfera por un aro y cabe, luego calientas la esfera y al volver a tratar de pasar la esfera, está ya no pasará, en este caso se dice que se aplica la dilatación. Casi todos los materiales se expanden al incrementar su temperatura. Este fenómeno que se conoce como dilatación térmica y se debe a que al incrementar la amplitud de la oscilación de los átomos alrededor de sus posiciones de equilibrio, en promedio ocupan más espacio. En general todos los metales experimentan dilatación con el cambio de la temperatura.

2. DILATACIÓN

Es aquel fenómeno físico que se manifiesta en el **aumento de dimensiones** que experimenta una sustancia al incrementarse su temperatura inicial. Si la temperatura inicial de una sustancia se reduce, ésta tenderá a contraerse. En cuerpos sólidos la dilatación según se considere como dimensiones principales pueden ser: Lineal, Superficial, Volumétrica.

3. DILATACIÓN LINEAL

Es el aumento longitudinal que experimentan los cuerpos lineales al incrementarse su temperatura. Imaginemos una varilla que a una temperatura T_0 tiene una longitud L_0 .



Experimentalmente se observa que cuando la temperatura se incrementa en ΔT la longitud de la varilla se incrementa de manera proporcional no solo a ΔT sino además a la longitud inicial L_0 .

Ejemplo: los cables de postes se dilatan al incrementarse la temperatura debido al ambiente o transporte de energía eléctrica. Experimentalmente:

$$[1] \quad L_F = L_0 + \Delta L$$

$$[2] \quad \Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T$$

$$[3] \quad L_F = L_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

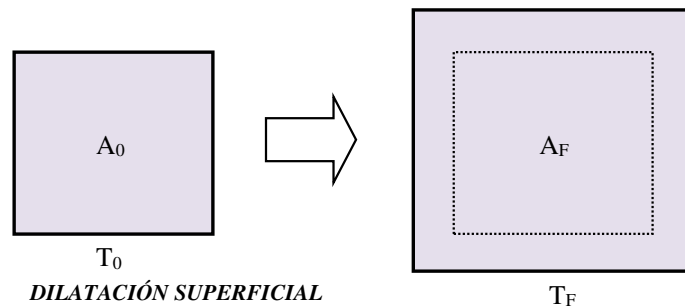
α : Coeficiente de dilatación lineal, depende de las propiedades térmicas del material y su unidad es ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

L_0 : Longitud inicial

L_F : Longitud final

Δt : variación de la temperatura : $t_2 - t_1$

4. DILATACIÓN SUPERFICIAL.



La dilatación lineal no significa que esté restringida a la longitud de un sólido. Cualquier recta que se dibuje sobre el sólido aumentará su longitud por unidad de longitud con una velocidad dada por el coeficiente de dilatación lineal “ α ”. Por ejemplo, en un cilindro sólido, la longitud axial, el diámetro y una diagonal dibujada sobre el sólido, aumentan sus dimensiones en la misma proporción. De hecho, la dilatación de una superficie es exactamente análoga a una ampliación fotográfica, como se muestra en la figura (B). Obsérvese también que si el material tiene un agujero, el área del mismo se dilata en la misma proporción, como si estuviera lleno del mismo material.

La dilatación superficial es el **aumento de superficie** o área que en dos dimensiones experimentan las placas o planchas cuya temperatura inicial aumenta.

$$[1] \quad A_F = A_0 + \Delta A$$

$$[2] \quad \Delta A = \beta \cdot A_0 \cdot \Delta T$$

$$[3] \quad A_F = A_0 (1 + \beta \cdot \Delta T)$$

β : Coeficiente de dilatación superficial, depende de las propiedades térmicas del material del cual están hechas las placas o planchas, ($^{\circ}\text{C}^{-1}$).

Por ser dilatación en dos dimensiones:

$$\beta = 2\alpha$$

5. DILATACIÓN VOLUMÉTRICA

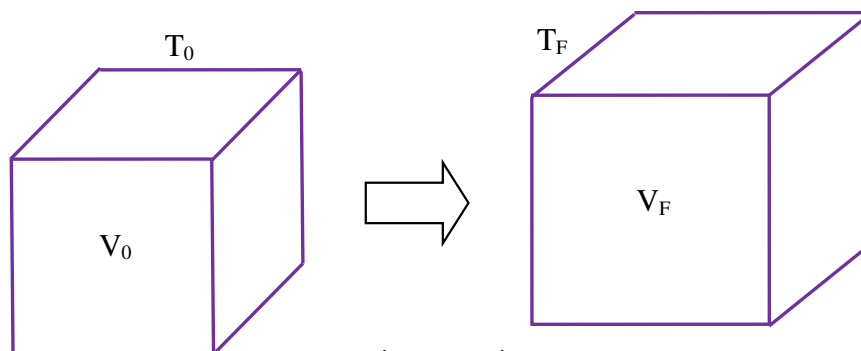
Es indudable que al calentar o enfriar un cuerpo, **todas sus dimensiones**: largo, ancho y altura, experimentan cambios. Por ello se afirma que en todo fenómeno de dilatación realmente se produce una variación en el volumen (ΔV), cuyo valor estará dado por:

γ : Coeficiente de dilatación volumétrica ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

$$[1] \quad V_F = V_0 + \Delta V$$

$$[2] \quad \Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

$$[3] \quad V_F = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta T)$$



DILATACIÓN VOLUMÉTRICA

$$\gamma = 3\alpha$$

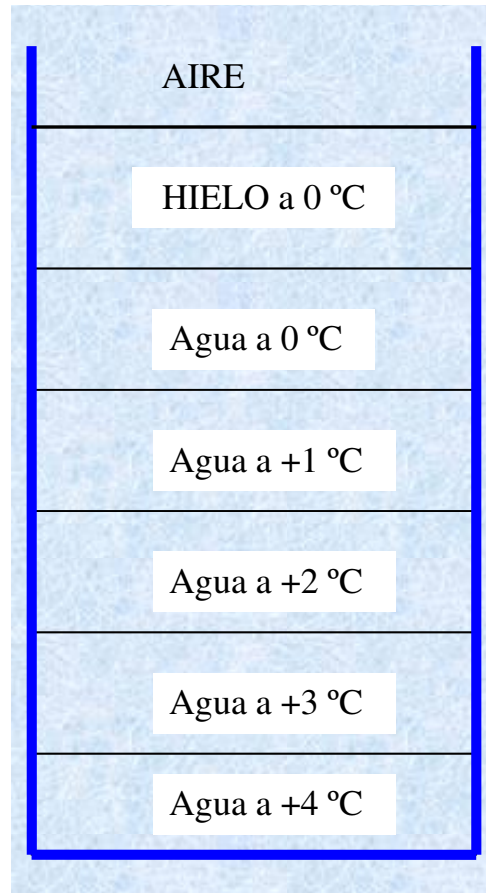
Si consideramos materiales tridimensionales, encontraremos que la variación que sufre el volumen del objeto sigue un comportamiento semejante al observado en una dimensión.

$$\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

6. COMPORTAMIENTO ANÓMALO DEL AGUA.

El agua en el intervalo de temperaturas de 0°C a 4°C se contrae en lugar de expandirse al aumentar su temperatura. El agua alcanza su máxima densidad a la temperatura de 4°C , esta anomalía del agua favorece a la conservación de la flora y la fauna en los lagos de los polos Norte y Sur. Cuando un lago se congela, el hielo flota debido a ser menos denso que el agua líquida, en cambio el agua tiene densidad variable dependiendo de su temperatura, el más denso a $+4^{\circ}\text{C}$ está en el fondo del lago y van ascendiendo los de menor temperatura, 3°C , 2°C , 1°C , 0°C , hasta llegar a la superficie cubierto de hielo.

La densidad máxima del agua es $1,0 \text{ g/cm}^3$ a $+4^{\circ}\text{C}$. A temperatura mayor de 4°C la densidad del agua es menor de la unidad. A temperaturas menor de 4°C la densidad del agua es menor de la unidad.

**1. VARIACIÓN DE DENSIDAD CON LA TEMPERATURA.**

Un incremento en la temperatura de un cuerpo, consigue un incremento de su volumen, por consiguiente su densidad disminuye.

La densidad inicial es: $D_0 = \frac{m}{V_0}$

La densidad final es: $D_F = \frac{m}{V_F} = \frac{m}{V_0(1 + \gamma \cdot \Delta T)}$

Finalmente obtenemos: $D_F = \frac{D_0}{(1 + \gamma \cdot \Delta T)}$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

1. La densidad de cierto material a 0 °C es de 28 g/cm³. Sabiendo que el coeficiente de dilatación lineal es 0,45 °C⁻¹, ¿Cuál es la densidad de éste material 20 °C?

Resolución

Un incremento en la temperatura de un cuerpo, consigue un incremento de su volumen, por consiguiente su densidad disminuye.

$$\gamma = 3\alpha \Rightarrow \gamma = 1,35 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

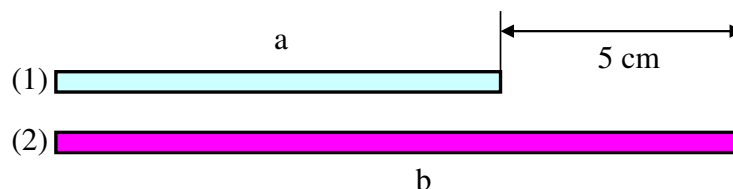
$$D_F = \frac{D_0}{1 + \gamma \cdot \Delta T} \Rightarrow D_F = \frac{28}{1 + (1,35) \cdot (20)}$$

$$D_F = 1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Respuesta: la densidad disminuye drásticamente hasta 1 g/cm³

2. Determinar las longitudes de dos barras a la temperatura del ambiente de tal modo que la diferencia de sus longitudes sea de 5 cm a cualquier temperatura.

$$\alpha_1 = 18 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ y } \alpha_2 = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Resolución

Para el ejemplo 02

De la condición del problema: $b - a = 5 \text{ cm} \dots (1)$

La variación de la longitud por cada unidad de temperatura, para cada barra debe tener el mismo valor:

$$\Delta L_1 = \Delta L_2 \Rightarrow \alpha_1 \cdot L_{01} \cdot \Delta T = \alpha_2 \cdot L_{02} \cdot \Delta T$$

$$\alpha_1 \cdot L_{01} = \alpha_2 \cdot L_{02} \Rightarrow 18 \cdot 10^{-6} \cdot a = 12 \cdot 10^{-6} \cdot b$$

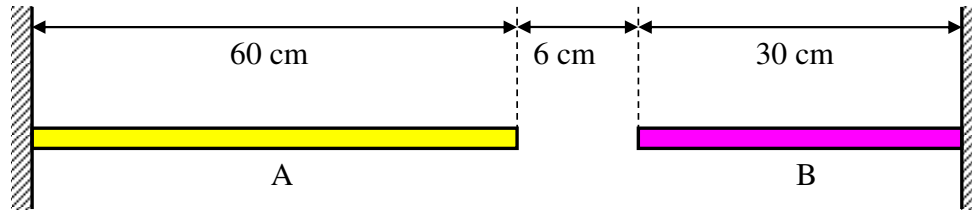
$$3 \cdot a = 2 \cdot b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{b-a}{a} = \frac{3}{2} \dots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

$$a = 10 \text{ cm y } b = 15 \text{ cm}$$

Respuesta: las longitudes iniciales son 10 cm y 15 cm.

3. ¿En cuántos grados centígrados se debe incrementar la temperatura de las barras A y B para que sus extremos se junten? Las barras están empotradas a paredes impermeables al calor.
 $\alpha_A = 15 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ y $\alpha_B = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

RESOLUCIÓN

Para el ejemplo 03

La adición de las dilataciones debe sumar 6 centímetros para que las barras se junten.

$$\Delta L_A + \Delta L_B = 6 \text{ cm}$$

$$\alpha_A \cdot L_A \cdot \Delta T + \alpha_B \cdot L_B \cdot \Delta T = 6 \text{ cm}$$

$$(15 \cdot 10^{-4}) \cdot (60) \cdot \Delta T + (10^{-3}) \cdot (30) \cdot \Delta T = 6$$

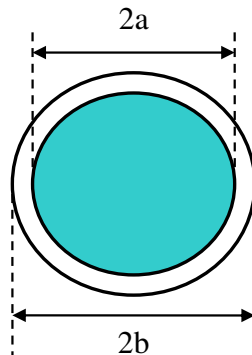
Resolviendo tenemos: $\Delta T = 50 \text{ } ^\circ\text{C}$

Respuesta: se debe incrementar la temperatura en $50 \text{ } ^\circ\text{C}$ para que las barras se junten.

4. Se tiene una lámina metálica, al cual se le ha sustraído un círculo de radio 1,0 cm. Se pretende hacer pasar por el orificio una esfera de radio 1,02 cm. ¿En cuántos grados centígrados se debe incrementar la temperatura de la lámina, tal que, la esfera logre pasar por el orificio?

$$\beta_{\text{metal}} = 2,02 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Resolución.



Experimentalmente se demuestra que el espacio vacío, el orificio, se dilata como si fuera del mismo material de la lámina metálica

a = 1,0 cm: radio del orificio a la temperatura T_1 .

b = 1,02 cm: radio del orificio a la temperatura T_2 .

El círculo experimenta dilatación superficial, cambiando su radio de “a” hasta “b”.

$$\Delta \text{Area} = \beta \cdot A_0 \cdot \Delta T$$

$$\pi(b^2 - a^2) = \beta \cdot \pi \cdot a^2 \cdot \Delta T$$

$$(b-a)(b+a) = \beta \cdot a^2 \cdot \Delta T$$

$$(0,02)(2,02) = (2,02 \cdot 10^{-4}) \cdot (1)^2 \cdot \Delta T$$

Resolviendo tenemos que: $\Delta T = 200 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Respuesta: la temperatura se debe incrementar en $200 \text{ }^{\circ}\text{C}$ (como mínimo).

5. Un frasco de vidrio de capacidad $1\,010 \text{ cm}^3$ contiene $1\,000 \text{ cm}^3$ de mercurio a $0 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Se calienta el conjunto hasta alcanzar $100 \text{ }^{\circ}\text{C}$, observándose que el frasco de vidrio se encuentra completamente lleno de mercurio. Calcular el coeficiente de dilatación volumétrica del vidrio.

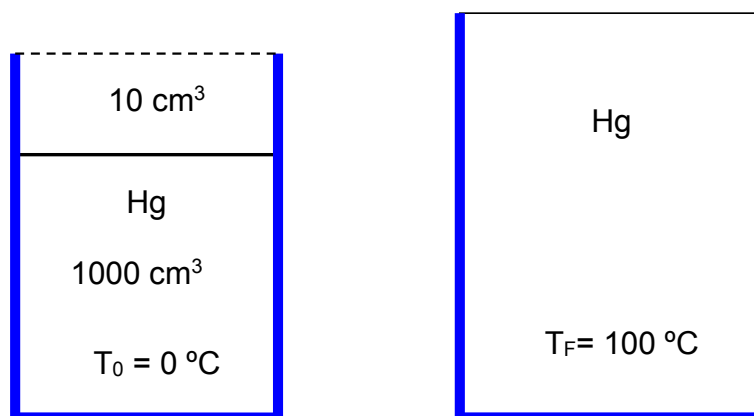
$$\gamma_{\text{mercurio}} = 18,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

Resolución

La variación del volumen del mercurio es igual a la variación del volumen del vidrio (frasco), mas, 10 cm^3 .

$$\Delta V_{\text{Hg}} = \Delta V_{\text{vidrio}} + 10 \text{ cm}^3$$

$$\gamma_{\text{Hg}} \cdot V_{0(\text{Hg})} \cdot \Delta T = \gamma_{\text{vid}} \cdot V_{0(\text{vid})} \cdot \Delta T + 10 \text{ cm}^3$$



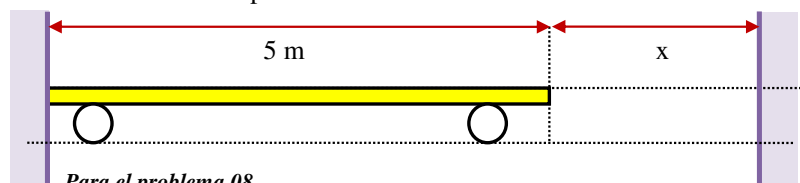
Para el ejemplo 05

$$(18,2 \cdot 10^{-5}) \cdot (1000) \cdot (100) = \gamma_{\text{vid}} \cdot (1010) \cdot (100) + 10$$

Resolviendo tenemos que: $\gamma_{\text{vidrio}} = 8,12 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

Respuesta: el coeficiente de dilatación volumétrica del vidrio es $8,12 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

6. Se construye un puente como se muestra en la figura, si: $\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. ¿Qué distancia “x” hay que dejar en el extremo derecho para que no haya problemas con la dilatación? Se sabe que entre verano e invierno la temperatura varía en $50 \text{ }^{\circ}\text{C}$.



Para el problema 08

RESOLUCIÓN

La temperatura cambia en 50 °C. La barra se ha dilatado. Determinemos el incremento de la longitud.

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T \Rightarrow x = (2 \cdot 10^{-4}) \cdot (5) \cdot (50)$$

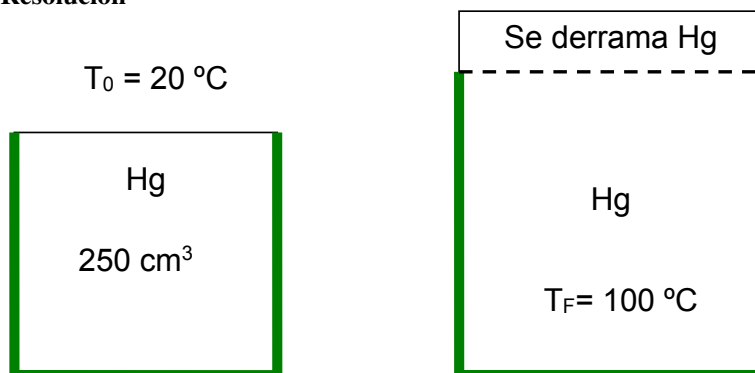
Resolviendo: $x = 0,05 m$

Respuesta: la distancia de separación es 5 centímetros.

7. Un matraz de vidrio de 250 cm³ de capacidad se llena completamente con mercurio a 20 °C. ¿Qué volumen de mercurio se derramará al calentar el conjunto hasta 100 °C?

$$\gamma_{\text{mercurio}} = 18,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ y } \gamma_{\text{vidrio}} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Resolución



Para el ejemplo 07

La temperatura cambia en 80 °C. Estamos asumiendo que el mercurio supera al volumen del frasco de vidrio después de la dilatación. El volumen del mercurio que se derrama es igual a la variación del volumen del mercurio, menos, la variación del volumen del vidrio (frasco)

$$V_{\text{derrama}} = \Delta V_{\text{Hg}} - \Delta V_{\text{vidrio}}$$

$$V_{\text{derrama}} = \gamma_{\text{Hg}} \cdot V_{0(\text{Hg})} \cdot \Delta T - \gamma_{\text{vid}} \cdot V_{0(\text{vid})} \cdot \Delta T$$

$$V_d = (18,0 \cdot 10^{-5}) \cdot (250) \cdot (80) - (1,2 \cdot 10^{-5}) \cdot (250) \cdot (80)$$

Resolviendo tenemos que:

$$V_d = 3,36 \text{ cm}^3$$

Respuesta: se derrama 3,36 cm³ de mercurio.

8. Una cinta métrica metálica de 5 m es exacta a 15 °C. Un día en que la temperatura del ambiente es 35 °C se mide el largo de un tubo de plástico, obteniéndose como lectura “100 metros de longitud”. ¿Cuál es la verdadera longitud del tubo?

$$\alpha_{\text{metal}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

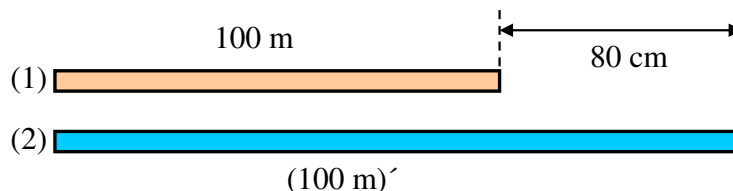
Resolución

La temperatura cambia en 20 °C. La cinta métrica se ha dilatado. Determinemos el valor de “un metro” a 35 °C.

$$L_F = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow (1 \text{ m})' = (1 \text{ m}) \left[1 + (4 \cdot 10^{-4}) \cdot (20) \right]$$

$$(1\text{ m})' = 1,008\text{ m}$$

Entonces la verdadera longitud se consigue multiplicando por cien unidades.



Para el ejemplo 08

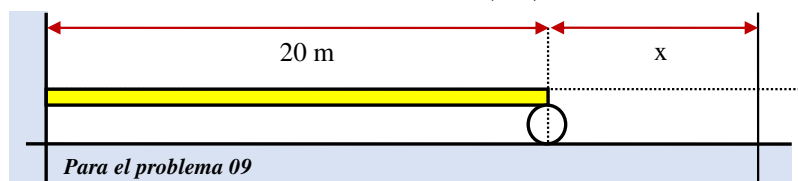
$$(100\text{ m})' = 100(1\text{ m})' = 100(1,008\text{ m}) = 100,8\text{ m}$$

Se ha cometido un error de 80 centímetros por efecto de la temperatura.

Respuesta: la verdadera medida del tubo es 100,8 metros.

9. Una barra de cobre de 20 m sujeta por un extremo y apoyada sobre un rodillo de 4 cm de radio se calienta por acción de la corriente eléctrica desde 20 °C hasta 270 °C, lo cual hace que el rodillo ruede sin resbalar. ¿Qué ángulo giro el rodillo debido al efecto térmico?

$$\alpha_{\text{COBRE}} = 16 \cdot 10^{-6} (\text{°C})^{-1}$$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La temperatura cambia en 250 °C. La barra se ha dilatado. Determinemos el incremento de la longitud, que representa la longitud de arco.

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T \Rightarrow x = (16 \cdot 10^{-6}) \cdot (20) \cdot (250)$$

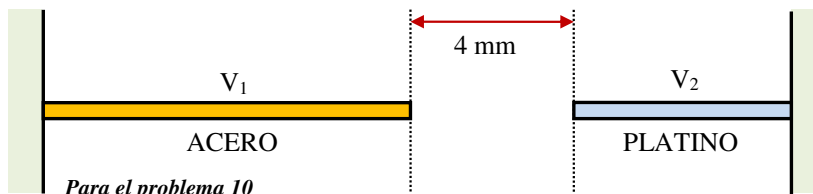
Resolviendo: $x = 0,08\text{ m} = 8\text{ cm}$

SEGUNDO PASO. cálculo del ángulo centra en el rodillo.

$$\theta = \frac{x}{R} = \frac{8\text{ cm}}{4\text{ cm}} = 2\text{ rad} \cdot \left(\frac{180}{\pi}\right) = 114,59^\circ$$

Respuesta: la medida del ángulo que gira es 114,6 grados sexagesimales aproximadamente.

10. Se muestra, V_1 es una varilla de acero de 4 m de longitud y V_2 es una varilla de platino de 2 m de longitud. El sistema se encuentra a 0°C . ¿A qué temperatura, en $^\circ\text{C}$, se juntan ambas varillas? El coeficiente de dilatación lineal del acero es $12 \times 10^{-6} (\text{}^\circ\text{C})^{-1}$ y el del platino es $9 \times 10^{-6} (\text{}^\circ\text{C})^{-1}$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La temperatura cambia y las barras se dilatan. La suma de las dos dilataciones es 4 mm finalmente.

SEGUNDO PASO. Veamos la siguiente ecuación.

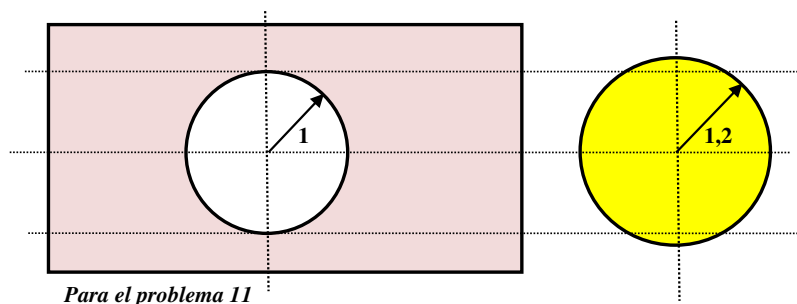
$$\Delta L_1 + \Delta L_2 = 4 \text{ mm} \Rightarrow \alpha_1 \cdot L_{01} \cdot \Delta T + \alpha_2 \cdot L_{02} \cdot \Delta T = 4 \text{ mm}$$

$$(12 \cdot 10^{-6}) \cdot (4) \cdot \Delta T + (9 \cdot 10^{-6}) \cdot (2) \cdot \Delta T = 4 \cdot 10^{-3}$$

$$(66 \cdot 10^{-6}) \cdot \Delta T = 4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \Delta T = 60,6^\circ$$

Respuesta. las barras se juntan cuando la temperatura se incrementa en $60,6^\circ\text{C}$.

11. A la lámina metálica mostrada se le ha practicado un orificio circular de 1,0 m de radio. Si la placa está a 10°C , ¿Hasta qué temperatura habría que calentar la lámina para que en el orificio encaje un círculo de 1,2 m de radio? ($\beta = 0,44 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El agujero circular aumentará de tamaño con el incremento de temperatura, es decir, el radio varía desde 1,0 cm hasta 1,2 cm.

SEGUNDO PASO. Veamos la siguiente ecuación:

$$\Delta A_{\text{area}} = \beta \cdot A_0 \cdot \Delta T \quad \text{donde: } a = 1,0 \text{ cm} ; b = 1,2 \text{ cm}$$

$$\pi(b^2 - a^2) = \beta \cdot \pi \cdot a^2 \cdot \Delta T$$

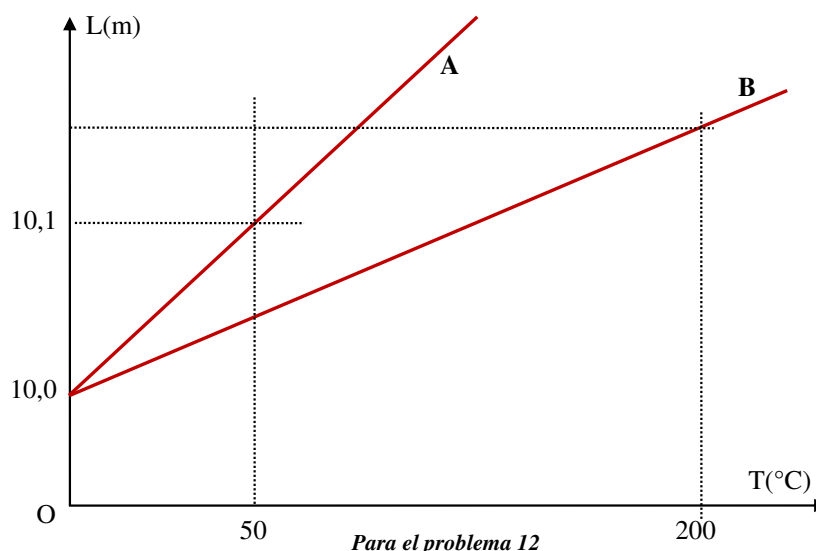
$$(b-a)(b+a) = \beta \cdot a^2 \cdot \Delta T$$

$$(0,2)(2,2) = (0,44 \cdot 10^{-2}) \cdot (1)^2 \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = 100^\circ C$$

Resolviendo tenemos que: $\Delta T = 100^\circ C$

Respuesta: la temperatura se debe incrementar en $100^\circ C$ (como mínimo).

12. En la figura se muestra la gráfica de la longitud versus la temperatura de dos varillas “A” y “B”. Si una de ellas tiene el doble coeficiente de dilatación que la otra, determine la longitud de la varilla “B” a $200^\circ C$ (en m)



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. De la gráfica se observa que la barra A tiene mayor (el doble) de coeficiente de dilatación lineal de la barra B.

SEGUNDO PASO. Veamos la siguiente ecuación:

$$\alpha_A = 2 \bullet \alpha_B \Rightarrow \frac{\Delta L_A}{L_0 \cdot \Delta T_A} = \frac{\Delta L_B}{L_0 \cdot \Delta T_B}$$

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta T_A} = \frac{\Delta L_B}{\Delta T_B} \Rightarrow \frac{0,1}{50} = \frac{x - 10}{200}$$

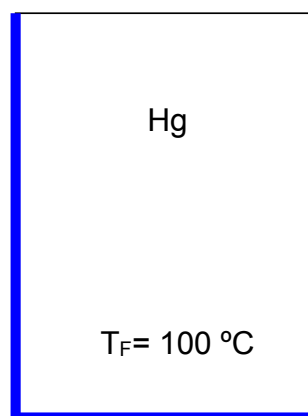
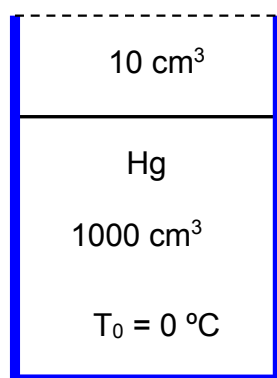
Resolviendo: $x = 10,2 \text{ m}$

Respuesta. La barra B mide 10,2 metros a la temperatura de $200^\circ C$.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Una barra de cobre mide 8 m a 15 °C. Calcular la variación (en mm) que experimenta su longitud al calentarla hasta 35° C. El coeficiente de dilatación lineal del cobre es de $17 \times 10^{-6} \text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$.
A) 2,52 B) 2,62 **C) 2,72** D) 2,82 E) 2,92
2. Calcular la longitud a 80 °C de una barra de níquel que a 0 °C tiene una longitud de 60 cm. El coeficiente de dilatación lineal es 0,0000131 $\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.
A) 60,08288 cm **B) 60,06288 cm** C) 60,04288 cm
D) 60,00288 cm E) 60,16288 cm
3. Calcular la longitud a 72 °C de una barra de plata que a 273 °K, tiene una longitud de 50 cm. El coeficiente de dilatación lineal es 0,0000197 $\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.
A) 50,17092 cm **B) 50,07092 cm** C) 50,27092 cm
D) 50,37092 cm E) 50,47092 cm
4. Una barra de plomo mide 2 m a una temperatura de 30 °C. Suponiendo el coeficiente de dilatación lineal constante en el rango de temperaturas considerada, ¿A qué temperatura la barra medirá 1 mm más?
Coeficiente de dilatación lineal del plomo, $\alpha_{\text{PLOMO}} = 3 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
A) 45,66 °C **B) 46,66 °C** C) 47,66 °C D) 48,66 °C E) 49,66 °C
5. Una barra de plomo mide 2 m a una temperatura de 30 °C. Suponiendo el coeficiente de dilatación lineal constante en el rango de temperaturas considerada, ¿A qué temperatura la barra medirá 1,99 m? Coeficiente de dilatación lineal del plomo, $\alpha_{\text{PLOMO}} = 3 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
A) -195,66 °C B) -185,66 °C C) -175,66 °C
D) -155,66 °C **E) -165,66 °C**
6. Determina el volumen inicial que tenía una determinada cantidad de glicerina si, tras aumentar la temperatura 30 °C, su volumen ha pasado a ser 2 m³. Coeficiente de dilatación de la glicerina en el rango de temperaturas considerado $\alpha_{\text{GLICERINA}} = 5,2 \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
A) 1,96 m³ B) 1,86 m³ C) 1,76 m³ D) 1,66 m³ E) 1,56 m³
7. El gas helio He se licua a la temperatura de 4,15 K cuando la presión es de 23 atm. Calcula su temperatura de licuefacción en la escala Fahrenheit.
A) -402,2 °F B) -482,2 °F C) -472,2 °F
D) -462,2 °F **E) -452,2 °F**

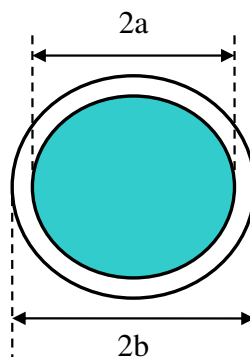
8. Si observamos un incremento de temperatura en un termómetro de 24 °C, ¿a cuántos grados Fahrenheit corresponde dicho incremento?
A) 40,2 °F B) 41,2 °F C) 42,2 °F **D) 43,2 °F** E) 44,2 °F
9. Si observamos un incremento de temperatura en un termómetro de 24 °F, ¿a cuántos grados kelvin corresponde dicho incremento?
A) 11,3 K B) 12,3 K **C) 13,3 K** D) 14,3 K E) 15,3 K
10. Un frasco de vidrio de capacidad 1 010 cm³ contiene 1 000 cm³ de mercurio a 0 °C. Se calienta el conjunto hasta alcanzar 100 °C, observándose que el frasco de vidrio se encuentra completamente lleno de mercurio. Calcular el coeficiente de dilatación volumétrica del vidrio. $\gamma_{\text{mercurio}} = 18,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$



Para el problema 10

- A) $8,12 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$** B) $7,12 \cdot 10^{-5}$ C) $6,12 \cdot 10^{-5}$ D) $5,12 \cdot 10^{-5}$ E) $4,12 \cdot 10^{-5}$
11. ¿A qué temperatura deberá calentarse una barra de hierro ($\alpha = 0,0000122 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$), que a 0 °C mide 5 m para que alcance una longitud final de 5,005 m?
A) 80 °C B) 88 °C C) 86 °C D) 84 °C **E) 82 °C**
12. ¿Cuál es el coeficiente de dilatación lineal del aluminio, sabiendo que una barra de ese metal a 0 °C mide 2 m y a 100 °C experimenta un aumento de 4,76 mm?
A) 0,0000238 ;Error! B) 0,0000438 ;Error! C) 0,0000638 ;Error!
D) 0,0000838 ;Error! E) 0,0000038 ;Error!
13. Un eje de acero tiene un diámetro de 10,000 cm a 30 °C. Calcular la temperatura que deberá existir para que encaje perfectamente en un agujero de 9,997 cm de diámetro. El coeficiente de dilatación lineal del acero es de $11 \cdot 10^{-6} \text{ } (^\circ\text{C})^{-1}$.
A) 2,7 °C B) 4,7 °C C) 6,7 °C D) 8,7 °C E) 10,7 °C
14. Calcular el aumento de longitud de una barra de cobre de 500 cm de largo cuando se calienta desde 12 °C a 32 °C. El coeficiente de dilatación lineal del cobre es $17 \cdot 10^{-6} \text{ } (^\circ\text{C})^{-1}$.
A) 0,13 cm B) 0,15 cm **C) 0,17 cm** D) 0,19 cm E) 0,27 cm

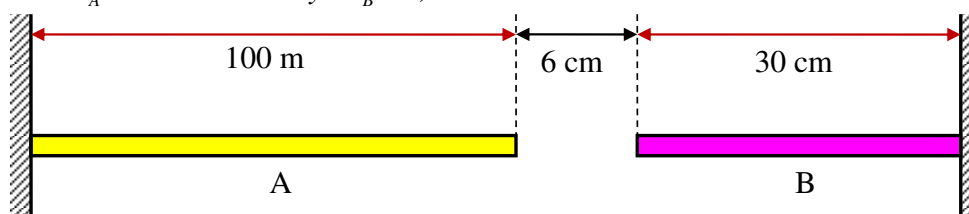
15. Una varilla de 3 m de longitud se alarga 3 mm al elevar su temperatura en 100°C . Calcular el coeficiente de dilatación lineal.
 A) $10^{-2} (^{\circ}\text{C})^{-1}$ B) $10^{-3} (^{\circ}\text{C})^{-1}$ C) $10^{-4} (^{\circ}\text{C})^{-1}$
 D) $10^{-5} (^{\circ}\text{C})^{-1}$ E) $10^{-6} (^{\circ}\text{C})^{-1}$
16. ¿Qué longitud tendrá un hilo de cobre, coeficiente de dilatación $0,0000117 (^{\circ}\text{C})^{-1}$ calentado por el Sol hasta 55°C , si a 0°C su longitud era de 1400 m?
 A) 1400,90 m B) 1400,70 m C) 1400,50 m
 D) 1400,30 m E) 1400,10 m
17. Se tienen dos reglas una de plata (calor específico $0,0000199 ^{\circ}\text{C}^{-1}$) y otra de latón (calor específico $0,0000187 ^{\circ}\text{C}^{-1}$), que poseen la misma longitud de 2,50 m, calentadas a 200°C ¿Cuál de las dos resulta de mayor longitud?
 A) aluminio B) cobre C) latón D) oro E) plata
18. ¿Cuál será el coeficiente de dilatación lineal del cobre?, si un hilo de ese metal de 140 m de largo a 0°C adquiere al ser calentado a 350°C una longitud de 140,8673 m.
 A) $0,0000177 (^{\circ}\text{C})^{-1}$ B) $0,0000377 (^{\circ}\text{C})^{-1}$ C) $0,0000577 (^{\circ}\text{C})^{-1}$
 D) $0,0000777 (^{\circ}\text{C})^{-1}$ E) $0,0000977 (^{\circ}\text{C})^{-1}$
19. Se tiene una lámina metálica, al cual se le ha sustraído un círculo de radio 1,0 cm. Se pretende hacer pasar por el orificio una esfera de radio 1,02 cm. ¿En cuántos grados centígrados se debe incrementar la temperatura de la lámina, tal que, la esfera logre pasar por el orificio?
 $\beta_{\text{metal}} = 2,02 \cdot 10^{-4} ^{\circ}\text{C}^{-1}$



Para el problema 19

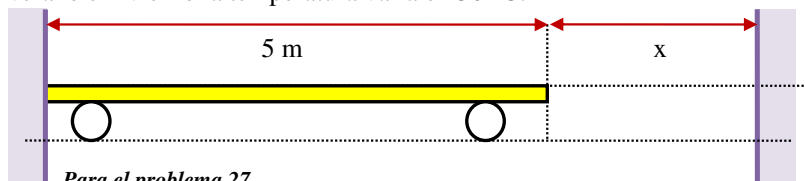
- A) 225 B) 230 C) 235 D) 200 E) 260
20. Calcular el aumento de volumen que experimentan 100 cm^3 de mercurio cuando su temperatura se eleva de 18°C a 35°C . El coeficiente de dilatación cúbica es de $18 \times 10^{-5} (^{\circ}\text{C})^{-1}$.
 A) $0,31\text{ cm}^3$ B) $0,41\text{ cm}^3$ C) $0,51\text{ cm}^3$ D) $0,61\text{ cm}^3$ E) $0,71\text{ cm}^3$
21. El coeficiente de dilatación lineal del vidrio es de $9 \times 10^{-6} (^{\circ}\text{C})^{-1}$. ¿Qué capacidad volumétrica tendrá un frasco de vidrio a 25°C ?, si su valor a 15°C es de 50 cm^3 .
 A) $50,014\text{ cm}^3$ B) $50,214\text{ cm}^3$ C) $50,414\text{ cm}^3$
 D) $50,614\text{ cm}^3$ E) $50,814\text{ cm}^3$

22. Una regla metálica de 100 m de longitud y hecha de aluminio, es calentada y eleva su temperatura en 50°C . Hallar la variación en su longitud ($\alpha_{\text{AL}} = 2.10^{-3}^{\circ}\text{C}^{-1}$)
 a) 5 m b) 10 c) 15 d) 20 e) NA
23. Un alambre de cobre medía 10 cm, pero luego de ser calentado, su longitud aumenta a 10,5 cm. ¿A cuántos grados Celsius se le habrá calentado? ($\alpha_{\text{Cu}} = 5.10^{-3}^{\circ}\text{C}^{-1}$)
 a) 5°C b) 10 c) 15 d) 20 e) N.A.
24. ¿En cuántos grados centígrados se debe incrementar la temperatura de las barras A y B para que sus extremos se junten? Las barras están empotradas a paredes impermeables al calor. $\alpha_A = 15.10^{-4}^{\circ}\text{C}^{-1}$ y $\alpha_B = 1,0.10^{-3}^{\circ}\text{C}^{-1}$



Para el problema 24

- A) 25 B) 30 C) 35 **D) 50** E) 60
25. Una barra de 400 m y $\alpha_L = 10^{-3}^{\circ}\text{C}^{-1}$ es calentada y elevada su temperatura en 20°C . ¿En cuánto aumenta su longitud?
 a) 4 m b) 6 c) 8 d) 10 e) N.A.
26. Una barra de metal de longitud 10 m experimenta un incremento de 40 cm en su longitud, al ser calentada en 10°C . ¿Cuál es el “ α ” de dicho metal?
 a) 10^{-3} b) 2.10^{-3} c) 3.10^{-3} d) 4.10^{-3} e) N.A.
27. Se construye un puente como se muestra en la figura, si: $\alpha = 2.10^{-4}^{\circ}\text{C}^{-1}$. ¿Qué distancia “x” hay que dejar en el extremo derecho para que no haya problemas con la dilatación? Se sabe que entre verano e invierno la temperatura varía en 50°C .



Para el problema 27

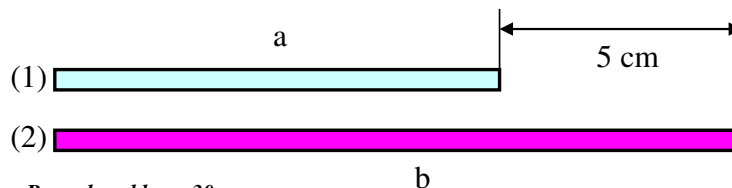
- a) 4 cm b) 5 c) 10 d) 15 e) NA
28. Disponemos de un cubo de un material a 24°C que ocupa un volumen de 1 m^3 . Cuando aumentamos la temperatura a 55°C , el volumen del cubo pasa a $1,002232\text{ m}^3$. Imagina que, a 24°C , cortas varias barras de 1 m de longitud (valor de la arista del cubo). ¿Qué longitud pasarían a tener cuando se eleva la temperatura a 55°C ?
 A) 1,001744 m B) 1,000244 m C) 1,000344 m
 D) 1,000544 m **E) 1,000744 m**

29. La densidad de cierto material a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ es de 28 g/cm^3 . Sabiendo que el coeficiente de dilatación lineal es $0,45\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, ¿Cuál es la densidad (en g/cm^3) de éste material $20\text{ }^{\circ}\text{C}$?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

30. Determinar las longitudes (en cm) de dos barras a la temperatura del ambiente de tal modo que la diferencia de sus longitudes sea de 5 cm a cualquier temperatura.

$$\alpha_1 = 18 \cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \text{ y } \alpha_2 = 12 \cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

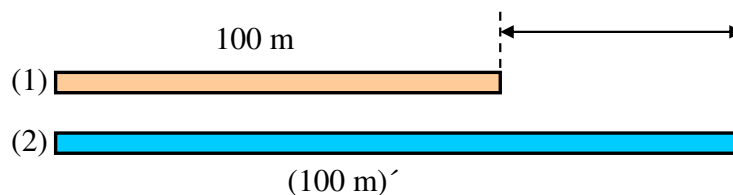


Para el problema 30

A) 5 y 10 B) 25 y 30 C) 20 y 25 D) 15 y 20 E) 10 y 15

31. Una cinta métrica metálica de 1 m es exacta a $15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Un día en que la temperatura del ambiente es $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ se mide el largo de un tubo de plástico, obteniéndose como lectura “100 metros de longitud”. ¿Cuál es la verdadera longitud (en m) del tubo?

$$\alpha_{\text{metal}} = 4 \cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$



Para el problema 31

A) 100,25 B) 100,30 C) 100,80 D) 100,36 E) 100,60

32. Un alambre de 1 m se dilata en 2 mm. Cuando su temperatura se incrementa en $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál es su coeficiente de dilatación lineal?

a) $10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ b) $2 \cdot 10^{-5}$ c) $3 \cdot 10^{-5}$ d) $4 \cdot 10^{-5}$ e) NA

33. Una plancha metálica tiene un área de 100 cm^2 y se le calienta en $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál será su área final? Considere: $\beta = 2 \cdot 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

a) 102 cm^2 b) 104 c) 106 d) 108 e) N.A.

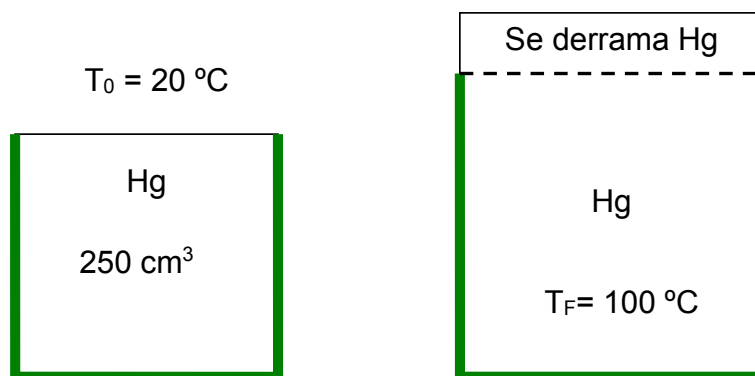
34. Una lámina metálica de 103 m^2 y $\beta = 2 \cdot 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Experimenta un incremento en su temperatura de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Qué incremento experimenta en su área?

a) 60 cm^2 b) 80 c) 100 d) 120 e) N.A.

35. Un alambre mide 2 m y su $\alpha_L = 5 \cdot 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Si el alambre actualmente está a $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿hasta qué temperatura final habría que llevarlo para que su nueva longitud sea de 2,5 m?

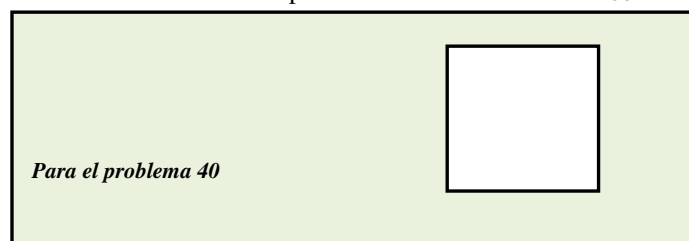
a) $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) 50 c) 60 d) 70 e) N.A.

36. Se construye un riel de tren durante el invierno ($T = -5\text{ }^{\circ}\text{C}$) y se sabe que cada tramo mide 4 m. ¿Qué espacio debemos dejar entre cada tramo, para que en verano cuando la temperatura llegue a $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ no haya problemas con la dilatación? Considere: $\alpha = 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$
- a) 10 cm b) 12 c) 14 d) 16 e) N.A.
37. Se tiene un alambre de cobre de 100 m de longitud a 0°C . ¿Qué longitud poseerá a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$? Coeficiente de dilatación lineal del cobre, $\alpha_{\text{Cu}} = 16 \times 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
- a) 100,1 m b) 100,13 m **c) 100,16** d) 100,22 e) 100,30
38. Un matraz de vidrio de 250 cm^3 de capacidad se llena completamente con mercurio a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Qué volumen de mercurio (en cm^3) se derramará al calentar el conjunto hasta $100\text{ }^{\circ}\text{C}$? $\gamma_{\text{mercurio}} = 18,0 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ y $\gamma_{\text{vidrio}} = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

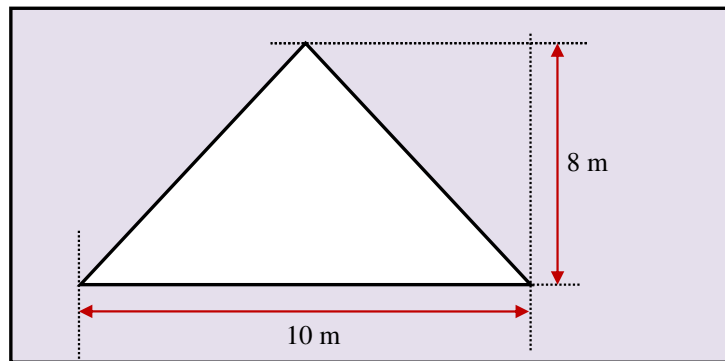


Para el problema 38

- A) 3,25 B) 3,30 C) 3,50 **D) 3,36** E) 3,60
39. El volumen de una determinada cantidad de hidrogeno a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ es de 10 L. Si la presión no varía, ¿cuál será el volumen a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$? El coeficiente de dilatación a presión constante tiene igual valor en todos los gases $\alpha_p = 0,00366\frac{1}{^{\circ}\text{C}}$
- a) 13,26 L b) 12,26 L c) 11,26 L d) 10,26 L **e) 10,73 L.**
40. La placa mostrada es de cobre y se le ha practicado un orificio cuadrado de lado 1m. ¿Qué área tendrá dicho orificio si calentamos la placa en 40°C ? Considere: $\alpha_{\text{Cu}} = 10^{-2}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.



- a) 1,6 cm² b) 1,8 c) 1,7 d) 1,4 e) N.A.
41. La placa triangular de 20 m de base y 10 m de altura se encuentra a 5 °C. ¿Hasta qué temperatura habría que calentarla para hacer que su área final sea 105 m²? Considere: $\beta = 2 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- a) 20°C b) 25 c) 30 d) 35 e) N.A.
42. La placa metálica cuadrada cuya diagonal mide $4\sqrt{2}$ cm, elevamos su temperatura en 40 °C, ¿en cuánto aumenta su área si: $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$?
- a) 3,2 cm² b) 6,4 c) 4,8 d) 5,4 e) N.A.
43. La placa rectangular de base 12 m y altura 5m, el coeficiente de dilatación superficial es, $\beta = 3 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ y está a 10 °C. ¿Qué área final tendrá a 110 °C?
- a) 78 m² b) 58 c) 60 d) 108 e) N.A.
44. La placa rectangular es de aluminio, se le sustrae un rectángulo de dimensiones igual a la mitad al rectángulo inicial. ¿Qué pasará con el orificio que se le ha practicado si la calentamos?
- a) Crece b) Se achica c) Depende d) No varía e) N.A.
45. La placa metálica es de plata y se le ha practicado el orificio mostrado, si se le lleva a un proceso de calentamiento de 15 °C a 25 °C. ¿En cuánto aumentará el área del orificio? Coeficiente de dilatación superficial, $\beta = 3 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.



Para el problema 45

- a) 1 m² b) 1,2 c) 1,3 d) 1,4 e) N.A.
46. Calcular el volumen final de un cubo de 10 cm de lado cuyo $\gamma = 4 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ cuando incrementa su temperatura en 200°C.
- a) 1002 cm³ b) 1008 c) 1080 d) 1001 e) 1004
47. Determinar el valor del coeficiente de dilatación volumétrica de un cuerpo cuyo volumen inicial es 2 000 cm³, y cuando la temperatura se incrementa en 200°C, sufre una variación de volumen de 6 cm³.
- a) $1,5 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ b) $2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ c) $3 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ d) $2,5 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e) $3 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

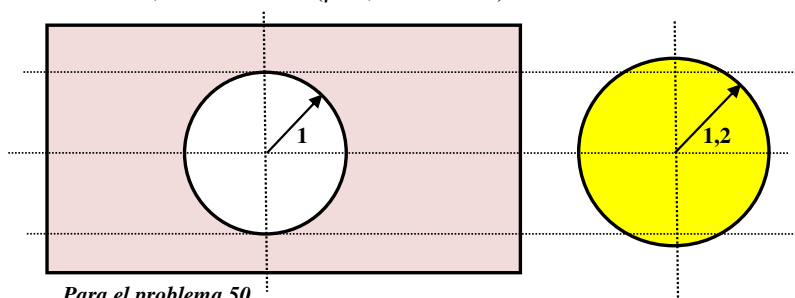
48. Calcular la variación de volumen (en cm^3) de un cubo cuyo volumen inicial es 5 litros y su $\gamma = 2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, cuando aumenta su temperatura en $300 \text{ } ^\circ\text{C}$.

a) 30 cm^3 b) 20 c) 10 d) 4 e) 15

49. Cuando la temperatura de un líquido aumenta de $10 \text{ } ^\circ\text{C}$ hasta $110 \text{ } ^\circ\text{C}$ su densidad varía de $0,81 \text{ g/cm}^3$ hasta $0,80 \text{ g/cm}^3$, halle el coeficiente de dilatación cúbica del líquido.

a) $12,5 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ b) $14,510^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ c) $16,510^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
d) $17,5 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e) $18,8 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

50. A la lámina metálica mostrada se le ha practicado un orificio circular de $1,0 \text{ m}$ de radio. Si la placa está a $10 \text{ } ^\circ\text{C}$, ¿Hasta qué temperatura habría que calentar la lámina para que en el orificio encaje un círculo de $1,2 \text{ m}$ de radio? ($\beta = 0,44 \cdot 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)



Para el problema 50

a) $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ b) 110 c) 105 d) 120 e) N.A.

51. Se tiene cubo un metálico ($\gamma = 2 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$), cuya arista es 20 cm , calcular la variación de volumen que experimenta, cuando su temperatura se incrementa en $100 \text{ } ^\circ\text{C}$

a) 2 cm^3 b) 2,4 c) 1,6 d) 1 e) 1,2

52. El volumen de una determinada cantidad de nitrógeno a $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ es de 10 L . Si la presión no varía, ¿cuál será el volumen a $-20 \text{ } ^\circ\text{C}$? El coeficiente de dilatación a presión constante tiene igual valor

en todos los gases $\alpha_p = 0,00366 \frac{1}{^\circ\text{C}}$

a) $9,26 \text{ L}$ b) $8,26 \text{ L}$ c) $7,26 \text{ L}$ d) $6,26 \text{ L}$ e) $5,26 \text{ L}$

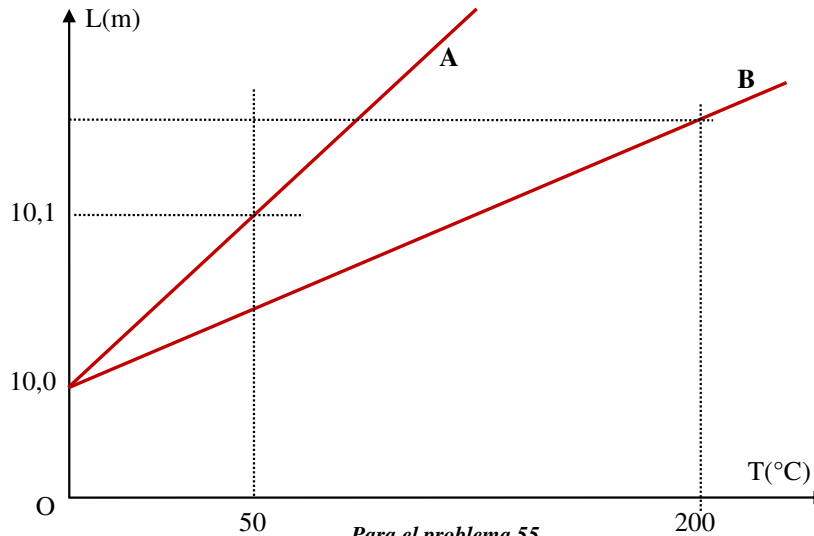
53. Disponemos de un cubo de un material a $24 \text{ } ^\circ\text{C}$ que ocupa un volumen de 1 m^3 . Cuando aumentamos la temperatura a $55 \text{ } ^\circ\text{C}$, el volumen del cubo pasa a $1,002232 \text{ m}^3$. ¿Cuál es el coeficiente de dilatación cúbica del material?

A) $8,2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ B) $7,2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ C) $9,2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$
D) $6,2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ E) $5,2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$

54. Se tiene un alambre de cobre de 100 m de longitud a 10°C . ¿Qué longitud poseerá a 150°C ? Coeficiente de dilatación lineal del cobre, $\alpha_{\text{Cu}} = 16 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

a) 100,102 m b) 100,113 m c) 100,116 d) 100,112 e) 100,224

55. En la figura se muestra la gráfica de la longitud versus la temperatura de dos varillas “A” y “B”. Si una de ellas tiene el doble coeficiente de dilatación que la otra, determine la longitud de la varilla “B” a 200°C (en m)

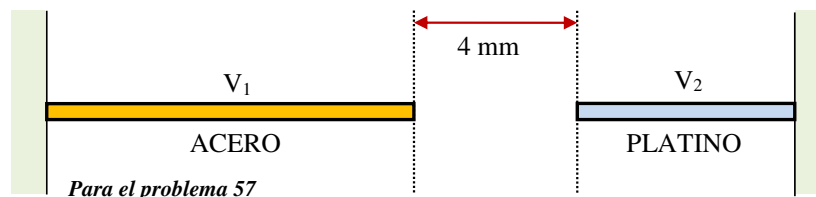


A) 10,02 B) 10,4 C) 10,6 D) 10,2 E) 11,2

56. Calcular la variación de volumen (en cm^3) de un cubo cuyo volumen inicial es 20 litros y su $\gamma = 2 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, cuando aumenta su temperatura en 300°C .

a) 120 cm^3 b) 220 c) 100 d) 140 e) 150

57. Se muestra, V_1 es una varilla de acero de 4 m de longitud y V_2 es una varilla de platino de 2 m de longitud. El sistema se encuentra a 0°C . ¿A qué temperatura, en $^{\circ}\text{C}$, se juntan ambas varillas? El coeficiente de dilatación lineal del acero es $12 \times 10^{-6} \text{ } (^{\circ}\text{C})^{-1}$ y el del platino es $9 \times 10^{-6} \text{ } (^{\circ}\text{C})^{-1}$



A) 45,6 B) 50,6 C) 55,6 D) 60,6 E) 65,6

58. Un recipiente cilíndrico de vidrio se halla mercurio lleno una altura h de modo que la presión manométrica en el fondo del recipiente es 20 Pa. Halle la presión manométrica (en Pa) en el fondo del recipiente cuando la temperatura se incrementa en $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ (coeficiente de dilatación superficial del vidrio $6,6 \times 10^{-6}\text{ }(^{\circ}\text{C})^{-1}$)

A) 9,8 B) 12,8 C) 19,98 D) 29,8 E) 32,8

59. Tenemos un cable de aluminio de 200 metros. Si la temperatura cambia de $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $32\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿En cuánto se habrá dilatado? Coeficiente de dilatación lineal del aluminio $2,3 \times 10^{-4}\text{ }1/^{\circ}\text{C}$.

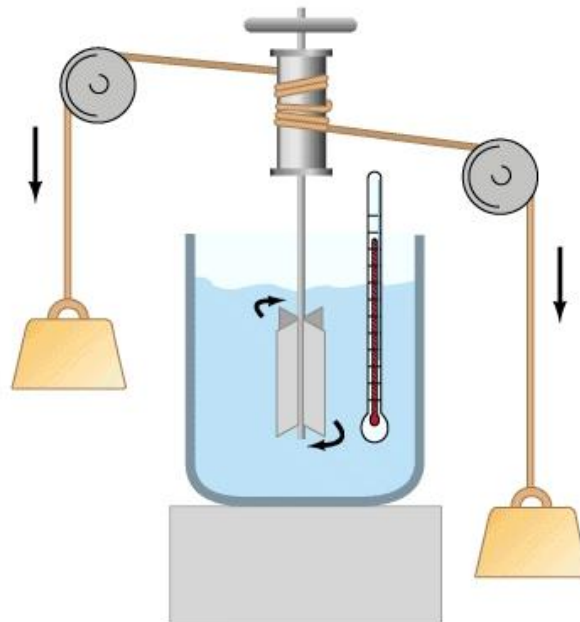
Respuesta: 9,2 cm

60. Una wincha metálica de 5m es exacta a $15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Se mide el perímetro de un terreno a $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ obteniéndose una lectura de “100 metros”. ¿Cuál es la verdadera magnitud? Coeficiente de dilatación lineal del metal $4,0 \times 10^{-5}\text{ }1/^{\circ}\text{C}$.

Respuesta: 100,8 metros.

61. CONTINUARÁ.

CAMBIO DE TEMPERATURA



Copyright 1998 by John Wiley and Sons, Inc. All rights reserved.

1. INTRODUCCIÓN. La temperatura es la que determina la dirección en que fluye el calor de un cuerpo a otro, en el momento en que estén en contacto. Por tanto, la transferencia de calor siempre ocurre de los cuerpos de mayor a los de menor temperatura. Se puede evitar la transferencia de calor, por ejemplo, cuando hace frío y estas acobijado, la cobija impide que el frío pase a tu cuerpo. En el calentamiento del aire y otros fluidos interviene la convección, que consiste en el flujo de masas calientes en fluidos, desde las capas mas bajas hasta las más altas. También existe otro método del transpaso de calor, es el de radiación, por ejemplo, el sol nos traspasa calor a través de los rayos ultravioletas, que llegan a nosotros en 8 minutos desde el punto de distancia en que se encuentra el sol. Calorimetría es la medida del calor que pasa de un sistema a otro. El calor es energía en tránsito, la unidad de calor será una unidad de energía.

En el SI el calor se mide en joules. Por cuestiones históricas el calor se mide también en calorías. Definimos una caloría como la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de un gramo de agua desde $14,5^{\circ}\text{C}$ hasta $15,5^{\circ}\text{C}$.



2. UNIDAD DE ENERGIA CALORIFICA

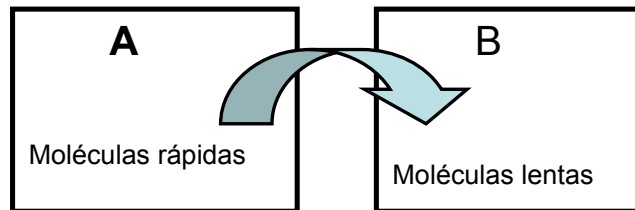
La cantidad de calor que se requiere para elevar la temperatura de 1 gramo de agua en 1 °C se define como una caloría.

Todas las formas de energía se miden en joules (J), es la medida mas utilizada en todo lugar. Aunque también se puede utilizar la caloría (cal) para saber el contenido nutricional de cada alimento.

$$1 \text{ joule} = 0,24 \text{ calorías}$$

3. CANTIDAD DE CALOR (Q)

Energía que se trasmite de un cuerpo a otro debido a que poseen diferentes temperaturas, el calor se transfiere de mayor a menor temperatura.



4. CAPACIDAD CALORIFICA (C)

Se define como la cantidad de calor que se le debe entregar a un objeto en particular tal que su temperatura varía en la unidad.

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Unidades: $\frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}, \frac{\text{J}}{\text{K}}$

EJEMPLO: Calcular la capacidad calorífica de un cuerpo, si para elevar su temperatura en 10 °C se requiere 1200 calorías.

RESOLUCIÓN

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow C = \frac{1200 \text{ cal}}{10^{\circ}\text{C}} = 120 \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$$

5. CALOR ESPECÍFICO

El calor específico es el calor necesario para elevar la temperatura en un grado centígrado a un gramo de la sustancia seleccionada. Propiedad térmica de las sustancias que nos indica la cantidad de calor que se debe transferir o debe transferir la unidad de masa de la sustancia para que su temperatura incremente o disminuya en un grado.

$$C_e = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

Unidades: $\frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$, $\frac{J}{kg \cdot K}$

$$Ce(aluminio) = 0,215 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} \quad Ce(hierro) = 0,107 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$$

$$Ce(cobre) = 0,0924 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} \quad Ce(oro) = 0,0308 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$$

EJEMPLO: Determine el calor especifico de una pieza metálica de 20 gramos, si para elevar su temperatura en $40^\circ C$ se requiere 120 calorías.

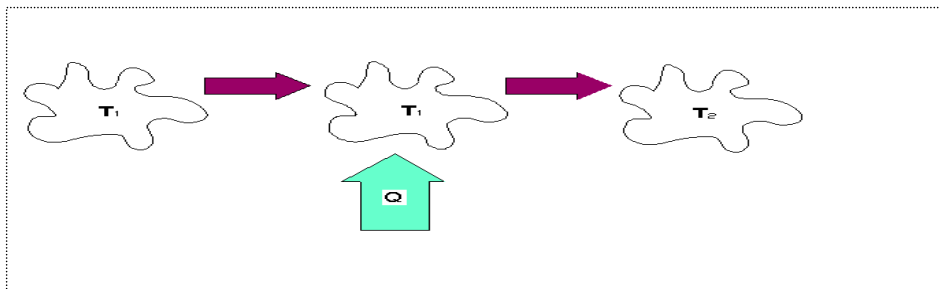
RESOLUCIÓN

$$C_e = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \Rightarrow C = \frac{120 cal}{(20 g) \cdot (40^\circ C)} = 0,15 \frac{cal}{^\circ C}$$

6. CANTIDAD DE CALOR SENSIBLE

Calor transferido hacia un cuerpo o por el cuerpo, el cual solo produce un cambio en su temperatura.

$$Q = m \cdot Ce \cdot \Delta T$$



EJEMPLO. ¿Qué cantidad de calor se necesita para elevar de $30^\circ C$ hasta $110^\circ C$ la temperatura

de un bloque de hierro de 20 kilogramos? $C_e(hierro) = 0,11 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$

RESOLUCIÓN

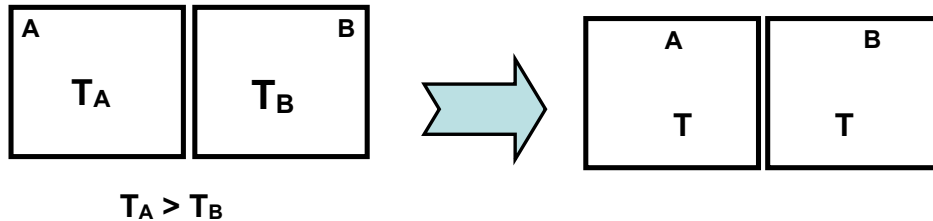
$$Q = m \cdot C_e \cdot \Delta T \Rightarrow Q = (20000) \cdot (0,11) \cdot (110 - 30)$$

$$Q = 176000 cal = 176 kcal$$

7. EQUILIBRIO TÉRMICO o LEY CERO DE LA TERMODINÁMICA.

Equilibrio térmico es cuando dos cuerpos de diferentes temperaturas se unen o juntan y al final llegan a equilibrarse, para que esos dos cuerpos sean uno, con una misma temperatura, el de mayor temperatura libera calor, absorbiendo el de menor temperatura, llegando a el mencionado equilibrio térmico. Si un recipiente aislado térmicamente se efectúa la mezcla de dos o más cuerpos a diferentes temperaturas, se producirá transferencia de calor, la cual culminará cuando el sistema alcance el equilibrio térmico, cumpliéndose la siguiente relación:

Del principio de conservación de la energía se cumple que:



$$|Q_{GANADO}| = |Q_{PERDIDO}|$$

Los sistemas que están en equilibrio térmico no intercambian calor, aun estando en contacto térmico.

8. CALORIMETRO DE MEZCLAS

También contamos con termos que se basan en mantener la temperatura constante de un líquido, ya que cuenta con doble pared que es lo que hace posible el mantenimiento de la temperatura de este cuerpo. El **calorímetro** es un recipiente térmicamente aislado que sirve para determinar el calor específico de sólidos (metales), líquidos y gases.

9. EQUIVALENTE EN AGUA

El recipiente o calorímetro gana o pierde calor cuando sobre se vierten sustancias a diferentes temperaturas. La cantidad de calor que gana o pierde éste calorímetro equivale a una cantidad de agua (masa) que gana o pierde la misma cantidad de calor, produciendo el mismo cambio de temperatura.

$$Q = m_{reci} \cdot Ce_{reci} \cdot \Delta T = m_{agua} \cdot Ce_{agua} \cdot \Delta T$$

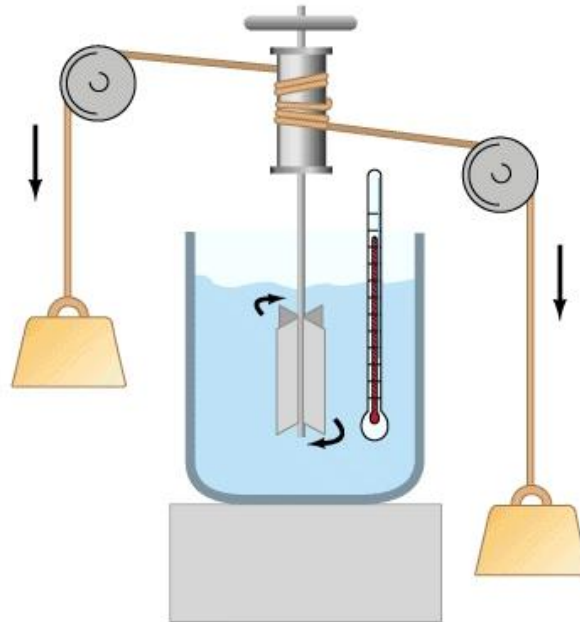
$$Eq - H_2O = m_{agua} \cdot Ce_{agua}$$

Pero: $Ce(agua) = 1,0 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$

$$Eq - H_2O = m_{agua}$$

10. EQUIVALENTE MECANICO DEL CALOR

Durante el transcurso del tiempo varios científicos habían observado que el calor se podía utilizar como una especie de energía mecánica, James Prescott Joule realizó experimentos, en el observó que el agua al ser agitada varias veces sufre un aumento de temperatura, lo que puede hacer funcionar diferentes artefactos.



Copyright 1998 by John Wiley and Sons, Inc. All rights reserved.

Concluyó que la energía mecánica y la energía que provoca la diferencia de temperaturas en el agua son equivalentes en cantidad. Generalmente, cuando 4,186 joules de energía se transfieren a calor, cada gramo de agua eleva su temperatura 1°C es decir se obtiene una caloría, es decir que 4,186 joules equivalen a 1,00 caloría.

Joule encontró que la disminución de energía potencial es proporcional al incremento de temperatura del agua. La constante de proporcionalidad (el calor específico de agua) es igual a 4,186 J/(g °C). Por tanto, 4,186 J de energía mecánica aumentan la temperatura de 1 gramo de agua en 1 °C. Se define la caloría como 4,186 J sin referencia a la sustancia que se está calentando.

EJEMPLO 01. Una bala de fusil de 200 gramos impacta en un saco de arena con rapidez de 60 m/s. Determine la cantidad de calor que se desprende debido a la fricción entre la bala y la arena.

RESOLUCION

PRIMER PASO. Cálculo de la cantidad de energía cinética:

$$E_c = \frac{mV^2}{2} \Rightarrow E_c = \frac{(0,2) \cdot (60)^2}{2} = 360 J$$

SEGUNDO PASO. El equivalente mecánico del calor es.

$$Q = 360 J \cdot \left(\frac{1 cal}{4,18 J} \right) = 86,12 cal$$

EJEMPLO 02. ¿Qué cantidad de calor produce el choque de una esfera de 2 kg de acero que se abandona desde una altura de 2,5 m? $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la cantidad de energía potencial gravitacional:

$$E_p = m \cdot g \cdot h \Rightarrow E_p = (2) \cdot (10) \cdot (2,5) = 50 \text{ J}$$

SEGUNDO PASO. El equivalente mecánico del calor es.

$$Q = 50 \text{ J} \cdot \left(\frac{1 \text{ cal}}{4,18 \text{ J}} \right) = 11,96 \text{ cal}$$

EJEMPLO 03. ¿Desde qué altura habrá que dejar caer un trozo de plomo de 10 gramos, para que por motivo del choque con el piso, su temperatura se eleve en 2 °C? Considere que el trozo de plomo no rebota y que absorbe todo el calor generado. $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ $Ce(\text{plomo}) = 0,031 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la cantidad de calor, tal el plomo eleva su temperatura en 2 °C. Reemplazamos en la masa en gramos y la energía en calorías.

$$Q = m \cdot Ce \cdot \Delta T \Rightarrow Q = (10) \cdot (0,031) \cdot (2) = 0,62 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. Equivalente mecánico del calor.

$$Q = 0,62 \text{ cal} \cdot \left(\frac{4,18 \text{ J}}{1 \text{ cal}} \right) = 2,59 \text{ J}$$

TERCER PASO. Cálculo de la altura. Aplicamos el concepto de la energía potencial gravitacional. Reemplazamos en el sistema internacional.

$$E_p = m \cdot g \cdot h \Rightarrow 2,59 = (0,01) \cdot (10) \cdot (h)$$

Resolviendo: $h = 25,9 \text{ m}$

11. JAMES PRESCOTT JOULE (1818 –1889)

Nació en Salford, Manchester, Inglaterra. Estudió como alumno privado de J. Dalton, quien le enseñó matemáticas, filosofía natural y química (1834-1837)

INVESTIGACIONES

En 1839 inició una serie de experimentos que lo condujeron a establecer la teoría mecánica del calor.

En 1840 descubrió la relación existente entre el paso de la corriente eléctrica por un conductor y la cantidad de calor producida.

En 1843 calculó la equivalencia mecánica del calor.

En 1852 demostró experimentalmente, junto con Thomson, el descenso e la temperatura que tiene lugar en una vena gaseosa cuando realiza una expansión sin ejecutar un trabajo, fenómeno que se conoce con el nombre de efecto Joule-Thomson.

En 1850 fue elegido miembro de la Royal Society.

Descubrió la relación existente entre el paso de la corriente eléctrica por un conductor la cantidad de calor producida (1840) y calculó el equivalente mecánico del calor (1843).

Cuando tenía 19 años empezó los estudios sobre la ley de conservación de la energía, en un motor eléctrico que el mismo construyó. Podía medir la cantidad de trabajo realizado por el motor para funcionar, sin embargo, diseñó su propio método y sus propios instrumentos.

12. TRANSFERENCIA DE CALOR

Los mecanismos de transferencia de calor son tres: Conducción. Convección. Radiación.

13. CONDUCCIÓN.

Es el mecanismo de transferencia de calor que se observa en los sólidos.

Se debe a la diferencia de energía cinética de los átomos en las partes más calientes, respecto de los átomos en las partes más frías del sólido.

La corriente de calor **H** es proporcional al área de la sección transversal que atraviesa y a la diferencia de temperaturas e inversamente proporcional a la longitud.

14. CONVECCIÓN.

Es la transferencia de calor con transporte de masa.

Típicamente ocurre en fluidos, líquidos o gases.

El flujo de materia y calor puede forzarse con una bomba o ventilador. El flujo de calor y materia es directamente proporcional al área de intercambio.

La viscosidad del fluido frena el fenómeno.

15. RADIACIÓN.

Los cuerpos calientes emiten radiación electromagnética. También la absorben.

La transferencia de calor por radiación se produce cuando el objeto más caliente emite radiación electromagnética y el más frío la absorbe.

La radiación emitida puede fotografiarse en termogramas muy útiles en medicina y tecnología.

16. FORMULAS Y ECUACIONES DE MEZCLAS

1. Cálculo de la temperatura de equilibrio, cuando las dos cantidades de masas y las sustancias son iguales:

$$T_e = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

2. Cálculo de la temperatura de equilibrio, cuando las tres cantidades de masas y las sustancias son iguales:

$$T_e = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3}$$

3. Cálculo de la temperatura de equilibrio de tres sustancias en función de la capacidad calorífica:

$$T_e = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2 + C_3 T_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

4. Cálculo de la temperatura de equilibrio, de dos cantidades de masas diferentes, pero de la misma sustancia:

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$

5. Cálculo de la temperatura de equilibrio, de tres cantidades de masas diferentes, pero de la misma sustancia:

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2 + m_3 T_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

6. Cálculo de la temperatura de equilibrio de tres sustancias en función del calor específico:

$$T_e = \frac{m_1 Ce_1 T_1 + m_2 Ce_2 T_2 + m_3 Ce_3 T_3}{m_1 Ce_1 + m_2 Ce_2 + m_3 Ce_3}$$

7. Cálculo de la temperatura de equilibrio en función del calor específico y la capacidad calorífica del recipiente que contiene a la sustancia.

$$T_e = \frac{C_1 T_1 + m_2 Ce_2 T_2}{C_1 + m_2 Ce_2}$$

8. Cálculo de la temperatura de equilibrio en función del calor específico y la capacidad calorífica del recipiente que contiene a las sustancias diferentes:

$$T_e = \frac{C_1 T_1 + m_2 Ce_2 T_2 + m_3 Ce_3 T_3}{C_1 + m_2 Ce_2 + m_3 Ce_3}$$

9. Cálculo de la temperatura de equilibrio en función del calor específico y la capacidad calorífica:

$$T_e = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2 + m_3 Ce_3 T_3 + m_4 Ce_4 T_4}{C_1 + C_2 + m_3 Ce_3 + m_4 Ce_4}$$

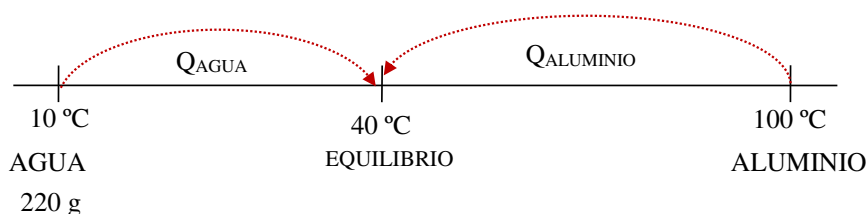
10. Cálculo de la temperatura de equilibrio para cuatro sustancias:

$$T_e = \frac{m_1 Ce_1 T_1 + m_2 Ce_2 T_2 + m_3 Ce_3 T_3 + m_4 Ce_4 T_4}{m_1 Ce_1 + m_2 Ce_2 + m_3 Ce_3 + m_4 Ce_4}$$

EJEMPLO 01. ¿Qué cantidad de masa de aluminio a 100 °C debe añadirse a 220 gramos de agua a 10 °C de manera que la temperatura de equilibrio sea de 40 °C? $Ce(\text{aluminio}) = 0,22 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

RESOLUCIÓN

Hacemos una representación gráfica del cambio de la temperatura.



Principio de conservación de la energía calorífica. La cantidad de calor ganado es igual a la cantidad de calor perdido.

$$Q(\text{aluminio}) = Q(\text{agua})$$

$$m_{\text{ALUMINIO}} \cdot Ce(\text{Al}) \cdot \Delta T_1 = m_{\text{AGUA}} \cdot Ce(\text{agua}) \cdot \Delta T_2$$

$$m_{\text{Al}} \cdot (0,22) \cdot |40 - 10| = (220) \cdot (1,0) \cdot |40 - 100|$$

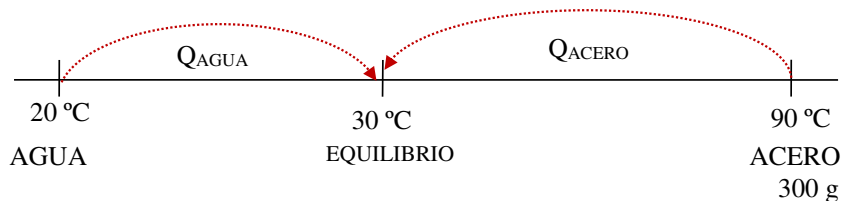
$$m_{\text{ALUMINIO}} = 500 \text{ gramos}$$

Respuesta. Con 500 gramos de aluminio se consigue la temperatura de equilibrio.

EJEMPLO 02. Se agregan 300 gramos de municiones de acero a 90 °C a una cantidad desconocida de agua inicialmente a 20 °C. ¿Cuál es la masa de agua si la temperatura de equilibrio es 30 °C? $Ce(acero) = 0,11 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$

RESOLUCIÓN

Hacemos una representación gráfica del cambio de la temperatura.



Principio de conservación de la energía calorífica. La cantidad de calor ganado es igual a la cantidad de calor perdido.

$$Q(agua) = Q(acero)$$

$$m_{AGUA} \cdot Ce(agua) \cdot \Delta T_1 = m_{ACERO} \cdot Ce(acero) \cdot \Delta T_2$$

$$m_{AGUA} \cdot (1,0) \cdot |30 - 20| = (300) \cdot (0,11) \cdot |30 - 90|$$

$$m_{AGUA} = 198 \text{ gramos}$$

Respuesta. Con 198 gramos de agua se consigue la temperatura de equilibrio.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. El láser Nova del Laboratorio Nacional Lawrence Livermore, en California, se usa en estudios para iniciar una fusión nuclear controlada. Puede entregar una potencia de $1,60 \bullet 10^{13} \text{ W}$ durante un intervalo de tiempo de $2,50 \text{ ns}$. ¿Qué cantidad de agua se puede calentar de 20°C a 100°C con esta cantidad de energía? $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Puede entregar una potencia de $1,60 \bullet 10^{13} \text{ W}$ durante un intervalo de tiempo de $2,50 \text{ ns}$.

$$Q = Pt = (1,60 \bullet 10^{13} \text{ W}) \cdot (2,50 \bullet 10^{-9} \text{ s}) = 4,00 \bullet 10^4 \text{ J}$$

$$Q = 40000 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ cal}}{4,186 \text{ J}} = 9555,7 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. ¿Qué cantidad de agua se puede calentar de 20°C a 100°C con esta cantidad de energía?

$$Q = m \cdot Ce \cdot \Delta T$$

$$9555,7 \text{ cal} = (m) \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (100 - 20)^\circ\text{C}$$

Resolviendo: $m = 119,45 \text{ g}$

Respuesta: Se puede calentar 119,45 gramos de agua.

2. Las temperaturas iniciales de "m" kg de un líquido "A", "m" kg de líquido "B" y "m" kg de líquido "C" son respectivamente 30°C , 20°C y 10°C . Mezclando los líquidos "A" y "B" la temperatura final es 25°C , mezclado los líquidos "B" y "C" la temperatura final es 15°C . Calcular la temperatura de equilibrio cuando se mezclan "A" y "C".

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Mezclando los líquidos "A" y "B" la temperatura final es 25°C .

$$T_e = \frac{m_A \cdot (Ce_A) \cdot T_A + m_B \cdot (Ce_B) \cdot T_B}{m_A \cdot (Ce_A) + m_B \cdot (Ce_B)}$$

$$25 = \frac{(m) \cdot (Ce_A) \cdot (30) + (m) \cdot (Ce_B) \cdot (20)}{m \cdot (Ce_A) + m \cdot (Ce_B)}$$

$$25 = \frac{30(Ce_A) + 20(Ce_B)}{(Ce_A) + (Ce_B)}$$

$$25(Ce_A) + 25(Ce_B) = 30(Ce_A) + 20(Ce_B)$$

$$Ce_A = Ce_B \dots (1)$$

SEGUNDO PASO. Mezclado los líquidos "B" y "C" la temperatura final es 15°C .

$$T_e = \frac{m_B \cdot (Ce_B) \cdot T_C + m_C \cdot (Ce_C) \cdot T_C}{m_B \cdot (Ce_B) + m_C \cdot (Ce_C)}$$

$$15 = \frac{(m) \cdot (Ce_B) \cdot (20) + (m) \cdot (Ce_C) \cdot (10)}{m \cdot (Ce_B) + m \cdot (Ce_C)}$$

$$15 = \frac{20(Ce_B) + 10(Ce_C)}{(Ce_B) + (Ce_C)}$$

$$15(Ce_B) + 15(Ce_C) = 20(Ce_B) + 10(Ce_C)$$

$$5(Ce_C) = 15(Ce_B) \Rightarrow Ce_C = 3Ce_B \dots (2)$$

TERCER PASO. Calcular la temperatura de equilibrio cuando se mezclan "A" y "C".

$$Te = \frac{m_A \cdot (Ce_A) \cdot T_C + m_C \cdot (Ce_C) \cdot T_C}{m_A \cdot (Ce_A) + m_C \cdot (Ce_C)}$$

$$Tx = \frac{m \cdot (Ce_A) \cdot 30 + m \cdot (Ce_C) \cdot 10}{m \cdot (Ce_A) + m \cdot (Ce_C)}$$

$$Tx = \frac{30(Ce_A) + 10(Ce_C)}{(Ce_A) + (Ce_C)} = 20^\circ C$$

Respuesta: La temperatura de equilibrio es $20^\circ C$.

3. Un bloque de metal, de 10 kg de masa, se deja caer desde una altura de 40 m. Sabiendo que, en el impacto con el piso, el 30 % de la energía cinética se transforma en energía calorífica.

(a) ¿Cuánta energía tiene el bloque antes de dejarlo caer?

(b) ¿Cuánta energía térmica se disipa cuando el bloque golpea el piso? ($g = 10 \text{ m s}^{-2}$)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía potencial gravitacional.

$$Ep = m \cdot g \cdot h = (10 \text{ kg}) \cdot (10 \text{ m.s}^{-2}) \cdot (40 \text{ m}) = 4000 \text{ J}$$

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía mecánica hasta un instante antes del impacto contra el piso.

$$Ec = Ep = 4000 \text{ J}$$

TERCER PASO. Calcular la energía calorífica, después del impacto contra el piso.

$$Q = 30\% Ec = (0,30) \cdot 4000 \text{ J} = 1200 \text{ J}$$

4. Una pieza de aluminio de 500 g se calienta con un calentador de 500 W durante 3 minutos. ($Ce = 900 \text{ J kg}^{-1} ^\circ C^{-1}$)

(a) ¿Cuánta energía se le entrega al aluminio en este tiempo?

(b) Si la temperatura inicial del aluminio es $20^\circ C$, ¿cuál será su temperatura luego de ese tiempo?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cantidad de calor que gana el cuerpo de aluminio.

$$Q = P \cdot \Delta t = (500 \text{ W}) \cdot (3 \cdot 60 \text{ s}) = 90000 \text{ J}$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de la variación de la temperatura de la pieza de aluminio.

$$Q = m \cdot Ce \cdot \Delta T \Rightarrow 90000 \text{ J} = (0,5 \text{ kg}) \cdot \left(900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ C} \right) \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = 200^\circ C$$

Cálculo de la temperatura final.

$$\text{Respuesta. } T_f = T_i + \Delta T = 20 + 200 = 220^\circ C$$

5. El agua sale del cabezal de la ducha a una temperatura de $50^\circ C$ y a razón de 8 litros por minuto. ($Ce = 4200 \text{ J kg}^{-1} ^\circ C^{-1}$)

(a) Si se ducha durante 10 minutos, cuántos kg de agua ha utilizado.

(b) Si el agua debe calentarse desde $10^\circ C$, ¿cuánta energía se necesita para calentar el agua?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La densidad del agua es un kilogramo por cada litro, la relación es uno a uno. En 10 minutos tenemos 80 litros de agua y 80 kilogramos de agua.

SEGUNDO PASO. La temperatura inicial del agua es 10°C y la temperatura final es 50°C . La temperatura aumenta en 40°C . Cálculo de la cantidad de calor que gana el agua en este proceso.

$$Q = m.Ce.\Delta T \Rightarrow Q = (80\text{ kg}) \cdot \left(4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \right) \cdot (40^{\circ}\text{C})$$

Respuesta: $Q = 13440000\text{ J} = 1,344 \cdot 10^7\text{ J}$

6. Una pieza de hierro de masa $1,8\text{ kg}$ y calor específico $450\text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ absorbe de una fuente de agua 9800 J de calor:

(a) Calcule el incremento de temperatura de la pieza.

(b) Si este calor de 9800 J se transfiere a partir $3,2\text{ kg}$ de agua inicialmente a 48°C siendo el calor específico del agua $4200\text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Calcule la temperatura final del agua.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo del incremento de temperatura de la pieza de hierro. El hierro gana calor y el agua pierde la misma cantidad de calor.

$$Q = m.Ce.\Delta T \Rightarrow 9800 = (1,8\text{ kg}) \cdot \left(450 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \right) \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = 12,1^{\circ}\text{C}$$

SEGUNDO PASO. El agua pierde calor y su temperatura desciende en:

$$Q = m.Ce.\Delta T \Rightarrow 9800 = (3,2\text{ kg}) \cdot \left(4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \right) \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = 0,7^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_f = T_i - \Delta T = 48^{\circ}\text{C} - 0,7^{\circ}\text{C}$$

Respuesta. La temperatura final del agua es, $47,3^{\circ}\text{C}$

7. Un estudiante come un desayuno que consiste en dos platos de cereal con leche, conteniendo un total de 320 kilocalorías de energía. Él desea hacer una cantidad de trabajo equivalente, realizando levantamientos de pesas de $25,0\text{ kg}$ en el gimnasio. ¿Cuántas veces debe levantar las pesas para gastar esa cantidad de energía? Suponga que cada vez que el estudiante levanta las pesas, realiza un desplazamiento vertical de $0,40\text{ m}$, la distancia desde sus rodillas a su cuello.

RESOLUCIÓN:

ESTRATEGIA: convertir las calorías a joule, después compare esa energía con el trabajo necesario para hacer n repeticiones del levantamiento de pesas. El trabajo realizado puede ser encontrado con el teorema de trabajo y energía mecánica y considerar que los músculos gastan la misma energía en subir y bajar la barra.

PRIMER PASO. Convirtiendo las calorías del desayuno E, a joules:

$$Q = 320\text{ kcal} \cdot \frac{1000\text{ cal}}{1\text{ kcal}} \cdot \frac{4,186\text{ J}}{1\text{ cal}} = 1,33 \cdot 10^6\text{ J}$$

SEGUNDO PASO. Utilizando el teorema del trabajo-energía:

$$W = \Delta EM = Ep(f) - EP(i) = m \cdot g \cdot h - 0 = m \cdot g \cdot h$$

Comparar el trabajo con la energía E.

$$n.(2m.g.h) = E \Rightarrow n = \frac{E}{2m.g.h}$$

$$n = \frac{1,33 \cdot 10^6 J}{2(25 kg).(9,8 m.s^{-2}).(0,4 m)} = 6786$$

COMENTARIOS

¡Si el estudiante realiza una repetición cada 5 segundos, le tomaría 9,5 horas para quemar el desayuno! El cuerpo es ineficiente en realizar trabajo, sin embargo, en el ejercicio, una gran fracción de energía se pierde a través de calor. Esta transferencia de energía reduce dramáticamente el requerimiento de ejercicio por lo menos tres cuartos, un poco más de dos horas. ¡De cualquier modo, sería mejor privarse de ese segundo plato de cereal!

8. ¿Cuántas carreras cortas a partir del reposo hasta una velocidad de 5,0 m/s, tendría que correr una mujer de 65 kg para completar la quema de $5,0 \cdot 10^4$ calorías? (Suponga el 100% de eficiencia en convertir la energía proveniente de los alimentos en energía mecánica.)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Convirtiendo las calorías, a joules:

$$Q = 50000 cal. \frac{4,186 J}{1 cal} = 209300 J$$

SEGUNDO PASO. Transformación de la energía de los alimentos en energía cinética. Supongamos en N carreras cortas, saliendo desde el reposo donde se alcanza energía cinética cuya rapidez es 5,0 m/s.

$$E = \frac{m.(v_f)^2}{2} - \frac{m.(v_i)^2}{2} \Rightarrow E = \frac{m.(v_f)^2}{2} - 0$$

$$E = \frac{m.(v_f)^2}{2} \Rightarrow Q = N.E$$

$$Q = N.\left(\frac{m.v^2}{2}\right) \Rightarrow 209300 = N.\left(\frac{65 \cdot 5^2}{2}\right)$$

Reemplazando en el sistema internacional: $N = 257,6$

RESPUESTA: $2,6 \cdot 10^2$ carreras cortas.

9. Un automóvil de 1000 kg de masa viaja con rapidez de $30 m.s^{-1}$. Si se aplican los frenos, ¿Cuánta energía térmica se transfiere a los frenos?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La energía cinética se transforma en energía calorífica. Consideramos que el 100 % de la energía cinética se transforma en energía térmica.

SEGUNDO PASO. Cálculo de la energía cinética del automóvil.

$$E_c = \frac{m.v^2}{2} = \frac{1000.(30)^2}{2} = 450000 J$$

La energía térmica transferida a los frenos es:

$$Q = \frac{m.v^2}{2} = 450000 J$$

Expresada en calorías es:

$$Q = 450\,000\,J \cdot \left(\frac{1\,caloria}{4,186\,J} \right) = 107\,501,2\,calorias$$

10. La temperatura de una habitación es de 10 °C, en 1 hora, la habitación se calienta hasta 20 °C mediante un calentador eléctrico de 1 kW.

- (a) ¿Cuánto calor se entrega a la habitación?
 (b) ¿Cuál es la capacidad térmica de la habitación?
 (c) ¿Todo este calor va a calentar la habitación?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La cantidad de calor entregado es igual al producto de la potencia por el tiempo transcurrido:

$$Q = P \cdot \Delta t = (1000\,W) \cdot (3600\,s) = 3\,600\,000\,J$$

SEGUNDO PASO. La capacidad calórica se define como la cantidad de calor Q que recibe tal que su temperatura cambia en ΔT . La temperatura cambia desde 10 °C hasta 20 °C, entonces, $\Delta T = 20^\circ C - 10^\circ C = 10^\circ C$

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{3\,600\,000\,J}{10^\circ C} = 360\,000\,J \cdot (^\circ C)^{-1}$$

$$C = 360\,kJ \cdot (^\circ C)^{-1}$$

TERCER PASO. **NO.** El calor que se transfiere del calentador por CONVECCIÓN y al entrar en contacto con el calor inicial en la habitación se va a producir el equilibrio térmico.

11. Se introduce una pieza de hierro de 200 g y a una temperatura de 300 °C en 1,00 kg de agua inicialmente a 20 °C de temperatura. Predecir la temperatura de equilibrio final del agua y la pieza. (Tome para el hierro $C_e = 450\,J\,kg^{-1}K^{-1}$ y para el agua $C_e = 4200\,J\,kg^{-1}K^{-1}$)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Por la conservación del calor. La cantidad de calor ganado por el agua es iguala a la cantidad de calor perdido por el hierro.

$$Q(\text{agua}) = Q(\text{hierro})$$

Reemplazamos en el sistema internacional:

$$m_{AGUA} \cdot C_{eAGUA} \cdot \Delta T_1 = m_{HIERRO} \cdot C_{eHIERRO} \cdot \Delta T_2$$

$$(1\,kg) \cdot \left(4200 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \right) \cdot (T_e - 20^\circ C) = (0,2\,kg) \cdot \left(450 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \right) \cdot (300^\circ C - T_e)$$

$$(1) \cdot (4200) \cdot (T_e - 20) = (0,2) \cdot (450) \cdot (300 - T_e)$$

Resolviendo: $T_e = 25,87^\circ C$

12. La capacidad térmica de una persona de 60 kg es $210\,kJ \cdot ^\circ C^{-1}$. ¿Cuánto calor se pierde de su cuerpo cuando su temperatura desciende 2 °C?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La capacidad térmica se define como la relación de la cantidad de calor que pierde por cada intervalo de temperatura.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow Q = C \cdot \Delta T$$

SEGUNDO PASO. Cantidad de calor sensible Q que pierde el cuerpo de la persona. La temperatura desciende en $\Delta T = 2^\circ C$.

$$Q = C \cdot \Delta T = \left(210 \frac{kJ}{^\circ C} \right) \cdot (2^\circ C) = 420 kJ$$

TERCER PASO. La masa de la persona de 60 kg no interviene en la resolución del problema.

13. Se enfría un líquido de masa m y de calor específico c . El ritmo de cambio de la temperatura del líquido es k . ¿Cuál será el ritmo al que se transfiere energía térmica desde el líquido?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cantidad de calor sensible.

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow \left(\frac{Q}{t} \right) = m \cdot c \cdot \left(\frac{\Delta T}{t} \right)$$

SEGUNDO PASO. Dividimos ambos miembros entre un intervalo de tiempo “ t ”.

$$\left(\frac{Q}{t} \right) = m \cdot c \cdot (k) \Rightarrow \left(\frac{Q}{t} \right) = m \cdot c \cdot k$$

14. Un calentador de 1,0 kW suministra energía a un líquido de masa 0,50 kg. La temperatura del líquido varía 80 K en un tiempo de 200 segundos. El calor específico del líquido es de $4,0 kJ kg^{-1} K^{-1}$. ¿Cuál es la potencia media perdida por el líquido?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La potencia entregada es 1000 watts. Cálculo de la potencia útil.

$$P_{UTL} = \left(\frac{Q}{t} \right) = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{t}$$

$$P_{UTL} = \frac{(0,5 kg) \cdot \left(4000 \frac{J}{kg \cdot K} \right) \cdot (80 K)}{200 s} = 800 W$$

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía. La potencia entregada es igual, a la potencia útil mas la potencia que se pierde.

$$P_e = P_u + P_p \Rightarrow 1000 W = 800 W + P_p$$

Respuesta. La potencia que se pierde es 200 watts.

15. Un estudiante come un desayuno que consiste en pan, huevos y queso con leche, conteniendo un total de 360 kilocalorías de energía. El sistema biológico transforma solamente el 70 % de los alimentos en energía útil para realizar trabajo mecánico. Él desea hacer una cantidad de trabajo equivalente, realizando levantamientos de pesas de 25,0 kg en el gimnasio. ¿Cuántas veces debe levantar las pesas para gastar esa cantidad de energía? Suponga que cada vez que el estudiante levanta las pesas, realiza un desplazamiento vertical de 0,40 m, la distancia desde sus rodillas a su cuello.

RESOLUCIÓN:

ESTRATEGIA: Convertir las calorías a joule, después compare esa energía con el trabajo necesario para hacer n repeticiones del levantamiento de pesas. El trabajo realizado puede ser encontrado con el teorema de trabajo y energía mecánica y considerar que los músculos gastan la misma energía en subir y bajar la barra.

PRIMER PASO. Convirtiendo las calorías del desayuno E , a joules:

$$Q = 360 kcal \cdot \frac{1000 cal}{1 kcal} \cdot \frac{4,186 J}{1 cal} = 1,5 \cdot 10^6 J$$

El 70 % de esta se transforma en energía útil:

$$Q_{UTIL} = (70\%)1,5 \cdot 10^6 J = 1,1 \cdot 10^6 J$$

SEGUNDO PASO. Utilizando el teorema del trabajo-energía:

$$W = \Delta EM = Ep(f) - EP(i) = m \cdot g \cdot h - 0 = m \cdot g \cdot h$$

Comparar el trabajo con la energía E.

$$n \cdot (2m \cdot g \cdot h) = E \Rightarrow n = \frac{E}{2m \cdot g \cdot h}$$

$$n = \frac{1,1 \cdot 10^6 J}{2(25 kg) \cdot (9,8 m \cdot s^{-2}) \cdot (0,4 m)} = 5612,2$$

COMENTARIOS. El sistema biológico tiene una eficiencia menor al 100 %, que satisface a las leyes termodinámicas.

- 16.** ¿Cuántas carreras cortas a partir del reposo hasta una velocidad de 5,0 m/s, tendría que correr una mujer de 65 kg para completar la quema de $5,0 \cdot 10^4$ calorías? (Suponga el 70 % de eficiencia en convertir la energía proveniente de los alimentos en energía mecánica.)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Convirtiendo las calorías, a joules:

$$Q = 50000 cal \cdot \frac{4,186 J}{1 cal} = 209300 J$$

El 70 % de esta se transforma en energía útil:

$$Q_{UTIL} = (70\%)209300 J = 146510 J$$

SEGUNDO PASO. Transformación de la energía de los alimentos en energía cinética. Supongamos en N carreras cortas, saliendo desde el reposo donde se alcanza energía cinética cuya rapidez es 5,0 m/s.

$$E = \frac{m \cdot (v_f)^2}{2} - \frac{m \cdot (v_i)^2}{2} \Rightarrow E = \frac{m \cdot (v_f)^2}{2} - 0$$

$$E = \frac{m \cdot (v_f)^2}{2} \Rightarrow Q = N \cdot E$$

$$Q = N \cdot \left(\frac{m \cdot v^2}{2} \right) \Rightarrow 146510 = N \cdot \left(\frac{65 \cdot 5^2}{2} \right)$$

Reemplazando en el sistema internacional: $N = 180,32$

RESPUESTA: $1,8 \cdot 10^2$ carreras cortas.

- 17.** Un automóvil de 1000 kg de masa viaja con rapidez de $30 m \cdot s^{-1}$. Si se aplican los frenos, ¿Cuánta energía térmica se transfiere a los frenos? (considere que el 70 % de la energía cinética se transforma en energía térmica, el resto se transforma en sonido y en deformación de los cuerpos)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La energía cinética se transforma en energía calorífica. Consideramos que el 70 % de la energía cinética se transforma en energía térmica.

SEGUNDO PASO. Cálculo de la energía cinética del automóvil.

$$Ec = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{1000 \cdot (30)^2}{2} = 450000 J$$

La energía térmica transferida a los frenos es:

$$Q = (70\%) \frac{m \cdot v^2}{2} = (0,7) 450000 J = 315000 J$$

TERCER PASO. Expresada en calorías es:

$$Q = 315000 J \cdot \left(\frac{1 \text{ caloria}}{4,186 J} \right) = 75250,8 \text{ calorías}$$

- 18.** Una estudiante de 60 kg come en exceso 50 kilocalorías. Ella desea hacer una cantidad de trabajo equivalente, ascendiendo por una colina una cierta altura. ¿Cuántos metros de altura debe subir para gastar esa cantidad de energía? El sistema biológico transforma solamente el 70 % de los alimentos en energía útil para realizar trabajo mecánico.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Convirtiendo las calorías, a joules:

$$Q = 50000 \text{ cal} \cdot \frac{4,186 J}{1 \text{ cal}} = 209300 J$$

El 70 % de esta se transforma en energía útil:

$$Q_{\text{UTIL}} = (70\%) 209300 J = 146510 J$$

SEGUNDO PASO. La cantidad de energía útil se transforma en energía potencial.

$$Q_{\text{UTIL}} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow 146510 = (65) \cdot (9,8) \cdot (h)$$

$$h = 230 m$$

Respuesta. La altura que debe ascender es 230 metros.

- 19.** Un estudiante come un desayuno que consiste en pan, carne, huevos y queso con café, conteniendo un total de 360 kilocalorías de energía. El sistema biológico transforma solamente el 70 % de los alimentos en energía útil para realizar trabajo mecánico. Él desea hacer una cantidad de trabajo equivalente, deformando un resorte de constante elástica $K = 2500 N \cdot m^{-1}$ en el gimnasio. ¿Cuántas veces debe deformar lentamente el resorte y recuperar su tamaño, para gastar esa cantidad de energía? Suponga que cada vez que el estudiante deforma el resorte, realiza un desplazamiento horizontal de 0,40 m, la distancia que se deforma el resorte de alargamiento.

RESOLUCIÓN:

ESTRATEGIA: Convertir las calorías a joule, después compare esa energía con el trabajo necesario para hacer n repeticiones de la deformación de ida y vuelta. El trabajo realizado puede ser encontrado con el teorema de trabajo y energía mecánica y considerar que los músculos gastan la misma energía en alargar y en recuperar su tamaño lentamente.

PRIMER PASO. Convirtiendo las calorías del desayuno E, a joules:

$$Q = 360 \text{ kcal} \cdot \frac{1000 \text{ cal}}{1 \text{ kcal}} \cdot \frac{4,186 J}{1 \text{ cal}} = 1,5 \cdot 10^6 J$$

El 70 % de esta se transforma en energía útil:

$$Q_{\text{UTIL}} = (70\%) 1,5 \cdot 10^6 J = 1,1 \cdot 10^6 J$$

SEGUNDO PASO. Utilizando el teorema del trabajo-energía:

$$W = \Delta EM = Ep(f) - EP(i) = \frac{K \cdot x^2}{2} - 0 = \frac{K \cdot x^2}{2}$$

Comparar el trabajo con la energía Q.

$$n \cdot \left(2 \frac{K \cdot x^2}{2} \right) = Q_{UTIL} \Rightarrow n = \frac{Q_{UTIL}}{K \cdot x^2}$$

$$n = \frac{1,1 \cdot 10^6 J}{(2500 N \cdot m^{-1}) \cdot (0,4 m)^2} = 2750$$

COMENTARIOS. El sistema biológico del hombre tiene una eficiencia menor al 100 %, que satisface a las leyes termodinámicas.

- 20.** Una bola de cierto material de 600 g se calienta en un horno y la dejamos caer en un recipiente de 300 g y calor específico $0,5 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$, el cual contiene 500 g de agua a 20 °C. Si la temperatura final de equilibrio es de 80 °C, determinar la temperatura inicial de la esfera.
- $$Ce(esfera) = 0,25 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El agua se calienta desde 20 °C hasta 80 °C.

$$Q_{AGUA} = m \cdot Ce \cdot \Delta T = (500) \cdot (1) \cdot (80 - 20) = 30000 cal$$

SEGUNDO PASO. El recipiente se calienta desde 20 °C hasta 80 °C.

$$Q_{REC} = m \cdot Ce \cdot \Delta T = (300) \cdot (0,5) \cdot (80 - 20) = 9000 cal$$

TERCER PASO. La bola metálica se enfria desde una temperatura T hasta 80 °C.

$$Q_{BOLA} = m \cdot Ce \cdot \Delta T = (600) \cdot (0,25) \cdot (T - 80) = 150(T - 80)$$

CUARTO PASO. Principio de conservación de la energía.

$$Q_{AGUA} + Q_{RECIPIENTE} = Q_{BOLA}$$

$$30000 + 9000 = 150(T - 80)$$

Respuesta. La temperatura inicial de la bola es 340 grados Celsius.

- 21.** Se tiene un calorímetro de 800 g y calor específico $0,8 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$. Determine la masa de agua tal que, al suministrarle la misma cantidad de calor, el agua y el calorímetro experimentan la misma variación en su temperatura.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El calorímetro gana energía térmica.

$$Q_{REC} = m \cdot Ce \cdot \Delta T = (800 g) \cdot \left(0,8 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} \right) \cdot \Delta T \dots (1)$$

SEGUNDO PASO. El agua gana energía térmica.

$$Q_{AGUA} = M \cdot Ce \cdot \Delta T = (M) \cdot \left(1,0 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} \right) \cdot \Delta T \dots (2)$$

TERCER PASO. Igualando las ecuaciones (1) y (2):

$$(800 g) \cdot \left(0,8 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} \right) \cdot \Delta T = (M) \cdot \left(1,0 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} \right) \cdot \Delta T$$

Reduciendo: $M = 640 \text{ g}$

Respuesta: la masa del agua es 640 gramos.

22. Un calorímetro que tiene un equivalente en agua de 110 gramos contiene 120 gramos de agua a 20°C . Se introduce un bloque de plata de 300 gramos a 90°C . ¿Cuál es la temperatura de equilibrio? $Ce(\text{Ag}) = 0,056 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La temperatura T de equilibrio, está comprendido entre 20°C y 90°C .

SEGUNDO PASO. El recipiente (calorímetro) se comporta equivalente a 110 gramos de agua. La masa de agua 120 gramos. Entonces la masa total de agua es 230 gramos (equivalente en agua). Temperatura inicial 20°C .

$$Q_{\text{AGUA}} = M.Ce.\Delta T = (130 \text{ g}) \cdot \left(1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (T - 20)^\circ\text{C}$$

$$Q_{\text{AGUA}} = 130 \cdot (T - 20)$$

TERCER PASO. El bloque de plata se enfría, pierde energía térmica.

$$Q_{\text{PLATA}} = m.Ce.\Delta T = (300 \text{ g}) \cdot \left(0,056 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (90 - T)^\circ\text{C}$$

$$Q_{\text{PLATA}} = 16,8 \cdot (90 - T)$$

CUARTO PASO. Principio de conservación de la energía.

$$Q_{\text{AGUA}} = Q_{\text{PLATA}}$$

$$130(T - 20) = 16,8(90 - T) \Rightarrow T = 28^\circ\text{C}$$

Respuesta. La temperatura inicial de la bola es 28 grados Celsius.

23. En un calorímetro de equivalente en agua igual a cero, se encuentran 300 g de agua a 20°C . Si se introduce un bloque de 150 g a 80°C cuyo calor específico es igual que el agua, determinar la temperatura final de equilibrio.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El recipiente no gana ni pierde energía térmica. Consideramos la temperatura de equilibrio T comprendido entre 20°C y 80°C .

SEGUNDO PASO. cantidad de calor que gana el agua.

$$Q_{\text{AGUA}} = M.Ce.\Delta T = (300 \text{ g}) \cdot \left(1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (T - 20)^\circ\text{C}$$

$$Q_{\text{AGUA}} = 300 \cdot (T - 20)$$

TERCER PASO. El bloque caliente pierde energía térmica.

$$Q_{\text{BLOQUE}} = M.Ce.\Delta T = (150 \text{ g}) \cdot \left(1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (80 - T)^\circ\text{C}$$

$$Q_{\text{BLOQUE}} = 150 \cdot (80 - T)$$

CUARTO PASO. Principio de conservación de la energía.

$$Q_{\text{AGUA}} = Q_{\text{BLOQUE}}$$

$$300(T - 20) = 150(80 - T) \Rightarrow T = 40^\circ\text{C}$$

Respuesta. La temperatura inicial de la bola es 40 grados Celsius.

24. En un calorímetro de equivalente en agua igual a 100 g se encuentran 200 g de agua a 10 °C. Si se introduce un cuerpo de 400 gramos a 70 °C la temperatura final es de 50 °C. Determinar el calor específico.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El recipiente se comporta equivalente a 100 gramos de agua. Se tiene 200 gramos de agua a 10 °C. La cantidad total de masa de agua es 300 gramos a 10 °C. La temperatura de equilibrio es 50 °C.

$$Q_{AGUA} = M.Ce.\Delta T = (300 \text{ g}) \cdot \left(1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (50 - 10)^\circ\text{C}$$

$$Q_{AGUA} = 12000 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. Sea Ce el calor específico del cuerpo desconocido.

$$Q_{CUERPO} = m.Ce.\Delta T = (400 \text{ g}) \cdot (Ce) \cdot (70 - 10)^\circ\text{C}$$

$$Q_{CUERPO} = 24000.Ce$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía.

$$Q_{AGUA} = Q_{CUERPO}$$

$$12000 = 24000.Ce \Rightarrow Ce = 0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Respuesta. el calor específico del cuerpo es $0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

25. Determinar la cantidad de calor que se le debe suministrar a 1,5 kg de plomo para calentarlo desde 22 °C hasta su temperatura de fusión 327 °C. $Ce(\text{plomo}) = 0,031 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Calculo de la cantidad de calor sensible, que sirve para cambiar la temperatura del plomo desde 22 °C hasta 327 °C.

SEGUNDO PASO. Reemplazando en la formula.

$$Q_{PLOMO} = M.Ce_{PLOMO}.\Delta T$$

$$Q_{PLOMO} = (1500 \text{ g}) \cdot \left(0,031 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (327 - 22)^\circ\text{C}$$

$$Q_{PLOMO} = 14182,5 \text{ cal}$$

Respuesta: La cantidad de calor ganado es $1,4 \cdot 10^4 \text{ cal}$

26. En un calorímetro de equivalente en agua a 45 g, se encuentra 60 g de agua a 30 °C. Si se introduce un cuerpo de 250 g a 75 °C la temperatura de equilibrio es de 40 °C. Determinar el calor específico del cuerpo.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Si en un calorímetro de equivalente en agua a 45 g, se encuentra 60 g de agua a 30 °C, entonces tenemos un sistema equivalente a 105 gramos de agua a 30 °C.

$$Q_{AGUA} = M.Ce.\Delta T = (105 \text{ g}) \cdot \left(1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (40 - 30)^\circ\text{C}$$

$$Q_{AGUA} = 1050 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. El cuerpo caliente se encuentra inicialmente a 75 °C y la temperatura de equilibrio es 40 °C.

$$Q_{\text{CUERPO}} = m.Ce.\Delta T = (250 \text{ g}).(Ce).(75 - 40)^{\circ}C$$

$$Q_{\text{CUERPO}} = 8750(Ce)$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía.

$$Q_{\text{AGUA}} = Q_{\text{CUERPO}}$$

$$1050 = 8750.Ce \Rightarrow Ce = 0,12 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}C}$$

Respuesta. el calor específico del cuerpo es $0,12 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}C}$

27. Dos esferas del mismo material, de radios "R" y "2R" se encuentran a $30^{\circ}C$ y $75^{\circ}C$ respectivamente. La esfera de radio R es de 800 g y su calor específico es $0,2 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}C}$. Se ponen en

contacto y alcanzan el equilibrio térmico. Determinar la cantidad de calor transferido entre ellas.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La masa de un cuerpo es directamente proporcional al volumen. El volumen de una esfera es directamente proporcional al cubo del radio de la esfera. Para el radio **R** el volumen es **V**, y para la esfera de radio "2R" el volumen es "8V". Entonces la masa de las esferas está en relación de 1 a 8. Sea T la temperatura de equilibrio.

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía. La cantidad de calor que gana la esfera pequeña es igual a la cantidad de calor que pierde la esfera grande.

$$Q_{\text{esfera R}} = Q_{\text{esfera 2R}}$$

$$(m).Ce.\Delta T_1 = (8m).Ce.\Delta T_2$$

$$(m).Ce.(T - 30) = (8m).Ce.(75 - T)$$

Resolviendo: $T = 70^{\circ}C$

TERCER PASO. Calculo de la cantidad de calor que gana la esfera de menor radio.

$$Q_{\text{radio R}} = m.Ce.\Delta T = (800 \text{ g}).\left(0,2 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}C}\right).(70 - 30)^{\circ}C$$

$$Q_{\text{radio R}} = 6400 \text{ cal}$$

Respuesta. La cantidad de calor que se transfiere es 6,4 kilocalorías.

28. Un estudiante de 80 kg durante un día come 200 kilocalorías en exceso. Sabiendo que el cuerpo humano absorbe solamente el 70% de lo que recibe de la energía de los alimentos, ¿Cuántos metros debe subir por una escalera para eliminar las 200 kilocalorías? $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Un hombre adulto consume por día un promedio 1800 kilocalorías. El 70% de 200 kilocalorías es 140 kilocalorías. Equivalente mecánico del calor.

$$Q = 140000 \text{ cal} \cdot \left(\frac{4,18 \text{ J}}{1 \text{ cal}}\right) = 585200 \text{ J}$$

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía. La energía calorífica se transforma en energía potencial gravitacional. Reemplazamos los datos en el sistema internacional de unidades.

$$Q = Ep \Rightarrow Q = m.g.h \Rightarrow 585200 = (80).(10).(h)$$

Despejando: $h = 731,5 \text{ m}$

Respuesta. La alimentación del hombre depende del tipo de actividad que realiza en su trabajo profesional.

29. A una sustancia de masa 200 gramos se le entrega 400 calorías y su temperatura aumenta en 5 °C. Determine el calor específico de esta sustancia en $\frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$:

A) 0,25 B) 0,30 C) 0,35 D) 0,40 E) 0,50

Resolución

Propiedad térmica de las sustancias que nos indica la cantidad de calor que se debe transferir o debe transferir la unidad de masa de la sustancia para que su temperatura incremente o disminuya en un grado.

$$Ce = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \Rightarrow Ce = \frac{400 \text{ cal}}{(200 \text{ g}) \cdot (5 ^\circ C)}$$

$$Ce = 0,4 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$$

Respuesta: por cada 0,4 caloría que recibe un gramo su temperatura aumenta en un grado.

30. A un cuerpo de capacidad calorífica 300 $\frac{cal}{^\circ C}$ se le entrega 1,5 kcal. ¿En qué cantidad se incrementa la temperatura (en °C)?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 50

Resolución

La capacidad calorífica se define como la cantidad de calor que se le debe entregar a un objeto en particular tal que su temperatura varíe en la unidad.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{C} = \frac{1500 \text{ cal}}{300 \frac{cal}{^\circ C}} = 5 ^\circ C$$

Respuesta: su temperatura aumenta en 5 grados centígrados.

31. A una esfera de 600 g y capacidad calorífica 200 $\frac{cal}{^\circ C}$ se le entrega 2,4 kcal. ¿En qué cantidad se incrementa la temperatura (en °C)?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 35 E) 40

Resolución

La capacidad calorífica se define como la cantidad de calor que se le debe entregar a un objeto en particular tal que su temperatura varíe en la unidad.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{C} = \frac{2400 \text{ cal}}{200 \frac{cal}{^\circ C}} = 12 ^\circ C$$

Respuesta: su temperatura aumenta en 12 grados centígrados

32. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se mezclan 2 litros de agua a 20 °C con 2 kg de agua a 80 °C. Determine la temperatura final de equilibrio (en °C).

A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 50

Resolución

En dos litros de agua existen 2 kilogramos de agua, es decir masa y volumen son numéricamente iguales. Cálculo de la temperatura de equilibrio, cuando las dos cantidades de masas y las sustancias son iguales:

$$T_e = \frac{T_1 + T_2}{2} \Rightarrow T_e = \frac{20\text{ }^{\circ}\text{C} + 80\text{ }^{\circ}\text{C}}{2} = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Respuesta: la temperatura de equilibrio es 50 °C.

33. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se mezclan 2 litros de agua a 20 °C con 3 litros de agua a 80 °C. Determine la temperatura final de equilibrio (en °C).

A) 26 B) 36 C) 36 D) 46 E) 56

Resolución

Cálculo de la temperatura de equilibrio, de dos cantidades de masas diferentes, pero de la misma sustancia:

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$T_e = \frac{(2\text{ kg})(20\text{ }^{\circ}\text{C}) + (3\text{ kg})(80\text{ }^{\circ}\text{C})}{2\text{ kg} + 3\text{ kg}} = 56\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Respuesta: la temperatura de equilibrio es 56 °C.

34. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se mezclan “4m” gramos de agua a 20 °C con “6m” gramos de agua a 80 °C. ¿Cuál será la temperatura final de equilibrio (en °C)?

A) 46 B) 56 C) 66 D) 76 E) 36

Resolución

Cálculo de la temperatura de equilibrio, de dos cantidades de masas diferentes, pero de la misma sustancia:

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$T_e = \frac{(4m)(20\text{ }^{\circ}\text{C}) + (6m)(80\text{ }^{\circ}\text{C})}{4m + 6m} = \frac{560}{10} = 56\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Respuesta: la temperatura de equilibrio es 56 °C.

35. Se tiene un recipiente de capacidad calorífica 300 $\frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$ a 20 °C (temperatura del ambiente). Si

luego se vierte 700 gramos de agua a 90 °C. ¿Cuál será la temperatura final de equilibrio (en °C)?

A) 69 B) 60 C) 59 D) 49 E) 39

Resolución

Cálculo de la temperatura de equilibrio en función del calor específico y la capacidad calorífica del recipiente que contiene a la sustancia.

$$T_e = \frac{C_1 T_1 + m_2 C_{e_2} T_2}{C_1 + m_2 C_{e_2}}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$T_e = \frac{\left(300 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right)(20^\circ\text{C}) + (700 \text{ g})\left(1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right)(90^\circ\text{C})}{\left(300 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right) + (700 \text{ g})\left(1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right)} = 69^\circ\text{C}$$

Respuesta: la temperatura de equilibrio es 69°C .

36. Se tiene un recipiente de capacidad calorífica $600 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}$ a 20°C (temperatura del ambiente). Si luego se vierten 500 gramos de agua a 80°C y 900 gramos de agua a 100°C . ¿Cuál será la temperatura final de equilibrio (en $^\circ\text{C}$)?

A) 69 B) 71 C) 75 D) 79 E) 81

Resolución

Cálculo de la temperatura de equilibrio en función del calor específico y la capacidad calorífica del recipiente que contiene a las sustancias diferentes:

$$T_e = \frac{C_1 T_1 + m_2 C_{e_2} T_2 + m_3 C_{e_3} T_3}{C_1 + m_2 C_{e_2} + m_3 C_{e_3}}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$T_e = \frac{(600)(20) + (500)(1)(80) + (900)(1)(100)}{(600) + (500)(1) + (900)(1)} = 71^\circ\text{C}$$

Respuesta: la temperatura de equilibrio es 71°C .

37. Se tiene un recipiente de capacidad calorífica “p” $\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}$ a 20°C (temperatura del ambiente). Si luego se vierten “p” gramos de agua a 70°C y “p” gramos de agua a 90°C . ¿Cuál será la temperatura final de equilibrio (en $^\circ\text{C}$)?

A) 50 B) 60 C) 65 D) 75 E) 80

Resolución

Cálculo de la temperatura de equilibrio en función del calor específico y la capacidad calorífica del recipiente que contiene a las sustancias diferentes:

$$T_e = \frac{C_1 T_1 + m_2 C_{e_2} T_2 + m_3 C_{e_3} T_3}{C_1 + m_2 C_{e_2} + m_3 C_{e_3}}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$T_e = \frac{(p)(20) + (p)(1)(70) + (p)(1)(90)}{(p) + (p)(1) + (p)(1)} = 60^\circ\text{C}$$

Respuesta: la temperatura de equilibrio es 60°C .

38. Dentro de un recipiente térmicamente aislado, se mezclan tres cantidades de agua, con las siguientes características:

$M_1 = 2 \text{ kg}, \quad T_1 = 10^\circ\text{C};$
 $M_2 = 3 \text{ kg}, \quad T_2 = 20^\circ\text{C};$
 $M_3 = 5 \text{ kg}, \quad T_3 = 90^\circ\text{C};$

Calcule la temperatura de equilibrio (en °C). Considere despreciable la capacidad calorífica del recipiente.

- A) 43 B) 53 C) 63 D) 63 E) 73

Resolución

Cálculo de la temperatura de equilibrio, de tres cantidades de masas diferentes pero de la misma sustancia:

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2 + m_3 T_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$T_e = \frac{(2)(10) + (3)(20) + (5)(90)}{(2) + (3) + (5)} = 53^\circ \text{C}$$

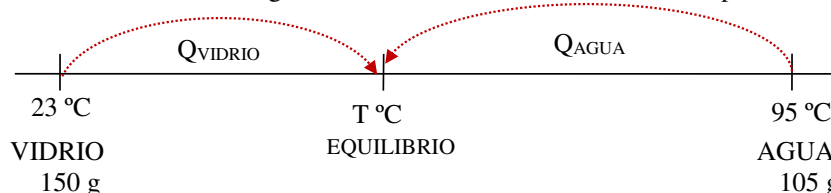
Respuesta: la temperatura de equilibrio es 53 °C.

39. Si se vierten 105 centímetros cúbicos de agua caliente a 95 °C en un vaso de vidrio de 150 gramos que inicialmente está a 23 °C. ¿Cuál será la temperatura final de equilibrio?

$$Ce(\text{vidrio}) = 0,02 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama donde se muestra el cambio de temperatura.



SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía. La cantidad de calor ganado por el cuerpo frío es igual a la cantidad de calor perdido por el cuerpo caliente.

$$Q(\text{vidrio}) = Q(\text{agua}) \Rightarrow m_v \cdot Ce(\text{vidrio}) \cdot \Delta T_1 = m_a \cdot Ce(\text{agua}) \cdot \Delta T_2$$

$$150 \cdot (0,02) \cdot |T - 23| = 105 \cdot (1,0) \cdot |T - 95| \Rightarrow T = 93^\circ \text{C}$$

Respuesta: La temperatura de equilibrio es 93 °C.

40. Dentro de un recipiente térmicamente aislado, se mezclan dos sustancias, con las siguientes características:

$$M_1 = 6 \text{ kg}, \quad Ce_1 = 0,1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}}, \quad T_1 = 10^\circ \text{C};$$

$$M_2 = 2 \text{ kg}, \quad Ce_2 = 0,2 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}}, \quad T_2 = 80^\circ \text{C};$$

Calcule la temperatura de equilibrio (en °C). Considere despreciable la capacidad calorífica del recipiente.

- A) 32 B) 38 C) 42 D) 49 E) 52

Resolución

Cálculo de la temperatura de equilibrio de dos sustancias en función del calor específico:

$$T_e = \frac{m_1 Ce_1 T_1 + m_2 Ce_2 T_2}{m_1 Ce_1 + m_2 Ce_2}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$Te = \frac{(6)(0,1)(10) + (2)(0,2)(80)}{(6)(0,1) + (2)(0,2)} = 38^{\circ}\text{C}$$

Respuesta: la temperatura de equilibrio es 38°C .

41. Una catarata tiene una altura de 420 metros. Suponiendo que el 100 % de la energía potencial gravitacional se transforma en energía térmica, ¿Cuál es el incremento de temperatura en el agua cuando llega a la posición más baja? $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$, $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía potencial gravitacional del agua. Consideramos como muestra 1 kg, ósea, 1000 gramos.

$$Ep = m.g.h \Rightarrow Ep = (1 \text{ kg}) \cdot (10 \text{ m.s}^{-2}) \cdot (420 \text{ m})$$

$$Ep = 4200 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ cal}}{4,2 \text{ J}} = 1000 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía. La energía potencial gravitacional se transforma en energía calorífica. Reemplazamos los datos en el sistema antiguo.

$$Q = m.Ce.\Delta T \Rightarrow 1000 \text{ cal} = (1000 \text{ g}) \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}\right) \cdot (\Delta T)$$

Despejando: $\Delta T = 1^{\circ}\text{C}$

Respuesta. Debido a la caída, el agua incrementa la temperatura en un grado Celsius.

42. Se mezcla 6 kg de agua a 20°C , 4 kg de agua a 30°C y 10 kg de agua a 40°C . Si el recipiente no gana ni pierde calor. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio? Los 4 kg de agua ¿aumenta su temperatura?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos la ecuación de la temperatura de equilibrio.

$$Te = \frac{m_1.T_1 + m_2.T_2 + m_3.T_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$Te = \frac{(6 \text{ kg}) \cdot (20^{\circ}\text{C}) + (4 \text{ kg}) \cdot (30^{\circ}\text{C}) + (10 \text{ kg}) \cdot (40^{\circ}\text{C})}{6 \text{ kg} + 4 \text{ kg} + 10 \text{ kg}}$$

La temperatura de equilibrio es, $Te = 32^{\circ}\text{C}$

SEGUNDO PASO. Los 4 kg de agua ¿aumenta su temperatura?

Si. Aumenta su temperatura en 2°C .

43. Las temperaturas iniciales de "m" kg de un líquido "A", "2m" kg de líquido "B" y "3m" kg de líquido "C" son respectivamente 30°C , 20°C y 10°C . Mezclando los líquidos "A" y "B" la temperatura final es 25°C , mezclado los líquidos "B" y "C" la temperatura final es $14,5^{\circ}\text{C}$. Calcular la temperatura de equilibrio cuando se mezclan "A" y "C".

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Mezclando los líquidos "A" y "B" la temperatura final es 25°C .

$$Te = \frac{m_A \cdot (Ce_A) \cdot T_A + m_B \cdot (Ce_B) \cdot T_B}{m_A \cdot (Ce_A) + m_B \cdot (Ce_B)}$$

$$25 = \frac{(m) \cdot (Ce_A) \cdot (30) + (2m) \cdot (Ce_B) \cdot (20)}{m \cdot (Ce_A) + 2m \cdot (Ce_B)}$$

$$25 = \frac{30(Ce_A) + 40(Ce_B)}{(Ce_A) + 2(Ce_B)}$$

$$25(Ce_A) + 50(Ce_B) = 30(Ce_A) + 40(Ce_B)$$

$$Ce_A = 2.Ce_B \dots (1)$$

SEGUNDO PASO. Mezclado los líquidos "B" y "C" la temperatura final es 14,5 °C.

$$Te = \frac{m_B \cdot (Ce_B) \cdot T_C + m_C \cdot (Ce_C) \cdot T_C}{m_B \cdot (Ce_B) + m_C \cdot (Ce_C)}$$

$$14,5 = \frac{(2m) \cdot (Ce_B) \cdot (20) + (3m) \cdot (Ce_C) \cdot (10)}{2m \cdot (Ce_B) + 3m \cdot (Ce_C)}$$

$$14,5 = \frac{40(Ce_B) + 30(Ce_C)}{2(Ce_B) + 3(Ce_C)}$$

$$29(Ce_B) + 43,5(Ce_C) = 40(Ce_B) + 30(Ce_C)$$

$$13,5(Ce_C) = 11(Ce_B) \Rightarrow Ce_C = \left(\frac{22}{27}\right) Ce_B$$

$$Ce_C = 0,8.Ce_B \dots (2)$$

TERCER PASO. Calcular la temperatura de equilibrio cuando se mezclan "A" y "C".

$$Te = \frac{m_A \cdot (Ce_A) \cdot T_C + m_C \cdot (Ce_C) \cdot T_C}{m_A \cdot (Ce_A) + m_C \cdot (Ce_C)}$$

$$Tx = \frac{m \cdot (Ce_A) \cdot 30 + 3m \cdot (Ce_C) \cdot 10}{m \cdot (Ce_A) + 3m \cdot (Ce_C)}$$

$$Tx = \frac{30(2) + 30(0,8)}{(2) + 3(0,8)} = 19,1^\circ C$$

Respuesta: La temperatura de equilibrio es 19,1 °C.

- 44.** Un trozo de metal a 120 °C sumergido en mercurio a la temperatura de 20 °C llega a una temperatura de equilibrio térmico de 40 °C. Con el mismo trozo de metal, sumergido en la misma cantidad de mercurio, pero a 30 °C, la temperatura de equilibrio térmico es 50 °C. Determinar la temperatura del metal en el segundo caso.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Un trozo de metal a 120 °C sumergido en mercurio a la temperatura de 20 °C llega a una temperatura de equilibrio térmico de 40 °C.

$$Te = \frac{m_A \cdot (Ce_A) \cdot T_A + m_B \cdot (Ce_B) \cdot T_B}{m_A \cdot (Ce_A) + m_B \cdot (Ce_B)}$$

$$40 = \frac{(m_A) \cdot (Ce_A) \cdot (120) + (m_B) \cdot (Ce_B) \cdot (20)}{m_A \cdot (Ce_A) + m_B \cdot (Ce_B)}$$

$$m_B \cdot (Ce_B) = 4(m_A) \cdot (Ce_A) \dots (1)$$

SEGUNDO PASO. Con el mismo trozo de metal a la temperatura T_x , sumergido en la misma cantidad de mercurio, pero a 30 °C, la temperatura de equilibrio térmico es 50 °C.

$$T_e = \frac{m_A \cdot (C_{e_A}) \cdot T_A + m_B \cdot (C_{e_B}) \cdot T_B}{m_A \cdot (C_{e_A}) + m_B \cdot (C_{e_B})}$$

$$50 = \frac{(m_A) \cdot (C_{e_A}) \cdot (T_x) + (m_B) \cdot (C_{e_B}) \cdot (30)}{m_A \cdot (C_{e_A}) + m_B \cdot (C_{e_B})} \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$50 = \frac{(m_A) \cdot (C_{e_A}) \cdot (T_x) + 4 \cdot (m_A) \cdot (C_{e_A}) \cdot (30)}{5 \cdot m_A \cdot (C_{e_A})}$$

$$50 = \frac{(T_x) + 120}{5} \Rightarrow T_x = 130^\circ C$$

Respuesta. La temperatura inicial del trozo metálico es $130^\circ C$.

45. En un recipiente adiabático (no gana ni pierde calor) existen 20 gramos de agua a $0^\circ C$, se deja un bloque de "m" gramos a $100^\circ C$ y la temperatura de equilibrio es "T". Si el bloque hubiese sido de masa "2m" y del mismo material la temperatura de equilibrio hubiese sido mayor en $15^\circ C$. Determinar "T".

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. En un recipiente adiabático (no gana ni pierde calor) existen 20 gramos de agua a $0^\circ C$, se deja un bloque de "m" gramos a $100^\circ C$ y la temperatura de equilibrio es "T".

$$T_e = \frac{m_A \cdot (C_{e_A}) \cdot T_A + m_B \cdot (C_{e_B}) \cdot T_B}{m_A \cdot (C_{e_A}) + m_B \cdot (C_{e_B})}$$

$$T = \frac{(20) \cdot (1)(0) + (m) \cdot (C_{e_B}) \cdot (100)}{20 \cdot (1) + m \cdot (C_{e_B})}$$

$$T = \frac{(m) \cdot (C_{e_B}) \cdot (100)}{20 \cdot (1) + m \cdot (C_{e_B})} \dots (1)$$

SEGUNDO PASO. Si el bloque hubiese sido de masa "2m" y del mismo material la temperatura de equilibrio hubiese sido mayor en $15^\circ C$.

$$T_e = \frac{m_A \cdot (C_{e_A}) \cdot T_A + m_B \cdot (C_{e_B}) \cdot T_B}{m_A \cdot (C_{e_A}) + m_B \cdot (C_{e_B})}$$

$$T + 15 = \frac{(20) \cdot (1)(0) + (2m) \cdot (C_{e_B}) \cdot (100)}{20 \cdot (1) + 2m \cdot (C_{e_B})}$$

$$T + 15 = \frac{(2m) \cdot (C_{e_B}) \cdot (100)}{20 \cdot (1) + 2m \cdot (C_{e_B})} \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\frac{(m) \cdot (C_{e_B}) \cdot (100)}{20 \cdot (1) + m \cdot (C_{e_B})} + 15 = \frac{(2m) \cdot (C_{e_B}) \cdot (100)}{20 \cdot (1) + 2m \cdot (C_{e_B})}$$

$$(m) \cdot (C_{e_B}) = 30$$

Reemplazando en la ecuación (1): $T = 60^\circ C$

Respuesta. La temperatura inicial del trozo metálico es $60^\circ C$.

46. ¿Qué cantidad de agua a 10° C hay que añadir? a 120 gramos de agua a 50 °C para que la temperatura final sea de 20 °C. Calor específico del agua.

RESOLUCIÓN

Se mezclan dos sustancias iguales, de igual calor específico.

$$Te = \frac{m_A \cdot (Ce_A) \cdot T_A + m_B \cdot (Ce_B) \cdot T_B}{m_A \cdot (Ce_A) + m_B \cdot (Ce_B)}$$

$$Te = \frac{m_A \cdot T_A + m_B \cdot T_B}{m_A + m_B}$$

$$20 = \frac{m_x \cdot (10) + (120) \cdot (50)}{m_x + 120}$$

Resolviendo la ecuación $m_x = 360 \text{ g}$

Respuesta: la cantidad de agua a 10 °C es 0,36 kg

47. En su luna de miel, James Joule viajó de Inglaterra a Suiza. Trató de verificar su idea de la convertibilidad entre energía mecánica y energía interna al medir el aumento en temperatura del agua que caía de una catarata. Si el agua de una catarata alpina tiene una temperatura de 10 °C y luego cae 50 m (como las cataratas del Niágara) ¿qué temperatura máxima podría esperar joule que hubiera en el fondo de las cataratas?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía potencial gravitacional del agua. Consideramos como muestra 1 kg, ósea, 1000 gramos.

$$Ep = m \cdot g \cdot h \Rightarrow Ep = (1 \text{ kg}) \cdot (9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot (50 \text{ m})$$

$$Ep = 490 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ cal}}{4,2 \text{ J}} = 117 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía. La energía potencial gravitacional se transforma en energía calorífica. Reemplazamos los datos en el sistema antiguo.

$$Q = m \cdot Ce \cdot \Delta T \Rightarrow 117 \text{ cal} = (1000 \text{ g}) \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}}\right) \cdot (\Delta T)$$

Despejando: $\Delta T = 0,117^\circ \text{C}$

Respuesta. Debido a la caída, el agua incrementa la temperatura hasta 0,117 grado Celsius.

OBSERVACIÓN. El 100 % de la energía potencial gravitacional se transforma en energía térmica.

48. El láser Nova del Laboratorio Nacional Lawrence Livermore, en California, se usa en estudios para iniciar una fusión nuclear controlada. Puede entregar una potencia de $1,60 \cdot 10^{13} \text{ W}$ durante un intervalo de tiempo de $2,50 \text{ ns}$. Compare su energía de salida en uno de estos intervalos con la energía necesaria para hacer que se caliente en una olla 0,8 kg de agua de 20 °C a 100 °C. $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Puede entregar una potencia de $1,60 \cdot 10^{13} \text{ W}$ durante un intervalo de tiempo de $2,50 \text{ ns}$.

$$Q = P \cdot t = (1,60 \cdot 10^{13} \text{ W}) \cdot (2,50 \cdot 10^{-9} \text{ s}) = 4,00 \cdot 10^4 \text{ J}$$

SEGUNDO PASO. Compare su energía de salida en uno de estos intervalos con la energía necesaria para hacer que se caliente en una olla 0,8 kg de agua de 20 °C a 100 °C.

$$Q = m.Ce.\Delta T = (800 \text{ g}) \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (100 - 20)^\circ\text{C}$$

$$Q = 64000 \text{ cal} \cdot \left(\frac{4,186 \text{ J}}{1 \text{ cal}}\right) = 2,68 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Respuesta: $4,00 \times 10^4 \text{ J}$ y $2,68 \times 10^5 \text{ J}$

- 49.** Una herradura de hierro de 1,5 kg inicialmente a 600°C se deja caer en una cubeta que contiene 20 kg de agua a 25°C . ¿Cuál es la temperatura final? (Pase por alto la capacidad calorífica del recipiente, y suponga que es insignificante la cantidad de agua que se evapora).

$$Ce(\text{hierro}) = 0,107 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESOLUCIÓN

Se mezclan dos sustancias diferentes, de diferentes calores específicos.

$$T_e = \frac{m_A \cdot (Ce_A) \cdot T_A + m_B \cdot (Ce_B) \cdot T_B}{m_A \cdot (Ce_A) + m_B \cdot (Ce_B)}$$

$$T_e = \frac{1,5 \cdot (0,107) \cdot 600 + 20 \cdot (1) \cdot 25}{1,5 \cdot (0,107) + 20 \cdot (1)} = 29,6^\circ\text{C}$$

Respuesta: la temperatura de equilibrio es $29,6^\circ\text{C}$.

RESPUESTA: $29,6^\circ\text{C}$

- 50.** Una taza de aluminio de 200 gramos contiene 800 gramos de agua en equilibrio térmico a 80°C . La combinación de taza y agua se enfría uniformemente de modo que la temperatura desciende en $1,5^\circ\text{C}$ por minuto. ¿A qué ritmo se remueve energía por calor? Exprese su respuesta en watts.

$$Ce(\text{aluminio}) = 0,215 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La taza de aluminio y el agua se enfrían uniformemente.

$$Q = m_A \cdot Ce_A \cdot \Delta T_A + m_B \cdot Ce_B \cdot \Delta T_B$$

SEGUNDO PASO. La potencia se define como la relación de la energía y el tiempo transcurrido.

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{m_A \cdot Ce_A \cdot \Delta T_A + m_B \cdot Ce_B \cdot \Delta T_B}{t}$$

$$P = \frac{200 \cdot (0,215) \cdot (1,5) + 800 \cdot (1) \cdot (1,5)}{60}$$

$$P = 21,075 \text{ watts}$$

RESPUESTA: La potencia en que se disipa la energía es $21,075 \text{ W}$.

51. Un calorímetro de aluminio con masa de 100 g contiene 250 g de agua. El calorímetro y el agua están en equilibrio térmico a 10 °C. Dos bloques metálicos se ponen en el agua. Uno es una pieza de cobre de 50 g a 80 °C. El otro bloque tiene una masa de 70 g y está originalmente a una temperatura de 100 °C. Todo el sistema se estabiliza a una temperatura final de 20 °C. Determine el calor específico de la muestra desconocida.

$$Ce(\text{aluminio}) = 0,215 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \quad Ce(\text{agua}) = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \quad Ce(\text{cobre}) = 0,0924 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Participan cuatro sustancias diferentes.

$$T_e = \frac{m_A \cdot (Ce_A) \cdot T_A + m_B \cdot (Ce_B) \cdot T_B + m_C \cdot (Ce_C) \cdot T_C + m_D \cdot (Ce_D) \cdot T_D}{m_A \cdot (Ce_A) + m_B \cdot (Ce_B) + m_C \cdot (Ce_C) + m_D \cdot (Ce_D)}$$

SEGUNDO PASO. Reemplazamos los datos.

$$20 = \frac{100 \cdot (0,215) \cdot 10 + 250 \cdot (1) \cdot 10 + 50 \cdot (0,09) \cdot 80 + 70 \cdot (Ce_D) \cdot 100}{100 \cdot (0,215) + 250 \cdot (1) + 50 \cdot (0,09) + 70 \cdot (Ce_D)}$$

Resolviendo la ecuación:

$$Ce(D) = 0,436 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESPUESTA: El calor específico del cuarto cuerpo es $0,436 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

52. Una moneda de cobre de 3 gramos a 25 °C se deja caer desde una altura de 50 m respecto del suelo. Suponiendo que 60 % del cambio en energía potencial del sistema formado por la moneda y nuestro planeta, sirve para aumentar la energía interna de la moneda, determine su temperatura final. $Ce(\text{cobre}) = 0,09 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \left(g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía potencial gravitacional de la moneda de masa 0,003 kg.

$$Ep = m \cdot g \cdot h \Rightarrow Ep = (0,003 \text{ kg}) \cdot (9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot (50 \text{ m})$$

$$Ep = 1,47 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ cal}}{4,186 \text{ J}} = 0,35 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía. El 60 % de la energía potencial gravitacional se transforma en energía calorífica. Reemplazamos los datos en el sistema antiguo.

$$Q = (60\%) 0,35 \text{ cal} = 0,21 \text{ cal}$$

$$Q = m \cdot Ce \cdot \Delta T \Rightarrow 0,21 \text{ cal} = (3 \text{ g}) \cdot \left(0,09 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot (\Delta T)$$

$$\text{Despejando: } \Delta T = 0,8^\circ\text{C} \Rightarrow T_f = 25,8^\circ\text{C}$$

Respuesta. Debido a la caída, el agua incrementa la temperatura hasta 10,117 grado Celsius.

OBSERVACIÓN. Solamente el 60 % de la energía potencial gravitacional se transforma en energía térmica.

53. Una combinación de 0,25 kg de agua a 20 °C, 0,4 kg de aluminio a 26 °C, y 0,1 kg de cobre a 100 °C se mezclan en un recipiente aislado al que se deja llegar al equilibrio térmico. Soslaye

cualquier transferencia de energía hacia o desde el recipiente y determine la temperatura final de la mezcla. $Ce(\text{agua}) = 4186 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$, $Ce(Al) = 900 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$, $Ce(Cu) = 387 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Participan tres sustancias diferentes.

$$T_e = \frac{m_A \cdot (Ce_A) \cdot T_A + m_B \cdot (Ce_B) \cdot T_B + m_C \cdot (Ce_C) \cdot T_C}{m_A \cdot (Ce_A) + m_B \cdot (Ce_B) + m_C \cdot (Ce_C)}$$

SEGUNDO PASO. Reemplazamos los datos en el sistema internacional.

$$T_e = \frac{0,25 \cdot (4186) \cdot 20 + 0,4 \cdot (900) \cdot 26 + 0,1 \cdot (387) \cdot 100}{0,25 \cdot (4186) + 0,4 \cdot (900) + 0,1 \cdot (387)}$$

Resolviendo la ecuación:

$$T_e = 23,6^\circ C$$

RESPUESTA: La temperatura de equilibrio del sistema es $23,6^\circ C$.

54. Un calentador de agua se opera con energía solar. Si el colector solar tiene un área de 6 m^2 y la intensidad entregada por la luz solar es de 550 W/m^2 , ¿cuánto tiempo se demora en aumentar la temperatura de 1 m^3 de agua de $20^\circ C$ a $60^\circ C$?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La potencia que recibe debido a la energía solar es:

$$P = \left(550 \frac{W}{m^2} \right) \cdot (6 m^2) = 3300 \text{ watts}$$

SEGUNDO PASO. La densidad del agua es 1 kilogramos por cada litro. Un litro contiene 1000 centímetros cúbicos. Un metro cubico contiene 1000 litros. Calculo de la cantidad de calor sensible.

$$Q = m_A \cdot Ce_A \cdot \Delta T_A = (10^6 \text{ g}) \cdot \left(1 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} \right) \cdot (60 - 20)^\circ C$$

$$Q = 40 \cdot 10^6 \text{ cal} \cdot \left(\frac{4,186 J}{1 \text{ cal}} \right) = 167,44 \cdot 10^6 J$$

TERCER PASO. Calculo del tiempo transcurrido.

$$P \cdot t = Q \Rightarrow (3300 W) \cdot t = 167,44 \cdot 10^6 J$$

$$t = 50739,39 \text{ s} = 14,1 \text{ horas}$$

Respuesta: el tiempo transcurrido es 14,1 horas

55. Un calentador de agua puede generar 8000 kcal/h , ¿cuánta agua en kg puede calentar por hora desde $20^\circ C$ hasta $60^\circ C$?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. En cada hora recibe una cantidad de calor:

$$Q = P \cdot t = \left(8000 \frac{kcal}{h} \right) \cdot (1 h) = 8000 \text{ kcal}$$

SEGUNDO PASO. Cantidad de calor sensible.

$$Q = m.Ce.\Delta T \Rightarrow m = \frac{Q}{Ce.\Delta T}$$

$$m = \frac{Q}{Ce.\Delta T} = \frac{8000000 \text{ cal}}{\left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (60 - 20)^\circ\text{C}}$$

$$m = 200000 \text{ g} = 200 \text{ kg}$$

Respuesta. Puede calentar 200 kg por hora.

56. Un cuerpo de masa “m” de cierta sustancia necesita recibir 100 cal por elevar su temperatura en 125 °C. ¿Cuántas calorías debe de recibir una masa “2m” de la misma sustancia para elevar su temperatura en 250 °C?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Un cuerpo de masa “m” de cierta sustancia necesita recibir 100 cal por elevar su temperatura en 125 °C.

$$Q = m.Ce.\Delta T \Rightarrow m = \frac{Q}{Ce.\Delta T}$$

$$m = \frac{100 \text{ cal}}{\left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (125^\circ\text{C})} = 0,8 \text{ g}$$

SEGUNDO PASO. ¿Cuántas calorías debe de recibir una masa “2m” de la misma sustancia para elevar su temperatura en 250 °C?

$$Q = (2m).Ce.\Delta T$$

$$Q = (1,6 \text{ g}) \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (250^\circ\text{C}) = 400 \text{ cal}$$

Respuesta. Debe recibir 400 calorías.

57. ¿Hasta qué altura (en m) sobre el nivel del mar se puede elevar una cantidad de masa de 2 kg de agua si se dispone de una energía equivalente a una energía calorífica de 1 kcal?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Disponemos energía equivalente a 1000 calorías.

$$Q = (1000 \text{ cal}) \cdot \left(\frac{4,186 \text{ J}}{1 \text{ cal}}\right) = 4186 \text{ J}$$

SEGUNDO PASO. ¿Hasta qué altura (en m) sobre el nivel del mar se puede elevar una cantidad de masa de 2 kg de agua?

$$Q = m.g.h \Leftrightarrow h = \frac{Q}{m.g}$$

$$h = \frac{4186 \text{ J}}{(2 \text{ kg}) \cdot (9,8 \text{ m.s}^{-2})} = 213,57 \text{ m}$$

Respuesta. puede alcanzar una altura máxima de 213,57 metros.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. ¿Qué cantidad de calor absorbe un cuerpo de 5 gramos de hierro (C_e : 0,114 cal/g) que está a 28° C y se la calienta hasta 100 °C?
Rta: 41,04 cal.
2. ¿Cuál es el calor específico de una sustancia cuya masa es de 10 g, si absorbe 250 cal para pasar de 20 °C a 150 °C?
Rta: 0,192 cal/g.°C.
3. ¿Cuál será la variación de temperatura experimentada por un cuerpo de 7 gramos de aluminio (C_e = 0,220 cal/g. °C), si ha absorbido 170 cal?
Rta: 110,3 °C.
4. Calcular la cantidad de calor ganada por un cuerpo de 18 gramos de plomo (C =0,03 cal/g.°C) al ser calentada desde 35 °C hasta 105 °C.
RESPUESTA: 37,8 calorías.
5. ¿Cuál es la masa de un cuerpo de cinc (C_e =0,093 cal/g.°C) que absorbió 130 calorías al pasar de 30 °C hasta 65 °C?
RESPUESTA: 39,94 gramos
6. Determinar la variación de temperatura experimentada por un bloque de 150 gramos de hierro (C_e = 0,11 cal/g.°C) que absorbió 2,80 kilocalorías.
RESPUESTA: 169,7 °C
7. Si se mezclan 200 g de agua a 20 °C con 300 g de agua a 75 °C, calcular la temperatura final de equilibrio de la mezcla,
A) 33 °C B) 43 °C C) 53 °C D) 63 °C E) 73 °C
8. Un cuerpo posee una capacidad calorífica de $4 \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$, calcular la cantidad de calor absorbido, cuando su temperatura aumenta en 25 °C.
a) 70 cal b) 80 c) 90 d) 100 e) 110
9. ¿Cuál es el calor específico de un cuerpo cuya masa es 400 g, si necesita 80 calorías para elevar su temperatura de 20 °C a 25 °C?
a) $0,02 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ b) 0,002 c) 0,03 d) 0,04 e) 0,5
10. Calcular la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 200 gramos de aluminio de 10 °C hasta 40 °C. $C_{e\text{Al}} = 0,02 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$
a) 100 cal b) 110 c) 120 d) 130 e) 140

11. A un recipiente de 200 gramos y de $C_e = 0,09 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$ se le da "Q" calorías variando su temperatura. Determine la cantidad de agua que recibiendo "2Q" calorías varía su temperatura igual que el recipiente.
a) 32 g b) 33 c) 34 d) 35 e) 36
12. Si el equivalente en agua de un calorímetro es 300 gramos, calcular la masa del calorímetro si su calor específico es $0,75 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$
a) 125 g b) 200 c) 225 d) 300 e) 400
13. Si se observa que para elevar en 10°C la temperatura de un cuerpo de 200 gramos se necesita 500 calorías, su calor específico será: (dar la respuesta en $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$)
a) 0,25 b) 2,5 c) 50 d) 0,5 e) 5
14. Un calorímetro que tiene un equivalente en agua de 110 g contiene 120 g de agua a 20°C . Se introduce un bloque de plata de 300 g a 90°C . ¿Cuál es la temperatura de equilibrio?
($C_{\text{Ag}} = 0,056 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$)
a) $25,6^\circ\text{C}$ b) $24,76$ c) 21 d) 28 e) ninguna
15. Tres cantidades de una misma sustancia iguales a "3M", "2M" y "5M" (en gramos) a las temperaturas de 48°C , 80°C y 50°C se mezclan. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio alcanzada?
a) 30°C b) 100 c) 62 d) 55,4 e) N.A.
16. Se mezcla 6 kg de agua a 20°C , 4 kg de agua a 30°C y 10 kg de agua a 40°C . La mezcla resultante tiene una temperatura final de "x" $^\circ\text{C}$. Entonces:
a) Los 4 kg elevan su temperatura en 2°C .
b) Los 4 kg bajan su temperatura en 2°C .
c) El valor de "x" es 30°C .
d) El valor de "x" es 40°C
e) El valor de "x" es 80°C
17. En un calorímetro de equivalente en agua igual a cero, se encuentran 300 g de agua a 20°C . Si se introduce un bloque de 150 g a 80°C cuyo calor específico es igual que el agua, determinar la temperatura final de equilibrio.
a) 30°C b) 40 c) 50 d) 60 e) N.A.
18. Las temperaturas iniciales de "m" kg de un líquido "A", "2m" kg de líquido "B" y "3m" kg de líquido "C" son respectivamente 30°C , 20°C y 10°C . Mezclando los líquidos "A" y "B" la temperatura final es 25°C , mezclando los líquidos "B" y "C" la temperatura final es $14,5^\circ\text{C}$. Calcular la temperatura de equilibrio cuando se mezclan "A" y "C".
a) $14,5^\circ\text{C}$ b) 15 c) 18 d) 19 e) N.A.

19. Si la cantidad de calor necesaria para aumentar en $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ la temperatura de 10 kg de un metal es 100 kcal , ¿qué porcentaje de calor se disipa al medio exterior?
($C_e = 0,085 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$)
a) 5% b) 10% c) 15% d) 20% e) 25%
20. *Un trozo de metal a $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ sumergido en mercurio a la temperatura de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ llega a una temperatura de equilibrio térmico de $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Con el mismo trozo de metal, sumergido en la misma cantidad de mercurio, pero a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$, la temperatura de equilibrio térmico es $50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Determinar la temperatura del metal en el segundo caso.
a) $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) 100 c) 110 d) 140 e) 130
21. *En un calorímetro de equivalente en agua igual a 100 g se encuentran 200 g de agua a $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si se introduce un cuerpo de 400 gramos a $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ la temperatura final es de $50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Determinar el calor específico.
a) $1 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$ b) $0,5$ c) $1,5$ d) $1,3$ e) N.A.
22. En un recipiente adiabático existen 20 g de agua a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, se deja un bloque de " m " g a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ y la temperatura de equilibrio es " T ". Si el bloque hubiese sido de masa " $2m$ " y del mismo material la temperatura de equilibrio hubiese sido mayor en $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Determinar " T ".
a) $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) 85 c) 90 d) 77 e) ninguna anterior
23. *Determinar la cantidad de calor que se le debe suministrar a $1,5\text{ kg}$ de plomo para calentarlo desde $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ hasta su temperatura de fusión ($327\text{ }^{\circ}\text{C}$). ($C_{\text{plomo}} = 0,031 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$)
a) $13\ 182,5\text{ cal}$ b) $14\ 182,5$ c) $12\ 182,5$ d) $10\ 182,5$ e) $15\ 182,5$
24. *En un calorímetro de equivalente en agua a 45 g , se encuentra 60 g de agua a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si se introduce un cuerpo de 250 g a $75\text{ }^{\circ}\text{C}$ la temperatura de equilibrio es de $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Determinar el calor específico del cuerpo.
a) $0,11 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$ b) $0,13$ c) $0,14$ d) $0,12$ e) $0,16$
25. *Dos esferas del mismo material, de radios " R " y " $2R$ " se encuentran a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $75\text{ }^{\circ}\text{C}$ respectivamente. La esfera de radio R es de 800 g y su calor específico es $0,2 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$. Determinar la cantidad de calor transferido entre ellas.
a) $3\ 200\text{ cal}$ b) $1\ 600$ c) $6\ 400$ d) $5\ 600$ e) $4\ 800$
26. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se vierten 300 g de agua a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y 700 g de agua a $90\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál será la temperatura final de equilibrio?
a) $68\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) 69 c) 79 d) 67 e) 66

27. Una sustancia consume 5 000 calorías para que su temperatura se eleve en 20 °C. Determine su capacidad calorífica.

a) $230 \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}$ b) 240 c) 220 d) 250 e) 260

28. Una bola de cierto material de 600 g se calienta en un horno y la dejamos caer en un recipiente de 300 g y calor específico $0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$, el cual contiene 500 g de agua a 20 °C. Si la temperatura final

de equilibrio es de 80 °C, determinar la temperatura inicial de la esfera. ($C_{\text{esfera}} = 0,25 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$)

a) 170 °C b) 340 c) 210 d) 85 e) 680

29. Se tiene un calorímetro de 800 g y calor específico $0,8 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$. Determine la masa de agua tal que, al suministrarle la misma cantidad de calor, el agua y el calorímetro experimentan la misma variación en su temperatura.

a) 210 g b) 320 c) 170 d) 180 e) 640

30. *Determina qué cantidad de agua a 10° C hay que añadir a 120 g de agua a 50 °C para que la temperatura final sea de 20 °C. Calor específico del agua, $Ce(\text{agua}) = 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Respuesta: 0,36 kg

31. Determina la capacidad calorífica de un cuerpo sabiendo que cuando desprende 5 kJ de calor, su temperatura disminuye 1,85 K.

RESPUESTA:

$$2702,9 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

32. Cuando un cuerpo desprende 5 kJ de calor, su temperatura disminuye 1,85 K. Sabiendo que el cuerpo tiene una masa de 3 kg, determina el calor específico de la sustancia que lo compone.

RESPUESTA: $900,9 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

33. Determina la cantidad de calor (en J) suministrado a una barra de 320 gramos de hierro que aumenta su temperatura de 45 °C a 84 °C. Calor específico del hierro,

$$Ce(\text{hierro}) = 449 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

La relación entre joules y calorías es, $1 \text{ cal} = 4,184 \text{ J}$

RESPUESTA: 5603,52 J

34. *En su luna de miel, James Joule viajó de Inglaterra a Suiza. Trató de verificar su idea de la convertibilidad entre energía mecánica y energía interna al medir el aumento en temperatura del agua que caía de una catarata. Si el agua de una catarata alpina tiene una temperatura de 10 °C y

luego cae 50 m (como las cataratas del Niágara) ¿qué temperatura máxima podría esperar joule que hubiera en el fondo de las cataratas?

Respuesta: 10,117 °C

35. La temperatura de una barra de plata sube 10 °C cuando absorbe 1,23 kJ de energía por calor. La masa de la barra es de 525 gramos. Determine el calor específico de la plata.

RESPUESTA: $0,234 \frac{kJ}{kg \cdot ^\circ C}$

36. Una muestra de 50 gramos de cobre está a 25 °C. Si le entregamos 200 J de energía calorífica, ¿cuál es la temperatura final del cobre?

Respuesta: 87 °C

37. El uso sistemático de energía solar puede dar un gran ahorro en el costo de calefacción de espacios en invierno para una casa típica de la región norte central de Estados Unidos. Si la casa tiene buen aislamiento, es posible modelarla como que pierde energía por calor de manera continua a razón de 6000 W en un día de abril, cuando la temperatura promedio exterior es de 4 °C, y cuando el sistema de calefacción convencional no se usa en absoluto. El colector pasivo de energía solar puede estar formado simplemente por ventanas muy grandes en una alcoba que mire hacia el sur. La luz solar que brille durante el día es absorbida por el piso, paredes interiores y otros objetos del cuarto, elevándose así su temperatura a 38 °C. Cuando baja el sol, las cortinas o persianas aislantes se cierran sobre las ventanas. Durante el periodo entre las 5:00 p.m. y las 7:00 a.m. la temperatura de la casa bajará, y se necesita una "masa térmica" suficientemente grande para evitar que baje demasiado. La masa térmica puede ser una gran cantidad de piedra (con calor específico de $850 \frac{kJ}{kg \cdot ^\circ C}$) en el piso y las paredes interiores expuestas a la luz solar.

¿Qué masa de piedra se necesita si la temperatura no debe descender por abajo de 18 °C durante la noche?

RESPUESTA: $1,78 \times 10^4 \text{ kg}$

38. *El láser Nova del Laboratorio Nacional Lawrence Livermore, en California, se usa en estudios para iniciar una fusión nuclear controlada. Puede entregar una potencia de $1,60 \times 10^{13} \text{ W}$ durante un intervalo de tiempo de 2,50 ns. Compare su energía de salida en uno de estos intervalos con la energía necesaria para hacer que se caliente una olla de té de 0,8 kg de agua de 20 °C a 100 °C.

$$Ce(\text{agua}) = 4186 \frac{J}{kg \cdot K}$$

RESPUESTA: $4,00 \times 10^4 \text{ J}$ y $2,68 \times 10^5 \text{ J}$

39. *Una herradura de hierro de 1,5 kg inicialmente a 600 °C se deja caer en una cubeta que contiene 20 kg de agua a 25 °C. ¿Cuál es la temperatura final? (Pase por alto la capacidad calorífica del recipiente, y suponga que es insignificante la cantidad de agua se hierve)

RESPUESTA: 29,6 °C

40. *Una taza de aluminio de 200 gramos contiene 800 gramos de agua en equilibrio térmico a 80 °C. La combinación de taza y agua se enfría uniformemente de modo que la temperatura desciende en 1,5 °C por minuto. ¿A qué ritmo se remueve energía por calor? Exprese su respuesta en watts.

RESPUESTA: ¿88,2 W?

41. *Un calorímetro de aluminio con masa de 100 g contiene 250 g de agua. El calorímetro y el agua están en equilibrio térmico a 10 °C. Dos bloques metálicos se ponen en el agua. Uno es una pieza de cobre de 50 g a 80 °C. El otro bloque tiene una masa de 70 g y está originalmente a una temperatura de 100 °C. Todo el sistema se estabiliza a una temperatura final de 20 °C. Determine el calor específico de la muestra desconocida.

RESPUESTA: $0,435 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

42. *Una moneda de cobre de 3 gramos a 25 °C se deja caer 50 m al suelo. Suponiendo que 60 % del cambio en energía potencial del sistema formado por la moneda y nuestro planeta, sirve para aumentar la energía interna de la moneda, determine su temperatura final. $\left(g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

RESPUESTA: 25,8 °C

43. *Una combinación de 0,25 kg de agua a 20 °C, 0,4 kg de aluminio a 26 °C, y 0,1 kg de cobre a 100 °C se mezclan en un recipiente aislado al que se deja llegar al equilibrio térmico. Soslaye cualquier transferencia de energía hacia o desde el recipiente y determine la temperatura final de la mezcla. $Ce(\text{agua}) = 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $Ce(\text{Al}) = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, $Ce(\text{Cu}) = 387 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$

RESPUESTA: 23,6 °C

44. *Un calentador de agua se opera con energía solar. Si el colector solar tiene un área de 6 m² y la intensidad entregada por la luz solar es de 550 W /m², ¿cuánto tiempo se demora en aumentar la temperatura de 1 m³ de agua de 20 °C a 60 °C?

Respuesta: 14,1 horas

45. *Un calentador de agua puede generar 8000 kcal/h, ¿cuánta agua en kg puede calentar por hora desde 20 °C hasta 50 °C?

A) 22,8 B) 218 C) 45,6 D) 91,2 E) ninguna

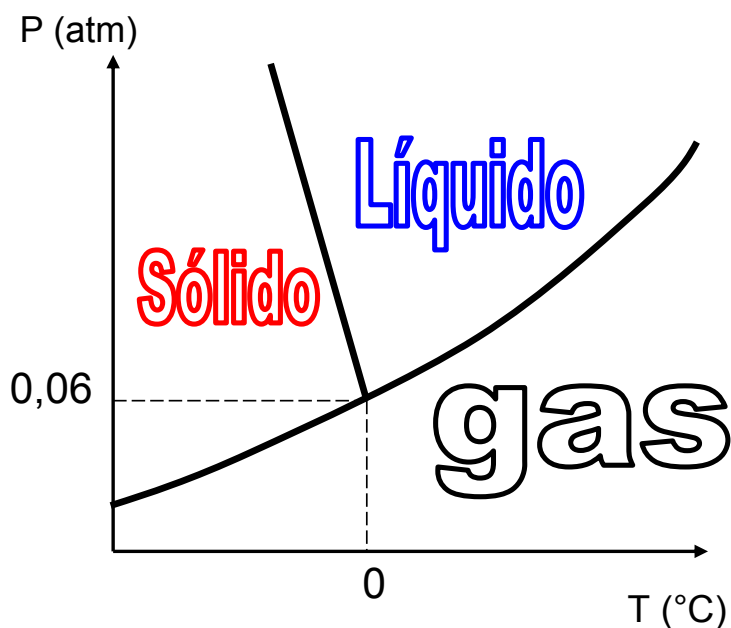
46. Si se disipara 1 kW de potencia mecánica para agitar el agua contenida en un recipiente, ¿qué cantidad de calor (en kcal) se le habrá proporcionado al cabo de 1 minuto?

A) 10,1 B) 12,2 C) 14,4 D) 18,6 E) 21,2

47. *Un cuerpo de masa “m” de cierta sustancia necesita recibir 100 cal por elevar su temperatura en 125 °C. ¿Cuántas calorías debe de recibir una masa “2m” de la misma sustancia para elevar su temperatura en 250 °C?
- A) 100 B) 200 C) 300 D) 400 E) 500
48. *¿Cuántos gramos de hielo a 0 °C deben introducirse en 1 litro de agua a 10 °C para que la temperatura baje hasta 0 °C?
- A) 250 B) 400 C) 650 D) 800 E) ninguna
49. Marcar, Verdadero (V) o falso (F).
- I. El calor es una forma de energía que solo se puede transferir de un cuerpo caliente a otro frío.
- II. El calor es la energía contenida en un cuerpo.
- III. La caloría se define como la cantidad de calor que necesita un cuerpo para elevar su temperatura en una unidad.
- A) VVV B) VVF C) FVV D) VFF E) FVF
50. Respecto al calor y al equivalente mecánico se propone:
- I. Calor es la energía transferida entre dos cuerpos como consecuencia de la diferencia de temperatura entre ellos.
- II. La cantidad de calor transferida entre 2 cuerpos depende solo de la diferencia de temperatura entre ellos.
- III. Se define la caloría como el calor necesario para que 1 kg de agua líquida pasa de 14.5 °C a 15,5 °C.
- Son correctas:
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I y II E) I y III
51. ¿Hasta qué altura (en m) sobre el nivel del mar se puede elevar una cantidad de masa de 2 kg de agua si se dispone de una energía equivalente a una energía calorífica de 1 kcal? ($g = 10 \text{ m/s}^2$;) (1 caloría = 4,186 J)
- A) 14,86 B) 24,68 C) 32,86 D) 41,86 E) ninguna

52. CONTINUARÁ.

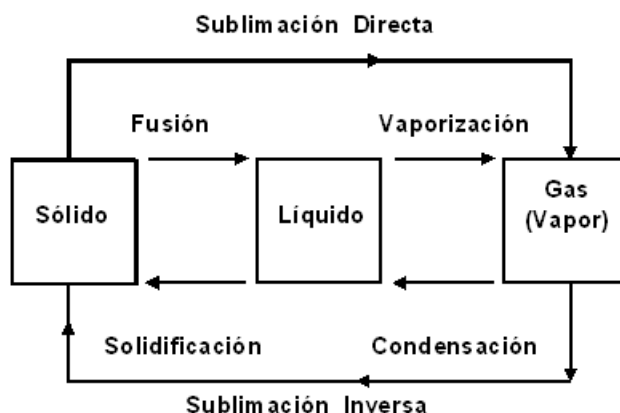
CAMBIO DE FASE



1. INTRODUCCIÓN

Existen principalmente tres fases: sólido, líquido y gaseoso. Sin embargo, el 98% de la masa del sistema solar se encuentra en la fase plasmática.

Todo cambio de fase se realiza a cierta presión y temperatura las cuales aparecen constantes mientras se produzca dicho cambio. Cuando la sustancia está en condiciones de cambiar de fase (temperatura de cambio de fase) dicho cambio se puede producir por ganancia o pérdida de calor de la sustancia. La fusión y vaporización (ebullición) se producen por ganancia de calor. La solidificación y condensación por pérdida de calor. El calor en el cambio de fase realiza un reordenamiento molecular de la sustancia.



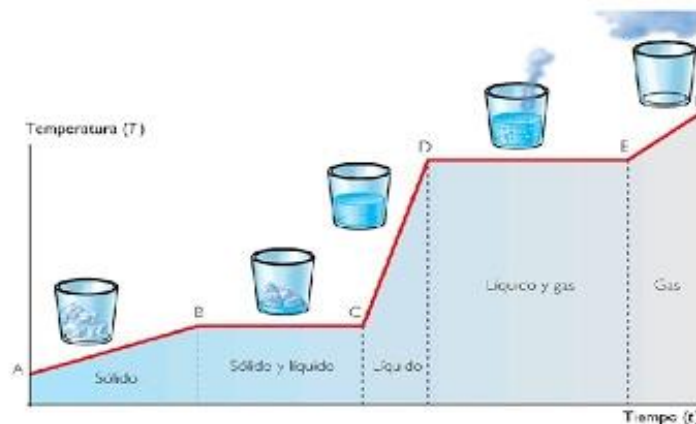
2. SUSTANCIA PURA

Es aquella sustancia que presenta una composición química homogénea y que es capaz de reaccionar (no experimenta disociación atómica), sin embargo, su estructura molecular puede experimentar cambios. Ejemplo: agua (H_2O), oxígeno (O_2), etc.

3. CAMBIOS DE FASE O DE ESTADO FÍSICO:

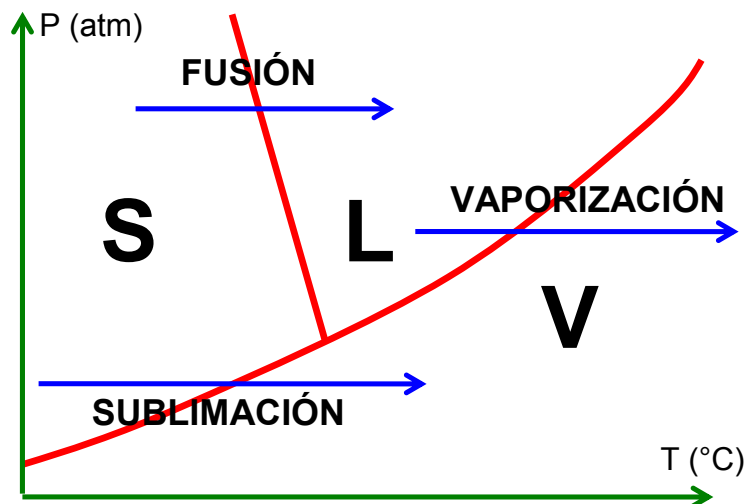
Todos los cambios de fase implican cambios en la energía interna. El calor que se requiere para transformar el sistema de una fase a otra se llama calor latente. Durante un cambio de fase no hay cambio en la temperatura, ni cambio de presión.

CALOR SENSIBLE Y LATENTE



4. **Vaporización:** Cuando el agua pasa de líquido a vapor, manteniendo la presión y temperatura constante. El agua se vaporiza violentamente a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ y puede evaporarse lentamente a cualquier temperatura menor que $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ y mayor que $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.
5. **Condensación:** Es cuando un gas se transforma en líquido, esto pasa cuando el gas se encuentra arriba del punto de ebullición, al quitarle calor, la temperatura del gas disminuirá y este se condensará, esto lo podemos apreciar al calentar agua, y tapamos el recipiente, cuando el agua hierva, levanta la tapa y veras que empieza a escurrir agua de donde se había concentrado el calor.

6. **Fusión:** Es cuando un cuerpo pasa de sólido a líquido, esto sucede cuando un cuerpo obtiene suficiente calor para que sus moléculas ya no se mantengan unidas y se convierta en líquido, esto lo podemos apreciar cuando sacas un hielo al aire libre y recibe calor se derrite.



7. **Solidificación:** Es cuando un líquido se convierte en sólido, cuando un líquido pierde calor sus moléculas adquieren mayor cohesión y hace que el líquido se congele, esto sucede cuando metes agua en el refrigerador, y vas un tiempo después, observas que el agua se convirtió en hielo.
8. **Sublimación:** El proceso por el que un sistema pasa de la fase sólida a la fase gas, sin pasar primero por la fase líquida, se llama sublimación directa, el proceso inverso se denomina sublimación inversa. Un ejemplo de sublimación es lo que ocurre con el hielo seco (CO_2), que no puede existir en fase líquida a presiones menores que $5 \times 10^5 \text{ Pa}$.
9. **FORMAS DE VAPORIZACIÓN:** Es el proceso en el cual la sustancia pasa de la fase líquida a la fase vapor. Una sustancia se puede vaporizar por evaporación o ebullición.
Evaporación: es aquel proceso lento y superficial que ocurre a cualquier temperatura, en el cual la sustancia cambia de líquido a vapor.
Ebullición: es aquel proceso violento y en toda la masa de la sustancia a una temperatura única denominada temperatura de ebullición.
10. **CALOR LATENTE (L)**
 Se define como la cantidad de calor que se le debe entregar a una sustancia por cada unidad de masa para cambiar de fase.

$$L = \frac{Q}{m}$$

$$\text{Unidades: } \frac{\text{cal}}{\text{g}}, \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Para el agua. A la presión de una atmósfera sus temperaturas de cambio de fase son:

$$L_{\text{fusion}} = L_{\text{solidificacion}} = 80 \frac{\text{calorias}}{\text{gramo}} \Leftrightarrow T = 0^{\circ}\text{C} \quad P = 100 \text{ kPa}$$

$$L_{\text{vaporizacion}} = L_{\text{condensacion}} = 540 \frac{\text{calorias}}{\text{gramo}} \Leftrightarrow T = 100^{\circ}\text{C} \quad P = 100 \text{ kPa}$$

11. CANTIDAD DE CALOR GANADO O PERDIDO EN EL CAMBIO DE FASE

Es la cantidad de calor que se le entrega a una sustancia el cual utiliza íntegramente para cambiar de fase.

$$Q = m.L$$

m: masa que cambia de fase y L: calor latente.

12. EQUIVALENTE MECÁNICO DEL CALOR

Durante el transcurso del tiempo varios científicos habían observado que el calor se podía utilizar como una especie de energía mecánica, **James Prescott Joule** realizó experimentos, en el observó que el agua al ser agitada varias veces sufre un aumento de temperatura, lo que puede hacer funcionar diferentes artefactos.

Concluyó que la energía mecánica y la energía que provoca la diferencia de temperaturas en el agua son equivalentes en cantidad. Generalmente, cuando 4,180 joules de energía se transfieren a calor, cada gramo de agua eleva su temperatura 1°C es decir se obtiene un a caloría, es decir que 4,180 joules equivalen a 1,00 caloría.

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

13. FASE TERMODINÁMICA

Es aquella situación de homogeneidad física, configuración molecular, que presenta una sustancia pura a determinadas condiciones de presión y temperatura. La sustancia puede incrementar su temperatura sin modificar la configuración de su estructura molecular. Una sustancia pura posee tres fases termodinámicas: sólido, líquido y gas (vapor).

14. CONDICIONES DE SATURACIÓN

Se denomina así a los valores de presión y temperatura que se mantienen constante durante el cambio de fase. Si en un cambio de fase la temperatura de saturación es constante entonces la presión también es constante. Es decir, para cada presión de saturación existe una temperatura de saturación. Por ejemplo, si la presión normal es 100 kPa, el agua no puede hervir a 90°C , ni a 110°C ; le corresponde la temperatura de ebullición de 100°C . Análogamente, si el agua hierve a 100°C , la presión no puede ser 90 kPa, ni 110 kPa, pues le corresponde la presión normal de 100 kPa

15. PUNTO TRIPE

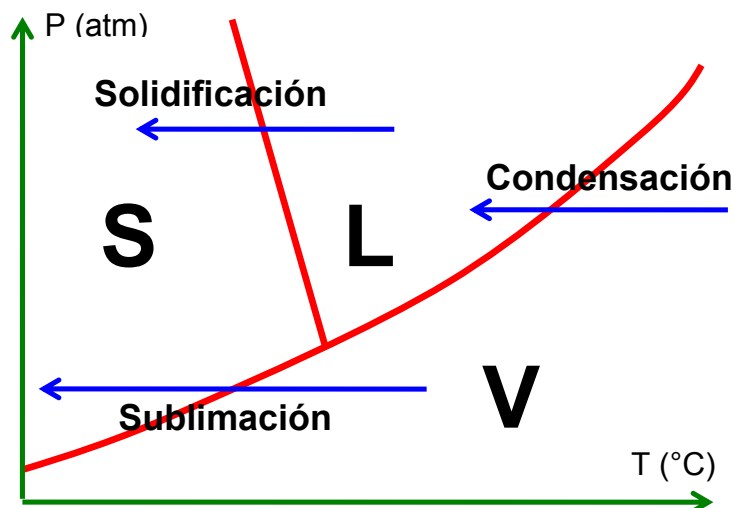
Es aquel valor de la temperatura y presión de saturación, para la cual la sustancia se encuentra en las tres fases (sólido y gas (vapor)), por consiguiente, las tres fases coexisten simultáneamente.

16. SUBLIMACIÓN

Es aquel proceso de cambio de fase, cuando la sustancia pasa de la Fase Sólida a la Fase Vapor, si pasar a la fase líquida. Esto ocurre en algunas sustancias llamadas volátiles. Para el agua, de hielo a vapor, ocurre a bajas presiones, debajo del punto triple.

17. DIAGRAMA DE FASES (SOLIDO, LIQUIDO, VAPOR Y PLASMA).

En un diagrama de fase se muestran las condiciones para la transición de una fase a otra.



S: fase sólida, L: fase líquida, V: fase vapor.

18. LECTURA.

Tanto en un sofocante día de verano como en una helada noche invernal, nuestro organismo necesita mantenerse a una temperatura casi constante. El organismo cuenta con mecanismos eficaces para controlar la temperatura, aunque a veces necesita ayuda. En un día caluroso, usamos menos ropa para mejorar la transferencia de calor del cuerpo al aire y el enfriamiento por evaporación del sudor. Tal vez tomemos bebidas frías, o con hielo, y nos sentemos cerca de un ventilador o en una habitación con aire acondicionado. En un día frío, usamos ropa más gruesa o nos quedamos en interiores donde hay más calor. Si salimos de casa, nos mantenemos activos y bebemos líquidos calientes. Los conceptos de este capítulo nos ayudarán a entender la física básica del calentamiento y el enfriamiento. Es común usar indistintamente los términos temperatura y calor en el habla cotidiana. En física, no obstante, los dos términos tienen significado muy distinto.

Una descripción microscópica incluiría detalles del movimiento de todos los átomos o las moléculas que conforman el sistema, lo cual podría ser muy complicado. Una descripción macroscópica se da en términos de cantidades como volumen, masa, presión y temperatura, que son detectables directamente por nuestros sentidos y por medio de instrumentos.

De acuerdo con el filósofo griego Demócrito, si una sustancia pura (por ejemplo, un trozo de hierro) se cortara en pedazos cada vez más pequeños, finalmente se obtendría la pieza más pequeña de esa sustancia que ya no se podría dividir más. Ese trozo más pequeño de todos se llamaba átomo, que en griego significa "indivisible".

Observamos el siguiente video: <https://www.youtube.com/watch?v=yXT012us9ng>

19. TEORÍA MOLECULAR DE LOS SÓLIDOS, LÍQUIDOS Y GASES

Toda la materia está compuesta de moléculas, las moléculas de átomos y estos contienen núcleos y electrones. Los núcleos, a su vez, contienen protones y neutrones. Hoy se cree que los electrones no tienen ninguna subestructura, pero los nucleones (es decir, protones y neutrones) se sabe que están hechos de quarks. No se sabe si los quarks mismos están hechos de partículas más pequeñas.

En física térmica están interesados principalmente en moléculas, átomos que están en

movimiento aleatorio continuo en una variedad de velocidades. Si una sustancia es un sólido, líquido, o gas, básicamente depende de lo cerca (o lejos) que sus moléculas están y qué tan fuerte son los lazos que las mantienen juntas.

SOLIDO. Las moléculas se mantienen en posiciones fijas respecto a las demás por vínculos fuertes y vibran alrededor de un punto fijo en la red.

LIQUIDO. Las moléculas están muy juntas, con fuertes lazos, pero no se mantienen tan rígidamente en su lugar y se pueden mover uno respecto al otro sus enlaces se rompen.

GASES. Las moléculas están ampliamente espaciadas, sin enlaces, se mueve en movimiento al azar, y las fuerzas intermoleculares son insignificantes, excepto durante las colisiones.

20. TRANSFERENCIA ENERGÍA Y TEMPERATURA

Es posible que se haya encontrado con una temperatura descrita como el "grado de picor" de un objeto. Este es un buen punto de partida ya que se relaciona con nuestros sentidos. Una olla de agua hirviendo se siente muy caliente al tacto y sabemos instintivamente que el agua y la olla están en un nivel más alto temperatura que el agua fría sacada de un refrigerador. La temperatura relativa de dos objetos determina la dirección en la que la energía pasa de un objeto a otro; la energía tenderá a pasar del objeto más caliente al objeto más frío hasta que ambos estén en la misma temperatura (o en equilibrio térmico). La energía fluyendo como resultado de la conducción, convección y radiación térmica es lo que a menudo llamado "calor".

La temperatura determina la dirección de la transferencia neta de energía térmica entre dos objetos.

Temperatura es la medida del promedio de la energía cinética aleatoria de todas las partículas de un sistema.

21. TEMPERATURA ABSOLUTA.

La escala de temperatura Celsius se basa en el punto de hielo y el punto de vapor del agua; por definición, todos los termómetros que utilizan la escala Celsius concuerdan a estas dos temperaturas. Entre estos puntos fijos, termómetros con diferentes propiedades termométricas no todos están de acuerdo, aunque las diferencias pueden ser pequeñas. La escala de temperatura absoluta es la escala de temperatura estándar en el SI con su unidad el kelvin (K) es uno de las siete unidades básicas del SI. La temperatura absoluta se define como cero kelvin en el cero absoluto (la temperatura a la que todo importa tiene energía cinética mínima) y 273,16 K en el punto triple de agua (la temperatura y presión únicas a las que el agua puede existir como agua líquida, hielo y vapor de agua). Diferencias en absoluto las temperaturas corresponden exactamente a las temperaturas en grados Celsius (siendo una diferencia de temperatura de 1 ° C idéntica a 1 K).

La escala de temperatura más común en uso en Estados Unidos, la Fahrenheit, establece la temperatura del punto de fusión del agua en 32 °F y la temperatura de ebullición del agua en 212 °F.

La temperatura es una cantidad escalar y se mide en unidades de grados Celsius (° C) o kelvin (K) y Fahrenheit (°F) usando un termómetro.

22. ENERGÍA INTERNA

Las sustancias contienen partículas (moléculas, átomos o iones) en constante movimiento, por lo cual poseen *energía cinética*. Las moléculas pueden moverse de distintas maneras, lo que da lugar a tres formas distintas de energía cinética molecular aleatoria:

Las moléculas pueden vibrar alrededor de posiciones fijas (como en el caso de un sólido) las moléculas tienen **energía cinética de vibración**.

Las moléculas pueden desplazarse de un lugar a otro (movimiento de traslación) las moléculas tienen **energía cinética de traslación**.

Las moléculas también pueden girar (rotar) las moléculas tienen **energía cinética de rotación**.

Las moléculas pueden poseer energía potencial/ además de energía cinética. En sólidos y en líquidos son las fuerzas eléctricas (entre las partículas cargadas) las que impiden que las moléculas se separen o se muevan muy cerca unas de otras. Si hay fuerzas eléctricas habrá energía potencial en el sistema, del mismo modo que la energía potencial gravitatoria se asocia a la fuerza gravitatoria.

En los gases, sin embargo, las fuerzas entre las moléculas suelen ser despreciables debido a la mayor separación entre moléculas. Por este motivo, las moléculas de un gas pueden desplazarse libremente y de forma aleatoria. Así, las moléculas de un gas poseen habitualmente una energía potencial eléctrica despreciable, de modo que la totalidad de la energía aparece en forma de energía cinética.

Por tanto, para expresar la energía total de las moléculas de una sustancia necesitamos tener en cuenta tanto la energía cinética como la potencial. Este valor total se denomina *energía interna* de la sustancia y se define de la manera siguiente:

La **energía interna** de una sustancia es la suma de la energía cinética aleatoria total más la energía potencial.

23. ENERGÍA TÉRMICA

“Los estudiantes deben entender que el término térmico se refiere a la transferencia de energía no mecánica. Entre un sistema y su entorno”. La energía térmica (calor) puede ser transferido de un cuerpo a otro por conducción, convección, radiación o por combinaciones de estos tres. La conducción térmica es el proceso por el cual una temperatura diferencia provoca la transferencia de energía térmica desde la región más caliente del cuerpo a la región más fría por partícula colisión sin que haya ningún movimiento neto de la sustancia misma. La convección térmica es el proceso en el que una temperatura La diferencia provoca el movimiento de masa de partículas de fluido desde áreas de alta energía térmica a áreas de baja energía térmica energía (la región más fría). La radiación térmica es energía producida por una fuente porque de su temperatura que viaja como ondas electromagnéticas. Eso no necesita la presencia de materia para su transferencia. La conducción puede ocurrir en sólidos, líquidos y gases. En gases se produce debido a la colisión entre rápido y lento Partículas en movimiento donde se transfiere energía cinética de la partícula rápida a la lenta.

La energía térmica (calor) es la energía que fluye desde una temperatura más alta a una más baja.

La unidad del calor es la caloría (cal) que es definida como la energía necesaria para elevar la temperatura de un gramo de agua de 14.5 a 15.5 °C. (La “Caloría”, con “C” mayúscula, utilizada para describir el contenido energético de los alimentos, es en realidad una kilocaloría). Pero se acordó que debido a que el calor (como el trabajo) es una medida de la transferencia de energía, su unidad SI debería ser el joule. La caloría ahora es definida exactamente como 4,186 J: (1 cal $\equiv$ 4,186 J)

24. LECTURA. La sopa térmica y los cucharones magicos.

Supongamos que estamos haciendo una sopa en la cocina y que podemos utilizar, para moverla, una cuchara totalmente de metal o una totalmente de madera. Hemos dejado la sopa hervir y se nos ha olvidado retirar la cuchara, que queda sobresaliendo por fuera y que podemos coger.

1.- Si tú fueras el cocinero ¿Qué cuchara preferirías coger, la de madera o la de metal? ¿Por qué?

2.- Si has optado por la cuchara de metal y te dispones a retirarla ¿Qué medidas de seguridad tomarías?

Lo mejor que puedes hacer es ponerte un buen guante de cocina, porque en caso contrario lo más probable es que te quemes la mano.

3.- Si has optado por la cuchara de madera y te dispones a retirarla ¿Qué sensación experimentas?

Curiosamente, aunque la cuchara de madera haya permanecido el mismo tiempo en contacto con la sopa no te ocurrirá lo mismo, pues la cuchara de madera no estará tan caliente como la cuchara de metal.

La diferencia está en que la madera requiere mucho más calor para aumentar su temperatura que el metal, expresándolo en calor específico, **el calor específico de la madera es mucho más alto que el calor específico del metal** (aunque hemos de matizar que habría que ser mucho más exacto en esto, pues distintos metales e incluso distintas maderas también tienen diferente calor específico). Si tuviéramos que expresarlo de un modo cotidiano y poco técnico podríamos decir algo así como que el metal retiene más el calor que la madera, de ahí que tenga menor calor específico, pues es más fácil subir su temperatura.

25. EQUILIBRIO TÉRMICO.

Al mezclar dos cantidades de líquidos a distinta temperatura se genera una transferencia de energía en forma de calor desde el más caliente al más frío. Dicho tránsito de energía se mantiene hasta que se igualan las temperaturas, cuando se dice que ha alcanzado el equilibrio térmico. La cantidad de calor Q que se transfiere desde el líquido caliente, o la que absorbe el frío, responde a la expresión

26. Capacidad calorífica (C).

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Siendo Q la energía calorífica, y ΔT la variación de temperatura.

27. Capacidad calorífica específica (C_e)

$$C_e = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

m : la masa del cuerpo.

C_e se conoce también como calor específico.

$$C_e(\text{agua}) = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

28. Calor sensible (Q_s)

$$Q_s = C_e \cdot m \cdot \Delta T \Leftrightarrow Q_s = m \cdot C_e \cdot \Delta T$$

29. Teorema fundamental de la Calorimetría

$$Q_{\text{ganado}} = Q_{\text{perdido}} \Rightarrow |Q_{\text{ganado}}| = |Q_{\text{perdido}}|$$

$$m_1 \cdot C_{e1} \cdot |\Delta T_1| = m_2 \cdot C_{e2} \cdot |\Delta T_2|$$

Donde los calores sensibles del segundo miembro de la igualdad se conseguirán de modo que las variaciones de temperatura se obtienen restando la temperatura menor de la mayor. De este modo se garantiza que el valor obtenido sea positivo, así como el calor del primer miembro.

30. CAMBIOS DE FASE

En todo cambio de fase la temperatura se mantiene constante. La materia experimenta un reordenamiento molecular sin cambiar la masa.

31. Calor latente (Q_L)

Energía calorífica que una sustancia debe ganar o perder para cambiar de fase sin alterar su temperatura.

32. Calor latente específico (L)

$$L = \frac{Q_L}{m} \Rightarrow Q_L = L \cdot m$$

siendo m la masa del cuerpo que experimenta el cambio de fase.

33. Calor latente específico de fusión del agua

$$L_f = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 3,35 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$Q_{L_f} = 80m$$

Siendo Q_L el calor latente de fusión, que concuerda en módulo con el calor latente de solidificación. Además, m es la masa expresada en *gramos* (g), y Q en *calorías*.

34. Calor latente específico de vaporización del agua.

$$L_v = 540 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$Q_{L_v} = 540m$$

35. TABLA.

1. Sustancia	T fusión °C	$L_f \cdot 10^3$ (J/kg)	T ebullición °C	$L_v \cdot 10^3$ (J/kg)
Hielo (agua)	0	334	100	2260
Alcohol etílico	-114	105	78.3	846
Acetona	-94.3	96	56.2	524
Benceno	5.5	127	80.2	396
Aluminio	658.7	322-394	2300	9220
Estaño	231.9	59	2270	3020
Hierro	1530	293	3050	6300
Cobre	1083	214	2360	5410
Mercurio	-38.9	11.73	356.7	285
Plomo	327.3	22.5	1750	880
Potasio	64	60.8	760	2080
Sodio	98	113	883	4220

Normalmente, una sustancia experimenta un cambio de temperatura cuando absorbe o cede calor al ambiente que le rodea. Sin embargo, cuando una sustancia cambia de fase absorbe o cede calor sin que se produzca un cambio de su temperatura. El calor Q que es necesario aportar para que una masa m de cierta sustancia cambie de fase es igual a

$$Q = m.L$$

donde L se denomina calor latente de la sustancia y depende del tipo de cambio de fase.

Por ejemplo, para que el agua cambie de sólido (hielo) a líquido, a 0 °C se necesitan $334 \cdot 10^3$ J/kg. Para que cambie de líquido a vapor a 100 °C se precisan $2260 \cdot 10^3$ J/kg.

En la siguiente tabla, se proporcionan los datos referentes a los cambios de estado de algunas sustancias.

Los cambios de estado se pueden explicar de forma cualitativa del siguiente modo:

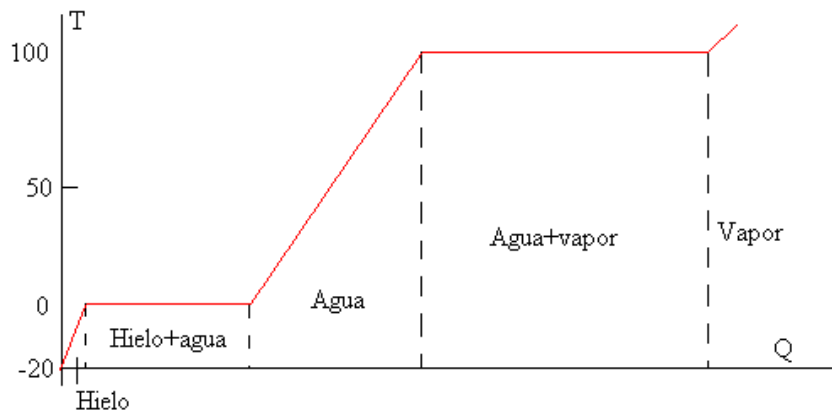
En un sólido los átomos y moléculas ocupan las posiciones fijas de los nudos de una red cristalina. Un sólido tiene en ausencia de fuerzas externas un volumen fijo y una forma determinada.

Los átomos y moléculas vibran, alrededor de sus posiciones de equilibrio estable, cada vez con mayor amplitud a medida que se incrementa la temperatura. Llega un momento en el que vencen a las fuerzas de atracción que mantienen a los átomos en sus posiciones fijas y el sólido se convierte en líquido. Los átomos y moléculas siguen unidos por las fuerzas de atracción, pero pueden moverse unos respecto de los otros, lo que hace que los líquidos se adapten al recipiente que los contiene, pero mantengan un volumen constante.

Cuando se incrementa aún más la temperatura, se vencen las fuerzas de atracción que mantienen unidos a los átomos y moléculas en el líquido. Las moléculas están alejadas unas de las otras, se pueden mover por todo el recipiente que las contiene y solamente interaccionan cuando están muy próximas entre sí, en el momento en el que chocan. Un gas adopta la forma del recipiente que lo contiene y tiende a ocupar todo el volumen disponible.

Un ejemplo clásico en el que se utilizan los conceptos de *calor específico* y calor latente es el siguiente: Determinar el calor que hay que suministrar para convertir 1 gramo de hielo a $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ en vapor a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Los datos son los siguientes:

1. Calor específico del hielo $C_e=2090\text{ J/(kg K)}$
2. Calor de fusión del hielo $L_f=334\cdot 10^3\text{ J/kg}$
3. Calor específico del agua $C_e=4180\text{ J/(kg K)}$
4. Calor de vaporización del agua $L_v=2260\cdot 10^3\text{ J/kg}$



36. CONTINUARÁ.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. En una tetera se coloca cierta cantidad de agua fría a 10 °C y se pone a calentar sobre una hornilla eléctrica. Al cabo de cinco minutos empieza a hervir, ¿a partir de ese instante qué tiempo tardará en adquirir una temperatura de 136 °C?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. ¿Cuánto energía necesita M gramos de agua para cambiar de temperatura desde 10 °C hasta 100 °C?

$$Q_1 = M_{\text{agua}} \cdot C_{e_{\text{agua}}} \cdot \Delta T_{\text{agua}}$$

$$Q_1 = M \cdot (1) \cdot (90) = 90M$$

SEGUNDO PASO. La cantidad de M gramos se vaporiza y luego el vapor de agua se calienta desde 100 °C hasta 136 °C.

$$Q_2 = M_{\text{agua}} \cdot L_{\text{VAPORIZACION}} + M_{\text{VAPOR}} \cdot C_{e_{\text{VAPOR}}} \cdot \Delta T_{\text{VAPOR}}$$

$$Q_2 = M \cdot (540) + M \cdot (0,5) \cdot (136 - 100) = 558M$$

TERCER PASO. Analizando la proporcionalidad de la energía respecto al tiempo transcurrido.

$$\frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \Rightarrow \frac{90M}{5 \text{ min}} = \frac{558M}{t_2}$$

Resolviendo: $t_2 = 31 \text{ min}$

Respuesta. Ocurre después de 31 minutos.

2. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. El calor es una forma de energía que solo se puede transferir de un cuerpo caliente a otro frío de forma espontánea.

II. El calor es la energía almacenada en un cuerpo.

III. La caloría se define como la cantidad de calor que necesita un cuerpo para elevar su temperatura en una unidad.

A) VFF

B) FVV

C) FVF

D) VFV

E) FFF

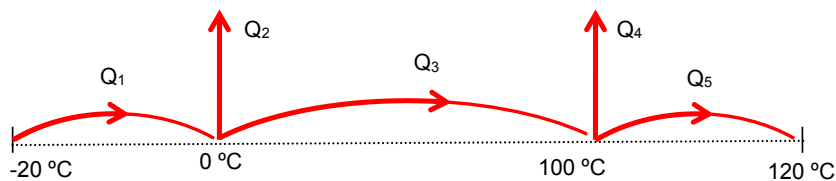
RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. Salvo en la segunda ley de la termodinámica. La máquina refrigerante, donde se utiliza un motor, es decir es forzada.

II. FALSO. Los cuerpos no almacenan calor. El calor es una energía en tránsito, de un cuerpo de alta temperatura a otro de menor temperatura, en forma espontánea.

III. FALSO. La caloría se define como la energía transferida a un gramo de agua líquida para elevar la temperatura de 14,5 °C a 15,5 °C.

3. Determine la cantidad de calor entregado a 10 gramos de hielo a -20 °C para obtener finalmente vapor de agua a 20 °C.

Resolución

$$Q_{\text{TOTAL}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5$$

$$\text{Cantidad de calor sensible: } Q_1 = M_1 \cdot C_{e(\text{hielo})} \cdot \Delta T = (10)(0,5)(20) = 100 \text{ cal}$$

Cantidad de calor latente: $Q_2 = M_2 \cdot L_{FUSION} = (10)(80) = 800 \text{ cal}$

Cantidad de calor sensible: $Q_3 = M_3 \cdot C_e(\text{agua}) \cdot \Delta T = (10)(1,0)(100) = 1\,000 \text{ cal}$

Cantidad de calor latente: $Q_4 = M_4 \cdot L_{VAPORIZACION} = (10)(540) = 5\,400 \text{ cal}$

Cantidad de calor sensible: $Q_5 = M_5 \cdot C_e(\text{vapor}) \cdot \Delta T = (10)(0,5)(20) = 100 \text{ cal}$

Cantidad de calor total: $Q_{TOTAL} = 7\,400 \text{ calorías}$

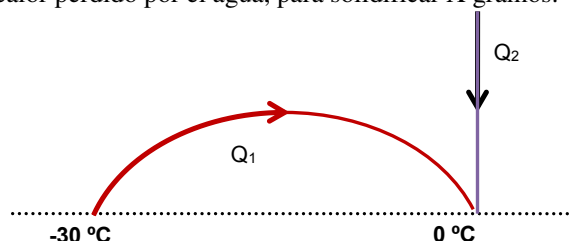
4. Un calorímetro contiene 50 gramos de agua líquida a 0°C . Se introduce en el recipiente 50 gramos de hielo a -30°C . Determinar la cantidad de agua que se solidifica cuando se alcanza la temperatura de equilibrio, sabiendo que el calorímetro no gana ni pierde calor.

Resolución

Analizando se deduce que la temperatura de equilibrio es 0°C , a esta temperatura el agua y el hielo coexisten simultáneamente. Sea X la cantidad de agua que se solidifica.

Q_1 : cantidad de calor ganado por el hielo.

Q_2 : cantidad de calor perdido por el agua, para solidificar X gramos.



Del principio de conservación de la energía:

$$Q_1 = Q_2$$

$$M \cdot C_e(\text{hielo}) \cdot \Delta T = m \cdot L_{SOLIDIFICACION}$$

$$(50 \text{ g}) \cdot \left(\frac{0,5 \text{ cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot (30^\circ\text{C}) = X \cdot \left(\frac{80 \text{ cal}}{\text{g}} \right)$$

Resolviendo: $X = 9,365 \text{ gramos}$

El estado termodinámico final es:

Temperatura de equilibrio = 0°C

Masa de hielo = 59,375 gramos

Masa de agua = 40,625 gramos

Respuesta: se solidifica 9,365 gramos de agua.

5. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. Si un cuerpo (1) tiene mayor temperatura que el cuerpo (2) entonces, la cantidad de calor que tiene (1) es mayor que (2).

II. Dos cuerpos en contacto térmico intercambian temperatura.

III. Si un cuerpo (1) tiene la misma temperatura que otro cuerpo (2), entonces la cantidad de calor que tiene (1) es igual que la del cuerpo (2).

A) VFF

B) FVV

C) FVF

D) VFV

E) FFF

RESOLUCIÓN

I. FALSO. Un cuerpo no tiene calor. El calor es una energía en tránsito, de frontera a frontera, del cuerpo caliente hacia el cuerpo frío, espontáneamente.

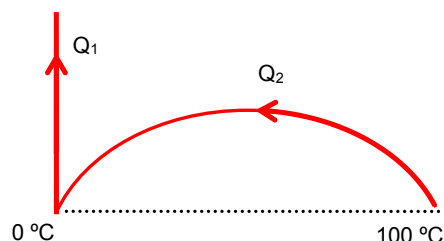
II. FALSO. Los cuerpos intercambian energía térmica.

III. FALSO. El calor es energía en tránsito. Los cuerpos no tienen calor.

6. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable, se tienen 250 g de hielo a 0 °C. Calcular la cantidad de mínima de masa (en gramos) de agua a 100 °C que debe ingresar al recipiente con la condición de derretir totalmente el hielo.

A) 100 B) 120 C) 140 D) 160 E) 200

Resolución



Analizando se deduce que la temperatura de equilibrio es 0 °C. Sea X la cantidad de agua que ingresa al recipiente.

Q_1 : cantidad de calor ganado por el hielo.

Q_2 : cantidad de calor perdido por X gramos de agua.

Del principio de conservación de la energía:

$$Q_1 = Q_2$$

$$m.L_{fusion} = M.Ce_{(agua)}.\Delta T$$

$$(250\text{ g}).\left(\frac{80\text{ cal}}{\text{g}}\right) = (M).\left(\frac{1,0\text{ cal}}{\text{g}.\text{°C}}\right).(100\text{°C})$$

Resolviendo: $X = 200$ gramos

El estado termodinámico final es:

Temperatura de equilibrio = 0 °C

Masa de hielo = 0 gramos

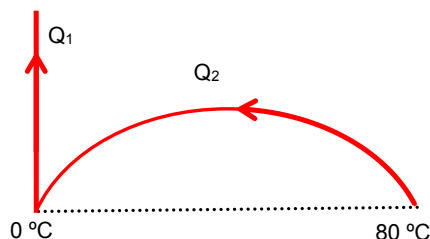
Masa de agua = 450 gramos

Respuesta: se debe verter en el recipiente 200 gramos de agua a 100 °C.

7. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable, contiene 10 gramos de hielo a 0 °C. ¿Qué cantidad de agua (en gramos) a 80 °C se debe verter en el recipiente para obtener finalmente agua a 0 °C?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 100

Resolución



Analizando se deduce que la temperatura de equilibrio es 0 °C. Sea X la cantidad de agua que ingresa al recipiente.

Q_1 : cantidad de calor ganado por el hielo.

Q_2 : cantidad de calor perdido por X gramos de agua.

Del principio de conservación de la energía:

$$Q_1 = Q_2$$

$$m.L_{fusion} = M.Ce_{(agua)}.\Delta T$$

$$(10\text{ g}).\left(\frac{80\text{ cal}}{\text{g}}\right) = (M).\left(\frac{1,0\text{ cal}}{\text{g}.\text{°C}}\right).(80\text{°C})$$

Resolviendo: X = 10 gramos

El estado termodinámico final es:

Temperatura de equilibrio = 0 °C

Masa de hielo = 0 gramos

Masa de agua = 20 gramos

Respuesta: se debe verter en el recipiente 10 gramos de agua a 80 °C.

8. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. Si dos cuerpos tienen igual temperatura, estos necesariamente están en contacto térmico.

II. La temperatura termodinámica es una cantidad física fundamental, entre dos cuerpos en contacto térmico, tienden a igualarse.

III. Si un cuerpo A está en equilibrio térmico con otro B y también se sabe que A está en equilibrio térmico con otro C, es imposible algún intercambio de energía térmica entre B y C.

A) VFF

B) FVV

C) FVF

D) VFV

E) FFF

RESOLUCIÓN

I. FALSO. No necesariamente.

II. VERDADERO. Efectivamente. La temperatura es una magnitud física fundamental.

III. VERDADERO. Si dos o más cuerpos se encuentran a la misma temperatura entonces no hay transferencia de calor.

9. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable, contiene 60 gramos de hielo a 0 °C. Si se inyecta 15 gramos de vapor de agua a 100 °C, determine la temperatura final de equilibrio (en °C)

A) 10

B) 20

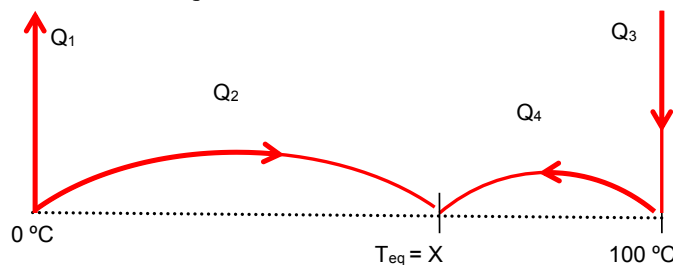
C) 30

D) 60

E) 32

Resolución

Sea X la temperatura final de equilibrio.



Q₁: cantidad de calor ganado por el hielo para cambiar de fase

Q₃: cantidad de calor perdido por el vapor de agua para condensarse.

Del principio de conservación de la energía:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$$

$$m.L_{fusion} + m.Ce_{(agua)}.\Delta T_2 = M.L_{condensacion} + M.Ce_{(agua)}.\Delta T_4$$

$$(60).(80) + (60).(1,0).(X - 0) = (15).(540) + (15).(1,0).(100 - X)$$

Resolviendo: $X = 32\text{ }^{\circ}\text{C}$

El estado final es:

Masa de hielo = 0 gramos

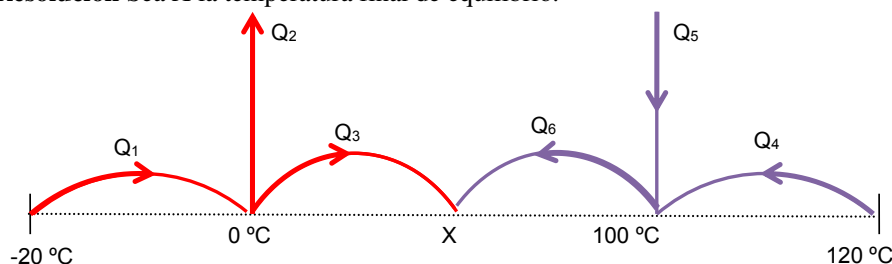
Masa de agua = 75 gramos

Respuesta: la temperatura final de equilibrio es $32\text{ }^{\circ}\text{C}$.

10. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable, contiene 60 gramos de hielo a $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si se inyecta 15 gramos de vapor de agua a $120\text{ }^{\circ}\text{C}$, determine la temperatura final de equilibrio (en $^{\circ}\text{C}$)

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

Resolución Sea X la temperatura final de equilibrio.



Q_2 : cantidad de calor ganado por el hielo para cambiar de fase

Q_5 : cantidad de calor perdido por el vapor de agua para licuarse.

Del principio de conservación de la energía:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4 + Q_5 + Q_6$$

$$m.Ce_{(hielo)}.\Delta T_1 + m.L_{fusión} + m.Ce_{(agua)}.\Delta T_3 = M.Ce_{(vapor)}.\Delta T_4 + M.L_{condensación} + M.Ce_{(agua)}.\Delta T_6$$

$$(60).(0,5).(20) + (60).(80) + (60).(1,0).(X - 0) = (15).(0,5).(20) + (15).(540) + (15).(1,0).(100 - X)$$

Resolviendo: $X = 58\text{ }^{\circ}\text{C}$

El estado final es:

Masa de agua = 75 gramos

Respuesta: la temperatura final de equilibrio es $58\text{ }^{\circ}\text{C}$.

11. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. El calor es energía que se almacena un cuerpo.

II. El equivalente mecánico de una caloría, nos indica que 4,186 J de trabajo equivale a una caloría.

III. El calor es energía transitoria que se propaga de un cuerpo a otro de frontera a frontera.

A) VFF

B) FVV

C) FVF

D) VFV

E) FFF

RESOLUCIÓN

I. FALSO. Los cuerpos no almacenan calor. El calor es una energía en tránsito de frontera a frontera entre dos o más cuerpos debido a la diferencia de temperaturas.

II. VERDADERA. Efectivamente. Tiene demostración experimental.

III. VERDADERA. Efectivamente. El calor es una energía en tránsito.

12. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable, contiene 59 gramos de hielo a $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Qué cantidad de vapor de agua a $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ se debe inyectar, para que la temperatura final de equilibrio (en $^{\circ}\text{C}$) sea $60\text{ }^{\circ}\text{C}$?

A) 10

B) 20

C) 30

D) 40

E) 50

RESOLUCIÓN

Sea M la cantidad de vapor de agua a 120 °C.

Q_2 : cantidad de calor ganado por el hielo para cambiar de fase

Q_5 : cantidad de calor perdido por el vapor de agua para licuarse.

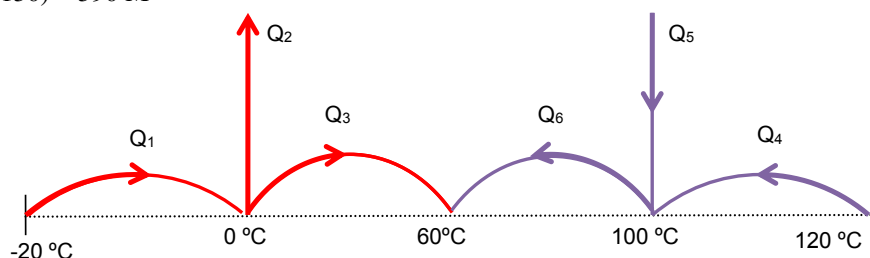
Del principio de conservación de la energía:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4 + Q_5 + Q_6$$

$$m.Ce_{(hielo)}.\Delta T_1 + m.L_{fusion} + m.Ce_{(agua)}.\Delta T_3 = M.Ce_{(vapor)}.\Delta T_4 + M.L_{condensacion} + M.Ce_{(agua)}.\Delta T_6$$

$$(59).(0,5).(20) + (59).(80) + (59).(1,0).(60) = (M).(0,5).(20) + (M).(540) + (M).(1,0).(40)$$

$$(59)(150) = 590 M$$



Resolviendo: $M = 15$ gramos

Respuesta: se debe inyectar 15 gramos de vapor de agua.

13. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. La temperatura es directamente proporcional a la cantidad de calor que contiene el cuerpo.

II. El suministro o extracción del calor de un sistema trae como consecuencia la variación de la temperatura del sistema.

III. Dos cuerpos en equilibrio térmico contienen la misma cantidad de calor.

A) VVV

B) FVV

C) FVF

D) VFV

E) FFF

RESOLUCIÓN

I. FALSO. La temperatura depende del grado de agitación molecular. La temperatura tiene relación con la rapidez de las moléculas. A mayor temperatura le corresponde mayor energía cinética de las moléculas.

II. FALSO. No necesariamente. Porque el sistema puede cambiar de estado a temperatura constante. Esto ocurre el proceso de congelación y ebullición del agua.

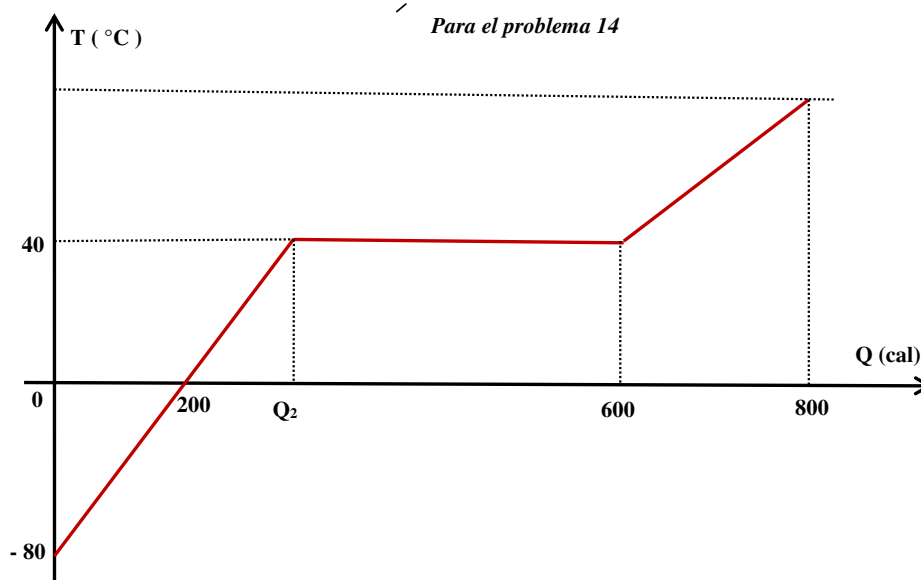
III. FALSO. En el equilibrio térmico los cuerpos tienen igual temperatura. Los cuerpos no almacenan calor. El calor es una energía en tránsito de frontera a frontera entre dos o más cuerpos.

14. Una sustancia de masa 10 gramos en su fase líquida se encuentra a -80 °C como se muestra. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. El calor específico en la fase líquida es 0,25 cal/g.°C

II. La cantidad de calor latente de vaporización es 30 cal/g.

III. La temperatura final cuando se le suministra 200 calorías en la fase gaseosa es 150 °C, si el calor específico en la fase gaseosa es 0,133 cal/g.°C



A) VFF

B) FVV

C) FVF

D) VFV

E) VVF

RESOLUCIÓN

I. VERDADERA. Cambio de temperatura. $\Delta T = 0 - (-80) = 80^{\circ}\text{C}$, la cantidad de calor,

$$Q = 200 \text{ cal} . \text{ Calor específico: } Ce = 0,25 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

II. VERDADERA. Durante la vaporización. $Q = 600 - 300 = 300$ cal, masa $m = 10$ gramos. $L = 30$ cal/g

III. FALSO. En la fase gaseosa. La temperatura final es $T = 190^{\circ}\text{C}$.

15. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. Calor es la anergia que se transfiere espontáneamente de un cuerpo a otro debido a la diferencia de temperaturas entre ambos.

II. La caloría a igual que el joule son unidades de energía.

III. Para cuantifica el calor, debemos especificar la masa, el tipo de sustancia y el cambio de temperatura.

A) VFF

B) FVV

C) FVF

D) VFV

E) VVV

RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. El calor se propaga del cuerpo caliente hacia el cuerpo frío, espontáneamente.

II. VERDADERO. Unidades de energía son la caloría y el joule.

III. VERDADERO. La cantidad de calor se define, como el producto de la masa, por el calor específico, por el cambio de temperatura.

16. La densidad del agua es de 1000 kg m^{-3} . ($Ce = 4200 \text{ J kg}^{-1} ^{\circ}\text{C}^{-1}$)

(a) ¿Cuál es la masa de 1 litro de agua?

(b) ¿Cuánta energía se necesitará para elevar la temperatura de 1 litro de agua de 20°C a 100°C ?

(c) Un calentador de agua tiene una potencia nominal de 1 kW. ¿Cuántos segundos tardará este calentador en hervir 1 litro de agua?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. En cada litro de agua existe un kilogramo de agua. La relación es de uno a uno.

SEGUNDO PASO. Cálculo de la cantidad de calor sensible.

$$Q_1 = m \cdot C_e \cdot \Delta T = (1 \text{ kg}) \cdot \left(\frac{4000 \text{ J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}} \right) \cdot (80^\circ \text{C}) = 320000 \text{ J}$$

TERCER PASO. Cálculo de la cantidad de calor para hervir el agua a 100°C .

$$Q_2 = m \cdot L_v = (1 \text{ kg}) \cdot \left(2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right) = 2,26 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Cálculo del tiempo transcurrido.

$$\Delta t = \frac{Q}{P} = \frac{2,26 \cdot 10^6 \text{ J}}{1000 \text{ W}} = 2260 \text{ s}$$

17. Cada arista de un cubo tiene una longitud de 0,75 m. La temperatura inicial del cubo es de -20°C .

Calor latente específico de fusión del hielo $= 330 \text{ kJ kg}^{-1}$

Calor específico del hielo $= 2,1 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Densidad del hielo $= 920 \text{ kg m}^{-3}$.

Determine la energía requerida para fundir todo el hielo desde -20°C hasta obtener agua a una temperatura de 0°C .

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo del volumen del hielo:

$$V = L^3 = (0,75 \text{ m})^3 = 0,421875 \text{ m}^3$$

Cálculo de la masa de hielo:

$$m_{\text{HIELO}} = D_{\text{HIELO}} \cdot V = \left(920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) (0,421875 \text{ m}^3)$$

$$m_{\text{HIELO}} = 388,125 \text{ kg}$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de calor sensible, para llevar al bloque de hielo desde -20°C hasta 0°C .

$$Q_1 = m_{\text{HIELO}} \cdot C_{e_{\text{HIELO}}} \cdot \Delta T$$

$$Q_1 = (388,125 \text{ kg}) \cdot \left(2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}} \right) \cdot (0 - (-20)^\circ \text{C})$$

$$Q_1 = 16301250 \text{ J}$$

TERCER PASO. Cantidad de calor para cambio de fase a 0°C .

$$Q_2 = m_{\text{HIELO}} \cdot L_{\text{FUSION}} = (388,125 \text{ kg}) \cdot \left(330000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$$

$$Q_2 = 128081250 \text{ J}$$

La cantidad de calor total es:

$$Q_{\text{TOTAL}} = 16301250 \text{ J} + 128081250 \text{ J} = 144382500 \text{ J}$$

$$Q_{\text{TOTAL}} = 144382500 \text{ J}$$

18. Un bloque de madera de 2 kg se desliza por una pendiente de 45° de longitud 2 m. Si el coeficiente de fricción entre la pendiente y el bloque es 0,4, ¿cuánta energía térmica se transferirá al plano inclinado? ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

RESOLUCION

PRIMER PASO. Debido a la fuerza de rozamiento, la energía mecánica se transforma en energía térmica (sonido y deformación de los cuerpos).

SEGUNDO PASO. La cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W^{FRICCION} = -f \cdot d = -\mu \cdot F_N \cdot d$$

$$W^{FRICCION} = -\mu \cdot (m \cdot g \cos 45^\circ) \cdot d$$

$$W^{FRICCION} = -(0,4) \cdot \left(2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \cdot 2 = -11,31371 J$$

Respuesta. La energía térmica que se libera es 11,3 joules.

19. Se tiene 5 gramos de hielo a -10°C . Calcular la cantidad de calor total suministrado para que se convierta en vapor de agua a 100°C .

Resolución:

PRIMER PASO. El hielo se calienta desde -10°C hasta 0°C . El hielo se derrite a 0°C . El agua se calienta desde 0°C hasta 100°C . El agua cambia de fase, se vaporiza a 100°C .

SEGUNDO PASO. Diagrama.

$$Q_1 = m_{\text{HIELO}} \cdot C_{e_{\text{HIELO}}} \cdot \Delta T$$

$$Q_1 = (5 \text{ g}) \cdot \left(0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) (10^\circ\text{C}) = 25 \text{ cal}$$

$$Q_2 = m_{\text{HIELO}} \cdot L_{\text{fusion}} = (5 \text{ g}) \cdot \left(80 \frac{\text{cal}}{\text{g}} \right) = 400 \text{ cal}$$

$$Q_3 = m_{\text{AGUA}} \cdot C_{e_{\text{AGUA}}} \cdot \Delta T$$

$$Q_3 = (5 \text{ g}) \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) (100^\circ\text{C}) = 500 \text{ cal}$$

$$Q_4 = m_{\text{AGUA}} \cdot L_{\text{vaporizacion}} = (5 \text{ g}) \cdot \left(540 \frac{\text{cal}}{\text{g}} \right) = 2700 \text{ cal}$$

$$Q_{\text{TOTAL}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 3625 \text{ calorías}$$

Respuesta. La cantidad de calor entregado es 3,625 kilocalorías.

20. En un lago cuya temperatura es de 0°C se ubica un cubo de hielo de 160 gramos a -10°C , ¿Qué cantidad de agua del lago se solidifica?

Resolución:

El hielo a -10°C subirá su temperatura hasta 0°C , logrando el equilibrio térmico. El aumento de temperatura del hielo se debe a la energía proporcionada por el cuerpo a mayor temperatura, el agua del lago.

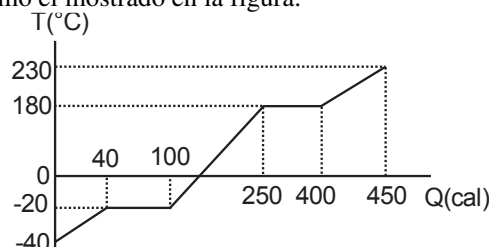
$$Q_{\text{GANADO}} = Q_{\text{PERDIDO}} \Rightarrow Q_{\text{HIELO}} = Q_{\text{AGUA}}$$

$$m_{\text{HIELO}} \cdot Ce_{\text{HIELO}} \cdot \Delta T = M_{\text{AGUA}} \cdot L_{\text{SOLIFICACION}}$$

$$(160 \text{ g}) \cdot \left(0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot (10^\circ\text{C}) = M_{\text{AGUA}} \cdot \left(80 \frac{\text{cal}}{\text{g}} \right)$$

Respuesta. La cantidad de masa de agua que se solidifica es 10 gramos.

21. Una muestra de mineral de 10 g de masa recibe calor de modo que su temperatura tiene un comportamiento como el mostrado en la figura.



Determinar:

Las temperaturas de cambio de fase.

Resolución:

Las temperaturas de cambio de fase son aquellas en las que se hallan segmentos horizontales, por lo tanto, son: -20°C y 180°C .

22. ¿Cuántos gramos de vapor a 100°C se necesitan condensar para que se logren calentar 54 g de agua desde 0°C hasta 100°C con el calor desprendido?

RESOLUCIÓN:

PRIMER PASO. Cantidad de calor para calentar 100 g de agua de 0°C hasta 100°C :

$$Q = m_{\text{AGUA}} \cdot Ce_{\text{AGUA}} \cdot \Delta T$$

$$Q = (54 \text{ g}) \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot (100^\circ\text{C}) = 5400 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. la cantidad de vapor a 100°C se debe condensar para obtener 5400 calorías.

$$Q = m_{\text{AGUA}} \cdot L_{\text{CONDENSACION}}$$

$$5400 \text{ cal} = m_{\text{VAPOR}} \cdot \left(540 \frac{\text{cal}}{\text{g}} \right) \Rightarrow m_{\text{VAPOR}} = 10 \text{ g}$$

Respuesta. Se debe condensar 10 gramos de vapor de agua.

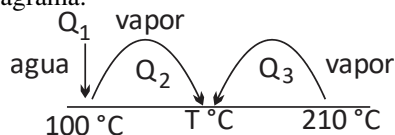
23. Se introducen 272,4 g de vapor de agua a 210°C en un calorímetro con 24 g de agua a 100°C . Se pide determinar el estado final del sistema. Despreciar la capacidad calorífica del calorímetro

y la ganancia o pérdida de calor con el exterior. $Ce(\text{vapor}) = 0,48 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

Resolución:

PRIMER PASO. Supongamos que el agua a 100°C gana calor para hervir totalmente, en su fase de vapor de 100°C hasta la temperatura de equilibrio (T), siendo el vapor original el que cede todo el calor necesario, podemos construir el siguiente gráfico.

SEGUNDO PASO. Diagrama.



TERCER PASO. El agua se vaporiza desde los 100 °C. El vapor de agua se enfria desde 210 °C. Entonces la temperatura de equilibrio es mayor de 100 °C y menor de 210 °C.

$$Q_{GANADO} = Q_{PERDIDO} \Rightarrow Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$m.L_{VAP} + m.Ce_{VAPOR} \cdot \Delta T_2 = M.Ce_{VAPOR} \cdot \Delta T_3$$

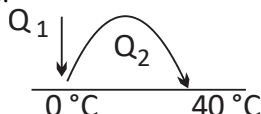
$$(24) \cdot (540) + (24) \cdot (0,48) \cdot (T - 100) = (272,4) \cdot (0,48) \cdot (210 - T)$$

Resolviendo: $T = 110^\circ C$

24. Se tiene 2 gramos de hielo a 0 °C. ¿Qué cantidad de calor se le debe de suministrar para que llegue a la temperatura de 40 °C

Resolución:

PRIMER PASO. Diagrama. El hielo cambia de fase a 0 °C, luego cambia de temperatura en la fase liquido desde 0 °C hasta 40 °C.



SEGUNDO PASO. Q_1 sirve para lograr el cambio de fase y Q_2 para elevar la temperatura:

$$Q_{TOTAL} = Q_1 + Q_2 = m_{HIELO} \cdot L_f + m_{AGUA} \cdot Ce_{AGUA} \cdot \Delta T$$

$$Q_{TOTAL} = (2g) \cdot \left(80 \frac{cal}{g}\right) + (2g) \cdot \left(1 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}\right) \cdot (40^\circ C)$$

$$Q_{TOTAL} = 240 \text{ calorías}$$

25. Una masa M de agua está a una temperatura de 290 K. El calor específico del agua es Ce. Al agua se le añade hielo, a su temperatura de fusión, para reducir la temperatura del agua hasta el punto de congelación. El calor latente específico de fusión del hielo es L. ¿Cuál será la masa mínima de hielo requerida?

Resolución

PRIMER PASO. La temperatura inicial del agua en la escala Celsius es:

$$C = K - 273 \Rightarrow C = 290 - 273 = 17^\circ C$$

SEGUNDO PASO. El agua cambia de temperatura desde 17 °C hasta 0 °C.

$$Q_1 = M.Ce \cdot \Delta T = M.Ce \cdot (17) = 17M.Ce \dots (1)$$

TERCER PASO. Sea X la cantidad de masa mínima del hielo.

$$Q_2 = X.L \dots (2)$$

CUARTO PASO. Principio de conservación de la energía.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow 17M.Ce = X.L$$

$$\text{Respuesta: } X = \frac{17M.Ce}{L}$$

26. Un contenedor aislado contiene agua a 5 °C y hielo a 0 °C. Este sistema está aislado térmicamente de su entorno. ¿Qué ocurrirá a la energía interna total del sistema?

A. Permanece igual.

B. Disminuye.

C. Aumenta hasta que se derrita el hielo y a partir de entonces permanece igual.

D. Aumenta.

Respuesta: es la A

27. Un calentador eléctrico de 700 W se utiliza para calentar 1,0 kg de agua sin que haya pérdidas de energía. El calor específico del agua es de $4,2 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. ¿Cuánto tiempo tardará en calentar el agua desde 25°C hasta 95°C ?

Resolución:

PRIMER PASO. La potencia se define como la relación de la cantidad calor Q en cada intervalo de tiempo t .

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow t = \frac{Q}{P} = \frac{m \cdot C_e \cdot \Delta T}{P}$$

SEGUNDO PASO. Reemplazando los datos:

$$t = \frac{(1 \text{ kg}) \cdot \left(4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}} \right) \cdot (95 - 25)^\circ \text{C}}{700} = 420 \text{ s}$$

Respuesta. El tiempo transcurrido es 7 minutos.

28. Un calentador de 1,0 kW suministra energía a un líquido de masa 0,50 kg. La temperatura del líquido varía 80°K en un tiempo de 200 s. El calor específico del líquido es de $4,0 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. ¿Cuál es la potencia media perdida por el líquido?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La potencia se define como la relación de la cantidad calor Q en cada intervalo de tiempo Δt .

$$P_{\text{UTIL}} = \frac{Q}{t} = \frac{m \cdot C_e \cdot \Delta T}{t}$$

$$P_{\text{UTIL}} = \frac{(0,5 \text{ kg}) \cdot \left(4000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}} \right) \cdot (80^\circ \text{C})}{200 \text{ s}} = 800 \text{ W}$$

SEGUNDO PASO. La potencia entregada, es igual a la potencia útil más la potencia perdida.

$$P_{\text{PIERDE}} = P_E - P_{\text{UTIL}} = 1000 \text{ W} - 800 \text{ W} = 200 \text{ W}$$

Respuesta. La potencia que se pierde es 200 watts.

29. Una masa m de hielo a una temperatura de -5°C se transforma en agua a una temperatura de 50°C .

Calor específico del hielo $= C_i$

Calor específico del agua $= C_w$

Calor latente específico de fusión del hielo $= L$

¿Qué expresión proporciona la energía necesaria para que tenga lugar esa transformación?

- A. $55 m C_w + m L$
- B. $55 m C_i + 5 m L$
- C. $5 m C_i + 50 m C_w + m L$
- D. $5 m C_i + 50 m C_w + 5 m L$

Solución: $Q = Q_{\text{Hielo}} + Q_{\text{agua}} + Q_L$

30. ¿Cuántos gramos de hielo a 0°C deben introducirse en 1 litro de agua a 10°C para que la temperatura baje hasta 0°C ?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Un litro de agua (1000 gramos) a 10°C para que la temperatura baje hasta 0°C .

$$Q = m.Ce.\Delta T = (1000\text{ g}) \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (10^\circ\text{C}) = 10000\text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. La energía que pierde el agua lo gana el hielo hasta derretirlo a 0°C .

$$Q = M.L_F \Rightarrow M = \frac{Q}{L_F}$$

$$M = \frac{10000\text{ cal}}{80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}} = 1250\text{ g}$$

Respuesta. Se debe introducir 1250 gramos de hielo a 0°C .

31. Una geóloga en el campo bebe su café matutino en una taza de aluminio. La taza tiene una masa de 0,120 kg inicialmente está a 20°C . Cuando se vierte en ella 0,300 kg de agua inicialmente a 70°C . ¿Qué temperatura (en $^\circ\text{C}$) alcanzan la taza y el agua en equilibrio térmico? (Suponga que la capacidad calorífica del café es la del agua y que no hay intercambio de calor con el entorno) $Ce(\text{aluminio}) = 0,215 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$

RESOLUCIÓN

La taza de aluminio tiene una masa de 120 gramos inicialmente está a 20°C . Cuando se vierte en ella 300 gramos de agua inicialmente a 70°C .

$$T_e = \frac{m_A \cdot (Ce_A) \cdot T_A + m_B \cdot (Ce_B) \cdot T_B}{m_A \cdot (Ce_A) + m_B \cdot (Ce_B)}$$

$$T_e = \frac{120 \cdot \left(0,215 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (20^\circ\text{C}) + 300 \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (70^\circ\text{C})}{120 \cdot \left(0,215 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) + 300 \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right)}$$

$$T_e = 66^\circ\text{C}$$

Respuesta. La temperatura de equilibrio es 66°C

32. Una estudiante desea enfriar 0,180 kg de “Agua Cielo” (casi sólo agua) que está a 25°C agregándole hielo que está a -20°C ¿Cuánto hielo (en gramos) debe agregar para que la temperatura final sea 0°C con todo el hielo derretido? si puede ignorarse la capacidad calorífica del recipiente.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El agua de masa 180 gramos que está a 25°C se enfría hasta 0°C .

$$Q = m.Ce.\Delta T = (180) \cdot (1) \cdot (25) = 4500\text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. La cantidad que pierde 180 g agua, lo gana el hielo a -20°C para elevar su temperatura y cambiar de fase a 0°C completamente.

$$Q = M.Ce.\Delta T + M.L_F$$

$$4500 = M \cdot (0,5) \cdot (20) + M \cdot 80 \Rightarrow M = 50\text{ g}$$

Respuesta. Se debe agregar 50 gramos de hielo a -20°C .

33. En una tetera se coloca cierta cantidad de agua fría a 0 °C y se pone a calentar sobre una hornilla eléctrica. Al cabo de 10 minutos empieza a hervir, ¿a partir de ese instante qué tiempo tardará en vaporizarse totalmente a 100 °C?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La cantidad de calor que necesita M gramos de agua para cambiar la temperatura desde 0 °C hasta 100 °C es:

$$Q_1 = m.Ce.\Delta T = (M).(1).(100) = 100M$$

SEGUNDO PASO. Se tiene M gramos de agua caliente a 100 °C, listo para cambiar de fase.

$$Q_2 = m.L_F = (M).(540) = 540M$$

La relación proporcional con el tiempo:

$$\frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \Rightarrow \frac{100M}{10 \text{ min}} = \frac{540M}{t_2}$$

$$t_2 = 54 \text{ min}$$

Respuesta: Tardará en vaporizarse es 54 minutos.

34. En una tetera se coloca cierta cantidad de agua fría a 10 °C y se pone a calentar sobre una hornilla eléctrica. Al cabo de cinco minutos empieza a hervir, ¿a partir de ese instante qué tiempo tardará en adquirir una temperatura de 190 °C?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La cantidad de calor que necesita M gramos de agua para cambiar la temperatura desde 10 °C hasta 100 °C es:

$$Q_1 = m.Ce.\Delta T = (M).(1).(90) = 90M$$

SEGUNDO PASO. Se tiene M gramos de agua caliente a 100 °C, listo para cambiar de fase, para que luego el vapor de agua se calienta hasta 190 °C.

$$Q_2 = M.L_F + M.Ce.\Delta T$$

$$Q_2 = M.(540) + M.(0,5).(90) = 585M$$

La relación proporcional con el tiempo:

$$\frac{Q_1}{t_1} = \frac{Q_2}{t_2} \Rightarrow \frac{90M}{5 \text{ min}} = \frac{585M}{t_2}$$

$$t_2 = 32,5 \text{ min}$$

Respuesta: Tardará en vaporizarse es 32,5 minutos.

35. En un recipiente cuya capacidad calorífica es despreciable se tiene 1,0 kg de agua a 100 °C. Si se agrega en ella 1,0 kg de hielo a 0 °C, determine la temperatura final de la mezcla (en °C).

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. ¿Qué cantidad de calor pierde 1000 gramos de agua cuando pasa de 100 °C hasta 0 °C?

$$Q_1 = m.Ce.\Delta T = (1000).(1).(100) = 10^5 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. ¿Qué cantidad gana 1000 gramos de hielo a 0 °C para derretirse completamente?

$$Q_2 = M.L_F = (1000)(80) = 80000 \text{ cal}$$

TERCER PASO. Podemos deducir que la temperatura de equilibrio es mayor de 0 °C.

$$m_{\text{HIELO}}.L_F + m_{\text{AGUA}}.Ce.\Delta T_2 = M_{\text{AGUA}}.Ce.\Delta T_3$$

Pero la masa de hielo y la masa de agua son iguales.

$$1000.(80) + 1000.(1).(Te - 0) = 1000.(1).(100 - Te)$$

$$80 + Te = 100 - Te \Rightarrow Te = 10^\circ C$$

Respuesta. La temperatura de equilibrio es $10^\circ C$.

36. Una bala de 35 gramos viaja horizontalmente con rapidez de 190 m/s, hasta chocar contra una pared. Suponiendo que la bala es de plomo, con calor específico $Ce = 129 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$, y que toda la energía cinética de la bala se transforma en energía térmica en el choque, ¿Cuál es la variación de la temperatura plomo?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía cinética de la bala de plomo.

$$Q = \frac{m.v^2}{2} = \frac{(0,035 kg) \cdot (190 m.s^{-1})^2}{2} = 631,75 J$$

SEGUNDO PASO. Variación de la temperatura.

$$Q = m.Ce.\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{m.Ce}$$

$$\Delta T = \frac{631,75 J}{(0,035 kg) \cdot \left(129 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}\right)} = 139,92^\circ C$$

Respuesta. La temperatura se eleva en $139,92^\circ C$.

OBSERVACIÓN. La temperatura de licuación (se derrite) del plomo, cambio de fase es, $327,3^\circ C$.

37. Una bala de 35 gramos viaja horizontalmente con rapidez de 190 m/s hasta chocar contra una pared. Suponiendo que la bala es de plomo, con calor específico $Ce = 129 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$, y el 60% de la energía cinética de la bala se transforma en energía térmica en el choque, ¿Cuál es la variación de la temperatura del plomo?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía cinética de la bala de plomo.

$$Ec = \frac{m.v^2}{2} = \frac{(0,035 kg) \cdot (190 m.s^{-1})^2}{2} = 631,75 J$$

El 60 % de la energía cinética de la bala se transforma en energía térmica.

$$Q = (60\%) 631,75 J = 379,05 J$$

SEGUNDO PASO. Variación de la temperatura.

$$Q = m.Ce.\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{m.Ce}$$

$$\Delta T = \frac{379,05 J}{(0,035 kg) \cdot \left(129 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}\right)} = 83,95^\circ C$$

Respuesta. La temperatura se eleva en $83,95^\circ C$.

OBSERVACIÓN. La temperatura de licuación (se derrite) del plomo, cambio de fase es, $327,3^\circ C$.

38. Un calorímetro de cobre de 50 gramos contiene 250 gramos de agua a 20 °C. ¿Cuántos gramos de vapor de agua a 100 °C debe condensarse en el agua si la temperatura final del sistema debe llegar a 50 °C?

$$Ce(\text{cobre}) = 0,0924 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La temperatura de equilibrio es 50 °C. El calorímetro y el agua ganan energía y elevan su temperatura desde 20 °C hasta 50 °C.

$$Q_1 = m_A \cdot Ce_A \cdot \Delta T_A + m_B \cdot Ce_B \cdot \Delta T_B$$

$$Q_1 = 50 \cdot (0,09) \cdot 30 + 250 \cdot (1) \cdot 30 = 7635 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. El vapor de agua a 100 °C se condensa y como agua cambia su temperatura desde 100 °C hasta 50 °C.

$$Q_2 = m_c \cdot L_c + m_c \cdot Ce_c \cdot \Delta T_c$$

$$Q_2 = m_c \cdot (540) + m_c \cdot (1) \cdot (50) = 590 \cdot m_c$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía. El calor ganado es igual al calor perdido. $Q_1 = Q_2$

$$7635 = 590 \cdot m_c \Rightarrow m_c = 12,9 \text{ g}$$

Respuesta. La masa del vapor de agua es 12,9 gramos.

39. Una bala de plomo de 3,0 gramos a 30 °C es disparada a una rapidez de 240 m/s en un gran bloque de hielo a 0 °C, en el que queda incrustada. ¿Cuántos gramos de hielo se derrite?

$$Ce(\text{plomo}) = 0,031 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \quad Ce(\text{plomo}) = 0,031 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía cinética de la bala de plomo.

$$Ec = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{(0,003 \text{ kg}) \cdot (240 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2} = 86,4 \text{ J}$$

SEGUNDO PASO. El 100 % de la energía cinética se transforma en energía térmica.

$$Q_1 = 86,4 \text{ J} \cdot \left(\frac{1 \text{ cal}}{4,186 \text{ J}} \right) = 20,7 \text{ cal}$$

TERCER PASO. La bala se enfría desde 30 °C hasta 0 °C

$$Q_2 = m_{pb} \cdot Ce_{pb} \cdot \Delta T_{pb}$$

$$Q_2 = (3 \text{ g}) \cdot \left(0,031 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot (30^\circ\text{C}) = 2,79 \text{ cal}$$

La cantidad total de energía que entrega el plomo es:

$$Q_{TOTAL} = 20,7 + 2,79 = 23,49 \text{ cal}$$

CUARTO PASO. Esta energía lo aprovecha el hielo para derretirse.

$$Q = M \cdot L_F \Rightarrow M = \frac{Q}{L_F}$$

$$M = \frac{23,49 \text{ cal}}{80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}} = 0,293625 \text{ g}$$

Respuesta. Se derrite 0,294 gramos de hielo.

40. Diez gramos de vapor de agua a 100 °C se agregan a 50 gramos de hielo a 0 °C. Encuentre la temperatura final de equilibrio.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El hielo a 0 °C gana energía térmica para derretirse y luego para cambiar su temperatura hasta alcanzar la temperatura de equilibrio T.

$$Q_1 = m_A \cdot L_A + m_A \cdot C_{eA} \cdot \Delta T_A$$

$$Q_1 = 50 \cdot (80) + 50 \cdot (1) \cdot (T - 0) = 4000 + 50 \cdot T$$

SEGUNDO PASO. El vapor de agua a 100 °C se condensa y luego se enfría el agua desde 100 °C hasta la temperatura de equilibrio T.

$$Q_2 = m_B \cdot L_B + m_B \cdot C_{eB} \cdot \Delta T_B$$

$$Q_2 = 10 \cdot (540) + 10 \cdot (1) \cdot (100 - T) = 5400 + 10 \cdot (100 - T)$$

TECER PASO. Principio de conservación de la energía: $Q_1 = Q_2$

$$4000 + 50 \cdot T = 5400 + 10(100 - T)$$

Resolviendo la ecuación: $T = 40^\circ \text{C}$

Respuesta. La temperatura de equilibrio es 40 °C.

41. Un bloque de 1,0 kg de cobre a 20 °C se pone en un gran recipiente de nitrógeno líquido a 77,3 K. ¿Cuántos gramos de nitrógeno hierven para cuando el cobre llega a 77,3 K?

El calor específico del cobre es $Ce(Cu) = 0,092 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}}$.

El calor latente de vaporización del nitrógeno es $L(N) = 48 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La temperatura inicial del cobre es 293 kelvin. El cambio de temperatura del cobre es:

$$\Delta T = 293 \text{ K} - 77,3 \text{ K} = 215,3 \text{ K}$$

La energía térmica que pierde el cobre es:

$$Q_1 = m_{Cu} \cdot C_{eCu} \cdot \Delta T_{Cu}$$

$$Q_1 = (1000 \text{ g}) \cdot \left(0,092 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}} \right) \cdot (215,3^\circ \text{C})$$

$$Q_1 = 19807,6 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. Cambio de fase del nitrógeno a la temperatura de 77,3 kelvin.

$$Q_1 = m_N \cdot L_N \Rightarrow m_N = \frac{Q_1}{L_N}$$

$$m_N = \frac{19807,6 \text{ cal}}{48 \frac{\text{cal}}{\text{g}}} = 412,66 \text{ g}$$

Respuesta. La cantidad de Nitrógeno que hierve es 412,66 gramos.

42. Suponga que un granizo a 0°C cae en el aire a una temperatura uniforme de 0°C y cae sobre el concreto que también está a esta temperatura. ¿De qué altura inicial debe caer el granizo para que se derrita por completo al impacto?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Consideremos una muestra de 1000 gramos de granizo a 0°C . Cálculo de la energía que necesita para derretirse completamente.

$$Q_1 = m_1 \cdot L_1 = (1000 \text{ g}) \cdot \left(80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}\right) = 80000 \text{ cal}$$

$$Q_1 = 80000 \text{ cal} \cdot \left(\frac{4,186}{1 \text{ cal}}\right) = 334880 \text{ J}$$

SEGUNDO PASO. La energía potencial gravitacional se transforma en energía térmica.

$$Q_1 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{Q_1}{m \cdot g}$$

$$h = \frac{334880 \text{ J}}{(1 \text{ kg}) \cdot (9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2})} = 34171,4 \text{ m} = 34,2 \text{ km}$$

Respuesta. Se debe abandonar des 34,2 km de altura.

43. En un recipiente aislado, 250 gramos de hielo a 0°C se agregan a 600 gramos de agua a 18°C . ¿Cuál es la temperatura final del sistema?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. ¿Qué cantidad de calor necesitamos para derretir 250 gramos de hielo a 0°C ?

$$Q_1 = m_1 \cdot L_1 = (250 \text{ g}) \cdot \left(80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}\right) = 20000 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. ¿Qué cantidad de calor quitamos a 600 gramos de agua a 18°C para llegar a 0°C ?

$$Q_2 = m_A \cdot C_{eA} \cdot \Delta T_A = (600) \cdot (1) \cdot (18) = 10800 \text{ cal}$$

Comparando las energías Q_1 y Q_2 deducimos que la temperatura de equilibrio es 0°C , es decir una cierta masa de hielo se derrite.

TERCER PASO. Sea “x” la cantidad de masa de hielo se derrite. Aplicamos el principio de conservación de la energía.

$$Q_{\text{GANADO}} = Q_{\text{PERDIDO}}$$

$$m_1 \cdot L_1 = M_2 \cdot C_{e2} \cdot \Delta T_2$$

$$(x) \cdot \left(80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}\right) = (600 \text{ g}) \cdot \left(1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (18^\circ\text{C})$$

Resolviendo: $x = 135 \text{ gramos}$

Respuesta. La temperatura de equilibrio es 0°C .

HIELO: $250 \text{ g} - 135 \text{ g} = 115 \text{ gramos}$.

AGUA: $600 \text{ g} + 135 \text{ g} = 735 \text{ gramos}$.

44. Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de 0°C , chocan de frente a una rapidez de 200 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, determine la temperatura final del sistema formado por las dos balas.

$$Ce(\text{Pb}) = 0,031 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}, \quad L(\text{Pb}) = 22,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad T_{\text{FUSION}}(\text{Pb}) = 327^\circ\text{C}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento, después del choque la velocidad de las balas es nula, es un solo cuerpo de masa 10 gramos.

SEGUNDO PASO. El 100 % de la energía cinética se transforma en energía térmica.

$$Q = \frac{m_1 \cdot (v_1)^2}{2} + \frac{m_2 \cdot (v_2)^2}{2}$$

$$Q = \frac{0,005 \cdot (200)^2}{2} + \frac{0,005 \cdot (200)^2}{2} = 200 J$$

$$Q = 200 J \cdot \left(\frac{1 cal}{4,186 J} \right) = 47,78 cal$$

TERCER PASO. Variación de la temperatura de 10 gramos de plomo.

$$Q = M_{pb} \cdot C_{e_{pb}} \cdot \Delta T_{pb}$$

$$47,78 cal = (10 g) \cdot \left(0,031 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} \right) \cdot \Delta T_{pb}$$

$$\Delta T_{pb} = 154 ^\circ C$$

Respuesta. La temperatura final de la masa de plomo es 154 °C.

45. Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de 0 °C, chocan de frente a una rapidez de 350 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, ¿Cuántos gramos de plomo se derrite?

$$C_e(Pb) = 0,019 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}, L(Pb) = 5,74 \frac{cal}{g}, T_{FUSION}(Pb) = 327 ^\circ C$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento, después del choque la velocidad de las balas es nula, es un solo cuerpo de masa 10 gramos.

SEGUNDO PASO. El 100 % de la energía cinética se transforma en energía térmica.

$$Q = \frac{m_1 \cdot (v_1)^2}{2} + \frac{m_2 \cdot (v_2)^2}{2}$$

$$Q = \frac{0,005 \cdot (350)^2}{2} + \frac{0,005 \cdot (350)^2}{2} = 612,5 J$$

$$Q = 612,5 J \cdot \left(\frac{1 cal}{4,186 J} \right) = 146,32 cal$$

TERCER PASO. Variación de la temperatura de 10 gramos de plomo y el cambio de fase. Sea “x” la cantidad de plomo que se derrite.

$$Q = M_{pb} \cdot C_{e_{pb}} \cdot \Delta T_{pb} + m_{pb} \cdot L_{Fusion}$$

$$146,32 cal = (10 g) \cdot \left(0,019 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} \right) \cdot (327 ^\circ C) + x \cdot \left(5,74 \frac{cal}{g} \right)$$

$$x = 14,66 gramos$$

Respuesta: Significa que todo el plomo (10 gramos) se derrite.

46. Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de 0 °C, chocan de frente a una rapidez de 300 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, ¿Cuántos gramos de plomo se derrite?

$$Ce(Pb) = 0,019 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}, L(Pb) = 5,74 \frac{\text{cal}}{\text{g}}, T_{\text{FUSION}}(Pb) = 327^\circ\text{C}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento, después del choque la velocidad de las balas es nula, es un solo cuerpo de masa 10 gramos.

SEGUNDO PASO. El 100 % de la energía cinética se transforma en energía térmica.

$$Q = \frac{m_1 \cdot (v_1)^2}{2} + \frac{m_2 \cdot (v_2)^2}{2}$$

$$Q = \frac{0,005 \cdot (300)^2}{2} + \frac{0,005 \cdot (300)^2}{2} = 450 \text{ J}$$

$$Q = 450 \text{ J} \cdot \left(\frac{1 \text{ cal}}{4,186 \text{ J}} \right) = 107,5 \text{ cal}$$

TERCER PASO. Variación de la temperatura de 10 gramos de plomo y el cambio de fase. Sea “x” la cantidad de plomo que se derrite.

$$Q = M_{Pb} \cdot Ce_{Pb} \cdot \Delta T_{Pb} + m_{Pb} \cdot L_{\text{Fusion}}$$

$$107,5 \text{ cal} = (10 \text{ g}) \cdot \left(0,019 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot (327^\circ\text{C}) + x \cdot \left(5,74 \frac{\text{cal}}{\text{g}} \right)$$

$$x = 7,9 \text{ gramos}$$

Respuesta: Se derrite 7,9 gramos de plomo.

47. Una olla gruesa de cobre de 2,0 kg (incluida su etapa) está a 150 °C, usted vierte en ella 0,10 kg de agua a 25 °C y rápidamente tapa la olla para que no se pueda escapar el vapor. Calcule la temperatura final (en °C) de la olla y de su contenido y determine la fase (líquido o gas) del agua. Suponga que no se pierde calor al entorno.

$$Ce(\text{cobre}) = 0,0924 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. ¿Qué cantidad de calor necesita 100 gramos de agua a 25 °C para llegar a 100 °C?

$$Q_1 = M_A \cdot Ce_A \cdot \Delta T_A$$

$$Q_1 = (100) \cdot (1) \cdot (100 - 25) = 7500 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. ¿Cuánto de energía térmica pierde la olla de cobre 2000 gramos cual pasa de 150 °C hasta 100 °C?

$$Q_2 = M_{Cu} \cdot Ce_{Cu} \cdot \Delta T_{Cu}$$

$$Q_2 = 2000 \cdot (0,09) \cdot (150 - 100) = 9000 \text{ cal}$$

TERCER PASO. Podemos deducir que la temperatura de equilibrio es 100 °C, es decir, cierta cantidad de agua se vaporiza. Sea “x” la cantidad de agua que se vaporiza. Principio de conservación de la energía.

$$Q_{GANADO} = Q_{PERDIDO}$$

$$M_A \cdot C_{eA} \cdot \Delta T_A + m_A \cdot L_{Fusion} = M_{Cu} \cdot C_{eCu} \cdot \Delta T_{Cu}$$

$$(100) \cdot (1) \cdot (75) + (x) \cdot (540) = (2000) \cdot (0,09) \cdot (150 - 100)$$

$$x = 2,8 \text{ gramos}$$

RESPUESTA. La temperatura de equilibrio es 100 °C.

AGUA: 100 g – 2,8 g = 97,2 gramos.

VAPOR: 2,8 gramos.

48. Una patinadora de 60 kg se mueve sobre hielo con rapidez de 5 m/s y se desliza hasta detenerse. Suponiendo que el hielo se encuentre a 0 °C y que el 50% del calor generado por fricción lo absorbe el hielo, ¿cuánto hielo (en g) se funde?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la energía cinética, de la patinadora de 60 kg.

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{60 \cdot (5)^2}{2} = 750 \text{ J}$$

El 50 % se transforma en energía térmica.

$$Q = (50\%) 750 \text{ J} \cdot \left(\frac{1 \text{ cal}}{4,186} \right) = 89,58 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. Si el hielo se encuentra a 0 °C, ¿Qué cantidad de hielo se derrite?

$$Q = m \cdot L_F \Rightarrow m = \frac{Q}{L_F}$$

$$m = \frac{89,58 \text{ cal}}{80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}} = 1,12 \text{ gramos}$$

Respuesta: Se derrite 1,12 gramos de hielo.

49. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se tiene 2 kg de vapor de agua a 120 °C. Calcular la cantidad de agua a 60 °C que se debe agregar para condensar completamente el vapor. (Calor específico del vapor de agua: $0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}}$).

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La temperatura de equilibrio es 100 °C obteniéndose agua líquida. El vapor de agua pasa de 120 °C hasta 110 °C y luego se condensa totalmente. El agua fría se calienta desde 60 °C hasta 100 °C.

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía térmica.

$$Q_{GANADO} = Q_{PERDIDO}$$

$$M_A \cdot C_{eA} \cdot \Delta T_A = M_B \cdot C_{eB} \cdot \Delta T_B + M_B \cdot L_{CONDENSACION}$$

$$M_A \cdot (1) \cdot (100 - 60) = (2000) \cdot (0,5) \cdot (120 - 100) + (2000) \cdot (540)$$

$$M_A \cdot (40) = 20000 + (2000) \cdot (540)$$

Resolviendo: $M_A = 27050 \text{ g} = 27,050 \text{ kg}$

Respuesta. Se debe agregar 27,050 kg de agua 60 °C.

50. Un recipiente de capacidad calorífica despreciable contiene un bloque de hielo de 100 gramos a -20°C . Determinar la cantidad de agua necesaria a 100°C para obtener sólo agua a 0°C (despreciar pérdida al medio).

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La temperatura final de equilibrio es 0°C , el agua en su fase líquida. El agua caliente a 100°C se enfría hasta 0°C . El hielo se calienta desde -20°C hasta 0°C y luego se derrite completamente alcanzando el estado de equilibrio.

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía térmica.

$$\begin{aligned} Q_{\text{GANADO}} &= Q_{\text{PERDIDO}} \\ M_A \cdot C_{e_A} \cdot \Delta T_A + M_A \cdot L_{\text{FUSION}} &= M_B \cdot C_{e_B} \cdot \Delta T_B \\ 100 \cdot (0,5) \cdot (20) + (100) \cdot (80) &= M_B \cdot (1) \cdot (100) \end{aligned}$$

Resolviendo. $M_B = 90 \text{ gramos}$

Respuesta. Se debe agregar 90 gramos de agua a 100°C .

51. Un vaso cuya masa es 200 gramos y calor específico $0,1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ contiene 50 g de hielo y 50 gramos de agua a 0°C . ¿Cuánta agua a 90°C debe añadirse para elevar el sistema a 10°C ?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El vaso, el agua y el hielo se encuentran en equilibrio a 0°C inicialmente, luego, el hielo se derrite, aumentan su temperatura hasta 10°C . El agua caliente se enfría cambiando su temperatura desde 90°C hasta 10°C .

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía térmica.

$$\begin{aligned} Q_{\text{GANADO}} &= Q_{\text{PERDIDO}} \\ M_A \cdot L_F + M_A \cdot C_{e_A} \cdot \Delta T_A + M_B \cdot C_{e_B} \cdot \Delta T_B + M_C \cdot C_{e_C} \cdot \Delta T_C &= M_D \cdot C_{e_D} \cdot \Delta T_D \\ 50 \cdot (80) + 50 \cdot (1) \cdot 10 + 50 \cdot (1) \cdot (10) + 200 \cdot (0,1) \cdot (10) &= M_D \cdot (1) \cdot (80) \\ 4000 + 500 + 500 + 200 &= M_D \cdot (80) \end{aligned}$$

Resolviendo. $M_D = 65 \text{ gramos}$

Respuesta. Se debe agregar 65 gramos de agua a 90°C .

52. En un calorímetro de capacidad calorífica despreciable se tiene 10 gramos de hielo a -20°C y se verten 40 gramos de agua a 80°C . Calcule la temperatura final de la mezcla.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El hielo se calienta desde -20°C hasta 0°C , se derrite y como agua eleva su temperatura hasta T (temperatura de equilibrio). El agua caliente, se enfría desde 80°C hasta alcanzar la temperatura de equilibrio T .

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía térmica.

$$\begin{aligned} Q_{\text{GANADO}} &= Q_{\text{PERDIDO}} \\ M_A \cdot C_{e_A} \cdot \Delta T_A + M_A \cdot L_F + M_B \cdot C_{e_B} \cdot \Delta T_B &= M_C \cdot C_{e_C} \cdot \Delta T_C \\ 10 \cdot (0,5) \cdot (20) + 10 \cdot (80) + 10 \cdot (1) \cdot (T - 0) &= 40 \cdot (1) \cdot (80 - T) \\ 100 + 800 + 10 \cdot (T) &= 40 \cdot (80 - T) \end{aligned}$$

Resolviendo: $T = 46^{\circ}\text{C}$

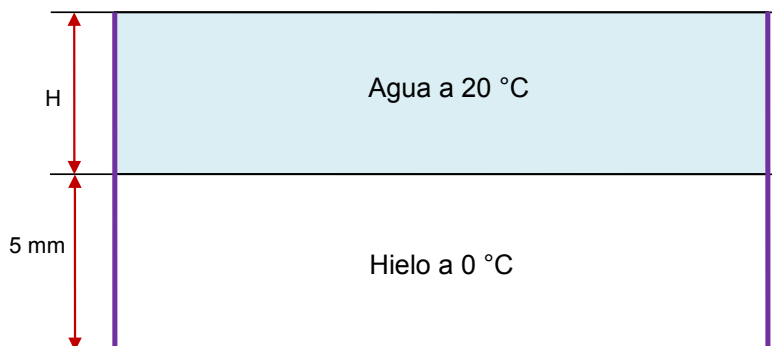
Respuesta. La temperatura de equilibrio es 46°C .

53. CONTINUARÁ.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

2. Determine la altura de agua (en mm) a 20 °C que se necesita para fundir una capa de hielo de 5 mm de espesor a 0 °C. Considere despreciable la capacidad calorífica del recipiente.

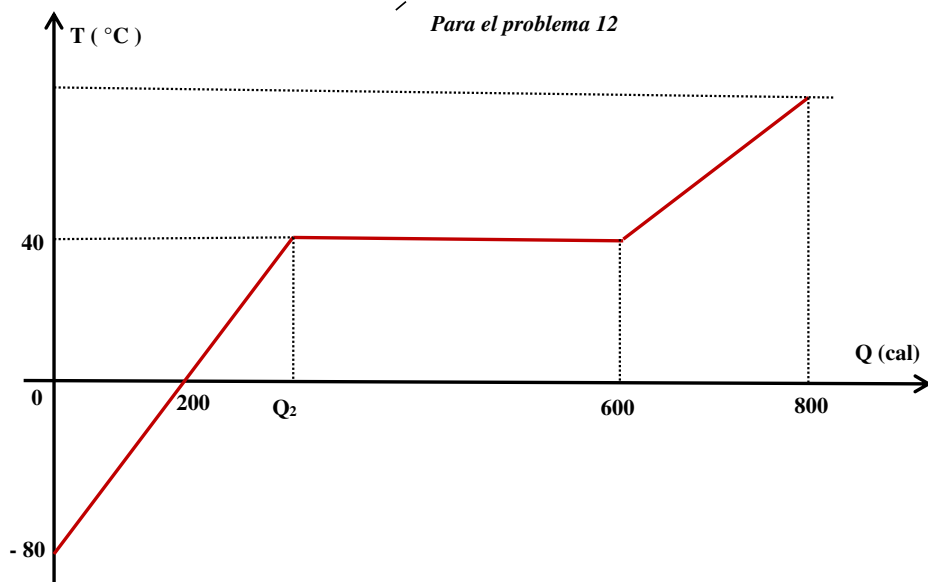
$$\rho_{\text{HIELO}} = 900 \text{ kg.m}^{-3}, \rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ y } L_{\text{f(hielo)}} = 80 \text{ cal/g}$$



Para el problema 01

- A) 28 B) 10 **C) 18** D) 46 E) 36
3. ¿Cuánto calor en kilojoules se requiere para convertir 8 gramos de hielo a -15 °C en vapor a 100 °C?
A) 64,4 B) 54,4 C) 44,4 D) 34,4 **E) 24,4**
4. ¿Cuánto calor en kilocalorías se requiere para convertir 8 gramos de hielo a -15 °C en vapor a 120 °C?
A) 5,4 **B) 5,9** C) 4,9 D) 3,9 E) 2,9
5. ¿Cuánto calor en calorías se requiere para convertir 10 gramos de hielo a -15 °C en vapor a 115 °C?
A) 4350 B) 5350 C) 6350 **D) 7350** E) 8350
6. *Una geóloga en el campo bebe su café matutino en una taza de aluminio. La taza tiene una masa de 0,120 kg e inicialmente está a 20 °C. Cuando se vierte en ella 0,300 kg de café inicialmente a 70 °C. ¿Qué temperatura (en °C) alcanzan la taza y el café en equilibrio térmico? (Suponga que la capacidad calorífica del café es la del agua y que no hay intercambio de calor con el entorno)
A) 21 B) 23 **C) 66** D) 68 E) 69
7. *Una estudiante desea enfriar 0,25 kg de Agua Cielo (casi sólo agua) que está a 25 °C agregándole hielo que está a -20 °C ¿Cuánto hielo (en gramos) debe agregar para que la temperatura final sea 0 °C con todo el hielo derretido, si puede ignorarse la capacidad calorífica del recipiente?
A) 50 B) 53 C) 60 D) 65 **E) 70**
8. *En una tetera se coloca cierta cantidad de agua fría a 0 °C y se pone a calentar sobre una hornilla eléctrica. Al cabo de 10 minutos empieza a hervir, ¿a partir de ese instante qué tiempo tardará en vaporizarse totalmente a 100 °C?
a) 30 min b) 51 c) 43 **d) 54** e) 58

9. *En una tetera se coloca cierta cantidad de agua fría a 10°C y se pone a calentar sobre una hornilla eléctrica. Al cabo de cinco minutos empieza a hervir, ¿a partir de ese instante qué tiempo tardará en adquirir una temperatura de 172°C ?
- a) 10 min **b) 34** c) 31 d) 25 e) 43
10. *En un recipiente cuya capacidad calorífica es despreciable se tiene 1,0 kg de agua a 100°C . Si se agrega en ella 1,0 kg de hielo a 0°C , determine la temperatura final de la mezcla (en $^{\circ}\text{C}$).
- a) 6 b) 8 **c) 10** d) 16 e) 20
11. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:
- I. El calor es una forma de energía que solo se puede transferir de un cuerpo caliente a otro frío de forma espontánea.
 II. El calor es la energía almacenada en un cuerpo.
 III. La caloría se define como la cantidad de calor que necesita un cuerpo para elevar su temperatura en una unidad.
- A) VFF** B) FVV C) FVF D) VFV E) FFF
12. Una sustancia de masa 10 gramos en su fase líquida se encuentra a -80°C como se muestra. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:
- I. El calor específico en la fase líquida es $0,25 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$
 II. La cantidad de calor latente de vaporización es 30 cal/g .
 III. La temperatura final cuando se le suministra 200 calorías en la fase gaseosa es 150°C , si el calor específico en la fase gaseosa es $0,133 \text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$



- A) VFF B) FVV C) FVF D) VFV **E) VVF**
13. Determina la energía térmica necesaria para transformar 40 gramos de hielo a -10°C y a presión atmosférica, en vapor de agua a una temperatura de 100°C .
- Datos: $L_{\text{fusión\_hielo}} = 80 \text{ cal/g}$; $L_{\text{vap\_agua}} = 540 \text{ cal/g}$; $C_{\text{hielo}} = 2,114 \text{ J/g}^{\circ}\text{C}$;
 $C_{\text{agua}} = 4,181 \text{ J/g}^{\circ}\text{C}$;
- a) 121,3 kJ** b) 131,3 kJ c) 141,3 kJ d) 151,3 kJ e) 161,3 kJ

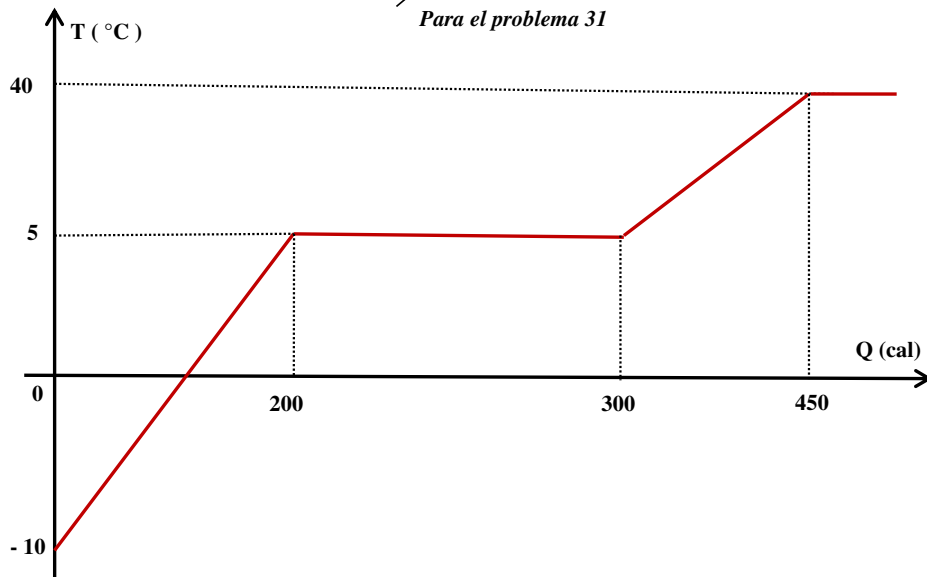
14. *Una bala de 35 gramos viaja horizontalmente con rapidez de 190 m/s, hasta chocar contra una pared. Suponiendo que la bala es de plomo, con calor específico $Ce = 129 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$, y que toda la energía cinética de la bala se transforma en energía térmica en el choque, ¿Cuál es la variación de la temperatura plomo?
- a) 129 °C b) 130 °C c) 132 °C d) 135,92 °C e) 139,92 °C
15. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:
- I. Calor es la energía que se transfiere espontáneamente de un cuerpo a otro debido a la diferencia de temperaturas entre ambos.
- II. La caloría a igual que el joule son unidades de energía.
- III. Para cuantificar el calor, debemos especificar la masa, el tipo de sustancia y el cambio de temperatura.
- A) VFF B) FVV C) FVF D) VFV E) VVV
16. *Una bala de 35 gramos viaja horizontalmente con rapidez de 190 m/s hasta chocar contra una pared. Suponiendo que la bala es de plomo, con calor específico $Ce = 129 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$, y el 60% de la energía cinética de la bala se transforma en energía térmica en el choque, ¿Cuál es la variación de la temperatura del plomo?
- a) 83,952 °C b) 90 °C c) 100 °C d) 135 °C e) 139 °C
17. ¿Cuánta energía se requiere para cambiar un cubo de hielo, de 40 gramos de hielo a -10 °C a vapor de agua a 110 °C?
- $L_{fusión\_hielo} = 80 \text{ cal/g}$; $L_{vap\_agua} = 540 \text{ cal/g}$; $Ce_{hielo} = 2,114 \text{ J/g} \cdot ^\circ C$; $Ce_{agua} = 4,181 \text{ J/g} \cdot ^\circ C$.
- a) $3,2 \times 10^5 \text{ J}$ b) $2 \times 10^5 \text{ J}$ c) $1,22 \times 10^5 \text{ J}$ d) $22 \times 10^5 \text{ J}$ e) $2,22 \times 10^5 \text{ J}$
18. *Un calorímetro de cobre de 50 gramos contiene 250 gramos de agua a 20 °C. ¿Cuántos gramos de vapor de agua a 100 °C debe condensarse en el agua si la temperatura final del sistema debe llegar a 50 °C?
- a) 11,9 b) 12,9 c) 13,9 d) 14,9 e) 15,9
19. *Una bala de plomo de 3,0 gramos a 30 °C es disparada a una rapidez de 240 m/s en un gran bloque de hielo a 0 °C, en el que queda incrustada. ¿Cuántos gramos de hielo se derrite?
- a) 0,294 b) 0,394 c) 0,494 d) 0,594 e) 0,694
20. *Diez gramos de vapor de agua a 100 °C se agregan a 50 gramos de hielo a 0 °C. Encuentre la temperatura final.
- a) 37,4 °C b) 38,4 °C c) 40,4 °C d) 42,4 °C e) 44,4 °C
21. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:
- I. Si un cuerpo (1) tiene mayor temperatura que el cuerpo (2) entonces, la cantidad de calor que tiene (1) es mayor que (2).
- II. Dos cuerpos en contacto térmico intercambian temperatura.
- III. Si un cuerpo (1) tiene la misma temperatura que otro cuerpo (2), entonces la cantidad de calor que tiene (1) es igual que la del cuerpo (2).
- A) VFF B) FVV C) FVF D) VFV E) FFF

22. *Un gramo de vapor de agua a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ se agrega a 50 gramos de hielo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Encuentre la temperatura final.
a) $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ d) $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e) $12\text{ }^{\circ}\text{C}$
23. *Un bloque de $1,0\text{ kg}$ de cobre a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ se pone en un gran recipiente de nitrógeno líquido a $77,3\text{ K}$. ¿Cuántos gramos de nitrógeno hierven para cuando el cobre llega a $77,3\text{ K}$?
El calor específico del cobre es $Ce(\text{Cu}) = 0,092 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$.
El calor latente de vaporización del nitrógeno es $L(\text{N}) = 48 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$
a) 454 b) 444 c) 434 d) 424 e) 414
24. *Suponga que un granizo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ cae en el aire a una temperatura uniforme de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ y cae sobre el concreto que también está a esta temperatura. ¿De qué altura inicial debe caer el granizo para que se derrita por completo al impacto?
a) 31 km b) 32 km c) 34 km d) 36 km e) 38 km
25. *En un recipiente aislado, 250 gramos de hielo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ se agregan a 600 gramos de agua a $18\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál es la temperatura final del sistema?
a) $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ d) $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e) $12\text{ }^{\circ}\text{C}$
26. En un recipiente aislado, 250 gramos de hielo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ se agregan a 600 gramos de agua a $18\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuántos gramos de hielo resta cuando el sistema llega al equilibrio?
a) 154 b) 114 c) 134 d) 124 e) 214
27. *Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, chocan de frente a una rapidez de 200 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, determine la temperatura final del sistema formado por las dos balas. $Ce(\text{Pb}) = 0,031 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$, $L(\text{Pb}) = 22,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ $T_{\text{FUSION}}(\text{Pb}) = 327\text{ }^{\circ}\text{C}$
a) $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) $263\text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $274\text{ }^{\circ}\text{C}$ d) $155\text{ }^{\circ}\text{C}$ e) $327\text{ }^{\circ}\text{C}$
28. Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, chocan de frente a una rapidez de 250 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, determine la temperatura final del sistema formado por las dos balas. $Ce(\text{Pb}) = 0,019 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$, $L(\text{Pb}) = 5,74 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ $T_{\text{FUSION}}(\text{Pb}) = 327\text{ }^{\circ}\text{C}$
a) $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) $263\text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $242\text{ }^{\circ}\text{C}$ d) $205\text{ }^{\circ}\text{C}$ e) $327\text{ }^{\circ}\text{C}$
29. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:
I. Si dos cuerpos tienen igual temperatura, estos necesariamente están en contacto térmico.
II. La temperatura termodinámica es una cantidad física fundamental, entre dos cuerpos en contacto térmico, tienden a igualarse.
III. Si un cuerpo A está en equilibrio térmico con otro B y también se sabe que A está en equilibrio térmico con otro C, es imposible algún intercambio de energía térmica entre B y C.
A) VFF B) FVV C) FVF D) VFV E) FFF

30. Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de 0°C , chocan de frente a una rapidez de 280 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, determine la temperatura final del sistema formado por las dos balas. $Ce(Pb) = 0,019 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$, $L(Pb) = 5,74 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ $T_{\text{FUSION}}(Pb) = 327^{\circ}\text{C}$

a) 350°C b) 363°C c) 342°C **d) $303,5^{\circ}\text{C}$** e) 327°C

31. Un material desconocido de 20 gramos, es calentado, obteniéndose la gráfica del calor entregado versus la temperatura. Determine calor latente de fusión (cal/g).



A) 2,5 **B) 5,0** C) 5,5 D) 10,5 E) 12,5

32. Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de 0°C , chocan de frente a una rapidez de 290 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, determine la temperatura final del sistema formado por las dos balas. $Ce(Pb) = 0,019 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$, $L(Pb) = 5,74 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ $T_{\text{FUSION}}(Pb) = 327^{\circ}\text{C}$

a) $325,5^{\circ}\text{C}$ b) 363°C c) 342°C d) $303,5^{\circ}\text{C}$ e) 327°C

33. Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de 0°C , chocan de frente a una rapidez de 320 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, ¿Cuántos gramos de plomo se derrite? $Ce(Pb) = 0,019 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$, $L(Pb) = 5,74 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ $T_{\text{FUSION}}(Pb) = 327^{\circ}\text{C}$

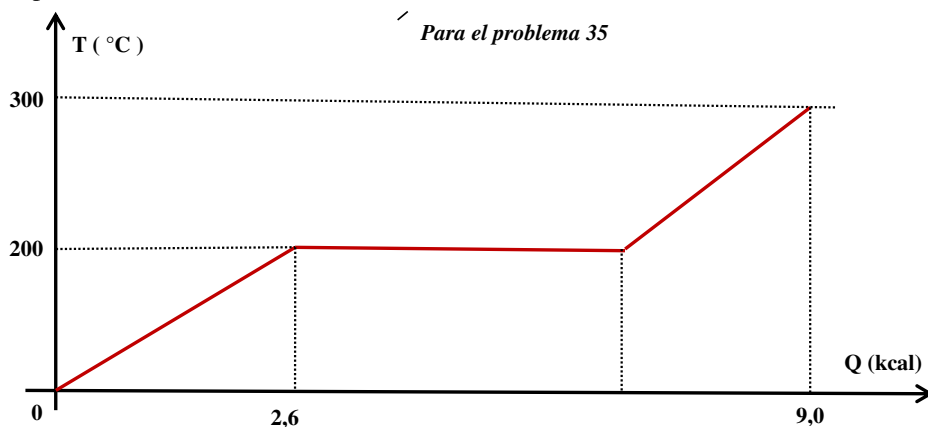
a) 3,7 b) 2,7 c) 1,7 d) 0,7 e) 8,7

34. Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de 0°C , chocan de frente a una rapidez de 330 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, ¿Cuántos gramos de plomo se derrite?

$$Ce(Pb) = 0,019 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}, L(Pb) = 5,74 \frac{\text{cal}}{\text{g}} T_{\text{FUSION}}(Pb) = 327 ^\circ\text{C}$$

- a) 3,7 b) 2,7 c) 1,7 **d) 5,1** e) 8,7

35. Una muestra de vulcanita, inicialmente en la fase sólida, varía su temperatura según se ilustra en la gráfica. Si su calor específico en la fase líquida es el doble que en la fase sólida. ¿Qué cantidad de calor (en kcal) se requiere para fundir completamente la muestra a partir de su temperatura de fusión?



- A) 3,8** B) 4,4 C) 5,0 D) 5,8 E) 6,4

36. *Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de 0°C , chocan de frente a una rapidez de 300 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, ¿Cuántos gramos de plomo se derrite?

$$Ce(Pb) = 0,019 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}, L(Pb) = 5,74 \frac{\text{cal}}{\text{g}} T_{\text{FUSION}}(Pb) = 327 ^\circ\text{C}$$

- a) 3,7 b) 2,7 **c) 7,9** d) 5,1 e) 8,7

37. Señalar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. El calor es energía que se almacena un cuerpo.
- II. El equivalente mecánico de una caloría, nos indica que 4,186 J de trabajo equivale a una caloría.
- III. El calor es energía transitoria que se propaga de un cuerpo a otro de frontera a frontera.

- A) VFF **B) FVV** C) FVF D) VFV E) FFF

38. Dos veloces balas de plomo, cada una de 5 gramos y temperatura de 0°C , chocan de frente a una rapidez de 360 m/s cada una. Si se supone una colisión perfectamente inelástica y no hay pérdida de energía por calor a la atmósfera, ¿Cuántos gramos de plomo se derrite?

$$Ce(Pb) = 0,019 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}, L(Pb) = 5,74 \frac{\text{cal}}{\text{g}} T_{\text{FUSION}}(Pb) = 327 ^\circ\text{C}$$

- a) 3,7 b) 2,7 c) 7,9 d) 5,1 **e) 9,4**

39. *En una tetera se coloca cierta cantidad de agua fría a $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ y se pone a calentar sobre una hornilla eléctrica. Al cabo de cinco minutos empieza a hervir, ¿a partir de ese instante qué tiempo tardará en adquirir una temperatura de $136\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- a) 10 min b) 21 c) 31 d) 25 e) 14
40. *En una tetera se coloca cierta cantidad de agua fría a $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ y se pone a calentar sobre una hornilla eléctrica. Al cabo de cinco minutos empieza a hervir, ¿a partir de ese instante qué tiempo tardará en vaporizarse totalmente a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- a) 30 min b) 21 c) 33 d) 25 e) 41
41. ¿Qué cantidad de calor cederá 1 kg de mercurio que está a $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ para pasar a sólido?
 $C_e = 0,033\text{ kcal/kg.}^{\circ}\text{C}$ (calor específico)
 $L = 2,8\text{ kcal/kg}$ (calor latente de solidificación/fusión)
 $T_F = -38,9\text{ }^{\circ}\text{C}$ (temperatura de solidificación/fusión)
- a) -6,9 kCal b) -5,9 kCal c) -4,9 kCal d) -3,9 kCal e) -2,9 kCal
42. ¿Qué cantidad de calor en calorías absorberá un litro de agua que está a $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ y a presión normal para vaporizarse totalmente?
 $C_e = 1,0\text{ kcal/kg.}^{\circ}\text{C}$ (calor específico)
 $L_F = 540\text{ kcal/kg}$ (calor latente de vaporización)
 $T_E = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$
- A) 322 B) 422 C) 522 D) 622 E) 722
43. Calcular la cantidad de cinc que se podrá fundir con 18 kcal. $L_F = 24\text{ kcal/kg}$ (calor latente de fusión)
- A) 0,55 kg B) 0,65 kg C) 0,75 kg D) 0,85 kg E) 0,95 kg
44. Se desea fundir 200 g de cinc que está a $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ y se entregan 25 kcal. ¿Se fundirá totalmente?, ¿qué masa de cinc faltará por fundir?
 $C_e = 0,093\text{ kcal/kg.}^{\circ}\text{C}$ (calor específico)
 $L_F = 24\text{ kcal/kg}$ (calor latente de fusión)
 $T_F = 419,43\text{ }^{\circ}\text{C}$ (temperatura de fusión)
- A) sí, 0 g B) no, 4 g C) no, 5 g D) no, 6 g E) no, 7 g
45. ¿Qué cantidad de calor (en kcal) absorbe una masa de hielo de 200 kg que está a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ para fundirse totalmente? $L_F = 79,7\text{ kcal/kg}$ (calor latente de fusión), $T_F = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ (temperatura de fusión)
- A) 13940 B) 14940 C) 15940 D) 16940 E) 17940
46. Calcular la cantidad de calor (en kcal) que absorberá 200 g de hielo que está a $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$ para pasar a agua a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$.
 $C_e(\text{agua})_l = 1\text{ kcal/kg.}^{\circ}\text{C}$ (calor específico del agua líquida)
 $C_e(\text{hielo}) = 0,5\text{ kcal/kg.}^{\circ}\text{C}$ (calor específico del agua sólida)
 $L_F = 79,7\text{ kcal/kg}$ (calor latente de fusión)
- A) 20,94 B) 14,94 C) 15,94 D) 16,94 E) 17,94
47. Si 300 g de agua están a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ y presión normal, ¿qué cantidad de calor (en kcal) será necesaria para vaporizarlos? $L_V = 539\text{ kcal/kg}$ (calor latente de vaporización)
- A) 141,7 B) 151,7 C) 161,7 D) 16,9 E) 17,9

48. ¿Qué cantidad de aluminio (en gramos) se podrá fundir con 20 kcal si aquel está a temperatura de fusión? $L_F = 94 \text{ kcal/kg}$ (calor latente de fusión)
A) 243 B) 233 C) 223 **D) 213** E) 203
49. *Una olla gruesa de cobre de 2,0 kg (incluida su etapa) está a 150°C , usted vierte en ella 0,10 kg de agua a 25°C y rápidamente tapa la olla para que no se pueda escapar el vapor. Calcule la temperatura final (en $^\circ\text{C}$) de la olla y de su contenido y determine la fase (líquido o gas) del agua. Suponga que no se pierde calor al entorno.
A) 80 B) 85 C) 90 D) 95 **E) 100**
50. En un experimento una estudiante sumergió 100 centavos (cada uno con masa de 3 gramos) en agua hirviendo. Una vez alcanzado el equilibrio térmico, ella los saco y los puso en 0,240 kg de agua a 20°C en un recipiente aislado con masa insignificante. Calcule la temperatura final de las monedas (hechas con una aleación de zinc con capacidad calorífica de $390 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$), $C_{e\text{agua}} = 4181 \text{ J/Kg}\cdot^\circ\text{C}$.
A) $28,35^\circ\text{C}$ B) $38,35^\circ\text{C}$ C) $40,35^\circ\text{C}$ D) $58,35^\circ\text{C}$ E) 63°C
51. *Una patinadora de 60 kg se mueve sobre hielo con rapidez de 5 m/s y se desliza hasta detenerse. Suponiendo que el hielo se encuentre a 0°C y que el 50% del calor generado por fricción lo absorbe el hielo, ¿cuánto hielo (en g) se funde?
A) 1,125 B) 0,234 C) 0,343 D) 0,435 E) ninguna
52. En un calorímetro de capacidad calorífica insignificante se tiene 54 g de hielo a -25°C . Si se hace ingresar 30 g de vapor de agua a 100°C , determine la masa de vapor condensado (en g)
A) 19,25 B) 14,9 C) 17,8 D) 19,6 E) 22,3
53. ¿Qué cantidad de calor se requiere para calentar 40 gramos de hielo de -50°C hasta obtener agua a 50°C ?
a) 4 800 cal b) 5 100 c) 5 900 d) 6 200 e) 6 700
54. En un calorímetro ideal se mezclan 3 gramos de hielo a 0°C con 22 gramos de agua a 20°C . Determinar la temperatura de equilibrio.
a) 1°C b) 2 c) 3 d) 5 e) 8
55. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se mezclan 5 gramos de hielo a -10°C con "m" gramos de agua a 20°C . Siendo la temperatura de equilibrio 5°C , determinar "m". a) 10 g
b) 15 c) 30 d) 45 e) 90
56. ¿Qué masa de hielo a 0°C debe de echarse a un recipiente de capacidad calorífica despreciable que contiene 2 gramos de vapor de agua a 120°C de manera que la temperatura de equilibrio sea 20°C ?
a) 1 g b) 10 c) 12,6 d) 20 e) 12,8
57. *Un vaso cuya masa es 200 gramos y calor específico $0,1 \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot^\circ\text{C}}$ contiene 50g de hielo y 50 gramos de agua a 0°C . ¿Cuánta agua a 90°C debe añadirse para elevar el sistema a 10°C ?
a) 30 g b) 35 c) 60 d) 65 e) 40

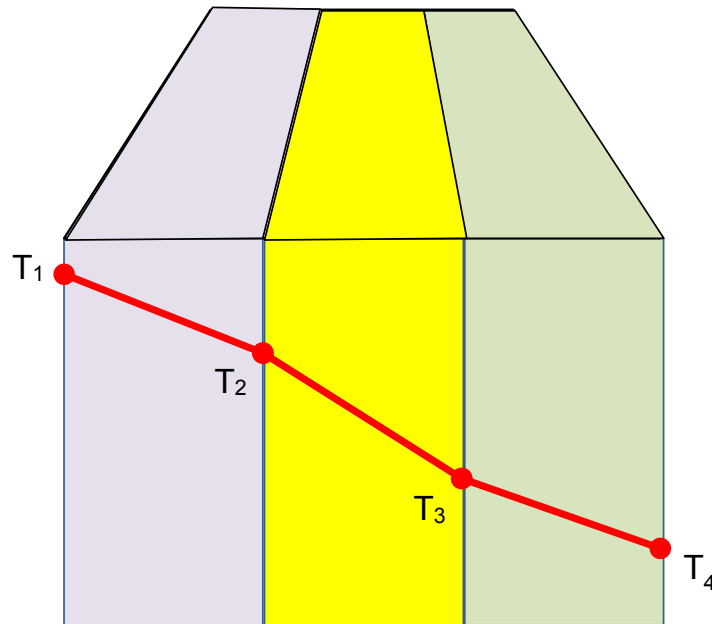
58. *Determine la cantidad de calor necesario que se debe entregar a 50 gramos de hielo a -10°C para obtener 50 gramos de vapor de agua a 100°C .
a) 36,25 kcal b) 51,6 c) 47,75 d) 29,6 e) 40
59. *En un calorímetro de capacidad calorífica despreciable se tiene 10 gramos de hielo a -5°C y se vertió 40 gramos de agua a 80°C . Calcule la temperatura final de la mezcla.
a) 30°C b) 36 c) 37,5 d) 40 e) 47,5
60. ¿Qué cantidad de calor se debe suministrar a 20 gramos de agua que se encuentra a 100°C para que se vaporice totalmente?
a) 6,8 kcal b) 8,06 c) 10,8 d) 11,4 e) 12,6
61. ¿Qué cantidad de calor se debe de suministrar a 10 gramos de hielo que se encuentra a 0°C para que se derrita totalmente?
a) 200 cal b) 400 c) 500 d) 800 e) 1000
62. Una vez que el agua empieza a hervir, ¿qué cantidad de calor se debe suministrar para vaporizar 10 gramos de agua?
a) 540 cal b) 5 400 c) 270 d) 2 700 e) 3 100
63. ¿Qué cantidad de calor se requiere para derretir 5 gramos de hielo cuya temperatura es -20°C ? El calor específico del hielo es $0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}$.
a) 400 b) 415 c) 450 d) 425 e) 475
64. De una nevera se extrae 40 gramos de hielo a 0°C . Determine la cantidad de calor (en calorías) necesario para derretirlo íntegramente.
a) 2000 b) 2400 c) 2800 d) 3200 e) 3600
65. Se tiene un bloque de hielo de 100 gramos a 0°C . Si recibe 1,6 kcal de energía calorífica, ¿qué cantidad de hielo queda sin derretir?
a) 40 g b) 10 c) 20 d) 50 e) 80
66. ¿Qué cantidad de calor necesita perder 20 gramos de agua a 10°C para obtener hielo a -4°C ?
a) 1 840 cal b) 2 750 c) 1 620 d) 2 500 e) 1 880
67. ¿Cuántas calorías se debe suministrar a 200 gramos de hielo que se halla a -10°C para poder vaporizarlo totalmente a 100°C ?
a) 120 kcal b) 150 c) 145 d) 130 e) 149
68. ¿Qué cantidad de calor es necesario entregar a 10 gramos de hielo a -10°C para convertirlo en agua a 50°C ?
a) 1 000 cal b) 1 350 c) 1 200 d) 2 000 e) 800

69. *En un recipiente de capacidad calorífica despreciable se tiene 2 kg de vapor de agua a 120 °C. Calcular la cantidad de agua a 60 °C que se debe agregar para condensar completamente el vapor. (Calor específico del vapor de agua: $0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$).
- a) 16 kg b) 27 c) 24 d) 32 e) 64
70. *Un recipiente de capacidad calorífica despreciable contiene un bloque de hielo de 100 gramos a -20 °C. Determinar la cantidad de agua necesaria a 100 °C para obtener sólo agua a 0 °C (despreciar pérdida al medio).
- a) 16 kg b) 27 c) 24 d) 32 e) N.A.
71. **Lee y responde a las siguientes preguntas:**
En una fábrica de acero, el hierro fundido se calienta a 1500° Celsius para eliminar impurezas. ¿Es correcto decir que el hierro fundido contiene calor?
72. La escala más importante en el trabajo científico es la escala absoluta, o Kelvin. Entonces, la temperatura corporal normal es de 98,6 °F. ¿A cuánto equivale esta temperatura en la escala Celsius?
73. Cuando la tapa de un frasco de vidrio está apretada, mantener la tapa bajo agua caliente durante poco tiempo con frecuencia hará más sencilla la apertura. ¿Por qué?
74. Si usted coloca un huevo duro en agua fría inmediatamente después de cocerlo, es más fácil pelarlo. ¿Por qué?

75. Sustancia	$T_{\text{fusión}} \text{ } ^\circ\text{C}$	$L_f \cdot 10^3 \text{ (J/kg)}$	$T_{\text{ebullición}} \text{ } ^\circ\text{C}$	$L_v \cdot 10^3 \text{ (J/kg)}$
Hielo (agua)	0	334	100	2260
Alcohol etílico	-114	105	78.3	846
Acetona	-94.3	96	56.2	524
Benceno	5.5	127	80.2	396
Aluminio	658.7	322-394	2300	9220
Estaño	231.9	59	2270	3020
Hierro	1530	293	3050	6300
Cobre	1083	214	2360	5410
Mercurio	-38.9	11.73	356.7	285
Plomo	327.3	22.5	1750	880
Potasio	64	60.8	760	2080
Sodio	98	113	883	4220

Fuente: Koshkin N. I., Shirkévich M. G. *Manual de Física elemental*, Edt. Mir (1975) págs. 74-75.

TRANSFERENCIA DE CALOR



- 01. TRANSFERENCIA DE CALOR.** Proceso por el que se intercambia energía en forma de calor entre distintos cuerpos, o entre diferentes partes de un mismo cuerpo que están a distinta temperatura. La transferencia de calor siempre ocurre desde un cuerpo más caliente a uno más frío, como resultado de la Segunda Ley de la Termodinámica. La transferencia de calor ocurre hasta que los cuerpos y su entorno alcancen el equilibrio térmico.

El calor se transfiere mediante convección, radiación o conducción. Aunque estos tres procesos pueden ocurrir al mismo tiempo, puede suceder que uno de los mecanismos predomine sobre los otros dos.

Cuando existe una diferencia de temperatura entre dos objetos en proximidad uno del otro, la transferencia de calor no puede ser detenida; solo puede hacerse más lenta

02. CONDUCCIÓN:

Es el mecanismo de transferencia de calor en escala atómica a través de la materia por actividad molecular, por el choque de unas moléculas con otras, donde las partículas más energéticas le entregan energía a las menos energéticas, produciéndose un flujo de calor desde las temperaturas más altas a las más bajas.

GOTA 1. La conducción es una transferencia de calor entre los cuerpos sólidos.

GOTA 2. La conducción de calor sólo ocurre si hay diferencias de temperatura entre dos partes del medio conductor.

GOTA 3. Los mejores conductores de calor son los metales.

El aire, plumavit, corcho, madera, hielo, lana, papel o plásticos, son malos conductores térmicos. A estas sustancias se les llaman aislantes.

Si una persona sostiene uno de los extremos de una barra metálica, y pone en contacto el otro extremo con la llama de una vela, de forma que aumente su temperatura, el calor se transmitirá hasta el extremo más frío por conducción. Los átomos o moléculas del extremo calentado por la llama, adquieren una mayor energía de agitación, la cual se trasmite de un átomo a otro, sin que estas partículas sufran ningún cambio de posición, aumentando entonces, la temperatura de esta región. Este proceso continúa a lo largo de la barra y después de cierto tiempo, la persona que sostiene el otro extremo percibirá una elevación de temperatura en ese lugar.

03. CONVECCIÓN:

La convección es el mecanismo de transferencia de calor por **movimiento de masa** o circulación dentro de la sustancia. Si existe una diferencia de temperatura en el interior de un líquido o un gas, es casi seguro que se producirá un movimiento del fluido. Este movimiento transfiere calor de una parte del fluido a otra.

La convección transfiere calor por el intercambio de moléculas frías y calientes: es la causa de que el agua de una tetera se caliente uniformemente aunque sólo su parte inferior esté en contacto con la llama.

Este proceso llamado convección puede ser natural producida solo por las diferencias de densidades de la materia; o forzada, cuando la materia es obligada a moverse de un lugar a otro, por ejemplo el aire con un ventilador o el agua con una bomba. Sólo se produce en líquidos y gases donde los átomos y moléculas son libres de moverse en el medio.

En la naturaleza, la mayor parte del calor ganado por la atmósfera por conducción y radiación cerca de la superficie, es transportado a otras capas o niveles de la atmósfera por convección.

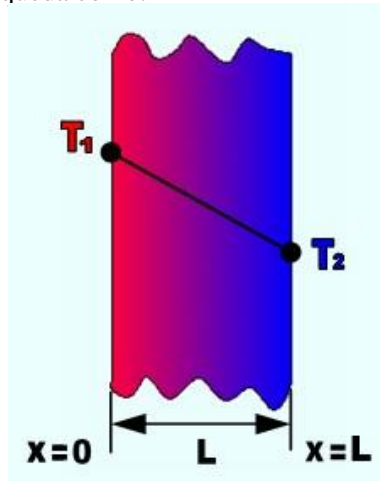
04. RADIACIÓN: No necesita un medio material para su propagación. Alcanza su máxima rapidez de propagación en el vacío.

La radiación térmica es energía emitida por la materia que se encuentra a una temperatura dada, se produce directamente desde la fuente hacia afuera en todas las direcciones. Esta energía es producida por los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas constitutivos y transportada por ondas electromagnéticas o fotones, por lo recibe el nombre de radiación electromagnética.

La radiación electromagnética es una combinación de campos eléctricos y magnéticos oscilantes y perpendiculares entre sí, que se propagan a través del espacio transportando energía de un lugar a otro. A diferencia de la conducción y la convección, o de otros tipos de onda, como el sonido, que necesitan un medio material para propagarse, la radiación electromagnética **es independiente de la materia para su propagación**, de hecho, la transferencia de energía por radiación es más efectiva en el vacío. Sin embargo, la velocidad, intensidad y dirección de su flujo de energía se ven influidos por la presencia de materia. Así, estas ondas pueden atravesar el espacio interplanetario e interestelar y llegar a la Tierra desde el sol y las estrellas.

05. CONDUCCIÓN A TRAVÉS DE UNA PARED PLANA.

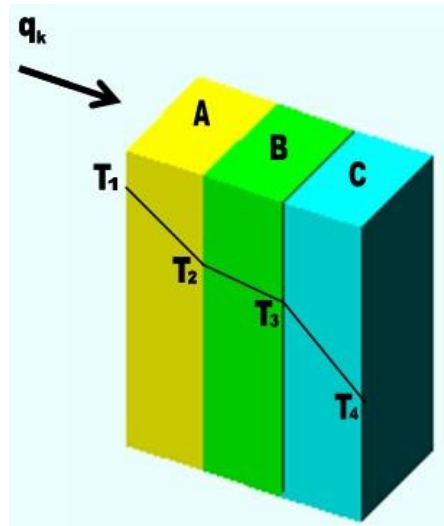
El calor fluye en dirección perpendicular a la superficie. Si la conductividad térmica es uniforme, la integración de la ecuación queda como:



$$q_k = -\frac{k.A}{L}(T_2 - T_1) = \frac{k.A}{L}(T_1 - T_2)$$

06. CONDUCCIÓN A TRAVÉS DE PAREDES PLANAS EN SERIE.

En estado estacionario el flujo de calor a través de todas las secciones debe ser el mismo. Sin embargo, los gradientes son distintos



$$q_k = \frac{k_A.A}{L_A}(T_1 - T_2) = \frac{k_B.A}{L_B}(T_2 - T_3) = \frac{k_C.A}{L_C}(T_3 - T_4)$$

07. RESISTENCIA DE CONTACTO.

Cuando superficies conductoras distintas se sitúan en contacto, aparece generalmente una resistencia térmica en la interface de los sólidos. Esta resistencia, llamada resistencia de contacto, se desarrolla cuando los dos materiales no se ajustan exactamente y por ello entre ambos queda atrapada una delgada capa de fluido. A través de los puntos de contacto del sólido, el calor se transmite por conducción mientras que a través del fluido de la interface el calor se transmite por convección y radiación.

08. CONDUCTIVIDAD TÉRMICA.

La conductividad térmica de un material varía con la temperatura. Los gases tienen conductividad térmica más baja que los líquidos. Los metales como el cobre y el aluminio tienen conductividad térmica alta.

09. TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN.

Cuando un fluido se pone en contacto con una superficie sólida a una temperatura distinta, el proceso resultante de intercambio de energía térmica se denomina transferencia de calor por convección. Hay dos tipos de procesos de convección: convección libre o natural y convección forzada. En el primer caso la fuerza motriz procede de la diferencia de densidad en el fluido que resulta del contacto con una superficie a diferente temperatura y da lugar a fuerzas ascensionales. En el segundo caso una fuerza motriz exterior mueve un fluido sobre una superficie a una temperatura mayor o inferior que la del fluido.

10. TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN.

Por radiación la energía se transporta en forma de ondas electromagnéticas que se propagan a la velocidad de la luz. La radiación electromagnética que se considera aquí es la radiación térmica. La cantidad de energía que abandona una superficie en forma de calor radiante depende de la temperatura absoluta y de la naturaleza de la superficie. Un radiador perfecto o cuerpo negro emite una cantidad de energía radiante de su superficie por unidad de tiempo q_r dada por la ecuación

$$q_r = \sigma \cdot A \cdot T^4$$

La constante de Stefan – Boltzmann:

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

Para evaluar la transferencia neta de energía radiante requiere una diferencia en la temperatura superficial de dos o más cuerpos entre los cuales tiene lugar el intercambio. Si un cuerpo negro irradia a un recinto que lo rodea completamente y cuya superficie es también negra (es decir absorbe toda la energía radiante que incide sobre él, la transferencia neta de energía radiante por unidad de tiempo

viene dada por: $q_r = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$

T₁: Temperatura del cuerpo negro en kelvin.

T₂: Temperatura superficial del recinto en kelvin.

Si a una temperatura igual a la de un cuerpo negro emiten una fracción constante de la emisión del cuerpo negro para cada longitud de onda, se llaman cuerpos grises. Un cuerpo gris emite radiación según la expresión:

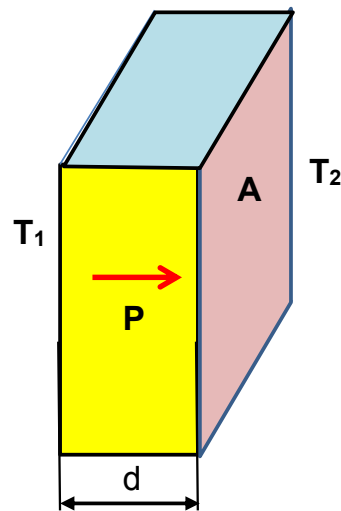
$$q_r = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$$

El calor radiante neto transferido por unidad de tiempo por un cuerpo gris a la temperatura T_1 a un cuerpo negro que le rodea a la temperatura T_2 es

$$q_r = \varepsilon_1 \cdot \sigma_1 \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Donde ε_1 es la emitancia de la superficie gris, igual a la relación entre la emisión de la superficie gris y la emisión de un radiador perfecto a la misma temperatura.

- 11. LEY DE FOURIER O FLUJO DE CALORÍFICO A TRAVÉS DE UNA PARED.** La pared cuyo material tiene conductividad térmica “k”, entre sus placas paralelas de área “A” y de espesor “d”, está sometida a un gradiente de temperatura $T_1 > T_2$.



$$H = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

H : Flujo calorífico a través del bloque $\left[\frac{cal}{s}, \frac{J}{s}, watts \right]$

k : conductividad térmica del material del bloque $\left[\frac{W}{m.K}, \frac{cal}{s.cm.^{\circ}C} \right]$

A : área de la sección transversal del bloque $[m^2, cm^2]$

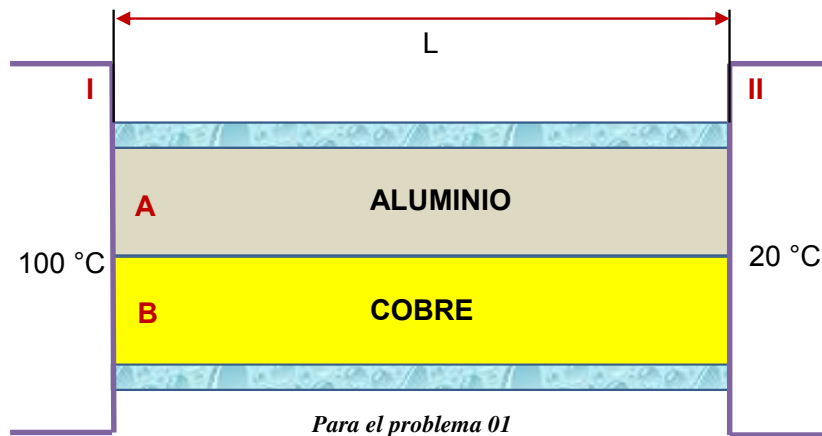
T : temperatura en la placa del bloque $[kelvin, ^{\circ}C]$

d : espesor del bloque o distancia entre las placas.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Dos varillas, de 1,0 m de longitud han sido colocadas para unir dos ambientes I y II. La varilla A tiene una sección de 20 cm^2 es de aluminio, la varilla B tiene una sección de 10 cm^2 es de cobre, halle la rapidez de transferencia de calor desde I hasta II a través de ambas varillas (en J/s)

$$k_{\text{ALUMINIO}} = 240 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \text{ y } k_{\text{COBRE}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$



RESOLUCIÓN

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:

$$H_{\text{ALUMINIO}} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{\text{ALUMINIO}} = \frac{\left(240 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}\right) \cdot (20 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cdot (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}{1 \text{ m}} = 38,4 \text{ W}$$

$$H_{\text{COBRE}} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{\text{COBRE}} = \frac{\left(400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}\right) \cdot (10 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cdot (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}{1 \text{ m}} = 32,0 \text{ W}$$

$$H_{\text{TOTAL}} = H_{\text{ALUMINIO}} + H_{\text{COBRE}} = 70,4 \text{ W}$$

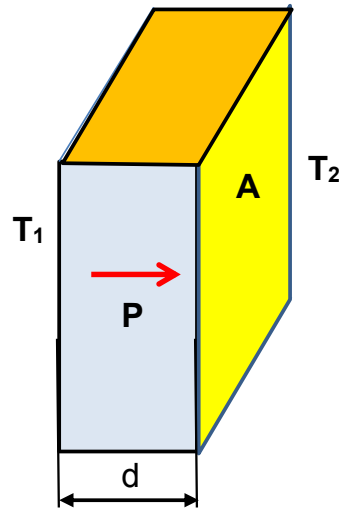
Respuesta: la potencia requerida es 0,36 kW

2. Las paredes de un horno tienen una conductividad térmica $k = 0,1 \frac{W}{m.K}$ y un área de 2 m^2 . Si la temperatura ambiental es de 20°C y la temperatura interna del horno es de 200°C (uniforme) cuál es la potencia (en kW) que debe tener un calefactor en el interior del horno para mantener la temperatura constante. (Considere paredes de 10 cm de espesor)

RESOLUCIÓN

La potencia se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “ t ”:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d}$$

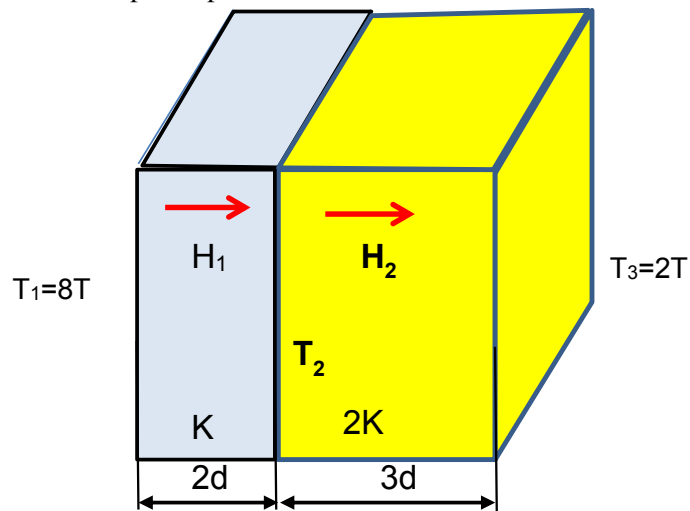


Para el problema 02

$$\text{Remplazando los datos: } P = \frac{\left(0,1 \frac{W}{m.K}\right) \cdot (2 \text{ m}^2) \cdot (200^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}{0,1 \text{ m}} = 360 \text{ W}$$

Respuesta: la potencia requerida es $0,36 \text{ kW}$

3. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal, respectivamente. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, halle la temperatura en la unión de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.



Para el problema 03

RESOLUCIÓN

El flujo de calor es constante a través del espesor de los bloques.

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k_1 \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d_1} = \frac{k_2 \cdot A \cdot (T_2 - T_3)}{d_2}$$

Reemplazando:

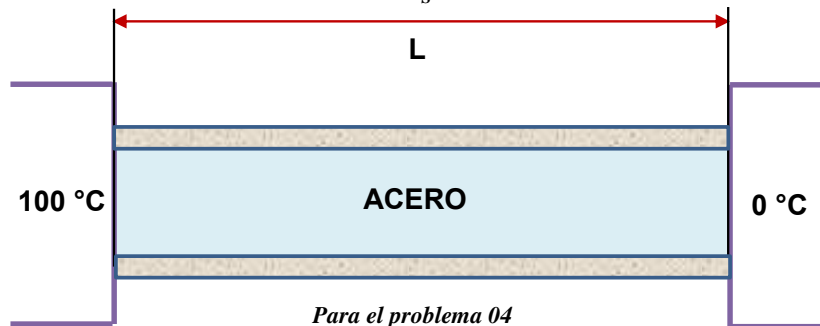
$$\frac{k \cdot A \cdot (8T - T_2)}{2d} = \frac{2k \cdot A \cdot (T_2 - 2T)}{3d} \Rightarrow \frac{(8T - T_2)}{2} = \frac{2 \cdot (T_2 - 2T)}{3}$$

$$24T - 3T_2 = 4T_2 - 8T \Rightarrow 32T = 7T_2 \Rightarrow T_2 = \left(\frac{32}{7}\right)T$$

Respuesta: La temperatura en la unión de las barras es,

$$T_2 = 4,57T$$

4. Una barra de acero de 2 m de longitud es de forma cilíndrica tiene área de sección recta de $1,0 \text{ cm}^2$, está revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 100°C y 0°C . Determine el flujo calorífico (en $\frac{\text{cal}}{\text{s}}$) en régimen estacionario. $k_{\text{ACERO}} = 0,12 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}$



RESOLUCIÓN.

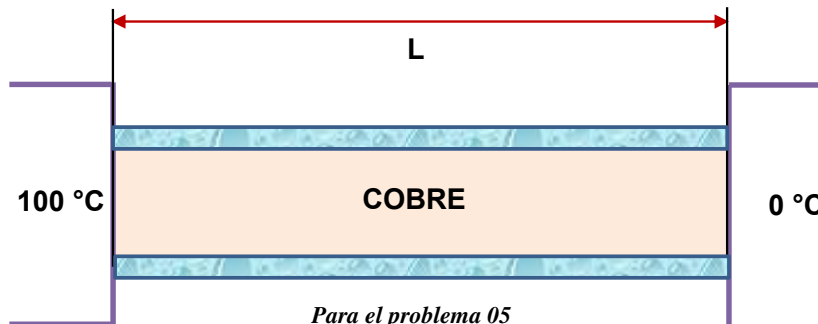
El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:

$$H_{\text{ACERO}} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{\text{ACERO}} = \frac{\left(0,12 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}\right) \cdot (1 \text{ cm}^2) \cdot (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})}{200 \text{ cm}}$$

Respuesta: $H_{\text{ACERO}} = 0,06 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$

5. Una barra de cobre de 2 m de longitud es de forma cilíndrica tiene área de sección recta de 5 cm^2 , está revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 100°C y 0°C . Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario. $k_{\text{COBRE}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$



RESOLUCIÓN.

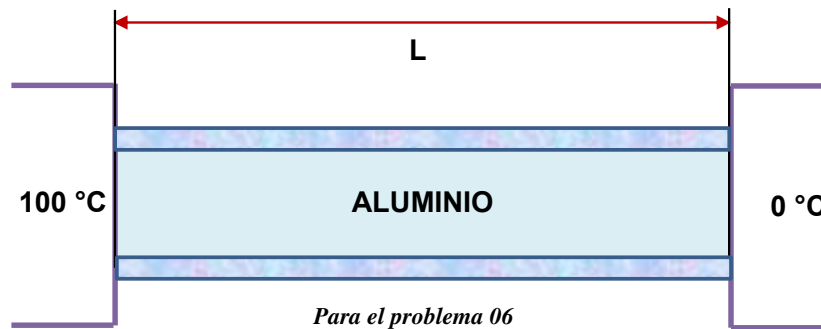
El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “ t ”:

$$H_{COBRE} = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{COBRE} = \frac{\left(400 \frac{W}{m.^{\circ}C}\right) \cdot (5 \times 10^{-4} m^2) (100^{\circ}C - 0^{\circ}C)}{2 m}$$

Respuesta: $H_{COBRE} = 10 \text{ watts}$

6. Una barra de aluminio de 2 m de longitud es de forma cilíndrica tiene área de sección recta de 10 cm^2 , está revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de $100^{\circ}C$ y $0^{\circ}C$. Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario. $k_{ALUMINIO} = 240 \frac{W}{m.^{\circ}C}$

**RESOLUCIÓN.**

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “ t ”:

$$H_{ALUMINIO} = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{ALUMINIO} = \frac{\left(240 \frac{W}{m.^{\circ}C}\right) \cdot (10 \times 10^{-4} m^2) (100^{\circ}C - 0^{\circ}C)}{2 m}$$

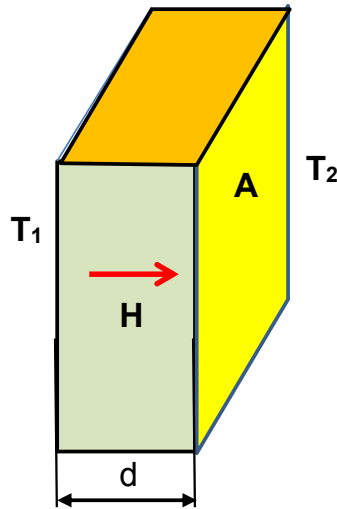
Respuesta: $H_{ALUMINIO} = 60 \text{ watts}$

7. Se tiene un paralelepípedo de cobre de dimensiones $5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, se dispone además de dos fuentes térmicas que mantienen la temperatura $150^{\circ}C$ y $50^{\circ}C$. Halle la máxima cantidad de energía térmica (en kcal) que en régimen estacionario fluye a través de dos caras opuestas del paralelepípedo en 20 segundos. $k_{COBRE} = 0,92 \frac{\text{calorias}}{s.cm.^{\circ}C}$

RESOLUCIÓN

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “ t ”:

$$H = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d} \Rightarrow Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d}$$



Para el problema 07

Si buscamos la máxima cantidad de energía a través del sólido, entonces su área debe ser máxima $A = 10\text{ cm} \times 20\text{ cm} = 200\text{ cm}^2$ y a su vez el espesor debe ser mínimo $d = 5\text{ cm}$

$$Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d} = \frac{\left(0,92 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}\right) \cdot (200\text{ cm}^2) \cdot (150^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}) \cdot (20\text{ s})}{5\text{ cm}}$$

Respuesta: $Q = 73600\text{ cal} = 73,6\text{ kcal}$

8. Se tiene un paralelepípedo de aluminio de dimensiones $5\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, se dispone además de dos fuentes térmicas que mantienen la temperatura 150°C y 50°C . Halle la máxima cantidad de energía térmica (en kJ) que en régimen estacionario fluye a través de dos caras opuestas del paralelepípedo en 20 segundos. $k_{\text{ALUMINIO}} = 240 \frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$

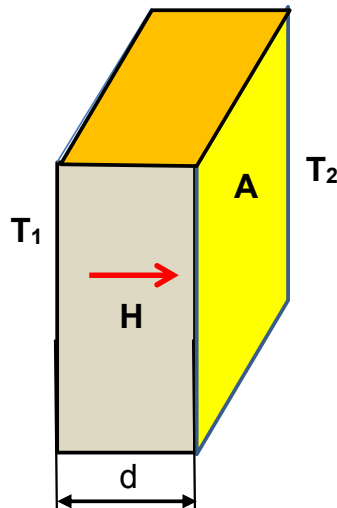
RESOLUCIÓN

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “ t ”:

$$H = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d} \Rightarrow Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d}$$

Si buscamos la máxima cantidad de energía a través del sólido, entonces su área debe ser máxima

$A = 10\text{ cm} \times 20\text{ cm} = 200\text{ cm}^2 = 2 \times 10^{-2}\text{ m}^2$ y a su vez el espesor debe ser mínimo
 $d = 5\text{ cm} = 5 \times 10^{-2}\text{ m}$



Para el problema 08

$$Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d} = \frac{\left(240 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (2 \times 10^{-2}\text{ m}^2) \cdot (150^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}) \cdot (20\text{ s})}{5 \times 10^{-2}\text{ m}}$$

Respuesta: $Q = 9600\text{ J} = 9,6\text{ kJ}$

9. Se tiene un paralelepípedo de cobre de dimensiones $5\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, se dispone además de dos fuentes térmicas que mantienen la temperatura 150°C y 50°C . Halle la máxima cantidad de energía térmica (en kJ) que en régimen estacionario fluye a través de dos caras opuestas del paralelepípedo

en 20 segundos. $k_{\text{COBRE}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$

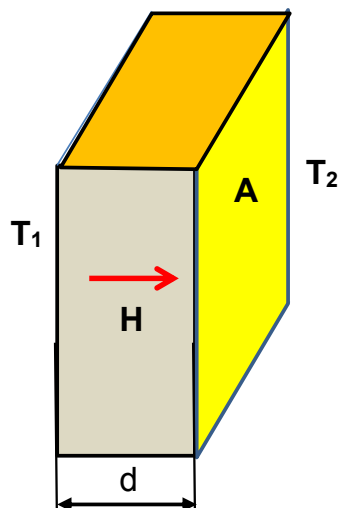
RESOLUCIÓN

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:

$$H = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d} \Rightarrow Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d}$$

Si buscamos la máxima cantidad de energía a través del sólido, entonces su área debe ser máxima

$A = 10\text{ cm} \times 20\text{ cm} = 200\text{ cm}^2 = 2 \times 10^{-2}\text{ m}^2$ y a su vez el espesor debe ser mínimo
 $d = 5\text{ cm} = 5 \times 10^{-2}\text{ m}$

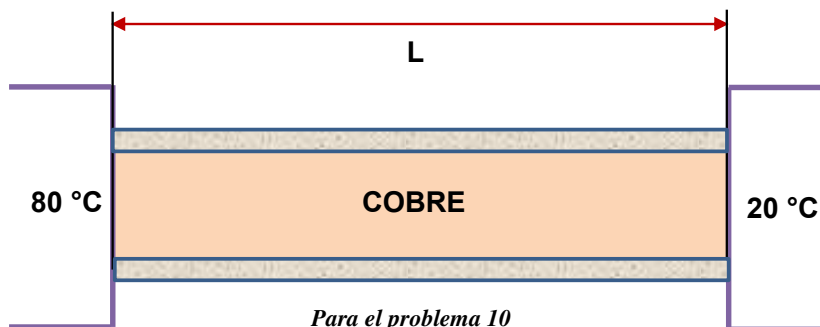


Para el problema 9

$$Q = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2) \cdot t}{d} = \frac{\left(400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (2 \times 10^{-2} \text{ m}^2) \cdot (150^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}) \cdot (20 \text{ s})}{5 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

Respuesta: $Q = 16000 \text{ J} = 16 \text{ kJ}$

10. Una barra de cobre de 2 m de longitud, tiene área de sección recta de 5 cm^2 , revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 80°C y 20°C . Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario. $k_{\text{COBRE}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$



Para el problema 10

RESOLUCIÓN.

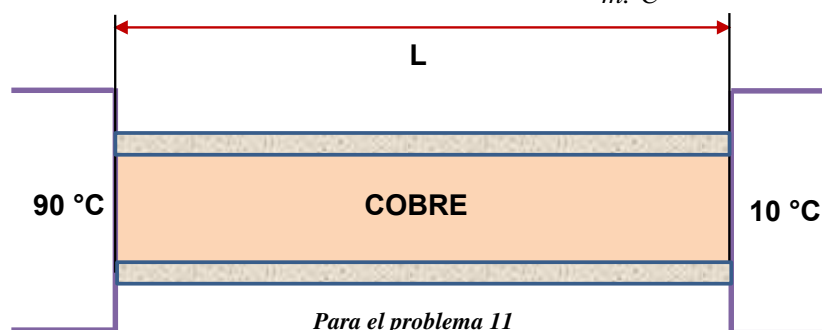
El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:

$$H_{COBRE} = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{COBRE} = \frac{\left(400 \frac{W}{m.^{\circ}C}\right) \cdot (5 \times 10^{-4} m^2) (80^{\circ}C - 20^{\circ}C)}{2 m}$$

Respuesta: $H_{COBRE} = 6 \text{ watts}$

11. Una barra de cobre de 2 m de longitud, tiene área de sección recta de 8 cm^2 , revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de $90^{\circ}C$ y $10^{\circ}C$. Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario. $k_{COBRE} = 400 \frac{W}{m.^{\circ}C}$



RESOLUCIÓN.

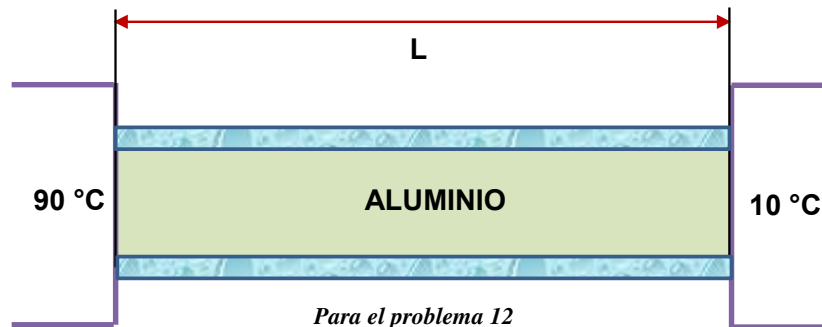
El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:

$$H_{COBRE} = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{COBRE} = \frac{\left(400 \frac{W}{m.^{\circ}C}\right) \cdot (8 \times 10^{-4} m^2) (90^{\circ}C - 10^{\circ}C)}{2 m}$$

Respuesta: $H_{COBRE} = 12,8 \text{ watts}$

12. Una barra de aluminio de 2 m de longitud, tiene área de sección recta de 8 cm^2 , revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 90°C y 10°C . Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario. $k_{\text{ALUMINIO}} = 240 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$



RESOLUCIÓN.

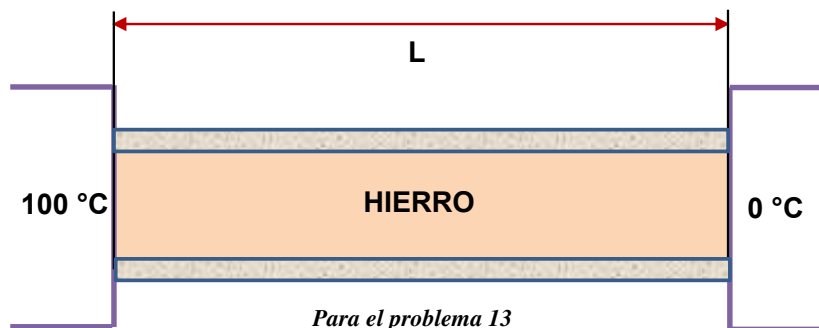
El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “ t ”:

$$H_{\text{ALUMINIO}} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{\text{ALUMINIO}} = \frac{\left(240 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot (8 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cdot (90^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C})}{2 \text{ m}}$$

Respuesta: $H_{\text{ALUMINIO}} = 7,68 \text{ watts}$

13. Una barra de hierro está provista de aislante térmico, uno de sus extremos se mantiene a una temperatura de 100°C , el otro extremo se apoya en un bloque de hielo a 0°C . Si la longitud de la barra es 28 cm y 2 cm^2 de sección transversal, determine la masa de hielo (en g) que se derrite en el tiempo de 1 hora; $k_{\text{HIERRO}} = 0,14 \frac{\text{calorias}}{\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C}}$



RESOLUCIÓN

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “ t ”:

$$H = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d} \Rightarrow Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d}$$

$$Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d} = \frac{\left(0,14 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}\right) \cdot (2 \text{ cm}^2) \cdot (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) \cdot (3600 \text{ s})}{28 \text{ cm}}$$

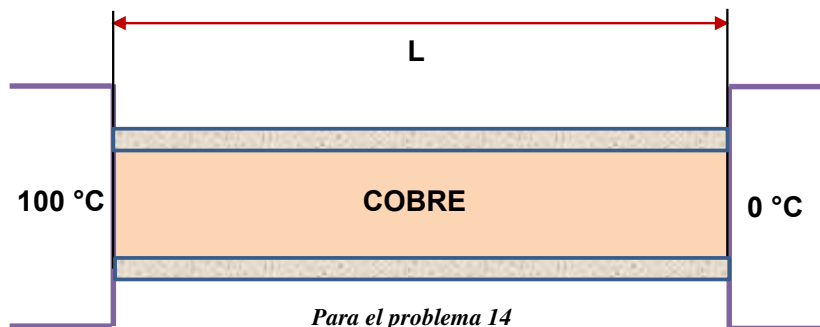
$$Q = 3600 \text{ cal}$$

Cambio de Fase. Cierta cantidad de hielo se derrite debido al calor ganado:

$$Q = m.L \Rightarrow m = \frac{Q}{L_{\text{FUSION}}} = \frac{3600 \text{ cal}}{80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}} = 45 \text{ g}$$

Respuesta: se derrite 45 gramos de hielo.

14. Una barra de cobre está provista de aislante térmico, uno de sus extremos se mantiene a una temperatura de 100°C , el otro extremo se apoya en un bloque de hielo a 0°C . Si la longitud de la barra es 28 cm y 2 cm^2 de sección transversal, determine la masa de hielo (en g) que se derrite en el tiempo de 14 minutos; $k_{\text{COBRE}} = 0,92 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}$

**RESOLUCIÓN**

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “ t ”:

$$H = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d} \Rightarrow Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d}$$

$$Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d} = \frac{\left(0,92 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}\right) \cdot (2 \text{ cm}^2) \cdot (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) \cdot (14 \times 60 \text{ s})}{28 \text{ cm}}$$

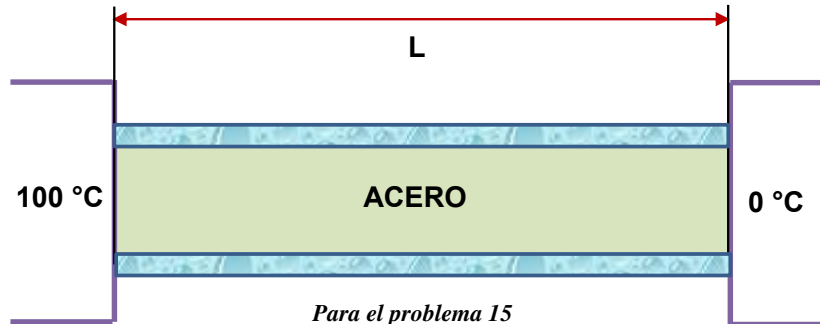
$$Q = 5520 \text{ cal}$$

Cambio de Fase. Cierta cantidad de hielo se derrite debido al calor ganado:

$$Q = m.L \Rightarrow m = \frac{Q}{L_{FUSION}} = \frac{5520 \text{ cal}}{80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}} = 69 \text{ g}$$

Respuesta: se derrite 69 gramos de hielo.

15. Una barra de acero está provista de aislante térmico, uno de sus extremos se mantiene a una temperatura de 100°C , el otro extremo se apoya en un bloque de hielo a 0°C . Si la longitud de la barra es 28 cm y 2 cm^2 de sección transversal, determine la masa de hielo (en g) que se derrite en el tiempo de 14 minutos; $k_{ACERO} = 0,12 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}$



RESOLUCIÓN

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:

$$H = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d} \Rightarrow Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d}$$

$$Q = \frac{k.A.(T_1 - T_2).t}{d} = \frac{\left(0,12 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}\right)(2 \text{ cm}^2)(100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})(14 \times 60 \text{ s})}{28 \text{ cm}}$$

$$Q = 720 \text{ cal}$$

Cambio de Fase. Cierta cantidad de hielo se derrite debido al calor ganado:

$$Q = m.L \Rightarrow m = \frac{Q}{L_{FUSION}} = \frac{720 \text{ cal}}{80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}} = 9 \text{ g}$$

Respuesta: se derrite 9 gramos de hielo.

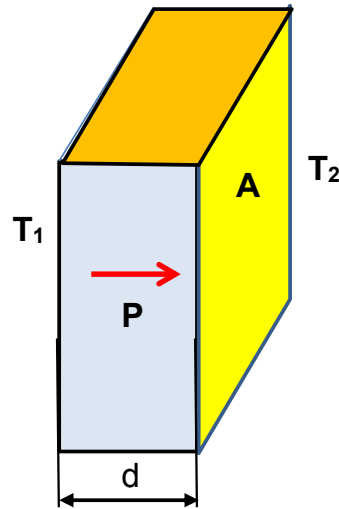
16. El vidrio de una ventana tiene un área de 3 m^2 y un espesor de $0,6 \text{ cm}$. Si en la cara de mayor temperatura, ésta es 40°C , determine la temperatura (en $^\circ\text{C}$) en la otra cara sabiendo que la rapidez de transferencia de energía por conducción en estado estable es de 1000 W .

$$k_{\text{VIDRIO}} = 0,8 \frac{\text{watts}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESOLUCIÓN

La potencia se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “ t ”:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$



Para el problema 16

Remplazando los datos: $P = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$

$$1000 \text{ W} = \frac{\left(0,8 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (3 \text{ m}^2) \Delta T}{6 \times 10^{-3} \text{ m}} \Rightarrow \Delta T = 2,5^\circ\text{C}$$

La variación de la temperatura es: $\Delta T = T_f - T_i \Rightarrow 2,5^\circ\text{C} = 40^\circ\text{C} - T_i$

Respuesta: La temperatura menor en la otra cara es: $37,5^\circ\text{C}$.

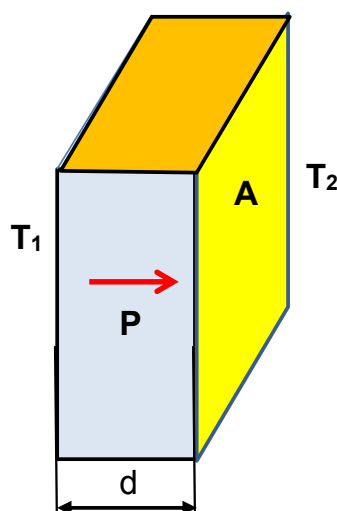
17. El vidrio de una ventana tiene un área de 3 m^2 y un espesor de $1,2 \text{ cm}$. Si en la cara de mayor temperatura, ésta es 30°C , determine la temperatura (en $^\circ\text{C}$) en la otra cara sabiendo que la rapidez de transferencia de energía por conducción en estado estable es de 1000 W .

$$k_{\text{VIDRIO}} = 0,8 \frac{\text{watts}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESOLUCIÓN

La potencia se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d}$$



Para el problema 17

Remplazando los datos: $P = \frac{k.A.(T_1 - T_2)}{d}$

$$1000 \text{ W} = \frac{\left(0,8 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (3 \text{ m}^2) \Delta T}{1,2 \times 10^{-2} \text{ m}} \Rightarrow \Delta T = 5 ^\circ\text{C}$$

La variación de la temperatura es: $\Delta T = T_f - T_i \Rightarrow 5 ^\circ\text{C} = 30 ^\circ\text{C} - T_i$

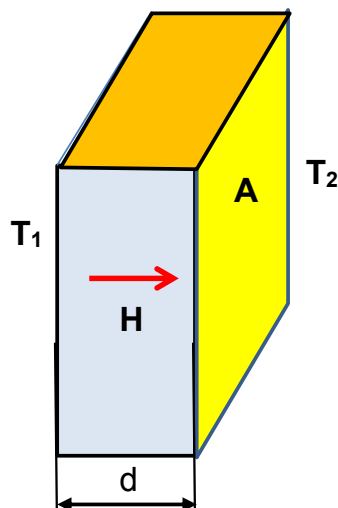
Respuesta: La temperatura menor en la otra cara es: 25 °C.

18. Una caja de teknopor se usa para mantener frías las bebidas. El área total de sus lados, incluyendo la tapa es de $0,8 \text{ m}^2$ y su espesor 2,0 cm. La caja está llena de hielo, agua y gaseosas a $0 ^\circ\text{C}$. Si la temperatura exterior es $30 ^\circ\text{C}$. Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario.

$$k_{\text{TEKNOPOR}} = 0,01 \frac{\text{watts}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESOLUCIÓN.

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:



Para el problema 18

$$H_{TEKNOPOR} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

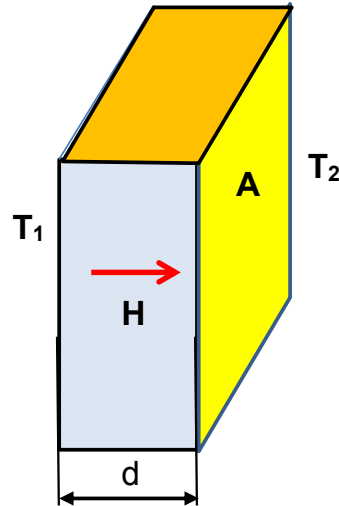
$$H_{TEKNOPOR} = \frac{\left(0,01 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}\right) \cdot (0,8 m^2) \cdot (30 ^\circ C - 0 ^\circ C)}{2 \times 10^{-2} m}$$

Respuesta: $H_{TEKNOPOR} = 12 \text{ watts}$

19. Una caja de teknopor se usa para mantener frías las bebidas. El área total de sus lados, incluyendo la tapa es de $0,8 \text{ m}^2$ y su espesor $2,0 \text{ cm}$. La caja está llena de hielo, agua y gaseosas a $0 ^\circ C$. Si la temperatura exterior es $30 ^\circ C$. Determine la cantidad de calor (en kilocalorías) que fluye a través de sus paredes en 60 minutos. $k_{TEKNOPOR} = 0,01 \frac{\text{watts}}{m \cdot ^\circ C}$

RESOLUCIÓN.

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:



Para el problema 19

$$H_{TEKNOPOR} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{TEKNOPOR} = \frac{\left(0,01 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}\right) \cdot (0,8 m^2) \cdot (30 ^\circ C - 0 ^\circ C)}{2 \times 10^{-2} m}$$

$$H_{TEKNOPOR} = 12 \text{ watts}$$

Calculo de la cantidad de calor que fluye en 60 minutos:

$$H_{TEKNOPOR} = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = H \cdot t$$

$$Q = H \cdot t = \left(12 \frac{J}{s}\right) \cdot (3600 s) = 43200 J \cdot \left(\frac{0,24 cal}{1 J}\right) = 10368 cal$$

$$Q = 10368 \text{ calorías} = 10,368 \text{ kcal}$$

20. Una caja de teknopor se usa para mantener frías los cubos de hielo. El área total de sus lados, incluyendo la tapa es de $0,8 m^2$ y su espesor $2,0 \text{ cm}$. La caja está llena de hielo $0 ^\circ C$. Si la temperatura exterior es $30 ^\circ C$. Determine la cantidad de hielo (en gramos) que se derrite en 60 minutos.

$$k_{TEKNOPOR} = 0,01 \frac{\text{watts}}{m \cdot ^\circ C}$$

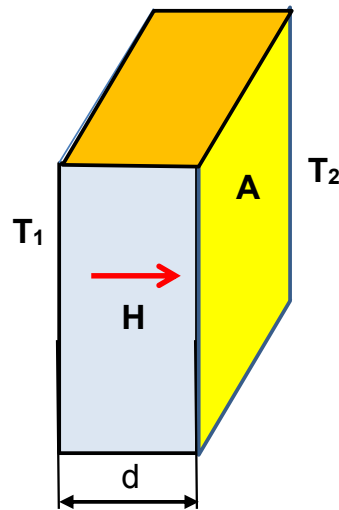
RESOLUCIÓN.

I. El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:

$$H_{TEKNOPOR} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{TEKNOPOR} = \frac{\left(0,01 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}\right) \cdot (0,8 m^2) (30 ^\circ C - 0 ^\circ C)}{2 \times 10^{-2} m}$$

$$H_{TEKNOPOR} = 12 \text{ watts}$$



Para el problema 20

II. Cálculo de la cantidad de calor que fluye en 60 minutos: $H_{TEKNOPOR} = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = H \cdot t$

$$Q = H \cdot t = \left(12 \frac{J}{s}\right) \cdot (3600s) = 43200J \cdot \left(\frac{0,24cal}{1J}\right) = 10368calorias \quad Q = 10368calorias = 10,368kcal$$

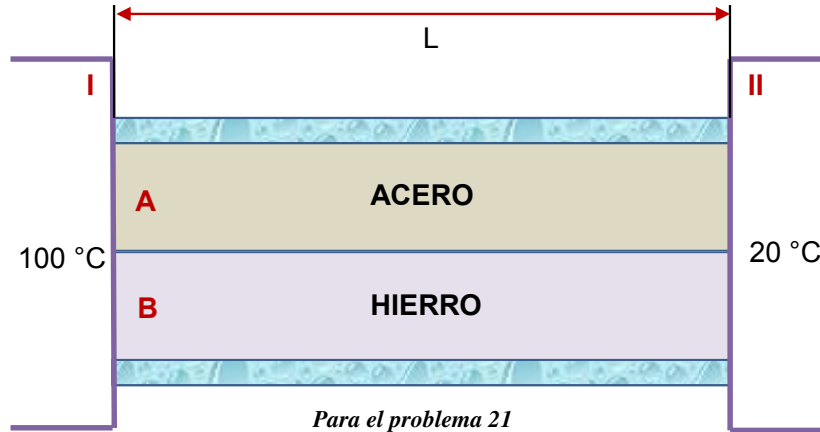
III. Cálculo de la cantidad de hielo que se derrite en 60 minutos: $Q = m \cdot L_{FUSION}$

$$m = \frac{Q}{L_{FUSION}} = \frac{10368cal}{80 \frac{cal}{g}} = 129,6 \text{ g}$$

Respuesta: en una hora se derrite 129,6 gramos de hielo.

21. Dos varillas, de 100 cm de longitud han sido colocadas para unir dos ambientes I y II. La varilla A tiene una sección de 20 cm^2 es de acero, la varilla B tiene una sección de 10 cm^2 es de hierro, halle la rapidez de transferencia de calor desde I hasta II a través de ambas varillas (en cal/s)

$$k_{\text{ACERO}} = 0,12 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}} \text{ y } k_{\text{HIERRO}} = 0,14 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}$$



RESOLUCIÓN

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “t”:

$$H_{\text{ACERO}} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{\text{ACERO}} = \frac{\left(0,12 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}\right) \cdot (20 \text{ cm}^2) \cdot (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}{100 \text{ cm}} = 1,92 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

$$H_{\text{HIERRO}} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{\text{HIERRO}} = \frac{\left(0,14 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}\right) \cdot (10 \text{ cm}^2) \cdot (100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}{100 \text{ cm}} = 1,12 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

$$H_{\text{TOTAL}} = H_{\text{ACERO}} + H_{\text{HIERRO}} = 3,04 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

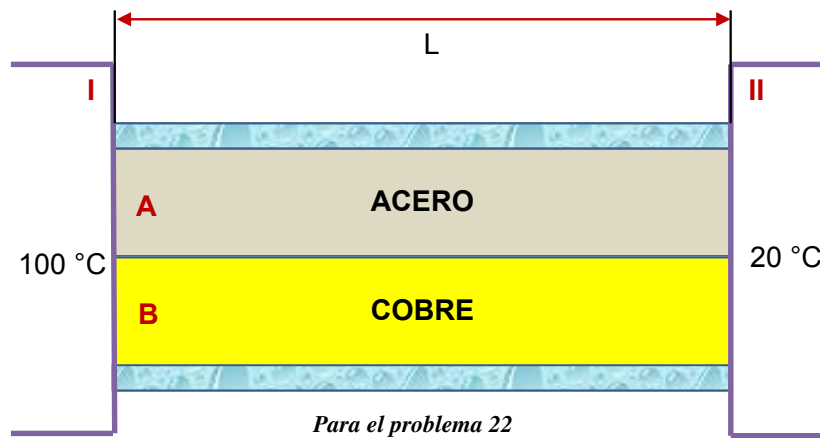
Respuesta: la corriente calorífica total es $3,04 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$

22. Dos varillas, de 100 cm de longitud han sido colocadas para unir dos ambientes I y II. La varilla A tiene una sección de 20 cm^2 es de acero, la varilla B tiene una sección de 10 cm^2 es de cobre, halle la rapidez de transferencia de calor desde I hasta II a través de ambas varillas (en cal/s)

$$k_{ACERO} = 0,12 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^{\circ}\text{C}}$$

y

$$k_{COBRE} = 0,92 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^{\circ}\text{C}}$$



RESOLUCIÓN

El flujo de energía calorífica se define como la relación entre la energía calorífica Q por cada unidad de tiempo “ t ”:

$$H_{ACERO} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

$$H_{ACERO} = \frac{\left(0,12 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^{\circ}\text{C}}\right) \cdot (20 \text{ cm}^2) \cdot (100^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C})}{100 \text{ cm}} = 1,92 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

$$H_{COBRE} = \frac{Q}{t} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

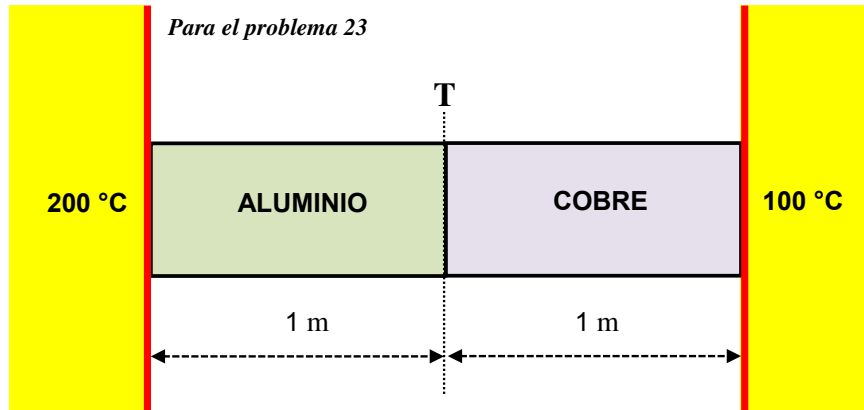
$$H_{COBRE} = \frac{\left(0,92 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^{\circ}\text{C}}\right) \cdot (10 \text{ cm}^2) \cdot (100^{\circ}\text{C} - 20^{\circ}\text{C})}{100 \text{ cm}} = 7,36 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

$$H_{TOTAL} = H_{ACERO} + H_{COBRE} = 9,28 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

Respuesta: la corriente calorífica total es $9,28 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$

23. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal $A = 20\text{cm}^2$. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura en la unión de las barras y el flujo calorífico $\left(\frac{J}{s}\right)$ a través de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.

$$k_{\text{ALUMINIO}} = 240 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \quad \text{y} \quad k_{\text{COBRE}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$



RESOLUCIÓN

I. El flujo de calor es constante a través del espesor de los bloques.

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k_1 \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d_1} = \frac{k_2 \cdot A \cdot (T_2 - T_3)}{d_2}$$

Reemplazando los datos y simplificando tenemos:

$$\frac{(240) \cdot A \cdot (200 - T)}{1} = \frac{(400) \cdot A \cdot (T - 100)}{1} \Rightarrow 240(200 - T) = 400(T - 100)$$

Temperatura en la unión de los extremos: $T = 137,5^\circ\text{C}$

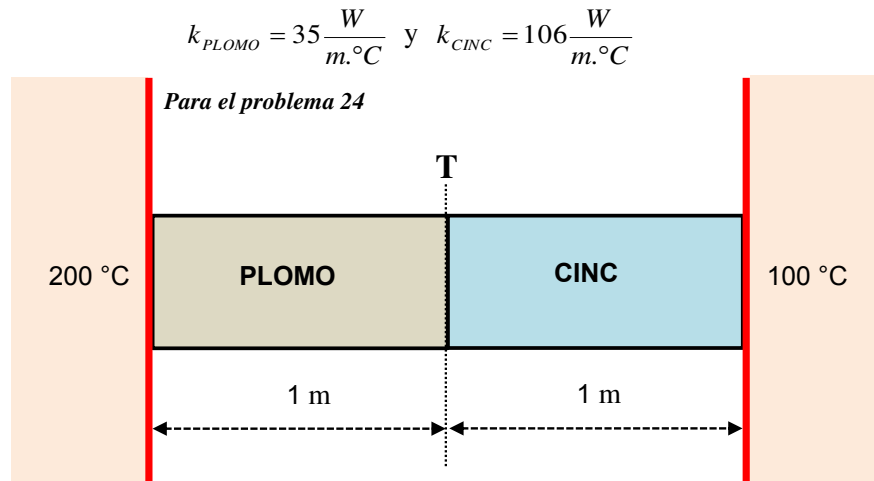
II. Cálculo del flujo calorífico a través de las barras en serie:

$$H = \frac{k_{\text{ALUMINIO}} \cdot A \cdot (T_1 - T)}{d_1}$$

$$H = \frac{\left(240 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (20 \times 10^{-4} \text{m}^2) \cdot (200^\circ\text{C} - 137,5^\circ\text{C})}{1\text{m}} = 30 \left(\frac{\text{J}}{\text{s}}\right)$$

$$H = 30 \text{ W}$$

24. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal $A = 20\text{cm}^2$. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura en la unión de las barras y el flujo calorífico $\left(\frac{J}{s}\right)$ a través de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.

**RESOLUCIÓN**

I. El flujo de calor es constante a través del espesor de los bloques.

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k_1 \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d_1} = \frac{k_2 \cdot A \cdot (T_2 - T_3)}{d_2}$$

Reemplazando los datos y simplificando tenemos:

$$\frac{(35) \cdot A \cdot (200 - T)}{1} = \frac{(106) \cdot A \cdot (T - 100)}{1} \Rightarrow 35(200 - T) = 106(T - 100)$$

Temperatura en la unión de los extremos: $T = 124,8 \text{ } ^\circ C$

II. Cálculo del flujo calorífico a través de las barras en serie:

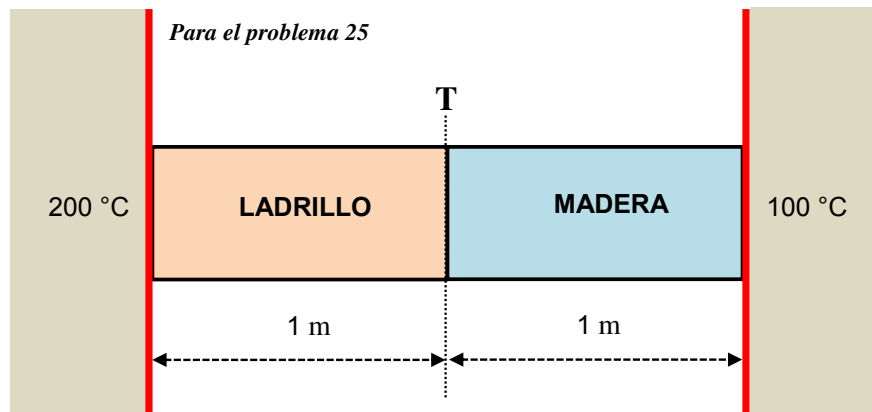
$$H = \frac{k_{PLOMO} \cdot A \cdot (T_1 - T)}{d_1}$$

$$H = \frac{\left(35 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \right) \cdot (20 \times 10^{-4} m^2) \cdot (200^\circ C - 124,8^\circ C)}{1 m} = 5,26 \left(\frac{J}{s} \right)$$

$$H = 5,26 \text{ W}$$

25. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal $A = 20 cm^2$. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura en la unión de las barras y el flujo calorífico (*en mW*) a través de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.

$$k_{LADRILLO} = 0,80 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \qquad k_{MADERA} = 0,13 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$



RESOLUCIÓN

I. El flujo de calor es constante a través del espesor de los bloques.

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k_1 \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d_1} = \frac{k_2 \cdot A \cdot (T_2 - T_3)}{d_2}$$

Reemplazando los datos y simplificando tenemos:

$$\frac{(0,80) \cdot A \cdot (200 - T)}{1} = \frac{(0,13) \cdot A \cdot (T - 100)}{1} \Rightarrow 80(200 - T) = 13(T - 100)$$

Temperatura en la unión de los extremos: $T = 186 \text{ } ^\circ\text{C}$

II. Cálculo del flujo calorífico a través de las barras en serie:

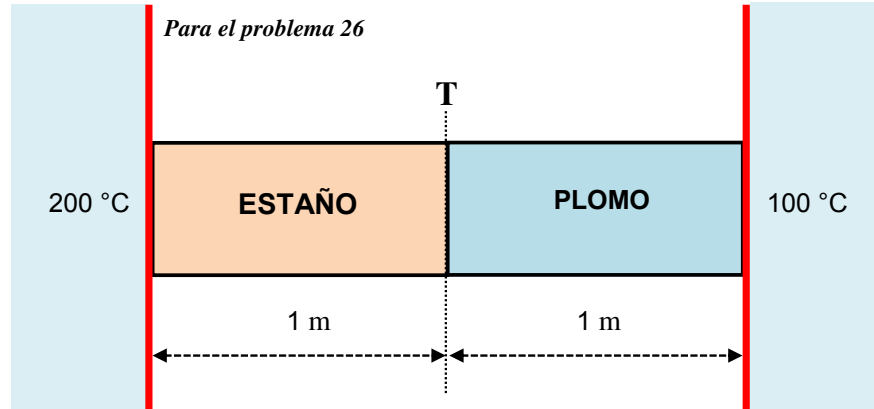
$$H = \frac{k_{\text{LADRILLO}} \cdot A \cdot (T_1 - T)}{d_1}$$

$$H = \frac{\left(0,80 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (20 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cdot (200^\circ\text{C} - 186^\circ\text{C})}{1 \text{ m}} = 0,0224 \left(\frac{\text{J}}{\text{s}}\right)$$

Respuesta. $H = 0,0224 \text{ W} = 22,4 \text{ mW}$

26. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal $A = 20\text{cm}^2$. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura en la unión de las barras y el flujo calorífico (en W) a través de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.

$$k_{\text{ESTAÑO}} = 64 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \quad \text{y} \quad k_{\text{PLOMO}} = 35 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$



RESOLUCIÓN

I. El flujo de calor es constante a través del espesor de los bloques.

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k_1 \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d_1} = \frac{k_2 \cdot A \cdot (T_2 - T_3)}{d_2}$$

Reemplazando los datos y simplificando tenemos:

$$\frac{(64) \cdot A \cdot (200 - T)}{1} = \frac{(35) \cdot A \cdot (T - 100)}{1} \Rightarrow 64(200 - T) = 35(T - 100)$$

Temperatura en la unión de los extremos: $T = 164,64 \text{ } ^\circ\text{C}$

II. Cálculo del flujo calorífico a través de las barras en serie:

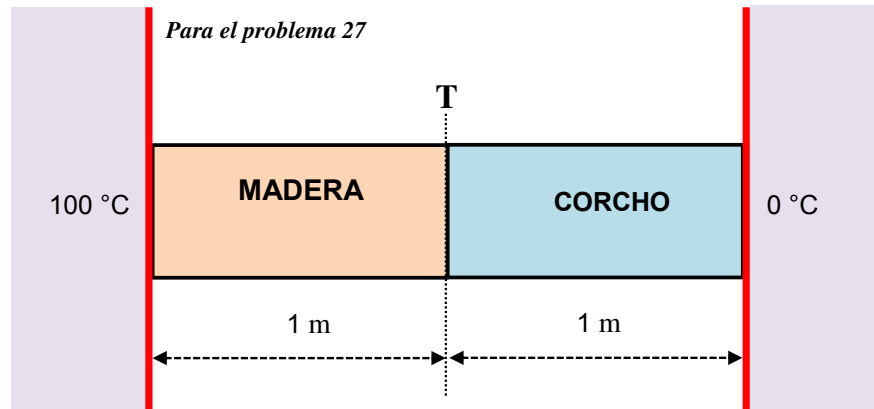
$$H = \frac{k_{\text{ESTAÑO}} \cdot A \cdot (T_1 - T)}{d_1}$$

$$H = \frac{\left(64 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (20 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cdot (200^\circ\text{C} - 164,64^\circ\text{C})}{1 \text{ m}} = 4,5 \text{ W}$$

Respuesta. $H = 4,5 \text{ W}$

27. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal $A = 20\text{ cm}^2$. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura en la unión de las barras y el flujo calorífico (*en mW*) a través de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.

$$k_{\text{MADERA}} = 0,13 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \quad \text{y} \quad k_{\text{CORCHO}} = 0,04 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$



RESOLUCIÓN

I. El flujo de calor es constante a través del espesor de los bloques.

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k_1 \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d_1} = \frac{k_2 \cdot A \cdot (T_2 - T_3)}{d_2}$$

Reemplazando los datos y simplificando tenemos:

$$\frac{(0,13) \cdot A \cdot (100 - T)}{1} = \frac{(0,04) \cdot A \cdot (T - 0)}{1} \Rightarrow 13(100 - T) = 4(T - 0)$$

Temperatura en la unión de los extremos: $T = 76,5\text{ }^\circ\text{C}$

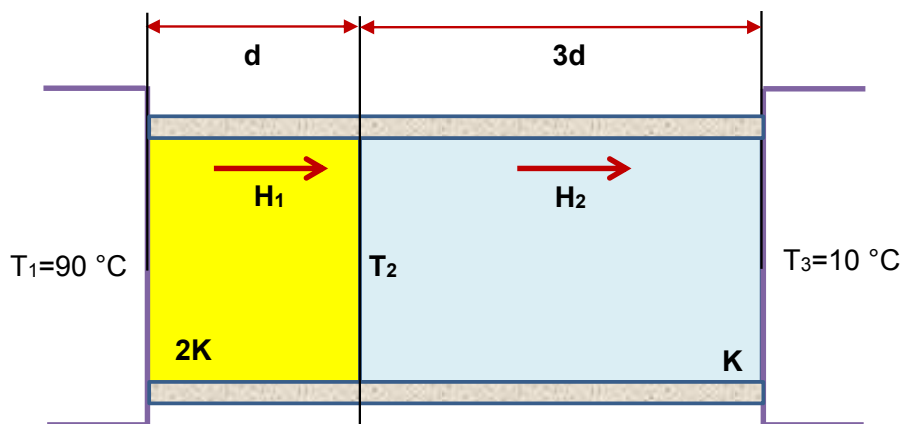
II. Cálculo del flujo calorífico a través de las barras en serie:

$$H = \frac{k_{\text{MADERA}} \cdot A \cdot (T_1 - T)}{d_1}$$

$$H = \frac{\left(0,13 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot (20 \times 10^{-4} \text{ m}^2) \cdot (100^\circ\text{C} - 76,5^\circ\text{C})}{1 \text{ m}} = 0,00611 \text{ W}$$

Respuesta. $H = 6,11 \text{ mW}$

28. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal, respectivamente. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura en la unión de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.



Para el problema 28

RESOLUCIÓN

El flujo de calor es constante a través del espesor de los bloques.

$$H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{k_1 \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{d_1} = \frac{k_2 \cdot A \cdot (T_2 - T_3)}{d_2}$$

Reemplazando:

$$\frac{2k \cdot A \cdot (90 - T_2)}{d} = \frac{k \cdot A \cdot (T_2 - 10)}{3d} \Rightarrow \frac{2 \cdot (90 - T_2)}{1} = \frac{(T_2 - 10)}{3}$$

$$540 - 6T_2 = T_2 - 10 \Rightarrow 550 = 7T_2 \Rightarrow T_2 = 78,57\text{ }^{\circ}\text{C}$$

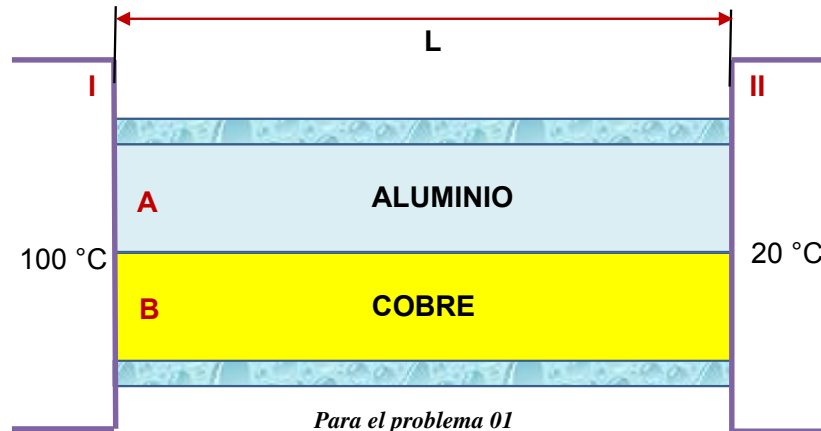
Respuesta:

$$T_2 = 78,57\text{ }^{\circ}\text{C}$$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Dos varillas, de 1 m de longitud han sido colocadas para unir dos ambientes I y II. La varilla A tiene una sección de 12 cm² es de aluminio, la varilla B tiene una sección de 10 cm² es de cobre, halle la rapidez de transferencia de calor desde I hasta II a través de ambas varillas (en J/s)

$$k_{\text{ALUMINIO}} = 240 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \quad \text{y} \quad k_{\text{COBRE}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$



- A) 14,60 B) 16,40 C) 41,60 D) 46,10 E) ninguna
2. Se tiene un paralelepípedo de cobre de dimensiones 5 cm, 10 cm y 20 cm, se dispone además de dos fuentes térmicas que mantienen las temperaturas 150 °C y 25 °C. Determine la máxima cantidad de energía térmica (en kcal) que en régimen estacionario fluye a través de dos caras opuestas del paralelepípedo en 2 segundos.

$$k_{\text{COBRE}} = 0,92 \frac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C}}$$

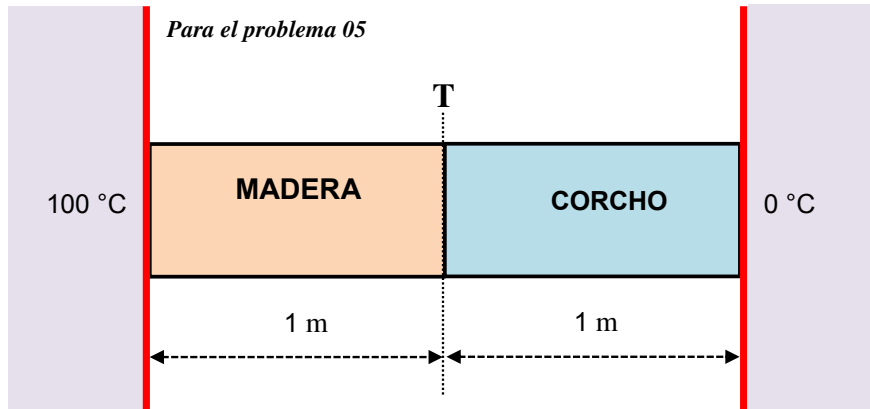
- A) 0,575 B) 1,15 C) 2,3 D) 4,6 E) 9,2
3. Las paredes de un horno tienen una conductividad térmica **k** y un área de 20 m². Si la temperatura ambiental es de 20 °C y la temperatura interna del horno es de 200 °C. El espesor de la pared es 10 cm. ¿Cuál es la potencia (en kW) que debe tener un calefactor en el interior del horno para mantener la temperatura constante?

$$k = 0,1 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

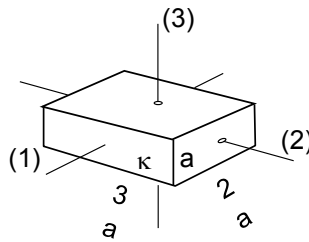
- A) 1,8 B) 2,5 C) 3,6 D) 4,2 E) 5,1
4. Respecto de las siguientes afirmaciones, marcar ¿Verdadero (V) o falso (F)?
- I. Si con una mano sostenemos la cabeza de un martillo y con la otra el mango, la sensación térmica es distinta debido a que el mango está más caliente.
- II. Los cuerpos de colores claros absorben mejor la radiación que los cuerpos oscuros.
- III. La radiación térmica solo puede transferirse a través del vacío.
- A) FVF B) VFF C) FFV D) FFF E) VVF

5. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal $A = 20\text{cm}^2$. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura (en $^{\circ}\text{C}$) en la unión de las barras y el flujo calorífico (en mW) a través de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.

$$k_{\text{MADERA}} = 0,13 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}} \quad \text{y} \quad k_{\text{CORCHO}} = 0,04 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

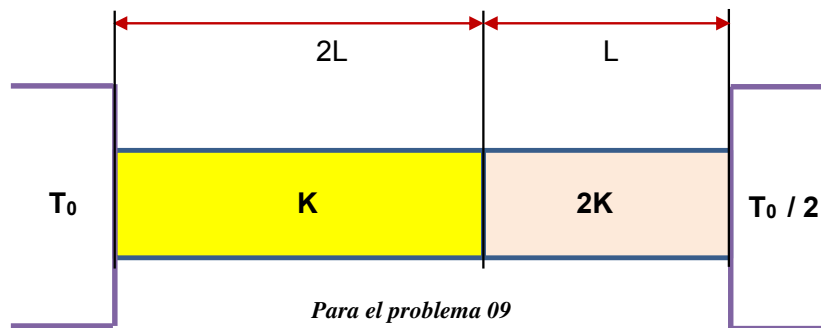


- A) 76,5 y 5,11 B) 80 y 5,11 **C) 76,5 y 6,11** D) 70 y 7,11 E) 50 y 8,11
6. Respecto a la transferencia de calor, identifique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones:
- I. La transferencia por conducción se explica en la energía vibratoria de los átomos del material conductor, la cual pasa de átomo a átomo.
 - II. El recircular aire caliente de una habitación mediante un ventilador es un ejemplo de transferencia de calor por convección.
 - III. La única manera que por una región ausente de materia pase calor, es por radiación.
- A) FFF B) FVV C) VFV D) VVF **E) VVV**
7. Se tiene un paralelepípedo de cobre de dimensiones $5\text{cm} \times 10\text{cm} \times 20\text{cm}$, se dispone además de dos fuentes térmicas que mantienen la temperatura 150°C y 50°C . Calcule la máxima cantidad de energía térmica (en kcal) que en régimen estacionario fluye a través de dos caras opuestas del paralelepípedo en 20 segundos. $k_{\text{COBRE}} = 0,92 \frac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^{\circ}\text{C}}$
- A) 0,575 B) 1,15 C) 2,3 D) 4,6 E) ninguna
8. Se tiene un paralelepípedo metálico de conductividad térmica K , se dispone además de dos fuentes térmicas que mantienen la misma diferencia de temperatura ΔT entre dos caras opuestas del paralelepípedo. Sean. H_1 el flujo de calor en la dirección (1), H_2 el flujo de calor en la dirección (2), H_3 el flujo de calor en la dirección (3); para la misma variación de temperatura. Escoja la desigualdad correcta.



- A) $H_1 > H_2 > H_3$ B) $H_1 > H_2 < H_3$ C) $H_3 > H_2 > H_1$
 D) $H_2 > H_1 > H_3$ E) $H_3 > H_1 > H_2$

9. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal, respectivamente. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, halle la temperatura en la unión de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.



- A) $\frac{3}{5}T_0$ B) $\frac{4}{5}T_0$ C) $\frac{2}{3}T_0$ D) $\frac{5}{6}T_0$ E) $\frac{5}{8}T_0$

10. Respecto a la transferencia de calor por conducción, convección y radiación, ¿cuántas de las siguientes proposiciones son correctas?

- I. Para la conducción de un calor es suficiente que haya diferencia de temperatura entre dos puntos.
 II. Para la convección necesariamente debe haber transporte de masa.
 III. Para la radiación se necesita un cuerpo caliente y un fluido que traslade el calor que emite.
 IV. El calor que sale del sol para llegar a los cuerpos celestes que lo rodean utiliza los tres mecanismos de transferencia: conducción, convección y radiación.

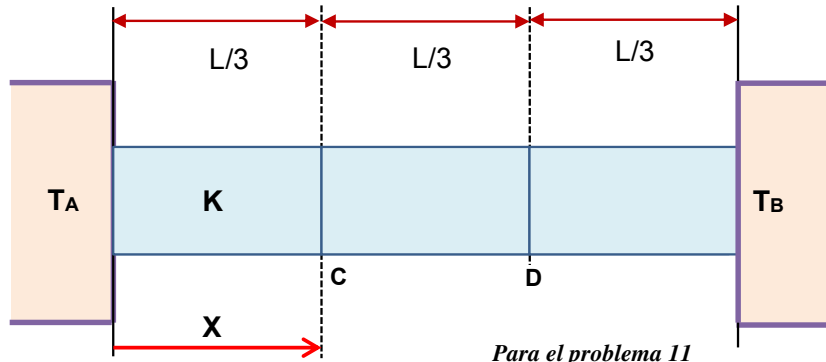
- A) Ninguna B) Una C) Dos D) Tres E) Todas

11. Se muestra una barra de largo L cuyo coeficiente de conductividad térmica es K entre dos focos de calor de temperatura $T_A > T_B$. Indique cuáles de las siguientes proposiciones son correctas:

I. El flujo de calor es la rapidez con que se propaga el calor a través del material.

II. Si $X = \frac{L}{3}$, la temperatura en C es $T_C = \frac{1}{3}(T_A - T_B)$.

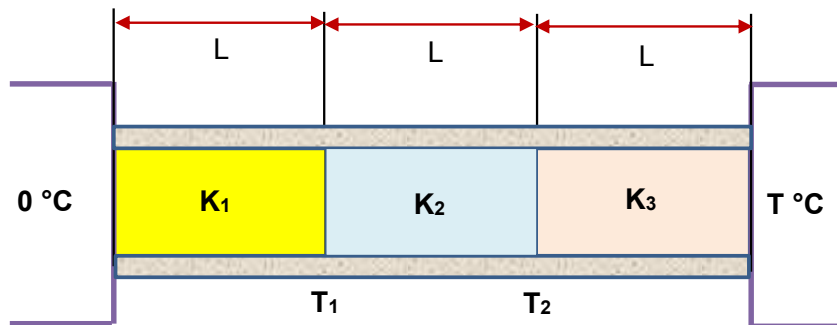
III. Si hubiera pérdidas de calor al ambiente por radiación no podría afirmarse que el flujo de calor a través de C y D son iguales.



- A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) Todas E) I y III

12. Se muestra una plancha compuesta de tres partes de igual dimensiones. Si en esta se establece un flujo estacionario de calor. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

$$K_1 > K_2 > K_3$$



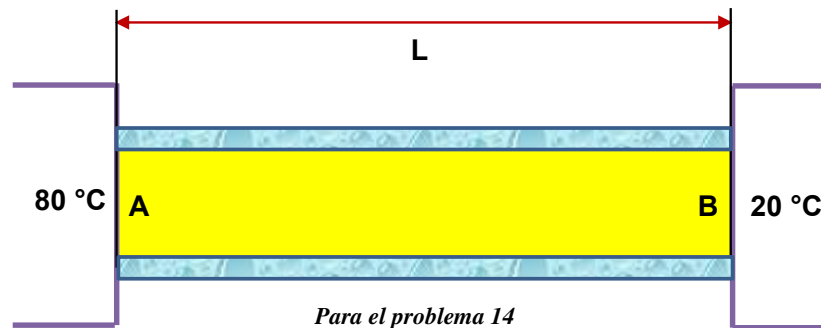
I. H en $K_1 > H$ en K_2

II. $\frac{k_1}{k_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}$

III. $k_2(T_2 - T_1) = k_3(T - T_2)$

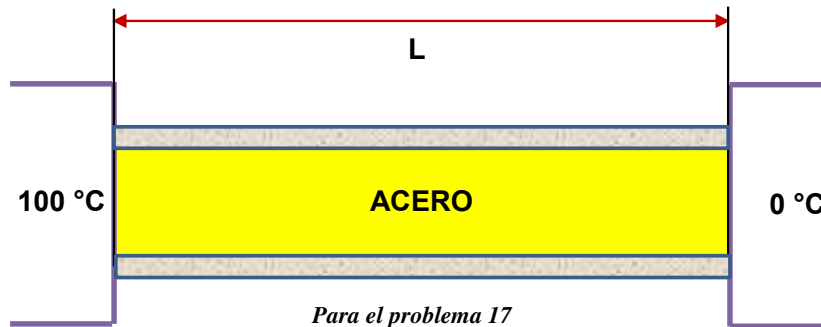
- A) VFF B) FVF C) FVV D) VFV E) FFF

13. Las paredes de un horno tienen una conductividad térmica $k = 0,1 \frac{W}{m.K}$ y un área de 20 m^2 . Si la temperatura ambiental es de 20°C y la temperatura interna del horno es de 200°C (uniforme) cuál es la potencia en kW que debe tener un calefactor en el interior del horno para mantener la temperatura constante. (Considere paredes de 10 cm de espesor)
- A) 1,8 B) 2,5 **C) 3,6** D) 4,2 E) 0,36
14. Se muestra una barra colocada entre dos ambientes cuyas temperaturas se indican; marque verdadero (V) o falso (F) según corresponda:
- El flujo de calor a través de la superficie "A" será mayor que el flujo a través de la superficie "B".
 - En régimen estacionario, la superficie "B" llegará hasta $T=80^\circ\text{C}$
 - En régimen estacionario, la temperatura en el punto medio de la barra será aproximadamente 50°C .



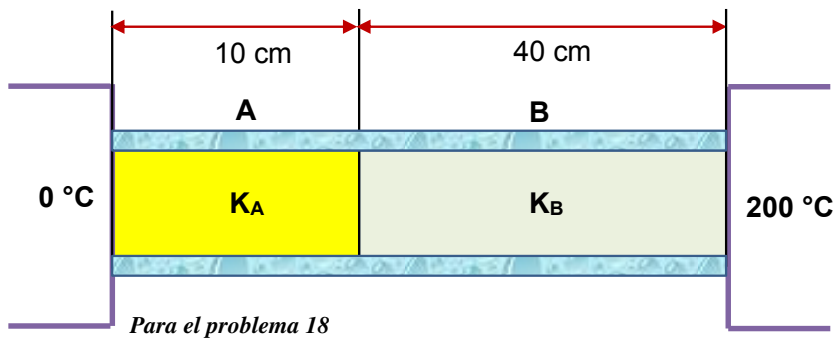
- A) VVV B) VFV C) FFV D) FVV E) FFF
15. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- Si se suministra calor a una sustancia siempre se tendrá como resultado un incremento en la temperatura de ésta.
 - En las zonas costeras la brisa marina sopla desde la tierra hacia el mar durante el día, y del mar hacia la tierra durante la noche.
 - Como los cuerpos negros son buenos absorbentes del calor radiante, para mantener caliente una bebida es más conveniente utilizar un recipiente oscuro que un recipiente de color claro, cuando éste se encuentra en el medio ambiente.
- A) VVV B) FVV C) VVF D) FVF E) FFF
16. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) respecto de los mecanismos de transferencia de calor.
- Es posible que se dé al mismo tiempo y en un mismo medio tanto la conducción, convección y radiación pero uno de ellos predomina.
 - En la conducción no existe movimiento de masa.
 - Solo los cuerpos a temperaturas mayores que la ambiental transfieren calor en forma de radiación.
- A) VVV B) VVF C) VFF D) FVF E) FFF

17. Una barra de acero de 2 m de longitud es de forma cilíndrica tiene un diámetro de 1,0 cm, está revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 100 °C y 0 °C. Determine el flujo calorífico (en cal/s) en régimen estacionario $k_{ACERO} = 0,12 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^{\circ}\text{C}}$



- A) 0,012 B) 0,036 C) 0,047 D) 0,082 E) 0,091

18. Dos barras metálicas A y B están revestidas de aislante térmico, sus longitudes son de 10 cm y 40 cm respectivamente. La barra A está en contacto con la fuente calorífica a 0 °C y la barra B está en contacto con la fuente calorífica a 200 °C. Si la temperatura de la unión es 80 °C, determinar la relación de las conductividades térmicas K_A/K_B .

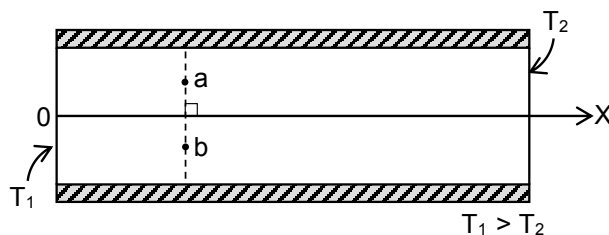


- A) 3/8 B) 4/3 C) 5/4 D) 6/5 E) 7/6

19. Respecto a la transferencia de calor por radiación, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:
- La potencia radiada solo depende de la temperatura a la que se encuentra el cuerpo.
 - La radiación de calor de un cuerpo sucede sólo cuando este se encuentra a altas temperaturas.
 - Un cuerpo negro sólo puede recibir energía térmica radiada por otro que se encuentra a mayor temperatura.
- A) VVV B) FFF C) VVF D) VFF E) FFV

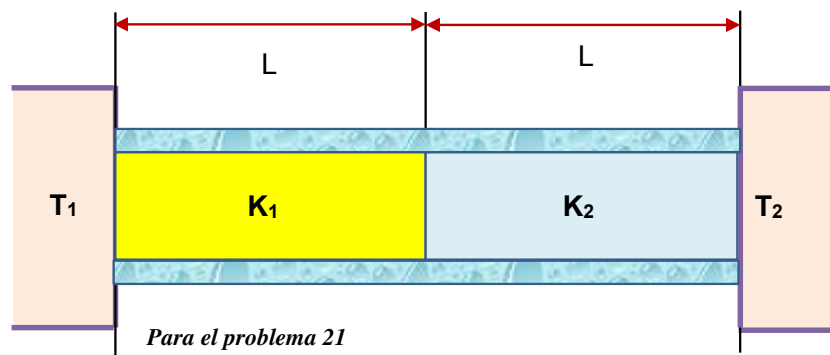
20. La figura muestra una barra en la que se transfiere calor por conducción, si el flujo es estacionario, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. $\frac{\Delta T}{\Delta x} = 0$
 II. La temperatura varía linealmente con x .
 III. $T_a = T_b$



- A) VVV B) FFV C) VVF D) FVV E) FVF

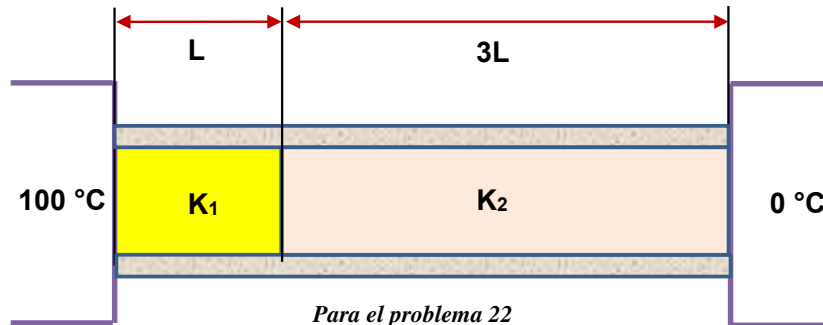
21. Se muestra dos varillas metálicas con conductividades térmicas K_1 y K_2 respectivamente. Determine la temperatura en la unión de las varillas si se sabe que $T_1 > T_2$.



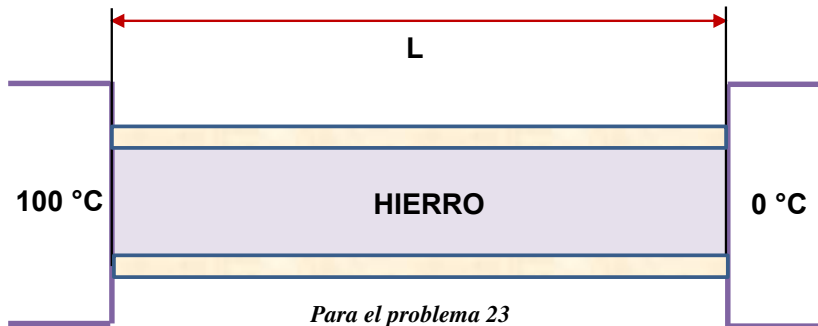
- A) $\frac{T_1 + T_2}{2}$ B) $\frac{k_1 T_1 + k_2 T_2}{k_1 + k_2}$ E) $T_1 + T_2$
 C) $k_1 T_1 + k_2 T_2$ D) $k_2 T_1 + k_1 T_2$

22. Se muestra una barra compuesta de área transversal homogénea A y temperatura en la unión denotada por T_1 . Si se cambia el orden de las porciones para que la de conductividad K_2 tenga contacto con la fuente a 100°C y la de conductividad K_1 tenga contacto con 0°C y denotamos la temperatura en la unión como T_1' . Calcule $\frac{T_1}{T_1'}$. (Considere en ambos casos: flujo estacionario).

$$K_1 = 1,1 \cdot K_2$$



- A) 0,7 B) 1,1 C) 1,6 D) 2,2 E) ninguna
23. Una barra de hierro está provista de aislante térmico, uno de sus extremos se mantiene a una temperatura de 100°C , el otro extremo se apoya en un bloque de hielo a 0°C . Si la longitud de la barra es 28 cm y 2 cm^2 de sección transversal, determine la masa de hielo (en gramos) que se derrite en el tiempo de $1,0\text{ hora}$. $k_{\text{HIERRO}} = 0,14 \frac{\text{cal}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}$



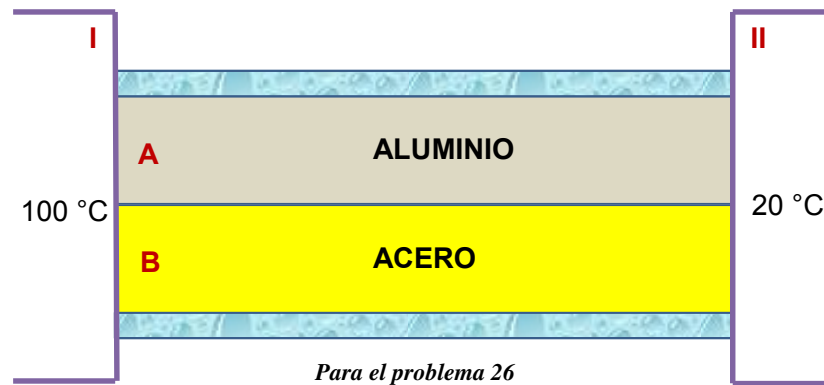
- A) 10 B) 15 C) 35 D) 45 E) 90
24. El vidrio de una ventana tiene un área de 3 m^2 y un espesor de $0,6\text{ cm}$. Si en la cara de mayor temperatura, ésta es 40°C , determine la temperatura (en $^\circ\text{C}$) en la otra cara sabiendo que la rapidez de transferencia de energía por conducción en estado estable es de 1000 W . $K_{\text{VIDRIO}} = 0,80 \frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$
- A) 20,5 B) 22,5 C) 18,5 D) 16,5 E) 14,5

25. Las paredes de un horno tienen una conductividad térmica $k = 0,10 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$ y un área de 2 m^2 . Si la temperatura ambiental es de $20^\circ C$ y la temperatura interna del horno es de $200^\circ C$ (uniforme) cuál es la potencia (en kW) que debe tener un calefactor en el interior del horno para mantener la temperatura constante. (Considere paredes de 10 cm de espesor)

A) 1,8 B) 2,5 C) 3,6 D) 4,2 **E) 0,36**

26. Dos varillas, de 1,0 m de longitud han sido colocadas para unir dos ambientes I y II. La varilla A tiene una sección de 20 cm^2 es de aluminio, la varilla B tiene una sección de 10 cm^2 es de cobre, halle la rapidez de transferencia de calor desde I hasta II a través de ambas varillas (en J/s)

$$k_{ALUMINIO} = 240 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \quad y \quad k_{COBRE} = 400 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$



A) 70,40 B) 16,40 C) 41,60 D) 46,10 E) 61,40

27. Se tiene un paralelepípedo de cobre de dimensiones $5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, se dispone además de dos fuentes térmicas que mantienen la temperatura $150^\circ C$ y $50^\circ C$. Halle la máxima cantidad de energía térmica (en kcal) que en régimen estacionario fluye a través de dos caras opuestas del paralelepípedo en 20 segundos.

$$k_{COBRE} = 0,92 \frac{\text{calorias}}{s \cdot \text{cm} \cdot ^\circ C}$$

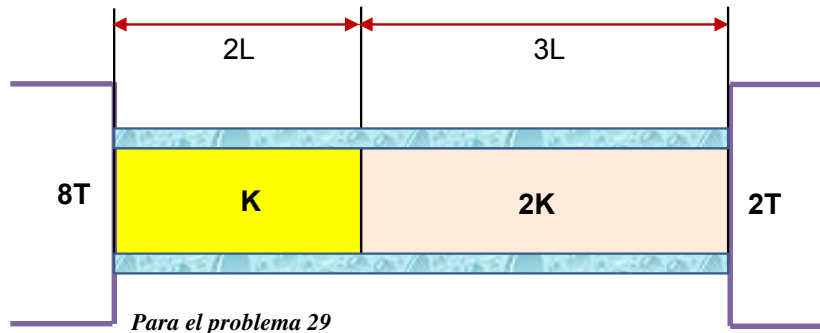
A) 57,5 B) 81,15 C) 52,3 **D) 73,6** E) 63

28. Se tiene un paralelepípedo de aluminio de dimensiones $5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, se dispone además de dos fuentes térmicas que mantienen la temperatura $150^\circ C$ y $50^\circ C$. Halle la máxima cantidad de energía térmica (en kJ) que en régimen estacionario fluye a través de dos caras opuestas del paralelepípedo en 20 segundos.

$$k_{ALUMINIO} = 240 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

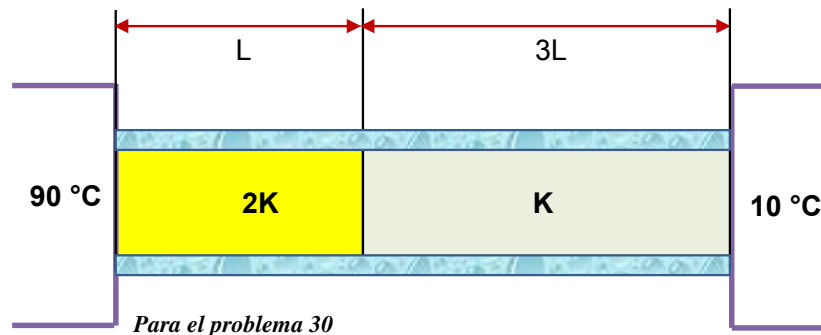
A) 0,575 B) 1,15 C) 2,3 **D) 9,6** E) 8,8

29. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal, respectivamente. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, halle la temperatura en la unión de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.



- A) 4,57 T B) 3,57 T C) 5 T D) 6 T E) 7 T

30. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal, respectivamente. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, halle la temperatura (en °C) en la unión de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.



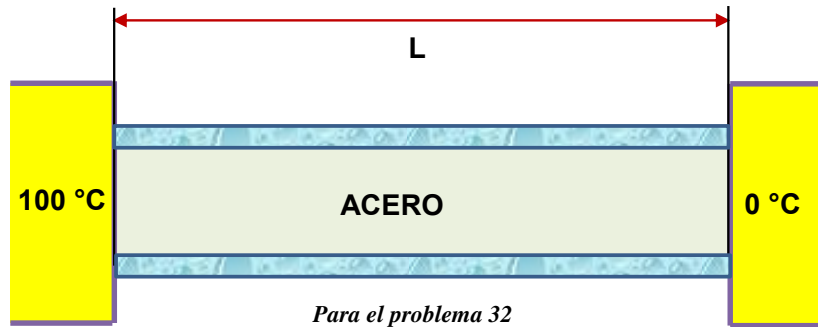
- A) 78,57 B) 50 C) 60 D) 74 E) 80

31. Una caja de teknopor se usa para mantener frías las bebidas. El área total de sus lados, incluyendo la tapa es de $0,8 \text{ m}^2$ y su espesor $2,0 \text{ cm}$. La caja está llena de hielo, agua y gaseosas a 0 °C . Si la temperatura exterior es 30 °C . Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario.

$$k_{\text{TEKNOPOR}} = 0,01 \frac{\text{watts}}{\text{m} \cdot \text{°C}}$$

- A) 12 B) 10 C) 7 D) 6 E) 9

32. Una barra de acero de 2 m de longitud es de forma cilíndrica tiene área de sección recta de $1,0 \text{ cm}^2$, está revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 100°C y 0°C . Determine el flujo calorífico (en $\frac{\text{cal}}{\text{s}}$) en régimen estacionario. $k_{\text{ACERO}} = 0,12 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^\circ\text{C}}$



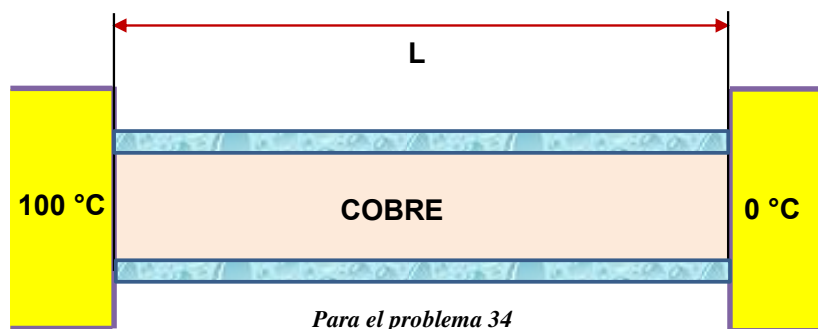
- A) 0,012 B) 0,036 C) 0,047 **D) 0,060** E) 0,091

33. El vidrio de una ventana tiene un área de 3 m^2 y un espesor de $0,6 \text{ cm}$. Si en la cara de mayor temperatura, ésta es 40°C , determine la temperatura (en $^\circ\text{C}$) en la otra cara sabiendo que la rapidez de transferencia de energía por conducción en estado estable es de 1000 W .

$$k_{\text{VIDRIO}} = 0,8 \frac{\text{watts}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$$

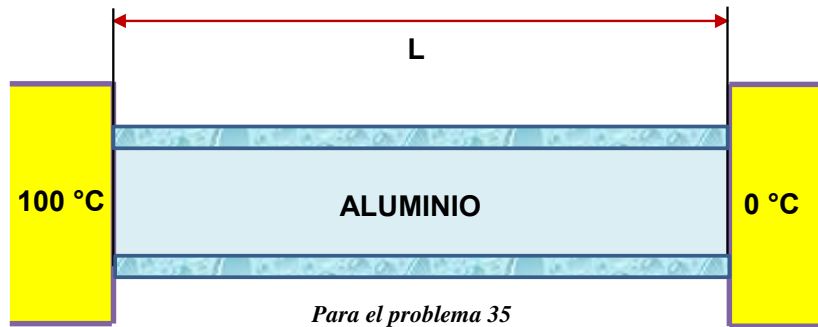
- A) 37,5** B) 22,5 C) 18,5 D) 16,5 E) 14,5

34. Una barra de cobre de 2 m de longitud es de forma cilíndrica tiene área de sección recta de 5 cm^2 , está revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 100°C y 0°C . Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario. $k_{\text{COBRE}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m.}^\circ\text{C}}$



- A) 12 **B) 10** C) 47 D) 20 E) 91

35. Una barra de aluminio de 2 m de longitud es de forma cilíndrica tiene área de sección recta de 10 cm^2 , está revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 100°C y 0°C . Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario. $k_{\text{ALUMINIO}} = 240 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}$

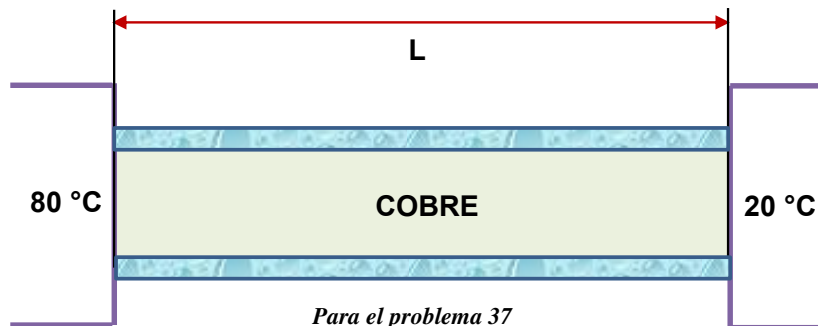


- A) 12 **B) 10** C) 47 D) 20 E) 60

36. Se tiene un paralelepípedo de cobre de dimensiones $5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, se dispone además de dos fuentes térmicas que mantienen la temperatura 150°C y 50°C . Halle la máxima cantidad de energía térmica (en kJ) que en régimen estacionario fluye a través de dos caras opuestas del paralelepípedo en 20 segundos. $k_{\text{COBRE}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}$

- A) 0,575 B) 1,15 **C) 16** D) 9,6 E) 9,81

37. Una barra de cobre de 2 m de longitud, tiene área de sección recta de 5 cm^2 , revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 80°C y 20°C . Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario. $k_{\text{COBRE}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}$



- A) 2 B) 10 C) 7 **D) 6** E) 9

38. El vidrio de una ventana tiene un área de 3 m^2 y un espesor de $1,2 \text{ cm}$. Si en la cara de mayor temperatura, está es 30°C , determine la temperatura (en $^\circ\text{C}$) en la otra cara sabiendo que la rapidez de transferencia de energía por conducción en estado estable es de 1000 W .

$$k_{\text{VIDRIO}} = 0,8 \frac{\text{watts}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

A) 37,5

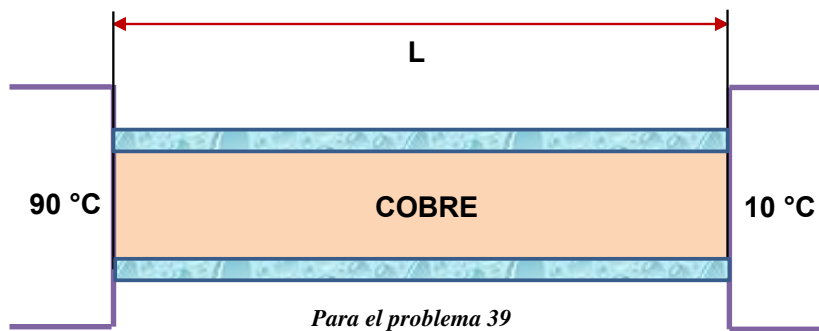
B) 22,5

C) 18,5

D) 16,5

E) 25

39. Una barra de cobre de 2 m de longitud, tiene área de sección recta de 8 cm^2 , revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 90°C y 10°C . Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario. $k_{\text{COBRE}} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$



A) 2

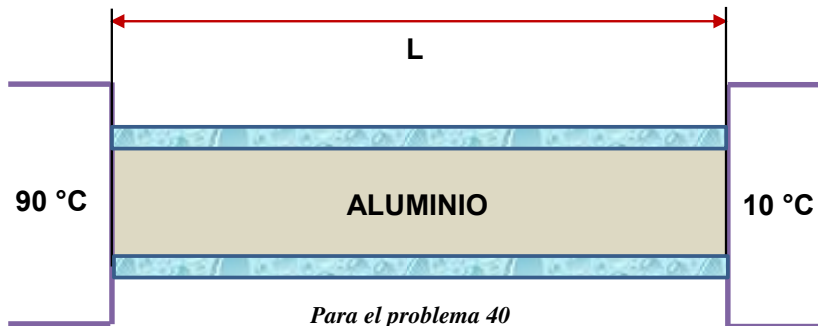
B) 10

C) 12,8

D) 6

E) 9

40. Una barra de aluminio de 2 m de longitud, tiene área de sección recta de 8 cm^2 , revestida de un material aislante térmico, está instalada entre dos focos de temperatura de 90°C y 10°C . Determine el flujo calorífico (en watts) en régimen estacionario. $k_{\text{ALUMINIO}} = 240 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$



A) 7,68

B) 10

C) 7

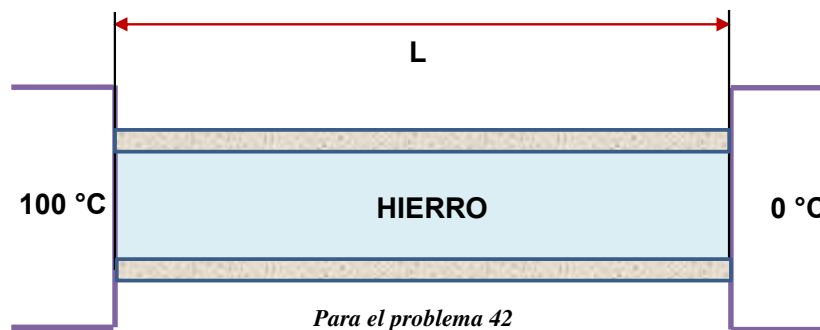
D) 6

E) 9

41. Una caja de teknopor se usa para mantener frías las bebidas. El área total de sus lados, incluyendo la tapa es de $0,8 \text{ m}^2$ y su espesor $2,0 \text{ cm}$. La caja está llena de hielo, agua y gaseosas a 0°C . Si la temperatura exterior es 30°C . Determine la cantidad de calor (en kilocalorías) que fluye a través de sus paredes en 60 minutos. $k_{\text{TEKNOPOR}} = 0,01 \frac{\text{watts}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$

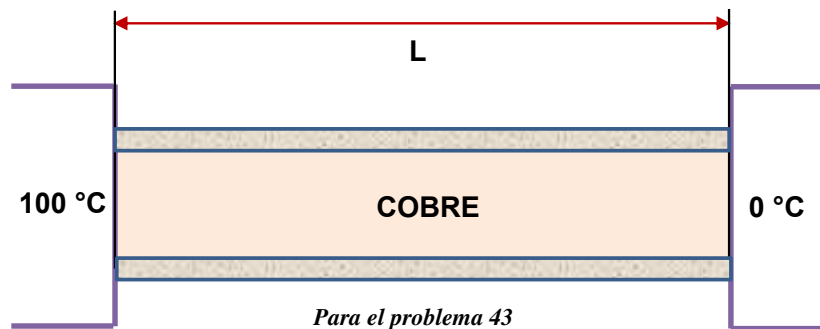
A) 12 B) 10 C) 7 **D) 10,368** E) 9

42. Una barra de hierro está provista de aislante térmico, uno de sus extremos se mantiene a una temperatura de 100°C , el otro extremo se apoya en un bloque de hielo a 0°C . Si la longitud de la barra es 28 cm y 2 cm^2 de sección transversal, determine la masa de hielo (en g) que se derrite en el tiempo de 1 hora; $k_{\text{HIERRO}} = 0,14 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm} \cdot ^\circ\text{C}}$



A) 10 B) 15 C) 35 **D) 45** E) 90

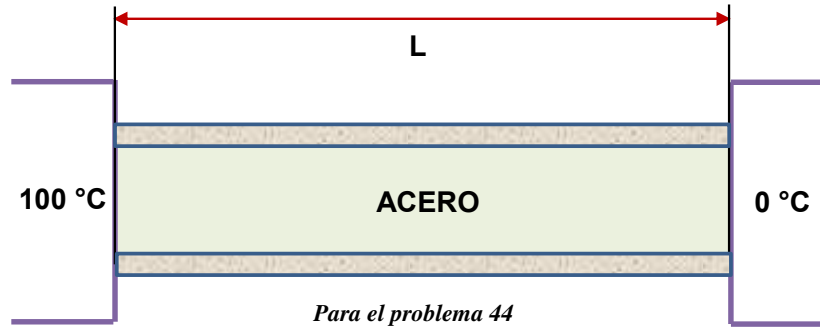
43. Una barra de cobre está provista de aislante térmico, uno de sus extremos se mantiene a una temperatura de 100°C , el otro extremo se apoya en un bloque de hielo a 0°C . Si la longitud de la barra es 28 cm y 2 cm^2 de sección transversal, determine la masa de hielo (en g) que se derrite en el tiempo de 14 minutos; $k_{\text{COBRE}} = 0,92 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm} \cdot ^\circ\text{C}}$



A) 10 **B) 69** C) 35 D) 45 E) 90

44. Una barra de acero está provista de aislante térmico, uno de sus extremos se mantiene a una temperatura de $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, el otro extremo se apoya en un bloque de hielo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si la longitud de la barra es 28 cm y 2 cm^2 de sección transversal, determine la masa de hielo (en g) que se derrite en el tiempo de 14 minutos;

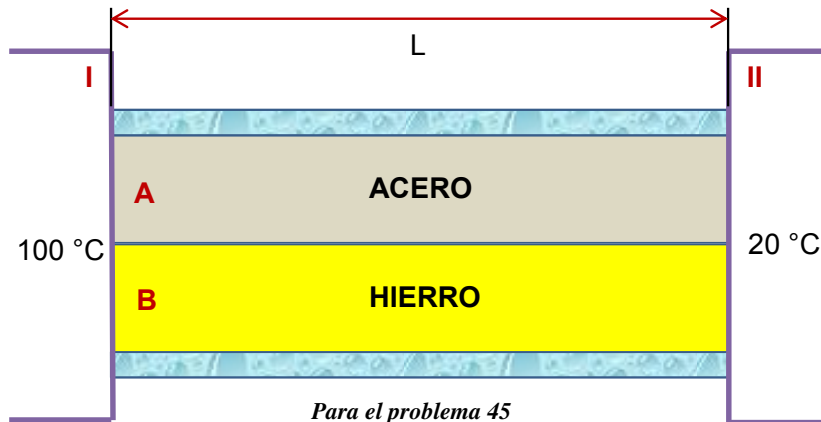
$$k_{ACERO} = 0,12 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^{\circ}\text{C}}$$



- A) 10 B) 69 C) 35 D) 45 **E) 9**

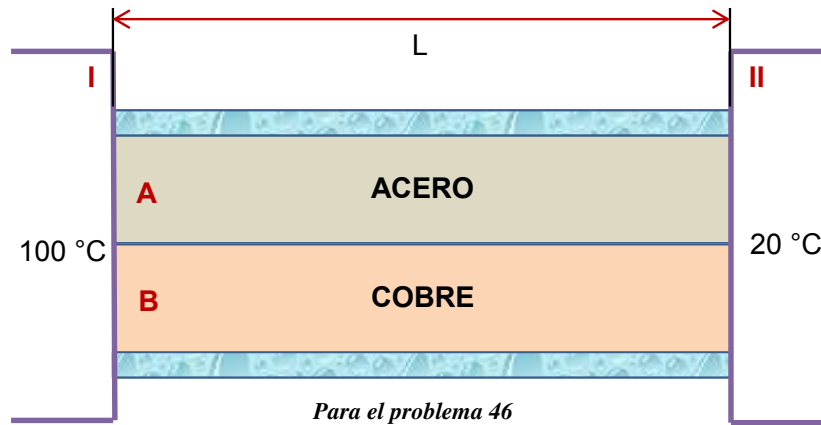
45. Dos varillas, de 100 cm de longitud han sido colocadas para unir dos ambientes I y II. La varilla A tiene una sección de 20 cm^2 es de acero, la varilla B tiene una sección de 10 cm^2 es de hierro, halle la rapidez de transferencia de calor desde I hasta II a través de ambas varillas (en cal/s)

$$k_{ACERO} = 0,12 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^{\circ}\text{C}} \quad \text{y} \quad k_{HIERRO} = 0,14 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^{\circ}\text{C}}$$



- A) 7,40 B) 1,40 **C) 3,04** D) 4,10 E) 1,40

46. Dos varillas, de 100 cm de longitud han sido colocadas para unir dos ambientes I y II. La varilla A tiene una sección de 20 cm^2 es de acero, la varilla B tiene una sección de 10 cm^2 es de cobre, halle la rapidez de transferencia de calor desde I hasta II a través de ambas varillas (en cal/s)

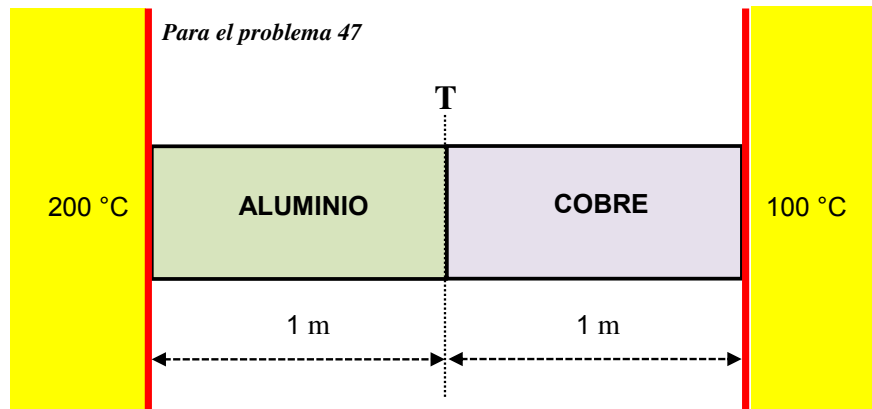


$$k_{ACERO} = 0,12 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^{\circ}\text{C}} \quad \text{y} \quad k_{COBRE} = 0,92 \frac{\text{calorias}}{\text{s.cm.}^{\circ}\text{C}}$$

A) 7,40 B) 16,40 C) 21,60 **D) 9,28** E) 11,40

47. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal $A = 20 \text{ cm}^2$. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura (en $^{\circ}\text{C}$) en la unión de las barras y el flujo calorífico (en W) a través de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.

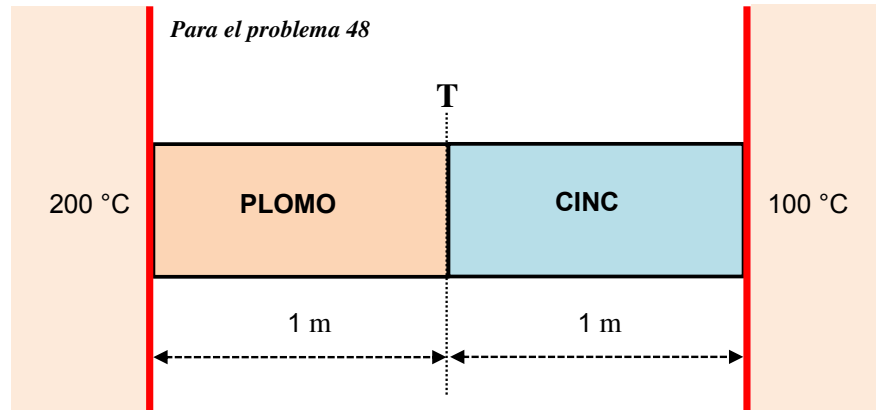
$$k_{ALUMINIO} = 240 \frac{\text{W}}{\text{m.}^{\circ}\text{C}} \quad \text{y} \quad k_{COBRE} = 400 \frac{\text{W}}{\text{m.}^{\circ}\text{C}}$$



- A) 137,5 y 30** B) 137,5 y 40 C) 137,5 y 50
D) 137,5 y 60 E) 137,5 y 70

48. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal $A = 20\text{cm}^2$. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura en la unión de las barras y el flujo calorífico $\left(\frac{J}{s}\right)$ a través de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.

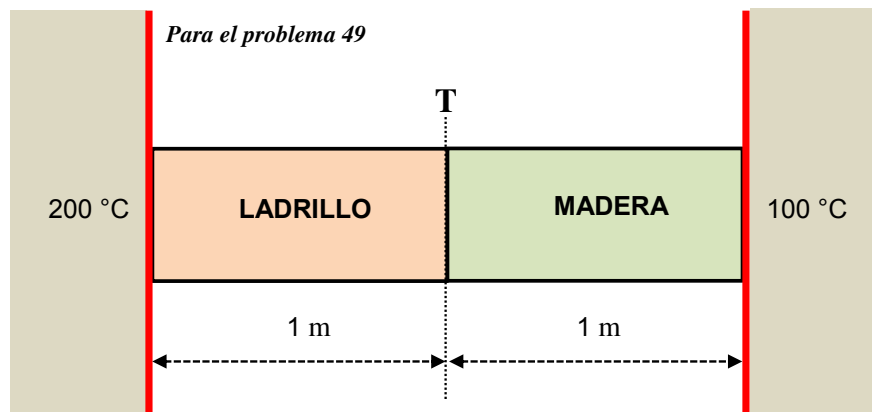
$$k_{\text{PLOMO}} = 35 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \quad \text{y} \quad k_{\text{CINC}} = 106 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$



- A) 137,5 y 3 B) 137,5 y 4 C) 124,8 y 5,26
D) 137,5 y 6 E) 137,5 y 7

49. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal $A = 20\text{cm}^2$. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura en la unión de las barras y el flujo calorífico (en mW) a través de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.

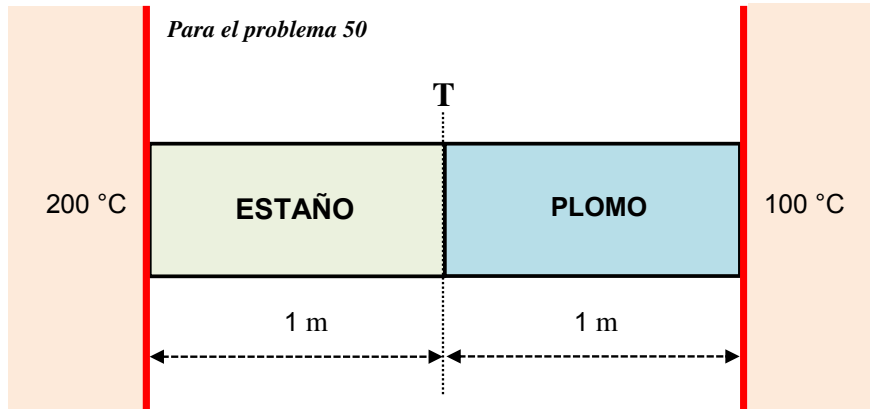
$$k_{\text{LADRILLO}} = 0,80 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \quad k_{\text{MADERA}} = 0,13 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$



- A) 186 y 22,4 B) 170 y 5,11 C) 180 y 6,11 D) 160 y 7,11 E) 150 y 8,11

50. Se indica la conductividad térmica y longitud de dos barras, de igual sección transversal $A = 20\text{ cm}^2$. Si los extremos se mantienen a las temperaturas indicadas, determine la temperatura (en $^{\circ}\text{C}$) en la unión de las barras y el flujo calorífico (en W) a través de las barras. Desprecie pérdida de calor lateral.

$$k_{\text{ESTAÑO}} = 64 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}} \quad \text{y} \quad k_{\text{PLOMO}} = 35 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$



- A) 164,64 y 4,5 B) 160 y 5,11 C) 150 y 6,11 D) 140 y 7,11 E) 140 y 8,11

51. Una caja de tekpor se usa para mantener frías las bebidas. El área total de sus lados, incluyendo la tapa es de $0,8\text{ m}^2$ y su espesor $2,0\text{ cm}$. La caja está llena de hielo, agua y gaseosas a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si la temperatura exterior es $30\text{ }^{\circ}\text{C}$.

$$k_{\text{TEKNOPOR}} = 0,01 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}} \quad \text{y} \quad L_{\text{FUSION}}(\text{hielo}) = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

Entonces:

- I. El flujo de calor hacia el interior es de 15 W .
- II. En un día se derrite $3,1\text{ kg}$ de hielo.
- III. El flujo de calor por radiación absorbida no es despreciable, no podemos calcularlo pues no conocemos la emisividad del tekpor.

- A) VVF B) FVV C) FFF D) VFV E) VVV

52. Una caja de tekpor se usa para mantener frías los cubos de hielo. El área total de sus lados, incluyendo la tapa es de $0,8\text{ m}^2$ y su espesor $2,0\text{ cm}$. La caja está llena de hielo $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si la temperatura exterior es $30\text{ }^{\circ}\text{C}$. Determine la cantidad de hielo (en gramos) que se derrite en 60 minutos .

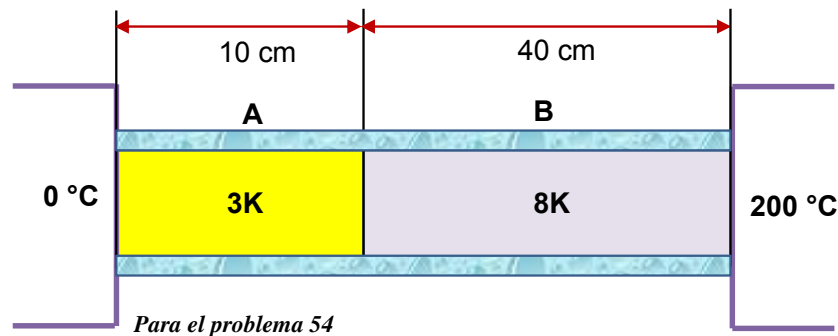
$$k_{\text{TEKNOPOR}} = 0,01 \frac{\text{watts}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

- A) 129,6 B) 110 C) 70 D) 103,68 E) 0

53. En las siguientes proposiciones indique ¿cuáles son verdaderas (V) o falsas (F):

- I. Una barra de plata puede recibir calor mucho más rápido que una barra de plomo en las mismas condiciones de longitud, área y temperatura.
 - II. La transferencia del calor por radiación necesita de un medio material como el aire para propagarse.
 - III. La convección natural de los fluidos necesita de un campo gravitacional.
- A) VVF B) FFV C) VFV D) FFF E) FVF

54. Dos barras metálicas A y B están revertidas de aislante térmico, sus longitudes son de 10 cm y 40 cm respectivamente. La barra A está en contacto con la fuente calorífica a 0°C y la barra B está en contacto con la fuente calorífica a 200°C . Determine la temperatura (en $^{\circ}\text{C}$) en la unión de las barras A y B.

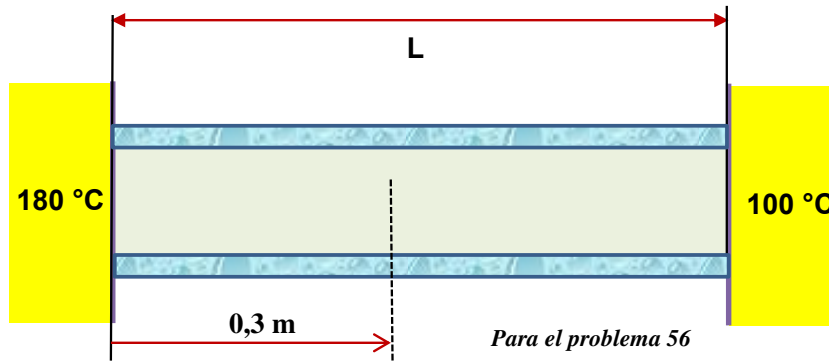


- A) 38 B) 43 C) 80 D) 65 E) 76

55. Dos barras A y B de igual sección recta y de longitudes L_A y L_B se colocan entre dos fuentes caloríficas cuyas diferencias de temperaturas son iguales. Si por la barra A el flujo calorífico es 10 J/s y a través de la barra B el flujo calorífico es 20 J/s , determine la relación entre las longitudes L_A/L_B

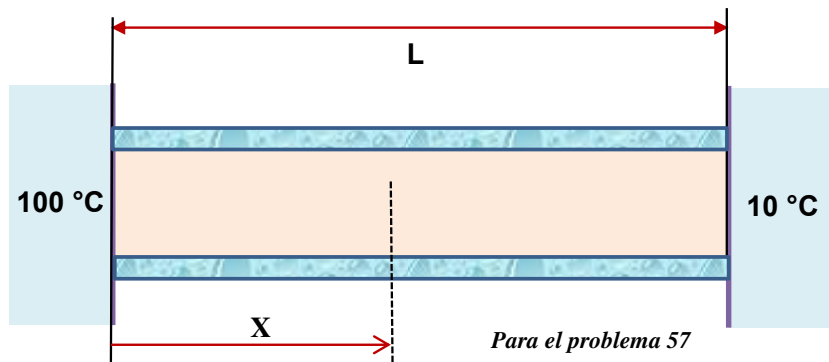
- A) 2 B) $3/2$ C) $4/3$ D) $5/4$ E) $6/5$

56. El extremo izquierdo de una barra metálica se mantiene a una temperatura $180\text{ }^{\circ}\text{C}$ y el derecho a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si en un punto de la barra, que está a $0,3\text{ m}$ del extremo izquierdo, la temperatura es $156\text{ }^{\circ}\text{C}$, determine la longitud (m) de la barra.



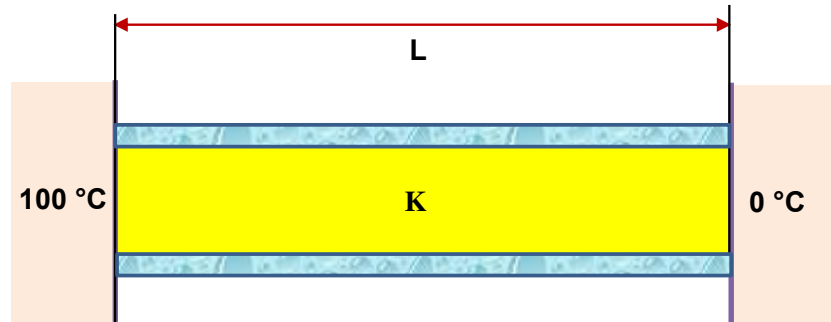
- A) 0,80 B) 0,85 C) 0,90 D) 0,95 **E) 1,00**

57. Una barra metálica de 2 m de largo se mantiene entre dos fuentes térmicas a las temperaturas de $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿A qué distancia (m) de la fuente de mayor temperatura se tendrá una temperatura de $82\text{ }^{\circ}\text{C}$?



- A) 0,20 B) 0,30 **C) 0,40** D) 0,50 E) 0,60

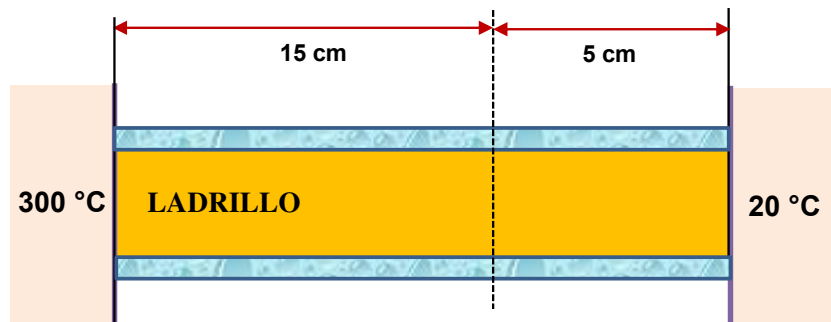
58. Una barra metálica revestida con material aislante térmico tiene un largo de 1,0 metro y 10 cm^2 de sección transversal, está en contacto con recipiente que contiene una mezcla de agua y vapor, y por el otro extremo con una mezcla de agua y hielo. Si se funden 7,5 gramos de hielo por minuto, determinar la conductividad térmica del metal en W/m.K



Para el problema 58

- A) 522 B) 418 C) 318 D) 217 E) 124

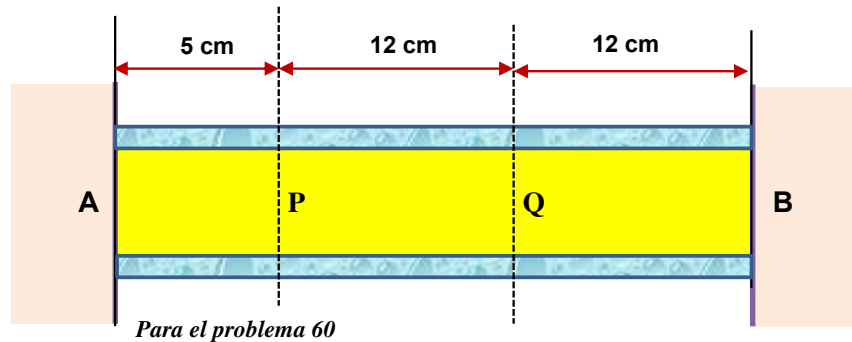
59. Un horno está construido de ladrillo de 20 cm de espesor, la temperatura en el interior es 300°C , si la temperatura exterior es 20°C , ¿Cuál es la temperatura (en $^\circ\text{C}$) del ladrillo a 5 cm de la superficie exterior del horno?



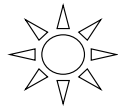
Para el problema 59

- A) 90 B) 120 C) 180 D) 200 E) 230

60. La barra mostrada experimenta un régimen estacionario de transferencia de calor, si se sabe que las temperaturas en p y Q son de 100°C y 80°C respectivamente, su sección transversal es 100 cm^2 y su coeficiente de conductividad térmica $0,12\text{ cal/s.cm.}^{\circ}\text{C}$. Determinar las temperaturas T_1 y T_2 (en $^{\circ}\text{C}$)



- A) 300 y 20 B) 150 y 30 C) 120 y 40 **D) 110 y 60** E) 110 y 50
61. Marcar Verdadero (V) o falso (F) con respecto a las siguientes afirmaciones.
- I. En un proceso de convección térmica hay un movimiento de masa caliente de fluido hacia regiones frías.
 - II. Entre dos varillas de cobre de igual longitud, el calor se transporta más rápidamente entre sus extremos en el caso de la varilla más delgada.
 - III. La emisión y absorción de energía radiante son dos procesos opuestos, razón por la cual un buen emisor es un mal absorbente.
- A) VVV B) VVF **C) VVF** D) FFV E) VFF
62. La figura muestra un bloque de hielo expuesto al sol. respecto de esto se puede decir:
- I. El bloque recibe calor principalmente por radiación.
 - II. El bloque emite calor por radiación.
 - III. El bloque transfiere calor a la atmósfera principalmente por convección.



- A) VVV B) VVF C) VVF D) FVF E) FFF

TEMAS DE INDAGACIÓN E INVESTIGACIÓN.

01. ¿Cómo se define el coeficiente térmico?
02. ¿Cuál es la fórmula de la conductividad térmica?
03. ¿Cómo se define a los conductores térmicos?
04. ¿Cuáles de los materiales son buenos conductores del calor?

Conductividad térmica de diferentes materiales

Se expresan a continuación los valores de **conductividad térmica** de algunos materiales:

MATERIALES CONDUCTIVIDAD TÉRMICA (W·m⁻¹·K⁻¹)

Acero	68-98
Agua	0,98
Aire	0,01
Aluminio	209,3
Amianto	0,04
Cinc	106-140
Corcho	0,04-0,30
Estaño	64,0
Fibra de vidrio	0,03-0,07
Ladrillo común	0,80
Ladrillo refractario	0,47-1,05
Latón	1,14
Madera	0,13
Plomo	35,0
Poliuretano	0,018-0,025
Vidrio	1,0

$$k_{\text{LADRILLO}} = 0,80 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$k_{\text{MADERA}} = 0,13 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$k_{\text{ESTAÑO}} = 64 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$k_{\text{CINC}} = 106 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$k_{\text{PLOMO}} = 35 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$k_{\text{CORCHO}} = 0,04 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$k_{\text{AIRE}} = 0,01 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$k_{\text{AGUA}} = 0,98 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$k_{\text{COBRE}} = 0,92 \frac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C}}$$

GASES IDEALES



1. GASES IDEALES. Denominamos al gas que cumple con las siguientes condiciones:

- a) Todo gas está formado por pequeñas partículas consideradas esféricas, llamadas moléculas (helio).
- b) Las moléculas se mueven a altas velocidades siguiendo un movimiento caótico y desordenado.
- c) La presión de los gases se debe a los continuos choques de las moléculas sobre las paredes del recipiente.
- d) los choques se consideran perfectamente elásticos, es decir la energía cinética de las moléculas no varían en cada choque.
- e) la energía cinética de cada molécula es directamente proporcional a la temperatura absoluta mediada en kelvin.

$$E_C = \frac{3}{2} k.T$$

$$k_B = 1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K.molecula}$$

m: masa de cada molécula (kilogramo).

V: rapidez promedio de cada molécula (m/s).

T: temperatura absoluta (kelvin).

k: constante de Boltzmann.

f) La constante de Boltzmann (k) se relaciona con la constante universal de los gases (R) y el número de Avogadro (N_0).

$$R = 8,31 \frac{J}{mol.K}$$

$$N_0 = 6,023 \bullet 10^{23} \frac{moleculas}{mol}$$

$$k = \frac{R}{N_0} \Rightarrow R = k.N_0$$

2. CANTIDAD DE SUSTANCIA (n): se define como la relación entre la masa de la sustancia entre la masa molecular de la sustancia. Se mide en moles.

$$n = \frac{m}{\bar{M}} \Rightarrow m = n.\bar{M}$$

m: masa de la sustancia (kilogramo)

$\bar{M}$: masa molecular de la sustancia (kilogramo)

n: cantidad de sustancia (mol)

Observe la regla práctica:

$$Cantidad\ de\ moles = \frac{masa\ de\ la\ sustancia}{Masa\ molecular}$$

¿Cuántos moles contiene 180 gramos de vapor de agua?

$$\bar{M}(H_2O) = 2(H) + 1(O) = 2(1) + 1(16) = 18\ grams$$

$$n = \frac{masa}{masa\ molecular} = \frac{180g}{18g} = 10\ moles$$

Contiene $6,023 \bullet 10^{24}$ *moleculas de agua*

3. ECUACIÓN DE ESTADO TERMODINÁMICO: relaciona los variables termodinámicas, presión (P), volumen (V) y temperatura (T). Dimensionalmente los términos representan cantidad de energía. Regla práctica para memorizar la ecuación: *Pa.Vo = Ra.To.n*

$$P.V = n.R.T$$

P: presión (pascal)

V: volumen (m³)

T: temperatura absoluta (kelvin)

R: constante universal de los gases ideales.

$$R = 8,31 \frac{J}{mol.K}$$

$$R = 62,4 \frac{mmHg.L}{mol.K}$$

$$R = 0,082 \frac{atm.litro}{mol.K}$$

4. DENSIDAD DE LA SUSTANCIA (D): la densidad de la “sustancia de trabajo” es directamente proporcional a la presión (P) e inversamente proporcional a la temperatura absoluta (T). Observe la deducción analítica:

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = \left(\frac{m}{\bar{M}} \right).R.T$$

$$P.\bar{M} = \left(\frac{m}{V} \right).R.T \Rightarrow P.\bar{M} = D.R.T$$

$$D = \frac{P.\bar{M}}{R.T} \Rightarrow D = \left(\frac{\bar{M}}{R} \right) \frac{P}{T}$$

5. SISTEMA AISLADO: es aquella región del espacio que se aísla en forma real o imaginaria, con la finalidad de estudiar lo que ocurre dentro de ella. En este caso particular nuestro sistema será un gas ideal contenido en algún recipiente adecuado. En todo sistema aislado la masa se mantiene constante. Observe la siguiente relación:

$$\frac{P.V}{T} = n.R = \text{CONSTANTE}$$

Ley general de los Gases Ideales:

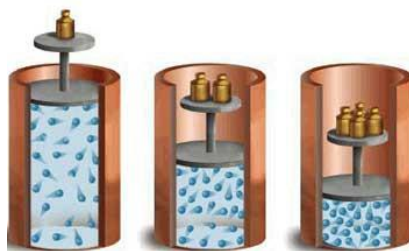
$$\frac{P_1.V_1}{T_1} = \frac{P_2.V_2}{T_2} = \frac{P_3.V_3}{T_3} = \frac{P_n.V_n}{T_n}$$

Regla práctica para memorizar la ecuación:

$$\frac{P_a.V_i}{T_o} = \frac{P_a.V_i}{T_o}$$

LEYES DE LOS GASES IDEALES

Boyle's Law



6. LEY DE BOYLE – MARIOTTE (T= constante.): A temperatura constante (T), el volumen (V) del gas, es inversamente proporcional a la presión (P).

$$\frac{P_1.V_1}{T} = \frac{P_2.V_2}{T} \Rightarrow P_1.V_1 = P_2.V_2$$

7. LEY DE CHARLES ($P = \text{constante}$): A presión constante (P), el volumen (V) del gas, es directamente proporcional a la temperatura absoluta (T).

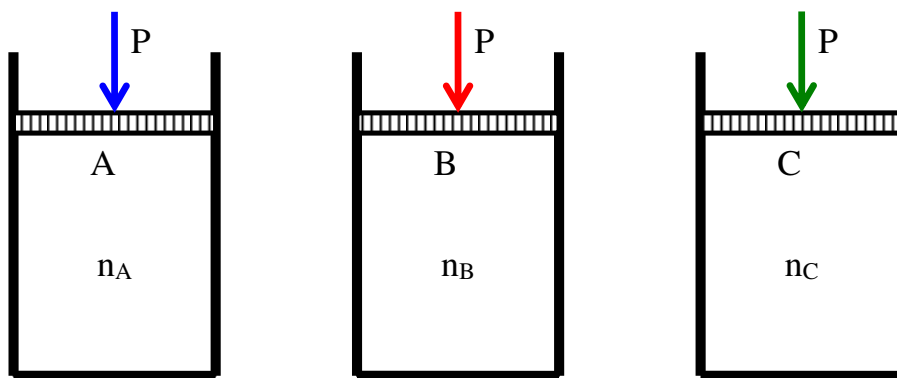
$$\frac{P.V_1}{T_1} = \frac{P.V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

8. LEY DE GAY LUSSAC ($V = \text{constante}$): A volumen constante (V), la presión (P) del gas, es directamente proporcional a la temperatura absoluta (T).

$$\frac{P_1.V}{T_1} = \frac{P_2.V}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

9. LEY DE AVOGADRO: el físico italiano Amadeo Avogadro en 1811 estableció que: “volúmenes iguales de diferentes gases ideales a la misma temperatura y presión contienen el mismo número de moléculas”.

Consideremos tres sustancias A, B y C, donde:



Volúmenes iguales: $V_A = V_B = V_C$

Presiones iguales: $P_A = P_B = P_C$

Temperaturas iguales: $T_A = T_B = T_C$

$$\frac{P.V}{R.T} = n_A = n_B = n_C$$

Entonces en cada recipiente se tiene la misma cantidad de moléculas.

10. LECTURA.

LA FALTA DE OXÍGENO NO ES EL ÚNICO EFECTO DEL SOROCHE O MAL DE ALTURA.

En una segunda entrega, Tomás Unger nos explica que el descenso de la temperatura corporal y la distensión intestinal a causa de la presión atmosférica son otras dos poco conocidas.

El organismo tiene que enfrentar un problema básico: la falta de oxígeno. Para explicar las consecuencias hicimos un paralelo entre la sangre que transporta oxígeno y una flota de camiones

que transporta arena. Si el oxígeno es la arena, la sangre es el sistema de transporte, y los pulmones, las palas cargadoras. La arena va en tolvas de camiones, el oxígeno en los glóbulos rojos, siendo la sangre la flota de camiones y los glóbulos rojos las tolvas.

El frío, es otro efecto adicional de la altura que es la del descenso de la temperatura corporal. Esto tiene una consecuencia ligada al oxígeno. Los combustibles del cuerpo humano son el oxígeno y el alimento. En especial, los carbohidratos como los azúcares (glucosa), que al oxidarse (quemarse) nos dan el calor necesario para vivir. El cuerpo humano debe mantenerse cerca de los 37 grados centígrados. Para ello, quema alimentos, pero quemarlos requiere oxígeno.

En la altura, si bien hay menos oxígeno, el cuerpo necesita más para mantener la temperatura. Si las otras condiciones se mantienen iguales (alimentación, abrigo y actividad física), a medida que se asciende sobre el nivel del mar se requiere más oxígeno para mantener la temperatura. En el ejemplo de los camiones, equivale a decir que, habiendo menos arena (oxígeno) en la cantera, la obra requiere más arena de lo usual. Una razón más para que el sistema circulatorio sea exigido por encima de lo previsto.

Así mismo la Presión donde la densidad del aire disminuye con la altura, que a su vez genera una menor presión atmosférica. Esto permite que los líquidos se evaporen a menor temperatura.

Entre las múltiples funciones que el cuerpo lleva a cabo en forma permanente y automática, está la de digerir alimentos. Parte de la digestión consiste en reacciones químicas que producen gases en los intestinos que los contienen, manteniendo un volumen equilibrado entre la presión interna y la presión atmosférica.

11. MODELIZACIÓN DE UN GAS. La termodinámica es una parte de la física que estudia las transferencias de energía térmica para la realización de un trabajo útil. Normalmente estos procesos están relacionados con gases a altas temperaturas. Para comprender los conceptos de la termodinámica es necesario tener un buen conocimiento de algunos de los conceptos científicos más básicos, como el comportamiento de las moléculas, la energía, la temperatura y la presión.

12. MODELO CINÉTICO DE UN GAS IDEAL Ç

Comenzaremos nuestro estudio introductorio de la termodinámica a partir de un modelo simplificado que explique cómo se mueven las moléculas de un gas. De las tres fases de la materia, la fase gaseosa es la más fácil de estudiar, porque normalmente podemos asumir que los movimientos de las moléculas de un gas son aleatorios e independientes entre sí. El comportamiento microscópico aleatorio de miles de millones de moléculas individuales, tiene como resultado un comportamiento macroscópico de los gases totalmente predecible y mucho más fácil de entender que las interacciones moleculares en el caso de los sólidos y los líquidos, mucho más complejas.

Podemos comenzar estableciendo algunos supuestos que permiten simplificar el comportamiento de las moléculas de un gas. A esta teoría se la denomina modelo cinético de un gas ideal. El término “cinético” se utiliza porque la teoría se aplica a moléculas en movimiento. Este modelo se puede utilizar, por tanto, para explicar la presión, la temperatura y el comportamiento macroscópico de los gases reales. Hay que tener en cuenta ya desde un buen principio que este modelo teórico describe de manera adecuada las propiedades de los gases reales en la mayoría de circunstancias, aunque no en todas.

13. SUPUESTOS DEL MODELO CINÉTICO PARA UN GAS IDEAL

Existen muchas simulaciones por ordenador del comportamiento de un gas en las que se representa el movimiento de las partículas durante un periodo de tiempo. Es muy recomendable acceder a una de estas simulaciones.

Para simplificar la teoría se admiten los supuestos siguientes, de manera que el gas puede describirse como ideal:

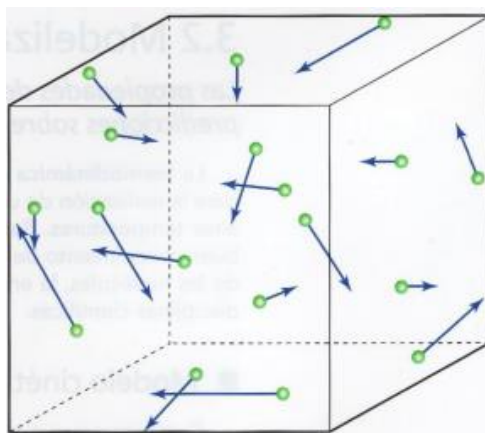


Figura 1. Moléculas de gas moviéndose aleatoriamente en el interior de un recipiente. Fuente: Tomado de *Libro de Física* (p.126), por Allum J & Talbot C., Vicens.

El gas contiene un número muy elevado de moléculas idénticas.

Moléculas de gas moviéndose aleatoriamente en el interior de un recipiente.

El volumen de las moléculas es despreciable en comparación con el volumen total ocupado por el gas.

Las moléculas se desplazan en direcciones completamente aleatorias y a velocidades muy variables.

No hay fuerzas de interacción entre las moléculas, excepto cuando colisionan. Como consecuencia, las moléculas no tienen energía potencial (eléctrica). Bajo este supuesto, asumimos que cualquier cambio en la energía interna de un gas ideal ocasiona únicamente un cambio en la energía cinética aleatoria.

Todas las colisiones son elásticas; es decir, la energía cinética total de las moléculas permanece constante a la misma temperatura. Esto último significa que no hay transferencia de energía desde el gas a su entorno y que la velocidad aleatoria media de sus moléculas no decrece. *¡Si no fuera así, todos los gases se enfriarían y sus moléculas se precipitarían al fondo de los recipientes y se condensarían, convirtiéndose en líquido!*

14. PRESIÓN

Figura 2. Cada colisión molecular con una pared ocasiona una diminuta fuerza sobre esta. Fuente: Tomado de *Libro de Física* (p.127), por Allum J & Talbot C., Vicens.

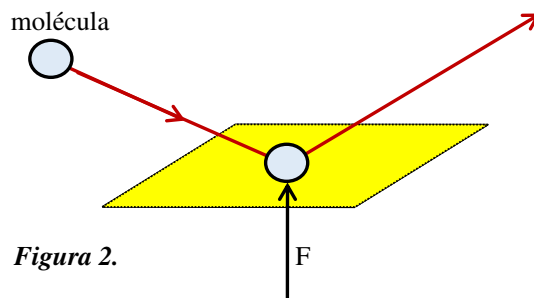


Figura 2.

Cuando una molécula impacta (colisiona) con la pared de un recipiente, ejerce una fuerza sobre sus paredes como se observa en la **figura 2**.

Podemos calcular la intensidad de la fuerza conociendo la masa y el cambio en el momento de la molécula, además de la duración del impacto. Cada una de las colisiones puede dar lugar a una fuerza de distinta intensidad, de modo que no es realista pretender calcular todas y cada una de las fuerzas que las moléculas individuales ejercen sobre las paredes. No obstante, dado que los movimientos de las moléculas son aleatorios y que existe un número extraordinariamente elevado de moléculas, la fuerza total producida por multitud de colisiones moleculares sobre una unidad de superficie del recipiente es completamente predecible y normalmente será constante en todas las zonas del recipiente. A esta fuerza por unidad de superficie se la denomina presión del gas. *Para representarla se utilizan indistintamente los símbolos P y p .*

Las colisiones entre las moléculas (colisiones intermoleculares) tienen lugar constantemente, pero su consecuencia es simplemente un cambio aleatorio en las velocidades moleculares y no tienen efecto global sobre la presión u otras propiedades macroscópicas del gas.

El efecto de una fuerza suele depender del área de la superficie sobre la que actúa. Por ejemplo, cuando el peso de un sólido presiona sobre una determinada superficie, las consecuencias normalmente dependen del área afectada, así como de la intensidad de la fuerza. La presión se define como fuerza por unidad de área, mostrada en la ecuación 1.

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow 1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{\text{m}^2} \dots (1)$$

Esta ecuación figura en el Apéndice de datos de Física. La unidad del SI para la presión es el pascal Pa .

Observemos que la fuerza que se utiliza para calcular la presión es perpendicular a la superficie, tal como se muestra en la Figura 2. Es decir, se trata de una fuerza normal.

Figura 3. Definición de la presión. Fuente: Tomado de *Libro de Física* (p.127), por Allum J & Talbot C., Vicens.

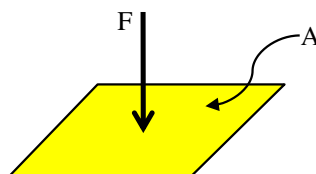


Figura 3.

La presión que se produce en un gas, debida a las colisiones moleculares aleatorias, actúa de forma equivalente en todas las direcciones y tiene un valor habitual del orden de magnitud de 10 N sobre cada centímetro cuadrado. En las unidades del SI, la presión habitual del aire que nos rodea

(presión atmosférica) es $1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a nivel del mar. La presión atmosférica actúa hacia arriba y hacia los laterales, además de hacia abajo.

15. TEORÍA CINÉTICA DE LOS GASES IDEALES PARA EXPLICAR LA TEMPERATURA DE UN GAS

Al principio de este capítulo, explicamos la temperatura como una manera de determinar la dirección de la transferencia de energía térmica. Ahora podemos interpretar la temperatura de una manera más profunda: en términos de energías moleculares. Cuando calentamos un gas, la velocidad media de sus moléculas aumenta. La energía térmica transferida hacia el gas incrementa la energía cinética aleatoria de las moléculas. Cuando una sustancia se enfría, sus moléculas se mueven más lentamente. Al final, casi todo el movimiento molecular se detiene y no es posible alcanzar una temperatura más baja. Los experimentos con gases predicen que esto último ocurre a $-273,15 \text{ }^\circ\text{C}$, una temperatura que, como vimos anteriormente, se denomina cero absolutos.

La temperatura absoluta (T) de un gas ideal (en kelvin) es una medida de la energía cinética de traslación aleatoria media de sus moléculas ($\overline{E_c}$). La barra sobre la E indica que se está utilizando un valor promedio.

Esta importante relación puede expresarse matemáticamente como:

$$\overline{E_c} = \frac{3}{2} k_B \cdot T \quad \text{donde } k_B = 1,38 \cdot 10^{23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

k_B es una constante importante que relaciona la temperatura macroscópica con las energías microscópicas. Se denomina constante de Boltzmann y su valor numérico es $1,38 \times 10^{23} \text{ J K}^{-1}$. Aunque estamos hablando de gases ideales, esta ecuación y la interpretación de la temperatura pueden aplicarse también a los gases reales. Observemos que no hay nada en la ecuación que se aplique a un gas en particular. En otras palabras, a una misma temperatura, las moléculas de todos los gases tienen la misma energía cinética de traslación media. Si consideramos que la energía

cinética se expresa mediante $\overline{E_c} = \frac{m \cdot v^2}{2}$, podemos ver que las moléculas de los distintos gases

deben tener distintas velocidades medias a una misma temperatura: las moléculas más masivas se mueven más despacio.

k_B puede ser interpretada en términos de la capacidad calorífica específica de un gas: corresponde a $2/3$ de la cantidad de energía media que debe suministrarse por molécula para incrementar en 1 K la temperatura de un gas ideal monoatómico. Debemos tener en cuenta, sin embargo, que se necesita más energía para cambiar la temperatura de los gases moleculares porque también se ven involucradas las energías cinéticas de rotación y de vibración.

Es importante destacar que las moléculas individuales de un mismo gas a una misma temperatura se mueven siguiendo un amplio intervalo de velocidades y energías cinéticas. Cualquier valor calculado es solamente un promedio. La temperatura es un concepto que solo puede aplicarse a un conjunto muy numeroso de moléculas, no a moléculas individuales. Es decir, la temperatura es un concepto macroscópico, aunque desde el punto de vista estadístico tiene una interpretación microscópica.

16. ECUACIÓN DE ESTADO ENERGÉTICO DE UN GAS IDEAL

Centremos ahora nuestra atención en las propiedades físicas a larga escala (macroscópicas) de un gas ideal: cantidad de sustancia expresada en número de moles, n, presión, p, volumen, V, y temperatura absoluta, T. En conjunto, estas cuatro propiedades describen completamente las

características físicas de cualquier cantidad de cualquier gas. Si asumimos las hipótesis de la teoría cinética de los gases ideales y las leyes de la mecánica, se puede demostrar que estas cuatro variables están relacionadas mediante la ecuación:

$$\frac{P.V}{n.T} = \text{constante}$$

El valor de la constante de esta ecuación es el mismo para todos los gases ideales. Esto es así porque, a una misma temperatura, las moléculas de todos los gases ideales tienen la misma energía cinética de traslación media: las moléculas de gas de mayor masa se desplazan más lentamente que las más ligeras. El resultado es que una cantidad equivalente de cualquier gas ideal a una misma temperatura ejerce la misma presión sobre un mismo volumen. No hay nada en esta ecuación que sirva para representar las propiedades de un gas en concreto. la constante de esta ecuación se denomina constante universal (molar) de los gases. (Normalmente se denomina simplemente constante de los gases). Se representa mediante el símbolo R y su valor es:

$$R = 8,31 \frac{J}{mol.K}$$

La ecuación anterior puede reescribirse de la forma siguiente:

$$\frac{P.V}{n.T} = R \Rightarrow P.V = n.R.T \dots (2)$$

La ecuación anterior se conoce como ecuación de estado de un gas ideal. Esta importante ecuación define el comportamiento macroscópico de un gas ideal. Por ejemplo, la presión, el volumen o la temperatura de una cantidad conocida, n , de un gas ideal pueden calcularse mediante la ecuación de estado si las otras dos variables son conocidas. El significado microscópico de un gas ideal se discutió al principio de este capítulo. La ecuación también define el significado de la constante

universal de los gases $\frac{P.V}{n.T} = R$

Atendiendo a sus unidades, puede interpretarse fácilmente la constante universal de los gases, R , como la cantidad de energía necesaria para incrementar la temperatura de 1 mol de un gas ideal en 1 K.

La energía cinética total de traslación aleatoria total (= energía interna total) del conjunto de moléculas de 1 mol de un gas ideal $\bar{E}_c = \left(\frac{3}{2}\right).RT$

Para “ n ” moles la energía cinética total es:

$$\bar{E}_c = \left(\frac{3}{2}\right).n.R.T$$

Pero ya hemos visto que la energía cinética de traslación media de una única **molécula** de un gas ideal $\bar{E}_c = \left(\frac{3}{2}\right).k_B.T$ y como 1 mol contiene N_A (número de Avogadro) moléculas, podemos

deducir que, la constante de Boltzmann, $k_B = \frac{R}{N_A}$

Esta ecuación no figura en el Apéndice de datos de Física. Por tanto, la ecuación para la energía cinética de traslación media de las moléculas:

$$\bar{E}_c = \left(\frac{3}{2}\right).k_B.T$$

puede escribirse también como:

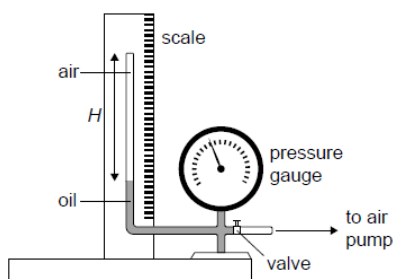
$$\bar{E}_c = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \frac{R}{N_A} T$$

17. ENERGÍA INTERNA (U). La energía interna de un gas ideal, es igual a la energía cinética de todas las moléculas del gas.

$$U = \left(\frac{3}{2}\right) n.R.T = \left(\frac{3}{2}\right) P.V$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. El equipo que se muestra en el diagrama fue utilizado por un estudiante para investigar la variación con el volumen de la presión **p** del aire a temperatura constante T. El aire quedó atrapado en un tubo de sección transversal constante sobre una columna de aceite.



La bomba fuerza al aceite a subir por el tubo disminuyendo el volumen de aire atrapado.

El estudiante midió la altura **H** de la columna de aire y la presión de aire correspondiente **p**. Después de cada reducción de volumen, el estudiante esperó un tiempo antes de medir la presión.

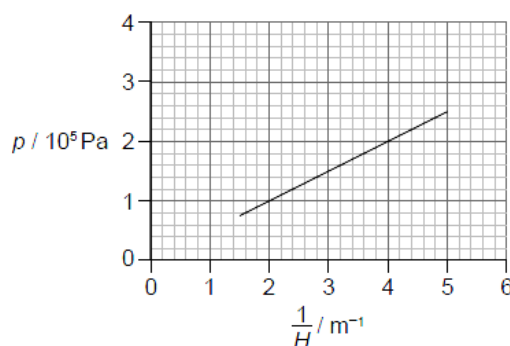
Resuma ¿por qué esto era necesario?

Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \text{ si la temperatura se mantiene constante: } P_1.V_1 = P_2.V_2$$

Respuesta. Porque el volumen es inversamente proporcional a la presión del aire, debido a que, si hay un menor volumen, la presión aumentaría; cabe recalcar que la altura también influye en la presión. Es entonces que la correlación de ambos valores está netamente relacionada con la temperatura, la cual se mostraba constante. A menor altura mayor es la presión.

2. Respecto del problema 1. La siguiente gráfica de p versus $\frac{1}{H}$ fue obtenido. Las barras de error eran insignificantes.



La ecuación lineal de mejor ajuste es: $p = a + \frac{b}{H}$

Determine el valor de b, incluyendo unidad apropiada.

Resuma: ¿cómo los resultados de este experimento son consistentes con la ley de los gases ideales a temperatura constante?

Respuesta. Los resultados de este experimento son consistentes con la ley de los gases ideales a temperatura constante, como describe la ley de Boyle, ya que el volumen de la masa fija del gas es inversamente proporcional a la presión que este ejerce. La variable es $\frac{1}{H} (m^{-1})$

y la pendiente, $b = \frac{1 Pa}{2 m^{-1}} = 0,5 Pa.m$

3. Respecto del problema 1. El área de la sección transversal del tubo es $1,3 \times 10^{-3} m^2$ y la temperatura del aire es 300 K. Estima la cantidad de moles de aire en el tubo.

La ecuación $p = a + \frac{b}{H}$ puede usarse para predecir la presión del aire a valores extremadamente grandes de $\frac{1}{H}$. Sugiera ¿por qué esto será una estimación poco fiable de la presión?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La recta pasa por el origen, entonces $a = 0$

SEGUNDO PASO. $P.V = n.R.T$ si la temperatura se mantiene constante: $P_1.V_1 = P_2.V_2$

$$P.V = p_1.(H_1)A = p_2.(H_2)A = \text{constante}$$

$$P.V = 10^5 Pa. \left(\frac{1}{2} m \right). (1,3 \cdot 10^{-3} m^2) = 65 J$$

$$P.V = n.R.T$$

$$65 J = n. \left(8,31 \frac{J}{mol.K} \right). (300 K)$$

$$n = 0,026 \text{ moles}$$

Respuesta. La cantidad de sustancia en el tubo es 0,026 moles.

TERCER PASO. La estimación de la presión es poco fiable porque la altura H (en metros) no tiene incertidumbre.

4. ¿Cuál es la masa de O_2 si ocupa un volumen de 150 L a presión de 936 mmHg y temperatura 27 °C?

$$\text{Dato: P.A.}(O) = 16; R = 62,4 \frac{\text{mmHg.L}}{\text{mol.K}}$$

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = \left(\frac{m}{M} \right).R.T$$

$$m = \frac{P.V.\overline{M}}{R.T} \Rightarrow m = \frac{936 \text{ mmHg} \cdot (150 \text{ L}) \cdot \left(32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \right)}{\left(62,4 \frac{\text{mmHg.L}}{\text{mol.K}} \right) \cdot (27 + 273) \text{ K}}$$

$$m = 240 \text{ gramos}$$

Respuesta. la masa del gas es 240 gramos.

5. Calcule la masa (en kilogramos) en 75 moles de dióxido de carbono CO_2 .

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Masa molecular de CO_2 :

$$\overline{M}(CO_2) = (12 + 16 + 16) = 44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de la masa:

$$m = n.\overline{M} = (75 \text{ mol}) \cdot \left(44 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \right) = 3300 \text{ g}$$

Respuesta: La masa de dióxido de carbono es 3,3 kilogramos.

6. Un termómetro de gas consiste en un pequeño recipiente metálico esférico conteniendo un gas ideal a volumen constante y un indicador de presión (manómetro) en atmósferas. A la temperatura de 27 °C (300 kelvin) indica una presión de 1,0 atmósfera. Cuando es introducido al interior de un horno eléctrico el medidor indica 2,5 atmósferas. La temperatura del horno (en °C) es:

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. Despejamos la temperatura. El volumen del recipiente no cambia.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{P}{T} = \frac{n.R}{V}$$

$$\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow \frac{1 \text{ atm}}{(27 + 273)} = \frac{2,5 \text{ atm}}{T + 273}$$

$$T = 477^\circ \text{C}$$

Respuesta. La temperatura inicial es 400 kelvin.

7. Determine el volumen ocupado por 2 moles de gas a 127 °C (400 kelvin) y 4,1 atmósferas.

$$R = 0,082 \frac{\text{atm.litro}}{\text{mol.K}}$$

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. Despejamos el volumen.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow V = \frac{n.R.T}{P}$$

$$V = \frac{(2 \text{ mol}) \cdot \left(0,082 \frac{\text{atm.litro}}{\text{mol.K}}\right) \cdot (400 \text{ K})}{4,1 \text{ atm}}$$

$$V = 16 \text{ litros}$$

Respuesta. El volumen del gas es 16 litros.

8. ¿Cuál es la presión de 23 moles de un gas que se comporta como un gas ideal y que está en un recipiente de $0,25 \text{ m}^3$ a 310 K ?

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. Despejamos la presión.

$$P = \frac{n.R.T}{V} = \frac{(23 \text{ mol}) \cdot \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right) \cdot (310 \text{ K})}{0,25 \text{ m}^3}$$

$$P = 2,4 \bullet 10^5 \text{ Pa}$$

Respuesta. La presión es 2,4 atmosferas.

9. Una masa determinada de un gas ideal tiene un volumen de $23,7 \text{ cm}^3$ a 301 K . Si su temperatura aumenta hasta 365 K manteniéndose la presión constante, ¿cuál será el nuevo volumen, V_2 ? Explica por qué ha aumentado el volumen.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Ecuación de estado termodinámico. Despejamos el volumen.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{n.R}{P}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{23,7}{301} = \frac{V_2}{365} \Rightarrow V_2 = 28,7 \text{ cm}^3$$

SEGUNDO PASO. El volumen ha aumentado porque la presión no ha cambiado. Las moléculas se mueven más rápido y colisionan con las paredes más a menudo (y con más fuerza) creando una presión más elevada, a menos que el volumen aumente.

10. Una botella contiene oxígeno O_2 (gas) a la presión de $8,31 \bullet 10^6 \text{ Pa}$ con densidad 40 kg.m^{-3} . Determina la temperatura del gas. Masa atómica (O) = $0,016 \text{ kg}$.

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = \left(\frac{m}{M}\right).R.T$$

$$P.\overline{M} = \left(\frac{m}{V}\right).R.T \Rightarrow D = \frac{P.\overline{M}}{R.T}$$

$$T = \frac{P.\overline{M}}{R.D} = \frac{(8,31 \bullet 10^6 \text{ Pa}) \cdot \left(0,032 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}\right)}{\left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right) \cdot \left(40 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)} = 800 \text{ K}$$

Respuesta. La temperatura es 800 kelvin.

11. Estima la energía cinética de traslación total del conjunto de moléculas de una habitación de tamaño medio. A una temperatura de 300 K (27 °C), Volumen aproximado:
 $V = 4 \bullet 4 \bullet 3 = 48 m^3$, $D_{AIRE} = 1,3 kg.m^{-3}$, $\overline{M}_{AIRE} = 0,029 kg$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La masa aproximada de aire:

$$m = D.V = \left(1,3 \frac{kg}{m^3}\right) \cdot 48 m^3 = 62 kg$$

SEGUNDO PASO. Número aproximado de moles:

$$n = \frac{m}{\overline{M}} = \frac{62 kg}{0,029 kg} = 2100 moles$$

TERCER PASO. Energía cinética media del aire encerrado.

$$\overline{Ec} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T = \frac{3}{2} \cdot (2100 mol) \cdot \left(8,31 \frac{J}{mol.K}\right) \cdot (300 K)$$

$$\overline{Ec} = 7,85 \bullet 10^6 J$$

12. Tenemos 64,0 gramos de moléculas de oxígeno O_2 encerrado en un recipiente.

A) Calcule la cantidad de moles de oxígeno moléculas contenidas en 64,0 g de oxígeno gaseoso, O_2 .

$$n = \frac{m}{\overline{M}} = \frac{64,0 g}{(16,0 + 16,0) \frac{g}{mol}} = 2 mol$$

B) Calcule la cantidad de moléculas de oxígeno.

$$N^{\circ} de moléculas = n \cdot N_A = (2 mol) \cdot \left(6,023 \bullet 10^{23} \frac{moléculas}{mol}\right)$$

$$N^{\circ} de moléculas = 1,024 \bullet 10^{24} moléculas$$

C) Determine el volumen de oxígeno gaseoso que estar presente en STP (en condiciones normales de presión y temperatura)

$$V = (2 moles) \cdot \left(22,4 \frac{dm^3}{mol}\right) = 44,8 dm^3$$

Calcule la masa en 0,75 moles de dióxido de carbono CO_2 .

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Masa molecular de CO_2 :

$$\overline{M}(CO_2) = (12 + 16 + 16) = 44 \frac{g}{mol}$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de la masa:

$$m = n \cdot \overline{M} = (0,75 mol) \cdot \left(44 \frac{g}{mol}\right) = 33 g$$

13. La masa molar del agua es $18 \frac{g}{mol}$. ¿Cuántas moléculas de agua hay en 1 kg de agua?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Número de moles (cantidad de sustancia de agua) en:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{1000,0 g}{(18,0) \frac{g}{mol}} = 55,6 \text{ moles}$$

SEGUNDO PASO. Número de moléculas en 55,6 moles.

$$N^{\circ} \text{ de moléculas} = n \cdot N_A = (55,6 \text{ mol}) \cdot \left(6,023 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}} \right)$$

$$N^{\circ} \text{ de moléculas} = 3,34 \cdot 10^{25} \text{ moléculas}$$

14. Se tiene un gas ideal encerrado en un recipiente a presión de 2 atmosferas y 5 litros de volumen. Determine la energía interna del gas.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La energía interna U de un gas es igual a la sumatoria de la energía cinética de todas sus moléculas.

SEGUNDO PASO. Cálculo de la energía interna.

$$U = \left(\frac{3}{2} \right) \cdot P \cdot V = \left(\frac{3}{2} \right) \cdot (2 \cdot 10^5 \text{ Pa}) \cdot (5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3)$$

$$U = 1500 \text{ J} = 1,5 \text{ kJ}$$

Respuesta. La energía interna del gas es 1,5 kilojoules.

15. Se tiene 5 moles de un gas ideal encerrado en un recipiente a temperatura de 400 kelvin. Determine la energía interna del gas.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La energía interna U de un gas es igual a la sumatoria de la energía cinética de todas sus moléculas.

SEGUNDO PASO. Cálculo de la energía interna.

$$U = \left(\frac{3}{2} \right) \cdot n \cdot R \cdot T = \left(\frac{3}{2} \right) \cdot (5 \text{ mol}) \cdot \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right) \cdot (400 \text{ K})$$

$$U = 24930 \text{ J} = 2,49 \text{ kJ}$$

Respuesta. La energía interna del gas es 2,49 kilojoules.

16. Se tiene un gas ideal a la presión P y volumen V en estas condiciones la energía interna es 360 calorías. Si la presión disminuye a la mitad y el volumen se triplica. ¿Cuál es la nueva energía interna del gas ideal?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La energía interna inicial es:

$$U = \left(\frac{3}{2} \right) \cdot n \cdot R \cdot T = \left(\frac{3}{2} \right) \cdot P \cdot V = 360 \text{ cal}$$

SEGUNDO PASO. En el segundo caso, la presión disminuye a la mitad y el volumen se triplica:

$$U = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{P}{2} \right) \cdot (3V) = 1,5 \left(\frac{3}{2} \right) P \cdot V$$

$$U = 1,5 (360 \text{ cal}) = 540 \text{ cal}$$

Respuesta. la nueva energía cinética es 540 calorías.

OBSERVACIÓN. Si la energía interna se incrementa, también la temperatura aumenta.

17. Se tiene un gas ideal a la presión P y volumen V en estas condiciones la energía interna es 360 joules. Si la presión disminuye a la tercera parte y el volumen se triplica. ¿Cuál es la nueva energía interna del gas ideal?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La energía interna inicial es:

$$U = \left(\frac{3}{2}\right)n.R.T = \left(\frac{3}{2}\right).P.V = 360 J$$

SEGUNDO PASO. En el segundo caso, la presión disminuye a la tercera parte y el volumen se triplica:

$$U = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{P}{3}\right).(3V) = \left(\frac{3}{2}\right)P.V$$

$$U = 360 J \Rightarrow \Delta U = 0$$

Respuesta. la nueva energía cinética es 360 joules.

OBSERVACIÓN. Si la energía interna no cambia, también la temperatura no cambia, estamos en un proceso isotérmico.

18. Se tiene un gas ideal a la presión P y volumen V en estas condiciones la energía interna es 360 joules. Si la presión se duplica y el volumen se reduce a la tercera parte. ¿Cuál es la nueva energía interna del gas ideal?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La energía interna inicial es:

$$U = \left(\frac{3}{2}\right)n.R.T = \left(\frac{3}{2}\right).P.V = 360 J$$

SEGUNDO PASO. En el segundo caso, la presión se duplica y el volumen se reduce a la tercera parte:

$$U = \left(\frac{3}{2}\right)(2P).\left(\frac{V}{3}\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\right)P.V$$

$$U = \frac{2}{3}(360 J) = 240 J$$

Respuesta. la nueva energía cinética es 240 joules.

OBSERVACIÓN. Si la energía interna disminuye, también la temperatura disminuye.

19. Se calienta un gas desde 27°C hasta 87°C . Si la presión inicial es 10^5 Pa, ¿Cuál debe ser la presión final para que no varíe el volumen?

Resolución

Cambiamos de escala a la temperatura: $K = C + 273$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 K$$

$$T_2 = 87 + 273 = 360 K$$

Aplicamos la ley de Gay Lussac, proceso a **volumen constante**:

$$\frac{P_1 V}{T_1} = \frac{P_2 V}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{10^5}{300} = \frac{P_2}{360} \Rightarrow P_2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Respuesta: la presión final del gas debe ser 120 kilopascals.

20. Se tiene NH_3 en un balón esférico a la presión de $9,6 \cdot 10^5$ pascals. Manteniendo la temperatura constante, todo el gas se traslada a otro balón esférico, pero de radio es el doble que el anterior. Determinar la presión en el segundo balón.

Resolución

Se tiene un balón de radio R y volumen V . si el radio se duplica “2R” entonces el volumen es “8V”, el volumen de la esfera es proporcional al cubo del radio. Aplicamos la ley de Boyle-Mariotte, proceso a temperatura constante.

$$\frac{P_1 V_1}{T} = \frac{P_2 V_2}{T} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$(9,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}) \cdot (V) = P_2 \cdot (8V) \Rightarrow P_2 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Respuesta: la nueva presión es 120 kilopascals.

21. A un gas ideal cuyas condiciones iniciales son P_0 ; V_0 ; T_0 ; se le duplica su temperatura y su volumen se reduce a la tercera parte. ¿En cuánto aumenta la presión del gas?

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. Despejamos la presión.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{V.P}{T} = n.R$$

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_1 \cdot \left(\frac{V_0}{2}\right)}{2T_0}$$

$$\frac{P_0}{1} = \frac{P_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}{2} \Rightarrow P_1 = 4.P_0$$

Respuesta. La presión se cuadruplica.

22. Una botella contiene oxígeno O_2 (gas) a la presión de $8,31 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ y temperatura de 127°C . Determinar la densidad del gas. Masa atómica (O) = 0,016 kg.

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico.

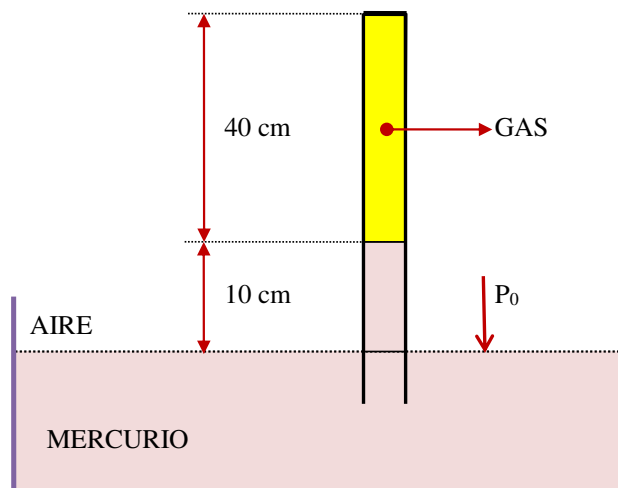
$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = \left(\frac{m}{M}\right).R.T$$

$$P.\overline{M} = \left(\frac{m}{V}\right).R.T \Rightarrow D = \frac{P.\overline{M}}{R.T}$$

$$D = \frac{(8,31 \cdot 10^6 \text{ Pa}) \cdot \left(0,032 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}\right)}{\left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right) \cdot (127 + 273) \text{ K}} = 80 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Respuesta: La densidad del gas es $80 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

23. Cómo varía el nivel de mercurio en el tubo mostrado, si la temperatura se eleva de 27°C a 87°C . Desprecie la dilatación del tubo, la presión atmosférica es la normal. ¿Aumenta o disminuye el nivel del mercurio?



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cambiamos de escala a la temperatura: $K = C + 273$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 87 + 273 = 360 \text{ K}$$

SEGUNDO PASO. La altura del mercurio en el interior del tubo disminuye en “x” centímetros. La presión absoluta del gas en el estado inicial y final es:

$$P_1 = P_0 - 10 \text{ cmHg} = 76 \text{ cmHg} - 10 \text{ cmHg} = 66 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = P_0 - (10 - x) \text{ cmHg} = (76 - 10 + x) \text{ cmHg}$$

Consideramos la presión atmosférica, equivalente a presión de una columna de altura 76 cm de mercurio en el interior del tubo, $P_0 = 76 \text{ cmHg}$.

$$P_2 = (66 + x) \text{ cmHg}$$

TERCER PASO. El volumen del gas aumenta en el interior del tubo. El volumen del gas en el estado inicial y final es.

$$V_1 = A \cdot (40 \text{ cm}) \quad \text{y} \quad V_2 = A \cdot (40 + x) \text{ cm}$$

Aplicamos la ley general de los gases ideales (pavito-pavito):

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{(66) \cdot (40) A}{300} = \frac{(66+x) \cdot (40+x) A}{360}$$

Resolviendo: $x = 4,77 \text{ cm}$

Respuesta: Disminuye en 4,77 cm

- 24.** Una botella contiene gas Hidrogeno a 3,0 atm de presión y 27 °C (300 K). Se calienta la botella a 427 °C (700 K). Calcule la nueva presión (en atmosferas).

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. El volumen de la botella es constante.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{n.R}{V} = \frac{P}{T} = \text{constante}$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3 \text{ atm}}{(27 + 273)} = \frac{P_2}{(427 + 273)}$$

$$P_2 = 7,0 \text{ atmosferas}$$

- 25.** Un gas ideal se encuentra a temperatura de 400 K y 2,0 atm de presión, sufre una variación de su presión al 300 %. ¿A qué temperatura (en K) estará el gas si su volumen se reduce al 50 % de su volumen inicial?

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow n.R = \frac{P.V}{T} = \text{constante}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{(2 \text{ atm}) \cdot (2V)}{400 \text{ K}} = \frac{(8 \text{ atm}) \cdot (V)}{T_2}$$

$$\frac{(2) \cdot (2)}{400 \text{ K}} = \frac{(8) \cdot (1)}{T_2} \Rightarrow T_2 = 800 \text{ K}$$

Respuesta. La temperatura final es 800 kelvin.

- 26.** Se tiene 5 litros de oxígeno a 27 °C y $1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Si calentamos hasta alcanzar 127 °C manteniendo el volumen constante, ¿cuál es el valor de la presión final?

Resolución

Cambiamos de escala a la temperatura: $K = C + 273$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 127 + 273 = 400 \text{ K}$$

Aplicamos la ley de Gay Lussac, proceso a volumen constante:

$$\frac{P_1 V}{T_1} = \frac{P_2 V}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{1,2 \cdot 10^5}{300} = \frac{P_2}{400} \Rightarrow P_2 = 1,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Respuesta: la presión final del gas debe es 160 kilopascals.

27. Se tiene 6 litros de helio a 27 °C. Si calentamos hasta alcanzar 227 °C manteniendo la presión constante, ¿cuál es el valor del volumen final?

Resolución

Cambiamos de escala a la temperatura: $K = C + 273$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 227 + 273 = 500 \text{ K}$$

Aplicamos la ley de Charles, proceso a presión constante:

$$\frac{P.V_1}{T_1} = \frac{P.V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{6 \text{ L}}{300} = \frac{V_2}{500} \Rightarrow V_2 = 10 \text{ L}$$

Respuesta: el volumen final del gas es 10 litros.

28. Tenemos 6 litros de helio en estado gaseoso a 27 °C y $1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Si se calienta hasta alcanzar 127 °C y la presión de $1,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, ¿Cuál es el volumen final?

Resolución

Cambiamos de escala a la temperatura: $K = C + 273$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 127 + 273 = 400 \text{ K}$$

Aplicamos la ley general de los gases ideales (pavito-pavito):

$$\frac{P_1.V_1}{T_1} = \frac{P_2.V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{(1,2 \cdot 10^5) \cdot (6)}{300} = \frac{(1,6 \cdot 10^5) \cdot V_2}{400}$$

$$V_2 = 6 \text{ L}$$

Respuesta: el volumen final del gas es 6 litros, es decir no cambia.

29. Determine el volumen ocupado por 2 moles de gas a 127 °C y 4,1 atmósferas.

Dato: $R = 0,082 \frac{\text{atm.litro}}{\text{mol.K}}$

A) 2 L B) 4 L C) 8 L D) 16 L E) 24 L

Resolución

Cambiamos de escala a la temperatura: $K = C + 273$

$$T = 127 + 273 = 400 \text{ K}$$

Aplicamos la ecuación de estado termodinámico:

$$P.V = n.R.T \Rightarrow V = \frac{n.R.T}{P}$$

$$V = \frac{(2 \text{ mol}) \cdot (0,082 \frac{\text{atm.litro}}{\text{mol.K}}) \cdot (400 \text{ K})}{4,1 \text{ atm}} = 16 \text{ L}$$

Respuesta: el volumen del gas es 16 litros.

30. Un gas ideal tiene volumen 900 cm^3 a la presión de 750 mmHg y a 27°C . ¿Cuál será su volumen en cm^3 a condiciones normales?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. A condiciones normales CN, la presión es $P = 760 \text{ mmHg}$ y la temperatura es $T = 273 \text{ K}$

SEGUNDO PASO. Ecuación de estado termodinámico.

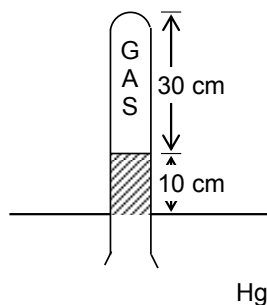
$$P.V = n.R.T \Rightarrow n.R = \frac{P.V}{T} = \text{constante}$$

$$\frac{P_1.V_1}{T_1} = \frac{P_2.V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{(750 \text{ mmHg}).(900 \text{ cm}^3)}{(27 + 273) \text{ K}} = \frac{(760 \text{ mmHg}).(V_2)}{273 \text{ K}}$$

$$V_2 = 808,22 \text{ cm}^3$$

Respuesta. El volumen final del gas es $808,22$ centímetros cúbicos.

31. Cómo varía el nivel de mercurio en el tubo mostrado, si la temperatura se eleva de 27°C a 77°C . Desprecie la dilatación del tubo, la presión atmosférica es la normal.



- A) Disminuye en $1,6 \text{ cm}$
 B) Aumenta en $1,6 \text{ cm}$
 C) Disminuye en $3,3 \text{ cm}$
 D) Aumenta en $3,3 \text{ cm}$
 E) Disminuye en $6,7 \text{ cm}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cambiamos de escala a la temperatura: $K = C + 273$

$$T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 77 + 273 = 350 \text{ K}$$

SEGUNDO PASO. La altura del mercurio en el interior del tubo disminuye en "x" centímetros. La presión absoluta del gas en el estado inicial y final es:

$$P_1 = P_0 - 10 \text{ cmHg} = 76 \text{ cmHg} - 10 \text{ cmHg} = 66 \text{ cmHg}$$

$$P_2 = P_0 - (10 - x) \text{ cmHg} = (76 - 10 + x) \text{ cmHg}$$

Consideramos la presión atmosférica, equivalente a una altura de 76 cm de mercurio en el interior del tubo, $P_0 = 76 \text{ cmHg}$.

$$P_2 = (66 + x) \text{ cmHg}$$

TERCER PASO. El volumen del gas aumenta en el interior del tubo. El volumen del gas en el estado inicial y final es.

$$V_1 = A.(30 \text{ cm}) \quad \text{y} \quad V_2 = A.(30 + x) \text{ cm}$$

Aplicamos la ley general de los gases ideales (pavito-pavito):

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{(66) \cdot (30) A}{300} = \frac{(66+x) \cdot (30+x) A}{350}$$

Resolviendo: $x = 3,3 \text{ cm}$

Respuesta: Disminuye en 3,3 cm.

32. Un balón cuyo volumen es $0,25 \text{ m}^3$ contiene gas a la presión de 10 atm y temperatura de 127°C . Calcule la nueva temperatura del gas (en $^\circ\text{C}$) si la presión cambia a 9 atm y se escapa del balón el 20% del gas que había inicialmente.

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. El volumen no cambia.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{R}{V} = \frac{P}{n.T} = \text{constante}$$

$$\frac{P_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{10 \text{ atm}}{(1,0) \cdot (127 + 273)} = \frac{9 \text{ atm}}{(0,8) \cdot (T + 273)}$$

$$T = 177^\circ\text{C}$$

Respuesta. La nueva temperatura es 177 grados Celsius.

33. ¿Cuál es la presión de 25 moles de un gas que se comporta como un gas ideal y que ocupa un volumen de $0,25 \text{ m}^3$ a la temperatura de 400 kelvin?

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. Despejamos la presión.

$$P = \frac{n.R.T}{V} = \frac{(25 \text{ mol}) \cdot \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right) \cdot (400 \text{ K})}{0,25 \text{ m}^3}$$

$$P = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Respuesta. La presión es 3,3 atmosferas.

34. Una masa determinada de un gas ideal tiene un volumen de 40 cm^3 a 300 K . Si su temperatura aumenta hasta 360 K manteniéndose la presión constante, ¿cuál será el nuevo volumen, V_2 ? Explica por qué ha aumentado el volumen.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Ecuación de estado termodinámico. Despejamos el volumen.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{n.R}{P}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{40}{300} = \frac{V_2}{360} \Rightarrow V_2 = 48 \text{ cm}^3$$

SEGUNDO PASO. El volumen ha aumentado porque la presión no ha cambiado. Las moléculas se mueven más rápido y colisionan con las paredes más a menudo (y con más fuerza) creando una presión más elevada, a menos que el volumen aumente.

35. Estima la energía cinética de traslación total del conjunto de moléculas de una habitación de tamaño medio. A una temperatura de 300 K (27°C), Volumen aproximado:

$$V = 5 \cdot 4 \cdot 6 = 120 \text{ m}^3, D_{\text{AIRE}} = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}, \overline{M}_{\text{AIRE}} = 0,029 \text{ kg}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La masa aproximada de aire:

$$m = D.V = \left(1,3 \frac{kg}{m^3}\right) \cdot 120 m^3 = 156 kg$$

SEGUNDO PASO. Número aproximado de moles:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{156 kg}{0,029 kg} = 5379,3 \text{ moles}$$

TERCER PASO. Energía cinética media del aire encerrado.

$$\overline{Ec} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T = \frac{3}{2} \cdot (5379,3 mol) \cdot \left(8,31 \frac{J}{mol \cdot K}\right) \cdot (300 K)$$

$$\overline{Ec} = 2,0 \cdot 10^7 J$$

Respuesta. La energía cinética es 20 millones de joules.

36. Tenemos 320,0 gramos de moléculas de oxígeno O_2 encerrado en un recipiente.

A) Calcule la cantidad de moles de oxígeno moléculas contenidas en 64,0 g de oxígeno gaseoso, O_2 .

$$n = \frac{m}{M} = \frac{320,0 g}{(16,0 + 16,0) \frac{g}{mol}} = 10 \text{ moles}$$

B) Calcule la cantidad de moléculas de oxígeno.

$$N^\circ \text{ de moléculas} = n \cdot N_A = (10 mol) \cdot \left(6,023 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{mol}\right)$$

$$N^\circ \text{ de moléculas} = 6,023 \cdot 10^{24} \text{ moléculas}$$

37. La masa molar del vapor de agua es $18 \frac{g}{mol}$. ¿Cuántas moléculas de agua hay en 900 gramos de agua?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Número de moles (cantidad de sustancia de agua) en:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{900,0 g}{(18,0) \frac{g}{mol}} = 50,0 \text{ moles}$$

SEGUNDO PASO. Número de moléculas en 50 moles.

$$N^\circ \text{ de moléculas} = n \cdot N_A = (50,0 mol) \cdot \left(6,023 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{mol}\right)$$

$$N^\circ \text{ de moléculas} = 3,0 \cdot 10^{25} \text{ moléculas}$$

38. Un gas que se mantiene a presión constante y su temperatura varía desde $127^\circ C$ a $27^\circ C$. ¿En qué porcentaje varía su volumen?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos la ecuación de estado termodinámico. Transformamos la temperatura a la escala absoluta.

$$T_1 = 127^\circ C + 273 = 400 K$$

$$T_2 = 27^\circ C + 273 = 300 K$$

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{n.R}{P}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{400} = \frac{V_2}{300} \Rightarrow V_2 = \left(\frac{3}{4}\right)V_1$$

SEGUNDO PASO. El volumen final representa el 75 % del volumen inicial.

Respuesta. El volumen del gas disminuye en 25 % respecto del volumen inicial.

39. Supóngase que un balón de gas propano C_3H_8 casero tiene una masa de 9,5 kg y su volumen de $0,02 \text{ m}^3$. Si se vende un balón con gas cuya masa total es 10 kg y temperatura 293 K, determine la presión en atmósferas en el balón. ($1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El balón (recipiente de acero) tiene volumen constante $0,02 \text{ m}^3$.

SEGUNDO PASO. Cálculo de la cantidad de moles de 10 kilogramos de gas propano.

$$n = \frac{m}{M} = \frac{10000 \text{ g}}{(3 \cdot 12 + 8 \cdot 1) \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 227,27 \text{ moles}$$

TERCER PASO. Ecuación de estado termodinámico (ecuación de energía).

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P = \frac{n.R.T}{V}$$

$$P = \frac{(227,27 \text{ mol}) \cdot \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right) \cdot (293 \text{ K})}{0,02 \text{ m}^3}$$

$$P = 27,7 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \left(\frac{1 \text{ atm}}{1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}}\right)$$

$$P = 273 \text{ atmosferas}$$

Respuesta: La presión es 273 atmosferas (alta presión)

40. Se tiene un balón (garrafa) de gas propano C_3H_8 casero de volumen de $0,02 \text{ m}^3$. Si se vende un balón con gas licuado de petróleo cuya masa total es 11 kg y temperatura 27°C (300 kelvin), ¿Cuál es la presión en atmósferas en el balón? ($1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El balón (recipiente de acero) tiene volumen constante $0,02 \text{ m}^3$.

SEGUNDO PASO. Cálculo de la cantidad de moles de 12 kilogramos de gas propano.

$$n = \frac{m}{M} = \frac{11000 \text{ g}}{(3 \cdot 12 + 8 \cdot 1) \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 250 \text{ moles}$$

TERCER PASO. Ecuación de estado termodinámico (ecuación de energía).

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P = \frac{n.R.T}{V}$$

$$P = \frac{(250 \text{ mol}) \cdot \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right) \cdot (300 \text{ K})}{0,02 \text{ m}^3}$$

$$P = 31,16 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \left(\frac{1 \text{ atm}}{1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \right)$$

$$P = 307,6 \text{ atmosferas}$$

Respuesta: La presión es 307,6 atmosferas (alta presión)

41. ¿Cuántas moléculas de aire, considerándolo como gas ideal, hay en $1,0 \text{ m}^3$ a la presión de 1,0 atm y 27°C (300 kelvin)? $D_{\text{AIRE}} = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\overline{M}_{\text{AIRE}} = 0,029 \text{ kg}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Número de moles (cantidad de sustancia de aire) en:

$$n = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{(10^5 \text{ Pa}) \cdot (1,0 \text{ m}^3)}{\left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right) \cdot (300 \text{ K})} = 40,11 \text{ mol}$$

SEGUNDO PASO. Número de moléculas en 40,11 moles.

$$N^\circ \text{ de moléculas} = n \cdot N_A = (40,11 \text{ mol}) \cdot \left(6,023 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}\right)$$

$$N^\circ \text{ de moléculas} = 2,42 \cdot 10^{25} \text{ moléculas}$$

42. Como resultado de ensayos experimentales realizados sobre 2 moles de un gas ideal, se obtiene la siguiente ecuación: $P = 400 \cdot T$, donde la presión P se mide en pascal y la temperatura T en kelvin. Determine el volumen en litros.

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico (ecuación de energía).

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow \frac{P}{T} = \frac{n \cdot R}{V} = 400$$

$$\frac{n \cdot R}{V} = 400 \Rightarrow V = \frac{n \cdot R}{400}$$

$$V = \frac{(2 \text{ mol}) \cdot \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right)}{400 \frac{\text{Pa}}{\text{K}}} = 0,04155 \text{ m}^3$$

$$V = 41,55 \text{ litros}$$

Respuesta: El volumen es 41,55 litros.

43. Un gas ideal se encuentra en un recipiente cerrado cuyo volumen no cambia. La presión del gas aumenta en un 0,4 % al calentar el gas en $1,0^\circ\text{C}$. Determinar la temperatura inicial del gas (en K).

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. Despejamos la temperatura.

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow \frac{V \cdot P}{T} = n \cdot R$$

El volumen del recipiente no cambia.

$$\frac{P_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{P_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{(1,004 P_0) \cdot (V_0)}{T_0 + 1}$$

$$\frac{1}{T_0} = \frac{(1,004)}{T_0 + 1} \Rightarrow T_0 = 250 K$$

Respuesta. La temperatura inicial es 250 kelvin.

44. Un gas ideal se encuentra en un recipiente cerrado cuyo volumen no cambia. La presión del gas aumenta en un 5 % al calentar el gas en 20 °C. Determinar la temperatura inicial del gas (en K).

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. Despejamos la temperatura. El volumen del recipiente no cambia.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{P}{T} = \frac{n.R}{V}$$

$$\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow \frac{P_0}{T_0} = \frac{(1,05P_0)}{T_0 + 20}$$

$$\frac{1}{T_0} = \frac{(1,05)}{T_0 + 20} \Rightarrow T_0 = 400 K$$

Respuesta. La temperatura inicial es 400 kelvin.

45. Un recipiente rígido contiene 4 moles de gas ideal a $2 \cdot 10^5 Pa$ y a 27 °C (300 kelvin). Se le transfiere calor al gas hasta que su temperatura sea 127 °C (400 kelvin). El recipiente está provisto de una válvula de seguridad que deja escapar gas, para mantener la presión constante. Determine el número de moles de gas que ha escapado.

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. La presión y el volumen es constante.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow n_1.R.T_1 = n_2.R.T_2$$

$$n_1.T_1 = n_2.T_2 \Rightarrow (4 mol).(300) = n_2.(400 K)$$

$$n_2 = 3 moles$$

Respuesta. Ha escapado 1 mol del gas encerrado.

46. Un recipiente rígido contiene 6 moles de gas ideal a $2 \cdot 10^5 Pa$ y a 27 °C (300 kelvin). Se le transfiere calor al gas hasta que su temperatura sea 227 °C (500 kelvin). El recipiente está provisto de una válvula de seguridad que deja escapar gas, para mantener la presión constante. Determine el número de moles de gas que ha escapado.

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. La presión y el volumen es constante.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow n_1.R.T_1 = n_2.R.T_2$$

$$n_1.T_1 = n_2.T_2 \Rightarrow (6 mol).(300) = n_2.(500 K)$$

$$n_2 = 3,6 moles$$

Respuesta. Ha escapado 2,4 moles del gas encerrado.

47. Un termómetro de gas consiste en un pequeño recipiente metálico esférico conteniendo un gas ideal a volumen constante y un indicador de presión (manómetro) en atmósferas. A la temperatura del ambiente (20 °C) indica una presión de 1,0 atmósfera. Cuando es introducido al interior de un horno eléctrico el medidor indica 5 atmósferas. La temperatura del horno (en °C) es:

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. Despejamos la temperatura. El volumen del recipiente no cambia.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{P}{T} = \frac{n.R}{V}$$

$$\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow \frac{1 \text{ atm}}{(20 + 273)} = \frac{5 \text{ atm}}{T + 273}$$

$$T = 1192^\circ \text{C}$$

Respuesta. La temperatura inicial es 400 kelvin.

48. Determine el volumen ocupado por 3 moles de oxígeno a condiciones normales.

(1 atm = $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Condiciones normales: presión, $P = 1,0 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ y temperatura, $T = 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K}$.

SEGUNDO PASO. Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow V = \frac{n.R.T}{P}$$

$$V = \frac{(3 \text{ mol}) \cdot \left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right) \cdot (273 \text{ K})}{1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0,0671855 \text{ m}^3$$

$$V = 67,2 \text{ litros}$$

Respuesta. El volumen del gas es 67,2 litros.

49. Si 5 gramos de cierto gas ocupan 4 litros a 27°C y 780 mm Hg. ¿Cuál es la fórmula que corresponde a dicho gas? ($C = 12$, $H = 1$, $O = 16$) $R = 62,4 \frac{\text{mmHg.L}}{\text{mol.K}}$

A) CO B) C_3H_8 C) O_2 D) C_2H_2 E) C_2H_6

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = \left(\frac{m}{M}\right).R.T$$

$$\overline{M} = \frac{m.R.T}{P.V} = \frac{(5 \text{ g}) \cdot \left(62,4 \frac{\text{mmHg.L}}{\text{mol.K}}\right) \cdot (300 \text{ K})}{(780 \text{ mmHg}) \cdot (4 \text{ litros})}$$

$$\overline{M} = 30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

SEGUNDO PASO. ¿Cuál de las 5 alternativas tiene como masa molecular 30?

$$\overline{M}(\text{C}_2\text{H}_6) = (2 \cdot 12 + 6 \cdot 1) = 30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Respuesta: El gas tiene la fórmula molecular (C_2H_6).

50. Un balón cuyo volumen es $0,25 \text{ m}^3$ contiene gas a la presión de 10 atm y temperatura de 127°C . Calcule la nueva temperatura del gas (en $^\circ \text{C}$) si la presión cambia a 8 atm y se escapa del balón el 10% del gas que había inicialmente.

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. El volumen no cambia.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{R}{V} = \frac{P}{n.T} = \text{constante}$$

$$\frac{P_1}{n_1.T_1} = \frac{P_2}{n_2.T_2} \Rightarrow \frac{10 \text{ atm}}{(1,0).(127 + 273)} = \frac{8 \text{ atm}}{(0,9).(T + 273)}$$

$$T = 82,6^\circ \text{C}$$

Respuesta. La nueva temperatura es 82,6 grados Celsius.

51. El volumen de un gas varía de 300 L a 500 L, cuando su temperatura varía desde 27 °C (300 K) hasta 127 °C (400 K), ¿en qué porcentaje disminuye la presión con respecto a la inicial?

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow n.R = \frac{P.V}{T} = \text{constante}$$

$$\frac{P_1.V_1}{T_1} = \frac{P_2.V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1.(300 \text{ L})}{300} = \frac{P_2.(500 \text{ L})}{400}$$

$$\frac{P_1}{1} = \frac{P_2.(5)}{4} \Rightarrow P_2 = \left(\frac{4}{5}\right)P_1$$

La presión final representa el 80 % de presión inicial.

Respuesta. La presión disminuye en 20 %.

52. Se tiene 40 gramos de una muestra gaseosa que ejerce una presión de 624 mmHg en un recipiente de 600 litros a 27 °C. ¿De qué gas se trata? Datos: (C = 12, H = 1, O = 16)

$$R = 62,4 \frac{\text{mmHg.L}}{\text{mol.K}}$$

A) CO B) CH₄ C) H₂ D) O₂ E) CO₂

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = \left(\frac{m}{M}\right).R.T$$

$$\overline{M} = \frac{m.R.T}{P.V} = \frac{(40 \text{ g}).\left(62,4 \frac{\text{mmHg.litro}}{\text{mol.K}}\right).(300 \text{ K})}{(624 \text{ mmHg}).(600 \text{ litros})}$$

$$\overline{M} = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

SEGUNDO PASO. ¿Cuál de las 5 alternativas tiene como masa molecular 2?

$$\overline{M}(H_2) = (2 \cdot 1) = 2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Respuesta: El gas tiene la formula molecular (H₂).

53. Una botella contiene gas Helio a 2,0 atm de presión y 25 °C. Se calienta la botella a 400 °C. Calcule la nueva presión (en atmosferas).

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. El volumen de la botella es constante.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{n.R}{V} = \frac{P}{T} = \text{constante}$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2 \text{ atm}}{(25 + 273)} = \frac{P_2}{(400 + 273)}$$

$$P_2 = 4,5 \text{ atmosferas}$$

54. Una vasija cuyo volumen es 0,256 litros se llena con un vapor de cierta sustancia a 730 mmHg y 100 °C. La masa del vapor es 1,67 g. Calcule su masa molecular. Dato:

$$R = 62,4 \frac{\text{mmHg.L}}{\text{mol.K}}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = \left(\frac{m}{M} \right).R.T$$

$$\overline{M} = \frac{m.R.T}{P.V} = \frac{(1,675 \text{ g}).\left(62,4 \frac{\text{mmHg.litro}}{\text{mol.K}}\right).(373 \text{ K})}{(730 \text{ mmHg}).(0,256 \text{ litro})}$$

$$\overline{M} = 208 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

55. Un gas ideal se encuentra a 273 K y 1,0 atm de presión, sufre una variación de su presión al 180%. ¿A qué temperatura (en K) estará el gas si su volumen se reduce al 50 % de su volumen inicial?

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow n.R = \frac{P.V}{T} = \text{constante}$$

$$\frac{P_1.V_1}{T_1} = \frac{P_2.V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{(1 \text{ atm}).(2V)}{273 \text{ K}} = \frac{(2,8 \text{ atm}).(V)}{T_2}$$

$$\frac{(1).(2)}{273 \text{ K}} = \frac{(2,8).(1)}{T_2} \Rightarrow T_2 = 382,2 \text{ K}$$

Respuesta. La temperatura final es 382,2 kelvin.

56. Un gas mide 927 cm³ a la presión de 755 mmHg y a 18 °C. ¿Cuál será su volumen en cm³ a condiciones normales?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. A condiciones normales CN, la presión es $P = 760 \text{ mmHg}$ y la temperatura es $T = 273 \text{ K}$

SEGUNDO PASO. Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow n.R = \frac{P.V}{T} = \text{constante}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{(755 \text{ mmHg}) \cdot (927 \text{ cm}^3)}{(18 + 273) \text{ K}} = \frac{(760 \text{ mmHg}) \cdot (V_2)}{273 \text{ K}}$$

$$V_2 = 863,9 \text{ cm}^3$$

Respuesta. El volumen final del gas es 863,9 centímetros cúbicos.

57. ¿Cuál es la masa de O_2 si ocupa un volumen de 150 L a 740 mmHg y 20 °C?

Dato: P.A.(O) = 16; $R = 62,4 \frac{\text{mmHg} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = \left(\frac{m}{M} \right) . R.T$$

$$m = \frac{P.V \cdot \overline{M}}{R.T} \Rightarrow m = \frac{740 \text{ mmHg} \cdot (150 \text{ L}) \cdot \left(32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \right)}{\left(62,4 \frac{\text{mmHg} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right) \cdot (20 + 273) \text{ K}}$$

$$m = 194,28 \text{ gramos}$$

Respuesta. la masa del gas es 194,28 gramos.

58. Hasta que temperatura debe calentarse una vasija abierta que está a 200 kelvin, para que expulse $\frac{2}{3}$ de la masa de aire que contenía inicialmente a presión constante.

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico. El volumen no cambia.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow \frac{R}{V.P} = \frac{1}{n.T} = \text{constante}$$

$$n_1.T_1 = n_2.T_2 \Rightarrow N \cdot (200 \text{ K}) = \left(\frac{N}{3} \right) . T_2$$

$$T_2 = 600 \text{ kelvin}$$

Respuesta. La nueva temperatura es 600 kelvin.

59. Una botella contiene hidrógeno H_2 (gas) a la presión de $8,31 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ y temperatura de 127 °C. Determinar la densidad del gas. Masa atómica (H) = 0,001 kg.

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = \left(\frac{m}{M} \right) . R.T$$

$$P \cdot \overline{M} = \left(\frac{m}{V} \right) . R.T \Rightarrow D = \frac{P \cdot \overline{M}}{R.T}$$

$$D = \frac{(8,31 \cdot 10^6 \text{ Pa}) \cdot \left(0,002 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}\right)}{\left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right) \cdot (127 + 273) \text{ K}} = 5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Respuesta: La densidad del gas es 5 kg.m^{-3}

60. Una botella contiene hidrógeno H_2 (gas) a la presión de $8,31 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ con densidad 4 kg.m^{-3} .

Determina la temperatura del gas. Masa atómica (H) = 0,001 kg.

RESOLUCIÓN

Ecuación de estado termodinámico.

$$P.V = n.R.T \Rightarrow P.V = \left(\frac{m}{M}\right).R.T$$

$$P.\overline{M} = \left(\frac{m}{V}\right).R.T \Rightarrow D = \frac{P.\overline{M}}{R.T}$$

$$T = \frac{P.\overline{M}}{R.D} = \frac{(8,31 \cdot 10^6 \text{ Pa}) \cdot \left(0,002 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}\right)}{\left(8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right) \cdot \left(4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)} = 500 \text{ K}$$

Respuesta. La temperatura es 500 kelvin.

61. CONTINUARA.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Hallar la masa molecular del agua (H_2O). Datos: ($\text{H}=1$, $\text{O}=16$)
a) 18 g b) 19 g c) 1,8 g d) 18 g e) 180 g
2. Halla la masa molecular de CO_2 . Datos: ($\text{O}=16$, $\text{C}=12$)
a) 44 g b) 45 g c) 46 g d) 49 g e) 4,4 g
3. Halla la masa molecular de H_2SO_4 . Datos: ($\text{S}=32$, $\text{H}=1$, $\text{O}=16$)
a) 96 g b) 980 g c) 9,8 g d) 96 g e) 98 g
4. Halla la masa molecular de $\text{Cu}(\text{OH})_2$.. Datos: ($\text{H}=1$, $\text{O}=16$, $\text{Cu} = 63,5$)
a) 97, 5 g b) 750 g c) 97 d) 0,98 g e) 100 g
5. Se tiene 180 gramos de vapor de agua. Determina la cantidad de sustancia.
a) 10 moles b) 11 moles c) 1 mol d) 0,5 mol e) 0,01 mol
6. Se tiene 124 gramos de H_2CO_3 . Determina la cantidad de sustancia.
a) 1 mol b) 2 moles c) 3 moles d) 4 moles e) 0,5 mol
7. Se tiene 22 gramos de CO_2 . Determina la cantidad de sustancia.
a) 0,5 mol b) 1 mol c) 2 moles d) 5 moles e) 10 moles
8. Se tiene 195 gramos de $\text{Cu}(\text{OH})_2$. Determinar la cantidad de sustancia.
a) 0,5 mol b) 1 mol c) 2 moles d) 3 moles e) 4 moles
9. Se tiene 980 gramos de H_2SO_4 . Determinar la cantidad de sustancia.
a) 1 mol b) 5 moles c) 0,1 mol d) 10 moles e) 20 moles
10. Se tiene 5 litros de oxígeno a 27°C y $12 \cdot 10^5$ Pa. Si calentamos hasta alcanzar 127°C manteniendo el volumen constante, hallar la presión final.
a) $12 \cdot 10^5$ Pa b) $14 \cdot 10^5$ Pa c) $16 \cdot 10^5$ Pa d) $8 \cdot 10^5$ Pa e) Ninguna
11. Tenemos 6 litros de helio en estado gaseoso a 27°C y $1,2 \cdot 10^5$ Pa. Se calienta hasta alcanzar 127°C y presión de $1,6 \cdot 10^5$ Pa, determinar el volumen final.
a) 6 litros b) 3 litros c) 8 litros d) 9 litros e) Ninguna
12. Una botella contiene 10 moles de hidrógeno a la temperatura de 127°C . Si la presión del gas es $8,31 \cdot 10^6$ pascal, determinar la densidad del gas.

Considere: Masa molecular del hidrógeno (H_2) igual a 2 gramos. $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
a) $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ b) $2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ c) $3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ d) $4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ e) Ninguna
13. Un gas a 27°C es calentado y comprimido de tal manera que su volumen se reduce a la mitad y su presión se triplica. ¿Cuál será la temperatura final en $^\circ\text{C}$?
a) 10°C b) 30°C c) 60°C d) 70°C e) Ninguna

14. Se tiene NH_3 en un balón esférico a la presión de $9,6 \cdot 10^5$ Pa. Isotérmicamente todo el gas se traslada a otro balón esférico, pero de radio el doble que el anterior. Halla la presión en el segundo balón.
- a) $9,6 \cdot 10^5$ Pa b) $1,2 \cdot 10^5$ Pa c) $6 \cdot 10^5$ Pa d) $9 \cdot 10^5$ Pa e) Ninguna
15. Un gas se encuentra en un recipiente esférico de radio "R". Si se traslada a un recipiente esférico de radio "2R" la temperatura se incrementa en 100% del valor inicial. ¿Cómo varía la presión respecto al valor inicial?
- A) 75% más B) 50% menos C) 55% menos
D) 60% más E) 75% menos
16. ¿Cuál será el volumen en cm^3 de un gas a 500 mmHg, sabiendo que a la presión de 600 mmHg ocupa un volumen de 400 cm^3 ?
- A) 450 B) 500 C) 480 D) 400 E) 520
17. * Un gas mide 927 cm^3 a la presión de 755 mmHg y a 18°C . ¿Cuál será su volumen en cm^3 a condiciones normales?
- A) 798,65 B) 863,94 C) 856,34 D) 789,54 E) 850,23
18. *¿Cuál es la masa de O_2 si ocupa un volumen de 150 L a 740 mmHg y 20°C ?
- Dato: P.A.(O) = 16; $R = 62,4 \frac{\text{mmHg} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
- A) 30 g B) 40 g C) 50 g D) 60 g E) 194,27 g
19. ¿Qué volumen ocupan 192 g de oxígeno a 30°C y 2 atm de presión?
- Dato: $R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{litro}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
- A) 74,538 L B) 745,38 L C) 7,4538 L D) 47,538 L E) 753,48 L
20. Señala la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- () La presión de un gas se debe a los choques de sus moléculas contra las paredes del recipiente que los contiene.
- () Los choques de las moléculas de un gas ideal son perfectamente elásticos.
- () A condiciones normales CN, un mol de cierto gas ideal ocupa un volumen de 22,4 litros.
- () En todo proceso restringido, la masa gaseosa permanece constante.
- A) FFVF B) FVFV C) VVVF D) VVVV E) VFV
21. Se tiene 6 litros de cierto gas, si la presión de duplica entonces la temperatura se triplica. Halla el volumen final.
- A) 8L B) 9L C) 10L D) 12L E) 6L

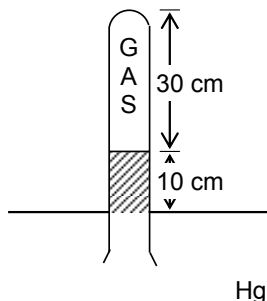
22. Cierta gas se encuentra a 400 K, si el volumen se reduce a la mitad la presión se triplica. Halla la temperatura final.
A) 450 K B) 500 K C) 550 K D) 600 K E) 750 K
23. Se calienta una cierta masa de gas desde 27°C hasta 87 °C. Si la presión inicial es de 10^5 Pa, ¿cuál debe ser la presión final para que no varíe el volumen?
A) $1,2 \cdot 10^5$ Pa B) $1,4 \cdot 10^5$ Pa C) $1,6 \cdot 10^5$ Pa D) $2,2 \cdot 10^5$ Pa E) $3,2 \cdot 10^5$ Pa
24. Se tiene 5 litros de oxígeno a 27 °C y $1,2 \cdot 10^5$ pascal. Si calentamos hasta alcanzar 127 °C manteniendo el volumen constante, hallar la presión final.
A) $1,1 \cdot 10^5$ Pa B) $1,4 \cdot 10^5$ Pa C) $1,6 \cdot 10^5$ Pa D) $2,2 \cdot 10^5$ Pa E) $3,2 \cdot 10^5$ Pa
25. Se tiene 6 litros de helio a 27°C: Si calentamos hasta alcanzar 227°C manteniendo la presión constante, hallar el volumen final.
A) 10L B) 9L C) 8L D) 12L E) 15L
26. Tenemos 6 litros de helio en estado gaseoso a 27°C y $1,6 \cdot 10^5$ pascal. Se calienta hasta alcanzar 127°C y la presión del $1,2 \cdot 10^5$, determinar el volumen final.
A) 5L B) 9L C) 8L D) 12L E) 6L
27. *Una botella contiene hidrógeno (gas) a la presión de $8,31 \cdot 10^6$ pascal y temperatura de 127 °C. Determinar la densidad del gas. Masa atómica (H) = 0,001 kg.
A) $5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ B) $6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ C) $4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ D) $7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ E) $3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
28. *Una botella contiene hidrógeno (gas) a la presión de $8,31 \cdot 10^6$ pascal con densidad $4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Determina la temperatura del gas. Masa atómica (H) = 0,001 kg.
A) 300 K B) 350K C) 400 K D) 450K E) 500 K
29. Cierta gas ocupa un volumen de 12 litros a 0,5 atmósferas. Si su presión aumente en 2,5 atmósferas. Halla su volumen final en litros.
A) 2,4 B) 3,6 C) 4 D) 2 E) 7,2
30. Con respecto a la Teoría Cinética Molecular de los gases ideales, indique cuáles proposiciones no son correctas:
I. Las moléculas tienen volumen despreciable
II. Las moléculas se atraen y repelen fuertemente.
III. Las trayectorias que siguen las moléculas son rectilíneas.
IV. La energía cinética de las moléculas es despreciable.
a) VVVV b) VVFF c) VFFF d) FFFF e) FFVV
31. *Si 5 gramos de cierto gas ocupan 4 litros a 27°C y 780 mm Hg. ¿Cuál es la fórmula que corresponde a dicho gas? (C=12, H=1, O=16)
A) CO B) C_3H_8 C) O_2 D) C_2H_2 E) C_2H_6

32. Señale la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- () La presión de un gas se debe a los choques de sus moléculas contra las paredes del recipiente que los contiene.
 - () Los choques de las moléculas de un gas ideal son perfectamente elásticos.
 - () A condiciones normales, un mol de cierto gas ideal ocupa un volumen de 22,4 litros.
 - () En todo proceso restringido, la masa gaseosa permanece constante.
- A) FFVF B) FVFF C) VVVF D) VVVV E) VFVF
33. Si en un sistema cerrado la presión absoluta de un gas se duplica y la temperatura absoluta aumente en 20 %. ¿En qué porcentaje habrá variado su volumen?
- A) Aumenta en 60% B) Disminuye en 30 % C) No hay variación
D) Aumenta en 20 % E) Disminuye en 40 %
34. *Se tiene 40 gramos de una muestra gaseosa que ejerce una presión de 624 mmHg en un recipiente de 600 litros a 27 °C. ¿De qué gas se trata? Datos: (H=1 , C=12 , O=16)
- A) He B) CH₄ C) H₂ D) O₂ E) CO₂
35. En cierto gas la presión absoluta se incrementa en 100 % y la temperatura absoluta en 50%. El Volumen del gas:
- A) Aumenta en 75 % B) Disminuye en 50 % C) Aumenta en 25 %
D) Disminuye en 25 % E) Aumente en 50%
36. En cierto gas la presión absoluta disminuye en 50 % y la temperatura absoluta en 25%. El Volumen del gas:
- A) Aumenta en 75 % B) Disminuye en 50 % C) Aumenta en 25 %
D) Disminuye en 25 % E) Ninguna anterior es correcta
37. Determinar si las proposiciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F).
- I. La energía cinética de traslación de las moléculas de un gas ideal, depende directamente, de la presión a la cual se encuentra el gas.
 - II. En un gas ideal las moléculas están permanentemente sujetas a fuerzas de atracción y repulsión.
 - III. En general los gases ideales están formados por partículas del mismo tamaño pero de masas diferentes.
- A) VVF B) FFV C) FFF D) VVV E) FVV
38. La energía cinética promedio por molécula de un gas ideal es igual a $823,9 \times 10^{-23}$ J. Determine la temperatura (en °C) a la cual se encuentra el gas.
- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40
39. *Un gas ideal se encuentra a 273 K y 1 atm de presión, sufre una variación de su presión al 180%. A qué temperatura (en K) estará el gas si su volumen se reduce al 50 % de su volumen inicial.
- A) 382,2 B) 282,2 C) 280,5 D) 322,5 E) 312,8

40. Se tiene oxígeno a $47\text{ }^{\circ}\text{C}$ y 1 atm de presión, contenido en un recipiente cúbico de 10 cm de arista. ¿Cuánto tiempo en segundos tardará, una molécula típica, en recorrer la longitud de la arista del depósito? Masa molecular del oxígeno = $32\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
- A) $8 \cdot 10^{-4}$ B) $6 \cdot 10^{-4}$ C) $4 \cdot 10^{-4}$ D) $2 \cdot 10^{-4}$ E) 10^{-4}
41. ¿En qué porcentaje respecto del volumen inicial aumenta el volumen de un gas ideal, inicialmente a $27\text{ }^{\circ}\text{C}$, si se calienta en $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ a presión constante?
- A) $0,1\%$ B) $0,4\%$ C) $0,3\%$ D) $0,5\%$ E) $0,8\%$
42. Determine la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones, respecto de la temperatura.
- I. Es una cantidad física que nos informa cuanto calor tienen los cuerpos.
II. Es una forma de energía que puede transformarse en fricción.
III. Permite definir el equilibrio termodinámico.
- A) FVF B) FFF C) FFV D) VVV E) FFV
43. Un recipiente rígido de $0,1\text{ m}^3$ contiene 10 kg de un gas a 3 MPa . Si se deja salir gas muy lentamente de modo que su temperatura se mantiene constante, hasta que la presión llegue a 300 kPa . ¿Cuál es la masa final del gas que queda en el recipiente en kg ?
- A) 2 B) 5 C) 3 D) 1 E) 4
44. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- I. De acuerdo a la ley de Boyle-Mariotte, dos gases ideales en diferentes recipientes a la misma temperatura y volumen deben estar a diferente presión.
II. Si un gas ideal está a 300 K , ocupando un volumen de $0,5\text{ m}^3$ y luego su volumen aumenta al triple a la misma temperatura, entonces su nueva presión será el triple de la inicial.
III. De acuerdo a la ley de Gay-Lussac, si un gas ideal cambia su temperatura desde 300 K hasta 350 K , su presión será $\frac{7}{6}$ de la inicial.
- A) VVV B) VFV C) FVV D) FFV E) FVF
45. *Un gas que se mantiene a presión constante y su temperatura varía desde $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $127\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿En qué porcentaje varía su volumen?
- A) 125% B) 25% C) 50% D) 15% E) 75%
46. *Supóngase que un balón de gas propano C_3H_8 casero tiene una masa de $9,5\text{ kg}$ y su volumen de $0,02\text{ m}^3$. Si se venden un balón con gas cuya masa total es 10 kg y temperatura 293 K , determine la presión en atmósferas en el balón. ($1\text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5\text{ Pa}$)
- A) 273,0 B) 113,66 C) 27,68 D) 13,66 E) 5,05
47. *¿Cuántas moléculas de aire, considerándolo como gas ideal, hay en 1 m^3 a la presión de 1 atm y $27\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- A) $7,2 \cdot 10^{23}$ B) $1,38 \cdot 10^{23}$ C) $2,4 \cdot 10^{25}$ D) $1,38 \cdot 10^{28}$ E) $7,2 \cdot 10^{28}$
48. *Como resultado de ensayos experimentales realizados sobre 2 moles de un gas ideal, se obtiene la siguiente ecuación: $P = 400 \cdot T$, donde la presión P se mide en pascal y la temperatura T en kelvin. Determine el volumen en litros.
- A) 41,55 B) 65,6 C) 59,4 D) 56,6 E) 85,5

49. *A un gas ideal cuyas condiciones iniciales son P_0 ; V_0 ; T_0 ; se le duplica su temperatura y su volumen se reduce a la tercera parte. ¿En cuánto aumenta la presión del gas?
A) $2 P_0$ B) $5 P_0$ C) $3 P_0$ D) $6 P_0$ E) $4 P_0$
50. *Un gas ideal se encuentra en un recipiente cerrado. La presión del gas aumenta en un 0,4 % al calentar el gas en $1,0^\circ\text{C}$. Determinar la temperatura inicial del gas (en K).
A) 200 B) 220 C) 250 D) 300 E) 450
51. *Un recipiente rígido contiene 4 moles de gas ideal a $2 \times 10^5 \text{ Pa}$ y a 27°C . Se le transfiere calor al gas hasta que su temperatura sea 127°C . El recipiente está provisto de una válvula de seguridad que deja escapar gas, para mantener la presión constante. Determine el número de moles de gas que ha escapado.
A) 0,5 B) 1 C) 2 D) 3 E) 3,5
52. *Un termómetro de gas consiste en un pequeño recipiente metálico esférico conteniendo un gas ideal a volumen constante y un indicador de presión (manómetro) en atmósferas. A la temperatura del ambiente (20°C) indica una presión de 1 atmósfera. Cuando es introducido al interior de un horno eléctrico el medidor indica 5 atmósferas. La temperatura del horno (en $^\circ\text{C}$) es:
A) 1192 B) 1200 C) 2000 D) 153 0 E) 300
53. *Determine el volumen ocupado por 2 moles de gas a 127°C y 4,1 atmósferas.
Dato: $R = 0,082 \frac{\text{atm.litro}}{\text{mol.K}}$
A) 2 L B) 4 L C) 8 L D) 16 L E) 24 L
54. *Determine el volumen ocupado por 3 moles de oxígeno a condiciones normales.
A) 11,2 L B) 22,4 L C) 33,6 L D) 44,8 L E) 67,2 L
55. Respecto a las leyes empíricas de los gases ideales se puede afirmar que:
I. La ley de Boyle – Mariotte permite deducir que a $T = \text{cte}$ la densidad del gas es directamente proporcional a la presión.
II. La ley de Charles – Gay Lussac permite deducir que a volumen constante la densidad es directamente proporcional a la presión.
III. La ley de Avogadro permite deducir que a $P = \text{cte}$ la densidad es directamente proporcional a la temperatura.
A) VVV B) VVF C) VFV D) VFF E) FFF
56. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?
I. El experimento de Boyle–Mariotte, de transformación isotérmica de un gas, demuestra que la densidad de un gas es directamente proporcional a su presión.
II. El experimento de Charles–Gay Lussac, de transformación isobárica de un gas, demuestra que el volumen de un gas varía linealmente con la temperatura.
III. El experimento de Gay Lussac, mencionado en la proposición anterior, permite demostrar que la densidad de un gas es inversamente proporcional a su temperatura.
A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Todas E) Ninguna

57. *Cómo varía el nivel de mercurio en el tubo mostrado, si la temperatura se eleva de 27 °C a 77 °C. Desprecie la dilatación del tubo, la presión atmosférica es la normal



- A) Disminuye en 1,6 cm B) Aumenta en 1,6 cm C) Disminuye en 3,3 cm
D) Aumenta en 3,3 cm E) Disminuye en 6,7 cm
58. *Un balón cuyo volumen es 0,25 m³ contiene gas a la presión de 10 atm y temperatura de 127 °C. Halle la nueva temperatura del gas (en °C) si la presión cambia a 8 atm y se escapa del balón el 10% del gas que había inicialmente.
A) - 8,2 B) - 6,3 C) - 4,1 D) - 3,2 E) ninguna
59. *El volumen de un gas varía de 300 L a 500 L, cuando su temperatura varía de 27 °C a 127 °C, ¿en qué porcentaje disminuye la presión con respecto a la inicial?
A) 120% B) 80% C) 60% D) 20% E) 10%
60. Se tiene 400 mL de un gas ideal a 27 °C y 1 atm, si se duplica su volumen a igual presión. Determine la nueva temperatura.
A) 564 °C B) 654 °C C) 927 °C D) 1 200 °C E) 327 °C
61. Se obtiene un volumen de 50 mL de gas a una presión de 730 mmHg y a una temperatura de 25 °C. Halle el volumen en condiciones normales. (Dato: 1 atm = 760 mmHg)
A) 33 mL B) 44 mL C) 55 mL D) 22 mL E) 50 mL
62. *Una botella contiene gas Helio a 2 atm de presión y 25 °C. Se calienta la botella a 400 °C. Calcule la nueva presión.
A) 3,2 atm B) 2,6 atm C) 5,1 atm D) 4,5 atm E) 3,8 atm
63. *Una vasija cuyo volumen es 256 mL se llena con un vapor a 730 mmHg y 100 °C. El vapor pesa 1,675 g. Halle su masa molecular. Dato: $R = 62,4 \frac{\text{mmHg} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
A) 208 B) 215 C) 266 D) 320 E) 209
64. *Hasta que temperatura debe calentarse una vasija abierta que está a 200 °K, para que expulse $\frac{2}{3}$ de la masa de aire que contenía inicialmente a presión constante.
A) 600 °K B) 500 °K C) 400 °K D) 450 °C E) 550 °K
65. ¿Cuántos litros de oxígeno gaseoso en condiciones normales, se podrán obtener a partir de 5 580 g de ácido carbónico?
A) 3 000 B) 3 024 C) 4 056 D) 3 224 E) 3 567

66. Un gas ocupa un volumen de 1000 mL a una presión y temperatura absoluta determinadas, si la presión se reduce a la mitad y la temperatura se duplica, ¿Qué volumen ocupará el gas?
A) 1000 mL B) 4000 mL C) 3000 mL D) 2000 mL E) 1500 mL
67. Si en un sistema cerrado la presión absoluta de un gas se duplica y la temperatura absoluta aumenta en 20 %. ¿En qué porcentaje habrá variado su volumen?
A) Aumenta en 60% B) Disminuye en 30 % C) No hay variación
D) Aumenta en 20 % E) Disminuye en 40 %
68. En cierto gas la presión absoluta se incrementa en 100 % y la temperatura absoluta en 50%. El Volumen del gas:
A) Aumenta en 75 % B) Disminuye en 50 % C) Aumenta en 25 %
D) Disminuye en 25 % E) Aumenta en 50%
69. La temperatura de un gas ideal es una medida de:
a) El momento medio de las moléculas.
b) La velocidad media de las moléculas.
c) La energía cinética de traslación media de las moléculas.
d) La energía potencial media de las moléculas.
70. Si el volumen de una masa fija de un gas ideal a temperatura constante disminuye, la presión del gas aumenta. Esto ocurre porque:
a) Las moléculas colisionan entre sí con mayor frecuencia.
b) Las moléculas colisionan más frecuentemente con las paredes del contenedor.
c) Las moléculas se mueven a una velocidad media más elevada.
d) Las moléculas ejercen fuerzas medias más intensas sobre las paredes durante las colisiones.
71. ¿Cuál de los siguientes supuestos es fundamental para la teoría cinética de los gases ideales?
a) Las fuerzas entre las moléculas son cero.
b) Todas las moléculas viajan a la misma velocidad.
c) Las energías potenciales moleculares son constantes.
d) Las moléculas tienen momento cero.
72. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes es la correcta respecto a la energía de las moléculas de un gas ideal?
a) Las moléculas solo tienen energía cinética.
b) Las moléculas solo tienen energía térmica.
c) Las moléculas solo tienen energía potencial.
d) Las moléculas solo tienen energía cinética y energía potencial.

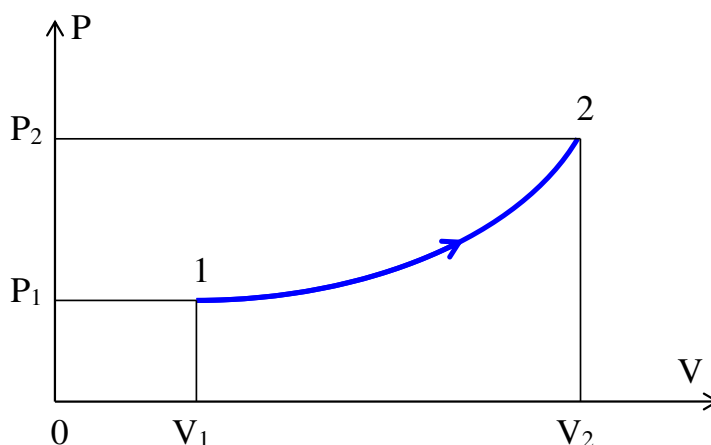
TERMODINÁMICA I

(Primera ley de la termodinámica)



- 1. SISTEMA TERMODINÁMICO:** denominamos así al sistema físico sobre el cual fijamos nuestra atención y estudio. Sus límites pueden ser fijos o móviles.
- 2. SUSTANCIA DE TRABAJO:** designamos con este nombre a la sustancia líquida o gaseosa que recorre internamente el sistema, y en el cual podemos almacenar o extraer energía.
- 3. ESTADO TERMODINÁMICO:** es aquella situación particular de una sustancia, cuya existencia está definida por las variables termodinámicas: presión (P), volumen (V) y temperatura (T).

$$P.V = n.R.T$$



4. PROCESO TERMODINÁMICO: es un sistema que puede interactuar e intercambiar energía (calor) con su entorno. El proceso en el que se produce un cambio de estado (cambio en los valores de las variables termodinámicas presión, temperatura y volumen) se llama *proceso termodinámico*. La figura muestra un proceso termodinámico en equilibrio, pasando del estado (1) al estado (2).

Si cualquiera de los parámetros P, V, T de un sistema varía, se produce una variación del estado termodinámico del sistema que se llama *proceso termodinámico*. Un sistema termodinámico se dice que se desarrolla en equilibrio (proceso casi estático) si el sistema recorre con una lentitud infinita una serie continua de estados termodinámicos en equilibrio infinitamente próximos.

5. ENERGÍA INTERNA (U): La energía interna de una sustancia se define como la sumatoria de todas las formas de energía asociadas a las moléculas que la constituyen. En el caso de un gas ideal (moléculas monoatómicas), la cantidad de energía interna es igual a la sumatoria de la cantidad de energía cinética promedio de cada molécula.

La cantidad de energía cinética de **una molécula** de un gas ideal es directamente proporcional a la temperatura absoluta.

$$E_C = \left(\frac{3}{2}\right) k_B \cdot T$$

$$k = 1,38 \bullet 10^{-32} \frac{J}{mol.K}$$

m: masa de cada molécula (kilogramo).

V: rapidez promedio de cada molécula (m/s).

T: temperatura absoluta (kelvin).

k_B : constante de Boltzmann.

La constante de Boltzmann (k) se relaciona con la constante universal de los gases (R) y el número de Avogadro (N_0).

$$R = 8,31 \frac{J}{mol.K}$$

$$N_0 = 6,023 \bullet 10^{23} \frac{\text{moleculas}}{\text{mol}}$$

$$k_B = \frac{R}{N_0} \Rightarrow R = k_B \cdot N_0$$

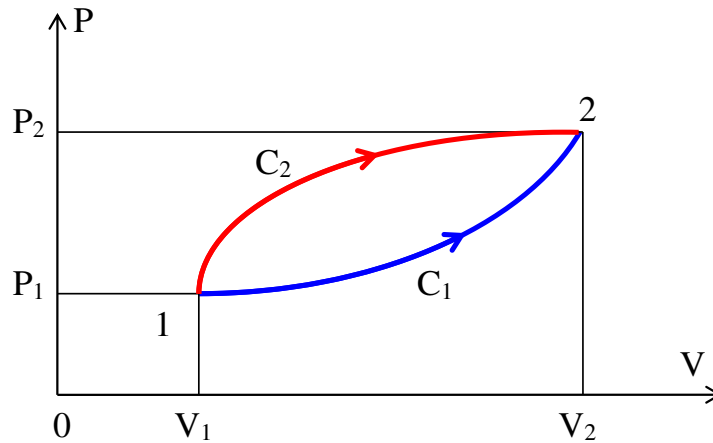
6. ENERGÍA INTERNA PARA UN GAS IDEAL.

La cantidad de energía interna de un sistema aislado, de un gas ideal constituida por “n” moles es:

$$U = \left(\frac{3}{2}\right)n.R.T = \left(\frac{3}{2}\right)P.V$$

7. VARIACIÓN DE LA CANTIDAD DE ENERGÍA INTERNA: la energía interna de un gas ideal depende sólo de su temperatura y viceversa, luego el cambio de energía interna produce cambio de temperatura. En todo proceso termodinámico, la variación de la energía interna, no depende de los estados intermedios, solamente de los estados inicial y final.

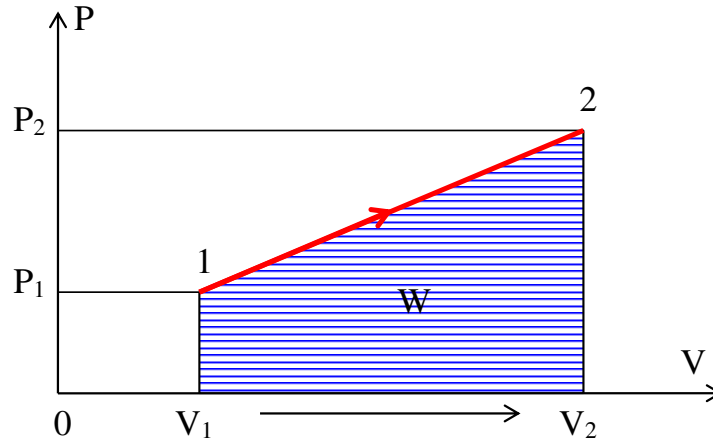
$$\Delta U = U_{\text{final}} - U_{\text{inicial}}$$



La variación de la energía interna, es independiente del camino seguido durante el proceso termodinámico.

$$\Delta U = \left(\frac{3}{2}\right)n.R.(T_2 - T_1) = \left(\frac{3}{2}\right)(P_2.V_2 - P_1.V_1)$$

8. CAMBIO DE VOLUMEN Y CANTIDAD DE TRABAJO HECHO: Cuando el sistema evoluciona de un estado termodinámico (1) hasta un estado final (2), el trabajo realizado por el sistema no solo depende de los estados inicial y final, sino también de los estados intermedios, es decir de la trayectoria. La cantidad de trabajo realizado por el sistema es numéricamente igual al área de la región bajo la curva en el diagrama presión (P) versus volumen (V).



$$W_{1 \rightarrow 2}^{Gas} = \text{Área bajo la curva}$$

El trabajo efectuado es igual al área bajo la curva P-V, y depende del camino seguido.

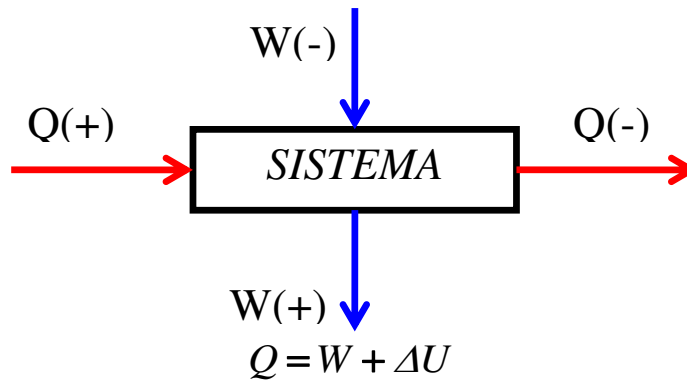
Cuando el gas se expande (aumenta el volumen) el trabajo realizado es positivo. Si el gas se comprime (el volumen disminuye) el trabajo realizado por el sistema (gas) es negativo.

9. TRABAJO HECHO POR EL GAS A PRESIÓN CONSTANTE: Si la presión P se mantiene constante, la cantidad de trabajo realizado en este proceso isobárico es directamente proporcional al cambio del volumen:

$$W = P(V_2 - V_1)$$

Si el gas se expande, el trabajo $W > 0$, si se comprime es $W < 0$.

10. PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA: “Cuando un sistema intercambia calor (Q), parte de este se provoca un cambio en la energía interna del sistema y la diferencia se transforma en trabajo”. Es una ley de conservación de energía.



En todo proceso termodinámico se cumple que la cantidad de calor entregado o sustraído al sistema, es igual a la cantidad de trabajo realizado por ó sobre el sistema, más el cambio de la energía interna experimentado por el sistema.

Observe los siguientes posibles casos:

$Q(+)$: cantidad de calor entregado al sistema

$Q(-)$: cantidad de calor liberado por el sistema

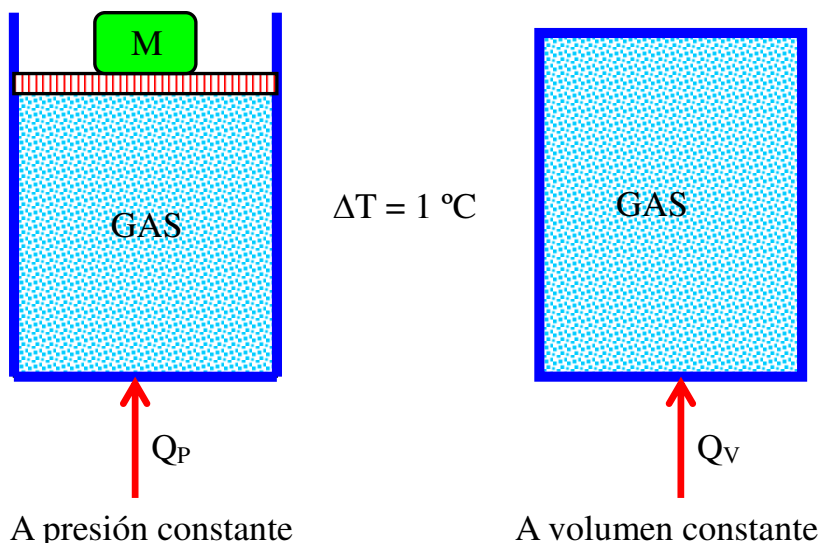
$W(+)$: cantidad de trabajo realizado por el sistema.

$W(-)$: cantidad de trabajo realizado sobre el sistema.

$\Delta U(+)$: aumenta la energía interna del sistema, aumenta la temperatura.

$\Delta U(-)$: disminuye la energía interna del sistema, disminuye la temperatura.

11. CAPACIDAD CALORÍFICA MOLAR DEL UN GAS IDEAL: La temperatura de un gas puede elevarse bajo condiciones muy diferentes, manteniendo el volumen constante o manteniendo la presión constante. En cada caso la cantidad de calor, por cada mol, necesaria para elevar en un grado la temperatura del gas, será diferente.



12. CAPACIDAD CALORÍFICA MOLAR A VOLUMEN CONSTANTE (C_v): se define como la cantidad de calor por cada mol de sustancia para elevar su temperatura en un grado, sin que varíe su volumen.

$$C_v = \frac{Q}{n \cdot \Delta T}$$

unidades: $\frac{J}{mol \cdot K}$ y $\frac{cal}{mol \cdot ^\circ C}$

a) La cantidad de calor entregado al sistema es:

$$Q = n \cdot C_v \cdot \Delta T \quad \dots (1)$$

b) Primera ley de la termodinámica:

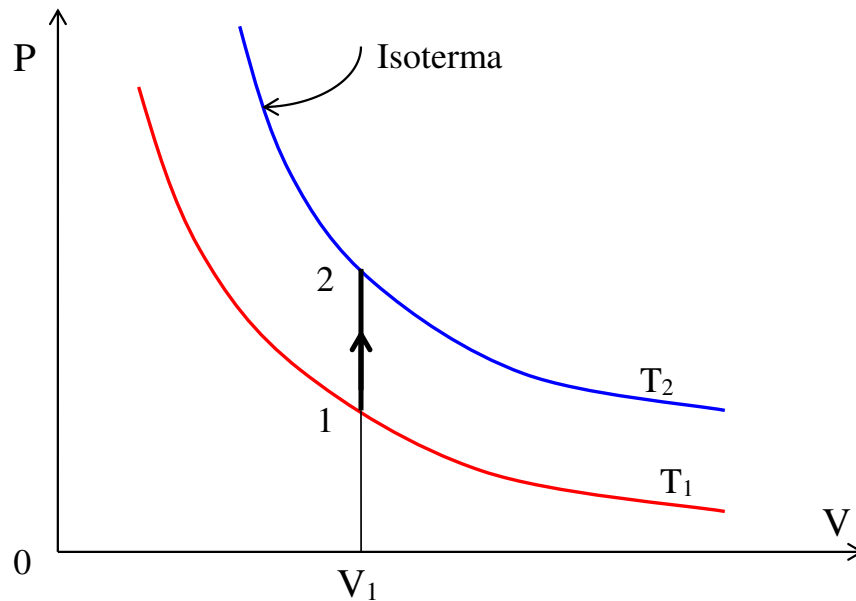
$$Q = W + \Delta U \quad \dots (2)$$

La cantidad de trabajo realizado, en un proceso a volumen constante es nula. Toda la cantidad de calor entregado sirve para cambiar la cantidad de energía interna.

Reemplazado (1) en (2) tenemos que:

$$\begin{aligned} n \cdot C_v \cdot \Delta T &= 0 + \Delta U \\ \Delta U &= n \cdot C_v \cdot \Delta T \quad \dots (3) \end{aligned}$$

Esta relación (3) es muy importante en la resolución de los problemas. La variación de la energía interna se puede determinar en función del cambio de temperatura y de la capacidad calorífica molar a volumen constante.



13. CAPACIDAD CALORÍFICA MOLAR A PRESIÓN CONSTANTE (C_p): Se define como la cantidad de calor, por cada mol de sustancia, necesaria para elevar la temperatura en un grado, sin que varíe la presión.

$$C_p = \frac{Q}{n \cdot \Delta T}$$

unidades: $\frac{J}{mol \cdot K}$ y $\frac{cal}{mol \cdot ^\circ C}$

a) La cantidad de calor entregado al sistema es:

$$Q = n \cdot C_p \cdot \Delta T \quad \dots (4)$$

b) Primera ley de la termodinámica:

$$Q = W + \Delta U \quad \dots (5)$$

Reemplazado (3) y (4) en (5) tenemos que:

$$\begin{aligned} n \cdot C_p \cdot \Delta T &= P \cdot \Delta V + n \cdot C_v \cdot \Delta T \\ n \cdot C_p \cdot \Delta T &= n \cdot R \cdot \Delta T + n \cdot C_v \cdot \Delta T \\ C_p - C_v &= R \quad \dots (6) \end{aligned}$$

c) Relación de Mayer: $C_p > C_v$

$$\begin{aligned} C_p - C_v &= 8,314 \frac{J}{mol \cdot K} \\ C_p - C_v &= 2 \frac{cal}{mol \cdot K} \end{aligned}$$

d) Relación entre $C_p > C_v$

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma$$

Para gases monoatómicos: Helio, Neón, Argón; Criptón, Xenón.

$$C_p = \frac{5}{2}R ; C_v = \frac{3}{2}R ; \gamma = \frac{5}{3}$$

Para gases biatómicos: Hidrogeno, Nitrógeno, Oxígeno, monóxido de carbono (CO).

$$C_p = \frac{7}{2}R ; C_v = \frac{5}{2}R ; \gamma = \frac{7}{5}$$

Para gases poliatómicos: Vapor de agua (H₂O), anhídrido carbónico (CO₂), Metano (CH₄), Amoníaco (NH₃)

$$C_p = \frac{4}{2}R ; C_v = \frac{3}{2}R ; \gamma = \frac{4}{3}$$

PROCESOS TERMODINÁMICOS

14. PROCESO ISOBÁRICO (P = constante): Es aquel sistema termodinámico realizado por un sistema (gas ideal), evolucionando de un estado (1) hasta un estado (2), manteniendo la presión constante, por lo cual recibe o libera cierta cantidad de calor.

a) Cantidad de calor entregado al sistema:

$$Q = n.C_p.\Delta T$$

b) Cantidad de trabajo realizado por el sistema:

$$W = F.d = (P.A)d = P.(A.d)$$

$$W = P.(V_2 - V_1) = P.\Delta V$$

c) Variación de la cantidad de energía interna:

Primera ley de la termodinámica:

$$Q = W + \Delta U$$

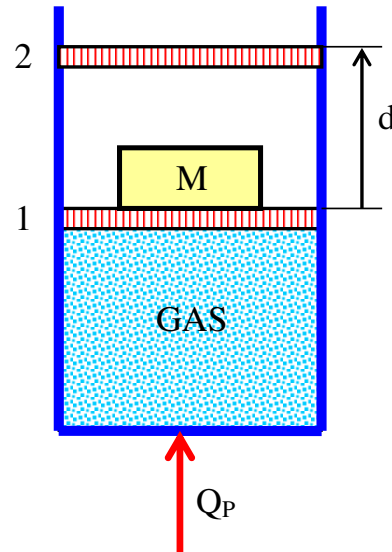
$$\Delta U = Q - W$$

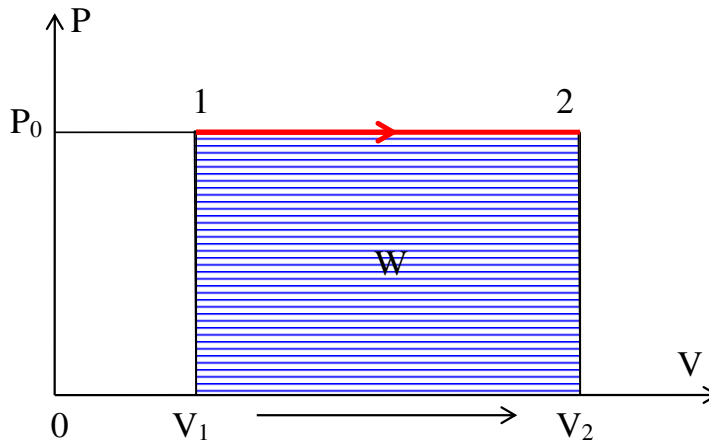
$$\Delta U = n.C_p.\Delta T - P.\Delta V$$

d) Ley de Charles (P = constante)

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

e) Diagrama presión versus volumen:





$$W_{1 \rightarrow 2}^{Gas} = \text{Area bajo la curva}$$

$$W_{1 \rightarrow 2}^{Gas} = b.h = (V_2 - V_1)P_0$$

Si el gas se expande, el trabajo $W > 0$, si se comprime es $W < 0$.

15. PROCESO ISOCÓRICO ($V = \text{constante}$): Es aquel sistema termodinámico realizado por un sistema (gas ideal), evolucionando de un estado (1) hasta un estado (2), manteniendo el volumen constante, para lo cual recibe o libera cierta cantidad de calor. En este proceso el sistema no realiza trabajo, la cantidad de calor entregado o sustraído sirve para cambiar la energía interna

a) Cantidad de calor entregado al sistema:

$$Q = n.C_V.\Delta T$$

b) Cantidad de trabajo realizado por el sistema:

$$W = F.d = F.(0) = 0$$

$$W = 0$$

c) Variación de la cantidad de energía interna:

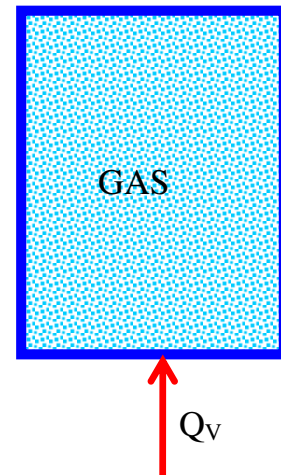
Primera ley de la termodinámica:

$$Q = W + \Delta U$$

$$Q = 0 + \Delta U$$

$$\Delta U = Q$$

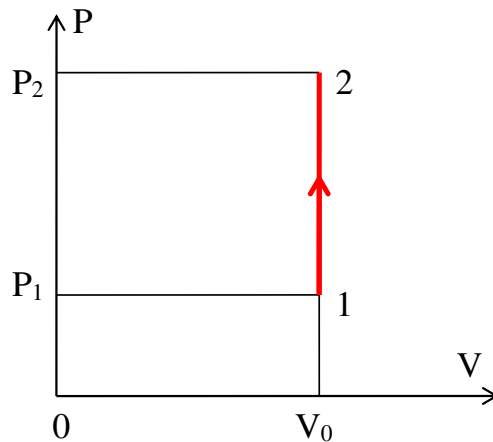
$$\Delta U = n.C_V.\Delta T$$



d) Ley de Gay – Lussac ($V = \text{constante}$)

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

e) Diagrama presión versus volumen:



$$W_{1 \rightarrow 2}^{Gas} = \text{Area bajo la curva}$$

$$W_{1 \rightarrow 2}^{Gas} = b.h = (0)(P_2 - P_1) = 0$$

16. PROCESO ISOTÉRMICO ($T = \text{constante}$): Es aquel sistema termodinámico realizado por un sistema (gas ideal), evolucionando de un estado (1) hasta un estado (2), manteniendo la temperatura constante, para lo cual recibe o libera cierta cantidad de calor. Toda la cantidad de calor entregado al sistema se transforma en cantidad de trabajo realizado por el sistema.

a) La energía interna depende sólo de la temperatura.

$$\text{Pero } T_1 = T_2 \Rightarrow U_1 = U_2$$

$$\Delta U = 0$$

No hay cambio de la energía interna.

b) Cantidad de calor entregado al sistema: Q

c) Calcula de la cantidad de trabajo realizado por el sistema. Primera ley de la termodinámica:

$$Q = W + \Delta U$$

$$Q = W + 0$$

$$W = Q$$

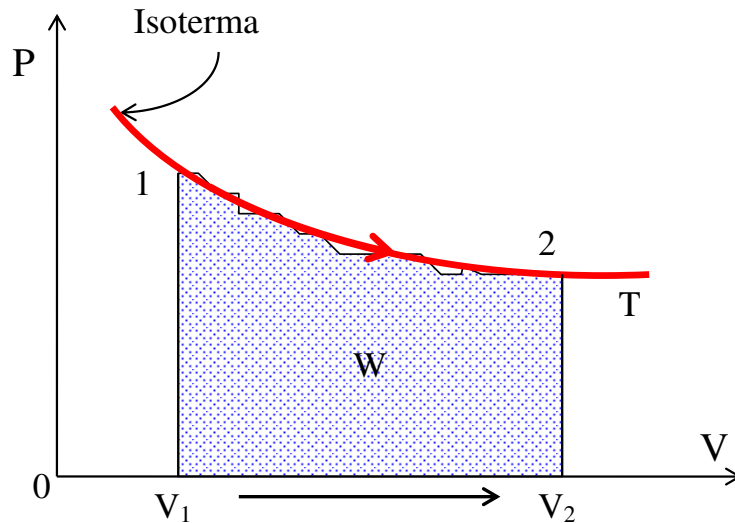
Toda la cantidad de calor Q se transforma en cantidad de trabajo hecho por el sistema.

d) Ley de Boyle - Mariotte ($P = \text{constante}$)

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

e) Diagrama presión versus volumen:

$$W_{1 \rightarrow 2}^{\text{Gas}} = \text{Area bajo la curva}$$



$$W_{1 \rightarrow 2}^{\text{Gas}} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

entonces se cumple que:

$$Q = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

17. PROCESO ADIABÁTICO ($Q = 0$): Es aquel sistema termodinámico realizado por un sistema (gas ideal), evolucionando de un estado (1) hasta un estado (2), para lo cual NO recibe NI libera cantidad de calor. Se aprovecha la energía interna de la sustancia (gas ideal) para realizar trabajo.

a) Cantidad de calor entregado al sistema: $Q = 0$

c) Cálculo de la cantidad de trabajo realizado por el sistema. Primera ley de la termodinámica:

$$Q = W + \Delta U$$

$$0 = W + \Delta U$$

$$W = -\Delta U$$

La cantidad de trabajo realizado se debe al cambio de la energía interna del sistema (gas).

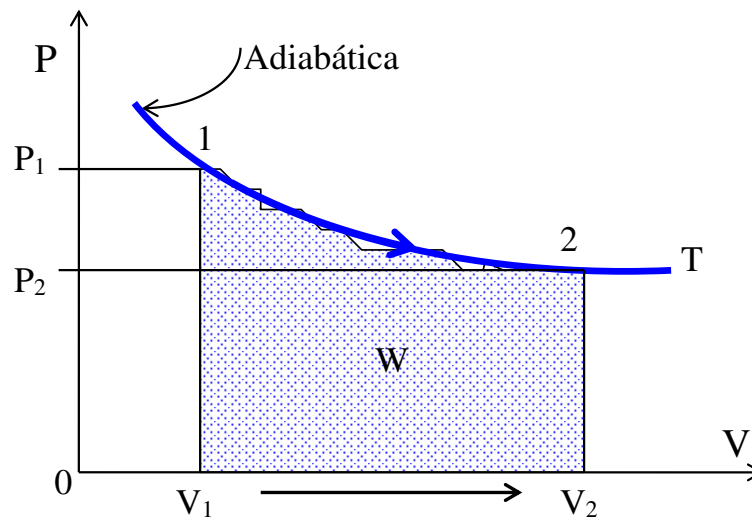
d) ecuación general de los gases ideales:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

e) Diagrama presión versus volumen:

$$W_{1 \rightarrow 2}^{Gas} = \text{Area bajo la curva}$$

$$W_{1 \rightarrow 2}^{Gas} = \frac{P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1}{1 - \gamma}$$

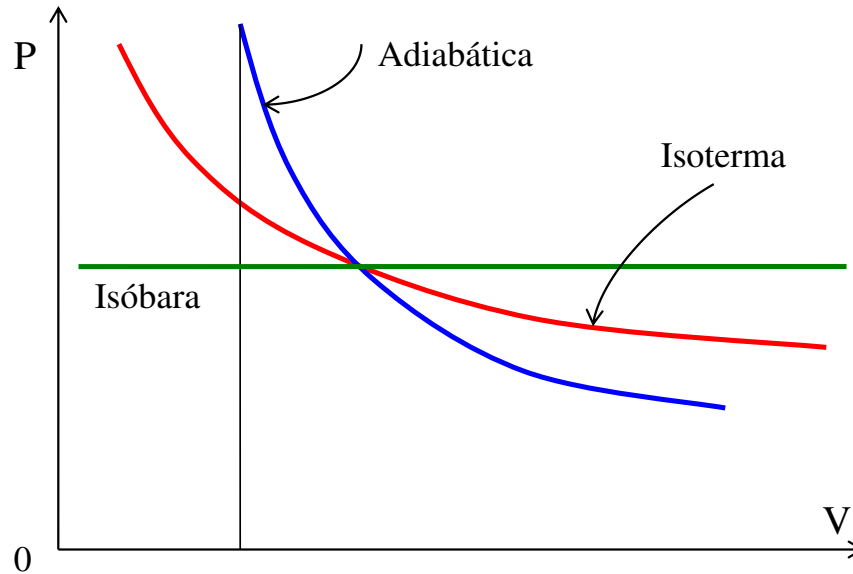


f) Relación entre la presión y el volumen en un proceso adiabático.

$$P_1 \cdot (V_1)^\gamma = P_2 \cdot (V_2)^\gamma$$

18. RESUMEN

Se muestra tres curvas termodinámicas:



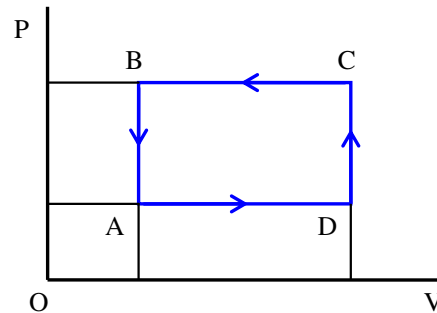
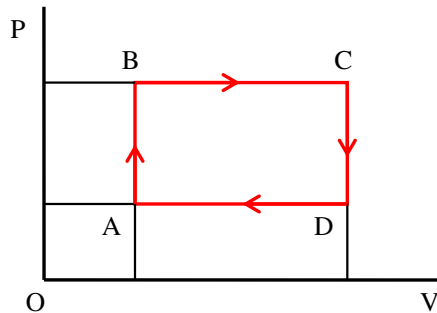
La adiabática tiene mayor pendiente absoluta que la isoterma:

Adiabática: $P \cdot (V)^\gamma = \text{constante}$

Isoterma: $P \cdot (V)^1 = \text{constante}$

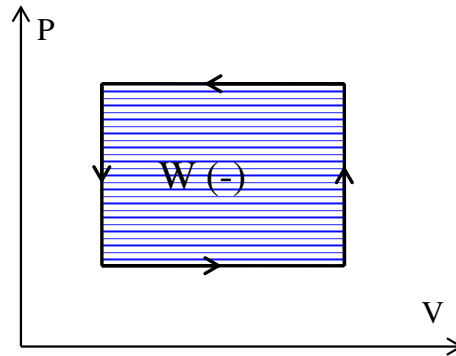
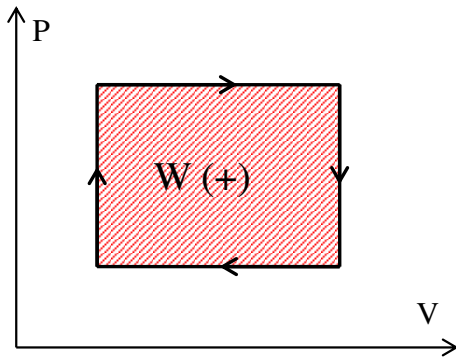
Isóbara: $P \cdot (V)^0 = \text{constante}$

19. CICLO TERMODINÁMICO: Es aquel proceso termodinámico, en donde el sistema retorna a su estado inicial por un camino diferente. En todo ciclo termodinámico la variación e la energía interna es igual a cero.



20. TRABAJO NETO O TOTAL: El trabajo neto realizado por el sistema durante el ciclo es igual al área de la región encerrada por las curvas en el diagrama presión versus volumen.

21. CICLO HORARIO Y CICLO ANTIHORARIO: En un sistema termodinámico, cuando el sistema se expande (el volumen aumenta) el trabajo realizado es positivo, si el volumen se comprime (el volumen disminuye) el trabajo realizado es negativo. Si el ciclo termodinámico tiene sentido horario, el trabajo neto realizado es **positivo**. Si el ciclo termodinámico tiene sentido antihorario, el trabajo neto realizado es **negativo**.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Sobre un sistema se realiza 350 kJ de trabajo y absorbe 150 kJ de energía calorífica. Determine la variación de la energía interna. ¿Aumenta o disminuye la temperatura?

Resolución

Primera ley de la termodinámica:

$$Q = W + \Delta U$$

$Q(+)$: cantidad de calor que recibe el sistema = 150 kJ

$W(-)$: cantidad de trabajo realizado sobre el sistema = -350 kJ

$$150 \text{ kJ} = (-350 \text{ kJ}) + \Delta U$$

$$\Delta U = +500 \text{ kJ}$$

Respuesta: la energía interna se incrementa en 500 kilojoules. La temperatura aumenta.

EJEMPLO 02: Un sistema absorbe 450 kJ de energía calorífica y luego realiza 200 kJ de trabajo. Determine la variación de la energía interna. ¿Aumenta o disminuye la temperatura?

Resolución

Primera ley de la termodinámica:

$$Q = W + \Delta U$$

$Q(+)$: cantidad de calor que recibe el sistema = 450 kJ

$W(+)$: cantidad de trabajo que realiza el sistema = 200 kJ

$$450 \text{ kJ} = 200 \text{ kJ} + \Delta U$$

$$\Delta U = 250 \text{ kJ}$$

Respuesta: la energía interna se incrementa en 250 kilojoules. La temperatura aumenta.

EJEMPLO 03: Un sistema libera 300 kJ de energía calorífica y luego realiza 260 kJ de trabajo. Determine la variación de la energía interna. ¿Aumenta o disminuye la temperatura?

Resolución

Primera ley de la termodinámica:

$$Q = W + \Delta U$$

$Q(-)$: cantidad de calor que libera el sistema = -300 kJ

$W(+)$: cantidad de trabajo que realiza el sistema = 260 kJ

$$-300 \text{ kJ} = 260 \text{ kJ} + \Delta U$$

$$\Delta U = -560 \text{ kJ}$$

Respuesta: la energía interna disminuye en 560 kilojoules. La temperatura del sistema disminuye.

EJEMPLO 04: Un sistema no pierde ni libera energía calorífica y luego realiza 160 kJ de trabajo. Determine la variación de la energía interna. ¿Aumenta o disminuye la temperatura?

Resolución

Primera ley de la termodinámica:

$$Q = W + \Delta U$$

Q : el sistema no gana ni pierde energía calorífica = 0

$W(+)$: cantidad de trabajo que realiza el sistema = 160 kJ

$$0 = 160 \text{ kJ} + \Delta U$$

$$\Delta U = -160 \text{ kJ}$$

Respuesta: la energía interna disminuye en 160 kilojoules. La temperatura del sistema disminuye.

EJEMPLO 5: Un gas que tiene un volumen de $2,1 \text{ m}^3$ y presión 2,0 kPa es sometido a un proceso de expansión isobárico hasta que su volumen aumenta en 80 %. Para llevar a cabo este proceso se debe entregar $7\,800 \text{ J}$ de calor al sistema. Determine el cambio de la energía interna del gas.

RESOLUCIÓN

DATOS: $V_1 = 2,1 \text{ m}^3$; $P = 2\,000 \text{ Pa}$; $V_2 = 180\% \text{ de } 2,1 \text{ m}^3 = 3,78 \text{ m}^3$; $Q = 7\,800 \text{ J}$

a) Trabajo hecho por el gas a presión constante: $W_{1 \rightarrow 2}^{\text{gas}} = P \cdot \Delta V = (2\,000 \text{ Pa})(3,78 - 2,1) \text{ m}^3 = 3\,360 \text{ J}$

b) Primera ley de la termodinámica: $Q = W + \Delta U$

$$7\,800 \text{ J} = 3\,360 + \Delta U$$

$$\Delta U = +4\,440 \text{ J}$$

Respuesta: la temperatura aumenta.

EJEMPLO 6: Un gas que tiene un volumen de $2,1 \text{ m}^3$ y presión 200 kPa es sometido a un proceso de expansión isobárico hasta que su volumen aumenta en 120 %. Para llevar a cabo este proceso se debe entregar $9\,800 \text{ J}$ de calor al sistema. Determine el cambio de la energía interna del gas.

RESOLUCIÓN

DATOS: $V_1 = 2,1 \text{ m}^3$; $P = 200\,000 \text{ Pa}$; $V_2 = 220\% \text{ de } 2,1 \text{ m}^3 = 4,62 \text{ m}^3$; $Q = 9\,800 \text{ J}$

a) Trabajo hecho por el gas a presión constante:

$$W_{1 \rightarrow 2}^{\text{gas}} = P \cdot \Delta V = (200\,000 \text{ Pa})(4,62 - 2,1) \text{ m}^3 = 504\,000 \text{ J}$$

b) Primera ley de la termodinámica: $Q = W + \Delta U$

$$9\,800 \text{ J} = 504\,000 + \Delta U$$

$$\Delta U = -494\,200 \text{ J}$$

Respuesta: la temperatura disminuye.

EJEMPLO 7: Un gas que tiene un volumen de $2,1 \text{ m}^3$ y presión 2,0 kPa es sometido a un proceso de compresión isobárico hasta que su volumen disminuye en 20 %. Para llevar a cabo este proceso se debe sustraer 8800 J de calor al sistema. Determine el cambio de la energía interna del gas.

RESOLUCIÓN

DATOS: $V_1 = 2,1 \text{ m}^3$; $P = 2\,000 \text{ Pa}$; $V_2 = 80\% \text{ de } 2,1 \text{ m}^3 = 1,68 \text{ m}^3$; $Q = -8\,800 \text{ J}$

a) Trabajo hecho por el gas a presión constante: $W_{1 \rightarrow 2}^{\text{gas}} = P \cdot \Delta V = (2\,000 \text{ Pa})(1,68 - 2,1) \text{ m}^3 = -840 \text{ J}$

b) Primera ley de la termodinámica: $Q = W + \Delta U$

$$-8\,800 \text{ J} = -840 \text{ J} + \Delta U$$

$$\Delta U = -7\,960 \text{ J}$$

Respuesta: la temperatura disminuye.

EJEMPLO 8: Se tiene 10 moles de gas ideal a 227°C el cual es sometido a un proceso de expansión adiabática hasta que su temperatura sea igual a 127°C . Determine la cantidad de trabajo hecho por el gas y el cambio de energía interna del gas.

RESOLUCIÓN

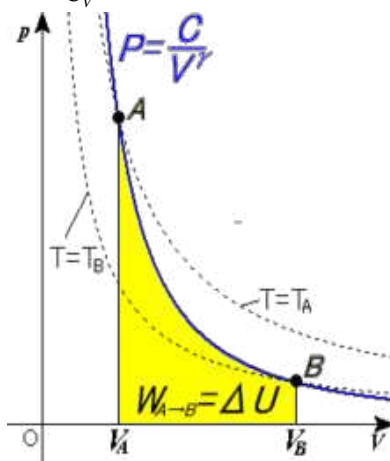
DATOS: $n = 10 \text{ moles}$; $T_1 = 227^\circ\text{C} + 273 = 500 \text{ K}$; $T_2 = 127^\circ\text{C} + 273 = 400 \text{ K}$;

Para gases monoatómicos: Helio, Neón, Argón; Criptón, Xenón.

$$C_P = \frac{5}{2}R; C_V = \frac{3}{2}R; \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}$$

a) Trabajo hecho por el gas ideal en un proceso adiabático:

$$W_{1 \rightarrow 2}^{\text{gas}} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \frac{C_P}{C_V}} = \frac{n R (T_2 - T_1)}{1 - \gamma}$$



$$W_{1 \rightarrow 2}^{\text{gas}} = \frac{n R (T_2 - T_1)}{1 - \gamma} = \frac{(10 \text{ moles}) \left(8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \right) (-100 \text{ K})}{1 - \frac{5}{3}}$$

$$W_{1 \rightarrow 2}^{\text{gas}} = +12\,471 \text{ J}$$

b) Variación de la energía interna:

$$\Delta U = n C_V T_2 - n C_V T_1 = n C_V (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R T_2 - \frac{3}{2} n R T_1 = \frac{3}{2} n R (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (10 \text{ moles}) \left(8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}} \right) (-100 \text{ K}) = -12\,471 \text{ J}$$

$$\Delta U = -12\,471 \text{ J}$$

Respuesta: la temperatura disminuye.

EJEMPLO 9: Se tiene 5 moles de gas ideal a 327 °C el cual es sometido a un proceso de expansión adiabática hasta que su temperatura sea igual a 227 °C. Determine la cantidad de trabajo hecho por el gas y el cambio de energía interna del gas.

RESOLUCIÓN

DATOS: $n = 5 \text{ moles}$, $T_1 = 327^\circ\text{C} + 273 = 600 \text{ K}$, $T_2 = 227^\circ\text{C} + 273 = 500 \text{ K}$,

Para gases monoatómicos: Helio, Neón, Argón; Criptón, Xenón.

$$C_P = \frac{5}{2}R ; C_V = \frac{3}{2}R ; \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}$$

a) Trabajo hecho por el gas ideal en un proceso adiabático:

$$W_{1 \rightarrow 2}^{gas} = \frac{n.R.(T_2 - T_1)}{1 - \gamma} = \frac{(5 \text{ moles}) \left(8,314 \frac{J}{mol.K} \right) (-100 \text{ K})}{1 - \frac{5}{3}}$$

$$W_{1 \rightarrow 2}^{gas} = +6 \, 235,5 \text{ J}$$

b) Variación de la energía interna:

$$\Delta U = \frac{3}{2}n.R.T_2 - \frac{3}{2}n.R.T_1 = \frac{3}{2}n.R.(T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}(5 \text{ moles}) \left(8,314 \frac{J}{mol.K} \right) (-100 \text{ K}) = -6 \, 235,5 \text{ J}$$

$$\Delta U = -6 \, 235,5 \text{ J}$$

Respuesta: la temperatura disminuye.

EJEMPLO 10: Cierta gas a la presión P_0 ocupa un volumen V_0 . Determine el trabajo que realiza en

un proceso adiabático hasta que duplique su volumen. Considere para este gas: $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 2$

A) $\frac{P_0.V_0}{3}$ B) $\frac{P_0.V_0}{4}$ C) $\frac{P_0.V_0}{2}$ D) $\frac{P_0.V_0}{5}$ E) $2P_0.V_0$

RESOLUCIÓN

Trabajo hecho por el gas ideal en un proceso adiabático:

$$W_{1 \rightarrow 2}^{Gas} = \frac{P_2.V_2 - P_1.V_1}{1 - \gamma} \quad \text{y} \quad P_1.(V_1)^\gamma = P_2.(V_2)^\gamma$$

$$P_0.(V_0)^2 = P_F.(2V_0)^2 \Rightarrow P_F = \frac{P_0}{4}$$

$$W_{1 \rightarrow 2}^{gas} = \frac{P_F.V_F - P_0.V_0}{1 - \gamma} = \frac{\left(\frac{P_0}{4} \right) (2V_0) - P_0.V_0}{1 - 2} = \frac{P_0.V_0}{2}$$

Respuesta: el trabajo hecho es $\frac{P_0.V_0}{2}$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Sobre un sistema se realiza 400 kJ de trabajo y absorbe 300 kJ de energía calorífica. Determine la variación de la energía interna (en kJ).
a) 100 b) 600 **c) 700** d) 800 e) 900
2. Sobre un sistema se realiza 350 kJ de trabajo y absorbe 150 kJ de energía calorífica. Determine la variación de la energía interna (en kJ). ¿Aumenta o disminuye la temperatura?
a) 500 b) 600 c) 700 d) 800 e) 900
3. Un sistema absorbe 450 kJ de energía calorífica y luego realiza 200 kJ de trabajo. Determine la variación de la energía interna (en kJ). ¿Aumenta o disminuye la temperatura?
a) 650 **b) 250** c) 700 d) 800 e) 900
4. Un sistema libera 300 kJ de energía calorífica y luego realiza 260 kJ de trabajo. Determine la variación de la energía interna (en kJ). ¿Aumenta o disminuye la temperatura?
a) 560 b) 600 **c) -560** d) -40 e) 40
5. Un sistema no pierde ni libera energía calorífica y luego realiza 160 kJ de trabajo. Determine la variación de la energía interna (en kJ). ¿Aumenta o disminuye la temperatura?
a) 160 **b) -160** c) -560 d) -40 e) 40
6. Un gas que tiene un volumen de 2,1 m³ y presión 2,0 kPa es sometido a un proceso de expansión isobárico hasta que su volumen aumenta en 80 %. Para llevar a cabo este proceso se debe entregar 7800 J de calor al sistema. Determine el cambio de la energía interna del gas.
Respuesta:
 $\Delta U = +4\,440\text{ J}$
7. Un gas que tiene un volumen de 2,1 m³ y presión 200 kPa es sometido a un proceso de expansión isobárico hasta que su volumen aumenta en 120 %. Para llevar a cabo este proceso se debe entregar 9800 J de calor al sistema. Determine el cambio de la energía interna del gas.
Respuesta:
 $\Delta U = -494\,200\text{ J}$
8. Un gas que tiene un volumen de 2,1 m³ y presión 2,0 kPa es sometido a un proceso de compresión isobárico hasta que su volumen disminuye en 20 %. Para llevar a cabo este proceso se debe sustraer 8800 J de calor al sistema. Determine el cambio de la energía interna del gas.
Respuesta:
 $\Delta U = -7\,960\text{ J}$
9. Se tiene 10 moles de gas ideal a 227 °C el cual es sometido a un proceso de expansión adiabática hasta que su temperatura sea igual a 127 °C. Determine la cantidad de trabajo hecho por el gas y el cambio de energía interna del gas.
Respuesta:
 $W_{1\rightarrow 2}^{gas} = +12\,471\text{ J}, \Delta U = -12\,471\text{ J}$
10. Se tiene 5 moles de gas ideal a 327 °C el cual es sometido a un proceso de expansión adiabática hasta que su temperatura sea igual a 227 °C. Determine la cantidad de trabajo hecho por el gas y el cambio de energía interna del gas.

Respuesta:

$${}_1W_{1\rightarrow 2}^{gas} = +6\,235,5\,J \quad \Delta U = -6\,235,5\,J$$

11. Se sitúan 15 L de gas ideal en un recipiente a 27 °C. El recipiente cuenta con un pistón móvil libre de rozamiento. La presión en el exterior se mantiene constante a 750 mmHg.

Determinar la cantidad de sustancia.

Datos:

$$C_V = \frac{5}{2}R \quad ; \quad R = 8,31 \frac{J}{mol.K}$$

RESPUESTA: 0,6 mol

12. Cierta gas a la presión P_0 ocupa un volumen V_0 . Determine el trabajo que realiza en un proceso adiabático hasta que duplique su volumen. Considere para este gas:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 2$$

A) $\frac{P_0 \cdot V_0}{3}$

B) $\frac{P_0 \cdot V_0}{4}$

C) $\frac{P_0 \cdot V_0}{2}$

D) $\frac{P_0 \cdot V_0}{5}$

E) $2P_0 \cdot V_0$

13. Se sitúan 15 L de gas ideal en un recipiente a 27 °C. El recipiente cuenta con un pistón móvil libre de rozamiento. La presión en el exterior se mantiene constante a 750 mmHg. Calcular la cantidad de calor transferido.

Datos:

$$C_V = \frac{5}{2}R \quad ; \quad R = 8,31 \frac{J}{mol.K}$$

RESPUESTA: 2845.725 J

14. Se sitúan 15 L de gas ideal en un recipiente a 27 °C. El recipiente cuenta con un pistón móvil libre de rozamiento. La presión en el exterior se mantiene constante a 750 mmHg.

Calcular la variación de energía interna en J.

Datos:

$$C_V = \frac{5}{2}R \quad ; \quad R = 8,31 \frac{J}{mol.K}$$

RESPUESTA: 2031,795 J

15. Se sitúan 15 L de gas ideal en un recipiente a 27 °C. El recipiente cuenta con un pistón móvil libre de rozamiento. La presión en el exterior se mantiene constante a 750 mmHg.

Calcular el trabajo hecho por el gas.

Datos:

$$C_V = \frac{5}{2}R \quad ; \quad R = 8,31 \frac{J}{mol.K}$$

RESPUESTA: 813,93 J

16. Determina la variación de volumen que experimentan 40 gramos de oxígeno O_2 a presión de 1 atm cuando su temperatura cambia de 25 °C a 50 °C.

RESPUESTA: 2,59 L

17. Determina la variación de energía interna (en calorías) que experimentan 10 gramos de gas cuya temperatura cambia de 34 °C a 60 °C en un proceso a volumen constante sabiendo que su calor específico viene dado por

$$C_v = 0,155 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

RESPUESTA: 40,3 calorías.

18. Un sistema realiza un proceso isocórico en el que $\Delta U = 3 \text{ kJ}$. ¿Ha absorbido calor el sistema o lo ha cedido? ¿Cuánto?

RESPUESTA: el sistema ha absorbido 3 kJ de energía calorífica.

19. Determina la variación de energía interna (en J) que sufre un gas cuando su volumen aumenta en 5 litros, en un proceso isobárico (a presión constante) a 2,5 bar sabiendo que para ello se le suministró 550 calorías.

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$(1 \text{ cal} = 4,184 \text{ J})$$

RESPUESTA: 1051,2 J

20. ¿Qué calor se intercambia en un proceso cuando se realiza un trabajo de 850 J, sabiendo que la diferencia de energía interna entre sus estados inicial y final es de 3 kJ?

RESPUESTA 2150 J

21. ¿Qué calor se intercambia en un proceso cuando se realiza un trabajo de 850 J, sabiendo que la diferencia de energía interna entre sus estados inicial y final es de 3 kJ? Suponiendo que el trabajo lo realiza un gas a una presión de 2 atm, ¿qué variación de volumen tiene lugar en el proceso?

RESPUESTA: -4,19 L

22. Determina la variación de energía interna que experimenta un gas que inicialmente cuenta con un volumen de 10 L a 1 atm de presión, cuya temperatura cambia de 34 °C a 60 °C en un proceso a volumen constante, sabiendo que su calor específico viene dado por

$$C_v = \frac{5}{2} R \quad R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

RESPUESTA: 210,65 J

23. Un gas a presión constante de 3 bar recibe una cantidad de calor 450 calorías aumentando su volumen en 5 L. ¿Qué variación de energía interna experimenta el sistema?

$$(1 \text{ cal} = 4,184 \text{ J}) \quad 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

RESPUESTA: 322,8 J

24. Un gas a presión constante de 3 bar recibe una cantidad de calor 450 calorías disminuyendo su volumen en 2 L. ¿Qué variación de energía interna experimenta el sistema?

$$(1 \text{ cal} = 4,184 \text{ J}) \quad 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

RESPUESTA: 2482,8 J

25. Dos recipientes térmicamente aislados están conectados por un estrecho tubo equipado con una válvula que inicialmente está cerrada. Uno de los recipientes, de 16,8 L de volumen, contiene oxígeno a una temperatura de 300 K y presión de 1,75 atm. El otro, de 22,4 L de volumen, contiene oxígeno a una temperatura de 450 K y presión de 2,25 atm. Cuando la válvula se abre, los gases de los dos recipientes se mezclan, y la temperatura y presión se hacen uniformes en todo el sistema. ¿Cuál es la temperatura final?
RESPUESTA: 380 K
26. Dos recipientes térmicamente aislados están conectados por un estrecho tubo equipado con una válvula que inicialmente está cerrada. Uno de los recipientes, de 16,8 L de volumen, contiene oxígeno a una temperatura de 300 K y presión de 1,75 atm. El otro, de 22,4 L de volumen, contiene oxígeno a una temperatura de 450 K y presión de 2,25 atm. Cuando la válvula se abre, los gases de los dos recipientes se mezclan, y la temperatura y presión se hacen uniformes en todo el sistema. ¿Cuál es la presión final?
RESPUESTA: 2,04 atm
27. Un gas ideal está encerrado en un cilindro con un émbolo movable sobre él. El émbolo tiene una masa de 8000 g y un área de 5 cm² y está libre para subir y bajar, manteniendo constante la presión del gas. ¿Cuánto trabajo se realiza sobre el gas cuando la temperatura de 0,2 mol del gas se eleva de 20 °C a 300 °C?
RESPUESTA: -466 J
28. Un gas ideal está encerrado en un cilindro que tiene un émbolo sobre él. El émbolo tiene una masa M y un área A, y está libre para subir y bajar, manteniendo constante la presión del gas. ¿Cuánto trabajo se realiza sobre el gas cuando la temperatura de N moles del gas se eleva de T₁ a T₂?
RESPUESTA:
 $-NR(T_2 - T_1)$
29. Un gas se comprime a una presión constante de 0,8 atm de 9 L a 2 L. En el proceso, 400 J de energía salen del gas por calor. ¿Cuál es el trabajo realizado sobre el gas?
RESPUESTA: 567 J
30. Un gas se comprime a una presión constante de 0,8 atm de 9 L a 2 L. En el proceso, 400 J de energía salen del gas por calor. ¿Cuál el cambio en su energía interna?
RESPUESTA: 167 J
31. Un sistema termodinámico experimenta un proceso en el que energía interna disminuye en 500 J. Al mismo tiempo, 220 J de trabajo se realizan sobre el sistema. Encuentre la energía transferida hacia o desde él por calor.
RESPUESTA: -720 J (liberados).
32. Un gas ideal inicialmente a 300 K experimenta una expansión isobárica a 2,50 kPa. Si el volumen aumenta de 1,00 m³ a 3,00 m³ donde 12,5 kJ se transfieren al gas por calor, ¿cuál es el cambio de su energía interna?
RESPUESTA: 7,5 kJ

33. Un gas ideal inicialmente a 300 K experimenta una expansión isobárica a 2,50 kPa. Si el volumen aumenta de 1,00 m³ a 3,00 m³ donde 12,5 kJ se transfieren al gas por calor, ¿cuál es su temperatura final?

RESPUESTA: 900 K

34. Un bloque de 1,0 kg de aluminio se calienta a presión atmosférica de modo que su temperatura aumenta de 22 °C a 40 °C. Encuentre el trabajo realizado sobre el aluminio.

Coeficiente de dilatación lineal del aluminio es,

$$\alpha(Al) = 24 \times 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}C}$$

RESPUESTA: -48,6 mJ

35. Un bloque de 1,0 kg de aluminio se calienta a presión atmosférica de modo que su temperatura aumenta de 22 °C a 40 °C. Encuentre la energía agregada a él por calor.

RESPUESTA: 16,2 kJ

36. Un bloque de 1,0 kg de aluminio se calienta a presión atmosférica de modo que su temperatura aumenta de 22 °C a 40 °C. Encuentre el cambio en su energía interna.

RESPUESTA: 16,2 kJ

37. ¿Cuánto trabajo se realiza sobre el vapor cuando 1 mol de agua a 100 °C hierve y se convierte en 1 mol de vapor a 100 °C a 1 atm de presión? Suponiendo que el vapor se comporta como gas ideal, determine el cambio en energía interna del material cuando se vaporiza.

RESPUESTA: 37,6 kJ

38. Una muestra de 2 moles de helio inicialmente a 300 K y 0,4 atm se comprime de manera isotérmica a 1,2 atm. Observando que el helio se comporta como gas ideal, encuentre el volumen final del gas.

RESPUESTA: 0,41 L

39. Una muestra de 2 moles de helio inicialmente a 300 K y 0,4 atm se comprime de manera isotérmica a 1,2 atm. Observando que el helio se comporta como gas ideal, encuentre el trabajo realizado sobre el gas.

RESPUESTA: 5,48 kJ

40. Una muestra de 2 moles de helio inicialmente a 300 K y 0,4 atm se comprime de manera isotérmica a 1,2 atm. Observando que el helio se comporta como gas ideal, encuentre la energía transferida por calor.

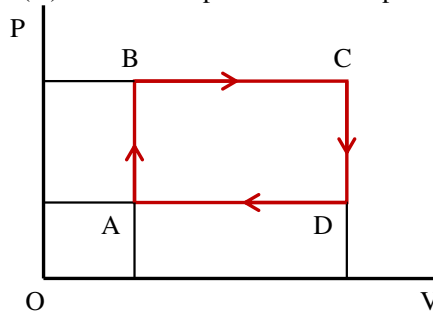
RESPUESTA: -5,48 kJ

41. En un frío día de invierno, una persona compra castañas asadas de un vendedor callejero. En el bolsillo de su abrigo corto con capucha usted pone el cambio que el vendedor le da, las monedas son de 9 g de cobre a -12 °C. Su bolsillo ya contiene 14 g de monedas de plata a 30 °C. Un corto tiempo después la temperatura de las monedas de cobre es de 4 °C y está aumentando a razón de 0,5 °C/s. En este tiempo, ¿cuál es la temperatura de las monedas de plata?

$$Ce(Cu) = 387 \frac{J}{kg \cdot ^{\circ}C}, \quad Ce(Ag) = 234 \frac{J}{kg \cdot ^{\circ}C}$$

RESPUESTA: 13 °C

42. Tres litros de un gas monoatómico ideal se expanden mediante un pistón hasta cinco litros, cuánto de calor (en cal) ha recibido, si la presión sobre el pistón es en todo instante la atmosférica.
 A) 120 B) 2100 C) 2120 D) 240 E) 820
43. Un gas monoatómico ideal se encuentra en un recipiente de 2 m^3 , a la temperatura de 400 K y a la presión de 4 kPa , se expande isobáricamente hasta un volumen de 5 m^3 . Determine la cantidad de calor entregado al gas en (kJ) durante el proceso.
 A) 15 B) 30 C) 18 D) 25 E) 35
44. Determine el cambio de energía interna (en J) de una sustancia de trabajo, sabiendo que realiza un trabajo de 450 J , cuando se le entrega 500 cal por ciclo. ($1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$)
 A) 1640 B) 1440 C) 1840 D) 2840 E) 264
45. A partir del estado de equilibrio un gas absorbe Q calorías de energía térmica y se expande realizando un trabajo $W = \frac{Q}{2}$, después se realiza un trabajo sobre el gas cuya magnitud es $2Q$ y el gas cede $\frac{Q}{4}$ de energía térmica al medio que lo rodea. Halle la variación en la energía interna, en términos de $\frac{Q}{4}$, en todo el proceso.
 A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13
46. Un gas ideal experimenta un proceso reversible siguiendo la trayectoria mostrada en el diagrama Presión (P) - Volumen (V). Señale la expresión correcta para este gas ideal:



- A) Su energía interna disminuye al ir de A a B.
 B) Pierde energía calorífica al ir de B a C.
 C) Pierde energía calorífica al ir de C a D.
 D) Su energía interna aumenta al ir de D a A.
 E) Gana energía calorífica al seguir el proceso CDA.
47. Un litro de Argón, contenido en un cilindro con un pistón, se expande contra la presión atmosférica hasta triplicar su volumen. ¿Qué cantidad de trabajo (en J) ha sido realizado por el gas? Presión de la atmósfera = 10^5 pascals.
 A) 180 B) 200 C) 260 D) 300 E) 400
48. Respecto a la primera ley de la Termodinámica señale la respuesta correcta:
 I. La primera ley de la termodinámica es una aplicación del principio de conservación de la mecánica.

II. La primera ley de la termodinámica se aplica a sistemas que pueden contener como sustancia solamente gas ideal.

III. La primera ley de la termodinámica enuncia que la interacción entre un sistema con su medio exterior es en base a cantidad de calor Q y trabajo W .

A) FFV B) VFF C) FFF D) VVV E) VFV

49. Respecto a la primera ley de la Termodinámica señale la respuesta correcta:

I. No es aplicable a una sustancia cuando cambia de fase

II. Esta ley no toma en cuenta la interacción del medio ambiente con el sistema termodinámico.

III. No puede aplicarse a procesos irreversibles porque no puede calcularse el trabajo sobre (o por) el sistema.

Son proposiciones correctas:

A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III D) II y III E) Ninguna

50. Un gas ideal absorbe 1 kcal y realiza 418 J de trabajo. Determine el cambio en la energía interna (en kcal)

A) 0,8 B) 0,9 C) 1,0 D) 1,1 E) 1,2

TERMODINÁMICA II

(Segunda ley de la termodinámica)



1. **MÁQUINA TÉRMICA:** convierte el calor en otras formas de energía. La primera máquina de vapor fue construida por el científico británico James P. Joule, donde el calor se transforma en trabajo mecánico. Una máquina térmica es un dispositivo que transforma el calor en trabajo y viceversa. En una máquina térmica el calor entra o sale, se producen cambios de estado y también cambios de fase. En las máquinas térmicas se realizan procesos termodinámicos cíclicos. La máquina térmica es aquel dispositivo que para su operación continua requiere de una fuente (foco caliente) y un sumidero (foco frío). La máquina térmica es aquel dispositivo mecánico que se encarga de transformar la energía calorífica que se le transfiere, en trabajo mecánico.

DESCRIPCIÓN

A) Foco caliente: es el lugar donde la sustancia de trabajo (vapor de agua) recibe energía calorífica a la temperatura absoluta T_A .

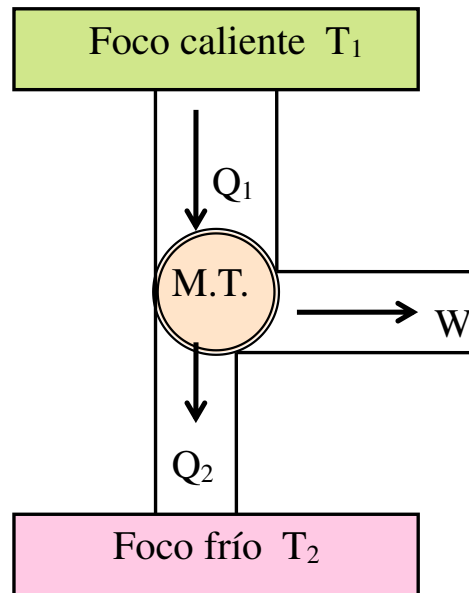
B) Foco frío: es el lugar donde la sustancia de trabajo (vapor de agua) libera, pierde energía calorífica a la temperatura T_B .

C) Cantidad de calor absorbido (Q_1): es la cantidad de calor que recibe la sustancia de trabajo a la temperatura absoluta T_A .

D) Cantidad de calor liberado (Q_2): es la cantidad de calor que libera o pierde la sustancia de trabajo a la temperatura absoluta T_B .

E) Cantidad de trabajo neto (W): Se define como la diferencia entre la cantidad de calor recibido y la cantidad de calor que pierde.

$$W = Q_1 - Q_2$$



2. **EFICIENCIA:** se define como el grado de perfeccionamiento de la máquina térmica. No tiene unidades, cuyo valor varía entre cero y la unidad.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{W}{Q_1}$$

$$\eta = \frac{\text{TRABAJO HECHO}}{\text{CALOR RECIBIDO}}$$

$$0 \leq \eta \leq 1$$

La máquina térmica realiza el mismo ciclo una y otra vez, tomando calor de un *reservorio* de calor (Q_1) y desechando el calor residual a otro reservorio (Q_2). El calor absorbido es positivo y el cedido es negativo, de modo que el calor neto en un ciclo es: $Q = Q_1 - Q_2$

En todos los procesos termodinámicos se encuentra que el calor neto absorbido no se transforma en su totalidad en trabajo, y por ello definimos la eficiencia de la máquina térmica.

3. **SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA.** Se puede enunciar de las siguientes maneras:

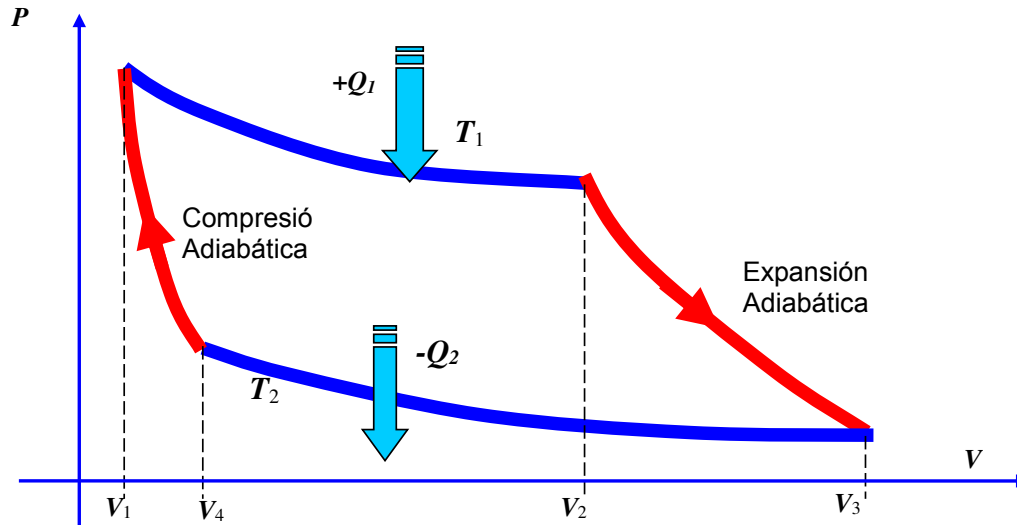
I. En una **máquina térmica** es imposible que durante un ciclo todo el calor suministrado se convierta íntegramente en trabajo.

II. No es posible construir una **máquina térmica** que opere continuamente en un ciclo, recibiendo calor de una sola fuente y produciendo una cantidad equivalente de trabajo.

III. Es imposible construir una **máquina térmica** de eficiencia 100%.

4. **CICLO DE CARNOT:** El francés Sadi Carnot ideó un ciclo reversible constituido por cuatro procesos. Dos **expansiones**: una isotérmica (1-2) y una adiabática (2-3) y dos **compresiones**: una isoterma (3-4) y una adiabática (4-1).

TEOREMA 01: de todas las máquinas térmicas que trabajan entre dos temperaturas (caliente y frío) la que tiene máxima eficiencia es la máquina con ciclo reversible.



TEOREMA 02: todas las máquinas reversibles que trabajan entre las mismas temperaturas poseen eficiencias iguales, independientemente de las sustancias (gas o vapor) que trabajan.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

De esto se desprende que la eficiencia de una máquina que desarrolla el ciclo de Carnot sólo depende de las temperaturas de los focos caliente y frío.

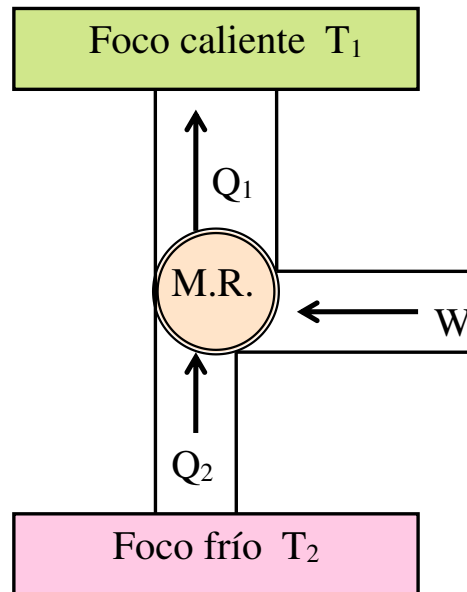
5. **RELACIÓN DE KELVIN:** La cantidad de calor (Q) de cada fuente de energía es directamente proporcional a la temperatura absoluta (T). La relación de Kelvin sólo se podrá aplicar para máquinas con ciclo reversible, sean estas máquinas térmicas o máquinas refrigeradoras.

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \text{ entonces: } \eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

6. **TEOREMA.** Dos máquinas térmicas tienen eficiencias e_1 y e_2 . Las dos operan de tal forma que el calor que libera la que tiene eficiencia e_1 es el calor de entrada de la que tiene eficiencia e_2 . Demuestre que la eficiencia total está dada por $e = e_1 + e_2 - e_1 \cdot e_2$

7. **MÁQUINA REFRIGERADORA:** absorbe calor del foco frío, invirtiendo trabajo, y parte de esta energía calorífica se la entrega al foco caliente. La cantidad de calor extraído de los

cuerpos de la nevera y la cantidad de trabajo para el funcionamiento de esta máquina, son liberados a la atmósfera, calentando el medio ambiente donde se ubica la maquina refrigeradora.



El refrigerador es una máquina térmica que extrae calor del reservorio frío y lo vierte en el reservorio caliente, para ello es necesario hacer trabajo.

Principio de conservación de la energía:

$$Q_2 + W = Q_1$$

La cantidad de trabajo realizado sobre la maquina refrigeradora es:

$$W = Q_1 - Q_2$$

- 8. COEFICIENTE DE RENDIMIENTO.** La máquina refrigeradora es aquel dispositivo que transfiere calor del foco frío hacia el foco caliente, pretendiente para ello de un trabajo adicional. Su objetivo es extraer Q_2 de un ambiente frio definido.

Un refrigerador ideal es equivalente a una máquina de Carnot que opera a la inversa, donde el calor Q_F se absorbe de una fuente fría y el calor Q_C se libera a una fuente caliente.

- a) Demuestre que el trabajo que se debe realizar para que funcione el refrigerador es

$$W = \left(\frac{T_C - T_F}{T_F} \right) Q$$

- b) Demuestre que el coeficiente de rendimiento del refrigerador ideal es

$$CR = \left(\frac{T_F}{T_C - T_F} \right)$$

- 9. BOMBA DE CALOR:** Si el objetivo es expulsar calor o entregar calor al foco caliente, se le denominará bomba de calor o maquina calefactor. Su objetivo es expulsar Q_1 a un ambiente caliente definido.

La bomba de calor es una máquina térmica que toma calor de un espacio frío y lo transfiere a otro más caliente gracias a un trabajo aportado desde el exterior, es decir, hace lo mismo exactamente que la máquina frigorífica, lo único que cambia es el objetivo. En la máquina frigorífica el objetivo es enfriar y mantener frío el espacio frío. La bomba de calor, sin embargo, tiene como objetivo aportar calor y mantener caliente el espacio caliente.

El concepto de rendimiento se aplica a máquinas de generación o transformación de energía, y de conformidad con el Primer principio de la termodinámica, su valor no puede ser superior a la unidad. Las máquinas frigoríficas y por tanto la bomba de calor, no generan energía, solo la transportan de una región fría a otra más caliente. En este cometido, se obtienen rendimientos superiores al 100%. Para evitar la confusión que esto podría suponer, en este tipo de máquinas el concepto de rendimiento toma el nombre genérico de *eficiencia* y en el caso de la bomba de calor, el coeficiente de eficiencia se denomina CoP, que es el acrónimo de **Coefficient of Performance**.

$$CoP_{VERANO} = \left(\frac{T_C}{T_C - T_F} \right)$$

$$CoP_{INVIERNO} = \left(\frac{T_F}{T_C - T_F} \right)$$

Evidentemente, en las máquinas reversibles habrá dos coeficientes de eficiencia; uno como máquina frigorífica y otro como bomba de calor, conocidos en la práctica como CoP de verano y CoP de invierno. En ambos, el concepto es el mismo expresado en la máquina de Carnot. La única diferencia entre ambos es el numerador, es decir, el beneficio obtenido. En invierno, cuando la máquina funciona como bomba de calor, el beneficio es el calor depositado en el foco caliente o lo que es lo mismo T_C , la temperatura absoluta del lado caliente, mientras que en verano, será el calor disipado en el lado frío, es decir la temperatura absoluta T_F del lado frío.

EJEMPLO 1. Calcular el coeficiente de rendimiento de un refrigerador que opera con una eficiencia de Carnot entre las temperaturas -3°C y 27°C .

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 **E) 9**

RESOLUCIÓN

$$CoP_{INVIERNO} = \left(\frac{T_F}{T_C - T_F} \right) \text{ reemplazamos las temperaturas absolutas:}$$

$$CoP_{INVIERNO} = \left(\frac{-3 + 273}{27 - (-3)} \right) = 9$$

EJEMPLO 2: Calcular el coeficiente de rendimiento de una bomba de calor que lleva calor del exterior a -3°C hacia el interior de una casa a 27°C .

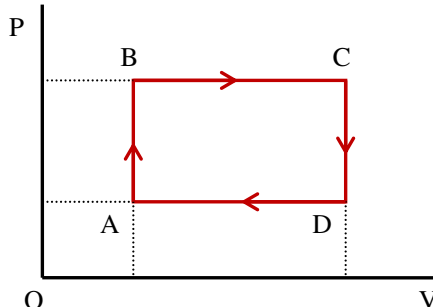
- A) 14 **B) 10** C) 11,8 D) 17 E) 9

RESOLUCIÓN

$$CoP_{VERANO} = \left(\frac{T_C}{T_C - T_F} \right) \text{ reemplazamos las temperaturas absolutas:}$$

$$CoP_{VERANO} = \left(\frac{27 + 273}{27 - (-3)} \right) = 10$$

10. PROCESO CÍCLICO: Algunos procesos termodinámicos son cíclicos, es decir que se repiten una y otra vez con el estado final igual al estado inicial. Estos procesos se conocen como ciclos termodinámicos.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Una máquina térmica que sigue el ciclo de Carnot trabaja entre los focos de temperatura 700 K y 500 K. Si se le entrega 14 kJ de energía calorífica en cada ciclo, ¿Qué cantidad de trabajo produce en cada ciclo?

Resolución

La cantidad de calor (Q) de cada fuente de energía es directamente proporcional a la temperatura absoluta (T).

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow \frac{500 \text{ K}}{700 \text{ K}} = \frac{Q_2}{14 \text{ kJ}}$$

$$Q_2 = 10 \text{ kJ}$$

Principio de conservación de la energía:

$$Q_1 = W + Q_2 \Rightarrow 14 \text{ kJ} = W + 10 \text{ kJ}$$

$$W = 4 \text{ kJ}$$

Respuesta: en cada ciclo realiza una cantidad de trabajo igual a 4 kilojoules.

EJEMPLO 02: Una máquina térmica que sigue el ciclo de Carnot trabaja entre los focos de temperatura 7 °C y 427 °C. Determinar la eficiencia de la máquina.

Resolución

La temperatura absoluta de las fuentes de energía es:

$$T_1 = 273 + 427 = 700 \text{ K}$$

$$T_2 = 273 + 7 = 280 \text{ K}$$

La eficiencia de una máquina que desarrolla el *ciclo de Carnot* sólo depende de las temperaturas de los focos caliente y frío.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta = \frac{700 - 280}{700} = 0,6$$

Respuesta: la eficiencia de la maquina es 60%.

EJEMPLO 03: Una máquina térmica que sigue el ciclo de Carnot de eficiencia 30 % realiza una cantidad de trabajo de 6 kJ en cada ciclo. Determinar la cantidad de calor que cede al foco frío en cada ciclo.

Resolución

La eficiencia se define como el grado de perfeccionamiento de la máquina térmica. No tiene

unidades, cuyo valor varía ente cero y la unidad. $\eta = \frac{W}{Q_1} \Rightarrow 0,3 = \frac{6 \text{ kJ}}{Q_1}$

Despejando tenemos que:

$$Q_1 = 20 \text{ kJ}$$

Principio de conservación de la energía:

$$Q_1 = W + Q_2 \Rightarrow 20 \text{ kJ} = 6 \text{ kJ} + Q_2$$

$$Q_2 = 14 \text{ kJ}$$

Respuesta: la cantidad de calor que libera por ciclo es 14 kilojoules.

EJEMPLO 04: Una máquina térmica libera 600 kJ en cada ciclo. Si la potencia del motor es 5 kW. ¿Cuánta energía (en kJ) absorbe el motor en cada ciclo, si esta emplea 40 segundos en realizarse?

Resolución

El trabajo es igual al producto de la potencia por el tiempo transcurrido.

$$W = P.t$$

$$W = (5 \text{ kW}).(40 \text{ s}) = 200 \text{ kJ}$$

Principio de conservación de la energía:

$$Q_1 = W + Q_2 \Rightarrow Q_1 = 200 \text{ kJ} + 600 \text{ kJ}$$

$$Q_1 = 800 \text{ kJ}$$

Respuesta: la energía que absorbe es 800 kilojoules.

- 11. ENTROPÍA [S].** Una propiedad de importancia en termodinámica es la entropía. Si un cuerpo o sustancia absorbe la cantidad de calor Q manteniendo la temperatura constante T, experimenta un aumento de entropía.

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

De modo que la variación de entropía de un cuerpo se mide por la relación entre la cantidad de calor absorbido o desprendido. La entropía es una medida del estado de desorden de las moléculas de un cuerpo, o medida de agitación de las moléculas. Cuanto mayor sea el desorden molecular, mayor es la entropía del cuerpo. Así, una sustancia en fase sólido cuyas moléculas están relativamente ordenadas, tiene menos entropía que en la fase gaseosa cuando sus moléculas están muy desordenadas.

TERCERA LEY DE LA TERMODINÁMICA: Considerando todos los sistemas que participan en un proceso termodinámico, la entropía se mantiene constante o aumenta.

Si el proceso es reversible, $\Delta S = 0$.

Si el proceso es irreversible $\Delta S > 0$.

La entropía se un sistema aislado, como el Universo, no puede no puede disminuir y por lo tanto, sólo son posibles aquellos procesos en los que la entropía aumenta o permanece igual, o sea:

$$\Delta S \geq 0$$

La entropía se define como la cantidad de energía Q que se le entrega o sustrae a una sustancia manteniendo la temperatura constante T

$$S = \frac{Q}{T}$$

A) Expresión diferencial para líquidos y sólidos:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$Q = m.Ce.\Delta T$$

$$dS = \frac{m.Ce.dT}{T}$$

$$\text{integrando: } \int_{S_1}^{S_2} dS = m.Ce. \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} dT$$

$$S_2 - S_1 = m.Ce.[\ln T_2 - \ln T_1]$$

$$\Delta S = m.Ce.Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \text{ para líquidos y sólidos.}$$

B) Expresión diferencial para **gases ideales** a presión constante:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$Q = n.Cp.\Delta T$$

$$dS = \frac{n.Cp.dT}{T}$$

$$\text{integramos: } \int_{S_1}^{S_2} dS = n.Cp. \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} dT$$

$$S_2 - S_1 = n.Cp.[\ln T_2 - \ln T_1]$$

$$\Delta S = n.Cp.Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \text{ para gases ideales.}$$

C) Cambio de entropía de un recipiente en función a la capacidad calorífica "C".

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad \text{luego} \quad Q = C.\Delta T \quad dS = \frac{C.dT}{T}$$

$$\text{integramos: } \int_{S_1}^{S_2} dS = C. \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} dT = C.[\ln T_2 - \ln T_1]$$

$$\Delta S = C.Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

EJEMPLO 01. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable (*no gana ni pierde calor*) se mezclan 2 litros de agua a 20 °C con 2 kg de agua a 80 °C. Determine:

- la temperatura final de equilibrio (en °C).
- el cambio de entropía del agua fría.
- el cambio de entropía del agua caliente.
- el cambio de entropía del sistema o del conjunto.

Resolución

a) En dos litros de agua existen 2 kilogramos de agua, es decir masa y volumen son numéricamente iguales. Cálculo de la temperatura de equilibrio, cuando las dos cantidades de masas y las sustancias son iguales:

$$T_e = \frac{T_1 + T_2}{2} \Rightarrow T_e = \frac{20\text{ }^{\circ}\text{C} + 80\text{ }^{\circ}\text{C}}{2} = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$$

la temperatura de equilibrio es 50 °C

b) el cambio de entropía del agua fría: $\Delta S = m.C_e.Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$

$$\Delta S_1 = (2000g)\left(\frac{1cal.}{g.^{\circ}C}\right).Ln\left(\frac{50 + 273}{20 + 273}\right) = (2000)\left(\frac{1cal.}{^{\circ}C}\right).Ln\left(\frac{323\text{ K}}{293\text{ K}}\right) = 194.9594\left(\frac{cal.}{^{\circ}C}\right).$$

c) el cambio de entropía del agua caliente:

$$\Delta S_2 = (2000g)\left(\frac{1cal.}{g.^{\circ}C}\right).Ln\left(\frac{50 + 273}{80 + 273}\right) = (2000)\left(\frac{1cal.}{^{\circ}C}\right).Ln\left(\frac{323\text{ K}}{353\text{ K}}\right) = -177.6315\left(\frac{cal.}{^{\circ}C}\right).$$

d) el cambio de entropía total o del sistema:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = +17.3279\left(\frac{cal}{^{\circ}C}\right)$$

Conclusión: **“La entropía del sistema siempre aumenta”.**

EJEMPLO 02. En un recipiente de capacidad calorífica despreciable (no gana ni pierde calor) se mezclan 2 litros de agua a 20 °C con 3 litros de agua a 80 °C. Determine:

- la temperatura final de equilibrio (en °C).
- el cambio de entropía del agua fría.
- el cambio de entropía del agua caliente.
- el cambio de entropía del sistema o del conjunto.

Resolución

a) La densidad del agua es $\delta_{agua} = 1 \frac{kg}{litro}$, entonces en dos litros de agua tenemos 2 kilogramos y en tres litros tenemos 3 kilogramos.

Cálculo de la temperatura de equilibrio, de dos cantidades de masas diferentes, pero de la misma sustancia:

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$T_e = \frac{(2 \text{ kg})(20^\circ \text{C}) + (3 \text{ kg})(80^\circ \text{C})}{2 \text{ kg} + 3 \text{ kg}} = 56^\circ \text{C}$$

la temperatura de equilibrio es 56°C .

b) el cambio de entropía del agua fría: $\Delta S = m.C_e.Ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$

$$\Delta S = (2000\text{g})\left(\frac{1 \text{ cal.}}{\text{g.}^\circ \text{C}}\right).Ln\left(\frac{56+273}{20+273}\right) = (2000)\left(\frac{\text{cal.}}{^\circ \text{C}}\right).Ln\left(\frac{329\text{K}}{293\text{K}}\right) = 231,7703\left(\frac{\text{cal.}}{^\circ \text{C}}\right).$$

c) el cambio de entropía del agua caliente:

$$\Delta S = (3000\text{g})\left(\frac{1 \text{ cal.}}{\text{g.}^\circ \text{C}}\right).Ln\left(\frac{56+273}{80+273}\right) = (3000)\left(\frac{\text{cal.}}{^\circ \text{C}}\right).Ln\left(\frac{329\text{K}}{353\text{K}}\right) = -211,2309\left(\frac{\text{cal.}}{^\circ \text{C}}\right).$$

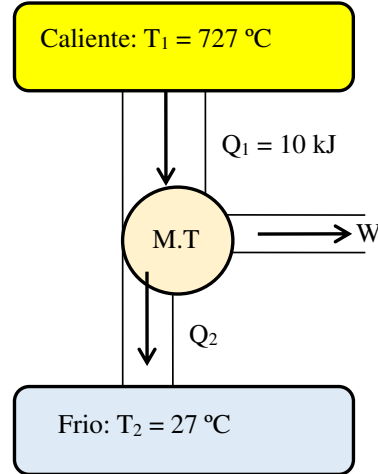
d) el cambio de entropía del sistema:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = +20,5394\left(\frac{\text{cal}}{^\circ \text{C}}\right)$$

“La entropía del sistema siempre aumenta”.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

- Un motor de Carnot recibe 10 kJ de un foco caliente a 727 °C, realiza una cantidad de trabajo y cede una cierta cantidad de energía a un foco a 27 °C.
 ¿Cuál es el rendimiento térmico de este motor? ¿Qué cantidad de calor es cedido al foco frío?
 ¿Cuál es la cantidad de trabajo neto realizado?



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. ¿Cuál es el rendimiento térmico de este motor?

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{300}{1000} = 0,7 = 70\%$$

SEGUNDO PASO. ¿Qué cantidad de calor es cedido al foco frío?

Relación de Kelvin.

$$T_1 = 727 + 273 = 1000 \text{ K}$$

$$T_2 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

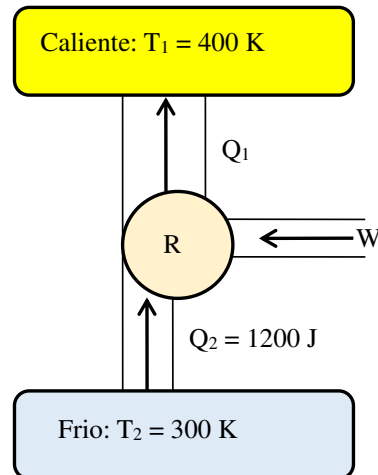
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{10000} = \frac{300}{1000} \Rightarrow Q_2 = 3000 \text{ J}$$

TERCER PASO. ¿Cuál es la cantidad de trabajo neto realizado?

$$\eta = \frac{W_{NETO}}{Q_1} \Rightarrow W_{NETO} = \eta \cdot Q_1$$

$$W_{NETO} = (0,7) \cdot (10000 \text{ J}) = 7000 \text{ J}$$

- Una maquina refrigerante de Carnot toma energía calorífica del foco frío a 300 K, la cantidad de 1200 J y lo cede al foco caliente a una temperatura de 400 K.
 ¿Cuánto de calor cede al foco caliente? ¿Qué cantidad de trabajo se entrega a la maquina térmica?


RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. ¿Cuánto de calor cede al foco caliente?

Relación de Kelvin.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{1200} = \frac{400}{300} \Rightarrow Q_1 = 1600 J$$

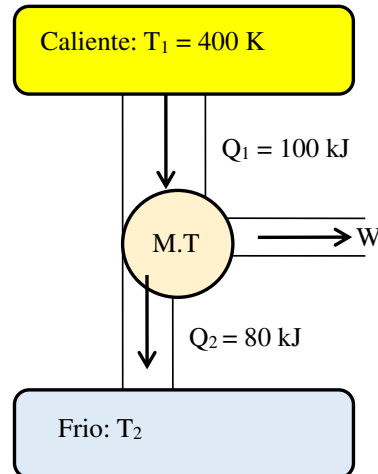
SEGUNDO PASO. ¿Qué cantidad de trabajo se entrega a la maquina térmica?

Principio de conservación de la energía.

$$Q_2 + W = Q_1 \Rightarrow W = Q_1 - Q_2$$

$$W = 1600 J - 1200 J = 400 J$$

3. Un motor que sigue el ciclo de Carnot, funciona, cuyo foco caliente se encuentra a 400 K toma 100 kJ por ciclo y cede 80 kJ al foco frio.



¿Cuál es la temperatura del foco frio? ¿Cuál será el rendimiento térmico del ciclo?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. De la relación de Kelvin:

Relación de Kelvin.

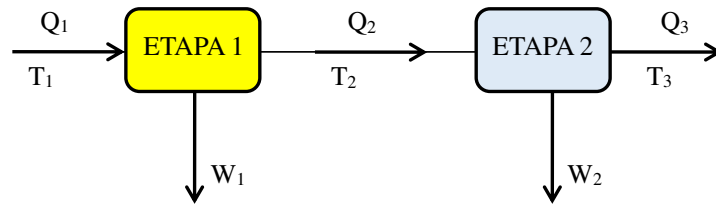
$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{100 kJ}{80 kJ} = \frac{400 K}{T_2} \Rightarrow T_2 = 320 K$$

SEGUNDO PASO. Rendimiento o eficiencia.

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{320}{400} = 0,2 = 20\%$$

4. Una máquina de Carnot funciona entre las temperaturas del foco caliente y el foco frío. Su nieto propone mejorar el rendimiento que se obtiene del siguiente modo: En la primera etapa recibe una cantidad de calor Q_1 a la temperatura constante T_1 , realizando un trabajo W_1 y expulsando una cantidad de calor Q_2 a la temperatura constante T_2 .

El calor expulsado en la primera etapa es recibido en la segunda etapa, en la cual realiza un trabajo W_2 y expulsa una cantidad de calor Q_3 a la temperatura constante T_3 . Determinar la eficiencia del sistema.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Por definición la eficiencia de una máquina es:

$$\eta = \frac{W_1 + W_2}{Q_1} \dots (1)$$

SEGUNDO PASO. Trabajo realizado por etapas.

$$W_1 = Q_1 - Q_2$$

$$W_2 = Q_2 - Q_3$$

TERCER PASO. Reemplazando en (1).

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2 + Q_2 - Q_3}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_3}{Q_1} \dots (2)$$

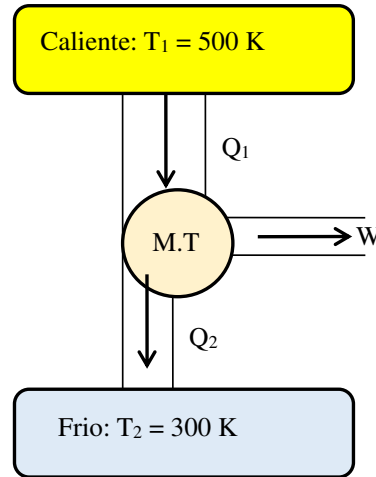
CUARTO PASO. Relación de Kelvin.

$$\frac{Q_1}{Q_3} = \frac{T_1}{T_3}$$

Reemplazando en (2):

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_3}{Q_1} = \frac{T_1 - T_3}{T_1}$$

5. La temperatura de la caldera de una máquina de vapor es 500 K y la de su condensador es 300 K. Sabiendo que su rendimiento real es el 25 % de su rendimiento ideal. Calcule el rendimiento real.

**RESOLUCIÓN**

PRIMER PASO. Cálculo del rendimiento ideal:

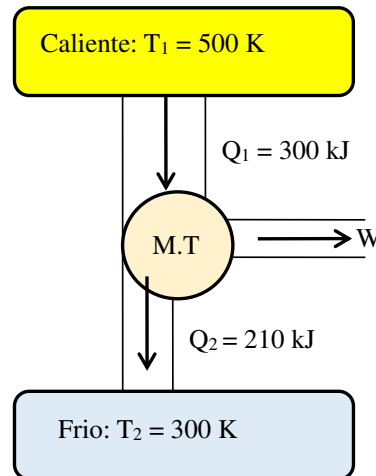
$$\eta_{IDEAL} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{500 - 300}{500} = 0,4 = 40\%$$

SEGUNDO PASO. Cálculo del rendimiento real.

$$\eta_{REAL} = 25\%(\eta_{IDEAL}) = (0,25) \cdot (0,4) = 0,1$$

Respuesta. El rendimiento real es 10 %.

6. El esquema representa una maquina térmica. Determine si esta máquina es reversible o irreversible.

**RESOLUCIÓN**

PRIMER PASO. La eficiencia de cualquier maquina térmica reversible o irreversible se puede calcular usando la siguiente formula:

$$\eta_1 = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{300 - 210}{300} = 0,3 = 30\%$$

SEGUNDO PASO. La máquina será reversible si utilizando las temperaturas se obtiene la misma eficiencia, del contrario será irreversible.

$$\eta_2 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{500 - 300}{500} = 0,4 = 40\%$$

Como $\eta_2 > \eta_1$ entonces la máquina es IRREVERSIBLE.

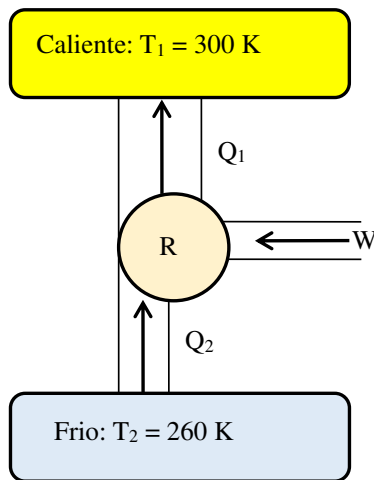
TERCER PASO. Una máquina térmica es REVERSIBLE, IDEAL O DE Carnot cuando:

$$\eta_1 = \eta_2 = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2}{Q_1}$$

CUARTO PASO. Una máquina térmica es irreversible o real cuando:

$$\eta_2 > \eta_1 \Rightarrow \frac{T_1 - T_2}{T_1} > \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1}$$

7. ¿Qué cantidad de calor extrae un refrigerador reversible de un sistema que está a -13°C , si lo expulsa al medio ambiente que está a 27°C , invirtiendo un trabajo de 50 kJ.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. De la relación de Kelvin.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300\text{ K}}{260\text{ K}} \Rightarrow \frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{40}{260} \dots (1)$$

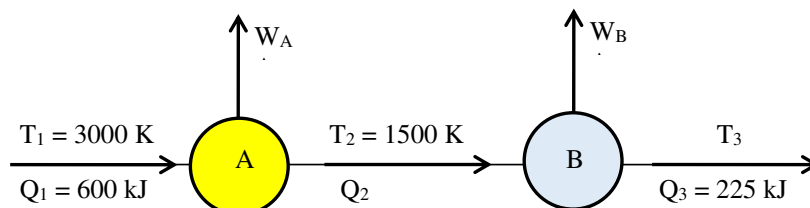
SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía.

$$Q_2 + W = Q_1 \Rightarrow W = Q_1 - Q_2 = 50\text{ kJ} \dots (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$\frac{50\text{ kJ}}{Q_2} = \frac{2}{13} \Rightarrow Q_2 = 325\text{ kJ}$$

8. En el esquema, A y B son dos máquinas térmicas reversibles. Si la eficiencia de A es el doble que de B. Determinar la temperatura T_3 .



RESOLUCIÓN

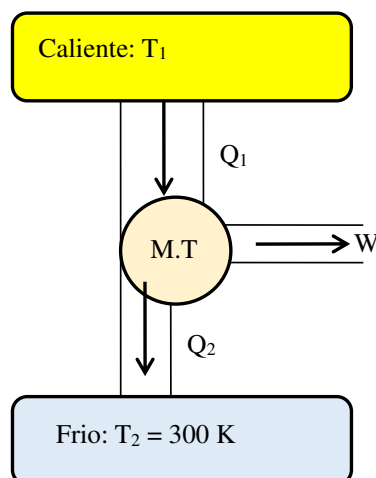
PRIMER PASO. Aplicando la relación de Kelvin, en la máquina A.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{600 \text{ kJ}}{Q_2} = \frac{3000 \text{ K}}{1500 \text{ K}} \Rightarrow Q_2 = 300 \text{ kJ}$$

SEGUNDO PASO. Aplicando la relación de Kelvin, en la máquina B.

$$\frac{Q_2}{Q_3} = \frac{T_2}{T_3} \Rightarrow \frac{300 \text{ kJ}}{225 \text{ kJ}} = \frac{1500 \text{ K}}{T_3} \Rightarrow T_3 = 1125 \text{ K}$$

9. La eficiencia de un motor de Carnot es 40 %, estando su foco frío a 27 °C. ¿En cuántos grados Celsius hay que aumentar la temperatura de su foco caliente, para que su eficiencia aumente al 50%?



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La eficiencia en el primer caso es:

$$\eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow 0,4 = \frac{T_1 - 300}{T_1} \Rightarrow T_1 = 500 \text{ K}$$

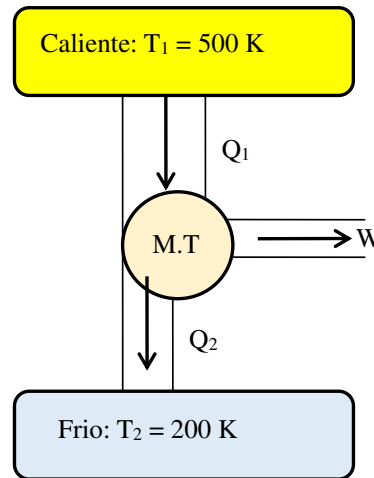
SEGUNDO PASO. La eficiencia en el segundo caso es:

$$\eta_2 = \frac{T_x - T_2}{T_x} \Rightarrow 0,5 = \frac{T_x - 300}{T_x} \Rightarrow T_x = 600 \text{ K}$$

TERCER PASO. El incremento de temperatura en el foco caliente es:

$$\Delta T = T_x - T_1 = 100 \text{ K} = 100^\circ \text{C}$$

10. Un motor térmico ideal funciona a 360 RPM y en cada revolución absorbe 200 kJ de energía calorífica del foco caliente. Este motor funciona entre las temperaturas de 500 K a 200 K. Calcule la potencia del motor térmico.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicando la relación de Kelvin, en la máquina.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{200 \text{ kJ}}{Q_2} = \frac{500 \text{ K}}{200 \text{ K}} \Rightarrow Q_2 = 80 \text{ kJ}$$

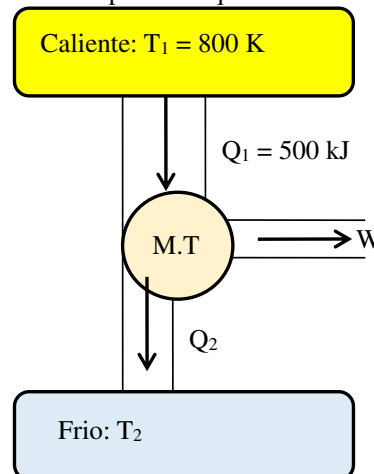
SEGUNDO PASO. El trabajo en cada ciclo es:

$$W = Q_1 - Q_2 \Rightarrow W = 200 \text{ kJ} - 80 \text{ kJ} = 120 \text{ kJ}$$

TERCER PASO. El periodo es: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{360} \text{ min} = \frac{1}{6} \text{ s}$

CUARTO PASO. La potencia es: $P = \frac{W}{T} = \frac{120 \text{ kJ}}{\frac{1}{6} \text{ s}} = 720 \text{ kW}$

11. Si la eficiencia de una máquina térmica que funciona siguiendo un ciclo de Carnot es 49 %, la fuente que entrega calor se encuentra a 527 °C y proporciona 500 kJ de energía calorífica a la máquina. Calcular el trabajo realizado por la máquina en cada ciclo.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la temperatura del foco frío.

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow 0,49 = 1 - \frac{T_2}{800 K} \Rightarrow T_2 = 408 K$$

SEGUNDO PASO. Relación de Kelvin:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{500 kJ} = \frac{408 K}{800 K} \Rightarrow Q_2 = 255 kJ$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía:

$$Q_1 = W + Q_2 \Rightarrow 500 kJ = W + 255 kJ \Rightarrow W = 245 kJ$$

Respuesta. La cantidad de trabajo es 245 kilojoules.

12. Se tiene un recipiente de capacidad calorífica $300 \frac{cal}{^\circ C}$ a $20^\circ C$ (temperatura del ambiente). Si

luego se vierte 700 gramos de agua a $90^\circ C$. Determine:

- la temperatura final de equilibrio (en $^\circ C$).
- el cambio de entropía del recipiente.
- el cambio de entropía del agua caliente.
- el cambio de entropía del sistema o del conjunto.

Resolución

a) Cálculo de la temperatura de equilibrio en función del calor específico y la capacidad calorífica del recipiente que contiene a la sustancia.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow Q = C \cdot \Delta T = m \cdot C_e \cdot \Delta T$$

$$T_e = \frac{C_1 T_1 + m_2 C_e T_2}{C_1 + m_2 C_e}$$

Reemplazando los datos tenemos que

$$T_e = \frac{\left(300 \frac{cal}{^\circ C}\right)(20^\circ C) + (700 g) \left(1,0 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}\right)(90^\circ C)}{\left(300 \frac{cal}{^\circ C}\right) + (700 g) \left(1,0 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C}\right)} = 69^\circ C$$

la temperatura de equilibrio es $69^\circ C$.

- b) el cambio de entropía del recipiente: $\Delta S = C \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$

$$\Delta S = \left(\frac{300 cal}{^\circ C}\right) \ln\left(\frac{69 + 273}{20 + 273}\right) = \left(\frac{300 cal}{^\circ C}\right) \ln\left(\frac{342 K}{293 K}\right) = 46,3914 \left(\frac{cal}{^\circ C}\right).$$

- c) el cambio de entropía del agua caliente:

$$\Delta S = (700 g) \left(\frac{1 cal}{g \cdot ^\circ C}\right) \ln\left(\frac{69 + 273}{90 + 273}\right) = (700) \left(\frac{cal}{^\circ C}\right) \ln\left(\frac{342 K}{363 K}\right) = -41,7145 \left(\frac{cal}{^\circ C}\right).$$

- d) el cambio de entropía del conjunto o sistema:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 4,6769 \left(\frac{cal}{^\circ C}\right)$$

“La entropía del sistema siempre aumenta”

13. Se tiene un recipiente de capacidad calorífica $600 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}$ a 20°C (temperatura del ambiente). Si

luego se vierten 500 gramos de agua a 80°C y 900 gramos de agua a 100°C . Determine:

- la temperatura final de equilibrio (en $^\circ\text{C}$).
- el cambio de entropía del recipiente.
- el cambio de entropía de 500 g de agua caliente.
- el cambio de entropía de 900 g de agua caliente
- el cambio de entropía del sistema o del conjunto.

Resolución

a) Cálculo de la temperatura de equilibrio en función del calor específico y la capacidad calorífica del recipiente que contiene a las sustancias diferentes:

$$T_e = \frac{C_1 T_1 + m_2 C_e T_2 + m_3 C_e T_3}{C_1 + m_2 C_e + m_3 C_e}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$T_e = \frac{(600)(20) + (500)(1)(80) + (900)(1)(100)}{(600) + (500)(1) + (900)(1)} = 71^\circ\text{C}$$

la temperatura de equilibrio es 71°C .

b) el cambio de entropía del recipiente: $\Delta S = C \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$

$$\Delta S_1 = \left(\frac{600\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right) \cdot \ln\left(\frac{71+273}{20+273}\right) = \left(\frac{600\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right) \cdot \ln\left(\frac{344\text{K}}{293\text{K}}\right) = 96,2814 \left(\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right).$$

c) el cambio de entropía de 500 g de agua caliente:

$$\Delta S_2 = (500\text{g}) \left(\frac{1\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot \ln\left(\frac{71+273}{80+273}\right) = (500) \left(\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right) \cdot \ln\left(\frac{344\text{K}}{353\text{K}}\right) = -12,9132 \left(\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right).$$

d) el cambio de entropía de 900 g de agua caliente:

$$\Delta S_3 = (900\text{g}) \left(\frac{1\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}\right) \cdot \ln\left(\frac{71+273}{100+273}\right) = (900) \left(\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right) \cdot \ln\left(\frac{344\text{K}}{373\text{K}}\right) = -72,8431 \left(\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right).$$

e) el cambio de entropía del sistema o del conjunto.

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = 10,5251 \left(\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}\right)$$

La entropía del sistema siempre aumenta.

14. Dentro de un recipiente térmicamente aislado, se mezclan tres cantidades de agua, con las siguientes características:

$$\begin{array}{ll} M_1 = 2 \text{ kg}, & T_1 = 10^\circ\text{C}; \\ M_2 = 3 \text{ kg}, & T_2 = 20^\circ\text{C}; \\ M_3 = 5 \text{ kg}, & T_3 = 90^\circ\text{C}; \end{array}$$

Considere despreciable la capacidad calorífica del recipiente. Determine:

- la temperatura final de equilibrio (en $^\circ\text{C}$).
- el cambio de entropía de $M_1 = 2 \text{ kg}$, $M_2 = 3 \text{ kg}$ y $M_3 = 5 \text{ kg}$,
- el cambio de entropía del sistema o del conjunto.

Resolución

a) Cálculo de la temperatura de equilibrio, de tres cantidades de masas diferentes, pero de la misma sustancia:

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2 + m_3 T_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$T_e = \frac{(2)(10) + (3)(20) + (5)(90)}{(2) + (3) + (5)} = 53 \text{ } ^\circ\text{C}$$

la temperatura de equilibrio es 53 °C.

b) el cambio de entropía de 2000 g de agua:

$$\Delta S_1 = (2000\text{g}) \left(\frac{1\text{cal.}}{\text{g.}^\circ\text{C}} \right) \cdot \text{Ln} \left(\frac{53 + 273}{10 + 273} \right) = (2000) \left(\frac{\text{cal.}}{^\circ\text{C}} \right) \cdot \text{Ln} \left(\frac{326\text{K}}{283\text{K}} \right) = 282,9010 \left(\frac{\text{cal.}}{^\circ\text{C}} \right).$$

c) el cambio de entropía de 3000 g de agua:

$$\Delta S_2 = (3000\text{g}) \left(\frac{1\text{cal.}}{\text{g.}^\circ\text{C}} \right) \cdot \text{Ln} \left(\frac{53 + 273}{20 + 273} \right) = (3000) \left(\frac{\text{cal.}}{^\circ\text{C}} \right) \cdot \text{Ln} \left(\frac{326\text{K}}{293\text{K}} \right) = 320,1743 \left(\frac{\text{cal.}}{^\circ\text{C}} \right).$$

d) el cambio de entropía de 5000 g de agua caliente:

$$\Delta S_3 = (5000\text{g}) \left(\frac{1\text{cal.}}{\text{g.}^\circ\text{C}} \right) \cdot \text{Ln} \left(\frac{53 + 273}{90 + 273} \right) = (5000) \left(\frac{\text{cal.}}{^\circ\text{C}} \right) \cdot \text{Ln} \left(\frac{326\text{K}}{363\text{K}} \right) = -537,5273 \left(\frac{\text{cal.}}{^\circ\text{C}} \right).$$

e) el cambio de entropía del sistema o del conjunto.

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = 65,5480 \left(\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}} \right)$$

La entropía del sistema siempre aumenta.

15. Dentro de un recipiente térmicamente aislado, se mezclan dos sustancias, con las siguientes características:

$$M_1 = 6 \text{ kg}, \quad C_{e1} = 0,1 \frac{\text{cal}}{\text{g.}^\circ\text{C}} \quad T_1 = 10 \text{ } ^\circ\text{C};$$

$$M_2 = 2 \text{ kg}, \quad C_{e2} = 0,2 \frac{\text{cal}}{\text{g.}^\circ\text{C}} \quad T_2 = 80 \text{ } ^\circ\text{C};$$

Considere despreciable la capacidad calorífica del recipiente.

a) la temperatura final de equilibrio (en °C).

b) el cambio de entropía de $M_1 = 6 \text{ kg}$ y

c) cambio de entropía de $M_2 = 2 \text{ kg}$

d) el cambio de entropía del sistema o del conjunto.

Resolución

a) Cálculo de la temperatura de equilibrio de dos sustancias en función del calor específico:

$$T_e = \frac{m_1 C_{e_1} T_1 + m_2 C_{e_2} T_2}{m_1 C_{e_1} + m_2 C_{e_2}}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$T_e = \frac{(6)(0,1)(10) + (2)(0,2)(80)}{(6)(0,1) + (2)(0,2)} = 38 \text{ } ^\circ\text{C}$$

la temperatura de equilibrio es 38 °C.

b) el cambio de entropía de 2000 g de agua:

$$\Delta S_1 = (6000g) \left(\frac{0,1 \text{ cal.}}{g \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot \text{Ln} \left(\frac{38 + 273}{10 + 273} \right) = (600) \left(\frac{\text{cal.}}{^\circ\text{C}} \right) \cdot \text{Ln} \left(\frac{311K}{283K} \right) = 56,6076 \left(\frac{\text{cal.}}{^\circ\text{C}} \right).$$

c) el cambio de entropía de 3000 g de agua:

$$\Delta S_2 = (2000g) \left(\frac{0,2 \text{ cal.}}{g \cdot ^\circ\text{C}} \right) \cdot \text{Ln} \left(\frac{38 + 273}{80 + 273} \right) = (400) \left(\frac{\text{cal.}}{^\circ\text{C}} \right) \cdot \text{Ln} \left(\frac{311K}{353K} \right) = -50,6701 \left(\frac{\text{cal.}}{^\circ\text{C}} \right).$$

e) el cambio de entropía del sistema o del conjunto.

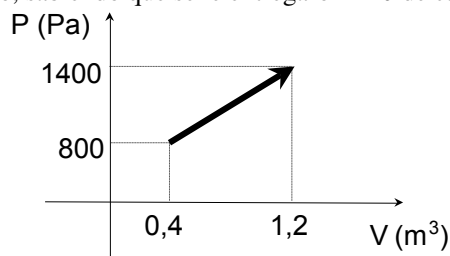
$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 5,9375 \left(\frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}} \right)$$

La entropía del sistema siempre aumenta.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

- Una máquina hace un trabajo de 25 J en cada ciclo, absorbiendo 85 calorías. ¿Cuál es el rendimiento de la máquina?
 A) 7% B) 17% C) 27% D) 37% E) 47%
- Una máquina hace un trabajo de 25 J en cada ciclo, absorbiendo 85 calorías. ¿Cuál es la cantidad de calor liberado (en calorías) en cada ciclo?
 A) 99,02 B) 59,02 C) 69,02 D) 70,02 E) 79,02
- Calcular la eficiencia de una máquina que usa 2000 J de calor durante la fase de combustión y pierde 1500 J por escape y por fricción.
 A) 15 % B) 20 % C) 23 % D) 25 % E) 28 %
- Cierta máquina tiene una eficiencia de 20% y pierde 3000 J de calor por fricción, calcular el trabajo que realiza (en J).
 A) 350 B) 450 C) 550 D) 650 E) 750
- Una máquina de vapor tiene una caldera que opera a 500 K. El calor transforma el agua en vapor, el cual mueve un pistón. La temperatura de escape es la del aire exterior de 300 K. Calcular la eficiencia térmica de esta máquina de vapor.
 A) 20 % B) 30 % C) 40 % D) 50 % E) 60 %
- La máxima eficiencia teórica de un motor de gasolina basada en un ciclo de Carnot, es de 30%. Si el motor libera sus gases a la atmósfera, a 300 K, calcular la temperatura del cilindro (en K) inmediatamente después de la combustión.
 A) 329 B) 429 C) 529 D) 629 E) 729
- La máxima eficiencia teórica de un motor de gasolina basada en un ciclo de Carnot, es de 30%. Si el motor libera sus gases a la atmósfera, a 300 K. Si la máquina absorbe 850 J de calor de la fuente de calor en cada ciclo, calcular el trabajo (en J) que puede realizar en cada ciclo.
 A) 255 B) 355 C) 455 D) 555 E) 655
- Un kilogramo de agua a 0 °C se mezcla con otra cantidad igual de agua a 100 °C. Después de alcanzar el equilibrio, la mezcla tiene una temperatura uniforme de 50 °C. Calcular el cambio de entropía del sistema.
 A) $112 \frac{J}{K}$ B) $72 \frac{J}{K}$ C) $82 \frac{J}{K}$ D) $92 \frac{J}{K}$ E) $102 \frac{J}{K}$
- Una máquina térmica absorbe 360 J de calor y realiza un trabajo de 25 J en cada ciclo. Calcular:
 a) la eficiencia de la máquina, b) el calor liberado en cada ciclo.
 A) 9,94%, 335 J B) 7,94%, 435 J C) 6,94%, 335 J
 D) 6,94%, 435 J E) 6,94%, 535 J
- Dos máquinas térmicas trabajan en serie, desarrollando un ciclo de Carnot entre dos focos a $T_C = 627^\circ C$ y $T_F = T^\circ C$. La otra máquina térmica recibe la cantidad de calor que libera la primera máquina, y trabaja entre los focos $T_C = T^\circ C$ y $T_F = 127^\circ C$. Si ambas máquinas tienen igual eficiencia, calcular "T".
 A) 347 °C B) 337 °C C) 327 °C D) 317 °C E) 307 °C

11. Una máquina térmica trabaja con una eficiencia de 32% durante el verano, cuando el agua de mar usada para enfriamiento está a 20° C. La planta utiliza vapor a 350° C para accionar las turbinas. Suponiendo que la eficiencia de la planta cambia en la misma proporción que la eficiencia ideal ¿Cuál es la eficiencia de la planta en invierno cuando el agua de mar se encuentra a 10° C?
 A) 13% B) 23% **C) 33%** D) 43% E) 53%
12. El calor absorbido por una máquina es el triple del trabajo que realiza. ¿Cuál es su eficiencia térmica?
 A) 23,3% **B) 33,3%** C) 43,3% D) 53,3% E) 63,3%
13. El calor absorbido por una máquina es el triple del trabajo que realiza, ¿qué porcentaje del calor absorbido se libera a la fuente fría?
 A) 46,7% B) 56,7% **C) 66,7%** D) 76,7% E) 86,7%
14. Una máquina con una eficiencia de 20% se utiliza para acelerar un tren desde el reposo hasta 5 m/s. Se sabe que una máquina ideal (de Carnot) con los mismos depósitos fríos y caliente aceleraría el mismo tren desde el reposo hasta una velocidad de 6,5 m/s empleando la misma cantidad de combustible. Si la máquina emplea aire a 300 K como un depósito frío, encuentre la temperatura del vapor (en °C) que sirve como depósito caliente.
 A) 155 B) 165 **C) 175** D) 185 E) 195
15. Una máquina absorbe 1600 J de una fuente caliente y libera 1000 J a la fuente fría en cada ciclo. Calcular la eficiencia de la máquina,
 A) 30 % B) 35 % **C) 37,5 %** D) 60 % E) 75 %
16. Determine el cambio de la energía interna en la sustancia de trabajo de la máquina térmica, durante el proceso mostrado, sabiendo que se le entregaron 2 kJ de calor.



- A) 2 200 J B) 902 J C) 1 820 J **D) 1 120 J** E) 720 J
17. Un mol de gas ideal monoatómico se lleva a través del siguiente ciclo: una expansión isotérmica AB desde el punto A(10 L, 5atm) hasta el punto B(50 L, 1atm), una compresión isobárica BC desde el punto B(50 L, 1atm) hasta el punto C(10L, 1atm) y un aumento de presión isócoro CA desde el punto C(10 L, 1atm) hasta el punto A(10 L, 5atm). Calcular la cantidad de calor agregado al gas.
A) 14200 J B) 24200 J C) 34200 J D) 44200 J E) 54200 J
18. Un mol de gas ideal monoatómico se lleva a través del siguiente ciclo: una expansión isotérmica AB desde el punto A(10 L, 5atm) hasta el punto B(50 L, 1atm), una compresión isobárica BC desde el punto B(50 L, 1atm) hasta el punto C(10L, 1atm) y un aumento de presión

isócoro CA desde el punto C(10 L, 1atm) hasta el punto A(10 L, 5atm). Calcular el calor liberado por el gas.

- A) 10100 J B) 11100 J C) 12100 J D) 13100 J E) 14100 J

19. Una máquina absorbe 1600 J de una fuente caliente y libera 1000 J a la fuente fría en cada ciclo. Calcular el trabajo que realiza en cada ciclo.

- A) 200 J B) 400 J C) 500 J D) 550 J E) 600 J

20. Una máquina absorbe 1600 J de una fuente caliente y libera 1000 J a la fuente fría en cada ciclo. Calcular la potencia de salida de la máquina si cada ciclo dura 0,3 s.

- A) 2 kW B) 3 kW C) 4 kW D) 5 kW E) 1 kW

21. Si W es el trabajo hecho por una máquina térmica que recibe calor neto Q cuando funciona entre un foco caliente a la temperatura T_1 y otro frío a T_2 , entonces, de acuerdo a la segunda ley de la termodinámica, se cumple que:

- A) $W = Q$ B) $W = \frac{T_1}{T_2} Q$ C) $W = \frac{T_2}{T_1} Q$
 D) $W = \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) Q$ E) $W = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) Q$

22. Una máquina térmica opera entre dos fuentes a temperaturas de 20° C y de 300° C. Calcular la máxima eficiencia de esta máquina.

- A) 40 % B) 45 % C) 49 % D) 51 % E) 90 %

23. Dos máquinas térmicas tienen eficiencias $e_1=30\%$ y $e_2=70\%$. Las dos operan de tal forma que el calor que libera la que tiene eficiencia e_1 es el calor de entrada de la que tiene eficiencia e_2 . Calcular la eficiencia del sistema

- A) 32,9 % B) 42,9 % C) 52,9 % D) 62,9 % E) 72,9 %

24. La eficiencia de una máquina de Carnot es 30%. La máquina absorbe 800 J de calor por ciclo de una fuente caliente a 500 K. Calcular el calor (en J) liberado por ciclo,

- A) 380 B) 480 C) 500 D) 560 E) 660

25. La eficiencia de una máquina de Carnot es 30%. La máquina absorbe 800 J de calor por ciclo de una fuente caliente a 500 K. Calcular la temperatura (en K) de la fuente fría.

- A) 300 B) 350 C) 400 D) 450 E) 600

26. Dos máquinas térmicas trabajan en serie, desarrollando un ciclo de Carnot entre dos focos a $T_c = 527^\circ\text{C}$ y $T_f = T^\circ\text{C}$. La otra máquina térmica recibe la cantidad de calor que libera la primera máquina, y trabaja entre los focos $T_c = T^\circ\text{C}$ y $T_f = 27^\circ\text{C}$. Si ambas máquinas tienen igual eficiencia, calcular "T".

- A) 247 °C B) 237 °C C) 227 °C D) 217 °C E) 207 °C

27. Se ha propuesto construir una central de energía que haga uso del gradiente vertical de temperatura del océano, que opere entre la temperatura de la superficie, de 20° C, y otra a una profundidad de cerca de 1,0 km, de 5° C. Calcular la eficiencia de esa central.

- A) 5,1 % B) 6,1 % C) 7,1 % D) 8,1 % E) 9,1 %

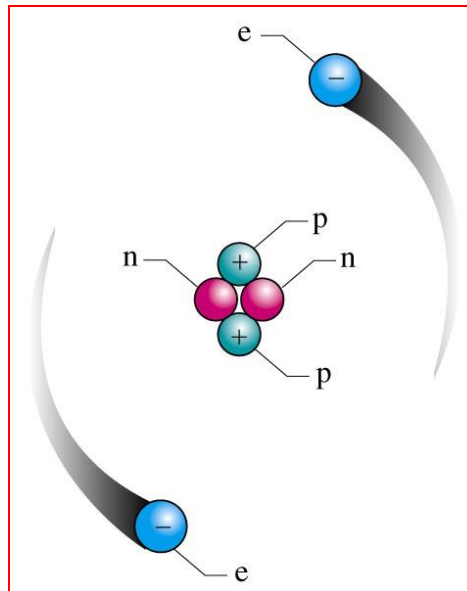
28. Se ha propuesto construir una central de energía que haga uso del gradiente vertical de temperatura del océano, que opere entre la temperatura de la superficie, de 20 °C, y otra a una profundidad de cerca de 1,0 km a 5 °C. Si la potencia de salida de la central es 75 MW, calcular la energía térmica (en TJ) que se extrae del océano por hora.
A) 4,3 **B) 5,3** C) 6,3 D) 7,3 E) 8,3
29. Una de las máquinas más eficientes que se han construido opera entre 430° C y 1870° C, con una eficiencia de 42%. Calcular su eficiencia teórica máxima.
A) 47,2 % B) 57,2 % C) 60 % **D) 67,2 %** E) 70%
30. Una de las máquinas más eficientes que se han construido opera entre 430° C y 1870° C, con una eficiencia de 42%. Calcular su potencia (en kW) de salida, si absorbe $1,4 \times 10^5$ J de calor cada segundo.
A) 60 B) 45 C) 48,8 D) 50,8 **E) 58,8**
31. Un gas ideal se lleva a través de un ciclo de Carnot. La expansión isotérmica se produce a 250° C y la compresión isotérmica se produce a 50° C. Si el gas absorbe 1200 J de calor durante la expansión isotérmica, calcular el calor liberado (en J) en cada ciclo a la fuente fría,
A) 541 B) 541 C) 641 **D) 741** E) 841
32. Un gas ideal se lleva a través de un ciclo de Carnot. La expansión isotérmica se produce a 250° C y la compresión isotérmica se produce a 50° C. Si el gas absorbe 1200 J de calor durante la expansión isotérmica, calcular el trabajo neto (en J) realizado por el gas en cada ciclo.
A) 459 B) 541 C) 641 D) 741 E) 841
33. Dos máquinas térmicas tienen eficiencias $e_1=40\%$ y $e_2=60\%$. Las dos operan de tal forma que el calor que libera la que tiene eficiencia e_1 es el calor de entrada de la que tiene eficiencia e_2 . Calcular la eficiencia del sistema.
A) 47,2 % B) 57,2 % C) 60 % D) 67,2 % **E) 76%**
34. Calcular el coeficiente de rendimiento de un refrigerador que opera con una eficiencia de Carnot entre las temperaturas -3° C y 27° C.
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 **E) 9**
35. Calcular el coeficiente de rendimiento de una bomba de calor que lleva calor del exterior a -3° C hacia el interior de una casa a 22° C.
A) 14 B) 15 **C) 11,8** D) 17 E) 9
36. Calcular el coeficiente de rendimiento de un refrigerador que opera con una eficiencia de Carnot entre las temperaturas -13° C y 27° C.
A) 4 B) 5 **C) 6,5** D) 7 E) 9
37. Calcular el coeficiente de rendimiento de una bomba de calor que lleva calor del exterior a -3° C hacia el interior de una casa a 27° C.
A) 14 **B) 10** C) 11,8 D) 17 E) 9
38. Calcular el trabajo que se requiere, usando un refrigerador ideal de Carnot, para remover 1,0 J de energía calórica de helio a 4 K y liberarla al medio ambiente de una habitación a 20 °C.
A) 42,2 J B) 52,2 J C) 62,2 J **D) 72,2 J** E) 82,2 J

39. Una herradura de hierro de 0,5 kg se saca de un horno a 1000 °C y se sumerge en 4 kg de agua a 10 °C. Calcular el cambio de entropía total si no se pierde calor al ambiente.
 A) 735,4 J/K B) 835,4 J/K C) 935,4 J/K D) 635,4 J/K E) 535,4 J/K
40. Un trozo de aluminio de 100 g a una temperatura de 125° C se coloca en 0,5 litro de agua a 25° C. Calcular el aumento de entropía del sistema cuando se alcanza el equilibrio.
 A) 24 J/K B) 25 J/K C) 26 J/K D) 27 J/K E) 28 J/K
41. Una avalancha de nieve con una masa de 100 kg, desliza colina abajo una distancia vertical de 200 m. Calcular el cambio en la entropía si el aire de la montaña está a -3° C.
 A) 5260 J/K B) 6260 J/K C) 7260 J/K D) 8260 J/K E) 9260 J/K
42. Calcular el cambio de entropía cuando 250 gramos de agua se calientan desde 20° C hasta 80° C.
 A) 595 J/K B) 495 J/K C) 395 J/K D) 295 J/K E) 195 J/K
43. Calcular el cambio de entropía cuando un mol de gas ideal monoatómico se calienta cuasi estáticamente a volumen constante, de 300 K a 400 K.
 A) 3,6 J/K B) 4,6 J/K C) 5,6 J/K D) 6,6 J/K E) 7,6 J/K
44. Un mol de gas ideal monoatómico se lleva a través del siguiente ciclo: una expansión isotérmica AB desde el punto A(10 L; 5atm) hasta el punto B(50 L; 1atm), una compresión isobárica BC desde el punto B(50 L; 1atm) hasta el punto C(10L; 1atm) y un aumento de presión isócoro CA desde el punto C(10 L; 1atm) hasta el punto A(10 L; 5atm). Calcular la eficiencia del ciclo.
 A) 18,8 % B) 28,8 % C) 38,8 % D) 48,8 % E) 58,8 %
45. Un mol de gas ideal monoatómico se lleva a través del siguiente ciclo: una expansión isotérmica AB desde el punto A(10 L, 5atm) hasta el punto B(50 L, 1atm), una compresión isobárica BC desde el punto B(50 L, 1atm) hasta el punto C(10L, 1atm) y un aumento de presión isócoro CA desde el punto C(10 L, 1atm) hasta el punto A(10 L, 5atm). Calcular el trabajo neto realizado por el gas,
 A) 2100 J B) 3100 J C) 4100 J D) 5100 J E) 6100 J
46. Un auto de 1500 kg que se mueve con rapidez de 20 m/s, choca contra una pared de concreto. Si la temperatura del aire es 20° C, calcular el cambio de entropía.
 A) 5020 J/K B) 4020 J/K C) 3020 J/K D) 2020 J/K E) 1020 J/K
47. Un recipiente térmicamente aislado de 2 litros está dividido en dos partes iguales. El lado izquierdo contiene 0,044 moles de hidrógeno y el derecho 0,044 moles oxígeno, ambos a temperatura ambiente y presión atmosférica. Calcular el cambio de entropía al eliminar la división y dejar que los gases se mezclen.
 A) 307 J/K B) 407 J/K C) 507 J/K D) 607 J/K E) 707 J/K
48. Dos máquinas térmicas trabajan en serie, desarrollando un ciclo de Carnot entre dos focos a $T_C = 727^\circ\text{C}$ y $T_F = T^\circ\text{C}$. La otra máquina térmica recibe la cantidad de calor que libera la primera máquina, y trabaja entre los focos $T_C = T^\circ\text{C}$ y $T_F = 227^\circ\text{C}$. Si ambas máquinas tienen igual eficiencia, calcular "T".
 A) 447 °C B) 437 °C C) 427 °C D) 417 °C E) 434 °C

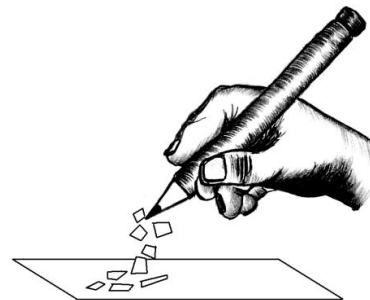
49. Un recipiente térmicamente aislado, de 4,2 litros está dividido en dos partes, una el doble que la otra. El lado izquierdo contiene hidrógeno y el derecho oxígeno, ambos a temperatura a 0°C y presión atmosférica. Calcular el cambio de entropía al eliminar la división y dejar que los gases se mezclen.
 A) 53,7 J/K B) 13,7 J/K C) 23,7 J/K D) 33,7 J/K **E) 43,7 J/K**
50. Una máquina de Carnot tiene una potencia de salida de 150 kW. La máquina opera entre dos fuentes a temperaturas de 20°C y de 500°C . Calcular la energía calórica que absorbe por hora.
A) $8,7 \times 10^8 \text{J}$ B) $7,7 \times 10^8 \text{J}$ C) $6,7 \times 10^8 \text{J}$ D) $5,7 \times 10^8 \text{J}$ E) $4,7 \times 10^8 \text{J}$
51. Un bloque de 2 kg que se mueve con una rapidez inicial de 5 m/s se desliza sobre una mesa rugosa, hasta detenerse por la fricción. Suponiendo que el aire y la mesa están a la temperatura de 20°C , calcular la variación de la entropía.
 A) 0,285 J/K B) 0,185 J/K **C) 0,085 J/K** D) 0,065 J/K E) 0,055 J/K
52. Un bloque de hielo de 6 kg a 0°C se deja caer en un lago a 27°C . Justamente después de que se haya fundido todo el hielo y justamente antes de que el agua del hielo se haya calentado, calcular la variación de la entropía del hielo.
 A) 3340 J/K B) 4340 J/K C) 5340 J/K D) 6340 J/K **E) 7340 J/K**
53. Si se mezclan 200 gramos de agua a 20°C con 300 gramos de agua a 75°C , calcular la variación de la entropía del sistema.
 A) 5,34 J/K B) 6,34 J/K **C) 7,34 J/K** D) 8,34 J/K E) 9,34 J/K
54. Una máquina opera en un ciclo entre las temperaturas 100°C y 180°C y emite 20 kJ de calor por ciclo mientras realiza 1,5 kJ de trabajo por ciclo. Compare la eficiencia de esta máquina con la de una máquina reversible que opera entre las mismas temperaturas.
A) 0,4 veces B) 4 veces C) 3 veces D) 2 veces E) 0,8 veces
55. Una fuente fría está a 2°C y una fuente caliente a 127°C . Demostrar que es imposible que una pequeña cantidad de energía calórica, por ejemplo, de 10 J, pueda ser transferida desde la fuente fría a la fuente caliente sin disminuir la entropía y en consecuencia violar la segunda ley de la termodinámica.
A) $\Delta S = -0,011 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ B) $\Delta S = -0,211 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ C) $\Delta S = -0,311 \frac{\text{J}}{\text{K}}$
 D) $\Delta S = -0,411 \frac{\text{J}}{\text{K}}$ E) $\Delta S = -0,022 \frac{\text{J}}{\text{K}}$
56. Una máquina térmica de Carnot recibe 1200 kJ/min de calor desde un foco térmico que está a 727°C y rechaza calor a un sumidero que está a 17°C . Determine la potencia neta que se entrega a la máquina (en kW).
 A) 28 B) 19,5 C) 852 D) 14,2 E) 10,8

57. Un gas ideal realiza un ciclo de Carnot. La expansión isotérmica ocurre a $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ y la compresión isotérmica ocurre a $50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si el gas absorbe $1\,200\text{ J}$ de cantidad de calor durante la expansión isotérmica, entonces la cantidad de trabajo neto (en J) realizado por el gas en cada ciclo es:
- A) 359 B) 459 C) 280 D) 338 E) 629
58. Una máquina térmica trabaja con un mol de gas diatómico. Durante la fase de expansión a presión constante de 10^5 Pa , la máquina absorbe $2\,095\text{ J}$ y el volumen del gas aumenta desde $8,3\text{ L}$ hasta $16,6\text{ L}$. La cantidad de trabajo hecho por el gas (en J) durante la expansión es:
- A) 1245 B) 2075 C) 3735 D) 830 E) 2905
59. Una planta térmica dispone de 530 kW de energía térmica provenientes de gases residuales a $540\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál la potencia máxima (en kW) que se puede obtener de estos gases si se intercambian calor con el medio ambiente que está a $21\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- A) 359 B) 120 C) 280 D) 338 E) 432
60. Un motor de combustión interna libera 600 kJ en cada ciclo. Si la potencia del motor es de 5 kW , ¿cuánta energía (en kJ) absorbe el motor de combustible en cada ciclo, si esta emplea 40 segundos en realizarse?
- A) 600 B) 700 C) 800 D) 838 E) 932

ELECTROSTÁTICA



1. CARGA ELÉCTRICA. Desde tiempos muy antiguos se conoce la propiedad que poseen algunos cuerpos, como el ámbar, de atraer a otros cuerpos después de ser frotados. Ya *Tales de Mileto* (640 - 547 a.C.) hizo experimentos en los que demostró que el ámbar, después de ser frotado con la piel de un animal, atraía ciertas semillas. Este fenómeno se denominó electricidad, y la propiedad que se supone que adquirían los cuerpos al frotarlos, carga eléctrica.



*Los papeles son atraídos por
el lápiz cargado eléctricamente
luego de haberlo frotado*

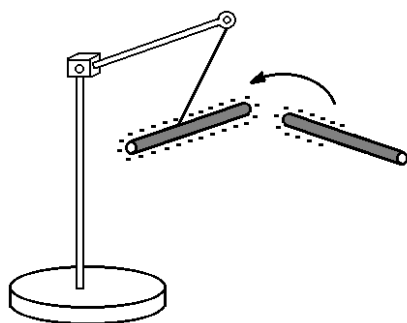
Frota un lapicero de plástico con tu chompa de lana y acércalo a unos trocitos de papel. Comprobarás que los papeles son atraídos por el plástico porque éste ha quedado electrizado. El mismo fenómeno sucede si, en vez de utilizar plástico, usas una barra de vidrio.

Pero los fenómenos eléctricos no sólo dan lugar a fuerzas de atracción, sino que también dan lugar a fuerzas de repulsión.

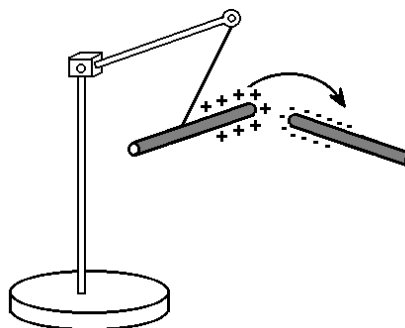
- Frota dos barritas de plástico o dos lapiceros con tu chompa de lana, cuelga una de ellas de un gancho o clavo con una cuerda y acerca la barra frotada a la barra colgada. Comprobarás que la barra colgada se separa. Esta separación se debe a la fuerza de repulsión.

- Por último, cuelga del gancho o clavo una barra de vidrio y acerca a ella la barra frotada. Observarás que la barra de vidrio se acerca a la de plástico, comprobando así que surgen fuerzas de atracción entre la barra de vidrio y la de plástico.

Así como el plástico y el vidrio adquieren carga eléctrica al ser frotados, otros cuerpos también se comportan de forma similar a estas sustancias. Esto nos dice que las propiedades adquiridas por los cuerpos al ser frotados son opuestas. Por consiguiente, se puede admitir la existencia de dos clases de electricidad, una vítrea y otra resinosa, en virtud de las experiencias primarias hechas por el hombre. Más adelante veremos cómo estas características opuestas se formalizan matemáticamente con la adición de signos de cada electrización.



Las dos barras de plástico se repelen entre sí.



La barra de vidrio y la de plástico se atraen entre sí.

Así como el plástico y el vidrio adquieren carga eléctrica al ser frotados, otros cuerpos también se comportan de forma similar a estas sustancias. Esto nos dice que las propiedades adquiridas por los cuerpos al ser frotados son opuestas. Por consiguiente, se puede admitir la existencia de dos clases de electricidad, una vítrea y otra resinosa, en virtud de las experiencias primarias hechas por el hombre. Más adelante veremos cómo estas características opuestas se formalizan matemáticamente con la adición de signos de cada electrización.

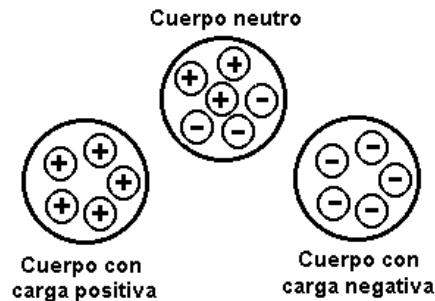
2. ¿Por qué se produce la electrización?

El comportamiento eléctrico de los cuerpos está íntimamente relacionado con la estructura de la materia. Como sabes, los cuerpos están formados por entidades elementales llamadas átomos. En los átomos existen unas partículas que poseen carga positiva, protones y otras partículas, llamadas electrones, que poseen carga negativa. Finalmente, los átomos también poseen partículas sin carga, que reciben el nombre de neutrones.

En general, los átomos poseen igual número de protones que de electrones, por lo que la carga positiva de los primeros se compensa con la negativa de los segundos. Así, el átomo, en conjunto, no posee carga eléctrica neta, y se dice que es eléctricamente neutro.

Si sometemos un cuerpo a ciertas manipulaciones, por ejemplo, frotándolo, ese cuerpo puede ganar electrones o perderlos. Es por esto que las barras de vidrio o de plástico se electrizan al frotarlas, respectivamente, con seda o con lana. Con el frotamiento, la barra de plástico gana electrones de la lana (adquiere carga negativa), y la barra de vidrio cede electrones a la seda (adquiere carga

positiva). Es decir, el tipo de carga eléctrica que un cuerpo posee está en función de que ese cuerpo tenga más o menos electrones que protones.



- Si un cuerpo tiene cantidad de carga negativa es porque ha ganado electrones de otros cuerpos y, por tanto, posee más electrones que protones.
- Si un cuerpo tiene cantidad de carga positiva es porque ha cedido electrones a otros cuerpos y, por tanto, posee menos electrones que protones.
- Carga de un electrón: $q_e = -1,6 \times 10^{-19}$ coulomb (C).
- Carga de un protón: $q_p = +1,6 \times 10^{-19}$ coulomb (C)
- Masa de un electrón: $9,1 \times 10^{-31}$ kg

3. CUANTIFICACIÓN DE LA CARGA: La cantidad de carga (q) en un cuerpo electrizado es múltiplo de la cantidad de carga fundamental e . En el proceso de electrización los cuerpos conductores ganan o pierden electrones en cantidades enteras. No ganan ni pierden protones.

$$q = \pm n \cdot e$$

n : número de electrones en exceso o defecto respecto de los protones ($n \in \mathbb{N}$)

e : cantidad de carga fundamental ($1,6 \times 10^{-19}$ C)

$$n = \frac{|q|}{e}$$

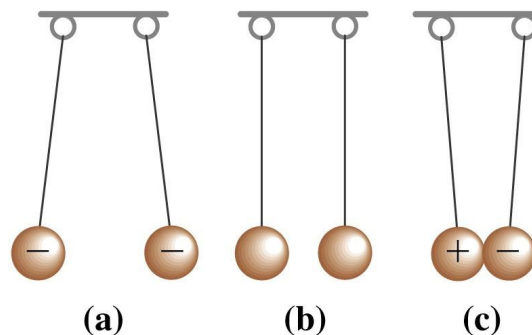
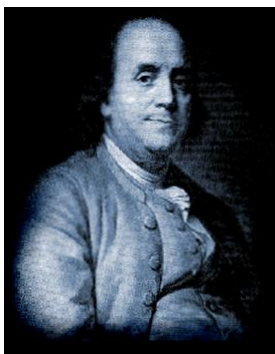
q : Cantidad de carga del cuerpo electrizado.

4. LEYES DE LA ELECTROSTÁTICA

01.- Ley Cualitativa

Enunciado por primera vez por el físico norteamericano Benjamín Franklin (1706–1790).

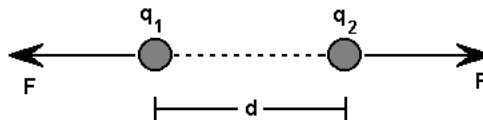
“Las cargas eléctricas del mismo signo se repelen y cargas de signos diferente se atraen”



02.- Ley Cuantitativa (Ley de Coulomb)

El físico francés **Charles Agustín de Coulomb** (1736 - 1806), utilizando una balanza de torsión, estudió las fuerzas con las que se atraían o repelían los cuerpos cargados. Éstas fueron sus conclusiones:

La fuerza (F) con la que dos cargas (q_1 y q_2) se atraen o se repelen, es directamente proporcional al producto de la cantidad de cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (d) que las separa.



$$F = \frac{K \cdot q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

La constante eléctrica “K” en el SI, se escribe así:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

Dónde: $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$

GOTA 1. Las fuerzas eléctricas aparecen sobre cada una de las dos cargas que interactúan, y son de igual magnitud e igual línea de acción, pero de sentidos opuestos.

GOTA 2. Las fuerzas eléctricas dependen de los valores de las cargas. Cuanto mayor sean esos valores, mayor será la fuerza con la que se atraerán o repelerán.

GOTA 3. Las fuerzas eléctricas dependen de la distancia que separa las cargas. Cuanto mayor sea esa distancia, menor será la fuerza entre ellas.

GOTA 4. Las fuerzas eléctricas dependen del medio en el que están situadas las cargas. No es igual la fuerza existente entre dos cargas cuando están en el vacío que cuando están en otro medio material, como el aceite o el agua.

5. ELECTRIZACIÓN DE LOS CUERPOS

I) Cuando dos cuerpos esféricos de igual radio cargados con q_1 y q_2 son puestos en contacto, se establece un flujo de electrones; al final, las esferas se reparten las cargas equitativamente cada uno con carga “Q”.

$$Q = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

II) Cuando dos esferas de radios R_1 y R_2 cargadas con q_1 y q_2 entran en contacto, las cargas se redistribuyen en las superficies esféricas en forma proporcional al cuadrado de los radios respectivos, conservándose la carga total.

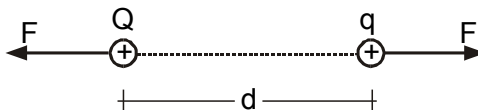
$$\frac{Q_1}{R_1^2} = \frac{Q_2}{R_2^2}$$

Si la carga final en cada esfera es Q_1 y Q_2 respectivamente, del principio de conservación de las cargas se cumple que por el Principio de conservación de las cargas eléctricas:

$$q_1 + q_2 = Q_1 + Q_2$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Dos partículas electrizadas con cantidad de carga Q y q se encuentran separadas una distancia “ d ”, se repelen mutuamente con una fuerza de módulo 100 N. Si duplicamos la cantidad de carga de una, triplicamos la cantidad de carga de la otra y reducimos la distancia a la mitad, determine el módulo de la nueva fuerza de repulsión.

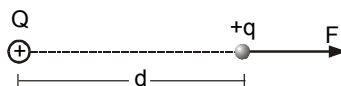
**Resolución**

Sabemos que: $F = \frac{K \cdot q \cdot Q}{d^2} = 100 \text{ N}$

La nueva fuerza de repulsión es: $F_1 = \frac{K(2q)(3Q)}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 24 \frac{KqQ}{d^2} = 2400 \text{ N}$

Respuesta: el módulo de fuerza eléctrica es 2,4 kN.

EJEMPLO 02: Se muestra dos partículas electrizadas con $Q = +80 \mu\text{C}$ y $q = +2 \mu\text{C}$ se encuentran separadas $d = 0,3 \text{ m}$. Determinar el módulo de la fuerza eléctrica que actúa sobre “ q ”.

**Resolución**

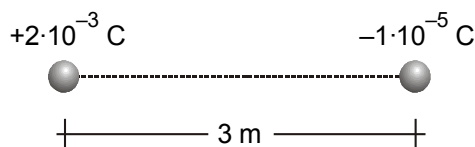
Ley de Coulomb: $F = \frac{K \cdot q \cdot Q}{d^2}$

Para determinar el módulo no se reemplaza el signo de las partículas electrizadas.

Reemplazando: $F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (2 \cdot 10^{-6}) \cdot (80 \cdot 10^{-6})}{(3 \cdot 10^{-1})^2} = 16 \text{ N}$

Respuesta: el módulo de fuerza eléctrica es 16 N.

EJEMPLO 03: Se muestra dos partículas electrizadas. Determine el módulo de la fuerza de atracción eléctrica entre las partículas.

**Resolución**

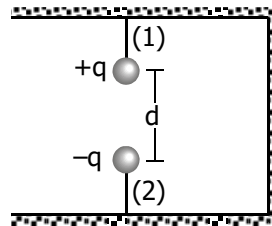
Ley de Coulomb: $F = \frac{K \cdot q \cdot Q}{d^2}$

Para determinar el módulo no se reemplaza el signo de las partículas electrizadas.

Reemplazando: $F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (2 \cdot 10^{-3}) \cdot (1,0 \cdot 10^{-5})}{(3)^2} = 20 \text{ N}$

Respuesta: el módulo de fuerza eléctrica es 20 N.

EJEMPLO 04: Se muestra dos cuerpos esféricos de masas iguales a 2 kg y electrizados con igual cantidad de carga $q = 10 \mu\text{C}$, pero con signos diferentes. Si la distancia de separación vertical es $d = 0,1 \text{ m}$. Determinar el módulo de la tensión en las cuerdas (1) y (2). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

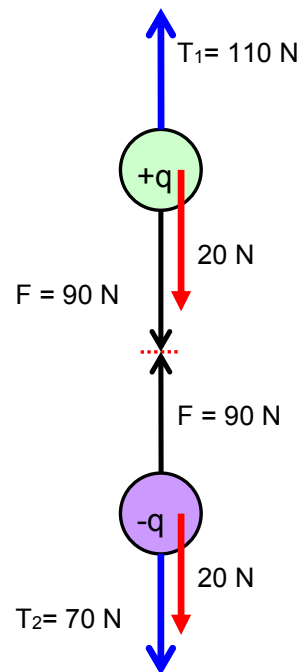


Resolución

Ley de Coulomb: $F = \frac{K \cdot q \cdot Q}{d^2}$

Para determinar el módulo no se reemplaza el signo de las partículas electrizadas.

Reemplazando: $F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (10 \cdot 10^{-6}) \cdot (10 \cdot 10^{-6})}{(10^{-1})^2} = 90 \text{ N}$



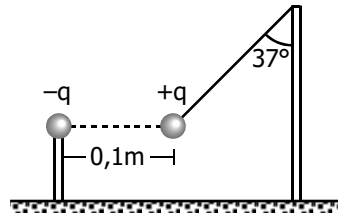
Realizamos el diagrama de cuerpo de cada esfera y luego aplicamos la primera condición de equilibrio.

Para la esfera +q: $\sum F_y = 0 \Rightarrow T_1 = 90 + 20 = 110 \text{ N}$

Para la esfera -q: $\sum F_y = 0 \Rightarrow 90 = T_2 + 20 \Rightarrow T_2 = 70 \text{ N}$

Respuesta: el módulo de fuerza tensión en los cables es 110 N y 70 N.

EJEMPLO 05: Se muestra dos esferas iguales, electrizadas con igual cantidad $q = 10^{-6} \text{ C}$ pero con signos diferentes. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda y la masa de cada esfera. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Resolución

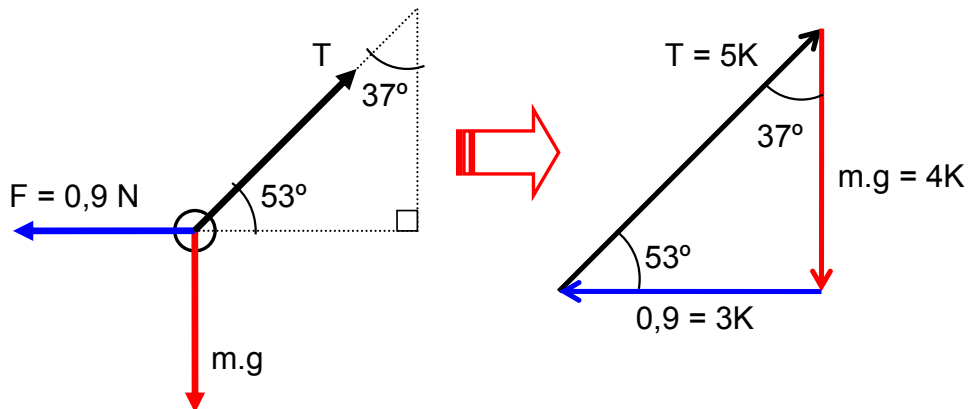
Ley de Coulomb: $F = \frac{K \cdot q \cdot Q}{d^2}$

Para determinar el módulo no se reemplaza el signo de las partículas electrizadas.

Reemplazando: $F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (10^{-6}) \cdot (10^{-6})}{(10^{-1})^2} = 0,9 \text{ N}$

Realizamos el diagrama de cuerpo de la esfera +q y luego aplicamos la primera condición de equilibrio.

Construimos el triángulo de fuerzas y resolvemos cada lado.



$$K = 0,3 \Rightarrow T = 1,5 \text{ N}$$

$$K = 0,3 \Rightarrow m \cdot 10 = 1,2 \Rightarrow m = 0,12 \text{ kg}$$

Respuesta: el módulo de fuerza tensión es 1,5 N y la masa de la esfera es 120 gramos.

EJEMPLO 06. Se electriza un cuerpo por frotamiento, luego la tela de lana de alpaca es de +0,8 C. ¿Cuántos electrones han cedido la tela?

RESOLUCIÓN

La cantidad de carga (Q) en un cuerpo electrizado es múltiplo de la cantidad de carga fundamental e. En el proceso de electrización los cuerpos conductores ganan o pierden electrones en cantidades enteras. No ganan ni pierden protones.

$$N = \frac{Q}{e} = \frac{0,8 \text{ C}}{1,6 \bullet 10^{-19} \text{ C}} = 5 \bullet 10^{18}$$

Respuesta: han cedido cinco trillones de electrones.

EJEMPLO 07. ¿Cuántos electrones deben ceder un cuerpo neutro para que quede electrizado con +1,0 C?

RESOLUCIÓN

La cantidad de carga (Q) en un cuerpo electrizado es múltiplo de la cantidad de carga fundamental e. En el proceso de electrización los cuerpos conductores ganan o pierden electrones en cantidades enteras. No ganan ni pierden protones.

$$N = \frac{Q}{e} = \frac{1,0 \text{ C}}{1,6 \bullet 10^{-19} \text{ C}} = 6,25 \bullet 10^{18}$$

enteras. No ganan ni pierden protones.

Respuesta: han cedido 6,25 trillones de electrones.

EJEMPLO 08. Dos cuerpos electrizados tiene cargas de $Q_1 = +4 \mu\text{C}$ y $Q_2 = +2 \mu\text{C}$ están situadas en el aire y separados una distancia de 30 cm. Calcular el valor de la fuerza de repulsión.

RESOLUCIÓN

La fuerza (F) con la que dos cargas (Q_1 y Q_2) se atraen o se repelen, es directamente proporcional al producto de la cantidad de cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (d) que las separa.

$$F = \frac{K \bullet Q_1 \bullet Q_2}{d^2} = \frac{(9 \bullet 10^9) \bullet (4 \bullet 10^{-6}) \bullet (2 \bullet 10^{-6})}{(0,3)^2} = 0,8 \text{ N}$$

Respuesta: el valor de la fuerza es 0,8 N

EJEMPLO 09. Dos cuerpos electrizados tiene cargas de $Q_1 = +6 \mu\text{C}$ y $Q_2 = +6 \mu\text{C}$ están situadas en el aire y separados una distancia de 2 cm. Calcular el valor de la fuerza de repulsión.

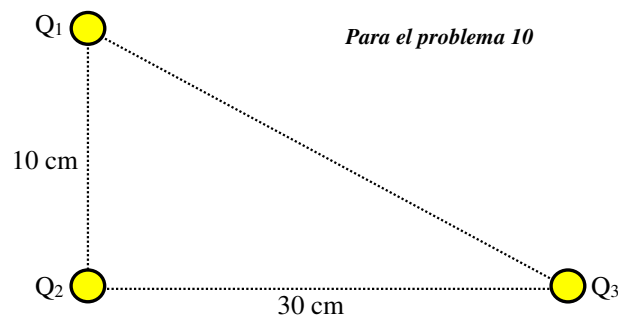
RESOLUCIÓN

La fuerza (F) con la que dos cargas (Q_1 y Q_2) se atraen o se repelen, es directamente proporcional al producto de la cantidad de cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (d) que las separa.

$$F = \frac{K \bullet Q_1 \bullet Q_2}{d^2} = \frac{(9 \bullet 10^9) \bullet (6 \bullet 10^{-6}) \bullet (6 \bullet 10^{-6})}{(0,02)^2} = 810 \text{ N}$$

Respuesta: el valor de la fuerza es 810 N

EJEMPLO 10. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1=+1 \mu\text{C}$, $Q_2=+2 \mu\text{C}$; $Q_3=+3 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo. Determine la fuerza eléctrica resultante sobre la carga $+Q_2$.



RESOLUCIÓN

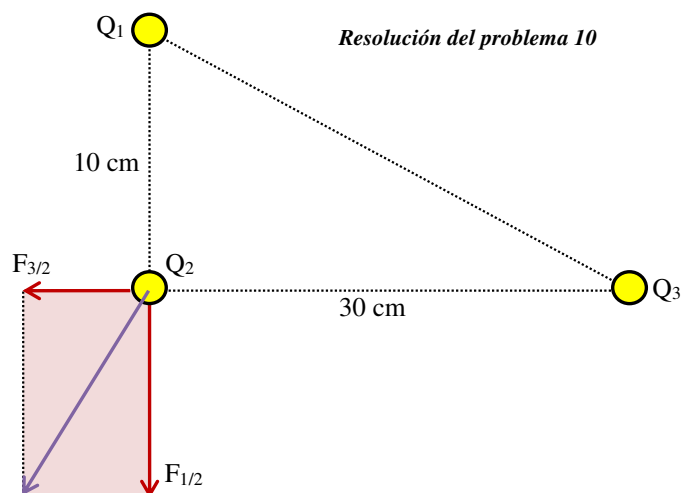
Hacemos el diagrama de cuerpo libre sobre la partícula electrizada $+Q_2$ es decir graficamos las fuerzas que actúan sobre la carga $+Q_2$.

PRIMER PASO: Cálculo de la fuerza de interacción entre las partículas Q_1 y Q_2 :

$$F_{1/2} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_2}{(d_{1/2})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (1 \cdot 10^{-6}) \cdot (2 \cdot 10^{-6})}{(0,10)^2} = 1,8 \text{ N}$$

SEGUNDO PASO: Cálculo de la fuerza de interacción entre las partículas Q_3 y Q_2 :

$$F_{3/2} = \frac{K \cdot Q_3 \cdot Q_2}{(d_{3/2})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (3 \cdot 10^{-6}) \cdot (2 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 0,6 \text{ N}$$

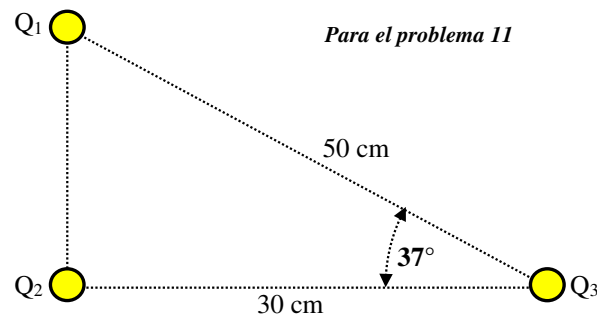


TERCER PASO: La fuerza resultante se determina aplicando el método del paralelogramo:

$$F_R = \sqrt{(F_{1/2})^2 + (F_{3/2})^2} = \sqrt{(1,8)^2 + (0,6)^2} = 0,6 \cdot \sqrt{10} = 1,9 \text{ N}$$

Respuesta: el valor de la fuerza resultante es 1,9 N.

EJEMPLO 11. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = +1 \mu\text{C}$, $Q_2 = -2 \mu\text{C}$; $Q_3 = -3 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo. Determine la fuerza eléctrica resultante sobre la carga $-Q_3$.



RESOLUCIÓN

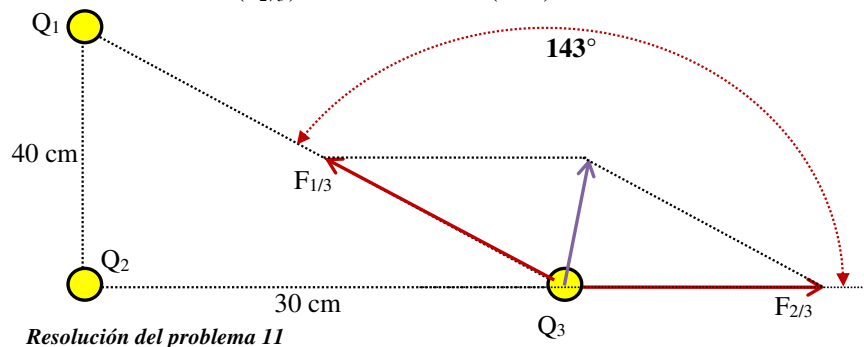
Hacemos el diagrama de cuerpo libre sobre la partícula electrizada $-Q_3$ es decir graficamos las fuerzas que actúan sobre la carga $-Q_3$.

PRIMER PASO: Cálculo de la fuerza de interacción entre las partículas Q_1 y Q_3 :

$$F_{1/3} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_3}{(d_{1/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (1 \cdot 10^{-6}) \cdot (3 \cdot 10^{-6})}{(0,50)^2} = 0,108 \text{ N}$$

SEGUNDO PASO: Cálculo de la fuerza de interacción entre las partículas Q_2 y Q_3 :

$$F_{2/3} = \frac{K \cdot Q_2 \cdot Q_3}{(d_{2/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (2 \cdot 10^{-6}) \cdot (3 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 0,6 \text{ N}$$

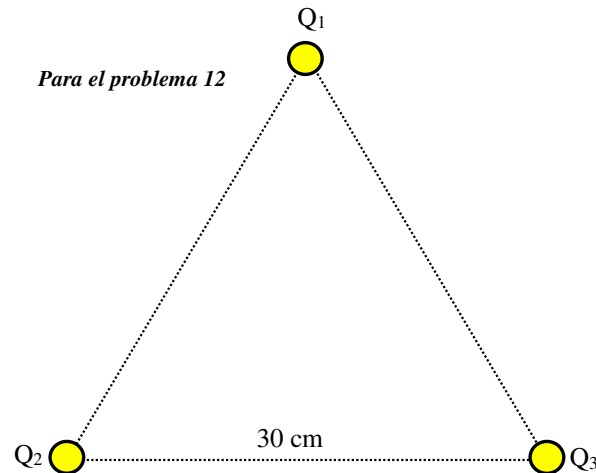


TERCER PASO: La fuerza resultante se determina aplicando el método del paralelogramo:

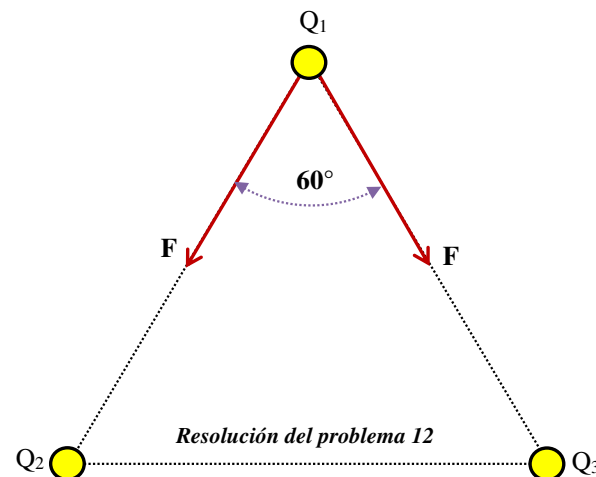
$$F_R = \sqrt{(F_{1/3})^2 + (F_{2/3})^2 + 2 \cdot (F_{1/3}) \cdot (F_{2/3}) \cdot \cos(143^\circ)} = 0,52 \text{ N}$$

Respuesta: el valor de la fuerza resultante es 0,52 N.

EJEMPLO 12. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -5 \mu\text{C}$, $Q_2 = +5 \mu\text{C}$; $Q_3 = +5 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo equilátero de lado 30 cm. Determine la fuerza eléctrica resultante sobre la carga $-Q_1$.



RESOLUCIÓN. Hacemos el diagrama de cuerpo libre sobre la partícula electrizada $-Q_1$ es decir graficamos las fuerzas que actúan sobre la carga $-Q_1$.



PRIMER PASO: Cálculo de la fuerza de interacción entre las partículas Q_1 y Q_2 :

$$F_{1/2} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_2}{(d_{1/2})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (5 \cdot 10^{-6}) \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 2,5 \text{ N}$$

SEGUNDO PASO: Cálculo de la fuerza de interacción entre las partículas Q_1 y Q_3 :

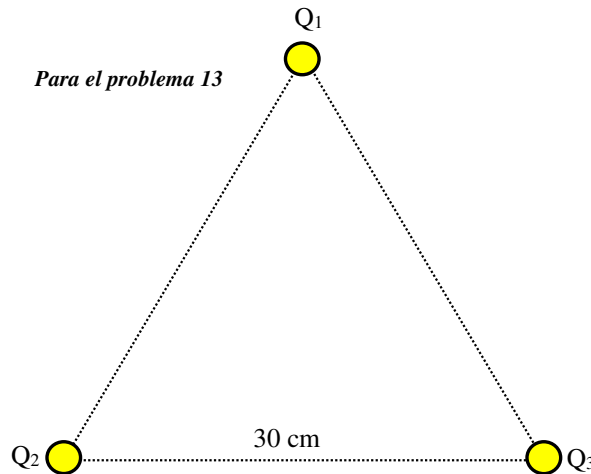
$$F_{1/3} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_3}{(d_{1/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (5 \cdot 10^{-6}) \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 2,5 \text{ N}$$

TERCER PASO: La fuerza resultante se determina aplicando el método del paralelogramo:

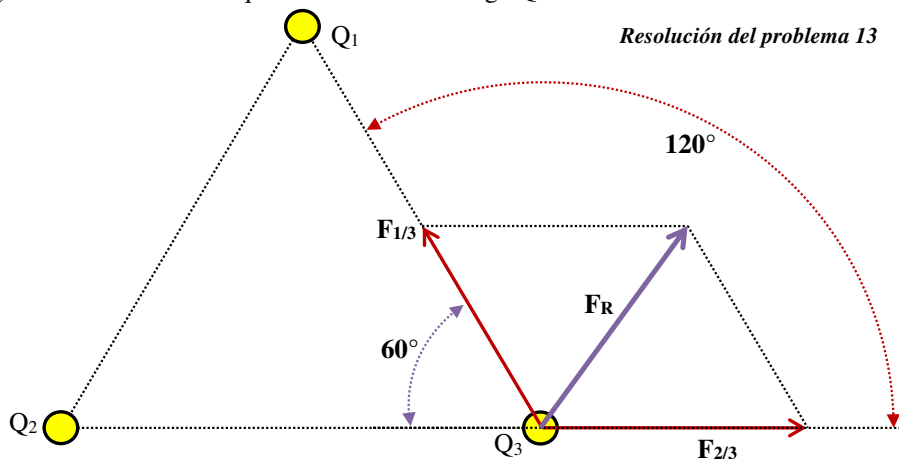
$$F_R = \sqrt{(F_{1/2})^2 + (F_{1/3})^2 + 2 \cdot (F_{1/2}) \cdot (F_{1/3}) \cdot \cos(60^\circ)} = 2,5\sqrt{3} = 4,33 \text{ N}$$

Respuesta: el valor de la fuerza resultante es 4,33 N.

EJEMPLO 13. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -5 \mu\text{C}$, $Q_2 = +5 \mu\text{C}$; $Q_3 = +5 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo equilátero de lado 30 cm. Determine la fuerza eléctrica resultante sobre la carga $+Q_3$.



RESOLUCIÓN. Hacemos el diagrama de cuerpo libre sobre la partícula electrizada Q_3 es decir graficamos las fuerzas que actúan sobre la carga Q_3 .



PRIMER PASO: Cálculo de la fuerza de interacción entre las partículas Q_1 y Q_3 :

$$F_{1/3} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_3}{(d_{1/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (5 \cdot 10^{-6}) \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 2,5 \text{ N}$$

SEGUNDO PASO: Cálculo de la fuerza de interacción entre las partículas Q_2 y Q_3 :

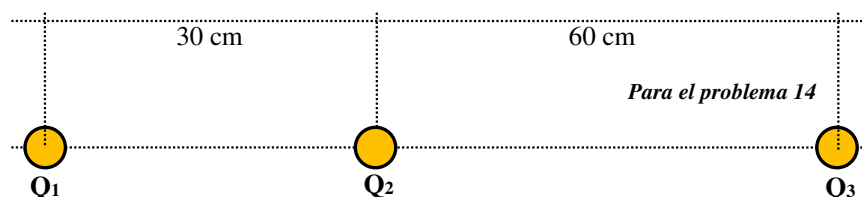
$$F_{2/3} = \frac{K \cdot Q_2 \cdot Q_3}{(d_{2/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (5 \cdot 10^{-6}) \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 2,5 \text{ N}$$

TERCER PASO: La fuerza resultante se determina aplicando el método del paralelogramo:

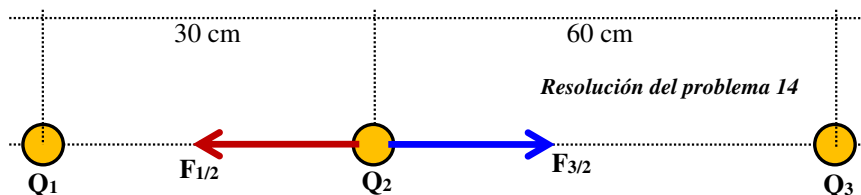
$$F_R = \sqrt{(F_{1/2})^2 + (F_{1/3})^2 + 2 \cdot (F_{1/2}) \cdot (F_{1/3}) \cdot \cos(120^\circ)} = 2,5 \text{ N}$$

Respuesta: el valor de la fuerza resultante es 2,5 N.

EJEMPLO 14. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = +50 \mu\text{C}$, $Q_2 = -50 \mu\text{C}$, $Q_3 = +50 \mu\text{C}$, se ubican sobre una línea recta separadas $d_{1/2} = 30 \text{ cm}$ y $d_{2/3} = 60 \text{ cm}$. Determine la fuerza eléctrica resultante sobre la esfera con carga Q_2 .



RESOLUCIÓN. Hacemos el diagrama de cuerpo libre sobre la partícula electrizada con carga Q_2 es decir graficamos las fuerzas que actúan sobre la carga Q_2 .



PRIMER PASO: Cálculo de la fuerza de interacción entre las partículas Q_1 y Q_2 :

$$F_{2/3} = \frac{K \cdot Q_2 \cdot Q_3}{(d_{2/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (50 \cdot 10^{-6}) \cdot (50 \cdot 10^{-6})}{(0,60)^2} = 62,5 \text{ N}$$

SEGUNDO PASO: Cálculo de la fuerza de interacción entre las partículas Q_2 y Q_3 :

$$F_{1/2} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_2}{(d_{1/2})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (50 \cdot 10^{-6}) \cdot (50 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 250 \text{ N}$$

TERCER PASO: La fuerza resultante se determina aplicando las reglas de vectores colineales con sentidos opuestos:

$$F_R = 62,5 \text{ i} - 250 \text{ i} = -187,5 \text{ i} \text{ (N)}$$

Respuesta: el valor de la fuerza resultante es 187,5 N.

EJEMPLO 15. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Si un cuerpo neutro pierde $6,25 \times 10^{18}$ electrones constituye una carga de 1,0 C.

II. Un electroscope permite establecer si un cuerpo se encuentra electrizado.

III. La carga de un electrón es proporcional a su masa.

A) VVV

B) VVF

C) VFF

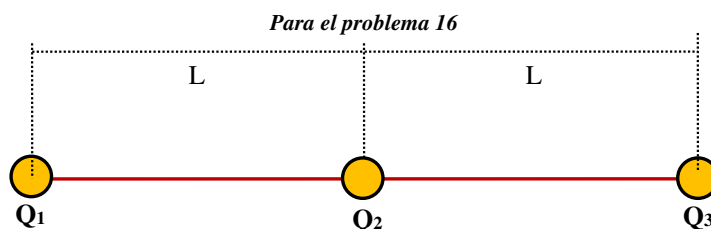
D) FFV

E) FFF

RESOLUCIÓN

- I. VERDADERO. Se verifica que $6,25 \times 10^{18}$ electrones constituye una carga de $1,0 \text{ C}$.
 II. VERDADERO. Solamente sirva para saber que está electrizado, no precisa el signo de la carga.
 III. FALSO. La cantidad de carga de un cuerpo no depende de la cantidad de masa.

EJEMPLO 16. Se muestra tres partículas electrizadas $Q_1 = 10 \text{ } \mu\text{C}$; $Q_2 = 20 \text{ } \mu\text{C}$; $Q_3 = 30 \text{ } \mu\text{C}$, dispuestos en línea recta se unen mediante hilos de longitud L . Determinar la relación en la cual se encuentran los módulos de las tensiones.



A) 11/ 27

B) 11/ 17

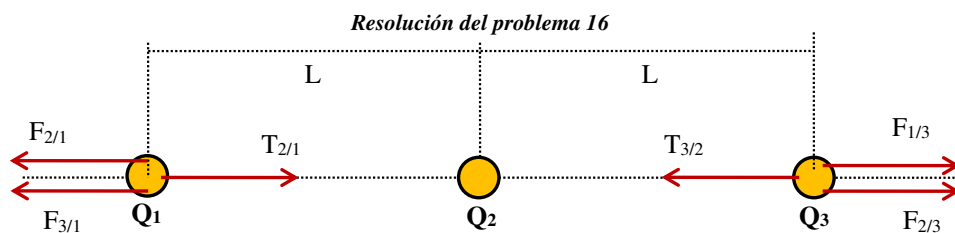
C) 11/ 37

D) 17/19

E) 17/ 29

RESOLUCIÓN

Las fuerzas de tensión y fuerzas eléctricas, son fuerzas internas cuya sumatoria de ellas es nula. Las fuerzas aparecen por pares, acción y reacción y tienen el mismo valor.



EQUILIBRIO DE LA ESFERA CON CARGA Q_1 :

$$T_{2/1} = F_{2/1} + F_{3/1} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_2}{L^2} + \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_3}{4L^2} = \frac{K}{4L^2} (4Q_1 \cdot Q_2 + Q_1 \cdot Q_3)$$

EQUILIBRIO DE LA ESFERA CON CARGA Q_3 :

$$T_{3/2} = F_{1/3} + F_{2/3} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_3}{4L^2} + \frac{K \cdot Q_2 \cdot Q_3}{L^2} = \frac{K}{4L^2} (Q_1 \cdot Q_3 + 4Q_2 \cdot Q_3)$$

La relación entre el valor de las tensiones es:

$$\frac{T_{2/1}}{T_{3/2}} = \frac{4 \cdot Q_1 \cdot Q_2 + Q_1 \cdot Q_3}{Q_1 \cdot Q_3 + 4 \cdot Q_2 \cdot Q_3}$$

Reemplazando los valores tenemos que:

$$\frac{T_{2/1}}{T_{3/2}} = \frac{4(10)(20) + (10)(30)}{(10)(30) + 4(20)(30)} = \frac{11}{27}$$

Respuesta: la relación entre las tensiones es 11/27

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Se electriza un cuerpo por frotamiento, luego la tela de lana de alpaca es de $+0,8 \text{ C}$. ¿Cuántos electrones han cedido la tela?

Respuesta: han cedido cinco trillones de electrones.

2. ¿Cuántos electrones deben ceder un cuerpo neutro para que quede electrizado con $+1,0 \text{ C}$?

Respuesta: han cedido **6,25** trillones de electrones.

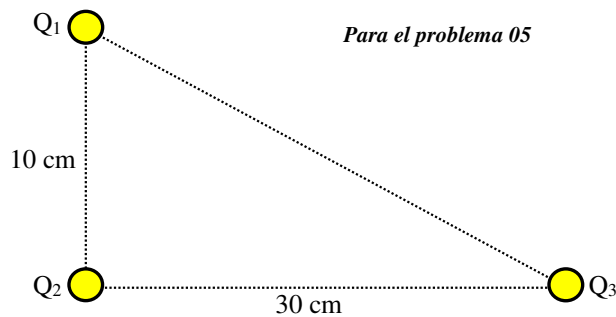
3. dos cuerpos electrizados tienen cargas de $q_1=+4 \mu\text{C}$ y $q_2=+2 \mu\text{C}$ están situadas en el aire y separados una distancia de 30 cm. calcular el valor de la fuerza de repulsión.

Respuesta: el valor de la fuerza es 0,8 N

4. Dos cuerpos electrizados tienen cargas de $q_1=+6 \mu\text{C}$ y $q_2=+6 \mu\text{C}$ están situadas en el aire y separados una distancia de 2 cm. calcular el valor de la fuerza de repulsión.

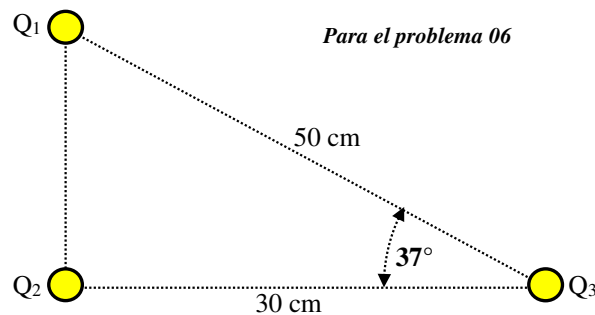
Respuesta: el valor de la fuerza es 810 N.

5. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1=+1 \mu\text{C}$, $Q_2=+2 \mu\text{C}$; $Q_3=+3 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo. determine la fuerza eléctrica resultante sobre la carga $+Q_2$.



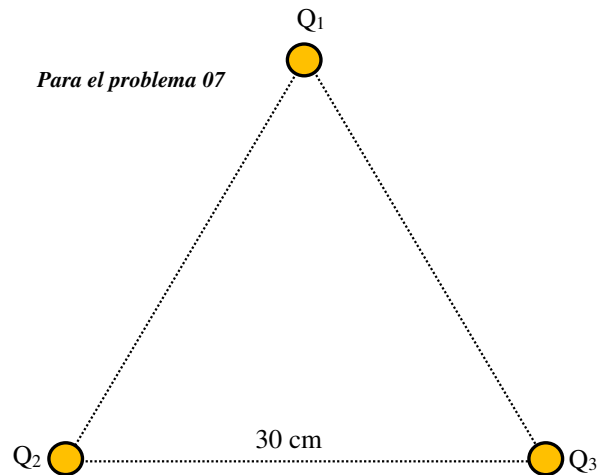
Respuesta: el valor de la fuerza resultante sobre la carga Q_2 es 1,9 N.

6. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1=+1 \mu\text{C}$, $Q_2=-2 \mu\text{C}$; $Q_3=-3 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo rectángulo. Determine la fuerza eléctrica resultante sobre la carga $-Q_3$.



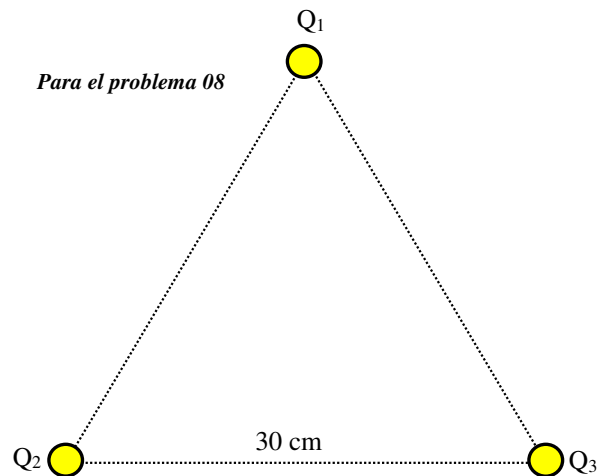
Respuesta: el valor de la fuerza resultante sobre la carga Q_3 es 0,52 N.

7. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -5 \mu\text{C}$, $Q_2 = +5 \mu\text{C}$; $Q_3 = +5 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo equilátero de lado 30 cm. Determine la fuerza eléctrica resultante sobre la carga $-Q_1$.



Respuesta: La fuerza resultante sobre Q_1 es 4,33 N.

8. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -5 \mu\text{C}$, $Q_2 = +5 \mu\text{C}$; $Q_3 = +5 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo equilátero de lado 30 cm. Determine la fuerza eléctrica resultante sobre la carga $+Q_3$.



Respuesta: La fuerza resultante sobre Q_3 es 2,5 N.

9. Dos partículas electrizadas con cantidad de carga Q y q se encuentran separadas una distancia “d”, se repelen mutuamente con una fuerza de módulo 100 N. Si duplicamos la cantidad de carga de una, triplicamos la cantidad de carga de la otra y reducimos la distancia a la mitad, determine el módulo de la nueva fuerza de repulsión.

A) 1,6 kN B) 1,6 kN C) 240 kN D) 2,4 kN E) 24 kN

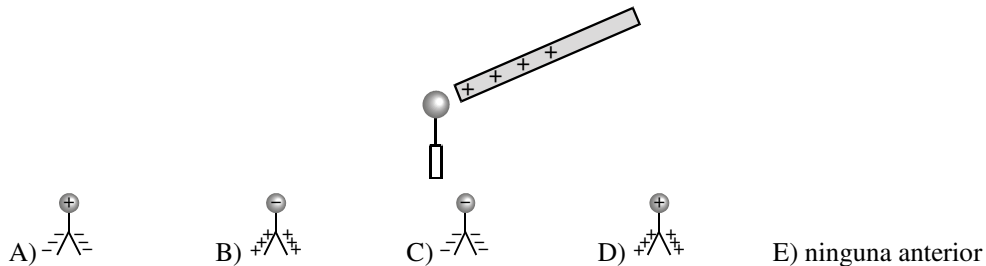
10. Se muestra dos partículas electrizadas con $Q = +80 \mu\text{C}$ y $q = +2 \mu\text{C}$ se encuentran separadas $d = 0,3 \text{ m}$. Determinar el módulo de la fuerza eléctrica que actúa sobre “q”.

A) 16 N B) 1,6 N C) 32 N D) 160 N E) 0,16 N

11. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = +50 \mu\text{C}$, $Q_2 = -50 \mu\text{C}$; $Q_3 = +50 \mu\text{C}$, se ubican sobre una línea recta separadas $d_{1/2} = 30 \text{ cm}$ y $d_{2/3} = 60 \text{ cm}$. Determine la fuerza eléctrica resultante sobre la esfera con carga Q_2 .

Respuesta: el valor de la fuerza resultante es 187,5 N.

12. Se muestra una barra electrizada positivamente, que se acerca a un electroscopio en estado neutro. Si conectamos la esfera a la Tierra brevemente y lo reconectamos, y el cuerpo inductor se aleja, ¿Cuál de las siguientes figuras representa el nuevo estado del electroscopio?

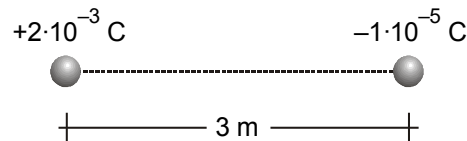


13. Señale la veracidad (v) o falsedad (f) de las siguientes proposiciones:

I. Si un cuerpo neutro pierde $6,25 \times 10^{18}$ electrones constituye una carga de 1,0 coulomb.
 II. Un electroscopio permite establecer si un cuerpo se encuentra electrizado.
 III. La carga de un electrón es proporcional a su masa.

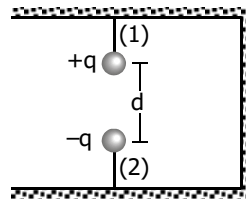
A) VVV **B) VVF** C) VFF D) FFV E) FFF

14. Se muestra dos partículas electrizadas. Determine el módulo de la fuerza de atracción eléctrica entre las partículas.



A) 16 N B) 20 N C) 200 N D) 160 N E) 2 N

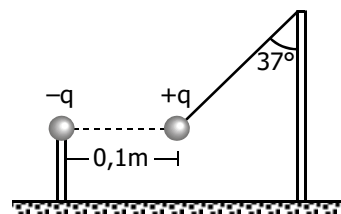
15. Se muestra dos cuerpos esféricos de masas iguales 2 kg y electrizados con igual cantidad $q = 10 \mu\text{C}$, pero con signos diferentes. Si la distancia de separación vertical es $d = 0,1 \text{ m}$. Determinar el módulo de la tensión en las cuerdas (1) y (2). $g = 10 \text{ m/s}^2$



- A) 110 N y 70 N B) 100 N y 70 N C) 110 N y 90 N
D) 110 N y 80 N E) 110 N y 60 N

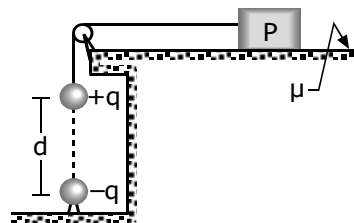
16. Se muestra dos esferas iguales, electrizadas con igual cantidad $q = 10^{-5} \text{ C}$ pero con signos diferentes. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda y la masa de cada esfera.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)



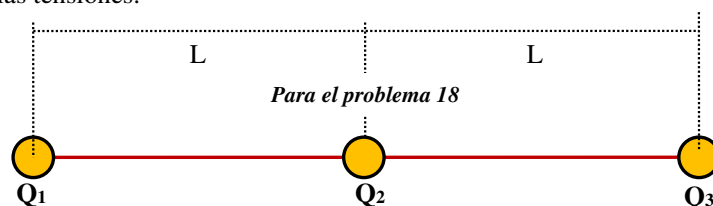
- A) 150 N y 12 kg B) 100 N y 12 kg C) 110 N y 12 kg
D) 150 N y 10 kg E) 150 N y 2 kg

17. Se muestra dos esferas puntuales electrizadas con igual cantidad $q = 10^{-4} \text{ C}$, pero de signos diferentes y masas despreciables, separados una distancia vertical $d = 1 \text{ m}$. sabiendo que existe rozamiento entre el bloque P y el plano horizontal con coeficiente de rozamiento estático 0,5. Determinar la masa del bloque sabiendo que esta pronto a moverse. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



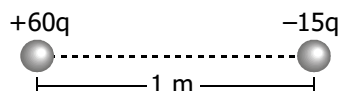
- A) 18 kg B) 16 kg C) 14 kg D) 12 kg E) 10 kg

18. Se muestra tres partículas electrizadas $Q_1 = 10 \mu\text{C}$; $Q_2 = 20 \mu\text{C}$; $Q_3 = 30 \mu\text{C}$, dispuestos en línea recta se unen mediante hilos de longitud L. Determinar la relación en la cual se encuentran los módulos de las tensiones.



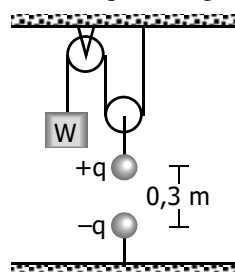
- A) 11/ 27 B) 11/ 17 C) 11/ 37 D) 17/19 E) 17/ 29

19. ¿A qué distancia del cuerpo electrizado con signo positivo debe colocarse un tercer cuerpo electrizado sobre la recta horizontal, de tal modo que la fuerza resultante eléctrica sea nula sobre el tercer cuerpo?



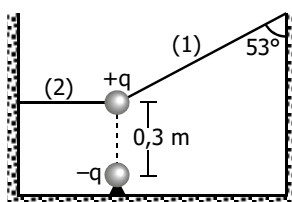
- A) 1 m a la derecha B) 2 m a la derecha C) 1 m a la izquierda
D) 2 m a la izquierda E) 0,5 m a la derecha

20. Se muestra un sistema mecánico en equilibrio, donde cada esfera tiene masa de 1 kg y electrizados con cantidad $q = 10^{-5}$ C pero con signos diferentes. Sabiendo que la polea móvil tiene masa de 3 kg, determinar la masa del bloque W. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A) 1,8 kg B) 1,6 kg C) 1,4 kg D) 1,2 kg E) 2,5 kg

21. Se muestra dos esferas idénticas de masa 0,5 kg cada una y electrizados con igual cantidad de carga ($q = 10^{-5}$ C) pero con signos diferentes. Determinar el módulo de la tensión en las cuerdas (1) y (2). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A) 25 N y 20 N B) 25 N y 25 N C) 20 N y 20 N
D) 25 N y 300 N E) 15 N y 20 N

22. Las laminillas de un electroscope se encuentran inicialmente separadas, si luego se aproxima una varilla sin tocar al electroscope, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

23. I. Si la varilla tiene carga negativa, entonces se observa que las laminillas se separan aún más; entonces el electroscope tiene carga positiva.
24. II. Si la varilla tiene carga positiva, se observa que las laminillas disminuyen su separación; entonces, el electroscope tiene carga negativa.

25. III. Si la varilla no tiene carga, al acercarle al electroscope adquiere carga inducida y las laminillas reducen su separación.

A) VVV B) VVF C) FVF D) VFV E) FFF

26. En el principio de conservación de la carga en una consecuencia de:

I. Principio de conservación de la masa.

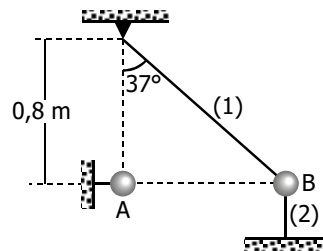
II. Principio de conservación de la energía

III. Principio de conservación de la cantidad de movimiento y de la ley de coulomb.

¿cuál (es) de las proposiciones son correctas?

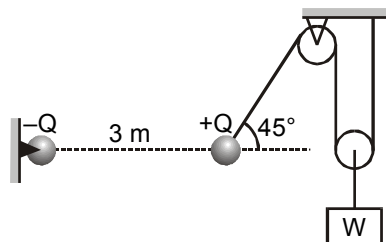
A) sólo I b) sólo II c) sólo III d) todas e) ninguna

27. Si la esfera B de masa 3 kg y está electrizada con $+40 \mu\text{C}$. Determinar la cantidad de carga de la esfera A para que el módulo de la tensión en la cuerda (1) sea el doble del valor de la tensión de la cuerda (2). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



A) $+30 \mu$ B) $+40 \mu\text{C}$ C) $+50 \mu\text{C}$ D) $+60 \mu\text{C}$ E) $+80 \mu\text{C}$

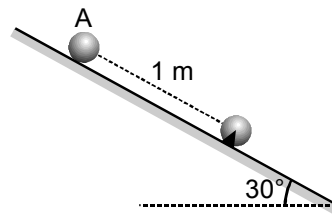
28. Se muestra dos partículas electrizadas de igual cantidad de carga y signos diferentes ($Q = 200 \mu\text{C}$), en equilibrio. Determine la masa del bloque W sabiendo que la polea móvil tiene masa despreciable. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



A) 11,3 kg B) 10,6 kg C) 10,4 kg D) 10,2 kg E) 12,3 kg

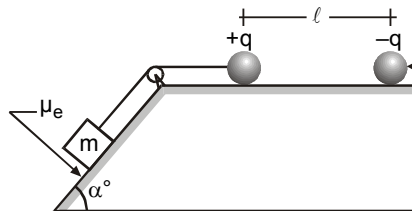
29. Se muestra dos partículas idénticas electrizadas con igual cantidad de carga ($Q = +100 \mu\text{C}$), en equilibrio, sobre un plano inclinado liso y aislante. Determine la masa de la esfera A.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)



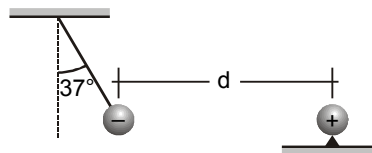
- A) 12 kg B) 14 kg C) 16 kg D) 18 kg E) 20 kg

30. Se muestra dos partículas electrizadas con igual cantidad de carga ($q = 10^{-4}$ C) pero signos diferentes, sobre una superficie lisa, mientras que el bloque de 10 kg se encuentra sobre una superficie rugosa cuyo coeficiente de rozamiento estático es 0,5. Sabiendo que $\alpha = 37^\circ$, determine la distancia mínima "l" entre las partículas electrizadas para conseguir el equilibrio. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



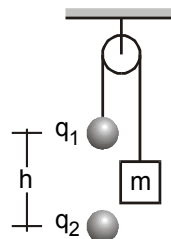
- A) 1,41 m B) 1,73 m C) 1 m D) 1,5 m E) 2 m

31. Se muestra dos partículas idénticas de 4 kg y electrizadas con igual cantidad de carga eléctrica ($Q = 100 \mu\text{C}$) pero signos diferentes. Determine la distancia de separación "d" entre las esferas. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



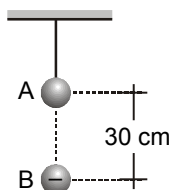
- A) 1,41 m B) 1,73 m C) 1 m D) 1,5 m E) 2 m

32. Se muestra dos esferas de masas iguales y electrizadas ($q_1 = -10 \mu\text{C}$, $q_2 = +20 \mu\text{C}$). Sabiendo que la distancia de separación vertical es $h = 0,3 \text{ m}$; determine la masa de la esfera ($+q_2$) que se encuentra en reposo en el aire. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



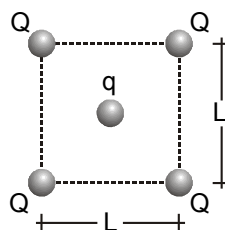
- A) 1 kg B) 2 kg C) 0,5 kg D) 1,5 kg E) 2,5 kg

33. Se muestra dos esferas de masas iguales y electrizadas ($Q_A = +10 \mu\text{C}$, $Q_B = -20 \mu\text{C}$). Sabiendo que la distancia de separación vertical es 0,3 m; determine la masa de la esfera B que se encuentra en reposo en el aire. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- A) 1 kg B) 2 kg C) 0,5 kg D) 1,5 kg E) 2,5 kg

34. Se muestra cuatro partículas electrizadas en los vértices de cuadrado de lado “L”. Determine el módulo y signo de la cantidad de carga de la esfera colocada en el centro del cuadrado, tal que, cualquier cuerpo “Q” permanezca en equilibrio en un plano horizontal libre de fricción.



- A) -1,71Q B) -2,71 Q C) +0,5Q D) +1,71 Q E) -2,5Q

35. Cuando se frota plástico con franela, ¿cuál de las siguientes proposiciones son correctas?
- El plástico se electriza, por ello al acercarlo a un electroscopio, las laminillas de éste se separan.
 - La franela no se electriza, por ello al acercarlo a un electroscopio, las laminillas de éste no se separan.
 - La ley de conservación de las cargas eléctricas no se cumple en este proceso.
- A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III D) I y II E) Todas

36. Respecto de la ley de Coulomb, ¿cuál de las siguientes proposiciones son correctas?

- Está definida solo para cuerpos electrizados puntuales
- La presencia de una tercera carga, produce un cambio en la fuerza de interacción entre las dos primeras cargas.
- El valor de $K = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2}$ depender del medio dieléctrico donde se encuentran los cuerpos electrizados.

- A) Sólo I B) Sólo I y II C) Sólo I y III D) Sólo II E) Todas

37. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- La carga eléctrica es una cantidad física fundamental.
- La carga eléctrica es una cantidad física que se encuentra en forma continua.
- Puesto que cargas del mismo signo se repelen, las cargas positivas del núcleo permanecen unidas debido a fuerzas más intensas que las eléctricas.

- A) VVF B) FFF C) FVV D) VFV E) FVF

38. En un experimento en el laboratorio, se cargan a tres cuerpos encontrándose los siguientes valores.

$$Q_1 = 16 \times 10^{-22} \text{ C}$$

$$Q_2 = 32 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$Q_3 = 5 \times 10^{-19} \text{ C}$$

¿Cuál de las cargas Q_1 , Q_2 y Q_3 de los cuerpos fueron medidas correctamente?

- A) Solo Q_1 B) Solo Q_2 C) Solo Q_3 D) Q_1 y Q_2 E) Q_2 y Q_3

39. Respecto a la ley de Coulomb cuáles de las siguientes proposiciones son correctas.

I. Está definida para cargas puntuales.

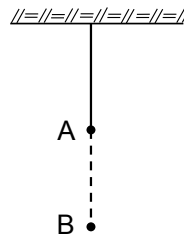
II. La presencia de una tercera carga produce un cambio en la fuerza eléctrica entre las dos primeras.

III. El valor de la constante depende exclusivamente del sistema de unidades.

- A) Solo I B) I y II C) I y III D) Todas E) Solo II

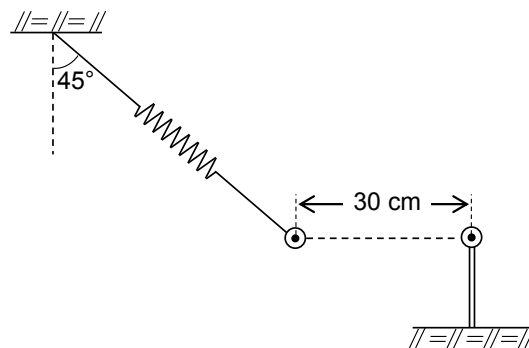
40. La figura muestra dos esferitas metálicas A y B muy pequeñas, de igual masa 100 gramos, cargadas con igual magnitud, pero de signos opuestos. La esferita A está suspendida de un hilo aislante y la esferita B está en equilibrio estático 2 cm debajo de la esferita A. La magnitud de las cargas que tiene cada esferita, en 10^{-8} C , y la tensión en el hilo, en 10^{-3} N , respectivamente son:

$$(k = 9,0 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2 ; g = 9,8 \text{ m/s}^2)$$



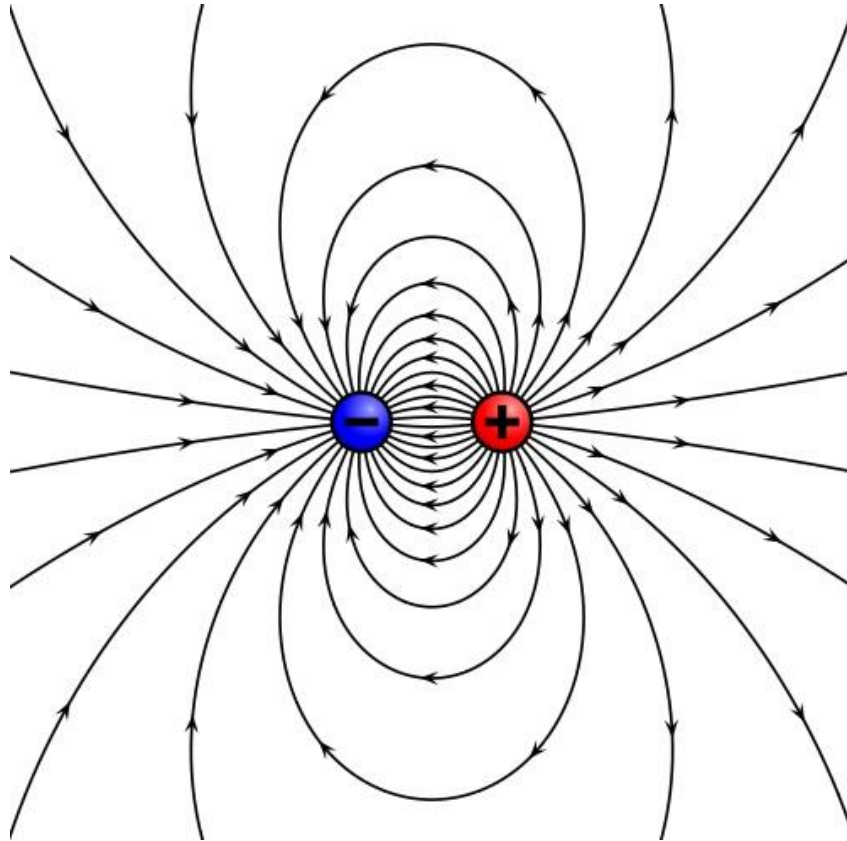
- A) 47 ; 49,0 B) 4,7 ; 98,0 C) 47 ; 98,0 D) 4,7 ; 49,0 E) 47 ; 196,0

41. En el sistema en equilibrio mostrado las cargas son de igual magnitud y tienen una masa de 100 gramos cada una. Halle la carga de una de ellas (en coulomb) si los elementos que las sostienen son aislantes.



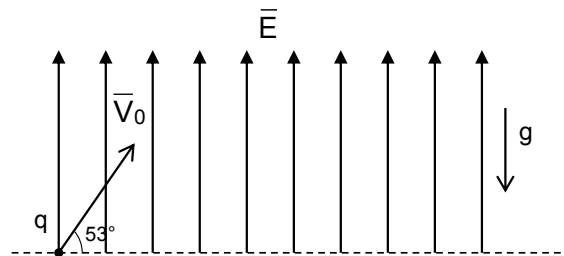
- A) 3×10^{-5} B) -10^{-5} C) -10^{-6} D) 10^{-3} E) ninguna

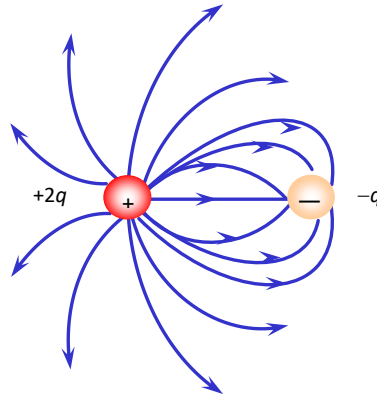
CAMPO ELÉCTRICO



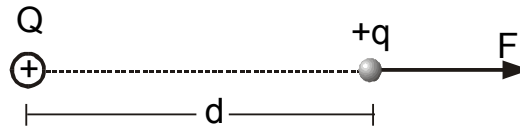
1. CONCEPTO DE CAMPO ELÉCTRICO. Toda partícula electrizada altera las propiedades del espacio que la rodea, el mismo que adquiere una “sensibilidad eléctrica” que se pone de manifiesto cuando otra partícula electrizada ingresa a esta región. Así, llamamos CAMPO ELECTRICO a aquella región del espacio que rodea a toda partícula electrizada (cuerpos electrizados, electrones y protones), lugar en el cual deja sentir su efecto sobre otras partículas electrizadas.

GOTA. El campo eléctrico es un agente transmisor de fuerzas.





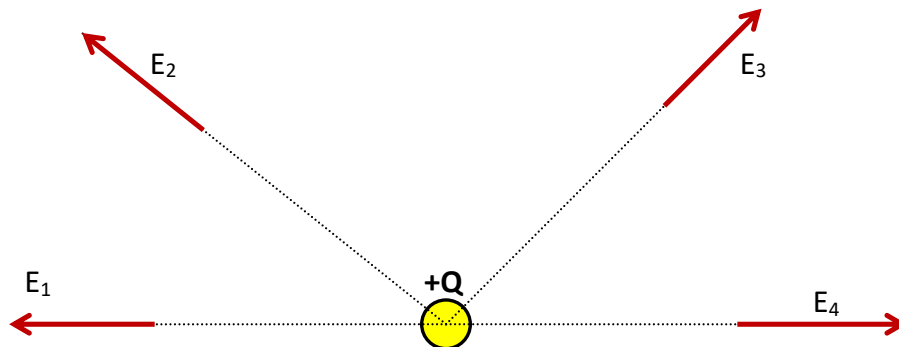
2. INTENSIDAD DEL CAMPO ELÉCTRICO. Es aquella **magnitud vectorial**, que sirve para describir el campo eléctrico. Su valor se define como la fuerza eléctrica resultante que actúa por cada unidad de carga positiva $+q_0$ en un punto del espacio.



Definición:
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Ley de Coulomb:
$$F = \frac{KQ \cdot q_0}{d^2}$$

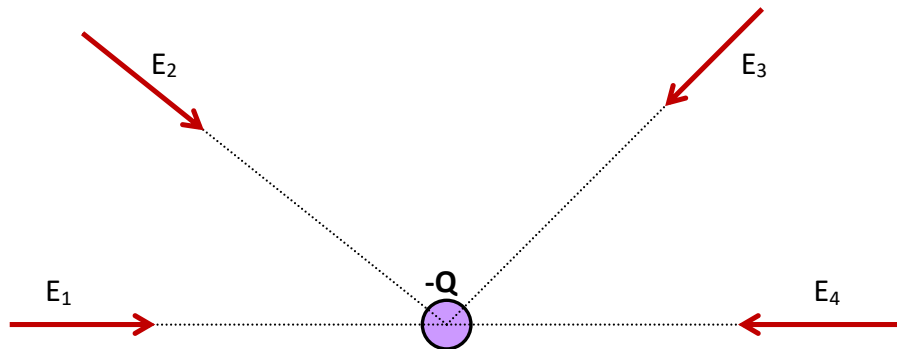
Reemplazando en la definición:



$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{\frac{K \cdot Q \cdot q_0}{d^2}}{q_0} = \frac{KQ}{d^2}$$

En general: $E = \frac{K \cdot Q}{d^2}$

Observe la dirección de las líneas de fuerza cuando la carga creadora se positiva y cuando la cantidad de carga es negativa.



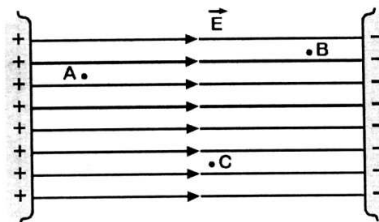
Unidades: $\frac{N}{C}$, $\frac{V}{m}$

3. LÍNEAS DE FUERZA. Las líneas de fuerza representan geoméricamente un campo eléctrico. Fueron ideadas por el físico inglés **Michael Faraday** (1791 – 1867). Convencionalmente las líneas de fuerza salen de las partículas electrizadas positivas e ingresan a las partículas electrizadas negativamente.

GOTA 1. Las líneas de fuerza son continuas, no se cortan entre sí, debido a la unicidad del campo eléctrico en un punto.

GOTA 2. La intensidad del campo eléctrico en un punto se representa por un vector tangente a la línea de fuerza.

4. CAMPO ELÉCTRICO HOMOGÉNEO. Un campo eléctrico cuya intensidad es igual en todos los puntos del espacio se llama campo eléctrico homogéneo o uniforme. El campo eléctrico homogéneo se representa mediante líneas de fuerza paralelas.



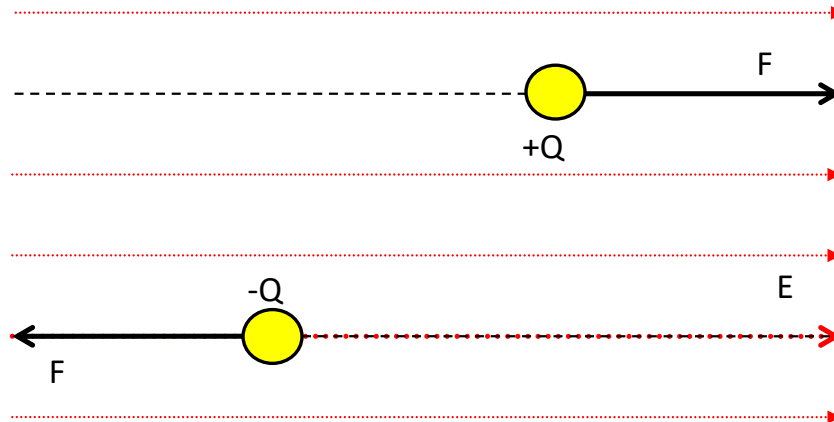
$$\vec{E}_A = \vec{E}_B = \vec{E}_C = \text{constante}$$

5. FUERZA ELÉCTRICA. Dentro de un campo eléctrico homogéneo, si la partícula electrizada es positiva $q (+)$ la fuerza y las líneas de fuerza tienen la misma dirección. Si la partícula electrizada es negativa $q (-)$ la fuerza y las líneas de fuerza tienen direcciones opuestas.

GOTA 1. El módulo de la fuerza es igual al producto de la cantidad de carga de la partícula electrizada por el módulo de la intensidad del campo eléctrico.

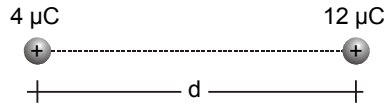
$$F = q.E$$

GOTA 2. Para determinar la dirección de la fuerza eléctrica se debe tener en cuenta el signo de la partícula electrizada.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: El módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto medio de la línea recta que separa a las partículas electrizadas es 18 kN/C. Determine la distancia “d”.



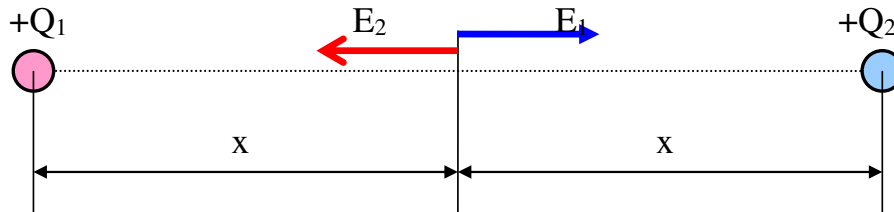
- A) 2 m B) 1 m C) 4 m D) 3 m E) 6 m

Resolución

Cálculo de la intensidad del campo eléctrico a la distancia $x = d/2$ de cada partícula electrizada.

$$E_1 = \frac{K \cdot Q_1}{d_1^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (4 \cdot 10^{-6})}{x^2} = \frac{36 \cdot 10^3}{x^2}$$

$$E_2 = \frac{K \cdot Q_2}{d_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (12 \cdot 10^{-6})}{x^2} = \frac{108 \cdot 10^3}{x^2}$$



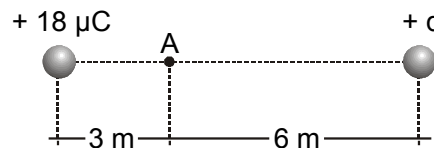
Sabemos que: $E_2 - E_1 = 18000 \frac{N}{C}$

$$\frac{108 \cdot 10^3}{x^2} - \frac{36 \cdot 10^3}{x^2} = 18000 \frac{N}{C}$$

$$\frac{72 \cdot 10^3}{x^2} = 18000 \Rightarrow x = 2 \text{ m}$$

Respuesta: la distancia de separación entre las partículas electrizadas es 4 metros.

EJEMPLO 02: Se muestra dos partículas electrizadas fijas. Sabiendo que la intensidad de campo eléctrica resultante en A es nula, determine la cantidad de carga “q”.



- A) +30 μ B) +40 μC C) +50 μC D) +60 μC E) +72 μC

RESOLUCIÓN

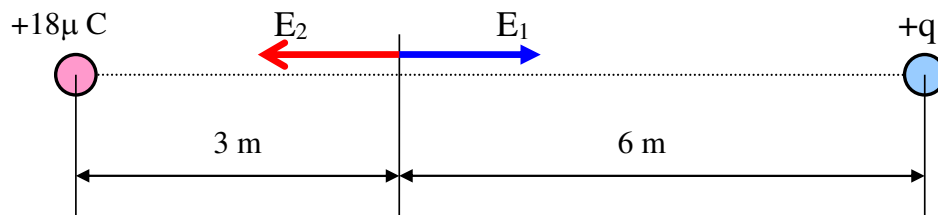
Cálculo de la intensidad del campo eléctrico en el punto A, de cada partícula electrizada.

$$E_1 = \frac{K \cdot Q_1}{d_1^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (18 \cdot 10^{-6})}{3^2} = 18 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = \frac{K \cdot Q_2}{d_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (q)}{6^2} = \frac{q \cdot 10^9}{4}$$

La intensidad del campo eléctrico resultante en el punto A es nula:

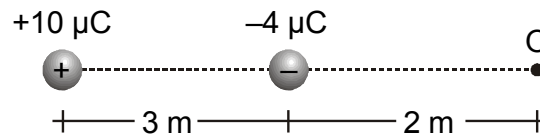
Sabemos que: $E_2 - E_1 = 0 \Rightarrow E_1 = E_2$



$$18 \cdot 10^3 = \frac{q \cdot 10^9}{4} \Rightarrow q = +72 \cdot 10^{-6} C$$

Respuesta: la cantidad de carga de la partícula electrizada es 72 microcoulomb.

EJEMPLO 03: Se muestra dos partículas electrizadas fijas. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto "O".



A) 5,4 kN/C

B) 2,5 kN/C

C) 3,5 kN/C

D) 4,5 kN/C

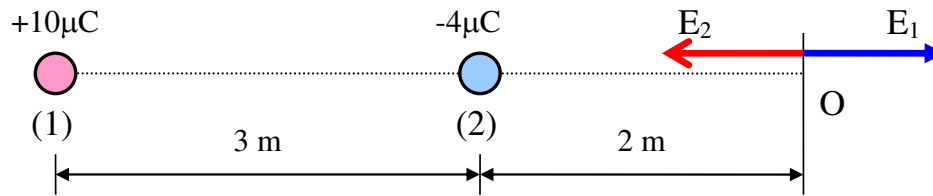
E) 8,5 kN/C

Resolución

Cálculo de la intensidad del campo eléctrico, de cada partícula electrizada.

$$E_1 = \frac{K \cdot Q_1}{d_1^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (10 \cdot 10^{-6})}{5^2} = 3,6 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = \frac{K \cdot Q_2}{d_2^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (4 \cdot 10^{-6})}{2^2} = 9 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

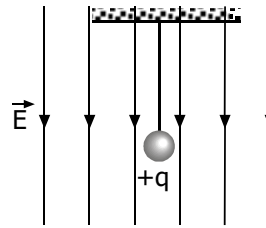


La intensidad resultante es: $E_2 - E_1 = 5,4 \cdot 10^3 \frac{N}{C} (\leftarrow)$

La dirección del campo es de derecha hacia la izquierda.

Respuesta: el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto O es 5,4 kN/C.

EJEMPLO 04: Una esfera de masa 0,2 kg y electrizada con cantidad de carga eléctrica $q = +30 \mu C$ está suspendida del techo mediante un hilo aislante dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de módulo $E = 600 \text{ kN/C}$. determinar el módulo de la tensión en la cuerda. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



A) 2 N

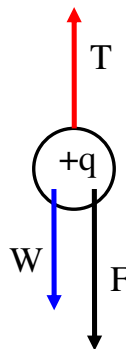
B) 1 N

C) 10 N

D) 20 N

E) 60 N

RESOLUCIÓN



Si la partícula electrizada es positiva $q (+)$ la fuerza y las líneas de fuerza tienen la misma dirección. La fuerza eléctrica debido al campo tiene dirección vertical hacia abajo.

$$F = q \cdot E \Rightarrow F = (30 \cdot 10^{-6} C) \cdot (600\,000 \frac{N}{C}) = 18 N$$

Calculo de la fuerza de gravedad:

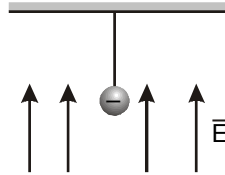
$$W = m \cdot g \Rightarrow W = (0,2 \text{ kg}) \cdot (10 \frac{N}{kg}) = 2 N$$

Cálculo del módulo de la tensión en la cuerda:

$$T = F + W \Rightarrow T = 18\text{ N} + 2\text{ N} = 20\text{ N}$$

Respuesta: el módulo de la tensión en la cuerda es 20 newtons.

EJEMPLO 05: Se muestra un campo eléctrico uniforme y homogéneo de módulo $E = 4\text{ kN/C}$, sabiendo que la esfera de 600 gramos y cantidad de carga eléctrica $-2.10^{-3}\text{ coulomb}$ se encuentra en equilibrio. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda aislante que sostiene a la esfera. ($g = 10\text{ m/s}^2$)



A) 7 N

B) 14 N

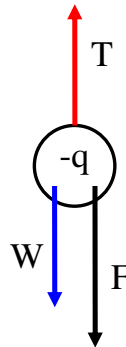
C) 28 N

D) 21 N

E) 35 N

Resolución

Si la partícula electrizada es negativa q (-) la fuerza y las líneas de fuerza tienen direcciones opuestas. La fuerza eléctrica debido al campo tiene dirección vertical hacia abajo.



$$F = q.E \Rightarrow F = (2.10^{-3}\text{ C}).(4\,000\frac{\text{N}}{\text{C}}) = 8\text{ N}$$

Cálculo de la fuerza de gravedad:

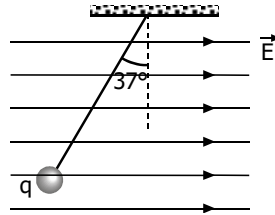
$$W = m.g \Rightarrow W = (0,6\text{ kg}).(10\frac{\text{N}}{\text{kg}}) = 6\text{ N}$$

Cálculo del módulo de la tensión en la cuerda:

$$T = F + W \Rightarrow T = 8\text{ N} + 6\text{ N} = 14\text{ N}$$

Respuesta: el módulo de la tensión en la cuerda es 14 newtons.

EJEMPLO 06: Una esfera de 4 gramos y electrizada con cantidad de carga $q = -10^{-6}\text{ C}$ suspendida desde el techo mediante un hilo aislante, dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo. Sabiendo que la esfera se encuentra en equilibrio, determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico. ($g = 10\text{ m/s}^2$)



A) 3 kN/C

B) 2 kN/C

C) 30 kN/C

D) 4 kN/C

E) 5 kN/C

Resolución

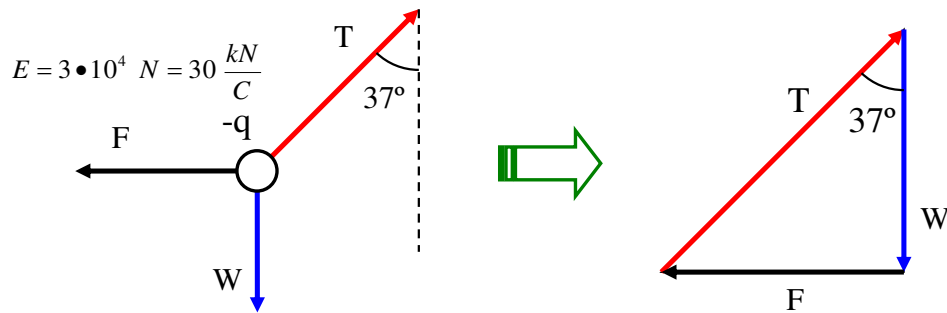
Si la partícula electrizada es negativa q (-) la fuerza y las líneas de fuerza tienen direcciones opuestas. La fuerza eléctrica debido al campo tiene dirección horizontal hacia la izquierda.

$$F = q.E \Rightarrow F = (10^{-6} C).E$$

Cálculo de la fuerza de gravedad:

$$W = m.g \Rightarrow W = (0,004 \text{ kg}).\left(10 \frac{N}{kg}\right) = 0,04 N$$

Haciendo el diagrama de cuerpo libre de la esfera:

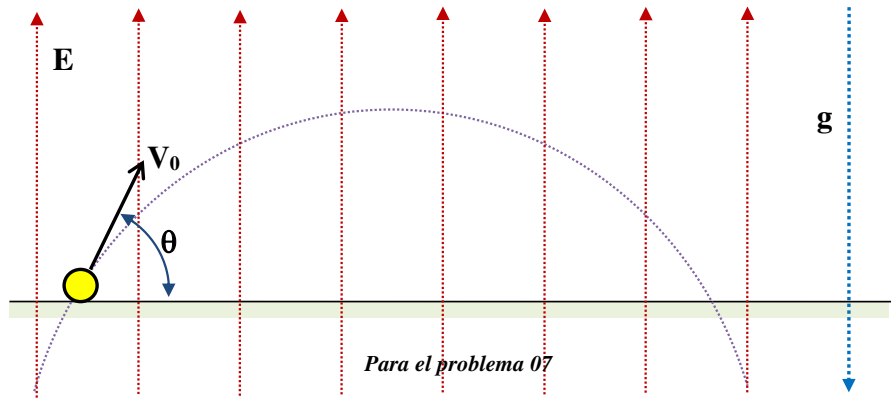


Resolviendo el triángulo de fuerzas:

$$\text{Tg } 37^\circ = \frac{F}{W} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{10^{-6}.E}{0,04}$$

Respuesta: el módulo de la intensidad del campo eléctrico es 30 kN/C.

EJEMPLO 07. Una esfera de 500 gramos y 10^{-5} C de carga, se lanza con una rapidez inicial $V_0 = 30$ m/s y con un ángulo de 53° respecto a la horizontal, en una región donde existe un campo eléctrico vertical de 2×10^5 N/C. Determine la altura máxima que alcanza (en m). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



A) 4

B) 12

C) 28

D) 35

E) 48

RESOLUCIÓN

La velocidad de lanzamiento dentro del campo eléctrico y campo gravitacional:

$$V_0 = (30 \cdot \cos 53^\circ + 30 \cdot \sin 53^\circ) = 18 \, i + 24 \, j \, (\text{m/s})$$

Cálculo de la aceleración aplicando la Segunda ley de Newton. La dirección de la aceleración en el eje vertical es hacia abajo.

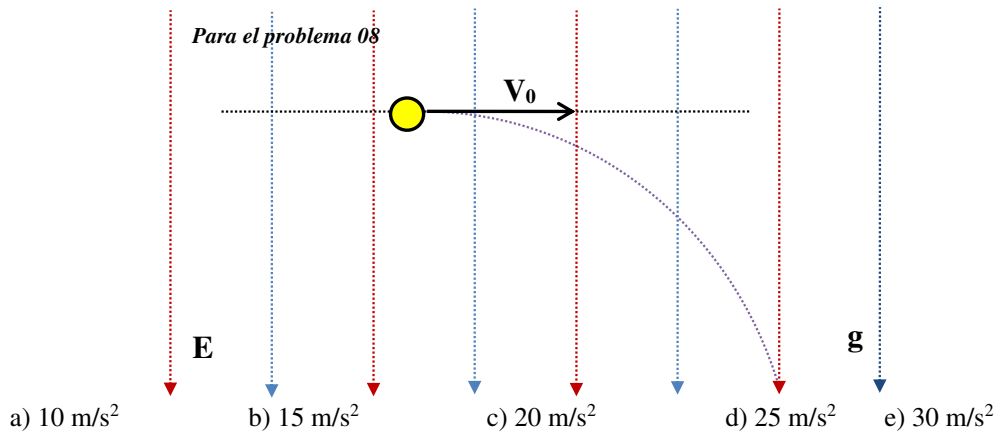
$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{m \cdot g - q \cdot E}{m} = g - \frac{q \cdot E}{m} = 6 \, \text{m.s}^{-2}$$

La altura máxima se determina aplicando la formula análoga de caída libre vertical:

$$H = \frac{(V_y)^2}{2 \cdot a_y} = \frac{(24)^2}{2 \cdot (6)} = 48 \, \text{m}$$

Respuesta: la altura máxima es 48 m.

EJEMPLO 08. Una esfera pequeña de 80 gramos y cantidad de carga $q = 20 \mu\text{C}$ se dispara horizontalmente con rapidez $V_0 = 600 \text{ m/s}$ dentro de un campo uniforme y homogéneo de intensidad $E = 40 \text{ kN/C}$. Considerando el módulo de la intensidad del campo gravitatorio $g = 10 \text{ m/s}^2$, determinar el módulo de la aceleración de la esfera.



RESOLUCIÓN

Cálculo de la aceleración aplicando la Segunda ley de Newton. La dirección de la aceleración en el eje vertical es hacia abajo.

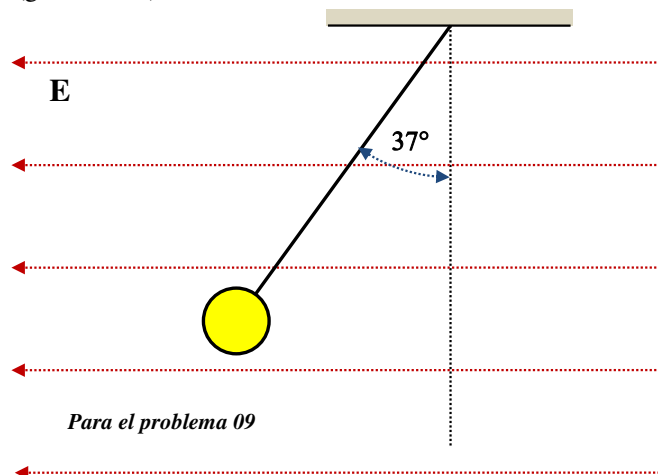
$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{m \cdot g + q \cdot E}{m} = g + \frac{q \cdot E}{m}$$

Reemplazando los valores tenemos que,

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{m \cdot g + q \cdot E}{m} = g + \frac{q \cdot E}{m} = 20 \text{ m.s}^{-2}$$

Respuesta: el valor de la aceleración vertical es 20 m.s^{-2}

EJEMPLO 09. Una esfera de 4 gramos y electrizada con cantidad de carga $q = +10^{-6} \text{ C}$ suspendida desde el techo mediante un hilo aislante, dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo. Sabiendo que la esfera se encuentra en equilibrio, determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico (en kN/C). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

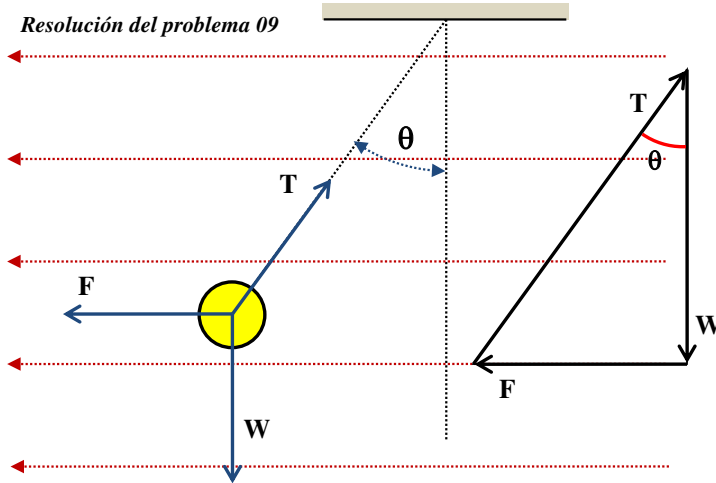


- A) 100 B) 200 C) 300 D) 400 **E) 30**

RESOLUCIÓN

Hacemos el diagrama del cuerpo libre del cuerpo electrizado. La masa es $m=0,004$ kg. La fuerza de gravedad es $W=0,04$ N. La fuerza eléctrica es, $F=q \cdot E$.

Aplicamos la razón tangente al triángulo de fuerzas:

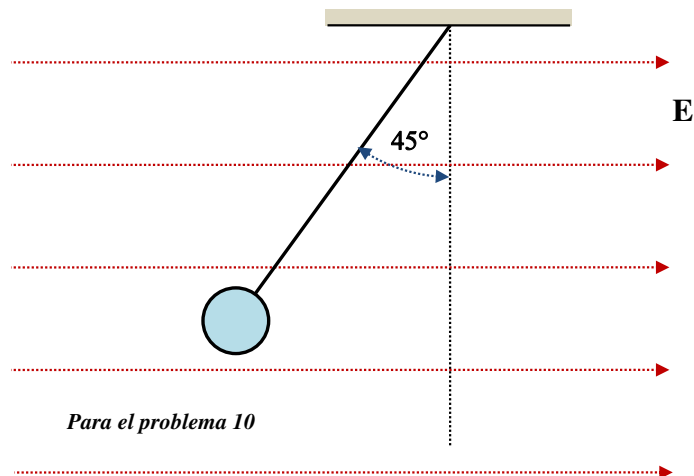


$$\tan \theta = \frac{F}{W} = \frac{q \cdot E}{m \cdot g} \Rightarrow \tan(37^\circ) = \frac{(10^{-6}) \cdot E}{(0,004) \cdot (10)} = \frac{3}{4}$$

Respuesta: El valor de la intensidad del campo eléctrico es, $E=30$ kN

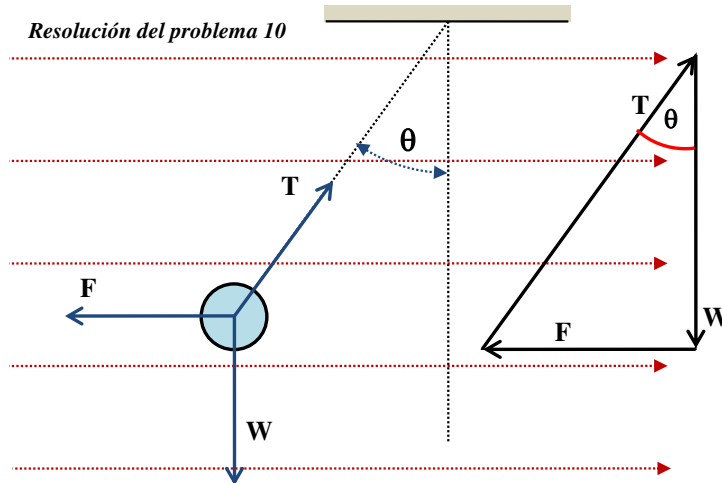
EJEMPLO 10. Una esfera electrizada con cantidad de carga $q = -20 \mu\text{C}$ suspendida desde el techo mediante un hilo aislante, dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de módulo $E = 40$ kN/C. Sabiendo que la esfera se encuentra en equilibrio, determine la masa de la esfera. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A) 80 g** B) 10 g C) 20 g D) 25 g E) 200 g



RESOLUCIÓN

Hacemos el diagrama del cuerpo libre del cuerpo electrizado. La fuerza eléctrica es, $F=q.E$, la dirección de la fuerza es opuesto a la dirección del campo eléctrico, debido al signo negativo de la carga eléctrica.



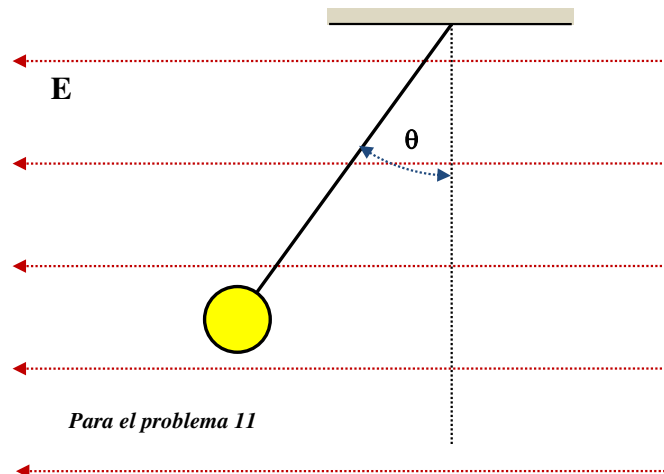
Aplicamos la razón tangente al triángulo de fuerzas:

$$\tan \theta = \frac{F}{W} = \frac{q \cdot E}{m \cdot g} \Rightarrow \tan(45^\circ) = \frac{(20 \cdot 10^{-6}) \cdot (40\,000)}{m \cdot (10)} = 1$$

Respuesta: la masa de la esfera es 0,08 kg o 80 gramos.

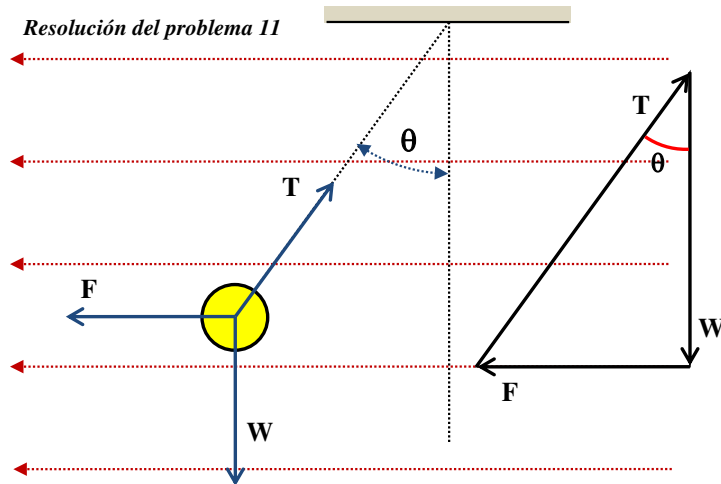
EJEMPLO 11. Una esfera de 60 gramos y electrizada con cantidad de carga $q = +20 \mu\text{C}$ suspendida desde el techo mediante un hilo aislante se encuentra en equilibrio, dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de modulo $E = 40 \text{ kN/C}$. Determinar la medida del ángulo θ que define la posición de equilibrio. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

A) 30° B) 45° **C) 53°** D) 60° E) 37°

RESOLUCIÓN

Hacemos el diagrama del cuerpo libre del cuerpo electrizado. La masa es $m=0,06 \text{ kg}$. La fuerza de gravedad es $W=0,6 \text{ N}$. La fuerza eléctrica es, $F=q.E$.

Resolución del problema 11

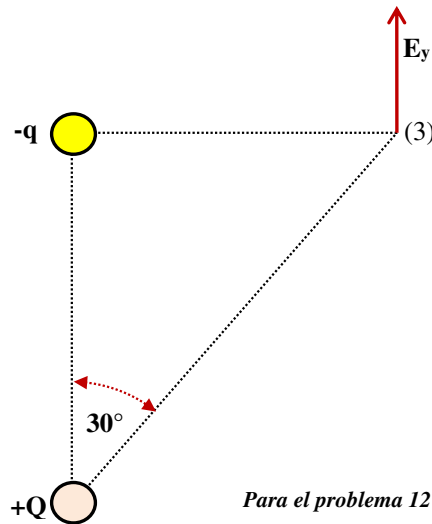


Aplicamos la razón tangente al triángulo de fuerzas:

$$\tan(\theta) = \frac{F}{W} = \frac{q \cdot E}{m \cdot g} \Rightarrow \tan(\theta) = \frac{(20 \cdot 10^{-6}) \cdot (40 \cdot 10^3)}{(60 \cdot 10^{-3}) \cdot (10)} = \frac{4}{3}$$

Respuesta: la medida del ángulo de desviación es 53° .

EJEMPLO 12. En los vértices de un triángulo rectángulo se han colocado dos partículas electrizadas $+Q$ y $-q$. Sabiendo que $Q = +64 \mu\text{C}$, determinar la cantidad de carga “ $-q$ ”, tal que la resultante de la intensidad del campo eléctrico sea vertical en el vértice (3) como se muestra.



Para el problema 12

A) $+8 \mu$

B) $-8 \mu\text{C}$

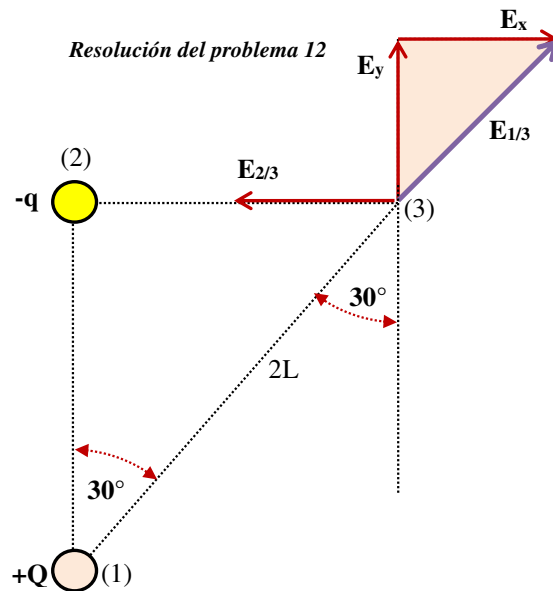
C) $+5 \mu\text{C}$

D) $+6 \mu\text{C}$

E) $-6 \mu\text{C}$

RESOLUCIÓN

Llevamos una carga de prueba positiva en el tercer vértice (3), y realizamos un diagrama de campos eléctricos generados por las partículas electrizadas.



De la condición del problema, la sumatoria vectorial en el eje horizontal es nula.

$$E_{2/3} = E_x \Rightarrow E_{2/3} = E_{1/3} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow \frac{K \cdot q}{L^2} = \frac{K \cdot Q}{(2L)^2} \cdot \sin 30^\circ$$

$$q = \frac{Q}{8} = \frac{64 \mu C}{8} = 8 \mu C$$

$E_{1/3}$ es el campo generado por la partícula $+Q$ ubicada en (1) sobre el punto (3).

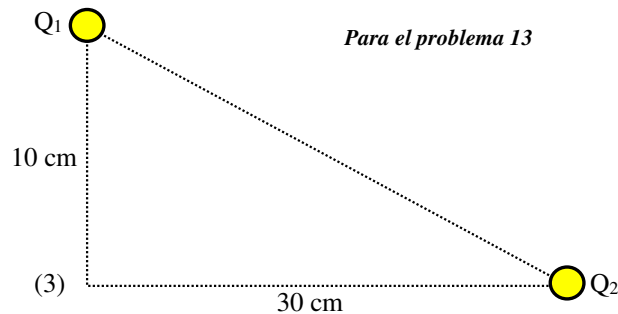
$E_{2/3}$ es el campo generado por la partícula $-q$ ubicada en (2) sobre el punto (3).

En el triángulo rectángulo la distancia entre los puntos (1) y (3) es $2L$.

En el triángulo rectángulo la distancia entre los puntos (2) y (3) es L .

Respuesta: la cantidad de carga en el punto (2) es $8 \mu C$

EJEMPLO 13. Dos cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = +1 \mu C$, $Q_2 = +2 \mu C$; se ubican en los vértices de un triángulo rectángulo. Determine la intensidad de campo eléctrico en el tercer vértice (3).



RESOLUCIÓN

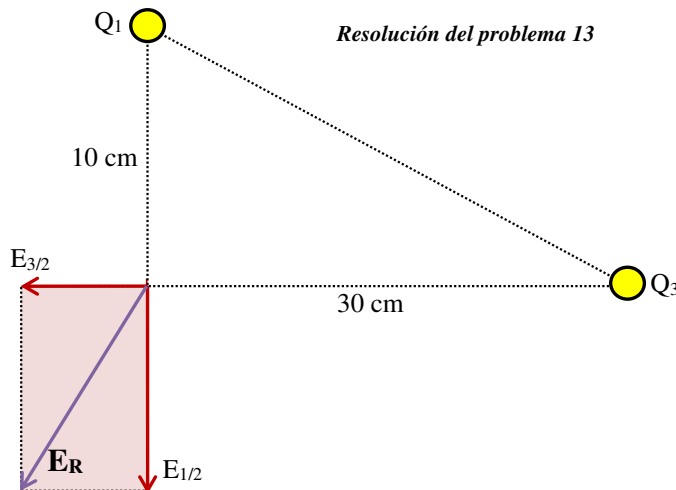
Llevamos una carga de prueba positiva al tercer vértice. Cada partícula electrizada genera campo eléctrico independientemente en el punto (3).

PRIMER PASO: Cálculo de la intensidad del campo generado por la carga Q_1 .

$$E_{1/3} = \frac{K \cdot Q_1}{(d_{1/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (1 \cdot 10^{-6})}{(0,10)^2} = 900 \frac{kN}{C}$$

SEGUNDO PASO: Cálculo de la intensidad del campo generado por la carga Q_2 .

$$E_{2/3} = \frac{K \cdot Q_2}{(d_{2/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (2 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 200 \frac{kN}{C}$$

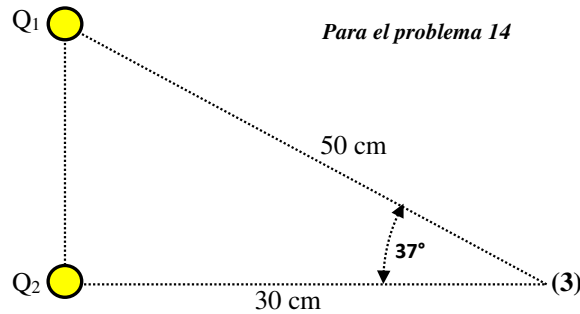


TERCER PASO: La intensidad resultante se determina aplicando el método del paralelogramo:

Respuesta: el valor de la intensidad de campo eléctrico es 922 kN/C.

$$E_R = \sqrt{(E_{1/3})^2 + (E_{2/3})^2} = \sqrt{(900)^2 + (200)^2} = 922 \frac{kN}{C}$$

EJEMPLO 14. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -1 \mu\text{C}$, $Q_2 = +2 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo rectángulo. Determine la intensidad del campo eléctrico en el vértice (3).



RESOLUCIÓN

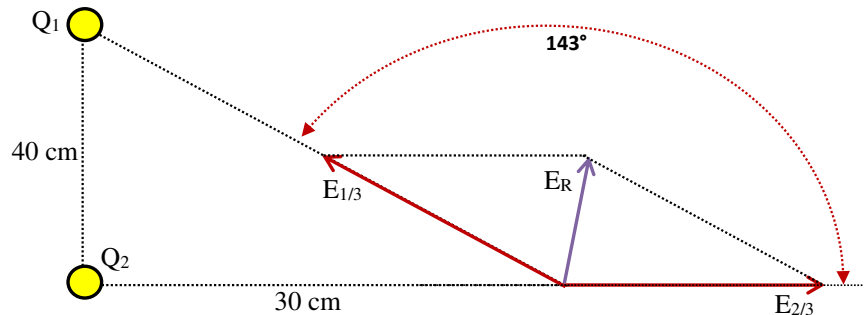
Llevamos una carga de prueba positiva al tercer vértice. Cada partícula electrizada genera campo eléctrico independientemente en el punto (3).

PRIMER PASO: Cálculo de la intensidad del campo generado por la carga Q_1 .

$$E_{1/3} = \frac{K \cdot Q_1}{(d_{1/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (1 \cdot 10^{-6})}{(0,50)^2} = 36 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

SEGUNDO PASO: Cálculo de la intensidad del campo generado por la carga Q_2 .

$$E_{2/3} = \frac{K \cdot Q_2}{(d_{2/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (2 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 200 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



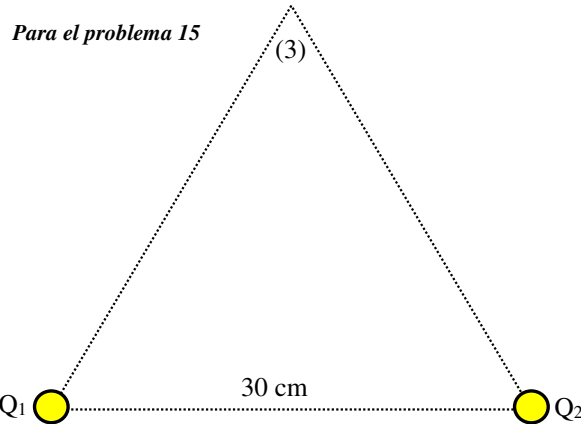
Resolución del problema 14

TERCER PASO: La intensidad resultante se determina aplicando el método del paralelogramo:

$$E_R = \sqrt{(E_{1/3})^2 + (E_{2/3})^2 + 2 \cdot (E_{1/3}) \cdot (E_{2/3}) \cdot \cos(143^\circ)} = 172,6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Respuesta: el valor de la intensidad resultante es 172,6 N/C.

EJEMPLO 15. Dos cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -5 \mu\text{C}$, $Q_2 = -5 \mu\text{C}$; se ubican en los vértices de un triángulo equilátero de lado 30 cm. Determine la intensidad del campo eléctrico resultante en el tercer vértice (3).



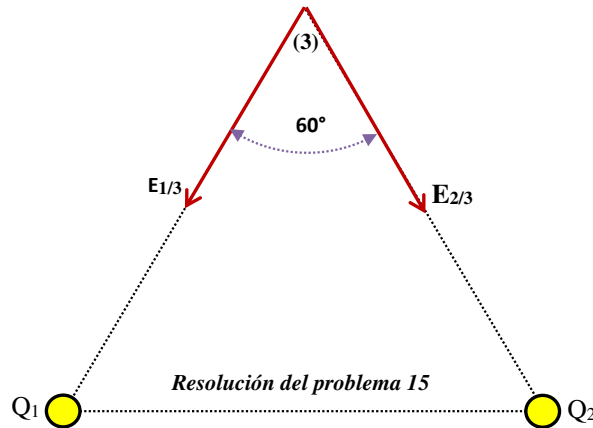
RESOLUCIÓN.

Llevamos al vértice (3) una carga de prueba positiva.

PRIMER PASO: Cálculo de la intensidad del campo eléctrico por la carga Q_1 :

SEGUNDO PASO: Cálculo de la intensidad del campo eléctrico por la carga Q_2 :

TERCER PASO: La intensidad del campo eléctrico resultante se determina aplicando el método del paralelogramo:



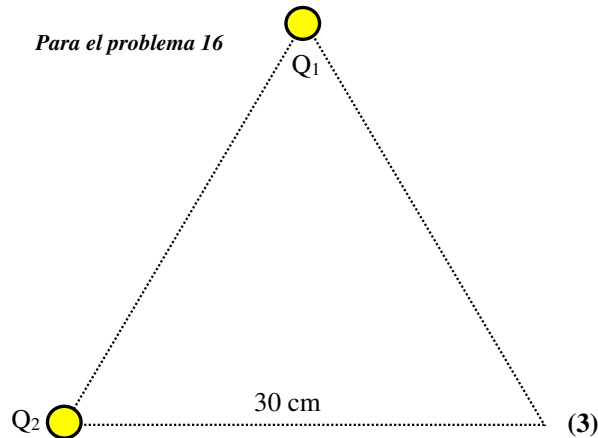
$$E_{1/3} = \frac{K \cdot Q_1}{(d_{1/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 500 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

$$E_{2/3} = \frac{K \cdot Q_2}{(d_{2/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 500 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

$$E_R = \sqrt{(E_{1/3})^2 + (E_{2/3})^2 + 2 \cdot (E_{1/3}) \cdot (E_{2/3}) \cdot \cos(60^\circ)} = 500\sqrt{3} = 866 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

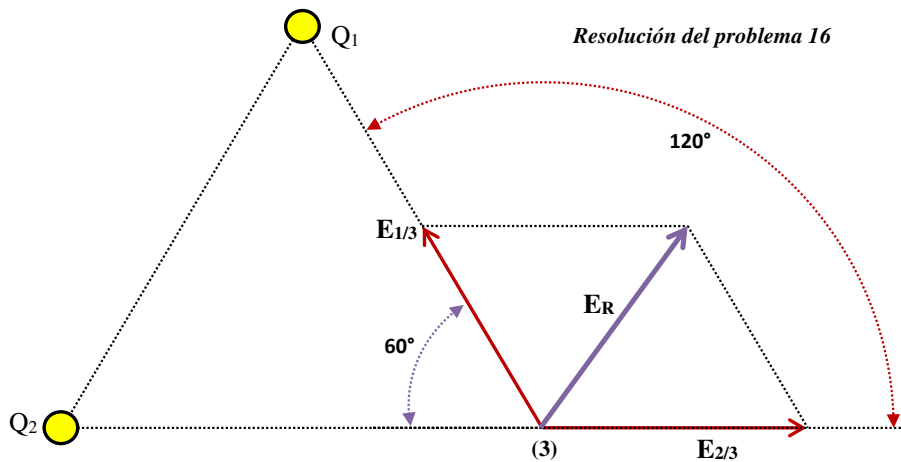
Respuesta: el valor de la intensidad resultante es 866 kN/C.

EJEMPLO 16. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -5 \mu\text{C}$, $Q_2 = +5 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo equilátero de lado 30 cm. Determine la intensidad del campo eléctrico resultante en el tercer vértice (3).



RESOLUCIÓN. Llevamos al vértice (3) una carga de prueba positiva. Cada partícula electrizada genera un campo eléctrico independiente.

PRIMER PASO: Cálculo de la de la intensidad del campo eléctrico por Q_1 :



$$E_{1/3} = \frac{K \cdot Q_1}{(d_{1/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 500 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

SEGUNDO PASO: Cálculo de la de la intensidad del campo por Q_2 :

$$E_{2/3} = \frac{K \cdot Q_2}{(d_{2/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 500 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

TERCER PASO: La intensidad resultante se determina aplicando el método del paralelogramo:

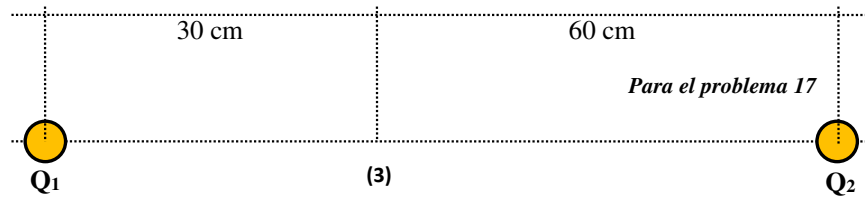
$$E_R = \sqrt{(E_{1/3})^2 + (E_{2/3})^2 + 2 \cdot (E_{1/3}) \cdot (E_{2/3}) \cdot \cos(120^\circ)} = 500 \frac{kN}{C}$$

Respuesta: el valor de la intensidad resultante es 500 kN/C.

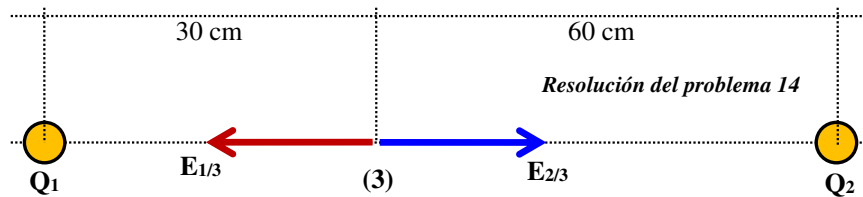
EJEMPLO 17. Dos cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -5 \mu C$, $Q_2 = -5 \mu C$, se ubican sobre una línea recta separadas $d_{1/3} = 30 \text{ cm}$ y $d_{2/3} = 60 \text{ cm}$. Determine la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto (3).

RESOLUCIÓN. Llevamos una carga de prueba positiva sobre el punto (3).

PRIMER PASO: Cálculo de la intensidad del campo eléctrico producido por Q_1 :



SEGUNDO PASO: Cálculo de la intensidad del campo eléctrico producido por Q_2 :



$$E_{1/3} = \frac{K \cdot Q_1}{(d_{1/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{(0,30)^2} = 500 \frac{kN}{C}$$

TERCER PASO: La intensidad de campo eléctrico resultante se determina aplicando las reglas de vectores colineales con sentidos opuestos:

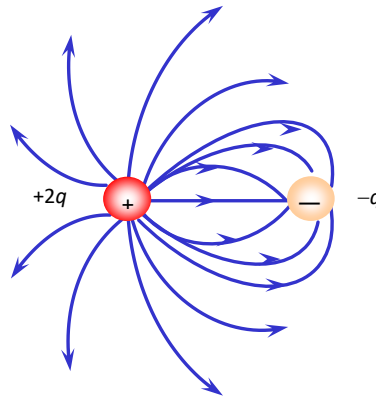
$$E_{2/3} = \frac{K \cdot Q_2}{(d_{2/3})^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{(0,60)^2} = 125 \frac{kN}{C}$$

Respuesta: el valor de la intensidad resultante es 375 kN/C.

$$E_R = 125 i - 500 i = -375 i \left(\frac{kN}{C} \right)$$

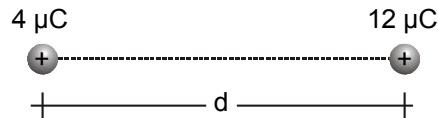
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. ¿Cuál es la relación entre la cantidad de líneas de fuerza?



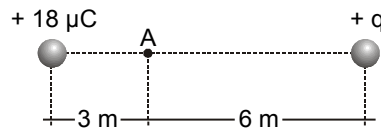
- A) 1 : 3 A) 1 : 2 A) 3 : 2 A) 2 : 1 A) 4 : 3

2. El módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto medio de la línea recta que separa a las partículas electrizadas es 18 kN/C . Determine la distancia “d”.



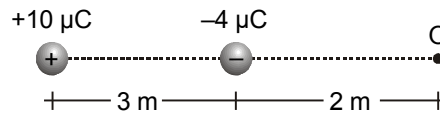
- A) 2 m B) 1 m C) 4 m D) 3 m E) 6 m

3. Se muestra dos partículas electrizadas fijas. Sabiendo que la intensidad de campo eléctrica resultante en A es nula, determine la cantidad de carga “q”.



- A) +30 μ B) +40 μC C) +50 μC D) +60 μC E) +72 μC

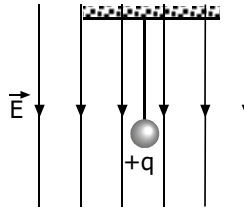
4. Se muestra dos partículas electrizadas fijas. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto “O”.



- A) 5,4 kN/C B) 2,5 kN/C C) 3,5 kN/C D) 4,5 kN/C E) 8,5 kN/C

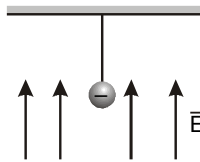
5. Una esfera de masa $0,2 \text{ kg}$ y electrizada con cantidad de carga eléctrica $q = +30 \mu\text{C}$ está suspendida del techo mediante un hilo aislante dentro de un campo eléctrico uniforme y

homogéneo de módulo $E = 600 \text{ kN/C}$. determinar el módulo de la tensión en la cuerda. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



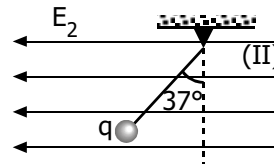
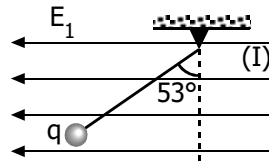
- A) 2 N B) 1 N C) 10 N D) 20 N E) 60 N

6. Se muestra un campo eléctrico uniforme y homogéneo de módulo $E = 4 \text{ kN/C}$, sabiendo que la esfera de 600 gramos y cantidad de carga eléctrica $-2 \cdot 10^{-3} \text{ coulomb}$ se encuentra en equilibrio. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda aislante que sostiene a la esfera. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



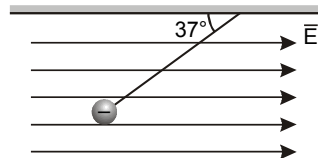
- A) 7 N B) 14 N C) 28 N D) 21 N E) 35 N

7. En las figuras (I) y (II) las partículas electrizadas son idénticas y se encuentran en equilibrio dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo E_1 y E_2 respectivamente. Determine la relación entre los módulos de las tensiones en las cuerdas. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



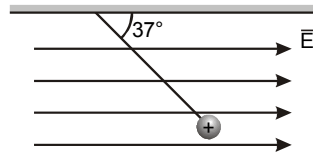
- A) 1:2 B) 2:3 C) 4:3 D) 3:5 E) 4:5

8. Se muestra una esfera electrizada con cantidad de carga $q = -2 \text{ mC}$, dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de intensidad $E = 6 \text{ kN/C}$. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda que sostiene a la esfera. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



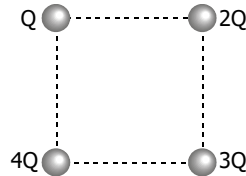
- A) 20 N B) 30 N C) 10 N D) 25 N E) 15 N

9. Se muestra una esfera electrizada con cantidad de carga $q = +4 \text{ mC}$, dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de intensidad $E = 6 \text{ kN/C}$. Determinar el módulo de la fuerza de gravedad debido al campo de gravedad de intensidad $\vec{g} = -10 \text{ j (m/s}^2)$.



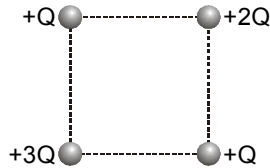
- A) 20 N B) 30 N C) 18 N D) 15 N E) N.A.

10. En los vértices de un cuadrado se han colocado cuatro partículas electrizadas como se muestra. Si la partícula de cantidad de carga Q genera en el centro del cuadrado una intensidad de campo eléctrico de cuyo módulo es $25\sqrt{2}$ N/C, determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el centro del cuadrado.



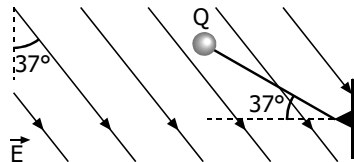
- A) 100 N/C B) 200 N/C C) 300 N/C D) 400 N/C E) 500 N/C

11. En los vértices de un cuadrado se han colocado cuatro partículas electrizadas como se muestra. Si la partícula de cantidad de carga $+2Q$ genera en el centro del cuadrado una intensidad de campo eléctrico cuyo módulo es 40 N/C, determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el centro del cuadrado.



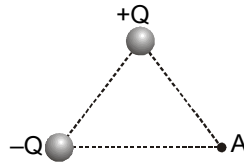
- A) 10 N/C B) 20 N/C C) 30 N/C D) 40 N/C E) 50 N/C

12. Una esfera de 1,4 kg y electrizada con cantidad de carga eléctrica $Q = -8 \mu\text{C}$ se encuentra en equilibrio, unida a una cuerda aislante en una región donde existe un campo eléctrico uniforme homogénea. Considerando el módulo de la intensidad del campo gravitatorio $g = 10 \text{ m/s}^2$, determinar el módulo de la intensidad del campo eléctrico E .



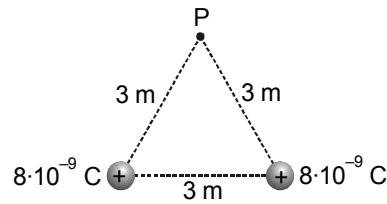
- A) 3 MN/C B) 4 MN/C C) 5 MN/C D) 50 kN/C E) 50 kN/C

13. Se muestran dos partículas electrizadas con igual cantidad de carga, pero se signos diferentes ($Q = 10 \mu\text{C}$), colocadas en dos vértices de un triángulo equilátero de lado 0,3 m. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el vértice A.



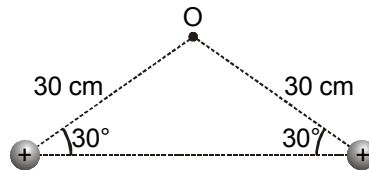
- A) 173,2 N/C B) 150 N/C C) 160 N/C D) 180 N/C E) 190 N/C

14. Se muestran dos partículas electrizadas con igual cantidad de carga ($Q = 8 \text{ } \mu\text{C}$), colocadas en dos vértices de un triángulo equilátero de lado 3 m. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el vértice P.



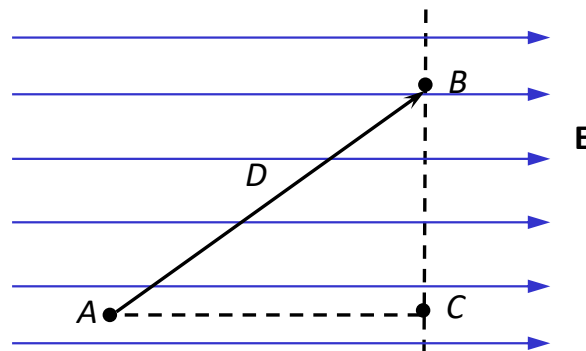
- A) 13,26 N/C B) 13,86 N/C C) 16 N/C D) 18 N/C E) 19 N/C

15. Se muestran dos partículas electrizadas con igual cantidad de carga ($Q = 4 \text{ } \mu\text{C}$), colocadas en dos vértices de un triángulo isósceles. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico resultante en el vértice O.



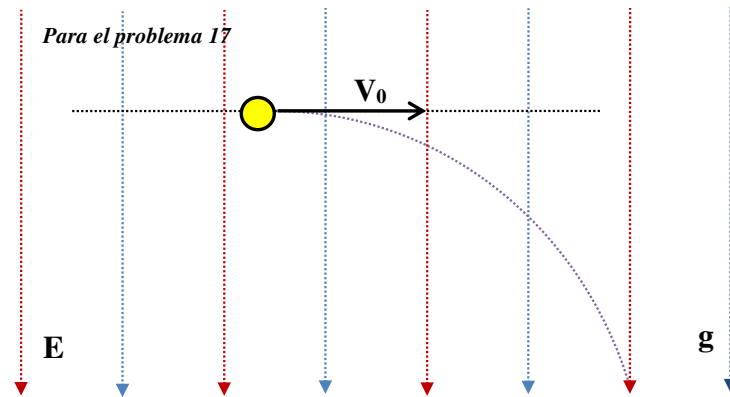
- A) 200 N/C B) 300 N/C C) 400 N/C D) 450 N/C E) 350 N/C

16. Una partícula electrizada de cantidad de carga $q = +20 \text{ mC}$ se lleva lentamente desde A hasta B en línea recta como se muestra. Determinar la cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico de intensidad $E = 20 \text{ kN/C}$, además se sabe que $AC = 0,4 \text{ m}$ y $CB = 0,3 \text{ m}$.



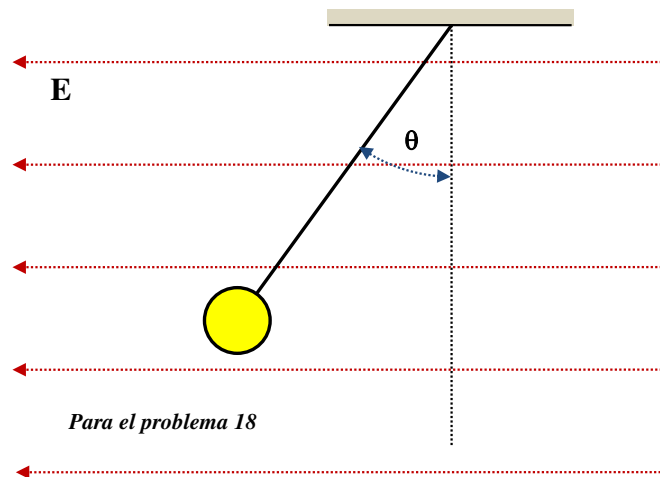
- A) 20 J B) 30 J C) 40 J D) 50 J E) N.A.

17. Una esfera pequeña de 80 gramos y cantidad de carga $q = 20 \mu\text{C}$ se dispara horizontalmente con rapidez $V_0 = 600 \text{ m/s}$ dentro de un campo uniforme y homogéneo de intensidad $E = 40 \text{ kN/C}$. considerando el módulo de la intensidad del campo gravitatorio $g = 10 \text{ m/s}^2$, determinar el módulo de la aceleración de la esfera.



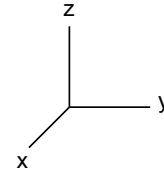
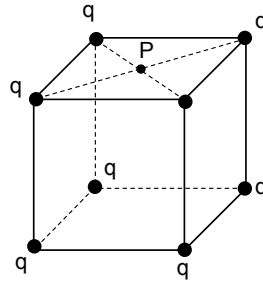
- a) 10 m/s^2 b) 15 m/s^2 c) 20 m/s^2 d) 25 m/s^2 e) 30 m/s^2

18. Una esfera de 60 gramos y electrizada con cantidad de carga $q = +20 \mu\text{C}$ suspendida desde el techo mediante un hilo aislante se encuentra en equilibrio, dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de modulo $E = 40 \text{ kN/C}$. Determinar la medida del ángulo θ que define la posición de equilibrio. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



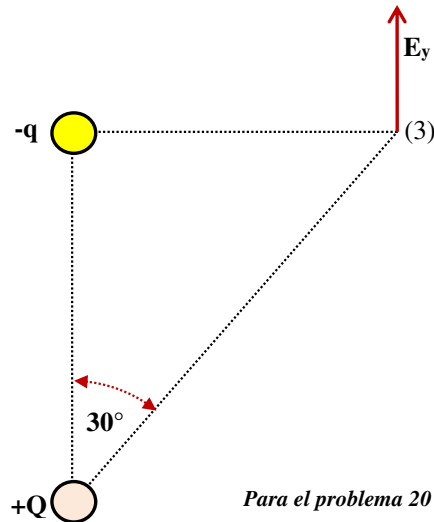
- A) 30° B) 45° C) 53° D) 60° E) 37°

19. En la figura se muestra un cubo de arista d con una carga q en cada vértice. Determine la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto P .



- A) $\frac{kq\sqrt{6}}{d^2}k$ B) $\frac{kq\sqrt{6}}{3d^2}k$ C) $\frac{8}{3} \frac{kq\sqrt{6}}{d^2}k$
 D) $\frac{8kq\sqrt{6}}{9d^2}k$ E) $\frac{8kq}{9d^2}\sqrt{5}k$

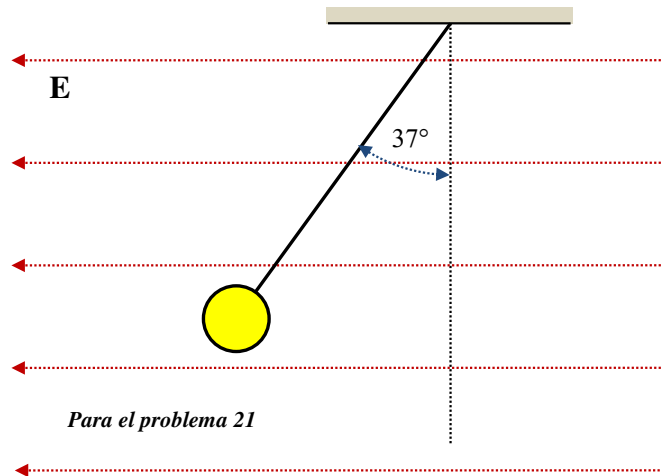
20. En los vértices de un triángulo rectángulo se han colocado dos partículas electrizadas $+Q$ y $-q$. Sabiendo que $Q = +64 \mu\text{C}$, determinar la cantidad de carga “ $-q$ ”, tal que la resultante de la intensidad del campo eléctrico sea vertical en el vértice (3) como se muestra.



Para el problema 20

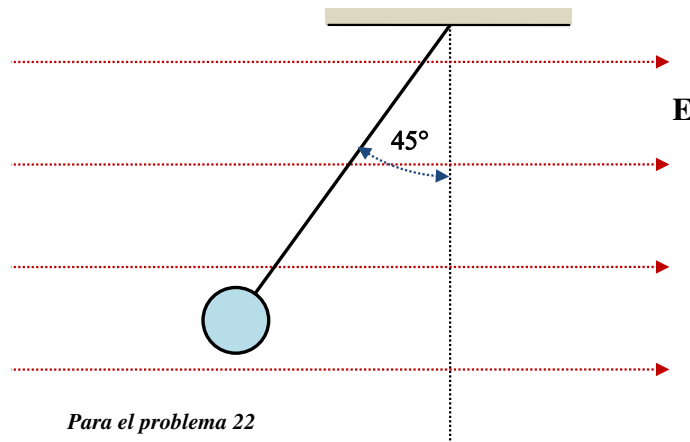
- A) $+8 \mu$ B) $-8 \mu\text{C}$ C) $+5 \mu\text{C}$ D) $+6 \mu\text{C}$ E) $-6 \mu\text{C}$

21. Una esfera de 4 gramos y electrizada con cantidad de carga $q = +10^{-6}$ C suspendida desde el techo mediante un hilo aislante, dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo. Sabiendo que la esfera se encuentra en equilibrio, determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico (en kN/C). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



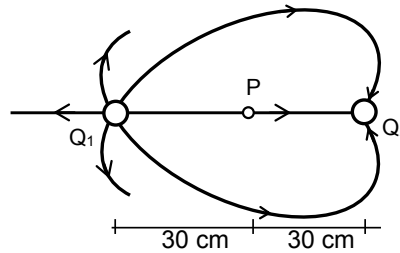
- A) 100 B) 200 C) 300 D) 400 E) 30

22. una esfera electrizada con cantidad de carga $q = -20 \mu\text{C}$ suspendida desde el techo mediante un hilo aislante, dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de modulo $E = 40 \text{ kN/C}$. sabiendo que la esfera se encuentra en equilibrio, determine la masa de la esfera. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

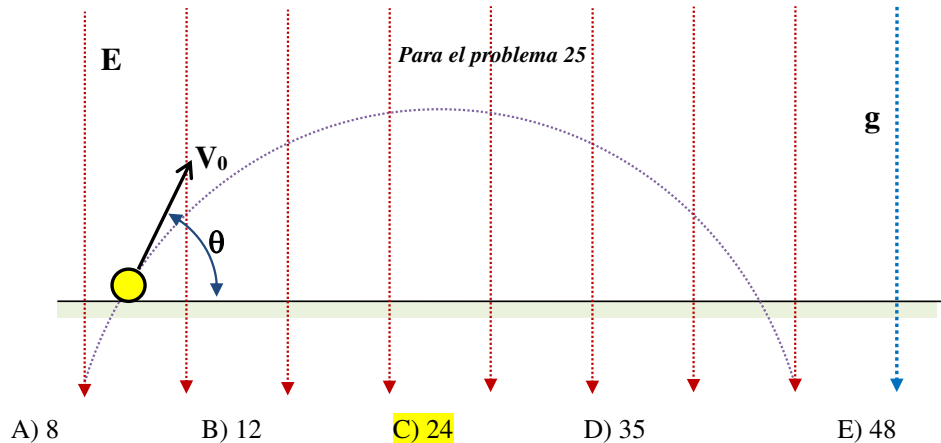


- a) 80 g b) 10 g c) 20 g d) 25 g e) 200 g

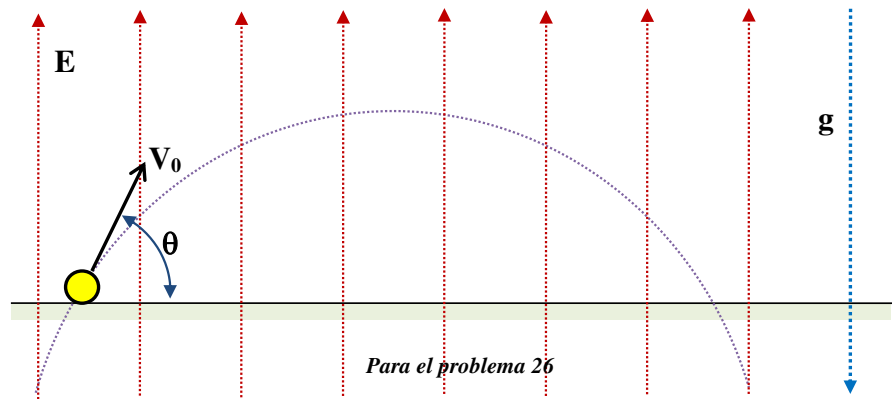
23. Para el sistema de cargas puntuales se sabe que $Q_1 = 60 \mu C$. Determine la fuerza (en N) sobre una carga puntual de $+10 \mu C$ al ser colocada en el punto P.



- A) 18 B) 40 C) 60 D) 90 E) 150
24. De las siguientes afirmaciones respecto a las líneas de fuerza de un campo eléctrico:
- I. Las líneas de fuerza representan la trayectoria que seguiría una carga de prueba positiva.
 - II. La tangente a una línea de fuerza, indica la dirección del vector intensidad de campo en cada punto.
 - III. Las líneas de fuerza pueden intersectarse.
- Son verdaderas:
- A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I y II E) II y III
25. Una esfera de 1,0 kilogramo y $10^{-5} C$ de carga, se lanza con una rapidez inicial $V_0 = 30 \text{ m/s}$ y con un ángulo de 53° respecto a la horizontal, en una región donde existe un campo eléctrico vertical de $2 \times 10^5 \text{ N/C}$. Determine la altura máxima que alcanza (en m). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



26. Una esfera de 500 gramos y $10^{-5} C$ de carga, se lanza con una rapidez inicial $V_0 = 30 \text{ m/s}$ y con un ángulo de 53° respecto a la horizontal, en una región donde existe un campo eléctrico vertical de $2 \times 10^5 \text{ N/C}$. Calcule la altura máxima que alcanza (en m). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



A) 4

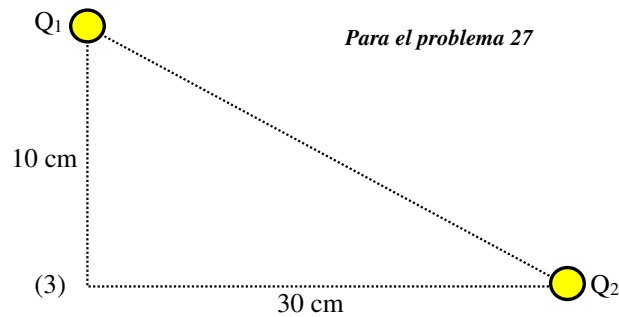
B) 12

C) 28

D) 35

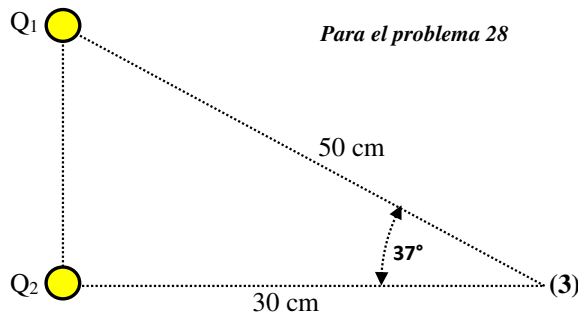
E) 48

27. Dos cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = +1 \mu\text{C}$, $Q_2 = +2 \mu\text{C}$; se ubican en los vértices de un triángulo rectángulo. Determine la intensidad de campo eléctrico en el tercer vértice (3).



Respuesta: el valor de la intensidad de campo eléctrico es 922 kN/C.

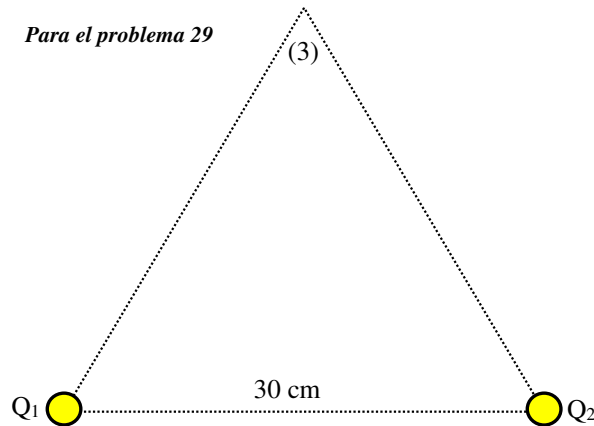
28. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -1 \mu\text{C}$, $Q_2 = +2 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo rectángulo. Determine la intensidad del campo eléctrico en el vértice (3).



Respuesta: el valor de la intensidad resultante es 172,6 N/C.

29. Dos cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -5 \mu\text{C}$, $Q_2 = -5 \mu\text{C}$; se ubican en los vértices de un triángulo equilátero de lado 30 cm. Determine la intensidad del campo eléctrico resultante en el tercer vértice (3).

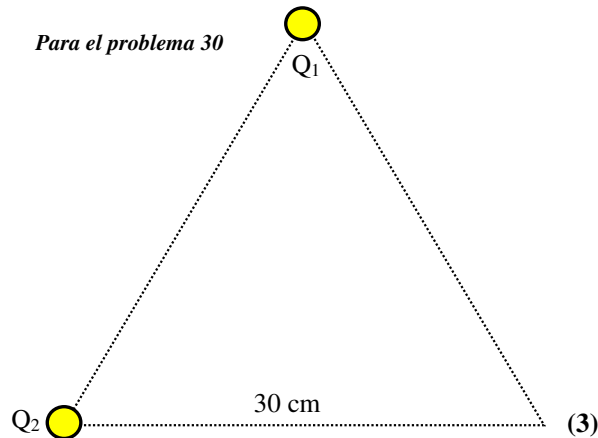
Para el problema 29



Respuesta: el valor de la intensidad resultante es 866 kN/C.

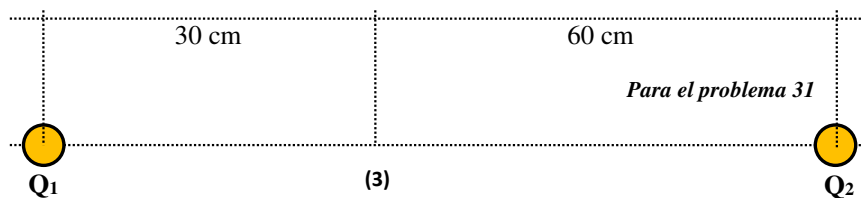
30. Tres cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -5 \mu\text{C}$, $Q_2 = +5 \mu\text{C}$, se ubican en los vértices de un triángulo equilátero de lado 30 cm. Determine la intensidad del campo eléctrico resultante en el tercer vértice (3).

Para el problema 30



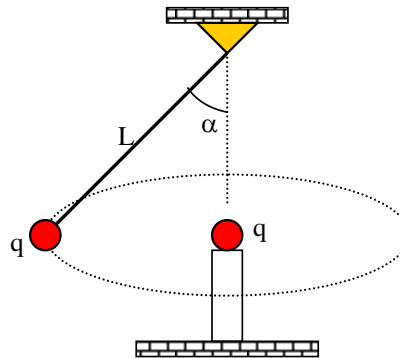
Respuesta: el valor de la intensidad resultante es 500 kN/C.

31. Dos cuerpos puntuales electrizados $Q_1 = -5 \mu\text{C}$, $Q_2 = -5 \mu\text{C}$, se ubican sobre una línea recta separadas $d_{1/3} = 30 \text{ cm}$ y $d_{2/3} = 60 \text{ cm}$. Determine la intensidad del campo eléctrico resultante en el punto (3).



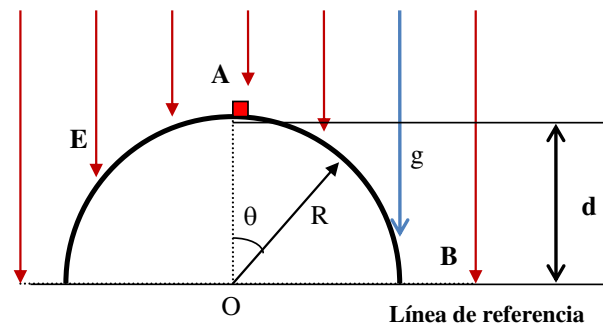
Respuesta: el valor de la intensidad resultante es 375 kN/C.

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

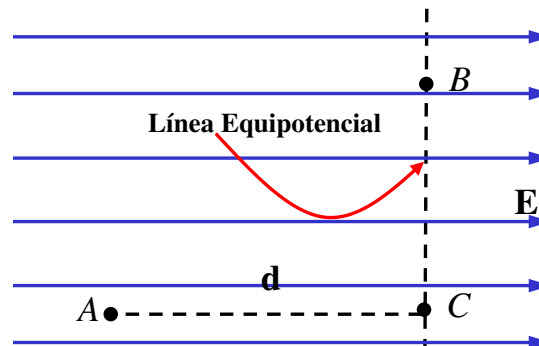


1. CONCEPTO

En una magnitud física escalar, se define como la capacidad que tiene el cuerpo electrizado “q” para realizar cierta cantidad de trabajo en virtud a su posición dentro del campo eléctrico homogéneo.



Cantidad de energía potencial eléctrica, es igual al producto de la fuerza eléctrica por la distancia paralela a las líneas de fuerza, desde A hasta B donde pasa la línea de referencia (línea equipotencial).



$$E_P = W_{A \rightarrow B}^{CAMPO} = \pm q.E.d$$

2. CASOS PARTICULARES:

a) La cantidad de energía potencial será positiva si la fuerza del campo eléctrico está a favor del movimiento.

$$E_p = W_{A \rightarrow B}^{CAMPO} = + q.E.d$$

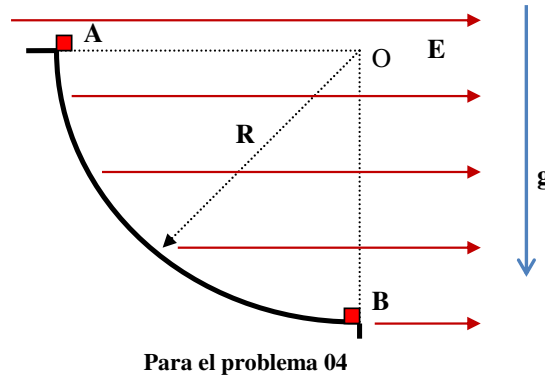
b) La cantidad de energía potencial será negativa si la fuerza del campo eléctrico está en contra del movimiento.

$$E_p = W_{A \rightarrow B}^{CAMPO} = - q.E.d$$

c) La cantidad de energía potencial es cero, si la partícula electrizada se encuentra sobre la línea de referencia.

$$E_p = W_{A \rightarrow B}^{CAMPO} = 0$$

EJEMPLO 01. Se abandona un bloque de masa “m” y cantidad de carga “+q” en la posición A dentro de dos campos eléctrico homogéneo de intensidad E y gravitatorio (g). Determinar la rapidez del bloque en la porción B.



Para el problema 04

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos en teorema de la energía cinética. El trabajo neto realizado por las fuerzas de gravedad y fuerza eléctrica es igual a la variación de la energía cinética entre los puntos A y B.

$$W_{A \rightarrow B}^{NETO} = \Delta E_C \Rightarrow W_{A \rightarrow B}^{GRAVEDAD} + W_{A \rightarrow B}^{ELECTRICO} = \Delta E_C$$

$$m.g.R + E.q.R = \frac{m.V_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2}$$

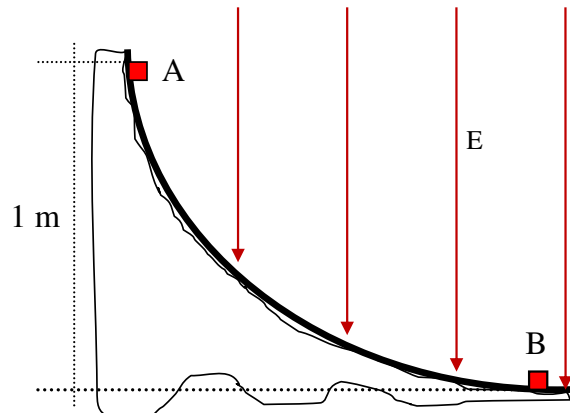
SEGUNDO PASO. La velocidad inicial en el punto A es nula. Despejando tenemos que:

$$\frac{m.V_B^2}{2} = 2(m.g + q.E) \dots (1)$$

$$V_B = \sqrt{2R \left(g + \frac{q.E}{m} \right)}$$

Respuesta: la partícula está sometido a la acción de dos campos.

EJEMPLO 02: Se muestra un bloque de masa 1,0 kg y cantidad de carga $q = +5 \text{ C}$ en la posición "A" dentro de un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 10 \text{ N/C}$. Sabiendo que el bloque llega a la posición "B" con rapidez de 8 m/s. Determinar la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre el bloque. Desprecie la intensidad del campo gravitatorio.



Para el problema 02

A) -18 J

B) -28 J

C) -38 J

D) -48 J

E) -8 J

Resolución

La cantidad de trabajo realizado por *fuerzas no conservativas* es igual a la variación de la energía mecánica. La energía mecánica es igual a la adición de las energías: cinética, potencial gravitatorio, potencial elástico y potencial eléctrico. Tomamos como nivel de referencia la línea horizontal que pasa por el punto B.

$$W_{A \rightarrow B}^{friccion} = EM(en B) - EM(en A)$$

$$W_{A \rightarrow B}^{friccion} = [Ek(B) + Ep(B)] - [Ek(A) + Ep(A)]$$

$$W_{A \rightarrow B}^{friccion} = \left[\frac{m.V_B^2}{2} + 0 \right] - [0 + q.E.h_A]$$

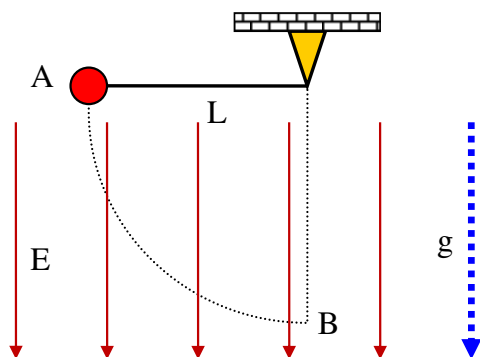
Reemplazando los datos tenemos que:

$$W_{A \rightarrow B}^{friccion} = \left[\frac{1,0 \cdot 8^2}{2} + 0 \right] - [0 + 5 \cdot 10 \cdot 1] = 32 - 50$$

$$W_{A \rightarrow B}^{friccion} = -18 \text{ J}$$

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es -18 J.

EJEMPLO 03: La figura muestra un péndulo de longitud $L = 0,5 \text{ m}$, de masa $0,05 \text{ kg}$ y cantidad de carga $q = +500 \mu\text{C}$, se abandona en la posición A. El campo eléctrico de intensidad es $E = 600 \text{ N/C}$ y el campo gravitacional es uniforme y homogénea. Calcular la rapidez máxima que adquiere durante su movimiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Para el problema 03

A) 4 m/s

B) 5 /s

C) 6m/s

D 7m/s

E 8m/s

Resolución

Si sobre un cuerpo realizan trabajo solamente *fuerzas conservativas* entonces la energía mecánica se conserva en ele tiempo. La energía mecánica es igual a la adición de las energías: cinética, potencial gravitatorio, potencial elástico y potencial eléctrico. Tomamos como nivel de referencia la línea horizontal que pasa por el punto más bajo (B) de la trayectoria.

$$EM(\text{en } A) = EM(\text{en } B)$$

$$[Ek(A) + Ep(A)] = [Ek(B) + Ep(B)]$$

$$0 + (m \cdot g \cdot L + E \cdot q \cdot L) = \frac{m \cdot V_B^2}{2} + 0$$

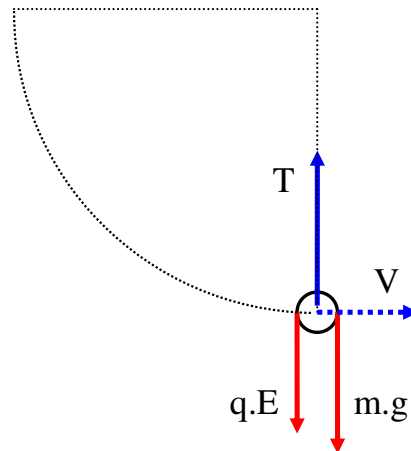
Despejando tenemos que:

$$V_B = \sqrt{2L \left(g + \frac{q \cdot E}{m} \right)} \dots (1)$$

Reemplazando los datos tenemos:

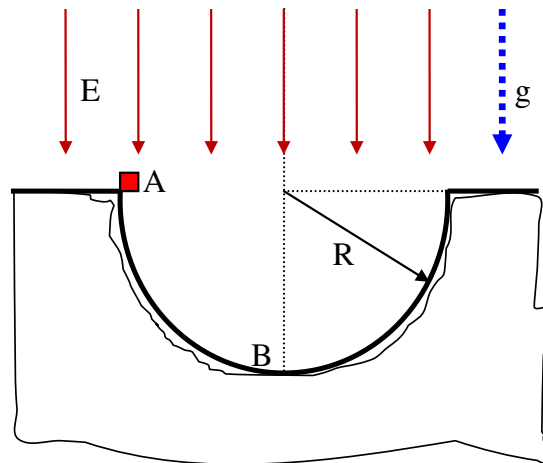
$$V_B = \sqrt{2 \cdot 0,5 \left(10 + \frac{500 \cdot 10^{-6} \cdot 600}{0,05} \right)}$$

$$V_B = 4,0 \text{ m.s}^{-1}$$



Respuesta: la máxima rapidez que adquiere el bloque es 4 m/s.

EJEMPLO 04: En la posición A mostrada se abandona un bloque de 1,0 kg y cantidad de carga 2 mC el cual se mueve sobre la superficie cilíndrica, lisa y no conductora de radio $R = 1,0$ m. Sabiendo que la intensidad del campo uniforme es de módulo $E = 10$ kN/C, calcular el módulo de la máxima fuerza de reacción sobre un bloque. ($g = 10$ m/s²)



Para el problema 04

A) 90 N

B) 80 N

C) 70 N

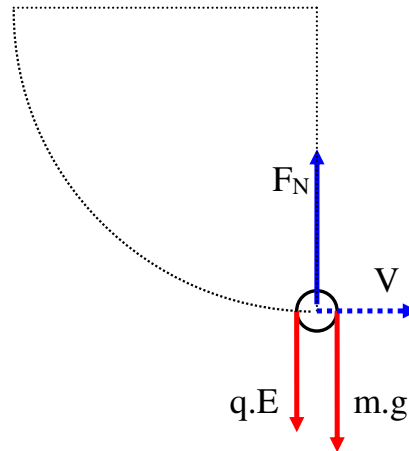
D) 60 N

E) 50 N

Resolución

Si sobre un cuerpo realizan trabajo solamente *fuerzas conservativas* entonces la energía mecánica se conserva en el tiempo. La energía mecánica es igual a la adición de las energías: cinética, potencial gravitatorio, potencial elástico y potencial eléctrico. Tomamos como nivel de referencia la línea horizontal que pasa por el punto más bajo (B) de la trayectoria.

$$EM(en A) = EM(en B)$$



$$[Ek(A) + Ep(A)] = [Ek(B) + Ep(B)]$$

$$0 + (m.g.R + E.q.R) = \frac{m.V_B^2}{2} + 0$$

Despejando tenemos que:

$$\frac{m.V_B^2}{R} = 2(m.g + q.E) \dots (1)$$

Aplicamos la segunda ley de Newton, en la trayectoria circunferencial en el punto B.

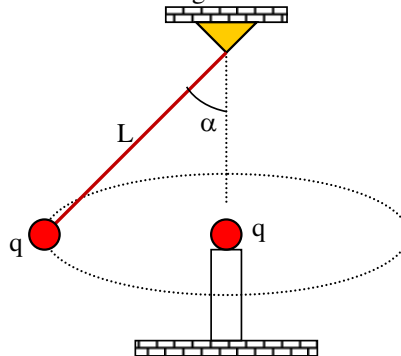
$$F_c = m.a_c \Rightarrow F_N - q.E - m.g = \frac{m.V_B^2}{R} \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$F_N = 3(q.E + m.g) \Rightarrow F_N = 90 \text{ N}$$

Respuesta: el módulo de la fuerza de reacción normal en B es 90 newtons.

EJEMPLO 05: Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano horizontal suspendida de un hilo de longitud “L”, gira alrededor de una carga inmóvil, igual a la carga de la otra esfera, donde α es el ángulo que forma la cuerda con respecto a la línea vertical. Encontrar la rapidez angular con la cual la esfera gira uniformemente.



Para el problema 05

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Sea “T” la tensión en la cuerda. El radio de la circunferencia es: $R = L \cdot \text{Sen} \alpha$

La fuerza centrípeta es: $F_c = T \cdot \text{Sen} \alpha - \frac{K \cdot q \cdot q}{R^2}$

$$F_c = T \cdot \text{Sen} \alpha - \frac{K \cdot q \cdot q}{L^2 \cdot (\text{Sen} \alpha)^2}$$

SEGUNDO PASO. Equilibrio de la partícula electrizada en el eje vertical.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow m \cdot g = T \cdot \text{Cos} \alpha \Rightarrow T = \frac{m \cdot g}{\text{Cos} \alpha}$$

TERCER PASO. Aplicamos la ley de aceleración e el movimiento circular:

$$F_c = m \cdot a_c \Rightarrow F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

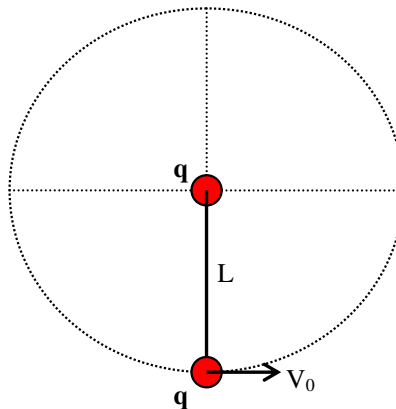
$$T \cdot \text{Sen} \alpha - \frac{K \cdot q \cdot q}{L^2 \cdot (\text{Sen} \alpha)^2} = m \cdot \omega^2 \cdot L \cdot \text{Sen} \alpha$$

$$\frac{m \cdot g}{\text{Cos} \alpha} - \frac{K \cdot q \cdot q}{L^2 \cdot (\text{Sen} \alpha)^3} = m \cdot \omega^2 \cdot L$$

$$\frac{g}{L \cdot \text{Cos} \alpha} - \frac{K \cdot q \cdot q}{m \cdot L^3 \cdot (\text{Sen} \alpha)^3} = \omega^2$$

Respuesta: $\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cdot \text{Cos} \alpha} - \frac{K \cdot q^2}{m \cdot L^3 \cdot \text{Sen} \alpha^3}}$

EJEMPLO 06: Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano vertical suspendida de un hilo de longitud “L”, gira alrededor de una carga inmóvil, igual a la carga de la otra esfera. Determinar la mínima rapidez horizontal V_0 que se le debe comunicar a la esfera en la posición más baja para que pueda realizar una vuelta completa en el plano vertical.



Para el problema 06

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cuando pasa por la posición más alta, la tensión en la cuerda es nula, por condición del problema, la mínima velocidad, entonces deducimos que la fuerza centrípeta es, la fuerza de gravedad menos la fuerza eléctrica.

$$F_C = mg - \frac{K.q.q}{L^2}$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la ley de aceleración al movimiento circular en la posición más alta:

$$F_C = m.a_C \Rightarrow F_C = m \cdot \frac{(V_B)^2}{R}$$

$$m.g - \frac{K.q.q}{L^2} = m \cdot \frac{(V_B)^2}{L} \Rightarrow g.L - \frac{K.q.q}{m.L} = (V_B)^2 \dots (1)$$

TERCER PASO. Fijamos la línea de referencia en la posición más baja, denominamos posición A. Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(en A) = EM(en B)$$

$$\frac{K.q.q}{L} + \frac{m.(V_A)^2}{2} = \frac{K.q.q}{L} + m.g.(2L) + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

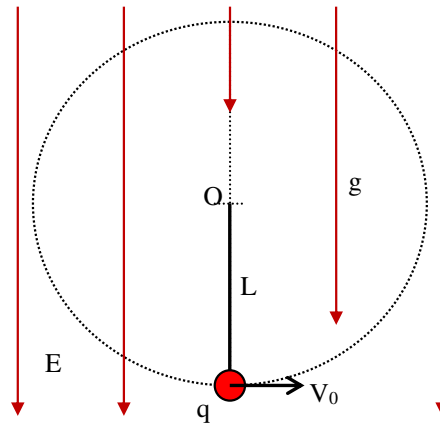
$$\frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.(2L) + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

$$\frac{m.(V_0)^2}{2} = m.g.(2L) + \frac{m}{2} \left(g.L - \frac{K.q.q}{m.L} \right)$$

$$\text{Despejando: } (V_0)^2 = 5g.L - \frac{K.q.q}{m.L}$$

$$\text{Respuesta: } V_0 = \sqrt{5g.L - \frac{K.q^2}{m.L}}$$

EJEMPLO 07. Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano vertical suspendida de un hilo de longitud “L”, gira dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de intensidad E. Determinar la mínima velocidad V_0 que se le debe comunicar en la posición más baja, tal que pueda describir una vuelta completa en un plano vertical. Considere el campo gravitatorio “g”.



Para el problema 07

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cuando pasa por la posición más alta, la tensión en la cuerda es nula, por condición del problema, la mínima velocidad, entonces deducimos que la fuerza centrípeta es, la fuerza de gravedad más la fuerza eléctrica.

$$F_C = mg + q.E$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la ley de aceleración al movimiento circunferencial en la posición más alta:

$$F_C = m.a_C \Rightarrow F_C = m.\frac{(V_B)^2}{R}$$

$$m.g + q.E = m.\frac{(V_B)^2}{L} \Rightarrow g.L + \frac{q.E.L}{m} = (V_B)^2 \dots (1)$$

TERCER PASO. Fijamos la línea de referencia en la posición más baja, denominamos posición A. Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(en A) = EM(en B)$$

$$(V_A)^2 = \frac{q.E.(4L)}{m} + g.(4L) + (V_B)^2$$

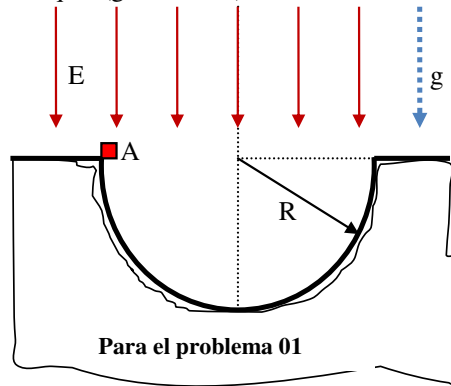
$$(V_A)^2 = \frac{q.E.(4L)}{m} + g.(4L) + g.L + \frac{q.E.L}{m}$$

Despejando: $(V_A)^2 = 5.g.L + \frac{5.q.E.L}{m}$

Respuesta: $V_0 = \sqrt{5L\left(g + \frac{qE}{m}\right)}$

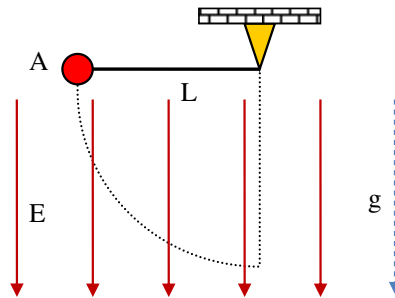
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. En la posición A mostrada se abandona un bloque de 1 kg y cantidad de carga 2 mC el cual se mueve sobre la superficie cilíndrica, lisa y no conductora de radio $R = 1$ m. Sabiendo que la intensidad del campo uniforme es de módulo $E = 1000$ N/C, calcular el módulo de la máxima fuerza de reacción sobre un bloque. ($g = 10$ m/s²)



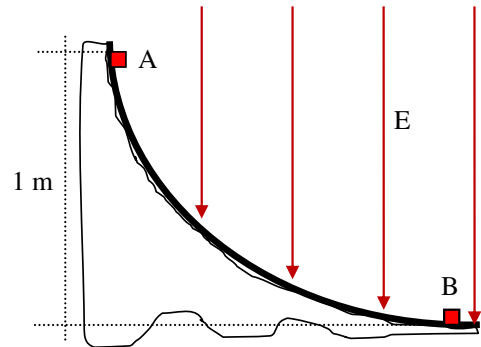
- A) 90 N B) 80 N C) 70 N D) 60 N E) 50 N

2. La figura muestra un péndulo de longitud $L = 0,5$ m, de masa 0,05 kg y cantidad de carga $q = +500$ μ C, se abandona en la posición A. El campo eléctrico de intensidad es $E = 600$ N/C y el campo gravitacional es uniforme y homogénea. Calcular la rapidez máxima que adquiere durante su movimiento. ($g = 10$ m/s²)



- A) 4 m/s B) 5 /s C) 6m/s D 7m/s E 8m/s

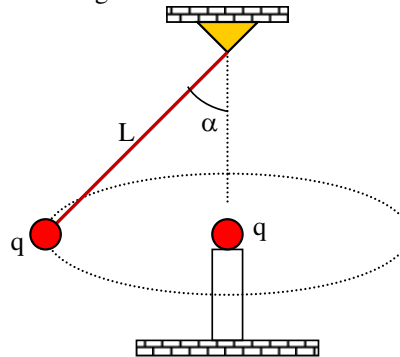
3. Se muestra un bloque de masa 1 kg y cantidad de carga $q = +5$ μ C en la posición "A" dentro de un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 10$ N/C. Sabiendo que el bloque llega a la posición "B" con rapidez de 8 m/s. Determinar la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre el bloque. Desprecie la intensidad del campo gravitatorio.



Para el problema 03

- A) -18 J B) -28 J C) -38 J D) -48 J E) -8 J

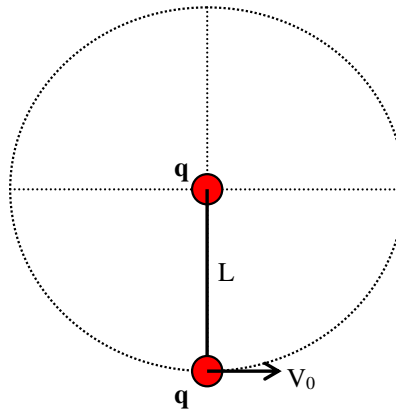
4. Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano horizontal suspendida de un hilo de longitud “L”, gira alrededor de una carga inmóvil, igual a la carga de la otra esfera, donde α es el ángulo que forma la cuerda con respecto a la línea vertical. Encontrar la rapidez angular con la cual la esfera gira uniformemente.



Para el problema 04

Respuesta:
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cdot \cos \alpha} - \frac{K \cdot q^2}{m \cdot L^3 \cdot \sin^3 \alpha}}$$

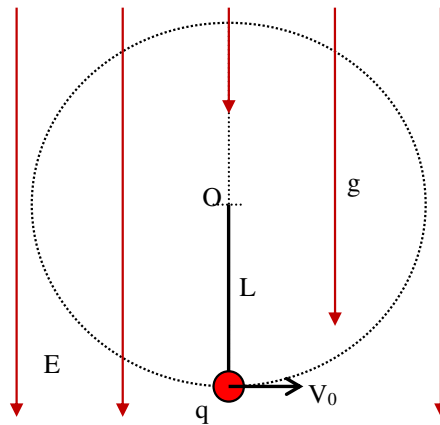
5. Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano vertical suspendida de un hilo de longitud “L”, gira alrededor de una carga inmóvil, igual a la carga de la otra esfera. Determinar la mínima rapidez horizontal V_0 que se le debe comunicar a la esfera en la posición más baja para que pueda realizar una vuelta completa en el plano vertical.



Para el problema 05

Respuesta: $V_0 = \sqrt{5gL - \frac{K \cdot q^2}{m \cdot L}}$

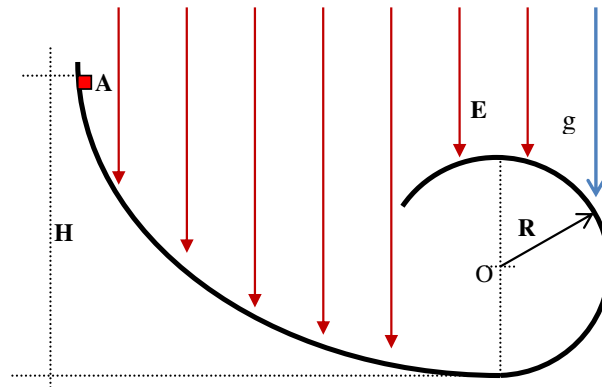
6. Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano vertical suspendida de un hilo de longitud “L”, gira dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de intensidad E. Determinar la mínima velocidad V_0 que se le debe comunicar en la posición mas baja, tal que pueda describir una vuelta completa en un plano vertical. Considere el campo gravitatorio “g”.



Para el problema 06

Respuesta: $V_0 = \sqrt{5L \left(g + \frac{qE}{m} \right)}$

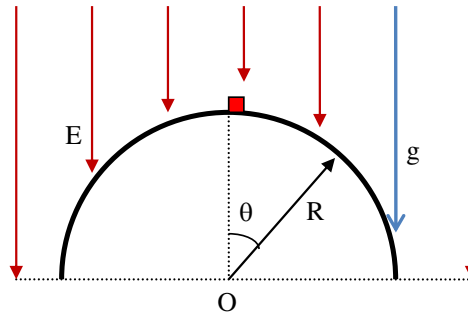
7. Se abandona un bloque de masa “m” y cantidad de carga “+q” en la posición A dentro de un campo eléctrico homogéneo de intensidad E. Calcular la mínima altura H desde el cual se debe abandonar el bloque, tal que, puede dar una vuelta sobre el rizo de curvatura R. Los rieles por donde se desliza el carro son liso y no conductor de cargas electrizas. Considere el campo gravitacional de intensidad “g”.



Para el problema 07

Respuesta: $H = \frac{5}{2}R$

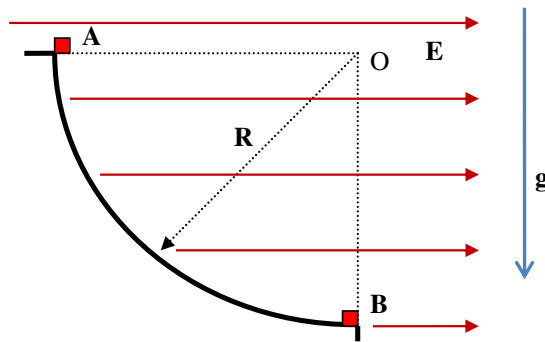
8. En la figura mostrada se abandona un bloque de masa “m” y cantidad de carga “+q” en la posición mas alta de la superficie cilíndrica de radio “R” dentro de de los campos eléctrico (E) y gravitatorio (g) uniforme y homogéneo. Determinar la posición definida por la medida del ángulo θ donde el cuerpo abandona a la superficie.



Para el problema 08

Respuesta: $\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$

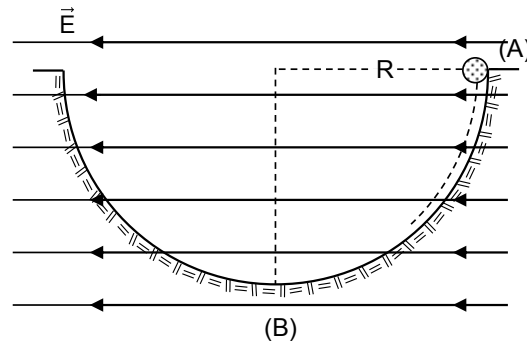
9. Se abandona un bloque de masa “m” y cantidad de carga “+q” en la posición A dentro de dos campos eléctrico homogéneo de intensidad E y gravitatorio (g). Determinar la rapidez del bloque en la porción B.



Para el problema 09

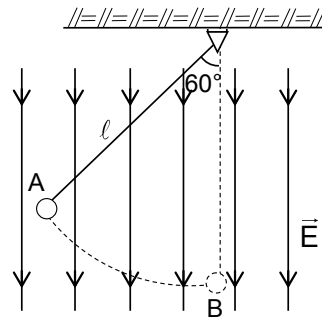
Respuesta: $V_B = \sqrt{2R \left(g + \frac{q \cdot E}{m} \right)}$

10. Una esferita de 50 g y $-50 \mu\text{C}$ de carga, se suelta en el punto (A) de una superficie hemisférica. Calcule su rapidez al pasar por (B) (en m/s). Considere insignificante el rozamiento, además: $E = 6 \cdot 10^3 \text{ N/C}$, $R = 2 \text{ m}$ y $g = 10 \text{ m/s}^2$



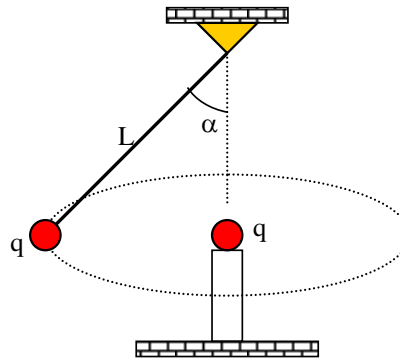
- A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

11. Una partícula de masa $m = 1,0 \text{ kg}$ es soltada en A, si su carga es $q = 700 \mu\text{C}$, calcule con que velocidad pasa por B (en m/s) si el cable que la sostiene es aislante, inelástico y de longitud $\ell = 6 \text{ m}$ ($|\vec{E}| = 10^5 \text{ N/C}$). ($g = 10 \text{ N/kg}$)



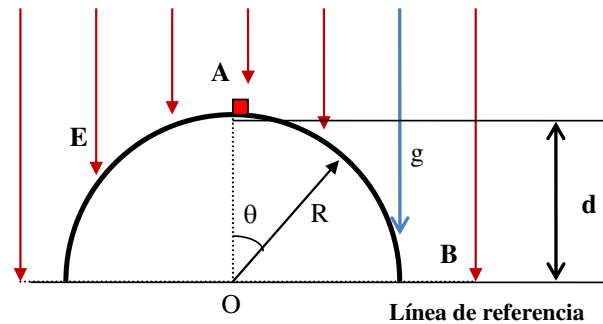
- A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) ninguna

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

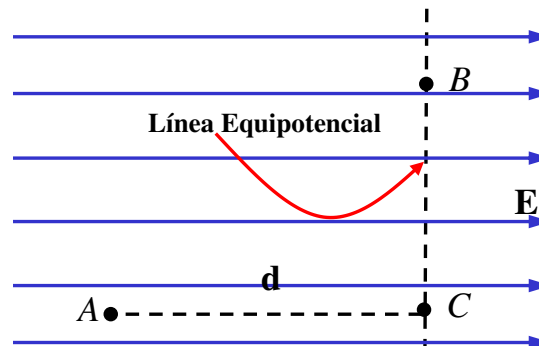


1. CONCEPTO

En una magnitud física escalar, se define como la capacidad que tiene el cuerpo electrizado “q” para realizar cierta cantidad de trabajo en virtud a su posición dentro del campo eléctrico homogéneo.



Cantidad de energía potencial eléctrica, es igual al producto de la fuerza eléctrica por la distancia paralela a las líneas de fuerza, desde A hasta B donde pasa la línea de referencia (línea equipotencial).



$$E_P = W_{A \rightarrow B}^{CAMPO} = \pm q.E.d$$

2. CASOS PARTICULARES:

a) La cantidad de energía potencial será positiva si la fuerza del campo eléctrico está a favor del movimiento.

$$E_p = W_{A \rightarrow B}^{CAMPO} = + q.E.d$$

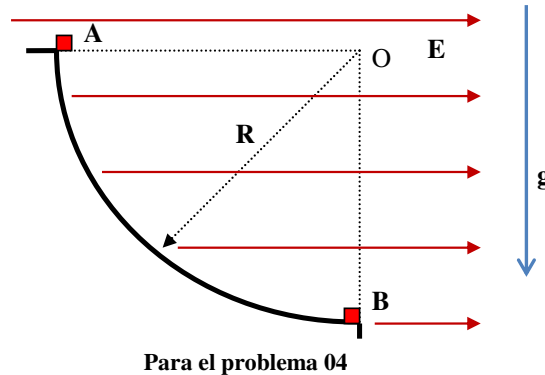
b) La cantidad de energía potencial será negativa si la fuerza del campo eléctrico está en contra del movimiento.

$$E_p = W_{A \rightarrow B}^{CAMPO} = - q.E.d$$

c) La cantidad de energía potencial es cero, si la partícula electrizada se encuentra sobre la línea de referencia.

$$E_p = W_{A \rightarrow B}^{CAMPO} = 0$$

EJEMPLO 01. Se abandona un bloque de masa “m” y cantidad de carga “+q” en la posición A dentro de dos campos eléctrico homogéneo de intensidad E y gravitatorio (g). Determinar la rapidez del bloque en la porción B.



Para el problema 04

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos en teorema de la energía cinética. El trabajo neto realizado por las fuerzas de gravedad y fuerza eléctrica es igual a la variación de la energía cinética entre los puntos A y B.

$$W_{A \rightarrow B}^{NETO} = \Delta E_C \Rightarrow W_{A \rightarrow B}^{GRAVEDAD} + W_{A \rightarrow B}^{ELECTRICO} = \Delta E_C$$

$$m.g.R + E.q.R = \frac{m.V_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2}$$

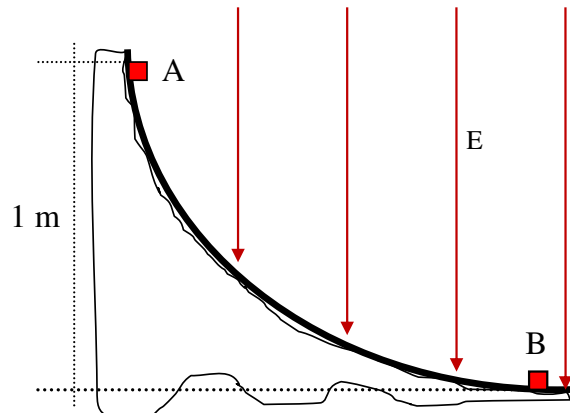
SEGUNDO PASO. La velocidad inicial en el punto A es nula. Despejando tenemos que:

$$\frac{m.V_B^2}{2} = 2(m.g + q.E) \dots (1)$$

$$V_B = \sqrt{2R \left(g + \frac{q.E}{m} \right)}$$

Respuesta: la partícula está sometido a la acción de dos campos.

EJEMPLO 02: Se muestra un bloque de masa 1,0 kg y cantidad de carga $q = +5 \text{ C}$ en la posición "A" dentro de un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 10 \text{ N/C}$. Sabiendo que el bloque llega a la posición "B" con rapidez de 8 m/s. Determinar la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre el bloque. Desprecie la intensidad del campo gravitatorio.



Para el problema 02

A) -18 J

B) -28 J

C) -38 J

D) -48 J

E) -8 J

Resolución

La cantidad de trabajo realizado por *fuerzas no conservativas* es igual a la variación de la energía mecánica. La energía mecánica es igual a la adición de las energías: cinética, potencial gravitatorio, potencial elástico y potencial eléctrico. Tomamos como nivel de referencia la línea horizontal que pasa por el punto B.

$$W_{A \rightarrow B}^{fricción} = EM(en B) - EM(en A)$$

$$W_{A \rightarrow B}^{fricción} = [Ek(B) + Ep(B)] - [Ek(A) + Ep(A)]$$

$$W_{A \rightarrow B}^{fricción} = \left[\frac{m.V_B^2}{2} + 0 \right] - [0 + q.E.h_A]$$

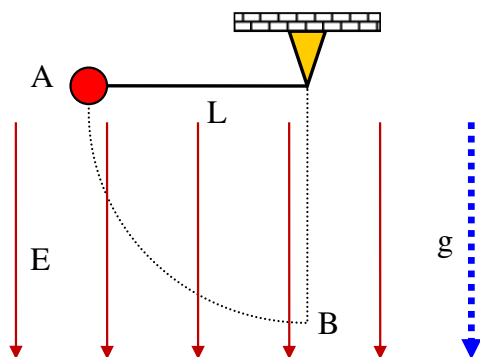
Reemplazando los datos tenemos que:

$$W_{A \rightarrow B}^{fricción} = \left[\frac{1,0 \cdot 8^2}{2} + 0 \right] - [0 + 5 \cdot 10 \cdot 1] = 32 - 50$$

$$W_{A \rightarrow B}^{fricción} = -18 \text{ J}$$

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es -18 J.

EJEMPLO 03: La figura muestra un péndulo de longitud $L = 0,5$ m, de masa $0,05$ kg y cantidad de carga $q = +500 \mu\text{C}$, se abandona en la posición A. El campo eléctrico de intensidad es $E = 600$ N/C y el campo gravitacional es uniforme y homogénea. Calcular la rapidez máxima que adquiere durante su movimiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Para el problema 03

A) 4 m/s

B) 5 /s

C) 6m/s

D) 7m/s

E) 8m/s

Resolución

Si sobre un cuerpo realizan trabajo solamente **fuerzas conservativas** entonces la energía mecánica se conserva en el tiempo. La energía mecánica es igual a la adición de las energías: cinética, potencial gravitatorio, potencial elástico y potencial eléctrico. Tomamos como nivel de referencia la línea horizontal que pasa por el punto más bajo (B) de la trayectoria.

$$EM(\text{en A}) = EM(\text{en B})$$

$$[Ek(A) + Ep(A)] = [Ek(B) + Ep(B)]$$

$$0 + (m \cdot g \cdot L + E \cdot q \cdot L) = \frac{m \cdot V_B^2}{2} + 0$$

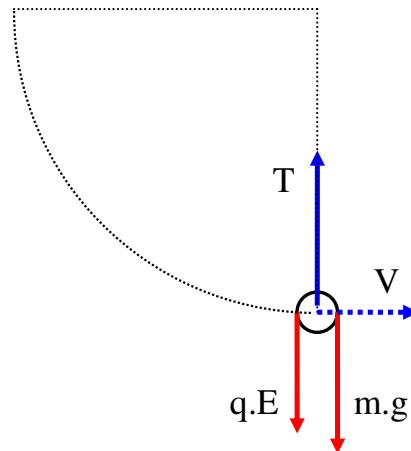
Despejando tenemos que:

$$V_B = \sqrt{2L \left(g + \frac{q \cdot E}{m} \right)} \dots (1)$$

Reemplazando los datos tenemos:

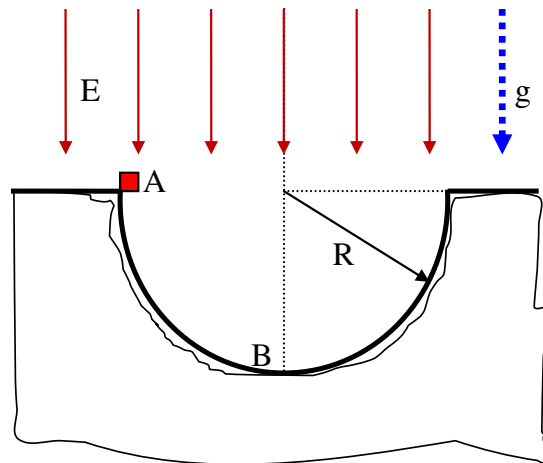
$$V_B = \sqrt{2 \cdot 0,5 \left(10 + \frac{500 \cdot 10^{-6} \cdot 600}{0,05} \right)}$$

$$V_B = 4,0 \text{ m.s}^{-1}$$



Respuesta: la máxima rapidez que adquiere el bloque es 4 m/s.

EJEMPLO 04: En la posición A mostrada se abandona un bloque de 1,0 kg y cantidad de carga 2 mC el cual se mueve sobre la superficie cilíndrica, lisa y no conductora de radio $R = 1,0$ m. Sabiendo que la intensidad del campo uniforme es de módulo $E = 10$ kN/C, calcular el módulo de la máxima fuerza de reacción sobre un bloque. ($g = 10$ m/s²)



Para el problema 04

A) 90 N

B) 80 N

C) 70 N

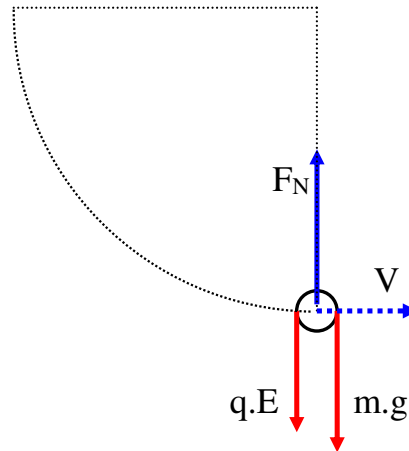
D) 60 N

E) 50 N

Resolución

Si sobre un cuerpo realizan trabajo solamente *fuerzas conservativas* entonces la energía mecánica se conserva en el tiempo. La energía mecánica es igual a la adición de las energías: cinética, potencial gravitatorio, potencial elástico y potencial eléctrico. Tomamos como nivel de referencia la línea horizontal que pasa por el punto más bajo (B) de la trayectoria.

$$EM(\text{en } A) = EM(\text{en } B)$$



$$[Ek(A) + Ep(A)] = [Ek(B) + Ep(B)]$$

$$0 + (m.g.R + E.q.R) = \frac{m.V_B^2}{2} + 0$$

Despejando tenemos que:

$$\frac{m.V_B^2}{R} = 2(m.g + q.E) \dots (1)$$

Aplicamos la segunda ley de Newton, en la trayectoria circunferencial en el punto B.

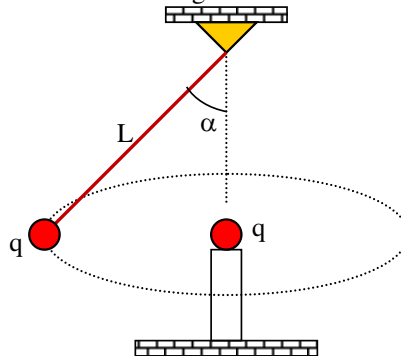
$$F_c = m.a_c \Rightarrow F_N - q.E - m.g = \frac{m.V_B^2}{R} \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$F_N = 3(q.E + m.g) \Rightarrow F_N = 90 \text{ N}$$

Respuesta: el módulo de la fuerza de reacción normal en B es 90 newtons.

EJEMPLO 05: Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano horizontal suspendida de un hilo de longitud “L”, gira alrededor de una carga inmóvil, igual a la carga de la otra esfera, donde α es el ángulo que forma la cuerda con respecto a la línea vertical. Encontrar la rapidez angular con la cual la esfera gira uniformemente.



Para el problema 05

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Sea “T” la tensión en la cuerda. El radio de la circunferencia es: $R = L \cdot \text{Sen} \alpha$

La fuerza centrípeta es: $F_c = T \cdot \text{Sen} \alpha - \frac{K \cdot q \cdot q}{R^2}$

$$F_c = T \cdot \text{Sen} \alpha - \frac{K \cdot q \cdot q}{L^2 \cdot (\text{Sen} \alpha)^2}$$

SEGUNDO PASO. Equilibrio de la partícula electrizada en el eje vertical.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow m \cdot g = T \cdot \text{Cos} \alpha \Rightarrow T = \frac{m \cdot g}{\text{Cos} \alpha}$$

TERCER PASO. Aplicamos la ley de aceleración e el movimiento circunferencial:

$$F_c = m \cdot a_c \Rightarrow F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

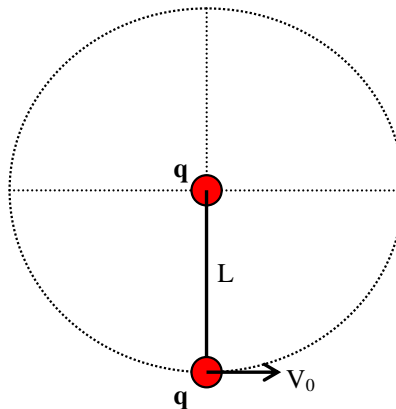
$$T \cdot \text{Sen} \alpha - \frac{K \cdot q \cdot q}{L^2 \cdot (\text{Sen} \alpha)^2} = m \cdot \omega^2 \cdot L \cdot \text{Sen} \alpha$$

$$\frac{m \cdot g}{\text{Cos} \alpha} - \frac{K \cdot q \cdot q}{L^2 \cdot (\text{Sen} \alpha)^3} = m \cdot \omega^2 \cdot L$$

$$\frac{g}{L \cdot \text{Cos} \alpha} - \frac{K \cdot q \cdot q}{m \cdot L^3 \cdot (\text{Sen} \alpha)^3} = \omega^2$$

$$\text{Respuesta: } \omega = \sqrt{\frac{g}{L \cdot \text{Cos} \alpha} - \frac{K \cdot q^2}{m \cdot L^3 \text{Sen} \alpha^3}}$$

EJEMPLO 06: Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano vertical suspendida de un hilo de longitud “L”, gira alrededor de una carga inmóvil, igual a la carga de la otra esfera. Determinar la mínima rapidez horizontal V_0 que se le debe comunicar a la esfera en la posición más baja para que pueda realizar una vuelta completa en el plano vertical.



Para el problema 06

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cuando pasa por la posición más alta, la tensión en la cuerda es nula, por condición del problema, la mínima velocidad, entonces deducimos que la fuerza centrípeta es, la fuerza de gravedad menos la fuerza eléctrica.

$$F_C = mg - \frac{K.q.q}{L^2}$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la ley de aceleración al movimiento circular en la posición más alta:

$$F_C = m.a_C \Rightarrow F_C = m.\frac{(V_B)^2}{R}$$

$$m.g - \frac{K.q.q}{L^2} = m.\frac{(V_B)^2}{L} \Rightarrow g.L - \frac{K.q.q}{m.L} = (V_B)^2 \dots (1)$$

TERCER PASO. Fijamos la línea de referencia en la posición más baja, denominamos posición A. Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(en A) = EM(en B)$$

$$\frac{K.q.q}{L} + \frac{m.(V_A)^2}{2} = \frac{K.q.q}{L} + m.g.(2L) + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

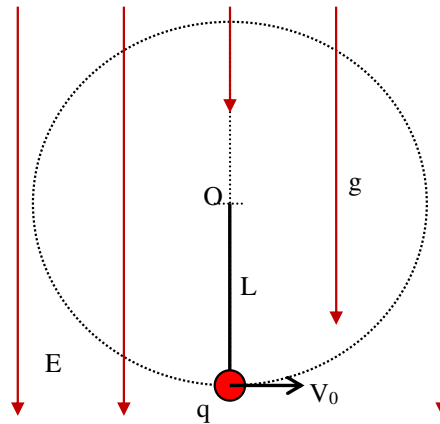
$$\frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.(2L) + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

$$\frac{m.(V_0)^2}{2} = m.g.(2L) + \frac{m}{2} \left(g.L - \frac{K.q.q}{m.L} \right)$$

$$\text{Despejando: } (V_0)^2 = 5g.L - \frac{K.q.q}{m.L}$$

$$\text{Respuesta: } V_0 = \sqrt{5g.L - \frac{K.q^2}{m.L}}$$

EJEMPLO 07. Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano vertical suspendida de un hilo de longitud “L”, gira dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de intensidad E. Determinar la mínima velocidad V_0 que se le debe comunicar en la posición más baja, tal que pueda describir una vuelta completa en un plano vertical. Considere el campo gravitatorio “g”.



Para el problema 07

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cuando pasa por la posición más alta, la tensión en la cuerda es nula, por condición del problema, la mínima velocidad, entonces deducimos que la fuerza centrípeta es, la fuerza de gravedad más la fuerza eléctrica.

$$F_C = mg + q.E$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la ley de aceleración al movimiento circunferencial en la posición más alta:

$$F_C = m.a_C \Rightarrow F_C = m.\frac{(V_B)^2}{R}$$

$$m.g + q.E = m.\frac{(V_B)^2}{L} \Rightarrow g.L + \frac{q.E.L}{m} = (V_B)^2 \dots (1)$$

TERCER PASO. Fijamos la línea de referencia en la posición más baja, denominamos posición A. Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(en A) = EM(en B)$$

$$(V_A)^2 = \frac{q.E.(4L)}{m} + g.(4L) + (V_B)^2$$

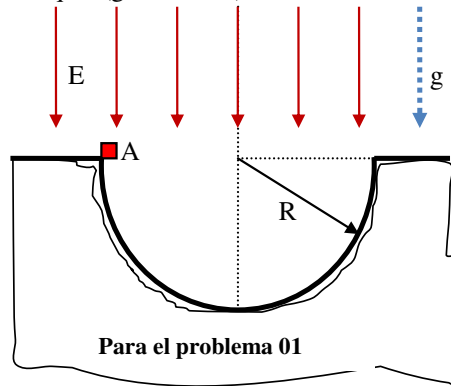
$$(V_A)^2 = \frac{q.E.(4L)}{m} + g.(4L) + g.L + \frac{q.E.L}{m}$$

Despejando: $(V_A)^2 = 5.g.L + \frac{5.q.E.L}{m}$

Respuesta: $V_0 = \sqrt{5L\left(g + \frac{qE}{m}\right)}$

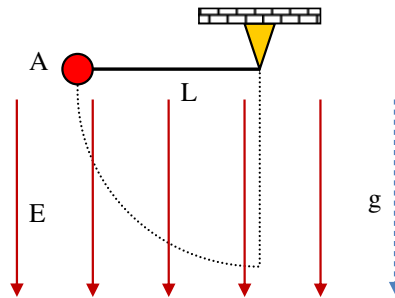
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. En la posición A mostrada se abandona un bloque de 1 kg y cantidad de carga 2 mC el cual se mueve sobre la superficie cilíndrica, lisa y no conductora de radio $R = 1$ m. Sabiendo que la intensidad del campo uniforme es de módulo $E = 1000$ N/C, calcular el módulo de la máxima fuerza de reacción sobre un bloque. ($g = 10$ m/s²)



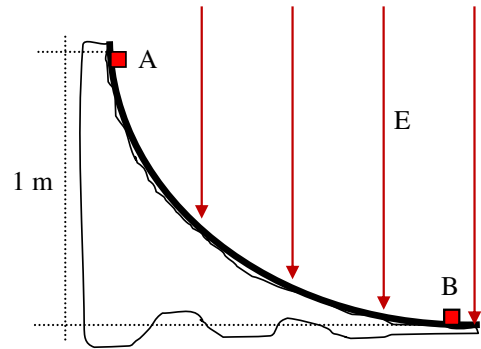
- A) 90 N B) 80 N C) 70 N D) 60 N E) 50 N

2. La figura muestra un péndulo de longitud $L = 0,5$ m, de masa 0,05 kg y cantidad de carga $q = +500$ μ C, se abandona en la posición A. El campo eléctrico de intensidad es $E = 600$ N/C y el campo gravitacional es uniforme y homogénea. Calcular la rapidez máxima que adquiere durante su movimiento. ($g = 10$ m/s²)



- A) 4 m/s B) 5 /s C) 6m/s D 7m/s E 8m/s

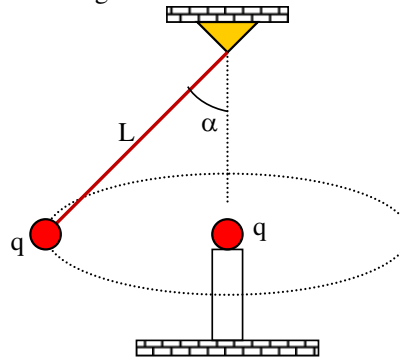
3. Se muestra un bloque de masa 1 kg y cantidad de carga $q = +5$ μ C en la posición "A" dentro de un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 10$ N/C. Sabiendo que el bloque llega a la posición "B" con rapidez de 8 m/s. Determinar la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre el bloque. Desprecie la intensidad del campo gravitatorio.



Para el problema 03

- A) -18 J B) -28 J C) -38 J D) -48 J E) -8 J

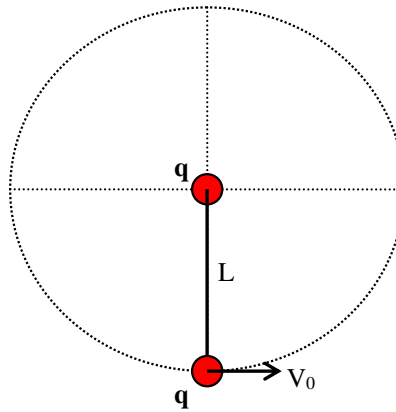
4. Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano horizontal suspendida de un hilo de longitud “L”, gira alrededor de una carga inmóvil, igual a la carga de la otra esfera, donde α es el ángulo que forma la cuerda con respecto a la línea vertical. Encontrar la rapidez angular con la cual la esfera gira uniformemente.



Para el problema 04

Respuesta:
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cdot \cos \alpha} - \frac{K \cdot q^2}{m \cdot L^3 \cdot \sin^3 \alpha}}$$

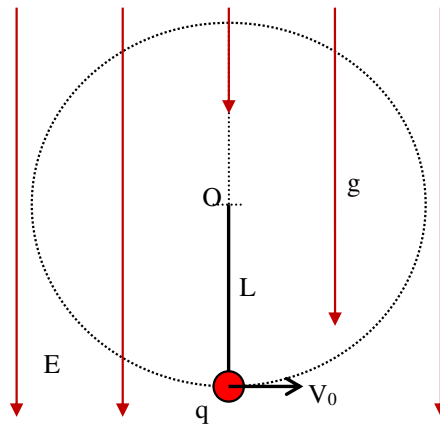
5. Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano vertical suspendida de un hilo de longitud “L”, gira alrededor de una carga inmóvil, igual a la carga de la otra esfera. Determinar la mínima rapidez horizontal V_0 que se le debe comunicar a la esfera en la posición más baja para que pueda realizar una vuelta completa en el plano vertical.



Para el problema 05

Respuesta: $V_0 = \sqrt{5gL - \frac{K \cdot q^2}{m \cdot L}}$

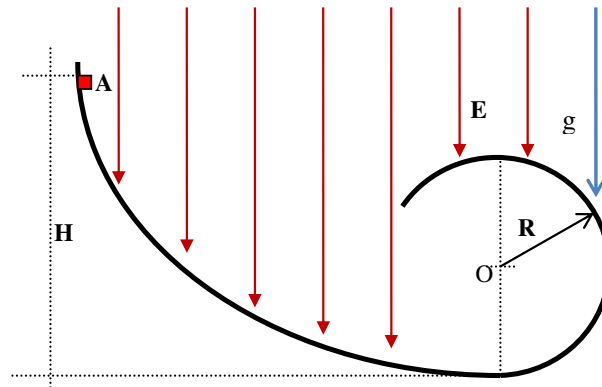
6. Una esfera pequeña de masa “m” y cantidad de carga “+q” puede girar en un plano vertical suspendida de un hilo de longitud “L”, gira dentro de un campo eléctrico uniforme y homogéneo de intensidad E. Determinar la mínima velocidad V_0 que se le debe comunicar en la posición mas baja, tal que pueda describir una vuelta completa en un plano vertical. Considere el campo gravitatorio “g”.



Para el problema 06

Respuesta: $V_0 = \sqrt{5L \left(g + \frac{qE}{m} \right)}$

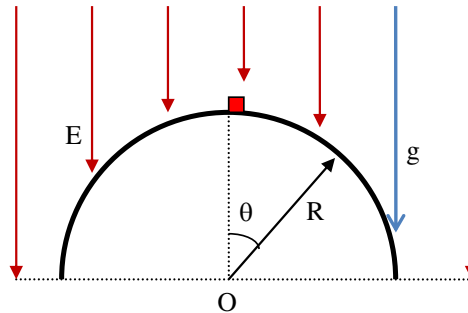
7. Se abandona un bloque de masa “m” y cantidad de carga “+q” en la posición A dentro de un campo eléctrico homogéneo de intensidad E. Calcular la mínima altura H desde el cual se debe abandonar el bloque, tal que, puede dar una vuelta sobre el rizo de curvatura R. Los rieles por donde se desliza el carro son liso y no conductor de cargas electrizas. Considere el campo gravitacional de intensidad “g”.



Para el problema 07

Respuesta: $H = \frac{5}{2}R$

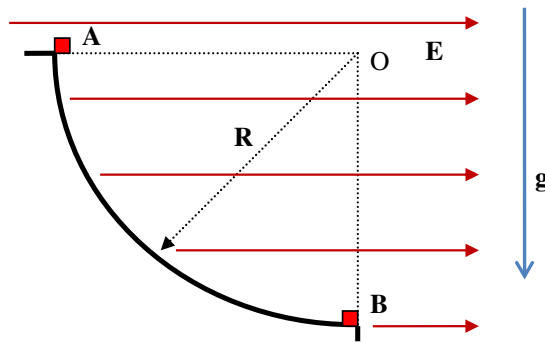
8. En la figura mostrada se abandona un bloque de masa “m” y cantidad de carga “+q” en la posición mas alta de la superficie cilíndrica de radio “R” dentro de de los campos eléctrico (E) y gravitatorio (g) uniforme y homogéneo. Determinar la posición definida por la medida del ángulo θ donde el cuerpo abandona a la superficie.



Para el problema 08

Respuesta: $\arccos\left(\frac{2}{3}\right)$

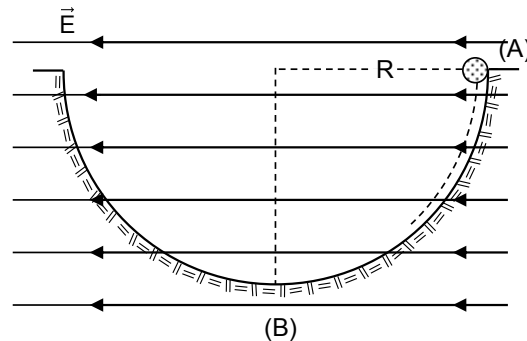
9. Se abandona un bloque de masa “m” y cantidad de carga “+q” en la posición A dentro de dos campos eléctrico homogéneo de intensidad E y gravitatorio (g). Determinar la rapidez del bloque en la porción B.



Para el problema 09

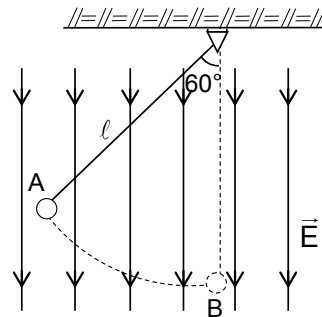
Respuesta: $V_B = \sqrt{2R \left(g + \frac{q \cdot E}{m} \right)}$

10. Una esferita de 50 g y $-50 \mu\text{C}$ de carga, se suelta en el punto (A) de una superficie hemisférica. Calcule su rapidez al pasar por (B) (en m/s). Considere insignificante el rozamiento, además: $E = 6 \cdot 10^3 \text{ N/C}$, $R = 2 \text{ m}$ y $g = 10 \text{ m/s}^2$



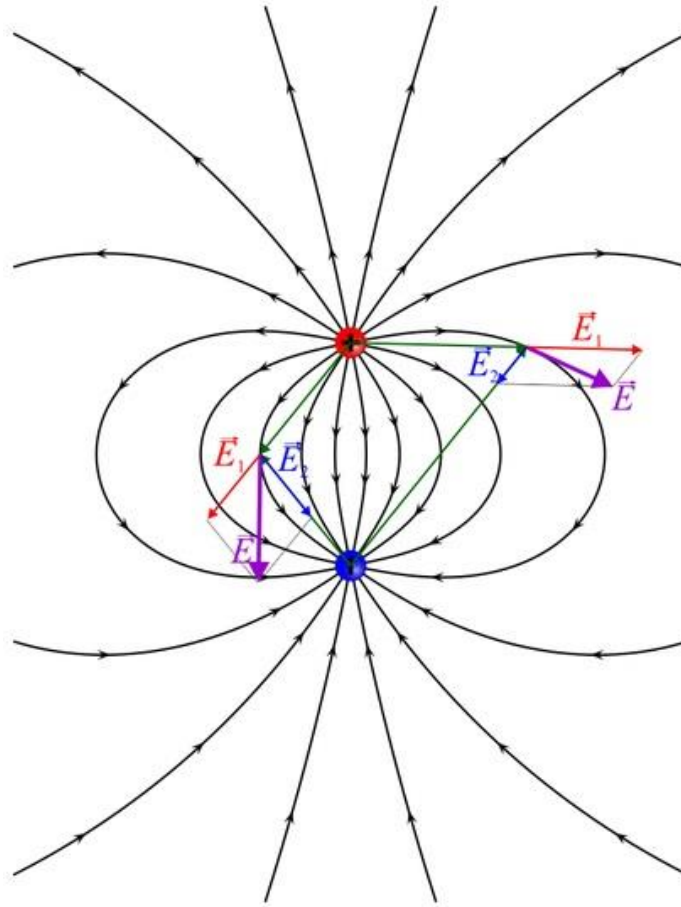
- A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

11. Una partícula de masa $m = 1,0 \text{ kg}$ es soltada en A, si su carga es $q = 700 \mu\text{C}$, calcule con que velocidad pasa por B (en m/s) si el cable que la sostiene es aislante, inelástico y de longitud $\ell = 6 \text{ m}$ ($|\vec{E}| = 10^5 \text{ N/C}$). ($g = 10 \text{ N/kg}$)



- A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) ninguna

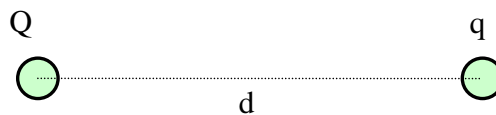
ENERGÍA POTENCIAL DE INTERACCIÓN ELÉCTRICA



1. CONCEPTO

Es la capacidad que tiene un sistema de cargas electrizadas puntuales para realizar cierta cantidad de trabajo en virtud a su configuración.

La cantidad de energía potencial de interacción eléctrica entre dos partículas electrizadas se define como la cantidad de trabajo realizado por un “agente externo” sobre la partícula electrizada “q” en contra de las fuerzas eléctricas para trasladar desde el infinito hasta una cierta distancia de separación con rapidez constante.



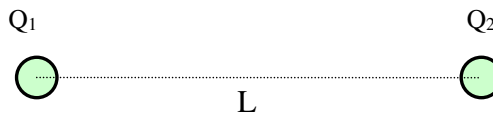
$$E_p = W_{\infty \rightarrow A}^{A.E} = \frac{K \cdot Q \cdot q}{d}$$

Como la cantidad de trabajo puede ser positiva o negativa, en la formula se reemplazará los signos de las cargas.

2. ENERGÍA POTENCIAL DE INTERACCIÓN DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS ELECTRIZADAS

La cantidad de energía potencial de interacción de un sistema de “n” partículas, es igual a la sumatoria de energías potenciales de “n” partículas combinados de dos en dos, donde se reemplazará el signo de las partículas electrizadas.

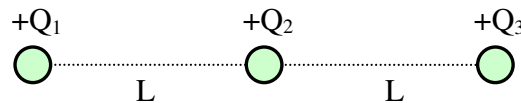
a) Para el caso de dos partículas electrizadas:



Para dos cuerpos

$$E_p = \frac{KQ_1 \cdot Q_2}{d_{12}}$$

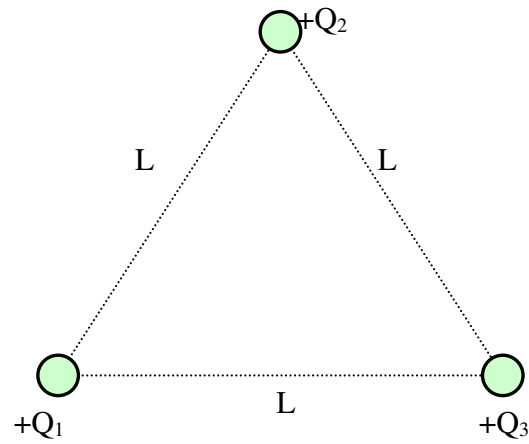
b) Para el caso de tres partículas electrizadas:



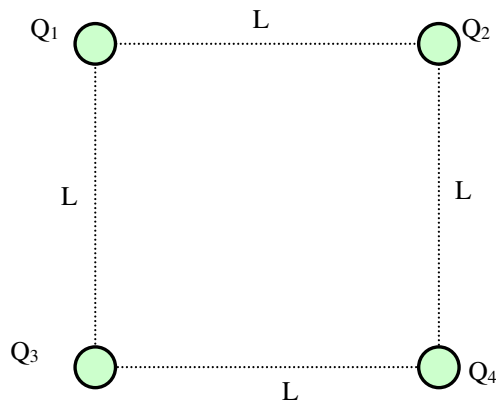
Para tres partículas

$$E_p = \frac{KQ_1 \cdot Q_2}{d_{12}} + \frac{KQ_1 \cdot Q_3}{d_{13}} + \frac{KQ_2 \cdot Q_3}{d_{23}}$$

c) Para el caso de cuatro partículas electrizadas:



Para tres partículas



Para cuatro partículas

$$E_p = \frac{KQ_1 \cdot Q_2}{d_{12}} + \frac{KQ_1 \cdot Q_3}{d_{13}} + \frac{KQ_1 \cdot Q_4}{d_{14}} + \frac{KQ_2 \cdot Q_3}{d_{23}} + \frac{KQ_2 \cdot Q_4}{d_{24}} + \frac{KQ_3 \cdot Q_4}{d_{34}}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01. Determinar la energía potencial del sistema formado por dos partículas electrizadas con cantidad de carga 30 mC y 60 mC separadas entre si una distancia de 30 cm.

Resolución

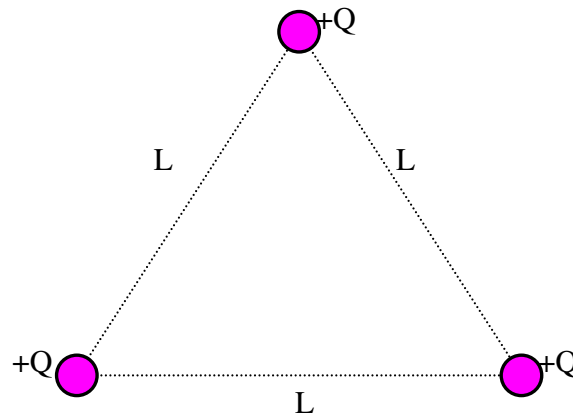
Utilizamos la siguiente expresión:

$$E_p = \frac{KQ_1 \cdot Q_2}{d_{12}} \Rightarrow E_p = \frac{(9 \cdot 10^9)(30 \cdot 10^{-3})(60 \cdot 10^{-3})}{3 \cdot 10^{-1}}$$

$$E_p = +54 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Respuesta: la cantidad de energía potencial del sistema así formado es 54 MJ.

EJEMPLO 02. En los vértices de un triángulo equilátero de lado 1,0 metro se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga 20 μC en cada vértice. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.



Resolución

Utilizamos la siguiente expresión:

$$E_p = \frac{KQ_1 \cdot Q_2}{d_{12}} + \frac{KQ_1 \cdot Q_3}{d_{13}} + \frac{KQ_2 \cdot Q_3}{d_{23}}$$

$$E_p = \frac{KQ \cdot Q}{L} + \frac{KQ \cdot Q}{L} + \frac{KQ \cdot Q}{L} = \frac{3KQ^2}{L}$$

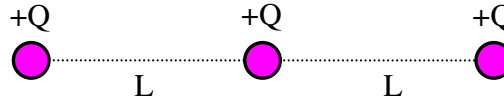
$$E_p = \frac{3(9 \cdot 10^9)(20 \cdot 10^{-6})^2}{1,0} = 10,8 \text{ J}$$

$$E_p = 10,8 \text{ J}$$

Respuesta: la cantidad de energía potencial del sistema así formado es 10,8 joules.

EJEMPLO 03. Se han colocado tres partículas electrizadas sobre una línea recta, como muestra la figura. Si las partículas tienen la misma cantidad de carga $Q = 20 \mu\text{C}$ y las distancias de separación es $L = 10 \text{ cm}$, determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.

Resolución



Utilizamos la siguiente expresión:

$$E_p = \frac{KQ_1 \cdot Q_2}{d_{12}} + \frac{KQ_1 \cdot Q_3}{d_{13}} + \frac{KQ_2 \cdot Q_3}{d_{23}}$$

$$E_p = \frac{KQ \cdot Q}{L} + \frac{KQ \cdot Q}{2L} + \frac{KQ \cdot Q}{L} = \frac{5KQ^2}{2L}$$

$$E_p = \frac{5(9 \cdot 10^9)(20 \cdot 10^{-6})^2}{0,1} = 180 \text{ J}$$

$$E_p = 180 \text{ J}$$

Respuesta: la cantidad de energía potencial del sistema así formado es 180 joules.

EJEMPLO 04. Determinar la energía potencial del sistema formado por dos partículas electrizadas con cantidad de carga -20 mC y 50 mC separadas entre si una distancia de 30 cm .

Resolución

En la formula se reemplaza es signo de la carga eléctrica. Utilizamos la siguiente expresión:

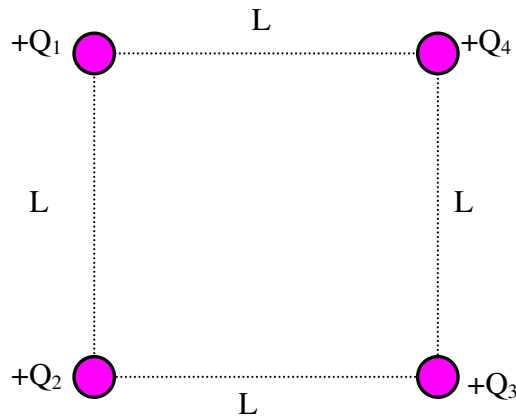
$$E_p = \frac{KQ_1 \cdot Q_2}{d_{12}} \Rightarrow E_p = \frac{(9 \cdot 10^9)(-20 \cdot 10^{-3})(50 \cdot 10^{-3})}{3 \cdot 10^{-1}}$$

$$E_p = -90 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Respuesta: la cantidad de energía potencial del sistema así formado es -90 MJ .

EJEMPLO 05. En cada vértice de un cuadrado de lado L se han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $+Q$; $+Q$, $+Q$ y $+Q$. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Interacción de cuatro partículas electrizadas.

$$E_p = \frac{KQ_1 \cdot Q_2}{d_{12}} + \frac{KQ_1 \cdot Q_3}{d_{13}} + \frac{KQ_1 \cdot Q_4}{d_{14}} + \frac{KQ_2 \cdot Q_3}{d_{23}} + \frac{KQ_2 \cdot Q_4}{d_{24}} + \frac{KQ_3 \cdot Q_4}{d_{34}}$$

SEGUNDO PASO. Reemplazamos:

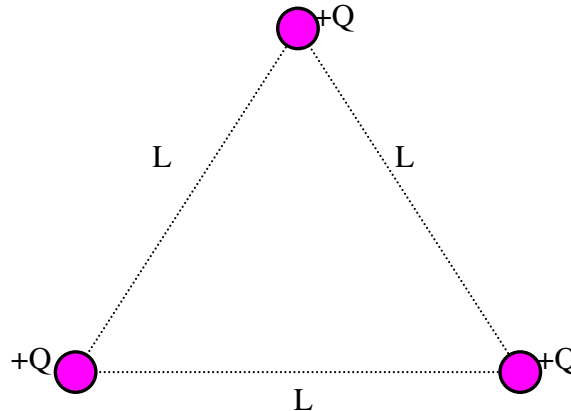
$$E_p = \frac{KQ_1 \cdot Q_2}{L} + \frac{KQ_1 \cdot Q_3}{L\sqrt{2}} + \frac{KQ_1 \cdot Q_4}{L} + \frac{KQ_2 \cdot Q_3}{L} + \frac{KQ_2 \cdot Q_4}{L\sqrt{2}} + \frac{KQ_3 \cdot Q_4}{L}$$

$$E_p = \frac{4KQ \cdot Q}{L} + \frac{2KQ \cdot Q}{L\sqrt{2}} = \frac{KQ \cdot Q}{L} \left(4 + \frac{2}{\sqrt{2}} \right)$$

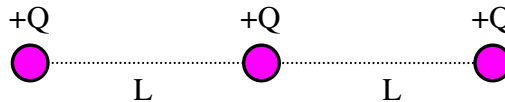
Respuesta: $E_p = (5,4142) \frac{KQ \cdot Q}{L}$

PROBLEMAS PARA PARA RESOLVER EN CLASE

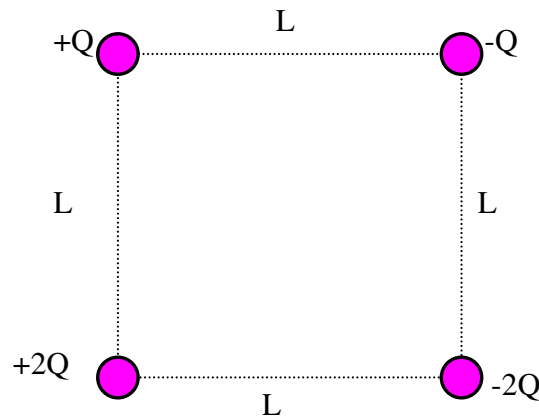
1. Determinar la energía potencial del sistema formado por dos partículas electrizadas con cantidad de carga $30\ \mu\text{C}$ y $60\ \mu\text{C}$ separadas entre si una distancia de 30 cm.
2. En los vértices de un **triángulo** equilátero de lado 3,0 metros se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $Q = 10\ \mu\text{C}$ en cada vértice. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.



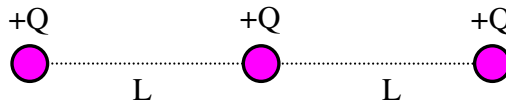
3. En los vértices de un triángulo equilátero de lado 1,0 metro se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $20\ \mu\text{C}$ en cada vértice. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.
4. Se han colocado tres partículas electrizadas sobre una línea recta, como muestra la figura. Si las partículas tienen la misma cantidad de carga $Q = 50\ \mu\text{C}$ y las distancias de separación es $L = 40\ \text{cm}$, determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.



5. En cada vértice de un **cuadrado** de lado L se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $+Q$; $-Q$, $+2Q$ y $-2Q$. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.

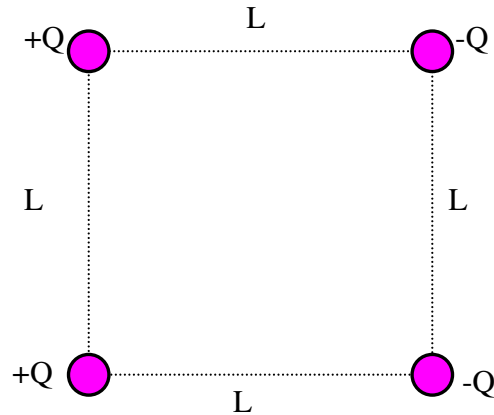


6. En los vértices de un **cuadrado** de lado $1,0$ metro se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $20 \mu\text{C}$ en cada vértice. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.
7. Se han colocado tres partículas electrizadas sobre una línea recta, como muestra la figura. Si las partículas tienen la misma cantidad de carga $Q = 20 \mu\text{C}$ y las distancias de separación es $L = 30 \text{ cm}$, determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.

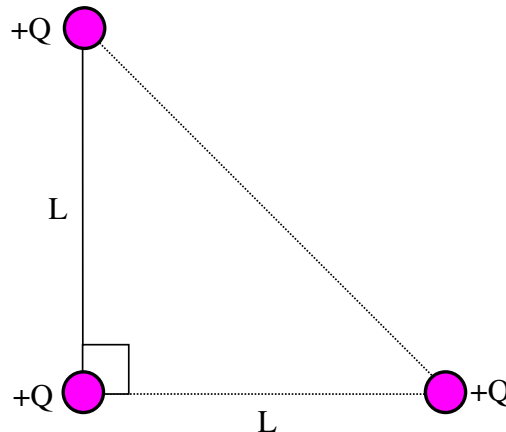


8. En los vértices de un **rectángulo** de lados 30 cm y 40 cm se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $+Q = 12 \mu\text{C}$ en cada vértice. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.
9. Determinar la energía potencial del sistema formado por dos partículas electrizadas con cantidad de carga -20 mC y 50 mC separadas entre sí una distancia de 30 cm .

10. En cada vértice de un **cuadrado** de lado L se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $+Q$; $-Q$, $+Q$ y $-Q$. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.

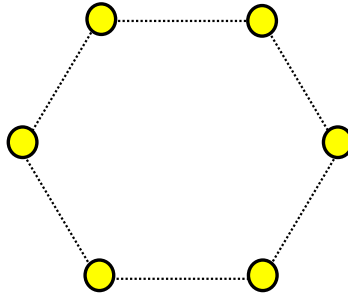


11. En cada vértice de un **triángulo rectángulo** de lados $3L$, $4L$ y $5L$ se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $+Q$, $+Q$ y $+Q$. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.
12. En cada vértice de un **triángulo rectángulo** isósceles de lados se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $+Q$, $+Q$ y $+Q$. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.



13. En los vértices de un **hexágono** regular de lado $1,0$ metro se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $10 \mu\text{C}$ en cada vértice. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.

14. En los vértices de un **cubo** de arista L se me han colocado partículas electrizadas de cantidad de carga $+Q$ en cada vértice. Determine la cantidad de energía potencial eléctrica del sistema.

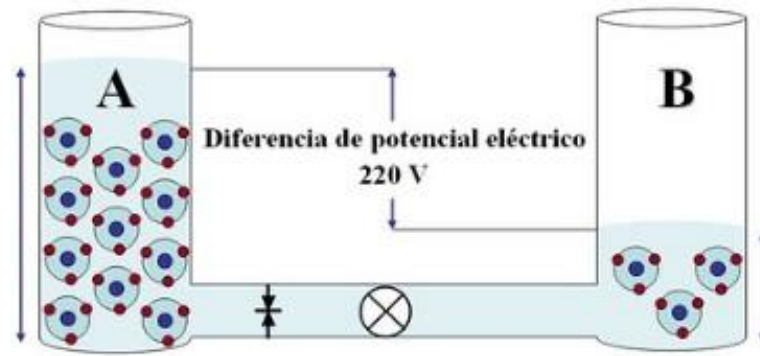


Para el problema 13

15. CONTINUARA.

POTENCIAL ELÉCTRICO

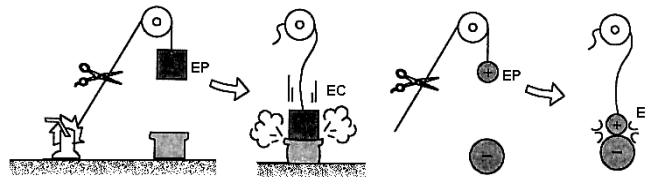
Diferencia de potencial



▪ Diferencia de cargas eléctricas entre dos cuerpos A y B

1. INTRODUCCIÓN

De capítulos anteriores, debe recordar la relación que existe entre el trabajo y la energía potencial. Se realiza trabajo cuando una fuerza desplaza un objeto en la dirección de la fuerza. Un objeto posee energía potencial en virtud de su posición, digamos, en un campo de fuerza. Por ejemplo, si levantas un objeto, le aplicas una fuerza igual a su peso. Cuando lo elevas cierta distancia, realizas trabajo sobre él. También incrementas su energía potencial gravitacional. Cuanto mayor sea la elevación, mayor será el aumento en la energía potencial gravitacional. La realización de trabajo sobre el objeto hace aumentar su energía potencial gravitacional. (Ver figura).



De la figura: (Izquierda) Se realiza trabajo al levantar el pisón del martinete contra el campo gravitacional terrestre. El pisón posee energía potencial gravitacional en su posición elevada. Cuando lo dejas caer, esta energía se transfiere al pilote. (Derecha). Una transferencia de energía similar se lleva a cabo en el caso de las partículas electrizadas.

De manera análoga, un objeto cargado puede tener energía potencial en virtud de su posición en un campo eléctrico. Del mismo modo en que se requiere trabajo para levantar un objeto contra el campo gravitacional de la Tierra, se requiere trabajo para desplazar una partícula cargada contra el campo eléctrico de un cuerpo con carga eléctrica. (Quizá sea más difícil de visualizar, pero la física es la misma en el caso gravitacional y en el caso eléctrico). La energía potencial eléctrica de una

partícula cargada aumenta cuando se realiza trabajo sobre ella para moverla contra el campo eléctrico de algún otro objeto cargado.

2. POTENCIAL ELÉCTRICO.

Si en el análisis anterior empujamos dos cargas en vez de una sola, realizaremos el doble de trabajo. Dos cargas en la misma posición tienen dos veces más energía potencial eléctrica que una sola; tres cargas tendrán el triple de energía potencial; un grupo de diez cargas tendrá diez veces más energía potencial, y así sucesivamente.

En vez de ocuparnos de la energía potencial total de un grupo de cargas, es conveniente, cuando se trabaja con electricidad, considerar la energía potencial eléctrica por unidad de carga. La energía potencial eléctrica por unidad de carga *-sea cual sea la cantidad de carga-* es la misma en cualquier punto. Por ejemplo, un objeto con diez unidades de carga en un punto dado posee una energía diez veces superior a la de un objeto con una sola unidad de carga. Pero también tiene una carga diez veces mayor, de modo que la energía potencial por unidad de carga es la misma. El concepto de energía potencial eléctrica por unidad de carga tiene un nombre especial: Potencial Eléctrico.

$$\text{Potencial Eléctrico} = \frac{\text{Energía Potencial Eléctrica}}{\text{Cantidad de carga}}$$

La unidad del Sistema Internacional que mide el potencial eléctrico es el volt, así llamado en honor del físico italiano **Alessandro Volta** (1745 -1827). El símbolo del volt es V. Puesto que la energía potencial se mide en joules y la cantidad de carga en coulomb.

$$1 \text{ volt} = 1 \frac{\text{joule}}{\text{coulomb}}$$

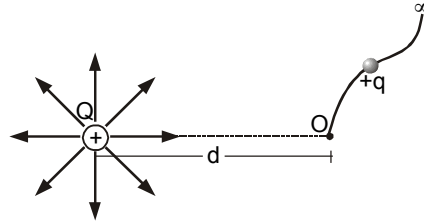
Así pues, un potencial de 1 volt es igual a 1 joule de energía por coulomb de carga; 1000 volts equivalen a 1000 joules de energía por coulomb de carga. Si un conductor tiene un potencial de 1000 volts, se requerirían 1000 joules de energía por coulomb para traer una pequeña carga desde una posición muy alejada y añadirla a la carga del conductor. Como una carga pequeña sería mucho menor que un coulomb, la energía necesaria sería mucho menor que 1000 joules. Por ejemplo, para añadir una carga de un protón, es decir, de $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$, se requeriría una energía de sólo $1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}$.

Como el potencial eléctrico se mide en volts, se le suele llamar voltaje. En este libro usaremos ambos términos indistintamente. El significado del voltaje es que se puede asignar un valor bien definido de esta cantidad a una posición, haya o no haya cargas ocupándola. Podemos hablar de los voltajes en distintas posiciones de un campo eléctrico, haya o no haya cargas en dichas posiciones.

Si te frotas un globo en el cabello, el globo adquiere una carga negativa que produce un potencial de, quizá, ¡varios miles de volts!. Si la carga del globo fuese de un coulomb se requerirían varios miles de joules de energía para proporcionarle tal voltaje. Sin embargo, un coulomb es una cantidad de carga relativamente grande; típicamente, la carga de un globo frotado en el cabello es mucho menor que un millonésimo de coulomb. Por lo tanto, la cantidad de energía asociada con el globo cargado es mucho muy pequeña; de alrededor de un milésimo de joule. Se requiere una gran cantidad de energía para producir un voltaje elevado sólo cuando interviene una gran cantidad de carga. Este ejemplo resalta la diferencia entre la energía potencial eléctrica y el potencial eléctrico.

3. POTENCIAL ELÉCTRICO EN UN PUNTO.

El potencial eléctrico es una magnitud física escalar, se define como la cantidad de trabajo realizado por un agente externo (A.E.) contra el campo eléctrico, por cada unidad de cantidad de carga positiva, para trasladar con rapidez constante desde el infinito hasta un punto P dentro del campo eléctrico.



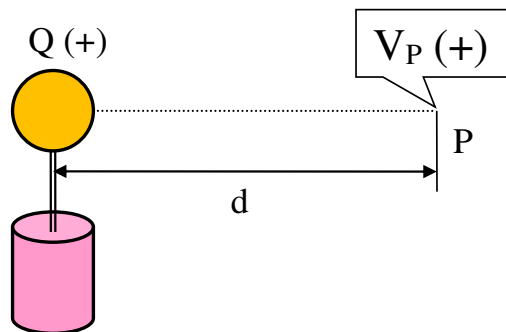
$$V_P = \frac{W_{\infty \rightarrow P}^{A.E.}}{q_0}$$

Pero la cantidad de trabajo realizado contra el campo eléctrico desde el infinito hasta el punto P es:

$$W_{\infty \rightarrow P}^{A.E.} = \frac{K \cdot Q \cdot q_0}{d}$$

Por consiguiente, el potencial eléctrico creado por la partícula electrizada de cantidad de carga Q en el punto P es:

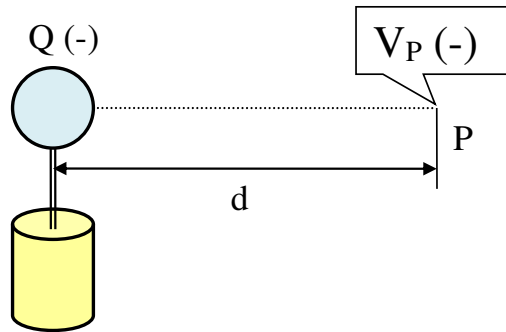
$$V_P = \frac{K \cdot Q}{d}$$



En la fórmula se reemplaza el signo de la partícula electrizada creadora de campo eléctrico, por consiguiente, el potencial en un punto P puede ser positivo o negativo.

$$V_P = \frac{+K \cdot Q}{d}$$

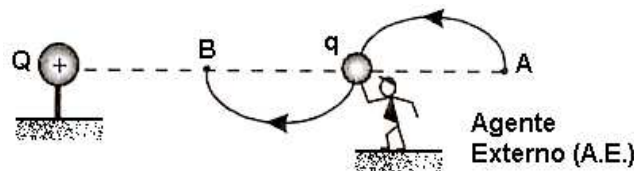
$$V_P = \frac{-K \cdot Q}{d}$$



Consideremos la distancia de muy grande, entonces el **potencial eléctrico** en el infinito es nulo ($V_{\infty} = 0$).

4. DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE DOS PUNTOS.

Se define como la cantidad de trabajo realizado por un agente externo sobre cada unidad de cantidad de carga “q” para trasladar con rapidez constante desde un punto A inicial a otro final B, dentro del campo eléctrico.



$$V_B - V_A = \frac{\text{Trabajo realizado desde A hasta B}}{\text{Cantidad de carga en movimiento}}$$

$$V_B - V_A = \frac{W_{A \rightarrow B}^{A.E.}}{q}$$

La diferencia de potencial, también suele llamarse “tensión eléctrica”.

El sentido de las líneas de fuerza que representan al campo eléctrico es tal que se dirigen de mayor a menor potencial eléctrico.

5. CANTIDAD DE TRABAJO CONTRA EL CAMPO ELÉCTRICO

La cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico para trasladar la partícula electrizada “q” desde un punto inicial A a otro final B, es igual al producto de la magnitud de la partícula electrizada por la diferencia de potencial entre los puntos final e inicial.

$$W_{A \rightarrow B}^{A.Externo} = q \cdot (V_B - V_A)$$

En la fórmula se reemplazará el signo de partícula electrizada en movimiento. Si la cantidad de trabajo es **positivo** entonces la fuerza externa está en el sentido del movimiento de la partícula electrizada, en cambio si es **negativa** la fuerza externa está en sentido contrario al movimiento.

GOTA 1. La cantidad de trabajo será nula si los puntos inicial y final tienen igual potencial eléctrico.

GOTA 2. La cantidad de trabajo hecho por el agente externo no depende de la trayectoria.

GOTA 3. La cantidad de trabajo hecho por el campo eléctrico es opuesta a la cantidad de trabajo hecho por el agente externo.

$$W^{\text{CAMPO}} = -W^{\text{A.E.}}$$

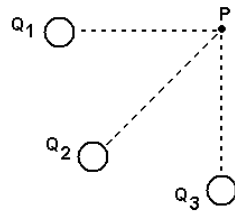
$$W_{A \rightarrow B}^{\text{Campo}} = q \cdot (V_A - V_B)$$

6. SUPERPOSICIÓN DE CAMPOS ELÉCTRICOS

Debido a que el potencial eléctrico es una cantidad escalar, entonces el potencial resultante es igual a la suma algebraica de los potenciales parciales.

$$V_P = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + \dots + V_n$$

Para un conjunto de tres partículas electrizadas es:



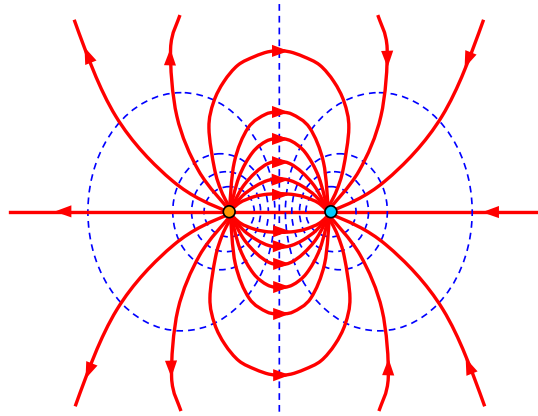
$$V_P = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_P = \frac{K \cdot q_1}{d_1} + \frac{K \cdot q_2}{d_2} + \frac{K \cdot q_3}{d_3}$$

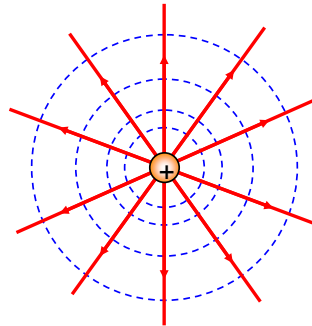
En la ecuación anterior se reemplazará el signo de cada partícula electrizada.

7. SUPERFICIE EQUIPOTENCIAL

Se denomina “Superficie Equipotencial” a la superficie formada por puntos que tienen igual potencial eléctrico, estas se caracterizan por ser perpendiculares a las líneas de fuerza.



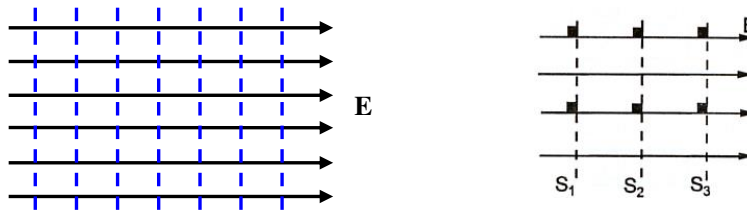
Del mismo modo, la línea equipotencial esta formada por puntos que tienen igual potencial eléctrico.



Sobre una superficie equipotencial no se realiza trabajo, es decir la cantidad de trabajo que realiza un agente externo es nula.

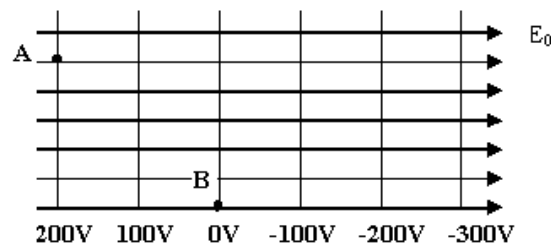
8. SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES EN UN CAMPO HOMOGÉNEO

El campo eléctrico homogéneo se representa mediante líneas de fuerza paralelas, entonces las superficies equipotenciales también serán paralelas entre sí. En la figura mostrada S_1 , S_2 , y S_3 representan a las superficies equipotenciales.



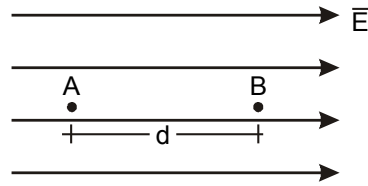
9. DIFERENCIA DE POTENCIAL EN CAMPO ELÉCTRICO HOMOGÉNEO

La diferencia de potencial entre dos puntos A y B, es igual al producto de la intensidad del campo eléctrico homogéneo por la distancia en dos líneas equipotenciales que contienen a los puntos A y B. Como ya sabemos el trabajo realizado por el agente externo es independiente de la trayectoria o camino seguido por la partícula en movimiento.



Las líneas de fuerza que representan al campo eléctrico se desplazan de mayor a menor potencial eléctrico. Observe las siguientes ecuaciones:

$$V_A > V_B$$



$$V_B - V_A = -E \cdot d$$

$$V_A - V_B = +E \cdot d$$

La distancia “d” se mide paralelamente a las líneas de fuerza que representan al campo eléctrico. Análogamente la altura se mide paralelamente a las líneas de fuerza que representan al campo gravitatorio.

UNIDADES DE MEDIDA

MAGNITUD		UNIDADES	
W	Cantidad de trabajo	joule	J
q	Cantidad de carga eléctrica	coulomb	C
d	distancia	metro	m
V	potencial eléctrico	volt	V
$V_B - V_A$	diferencia de potencial	volt	V
E	intensidad de campo eléctrico	newton por coulomb	N/C

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Determinar el potencial eléctrico en un punto P situado a 9 m de una partícula electrizada con $5 \mu C$.

A) 500 V B) 50 volts C) 500 kV D) 6 000 volts E) 5 kV

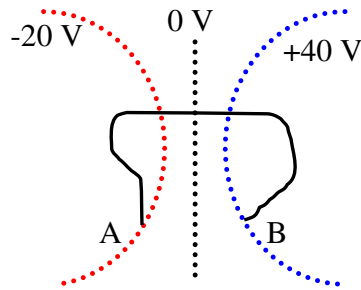
Resolución

Por consiguiente, el potencial eléctrico creado por la partícula electrizada de cantidad de carga Q en el punto P es:

$$V_p = \frac{K \cdot Q}{d} \Rightarrow V_p = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (5 \cdot 10^{-6})}{9} = 5000 \text{ volts}$$

Respuesta: el potencial eléctrico en el punto P es 5 kV.

EJEMPLO 02: Se muestra algunas superficies equipotenciales y la trayectoria de una partícula. Determinar la cantidad de trabajo realizado por un agente externo contra el campo eléctrico para llevar una partícula electrizada $+q = 20 \mu\text{C}$ desde el punto A hasta B.



- A) 1,2 mJ B) 1,4 mJ C) 1,6 mJ D) 1,8 mJ E) 2,2 mJ

Resolución

La cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico para trasladar la partícula electrizada “q” desde un punto inicial A a otro final B, es igual al producto de la magnitud de la partícula electrizada por la diferencia de potencial entre los puntos final e inicial.

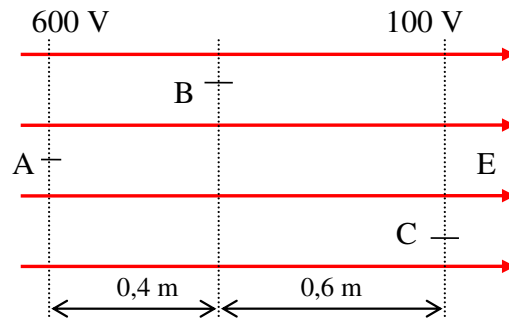
$$W_{A \rightarrow B}^{A.E} = q.(V_B - V_A) \Rightarrow W_{A \rightarrow B}^{A.E} = 20 \cdot 10^{-6} \cdot (40 - (-20))$$

$$W_{A \rightarrow B}^{A.E} = 20 \cdot 10^{-6} \cdot (40 - (-20)) = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$W_{A \rightarrow B}^{A.E} = 1,2 \text{ mJ}$$

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado por el agente externo es 1,2 milijoule.

EJEMPLO 03: Se muestra un campo eléctrico uniforme y homogéneo. Determinar el potencial eléctrico en el punto B.



- A) 300 V B) 400 V C) 30 V D) -300 V E) 600 V

Resolución

Las líneas de fuerza que representan al campo eléctrico homogéneo se desplazan de mayor a menor potencial eléctrico. Observe: $V_A > V_B$

Sabiendo que el campo eléctrico es homogéneo se cumple que:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \frac{V_A - V_B}{d_{AB}} = \frac{V_B - V_C}{d_{BC}}$$

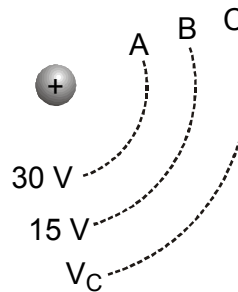
Reemplazando tenemos que:

$$\frac{600 - V_B}{0,4} = \frac{V_B - 100}{0,6}$$

Resolviendo la ecuación se obtiene: $V_B = 400 \text{ volts}$

Respuesta: el potencial eléctrico en el punto B es 400 V.

EJEMPLO 04: Se muestra tres líneas equipotenciales. Para trasladar lentamente una partícula electrizada de cantidad de carga +10 coulomb desde A hasta C, un agente externo realiza una cantidad de trabajo de -200 J contra el campo eléctrico. Determinar el potencial eléctrico en C.



- A) -10 V B) +10 V C) -5 V D) +5 V E) 0 V

Resolución

La cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico para trasladar la partícula electrizada “q” desde un punto inicial A a otro final C, es igual al producto de la magnitud de la partícula electrizada por la diferencia de potencial entre los puntos final e inicial.

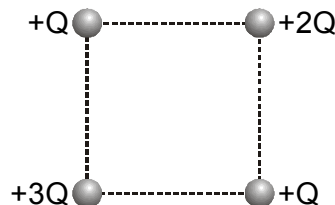
$$W_{A \rightarrow C}^{A,E} = q \cdot (V_C - V_A) \Rightarrow -200 = 10 \cdot (V_C - 30)$$

Despejando el potencial eléctrico en C.

$$V_C = +10 \text{ volts}$$

Respuesta: el potencial eléctrico en el punto C es +10 volts.

EJEMPLO 05: De muestra cuatro esferas pequeñas electrizadas en los vértices de un cuadrado con el lado “L”. Si la esfera de cantidad de carga eléctrica +2Q genera un potencial eléctrico de 10 volts en el centro del cuadrado, determinar el potencial eléctrico resultante en el centro del cuadrado.



- A) -10 V B) +10 V C) -55 V D) +35 V E) 30 V

Resolución

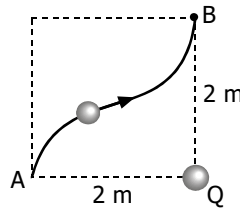
El potencial eléctrico generado por $2Q$ en el centro del cuadrado es $+10$ volts, entonces la cantidad de carga Q genera 5 volts. Sabiendo que las partículas electrizadas equidistan del centro, entonces el potencial eléctrico resultante en el centro del cuadrado es:

$$V_{\text{centro}} = \frac{K(\sum q)}{d} \Rightarrow V_{\text{centro}} = \frac{K(7Q)}{d}$$

$$V_{\text{centro}} = 7 \left[\frac{K(Q)}{d} \right] = 7[5 \text{ volts}] = +35 \text{ volts}$$

Respuesta: el potencial eléctrico resultante en el centro del cuadrado es $+35$ volts.

EJEMPLO 06: Una esfera electrizada con cantidad de carga $Q = + 80 \mu\text{C}$ genera a su alrededor un campo eléctrico. Determinar la cantidad de trabajo realizado por un agente externo para trasladar lentamente una partícula electrizada de cantidad de carga $q = - 2 \mu\text{C}$ desde la posición A hasta la posición B siguiendo la trayectoria mostrada.



- A) 10 J B) -10 J C) 12 J D) -12 J E) 0 J

Resolución

Cálculo del potencial eléctrico en el punto A.

$$V_A = \frac{K \cdot Q}{d} \Rightarrow V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 80 \cdot 10^{-6}}{2} = + 360 \cdot 10^3 \text{ volts}$$

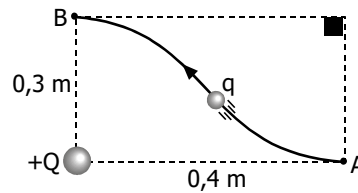
Observando el grafico deducimos que los puntos A y B tienen el mismo potencial eléctrico.

La cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico para trasladar la partícula electrizada “q” desde un punto inicial A a otro final B, es igual al producto de la magnitud de la partícula electrizada por la diferencia de potencial entre los puntos final e inicial.

$$W_{A \rightarrow B}^{A.E} = q \cdot (V_B - V_A) \Rightarrow W_{A \rightarrow B}^{A.E} = q \cdot (V - V) = 0 \text{ J}$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho por el agente externo contra el campo eléctrico es nula.

EJEMPLO 07: Una esfera electrizada con cantidad de carga $Q = + 4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ genera a su alrededor un campo eléctrico. Determinar la cantidad de trabajo realizado por un agente externo para trasladar lentamente una partícula electrizada de cantidad de carga $q = +6 \mu\text{C}$ desde la posición A hasta la posición B siguiendo la trayectoria mostrada.



- A) +14 J B) -14 J C) 0 J D) -18 J E) +18 J

Resolución

Cálculo del potencial eléctrico en el punto A.

$$V_A = \frac{K \cdot Q}{d} \Rightarrow V_A = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{0,4} = +9 \cdot 10^6 \text{ volts}$$

Cálculo del potencial eléctrico en el punto B.

$$V_B = \frac{K \cdot Q}{d} \Rightarrow V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{0,3} = +12 \cdot 10^6 \text{ volts}$$

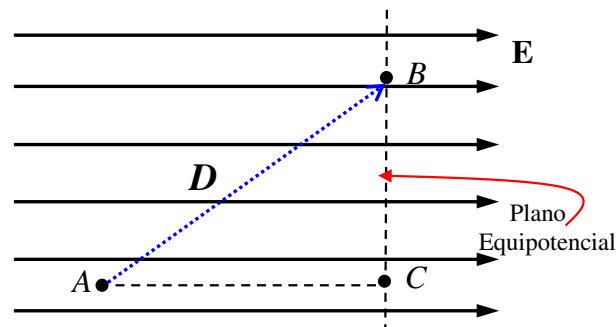
La cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico para trasladar la partícula electrizada “q” desde un punto inicial A a otro final B, es igual al producto de la magnitud de la partícula electrizada por la diferencia de potencial entre los puntos final e inicial.

$$W_{A \rightarrow B}^{A.E} = q \cdot (V_B - V_A)$$

$$W_{A \rightarrow B}^{A.E} = (6 \cdot 10^{-6} \text{ C}) \cdot (3 \cdot 10^6 \text{ V}) = +18 \text{ J}$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho por el agente externo es 18 joules.

EJEMPLO 08: Una partícula electrizada de cantidad de carga $q = -20 \text{ mC}$ se lleva lentamente desde A hasta B en línea recta como se muestra. Determinar la cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico de intensidad $E = 20 \text{ kN/C}$, además se sabe que $AC = 0,4 \text{ m}$ y $CB = 0,3 \text{ m}$.



- A) 160 J B) -160 J C) 120 J D) -120 J E) -180 J

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Las líneas de fuerza que representan al campo eléctrico homogéneo se desplazan de mayor a menor potencial eléctrico. Observe: $V_A > V_B$

En la línea equipotencial se cumple que: $V_C = V_B$

Cálculo de la diferencia de potencial entre los puntos C y A:

$$(V_C - V_A) = -E \cdot d \Rightarrow (V_C - V_A) = -\left(20 \cdot 10^3 \frac{N}{C}\right) \cdot (0,4 \text{ m})$$

$$(V_C - V_A) = -8000 \text{ volts} \quad \text{y} \quad (V_B - V_A) = -8000 \text{ volts}$$

SEGUNDO PASO. La cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico para trasladar la partícula electrizada “q” desde un punto inicial A a otro final B, es igual al producto de la magnitud de la partícula electrizada por la diferencia de potencial entre los puntos final e inicial.

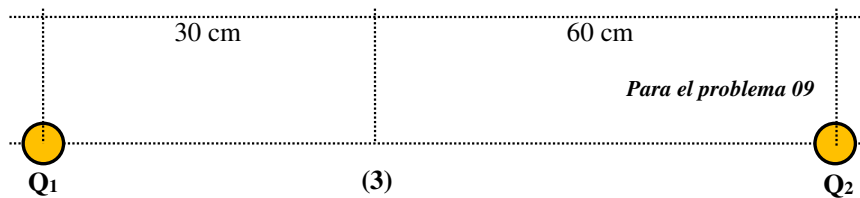
$$W_{A \rightarrow B}^{A.E} = q \cdot (V_B - V_A)$$

$$W_{A \rightarrow B}^{A.E} = (-20 \cdot 10^{-3} \text{ C}) \cdot (-8 \cdot 10^3 \text{ V}) = +160 \text{ J}$$

La cantidad de trabajo hecho por una **fuerza conservativa**, es independiente de la trayectoria que sigue el cuerpo electrizado entre el punto inicial y final.

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho por el agente externo es 160 joules.

EJEMPLO 09: Se muestra dos partículas electrizadas $Q_1 = +1 \mu\text{C}$ y $Q_2 = -2 \mu\text{C}$, separadas 90 cm.



Determine el potencial eléctrico en el punto (3).

RESOLUCIÓN

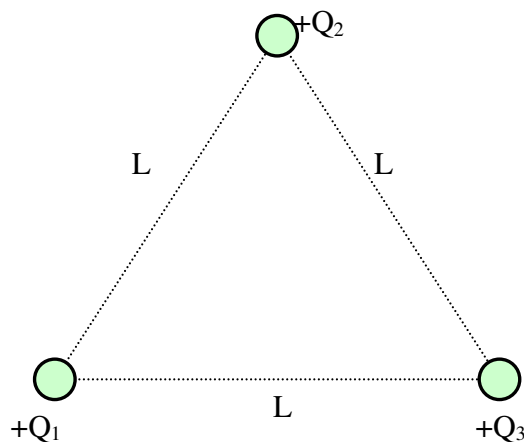
El potencial eléctrico en el punto (3) es la superposición de dos campos eléctricos, es decir cada partícula electrizada genera un potencial independiente. El potencial eléctrico es una cantidad escalar, en la fórmula se reemplaza el signo de la carga.

$$V_3 = V_{3/1} + V_{3/2} = \frac{K \cdot Q_1}{d_{3/1}} + \frac{K \cdot Q_2}{d_{3/2}}$$

$$V_3 = K \left(\frac{Q_1}{d_{3/1}} + \frac{Q_2}{d_{3/2}} \right) = K \left(\frac{10^{-6}}{0,3} + \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{0,6} \right) = 0$$

Respuesta: el potencial eléctrico resultante en el punto (3) es nulo

EJEMPLO 10. En los vértices de un triángulo equilátero de lado L se han colocado tres partículas electrizadas de igual valor. “Q”. Determinar el potencial eléctrico en el baricentro del triángulo equilátero.



Para el problema 10

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La distancia del vértice al baricentro es: $d = \frac{L}{\sqrt{3}}$

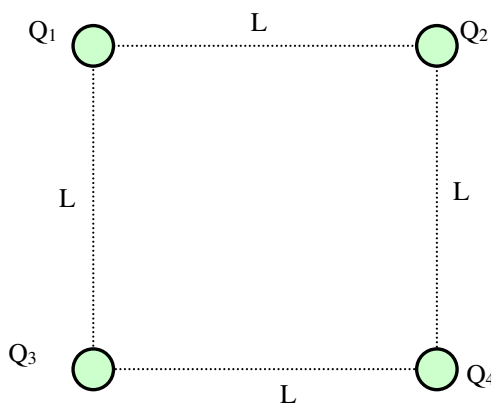
SEGUNDO PASO. Cálculo del potencial eléctrico en el baricentro el triángulo.

$$V_G = V_{G/1} + V_{G/2} + V_{G/3} = \frac{K \cdot Q_1}{d_{G/1}} + \frac{K \cdot Q_2}{d_{G/2}} + \frac{K \cdot Q_3}{d_{G/3}}$$

$$V_G = \frac{K \cdot Q}{\frac{L}{\sqrt{3}}} + \frac{K \cdot Q}{\frac{L}{\sqrt{3}}} + \frac{K \cdot Q}{\frac{L}{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{3} \cdot K \cdot Q}{L}$$

Respuesta: El potencial eléctrico en el baricentro es $V_G = \frac{3\sqrt{3} \cdot K \cdot Q}{L}$

EJEMPLO 11. En los vértices de un cuadrado de lado L se han colocado tres partículas electrizadas de igual valor. "Q". Determinar el potencial eléctrico en el centro del cuadrado.



Para el problema 11

RESOLUCIÓN

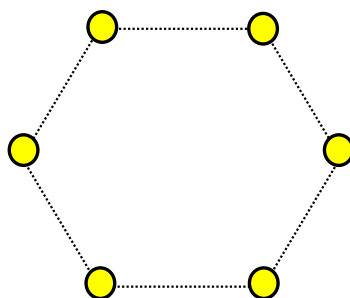
PRIMER PASO. La distancia del vértice al centro del cuadrado es: $d = \frac{L}{\sqrt{2}}$

SEGUNDO PASO. Cálculo del potencial eléctrico en el baricentro el triángulo.

$$V_o = V_{o/1} + V_{o/2} + V_{o/3} + V_{o/4} = \frac{4K \cdot Q}{\frac{L}{\sqrt{2}}}$$

Respuesta: El potencial eléctrico en el centro del cuadrado es $V_o = \frac{4\sqrt{2} \cdot K \cdot Q}{L}$

EJEMPLO 12. En los vértices de un hexágono regular de lado L se han colocado seis partículas electrizadas de igual valor. “Q”. Determinar el potencial eléctrica en el centro del hexágono.



Para el problema 12

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La distancia del vértice al centro del hexágono regular es: $d = L$

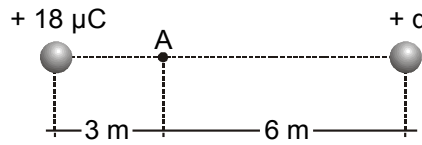
SEGUNDO PASO. Cálculo del potencial eléctrico en el centro del hexágono regular.

$$V_o = V_{o/1} + V_{o/2} + V_{o/3} + V_{o/4} + V_{o/5} + V_{o/6} = \frac{6K \cdot Q}{L}$$

Respuesta: El potencial eléctrico en el centro del cuadrado es $V_o = \frac{6 \cdot K \cdot Q}{L}$

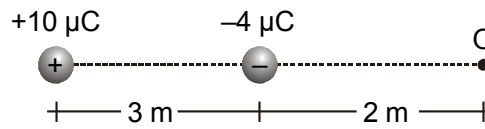
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Se muestra dos partículas electrizadas fijas. Sabiendo que el potencial eléctrico resultante en A es 63 kV, determine la cantidad de carga "+q".



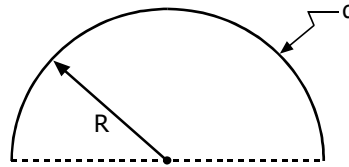
- A) $+3 \mu$ B) $+40 \mu\text{C}$ C) $+50 \mu\text{C}$ D) $+6 \mu\text{C}$ E) $+60 \mu\text{C}$

2. Se muestra dos partículas electrizadas fijas. Determine el potencial eléctrico resultante en el punto "O".



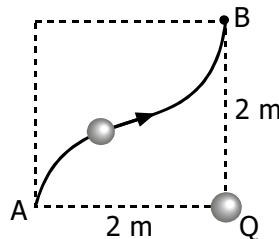
- A) 0 B) 2 kV C) 3 kV D) 4 kV E) 5 kV

3. Se muestra un conductor en forma de semicircunferencia de radio $R = 0,9 \text{ m}$ electrizado con cantidad de carga eléctrica $q = +2 \mu\text{C}$. Determinar el potencial eléctrico en el centro de la semicircunferencia.



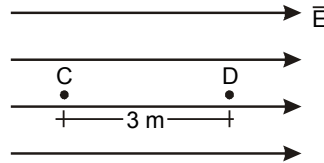
- A) 5 kV B) 10 kV C) 15 kV D) 20 kV E) 25 kV

4. Una esfera electrizada con cantidad de carga $Q = +80 \mu\text{C}$ genera a su alrededor un campo eléctrico. Determinar la cantidad de trabajo realizado por un agente externo para trasladar lentamente una partícula electrizada de cantidad de carga $q = -2 \mu\text{C}$ desde la posición A hasta la posición B siguiendo la trayectoria mostrada.



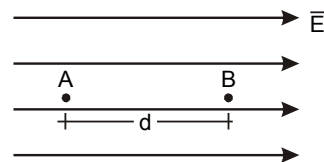
- A) 10 J B) -10 J C) 12 J D) -12 J E) 0 J

5. Calcular la diferencia de potencial ($V_C - V_D$) entre los puntos C y D del campo eléctrico uniforme y homogéneo de intensidad cuyo módulo es $E = 15 \text{ N/C}$.



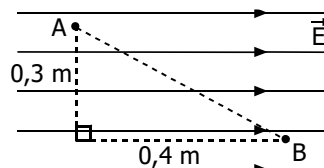
- A) +30 V B) +45 V C) -45 V D) -30 V E) +40 V

6. La diferencia de potencial entre los puntos A y B es: ($V_A - V_B = 50 \text{ volts}$). Si la intensidad del campo eléctrico uniforme y homogéneo es $E = 200 \text{ N/C}$, determinar la distancia de separación "d".



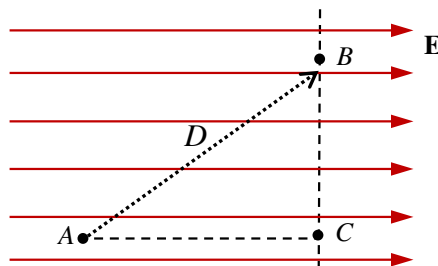
- A) 10 cm B) 15 cm C) 20 cm D) 25 cm E) 30 cm

7. Se muestra un campo eléctrico uniforme y homogéneo de módulo $E = 500 \text{ kN/C}$. Determinar la cantidad de trabajo realizado por un agente externo para trasladar lentamente una partícula electrizada de cantidad de carga $q = +50 \mu\text{C}$ desde la posición A hasta la posición B siguiendo la trayectoria la hipotenusa del triángulo.



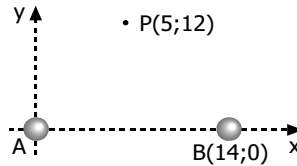
- A) 10 J B) -10 J C) 12 J D) -12 J E) -18 J

8. Una partícula electrizada de cantidad de carga $q = -20 \text{ mC}$ se lleva lentamente desde A hasta B en línea recta como se muestra. Determinar la cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico de intensidad $E = 20 \text{ kN/C}$, además se sabe que $AC = 0,4 \text{ m}$ y $CB = 0,3 \text{ m}$.



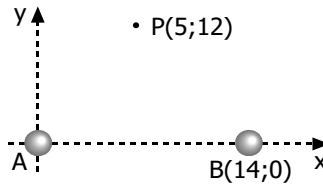
- A) 160 J B) -160 J C) 120 J D) -120 J E) -180 J

9. Se muestra dos esferas electrizadas de cantidad de carga $Q_A = 26 \mu\text{C}$ y la otra $Q_B = 30 \mu\text{C}$. Determinar el potencial eléctrico resultante en el punto P. Las coordenadas están expresadas en metros.



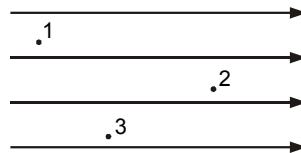
- A) 18 kV B) 12 kV C) 36 kV D) 20 kV E) 25 kV

10. La cantidad de carga de la esfera puntual B excede en $130 \mu\text{C}$ al de la esfera A. Determinar en cuanto de incrementará el potencial eléctrico en el punto P si las esferas A y B intercambiarían de posición. Las coordenadas están expresadas en metros.



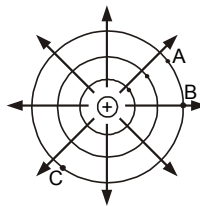
- A) 5 kV B) 12 kV C) 15 kV D) 20 kV E) 25 kV

11. Se muestra un campo uniforme y homogéneo de intensidad $\mathbf{E} = 5 \mathbf{i}$ (kN). Además sabemos que el potencial en los puntos (1), (2) y (3) son: $V_1 = +80$ volts, $V_2 = -60$ volts y $V_3 = 0$ volts. Determine la cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico para llevar lentamente un cuerpo electrizado $q = +20 \mu\text{C}$ desde la posición (1) hasta la posición (2) pasando por el punto (3).



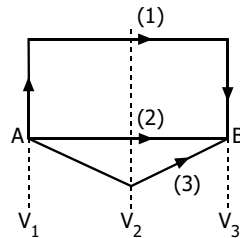
- A) -2,8 mJ B) +2,8 mJ C) -4,8 mJ D) +4,8 mJ E) -1,8 mJ

12. Una esfera electrizada genera a su alrededor superficies equipotenciales como se muestra. Si el potencial eléctrico en el punto "C" es +90 volts, determinar la cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico para llevar lentamente una partícula electrizada $q = +3 \mu\text{C}$ desde A hasta B pasando por el punto C.



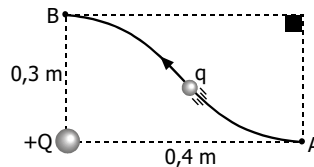
- A) -2,8 mJ B) +2,8 mJ C) 0 mJ D) +4,8 mJ E) -1,8 mJ

13. Se muestra tres superficies equipotenciales paralelos: $V_1 = 120$ kilovolts, $V_2 = 0$ kilovolts y $V_3 = -80$ kilovolts. Determine la cantidad de trabajo hecho por un agente externo contra el campo eléctrico para llevar lentamente un cuerpo electrizado $q = -20 \mu\text{C}$ desde la posición A hasta la posición B, siguiendo la trayectoria (1).



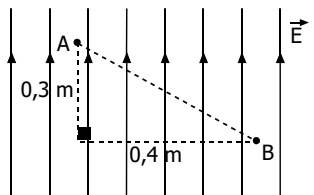
- A) 4 J B) -4 J C) 0 J D) +4,8 J E) -1,8 J

14. Una esfera electrizada con cantidad de carga $Q = +4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ genera a su alrededor un campo eléctrico. Determinar la cantidad de trabajo realizado por un agente externo para trasladar lentamente una partícula electrizada de cantidad de carga $q = +6 \mu\text{C}$ desde la posición A hasta la posición B siguiendo la trayectoria mostrada.



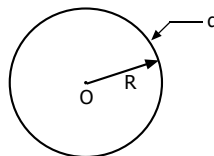
- A) +14 J B) -14 J C) 0 J D) +4,8 J E) +18 J

15. Se muestra un campo eléctrico uniforme y homogéneo de módulo $E = 400 \text{ kN/C}$. Determinar la cantidad de trabajo realizado por un agente externo para trasladar lentamente una partícula electrizada de cantidad de carga $q = -50 \mu\text{C}$ desde la posición A hasta la posición B siguiendo como trayectoria la hipotenusa del triángulo.



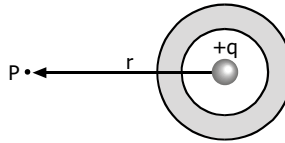
- A) +6 J B) -6 J C) 0 J D) -4 J E) +8 J

16. Se muestra un conductor en forma de circunferencia de radio $R = 0,9 \text{ m}$ electrizado con cantidad de carga eléctrica $q = +60 \mu\text{C}$. Determinar el potencial eléctrico en el centro de la circunferencia.

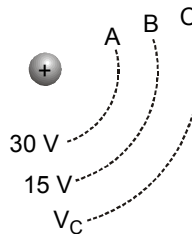


- A) 100 kV B) 200 kV C) 500 kV D) 600 kV E) 800 kV

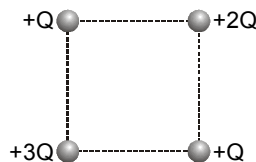
17. Al interior de un cascarón esférico y conductor eléctrico, se coloca una esfera pequeña de radio R y electrizada con cantidad de carga eléctrica “+q” como se muestra. El cascaron eléctricamente neutro, tiene radio interior $4R$ y radio exterior $5R$. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto P cuya distancia a centro de las esferas concéntricas es $r = 10R$



- A) $\frac{Kq}{100R^2}$ B) $\frac{Kq}{10R^2}$ C) $\frac{Kq}{5R^2}$ D) $\frac{Kq}{4R^2}$ E) $\frac{Kq}{R^2}$
18. Se tiene 8 gotitas esféricas de mercurio iguales, se electriza hasta alcanzar el mismo potencial de 10 volts. ¿Cuál será el potencial de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotas?
- A) 10 V B) 20 V C) 40 V D) 60 V E) 80 V
19. Se tiene 27 gotitas esféricas de mercurio iguales, se electriza hasta alcanzar el mismo potencial de 5 volts. ¿Cuál será el potencial de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotas?
- A) 10 V B) 20 V C) 40 V D) 45 V E) 80 V
20. Se muestra tres líneas equipotenciales. Para trasladar lentamente una partícula electrizada de cantidad de carga +10 coulomb desde A hasta C, un agente externo, realiza una cantidad de trabajo de -200 J contra el campo eléctrico.

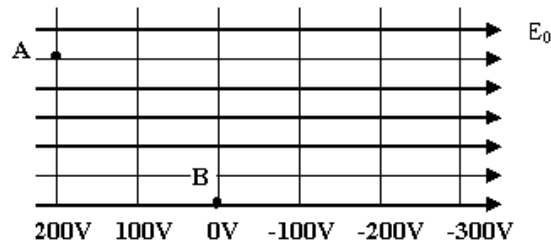


- A) -10 V B) +10 V C) -5 V D) +5 V E) 0 V
21. Se muestra cuatro esferas pequeñas electrizadas en los vértices de un cuadrado de lado “L”. Si la esfera de cantidad de carga eléctrica +2Q genera un potencial eléctrico de 10 volts en el centro del cuadrado, determinar el potencial eléctrico resultante en el centro del cuadrado.



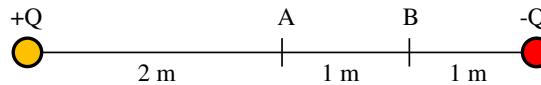
- A) -10 V B) +10 V C) -55 V D) +35 V E) 30 V

22. Se muestra una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme E_0 y las líneas equipotenciales son paralelas y separadas entre sí 10 cm. ¿Qué trabajo realiza el agente externo para trasladar a velocidad constante una carga de $30 \mu\text{C}$ desde el punto B hasta A.



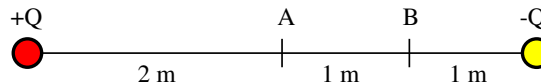
- A) -6.10^{-3} J B) -7.10^{-3} J C) -8.10^{-3} J D) -9.10^{-3} J E) -5.10^{-3} J

23. Como se ve en la figura, dos partículas electrizadas con magnitud de carga Q y $-Q$ se mantienen fijas a una distancia de 4 m. Sabiendo que: $Q = 5 \mu\text{C}$. ¿Cuál es la diferencia de potencial ($V_B - V_A$)?



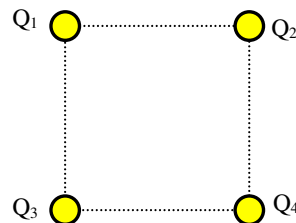
Para el problema 23

24. Como se ve en la figura, dos partículas electrizadas con magnitud de carga $+Q$ y $-Q$ ($Q = 5 \mu\text{C}$) se mantienen fijas a una distancia de 4 m. Una partícula de masa $m = 0,3$ gramos y cantidad de carga $q = +2 \mu\text{C}$ parte del reposo en el punto A, ¿Cuál es su rapidez al pasar por el punto B?



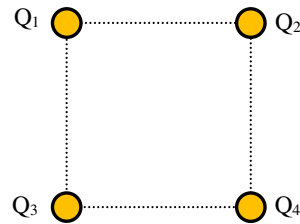
Para el problema 24

25. Se tiene cuatro partículas electrizadas de magnitud: $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = +10 \text{ mC}$. Las partículas están colocadas en los vértices de un cuadrado de 10 cm de lado. Determinar el potencial eléctrico en el centro del cuadrado.



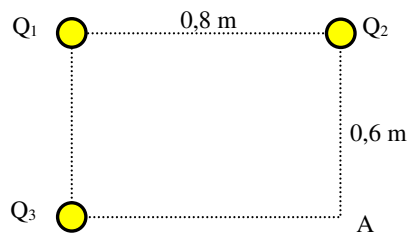
Para el problema 25

26. Se tiene cuatro partículas electrizadas de magnitud: $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = +10 \text{ mC}$. Las partículas están colocadas en los vértices de un cuadrado de $10\sqrt{2} \text{ cm}$ de lado. Determinar la energía potencial de interacción electrostática.



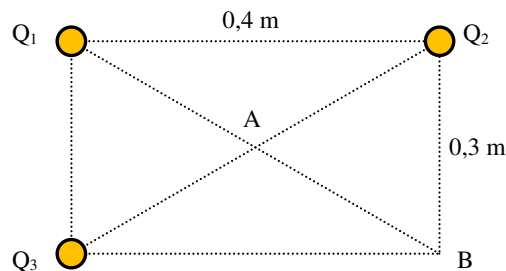
Para el problema 26

27. Tres cargas puntuales de magnitud $Q_1 = 5 \times 10^{-3} \text{ C}$, $Q_2 = 6 \times 10^{-3} \text{ C}$; $Q_3 = 4 \times 10^{-3} \text{ C}$ están situados en los tres vértices del rectángulo cuyos lados son $0,8 \text{ m}$ y $0,6 \text{ m}$. Determinar la cantidad de trabajo realizado por un agente externo para llevar lentamente la partícula con cantidad de carga $q = -1 \times 10^{-6} \text{ C}$ desde el infinito, hasta el vértice A.



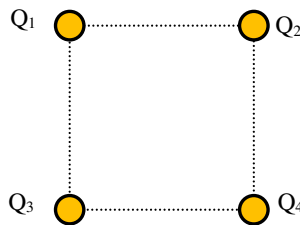
Para el problema 27

28. Tres partículas electrizadas de magnitud $Q_1 = 25 \times 10^{-3} \text{ C}$, $Q_2 = 6 \times 10^{-3} \text{ C}$; $Q_3 = 4 \times 10^{-3} \text{ C}$ están situados en los vértices del rectángulo cuyos lados son $0,4 \text{ m}$ y $0,3 \text{ m}$. Determinar la cantidad de trabajo realizado por un agente externo para llevar lentamente una partícula electrizada de magnitud $q = -1 \times 10^{-6} \text{ C}$ desde el punto A hasta el punto B.



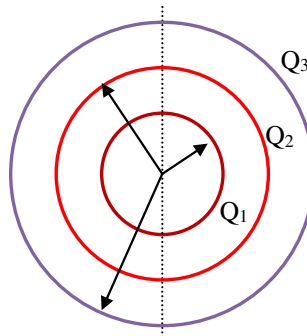
Para el problema 28

29. En los vértices de un cuadrado de lado $3\sqrt{2}$ m, se encuentran cargas de magnitud: $Q_1 = 10$ nC, $Q_2 = 20$ nC, $Q_3 = 30$ nC, $Q_4 = 40$ nC. Determinar el potencial eléctrico resultante en el centro del cuadrado.



Para el problema 29

30. Se tienen dos esferas conductoras concéntricas. La esfera interna de radio 30 cm y carga total $-12 \mu\text{C}$ y la externa de radio interior 60 cm y exterior 90 cm con carga total $3 \mu\text{C}$. Determinar:
 A) El módulo campo eléctrico en cada una de las regiones.
 B) El potencial eléctrico en la esfera externa y en la esfera interna.
 C) La diferencia de potencial entre la esfera externa y la interna.
 Rpts: $E_{\text{int}} = -108000/r^2$; b) $V_{\text{int}} = -3,3 \times 10^5$ V; c) $2,4 \times 10^5$ V



Para el problema 30

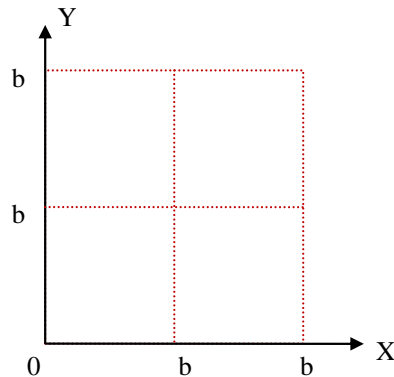
31. En los vértices de un triángulo **equilátero** de lado $3\sqrt{3}$ m, se encuentran cargas de magnitud: $Q_1 = 2 \mu\text{C}$, $Q_2 = 4 \mu\text{C}$, $Q_3 = 6 \mu\text{C}$. Determinar el potencial eléctrico resultante en el baricentro del triángulo.
 RESPUESTA:

En los vértices de un **hexágono** regular de lado 9 cm se encuentran seis cargas de magnitud: $Q_1 = +q$, $Q_2 = -q$, $Q_3 = +2q$, $Q_4 = -2q$, $Q_5 = +3q$, $Q_6 = -3q$. Si $q = 7 \mu\text{C}$, halla el potencial eléctrico resultante en el centro del hexágono

RESPUESTA:

32. En un sistema de coordenadas XY se tiene un cuadrado de lado $b = 0,2$ m, en sus correspondientes vértices están fijadas sus respectivas cargas eléctricas, de la siguiente manera, Q_1 en (0; 0), Q_2 en (0; b), Q_3 en (b; b) y Q_4 en (b; 0). Los valores de las cargas son $Q_1 = 12 \times 10^{-2}$

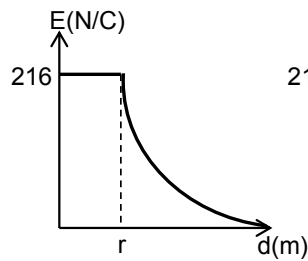
μC , $Q_2 = -24 \times 10^{-2} \mu\text{C}$, $Q_3 = 36 \times 10^{-2} \mu\text{C}$, y $Q_4 = -24 \times 10^{-2} \mu\text{C}$, calcule el potencial eléctrico en el mismo punto P (2b; 2b).



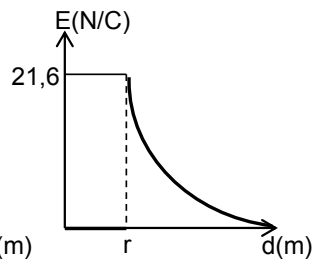
Para el problema 33

33. Se tiene una esfera conductora con 5 cm de radio y cargada eléctricamente con $q = 6 \text{ pC}$. La esfera está aislada de toda influencia electrostática, determine entre las alternativas la que mejor describe el campo eléctrico de la esfera. El medio circundante es vacío.

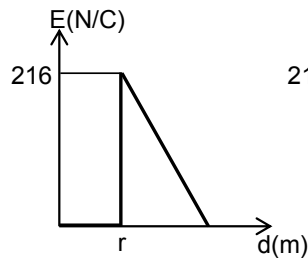
A)



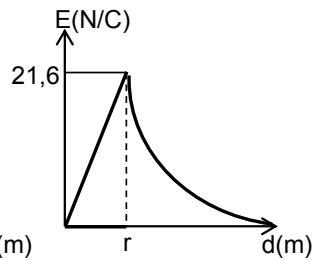
B)



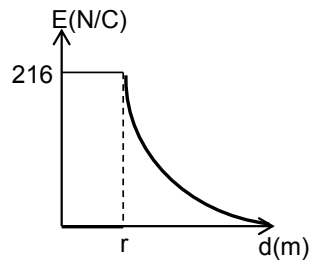
C)



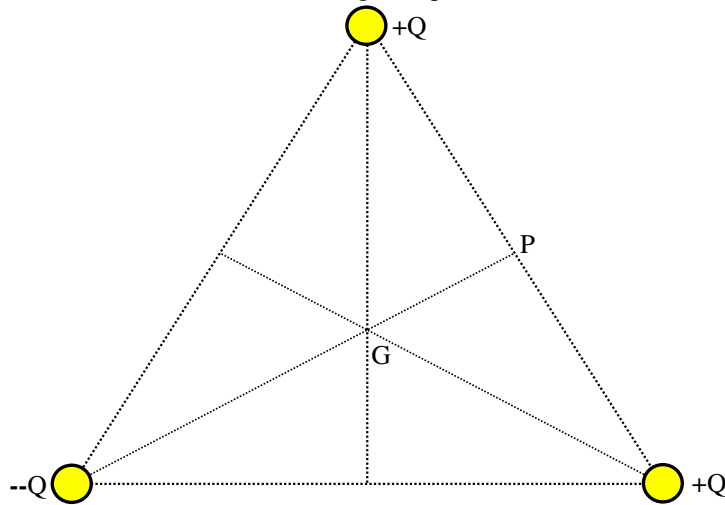
D)



E)

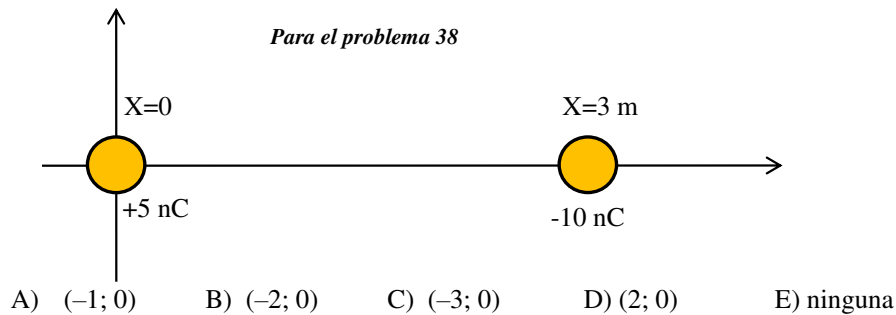


34. Se tiene una esfera conductora de 2 cm de radio cargada. A una distancia de 40 cm del centro de la esfera el voltaje medido es de 3×10^4 volts. Cual es aproximadamente el valor del voltaje en volts medido en la superficie de la esfera conductora.
A) 6×10^5 volts B) 7×10^5 volts C) 8×10^5 volts D) 9×10^5 volts E) 3×10^5 volts
35. Una esfera uniformemente cargada tiene un potencial de 450 volts en su superficie. A una distancia radial de 20 cm de esta superficie, el potencial es 150 volts. Calcule la carga y el radio de dicha esfera.
A) $9,33 \mu\text{C}$; 6,6 cm B) $8,33 \mu\text{C}$; 6,6 cm C) $9,33 \mu\text{C}$; 6,6 cm
D) $9,33 \mu\text{C}$; 5,6 cm E) $9,33 \mu\text{C}$; 4,6 cm
36. Una carga Q es colocada en cada uno de los vértices opuestos de un cuadrado. Otra carga q es colocada en cada uno de los otros dos vértices del cuadrado. Si la fuerza resultante sobre Q es cero, calcular el potencial eléctrico en cada uno de los puntos medios de los lados del cuadrado. Considerar que el lado del cuadrado es 10 cm y $Q = +20 \mu\text{C}$.
RESPUESTA:
37. Tres partículas electrizadas de magnitud $Q = 60 \mu\text{C}$ se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero de lados 4 metros. Determine el potencial eléctrico en el punto P (en kV). Donde G es el baricentro del triángulo equilátero.



Para el problema 38

- A) 4,2 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) 12,8 E) $2\sqrt{3}$
38. Dos cuerpos electrizados puntuales con cargas de $5 \eta\text{C}$ y -10 nC se ubican en $x = 0$ y en $x = 3 \text{ m}$; respectivamente. Encuentre un punto (x, y) donde su potencial sea igual al que hay en el punto cartesiano (1 ; 0) m.



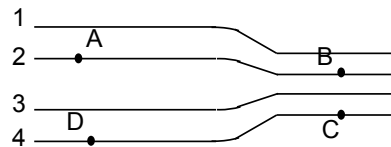
39. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

- I. El trabajo realizado por una fuerza en un campo eléctrico por unidad de carga, es igual a la diferencia de potencial.
- II. Una superficie equipotencial solo contiene puntos del campo eléctrico con potenciales diferentes de cero.
- III. Las líneas de fuerza del campo eléctrico son necesariamente normales o perpendiculares a las superficies equipotenciales.

A) VVV B) FFF C) FFV D) VVF E) FVF

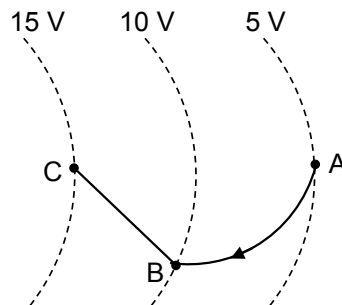
40. Se tiene la configuración de curvas equipotenciales mostradas en la figura. Una carga de prueba unitaria se halla inicialmente en el punto A. Determine la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. El trabajo para llevar la carga de A a C es igual de A a B, $W_{A \rightarrow C} \equiv W_{A \rightarrow B}$.
- II. $W_{A \rightarrow D} \equiv (V_4 - V_2)$
- III. $W_{A \rightarrow B \rightarrow C} \neq W_{A \rightarrow D}$



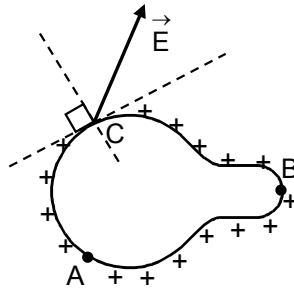
A) VFV B) VVV C) FVV D) FVF E) FFF

41. La figura muestra tres superficies equipotenciales. Determine el trabajo necesario (en μJ) para trasladar una carga de $60 \mu\text{C}$ desde A hasta C pasando por B por el camino mostrado.



A) 20 B) 30 C) 50 D) 60 E) ninguna

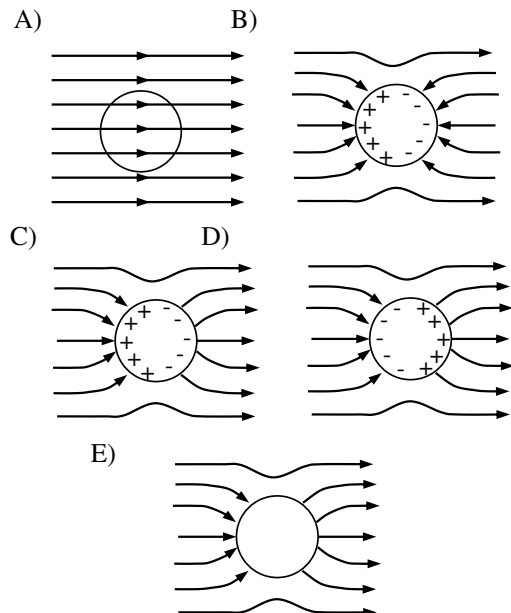
42. Si el conductor mostrado se encuentra cargado y en equilibrio electrostático, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- El potencial eléctrico en A es mayor que en B.
 - El trabajo desarrollado para trasladar una carga unitaria positiva desde A hasta B es diferente de cero.
 - El vector campo eléctrico en el punto C es como se muestra en la figura.



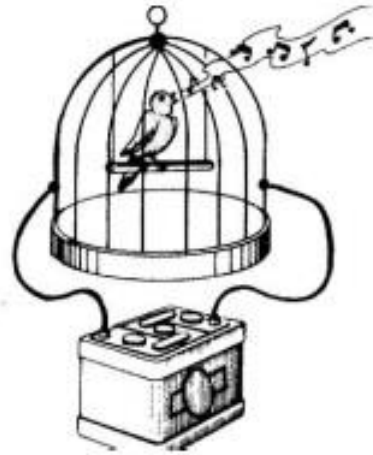
- A) FVV B) FVF C) FFF D) FFV E) ninguna

43. Una carga Q es colocada en cada uno de los vértices opuestos de un **cuadrado**. Otra carga q es colocada en cada uno de los otros dos vértices del cuadrado. Si la fuerza resultante sobre Q es cero, ¿Cuál es la relación (Q/q), entre las cargas Q y q ?
RESPUESTA:

44. Una esfera metálica neutra es colocada en un campo eléctrico uniforme, indique el diagrama que muestra mejor a la esfera en el campo.



EQUILIBRIO ELECTROSTÁTICO



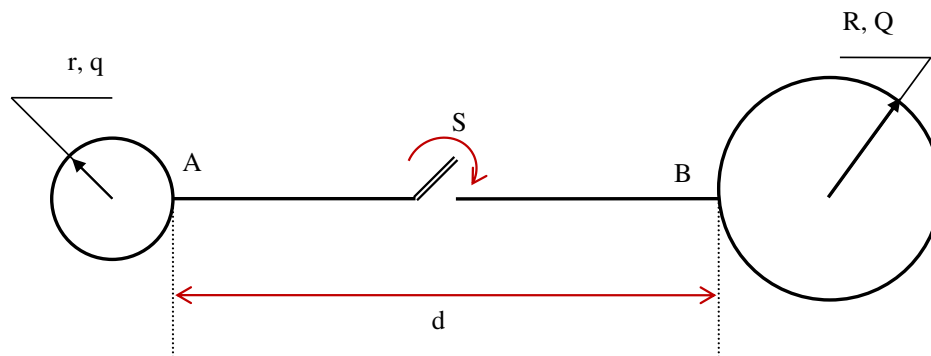
1. CONCEPTO. De mecánica sabemos que los cuerpos se desplazan de mayor a menor potencial gravitatorio. Si abandonamos una esfera pequeña sobre una superficie cilíndrica, el cuerpo se moverá, de arriba hacia abajo debido al campo gravitatorio, tendiendo a alcanzar su estado de menor energía potencial.

El flujo calorífico se propaga del cuerpo caliente hacia el cuerpo frío, es decir de mayor a menor temperatura, finalmente el flujo cesa cuando los cuerpos alcanzan temperaturas iguales, alcanzando el equilibrio térmico.

Del mismo modo en electricidad las partículas electrizadas (*positivas*) de mayor a menor potencial eléctrico, tendiendo a alcanzar la mínima energía potencial eléctrica. La figura muestra dos esferas conductoras aisladas de radios de curvatura r y R , se encuentran electrizadas con magnitud q y Q respectivamente. Determinar la cantidad de carga final que tendrá cada esfera después de un intervalo de tiempo luego de cerrar la llave “S”, siendo conectados mediante un alambre conductor.

Para nuestro análisis consideraremos que el potencial en A es mayor que en B.

Debido a la diferencia de potencial entre los puntos A y B se establece un flujo de partículas



electrizadas (positivas) de mayor a menor potencial. El flujo de partículas electrizadas cesa cuando los puntos A y B alcanzan igual potencial eléctrico.

Sea q' y Q' la cantidad de carga que al final adquieren las esferas de radios r y R respectivamente.

El flujo de partículas electrizadas cesa cuando:

$$V'_A = V'_B \quad \dots(1)$$

$$\frac{K.q'}{r} + \frac{K.Q'}{d+R} = \frac{K.q'}{d+r} + \frac{K.Q'}{R} \quad \dots(2)$$

Reduciendo la expresión obtenemos que:

$$\frac{q'}{r.(d+r)} = \frac{Q'}{R.(d+R)} \quad \dots(3)$$

Del principio de conservación de la cantidad de cargas eléctricas, se cumple que:

$$q + Q = q' + Q' \quad \dots(4)$$

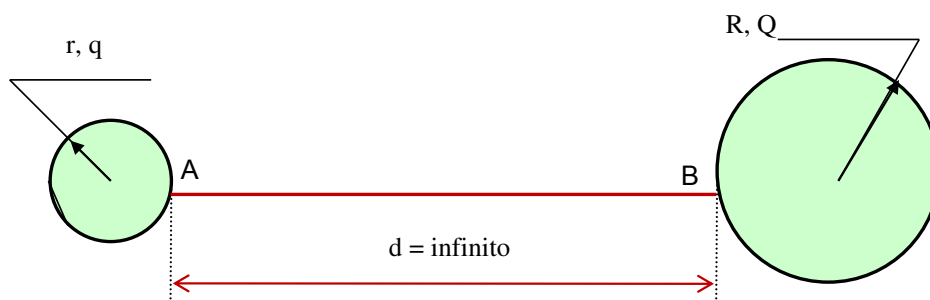
Veamos los siguientes casos:

2. DISTANCIA INFINITA

Si los cuerpos esféricos están separados una distancia muy grande (infinito), entonces se cumple que:

$(d+r) = (d+R)$, reemplazando en la ecuación (3) obtenemos:

$$\frac{q'}{r} = \frac{Q'}{R} \quad \dots(5)$$

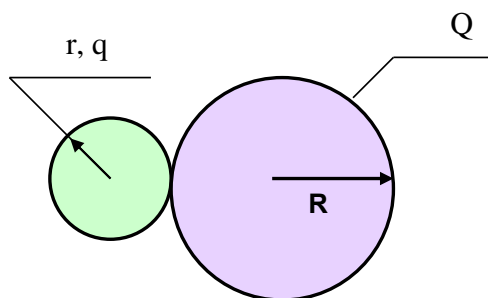


La cantidad de carga almacenada por cada esfera es directamente proporcional al radio de curvatura.

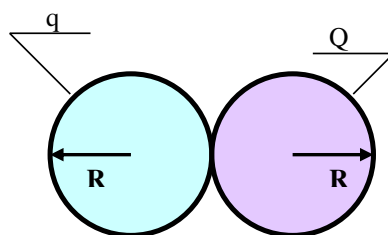
3. RADIOS DIFERENTES Y EN CONTACTO. Si los cuerpos esféricos son puestos en contacto, entonces $d = 0$. Reemplazando en la ecuación (3) tenemos que:

$$\frac{q'}{r^2} = \frac{Q'}{R^2} \quad \dots(6)$$

La cantidad de cargas almacenadas es directamente proporcional al cuadrado del radio de curvatura.



4. **RADIOS IGUALES Y EN CONTACTO.** Cuando dos cuerpos esféricos de igual radio ($r = R$) son puestos en contacto, la cantidad de carga que se reparte son iguales.



$$q' = Q' = \frac{q + Q}{2} \quad \dots(7)$$

Las esferas se reparten la cantidad de carga ($q + Q$) en forma equitativa.

5. POTENCIAL ELÉCTRICO EN UNA ESFERA CONDUCTORA

Consideremos una esfera conductora de radio R que almacena una cantidad de carga “ q ” en la superficie.

En todo cuerpo conductor las partículas electrizadas se distribuyen superficialmente, buscando zonas de mayor convexidad (las puntas).

Cuando analizamos el potencial externo al cuerpo esférico ($d > R$) consideramos a la cantidad de carga almacenada en el centro de la esfera.

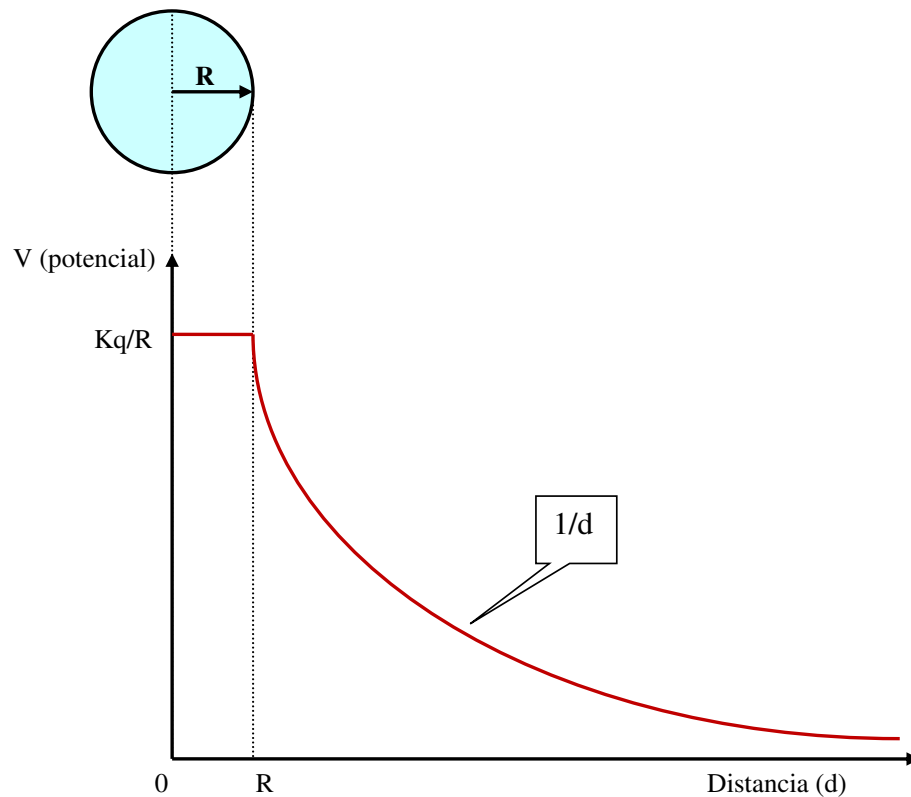
El potencial eléctrico en un punto **exterior** a la esfera es inversamente proporcional a la distancia.

$$V_{EXTERIOR} = \frac{K \cdot q}{d}$$

El potencial eléctrico en el **interior** de la esfera es constante e igual al de la superficie.

Cálculo del potencial en la superficie de la esfera:

$$V_{ESFERA} = \frac{K \cdot q}{R}$$



6. CAMPO ELÉCTRICO EN UNA ESFERA CONDUCTORA.

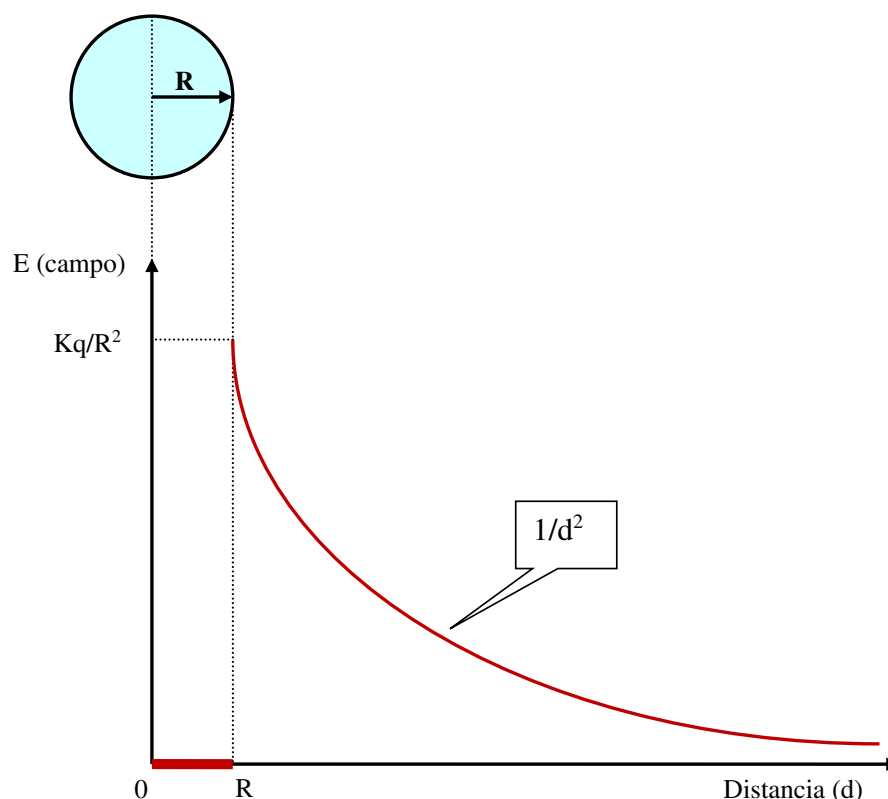
La intensidad del campo eléctrico externo a la esfera es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, dado que la cantidad de la carga se considera concentrada en el centro de la esfera.

$$E_{\text{exterior}} = \frac{K \cdot q}{d^2}$$

La intensidad del campo eléctrico en el *interior* de la esfera conductora es nula.

La intensidad del campo eléctrico es *máxima* en la superficie de la esfera conductora.

$$E_{\text{esfera}} = \frac{K \cdot q}{R^2}$$



7. CLASIFICACIÓN ELÉCTRICA DE LOS CUERPOS

a) CONDUCTORES

Son aquellas sustancias que ofrecen una relativa facilidad al desplazamiento de las partículas electrizadas (electrones) a través de su masa. Estrictamente son aquellos cuerpos que poseen electrones que no se encuentran ligados al núcleo del átomo.

Cuando un cuerpo conductor aislado es electrizado se cumple que las partículas electrizadas (electrones) al cabo de un corto tiempo queda almacenada en la superficie externa del conductor y alcanzando mayor concentración en las zonas de mayor convexidad (poder de las puntas).

Ejemplos: los metales (oro, plata, cobre, etc.).

b) NO CONDUCTORES O AISLADORES

Son aquellas sustancias que ofrecen una gran dificultad al desplazamiento de las partículas electrizadas a través de la masa. En el caso de los metales son estrictamente aquellos cuerpos que no poseen electrones libres, de tal manera que cuando un dieléctrico es electrizado las partículas electrizadas se distribuyen volumétricamente.

Ejemplos: vidrio, seda, papel, caucho, madera seca, etc.

c) SEMICONDUCTORES

Comprenden la clase de sólidos cuyas propiedades eléctricas son intermedias entre los buenos conductores metálicos y los buenos aisladores, son de interés teórico considerable y también práctico porque forman la base de una amplia variedad de dispositivos usados en los circuitos electrónicos: diodos, transistores, fotoceldas, y detectores de partículas. La conductividad de estos materiales se incrementa fuertemente con la temperatura.

Ejemplos: Silicio, germanio, etc.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Dos esferas conductoras de radios r y R ($R = 2r$) se encuentran electrizadas con magnitud $q = +16\mu\text{C}$ y $Q = -4\mu\text{C}$, alejados entre sí una distancia infinitamente grande. Determinar la cantidad de carga en cada esfera tiempo después de conectarse mediante un alambre de cobre.

Resolución

Del principio de conservación de la cantidad de cargas eléctricas, se cumple que:

$$q + Q = q' + Q'$$

$$+12\mu\text{C} = q' + Q' \dots (1)$$

Si los cuerpos esféricos están separados una distancia muy grande (infinito), entonces se cumple que, la cantidad de carga almacenada por cada esfera es directamente proporcional al radio de curvatura.

$$\frac{q'}{r} = \frac{Q'}{R}$$

$$\frac{q'}{r} = \frac{Q'}{2r} \Rightarrow Q' = 2q' \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2) tenemos que:

$$q' = +4\mu\text{C} \quad \text{y} \quad Q' = +8\mu\text{C}.$$

EJEMPLO 02: Una esfera conductora de radios $r = 3\text{ cm}$, se encuentra electrizada con magnitud $q = +250\mu\text{C}$, se ponen en contacto con otra esfera conductora de radio de curvatura $R = 4\text{ cm}$ en estado eléctrico neutro ($Q = 0$). Después de separar las esferas determinar la cantidad de carga en cada esfera.

Resolución

Del principio de conservación de la cantidad de cargas eléctricas, se cumple que:

$$q + Q = q' + Q'$$

$$+250\mu\text{C} = q' + Q' \dots (1)$$

Si los cuerpos esféricos son puestos en contacto, la cantidad de cargas almacenadas es directamente proporcional al cuadrado del radio de curvatura.

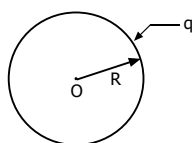
$$\frac{q'}{r^2} = \frac{Q'}{R^2}$$

$$\frac{q'}{3^2} = \frac{Q'}{4^2} \Rightarrow q' = \frac{9 \cdot Q'}{16} \dots (2)$$

Reemplazando (2) en (1) tenemos que:

$$q' = +90\mu\text{C} \quad \text{y} \quad Q' = +160\mu\text{C}.$$

EJEMPLO 03: Se muestra una esfera conductora de radio $R = 0,9\text{ m}$ electrizada con cantidad de carga eléctrica $q = +60\mu\text{C}$. Determinar el potencial eléctrico en el centro de la esfera.



A) 100 kV

B) 200 kV

C) 500 kV

D) 600 kV

E) 800 kV

Resolución

El potencial eléctrico en el *interior* de la esfera es constante e igual al de la superficie.

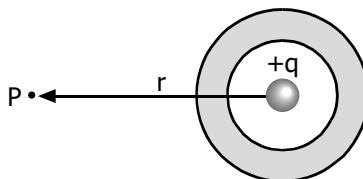
Cálculo del potencial en la superficie de la esfera:

$$V_{ESFERA} = \frac{K \cdot q}{R} \Rightarrow V_{ESFERA} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (60 \cdot 10^{-6})}{0,9}$$

$$V_{ESFERA} = 6 \cdot 10^5 \text{ volts}$$

Respuesta: el potencial eléctrico en el centro de la esfera es 600 kV.

EJEMPLO 04: Al interior de un cascarón esférico y conductor eléctrico, se coloca una esfera pequeña de radio R y electrizada con cantidad de carga eléctrica “+q” como se muestra. El cascaron eléctricamente neutro, tiene radio interior 4R y radio exterior 5R. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto P cuya distancia a centro de las esferas concéntricas es r = 10R.



A) $\frac{Kq}{100R^2}$

B) $\frac{Kq}{10R^2}$

C) $\frac{Kq}{5R^2}$

D) $\frac{Kq}{4R^2}$

E) $\frac{Kq}{R^2}$

Resolución

El campo eléctrico en el *exterior* del cascaron esférico es equivalente al campo creado por una partícula pequeña con *carga neta* +q. Cálculo de la intensidad del campo eléctrico en el punto P:

$$E_p = \frac{K \cdot q}{r^2} \Rightarrow E_p = \frac{K \cdot q}{(10R)^2}$$

$$E_p = \frac{K \cdot q}{100 \cdot R^2}$$

Respuesta: clave A.

EJEMPLO 05: Se tiene 8 gotitas esféricas de mercurio iguales, se electriza hasta alcanzar el mismo potencial de 10 volts. ¿Cuál será el potencial de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotas?

A) 10 V

B) 20 V

C) 40V

D) 60 V

E) 80 V

Resolución

PRIMER PASO. Principio de conservación de la masa. Consideremos como “m” la masa de cada gota pequeña. La masa M de la gota grande es 8 veces la masa “m”. $M = 8 \cdot m$

La masa es igual al producto de la densidad por el volumen de la sustancia. Consideremos la densidad D constante.

$$D \cdot \left(\frac{4\pi}{3} R^3 \right) = 8 \cdot D \cdot \left(\frac{4\pi}{3} r^3 \right)$$

$$R^3 = 8 \cdot r^3 \Rightarrow R = 2 \cdot r$$

El radio de la gota grande es el doble de la gota pequeña.

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de las cargas eléctricas: consideremos que cada gota se encuentra electrizada con cantidad “q”, entonces la cantidad de carga de la gota grande es $Q = 8q$.

$$\sum q_{(inicial)} = \sum q_{(final)} \Rightarrow 8 \cdot q = Q$$

Por consiguiente, el potencial eléctrico de la gota grande:

$$V_{gotita} = \frac{K \cdot q}{r} = 10 \text{ volts} \Rightarrow V_{GOTA} = \frac{K \cdot Q}{R}$$

$$V_{GOTA} = \frac{K \cdot (8q)}{(2r)} = 4 \left(\frac{K \cdot q}{r} \right) = 40 \text{ volts}$$

Respuesta: el potencial de la gota grande es 40 volts.

EJEMPLO 06: Se tiene 27 gotitas esféricas de mercurio iguales, se electriza hasta alcanzar el mismo potencial de 5 volts. ¿Cuál será el potencial de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotas?

A) 10 V

B) 20 V

C) 40V

D) 45 V

E) 80 V

Resolución

PRIMER PASO. Principio de conservación de la masa. Consideremos como “m” la masa de cada gota pequeña. La masa M de la gota grande es 27 veces la masa “m”. $M = 27 \cdot m$

La masa es igual al producto de la densidad por el volumen de la sustancia. Consideremos la densidad D constante.

$$D \cdot \left(\frac{4\pi}{3} R^3 \right) = 27 \cdot D \cdot \left(\frac{4\pi}{3} r^3 \right)$$

$$R^3 = 27 \cdot r^3 \Rightarrow R = 3 \cdot r$$

El radio de la gota grande es el triple de la gota pequeña.

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de las cargas eléctricas: consideremos que cada gota se encuentra electrizada con cantidad “q”, entonces la cantidad de carga de la gota grande es $Q = 27q$.

$$\sum q_{(inicial)} = \sum q_{(final)} \Rightarrow 27.q = Q$$

Por consiguiente, el potencial eléctrico de la gota grande:

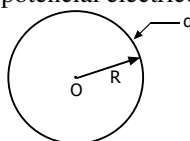
$$V_{gotita} = \frac{K.q}{r} = 5 \text{ volts} \Rightarrow V_{GOTA} = \frac{K.Q}{R}$$

$$V_{GOTA} = \frac{K.(27q)}{(3r)} = 9 \left(\frac{K.q}{r} \right) = 45 \text{ volts}$$

Respuesta: el potencial de la gota grande es 45 volts.

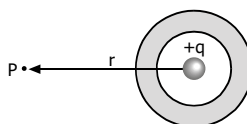
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE.

1. Se muestra una esfera conductora de radio $R = 0,9 \text{ m}$ electrizada con cantidad de carga eléctrica $q = +60 \mu\text{C}$. Determinar el potencial eléctrico en el centro de la esfera.



- A) 100 kV B) 200 kV C) 500 kV **D) 600 kV** E) 800 kV

2. Al interior de un cascarón esférico y conductor eléctrico, se coloca una esfera pequeña de radio R y electrizada con cantidad de carga eléctrica “ $+q$ ” como se muestra. El cascarón eléctricamente neutro, tiene radio interior $4R$ y radio exterior $5R$. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto P cuya distancia a centro de las esferas concéntricas es $r = 10R$.



- A) $\frac{Kq}{100R^2}$** B) $\frac{Kq}{10R^2}$ C) $\frac{Kq}{5R^2}$ D) $\frac{Kq}{4R^2}$ E) $\frac{Kq}{R^2}$

3. Se tiene 8 gotitas esféricas de mercurio iguales, se electriza hasta alcanzar el mismo potencial de 10 volts. ¿Cuál será el potencial de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotas?

- A) 10 V B) 20 V **C) 40 V** D) 60 V E) 80 V

4. Se tiene 27 gotitas esféricas de mercurio iguales, se electriza hasta alcanzar el mismo potencial de 5 volts. ¿Cuál será el potencial de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotas?

- A) 10 V B) 20 V C) 40 V **D) 45 V** E) 80 V]

5. Dos esferas conductoras de radios r y R ($R = 2r$) se encuentran electrizados con magnitud $q = +16\mu\text{C}$ y $Q = -4\mu\text{C}$, alejados entre sí una distancia infinitamente grande. Determinar la cantidad de carga en cada esfera tiempo después de conectarse mediante un alambre de cobre.

Respuesta: $q' = +4\mu\text{C}$ y $Q' = +8\mu\text{C}$

6. Una esfera conductora de radios $r = 3 \text{ cm}$, se encuentra electrizada con magnitud $q = +250\mu\text{C}$, se ponen en contacto con otra esfera conductora de radio de curvatura $R = 4 \text{ cm}$ en estado eléctrico neutro ($Q = 0$). Después de separar las esferas determinar la cantidad de carga en cada esfera.

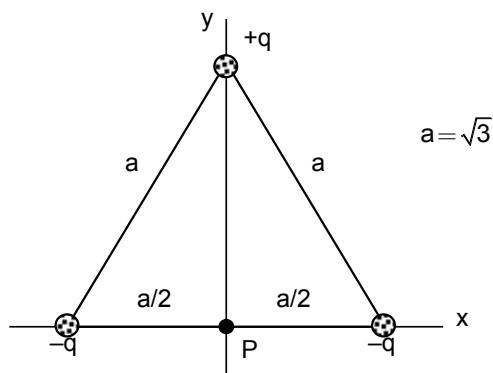
Respuesta: $q' = +90\mu\text{C}$ y $Q' = +160\mu\text{C}$

7. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones

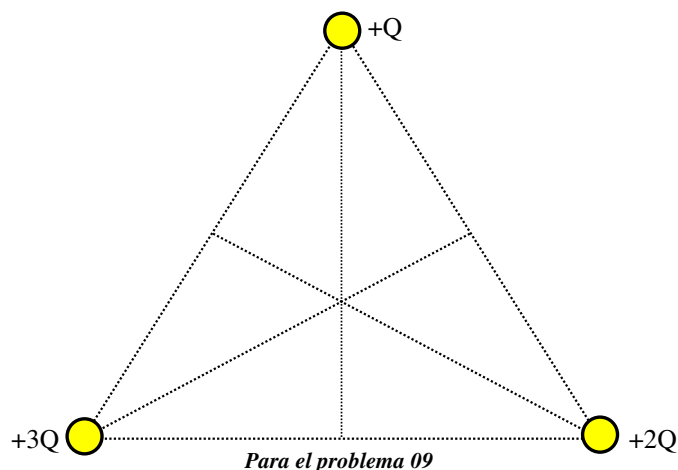
- I. Una carga eléctrica de $-3 \times 10^{-16} \text{ C}$ equivaler a un exceso de 1875 electrones.
- II. Se requiere 6,25 millones de billones de electrones para formar -1 C .
- III. Una partícula con carga eléctrica de $4,0 \times 10^{-18} \text{ C}$ puede dividir su carga en dos partes iguales, cada una de $2,0 \times 10^{-18} \text{ C}$

- A) VVV B) VVF C) VFF D) FFF E) FVV

8. Se muestra tres cargas en los vértices de un triángulo equilátero ¿dónde debe situarse una carga $-4q$ de manera que cualquier carga localizada en el punto P no experimentará fuerza eléctrica? Indique las coordenadas.



- A) $\sqrt{3}, 0$ B) $0, \sqrt{3}$ C) $3, 0$ D) $0, 3$ E) $3, 3$
9. Dadas las tres cargas eléctricas ubicadas en los vértices del triángulo donde Q y $2Q$ se repelen con una fuerza de $90\mu\text{N}$. Hallar la magnitud de la fuerza con la cual se repelen $2Q$ y $3Q$. El lado del triángulo es “a”.

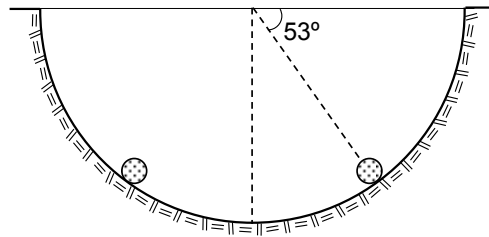


- A) 30 B) 130 C) 170 D) 270 E) 360
10. La fuerza repulsiva entre dos esferitas conductoras con cargas Q_1 y Q_2 es 10 N cuando están separadas 3 m. Si se ponen en contacto y se vuelven a separar una distancia de $\sqrt{5}\text{ m}$, la fuerza electrostática entre ellas es 20 N. Determine los valores de las cargas Q_1 y Q_2 (en coulomb):
- A) 10^{-4} , 10^{-5} B) 2×10^{-4} , 2×10^{-5} C) 10^{-4} , 10^{-4}
 D) 10^{-5} , 10^{-6} E) ninguna

11. Dos cargas Q se colocan cada una en dos vértices opuestos de un cuadrado y otras dos cargas q se colocan cada una en los dos otros dos vértices. Si cada una de las cargas se encuentran en reposo, determine el valor de Q en función de q .

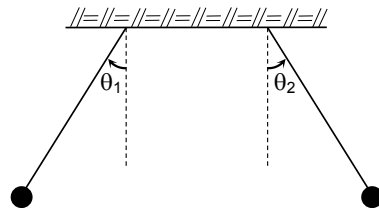
A) $\frac{1}{\sqrt{2}}q$ B) $\sqrt{2}q$ C) $2\sqrt{2}q$ D) $2q$ E) $4\sqrt{3}q$

12. Se tienen dos pequeñas esferas cargadas, cada una con masa 10^{-1} g situadas sobre una superficie semiesférica lisa de radio 2 m. Halle aproximadamente la magnitud del producto de las cargas de las esferas si se encuentran en equilibrio. $\alpha = 10^{-12} \text{C}^2$.



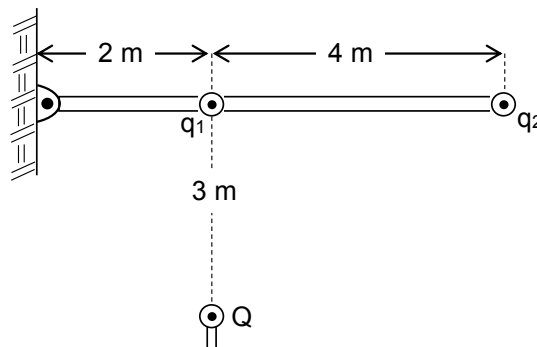
A) $3\alpha/4$ B) 2α C) 3α D) 4α E) ninguna

13. Dos esferitas conductoras de masas iguales cuelgan en equilibrio de hilos aislantes de la misma longitud. Si están cargadas, la de la izquierda con $1 \mu\text{C}$ y la de la derecha con $2 \mu\text{C}$, halle la relación θ_1 / θ_2 .



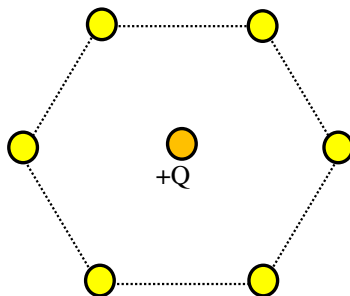
A) $1/2$ B) $2/3$ C) 1 D) $3/2$ E) 2

14. En la figura la varilla es de material aislante y peso insignificante. Las cargas son pequeñísimas esferas. Halle q_2 (en μC) para que dicha barra permanezca horizontal. La larga Q es fija y $q_1 = 6 \mu\text{C}$.



A) -125 B) -100 C) -50 D) -40 E) ninguna

15. En los vértices de un hexágono regular se sitúan seis cargas puntuales de igual magnitud q_0 . ¿Cuál será la carga Q de signo contrario que es necesario colocar en el centro del hexágono para que el sistema se encuentre en equilibrio?

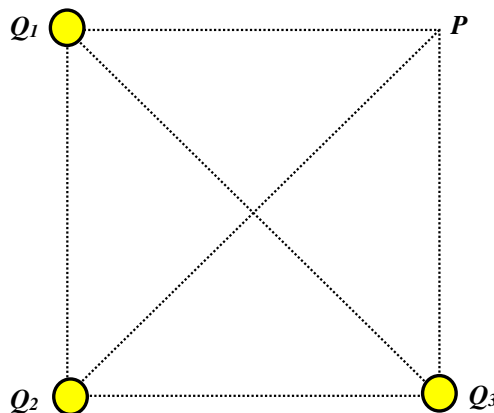


Para el problema 15

- A) $-\frac{2\sqrt{3}+2}{5}q_0$ B) $\frac{-15+2\sqrt{3}}{12}q_0$ C) $-\frac{4\sqrt{3}+2}{5}q_0$
 D) $-\frac{15+4\sqrt{3}}{12}q_0$ E) $-(15+\sqrt{3})q_0$

16. Se muestra tres cargas dispuestas en los vértices de un cuadrado de lado L . Determine la carga Q_3 de tal forma que la intensidad del campo eléctrico en el vértice P , sea horizontal.

$$Q_1 = x \text{ C} \quad \text{y} \quad Q_2 = \sqrt{2} \text{ C}$$



Para el problema 16

- A) 0,5 C B) 0,25 C C) 0 C D) -0,25 C E) -0,5 C

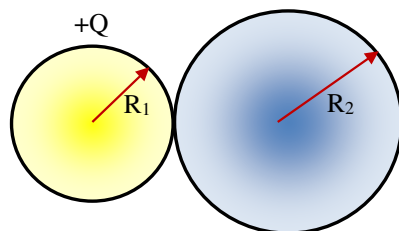
17. Verdadero (V) o falso (F).

- I. Las líneas de fuerza son curvas continuas tales que la intensidad del campo eléctrico en un punto del espacio es proporcional a la tangente a la línea que pasa por ese punto.
- II. Si se suelta una $+q$ en una región donde existe E , la carga se moverá a lo largo de una de las líneas de fuerza.

III. El número de líneas de fuerza emergentes de un cuerpo cargado es proporcional al área de la superficie del cuerpo.

- A) VVV B) FFF C) FVF D) VVF E) VFV

18. Una esfera conductora de radio R_1 y que tiene una carga $+Q$ se pone en contacto con otra esfera conductora de radio R_2 , inicialmente descargada, y luego se separan. El potencial de cada una de las esferas luego del contacto es igual a:



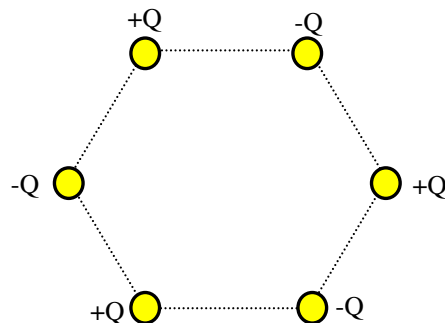
Para el problema 18

- A) $\frac{kQ}{R_1}; \frac{kQ}{R_2}$ B) $\frac{kQ}{R_1+R_2}; \frac{kQ}{R_1+R_2}$ C) $\frac{kQR_1}{R_1+R_2}; \frac{kQR_2}{R_1+R_2}$
 D) $\frac{kQR_2}{R_1}; \frac{kQR_1}{R_2}$ E) $\frac{kQR_1R_2}{R_1+R_2}; \frac{kQR_1}{R_1+R_2}$

19. Una carga puntual ubicada en el origen de coordenadas proporciona un potencial de $14,4\sqrt{2}$ kV en el punto (3; 4) m, determine el potencial (en kV) en el punto (-4; -4) m debido a esta carga puntual.

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

20. Tres cargas puntuales positivas ($+Q$) y tres cargas puntuales negativas ($-Q$) se ubican en los vértices de un hexágono regular de lado b como se muestra, determine el trabajo necesario para traer una carga q desde un punto muy lejano y dejarla en el centro del hexágono.



Para el problema 20

- A) $-2\sqrt{3}/4\pi\epsilon_0 b$ B) $\sqrt{3}/4\pi\epsilon_0 b$ C) $-17/4\pi\epsilon_0 b$
 D) $1/4\pi\epsilon_0 b$ E) 0

21. ¿Cuántos electrones deben extraerse de un conductor esférico inicialmente descargado de 0,09 m de radio para producir un potencial de 7,5 kV en la superficie?

- A) $0,15 \times 10^{13}$ B) $0,75 \times 10^{13}$ C) $1,56 \times 10^{13}$
 D) $1,56 \times 10^{18}$ E) ninguna

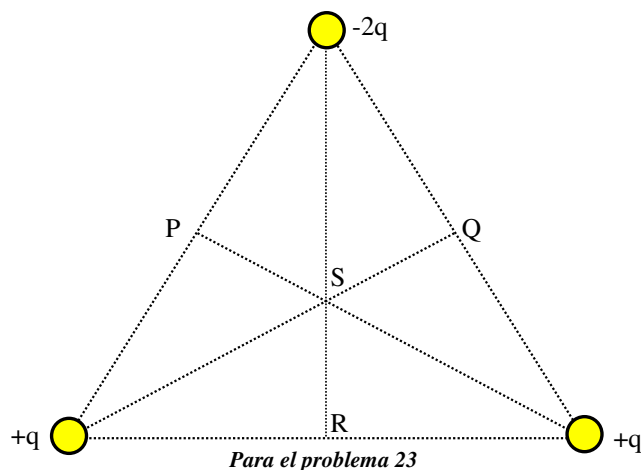
22. Para que se produzca un relámpago, la diferencia de potencial entre los puntos en donde ocurren las descargas es el orden de 10^9 V y la cantidad de carga transferida es de aproximadamente 30 C. ¿Cuántas toneladas de hielo a 0°C podría fundir esa descarga si toda la energía transferida se invirtiera en ese proceso?

$$(L_f = 80 \text{ cal/g} ; 1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}, 1 \text{ e} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

- A) 62 B) 72 C) 89 D) 90 E) 142

23. Se muestra tres cargas puntuales, respecto al potencial en los puntos P, Q, R y S se hacen las siguientes proposiciones. Triángulo equilátero.

S: intersección de las alturas P, Q, R: puntos medios de los lados.

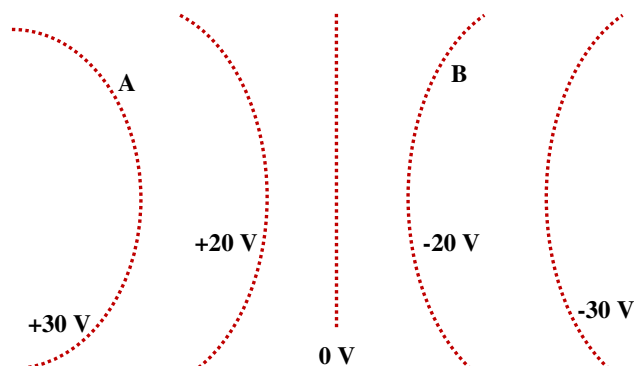


- I. $V(S) = 0$
 II. $V(R) > V(P)$
 III. $V(Q) = 0$
 IV. $V(R) = V(P)$

Las proposiciones correctas son:

- A) Solo I B) Solo II C) I y III D) I, II y III E) Todas

24. Se muestra algunas superficies equipotenciales. Determine el trabajo realizado por un agente externo para llevar una $q = 3 \mu\text{C}$ del punto A al punto B. (en μJ).



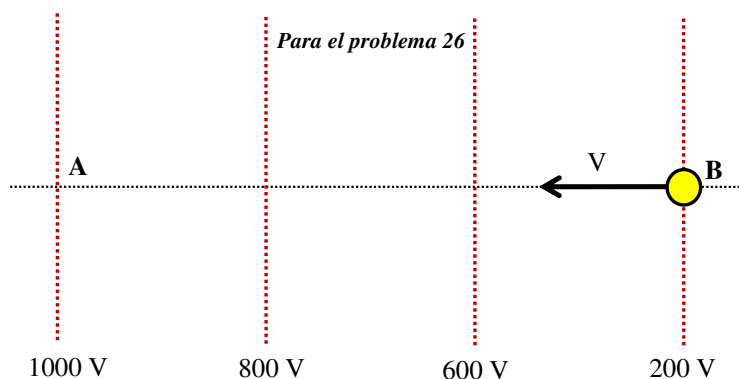
Para el problema 24

- A) - 150 B) - 120 C) 120 D) 150 E) 180

25. Los potenciales electrostáticos de cierta distribución eléctrica en los puntos A, B y C son $V_A = 1 \text{ V}$, $V_B = 6 \text{ V}$ y $V_C = 9 \text{ V}$. Calcule (en μJ) el trabajo para trasladar una carga de $+2 \mu\text{C}$ en forma cuasi estática de A hacia C pasando por B.

- A) - 16 B) - 8 C) 4 D) 16 E) ninguna

26. Una partícula de masa $m = 2 \times 10^{-4} \text{ kg}$ y carga $q = 0,2 \text{ mC}$ se lanza desde B con una velocidad $\mathbf{v} = -50\hat{i} \text{ m/s}$. Si las superficies equipotenciales son los que se indican, determine la rapidez con que pasa por el punto A.



Para el problema 26

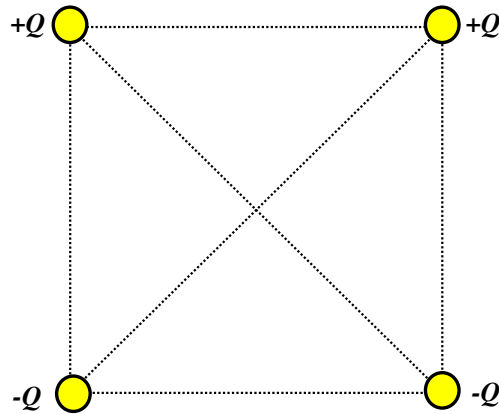
- A) 10 m/s B) 20 m/s C) 30 m/s D) 40 m/s E) 50 m/s

27. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes respecto a las características electrostáticas de los conductores.

- I. La carga neta en exceso reside en la superficie externa de los mismos.
- II. El campo eléctrico dentro del material conductor es cero.
- III. El campo eléctrico en la vecindad de estos conductores es máximo.
- IV. El conductor es equipotencial.

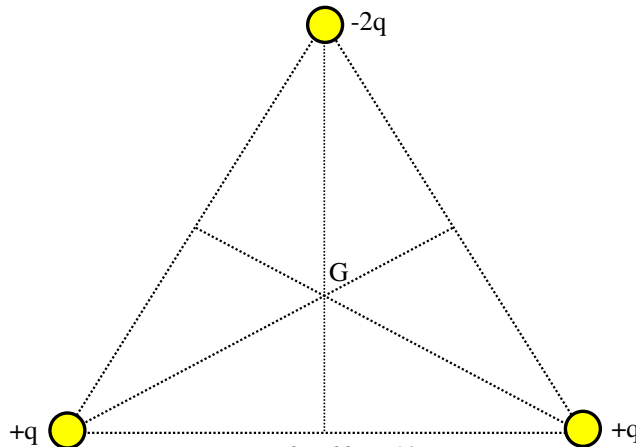
- A) VVVV B) VVFF C) VVFF D) FVVF E) VFFV

28. Dos cargas puntuales positivas (+Q) y dos cargas puntuales negativas (−Q) se ubican en los vértices de un cuadrado de lado L como se muestra. Determine la cantidad de trabajo necesario para traer una carga q desde un punto muy lejano y dejarla en el centro del cuadrado.



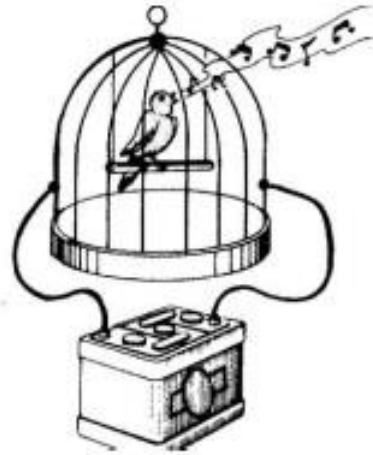
Para el problema 28

29. Tres cargas puntuales positivas (+Q) se ubican en los vértices de un triángulo equilátero de lado L como se muestra. Determine la cantidad de trabajo necesario para traer una carga q desde un punto muy lejano y dejarla en el baricentro G.



Para el problema 29

EQUILIBRIO ELECTROSTÁTICO



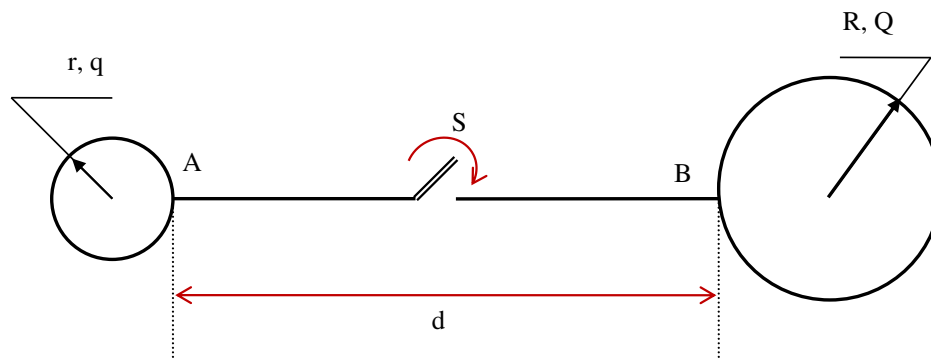
1. CONCEPTO. De mecánica sabemos que los cuerpos se desplazan de mayor a menor potencial gravitatorio. Si abandonamos una esfera pequeña sobre una superficie cilíndrica, el cuerpo se moverá, de arriba hacia abajo debido al campo gravitatorio, tendiendo a alcanzar su estado de menor energía potencial.

El flujo calorífico se propaga del cuerpo caliente hacia el cuerpo frío, es decir de mayor a menor temperatura, finalmente el flujo cesa cuando los cuerpos alcanzan temperaturas iguales, alcanzando el equilibrio térmico.

Del mismo modo en electricidad las partículas electrizadas (*positivas*) de mayor a menor potencial eléctrico, tendiendo a alcanzar la mínima energía potencial eléctrica. La figura muestra dos esferas conductoras aisladas de radios de curvatura r y R , se encuentran electrizadas con magnitud q y Q respectivamente. Determinar la cantidad de carga final que tendrá cada esfera después de un intervalo de tiempo luego de cerrar la llave “S”, siendo conectados mediante un alambre conductor.

Para nuestro análisis consideraremos que el potencial en A es mayor que en B.

Debido a la diferencia de potencial entre los puntos A y B se establece un flujo de partículas



electrizadas (positivas) de mayor a menor potencial. El flujo de partículas electrizadas cesa cuando los puntos A y B alcanzan igual potencial eléctrico.

Sea q' y Q' la cantidad de carga que al final adquieren las esferas de radios r y R respectivamente.

El flujo de partículas electrizadas cesa cuando:

$$V'_A = V'_B \quad \dots(1)$$

$$\frac{K.q'}{r} + \frac{K.Q'}{d+R} = \frac{K.q'}{d+r} + \frac{K.Q'}{R} \quad \dots(2)$$

Reduciendo la expresión obtenemos que:

$$\frac{q'}{r.(d+r)} = \frac{Q'}{R.(d+R)} \quad \dots(3)$$

Del principio de conservación de la cantidad de cargas eléctricas, se cumple que:

$$q + Q = q' + Q' \quad \dots(4)$$

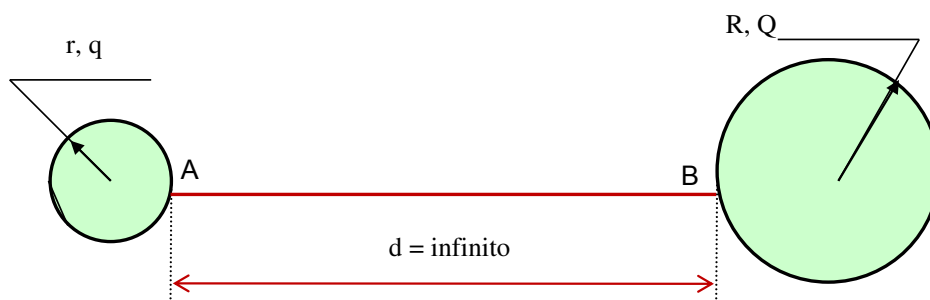
Veamos los siguientes casos:

2. DISTANCIA INFINITA

Si los cuerpos esféricos están separados una distancia muy grande (infinito), entonces se cumple que:

$(d+r) = (d+R)$, reemplazando en la ecuación (3) obtenemos:

$$\frac{q'}{r} = \frac{Q'}{R} \quad \dots(5)$$

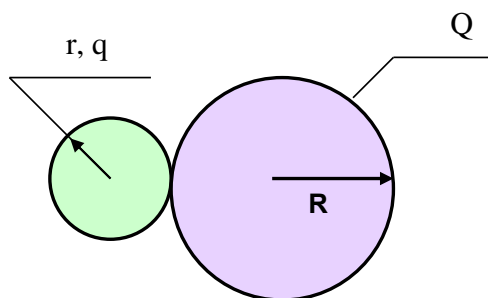


La cantidad de carga almacenada por cada esfera es directamente proporcional al radio de curvatura.

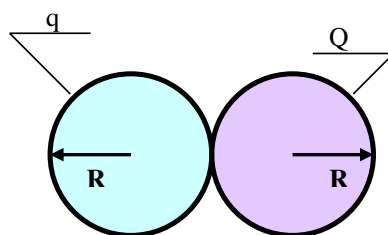
3. RADIOS DIFERENTES Y EN CONTACTO. Si los cuerpos esféricos son puestos en contacto, entonces $d = 0$. Reemplazando en la ecuación (3) tenemos que:

$$\frac{q'}{r^2} = \frac{Q'}{R^2} \quad \dots(6)$$

La cantidad de cargas almacenadas es directamente proporcional al cuadrado del radio de curvatura.



4. **RADIOS IGUALES Y EN CONTACTO.** Cuando dos cuerpos esféricos de igual radio ($r = R$) son puestos en contacto, la cantidad de carga que se reparte son iguales.



$$q' = Q' = \frac{q + Q}{2} \quad \dots(7)$$

Las esferas se reparten la cantidad de carga ($q + Q$) en forma equitativa.

5. POTENCIAL ELÉCTRICO EN UNA ESFERA CONDUCTORA

Consideremos una esfera conductora de radio R que almacena una cantidad de carga “ q ” en la superficie.

En todo cuerpo conductor las partículas electrizadas se distribuyen superficialmente, buscando zonas de mayor convexidad (las puntas).

Cuando analizamos el potencial externo al cuerpo esférico ($d > R$) consideramos a la cantidad de carga almacenada en el centro de la esfera.

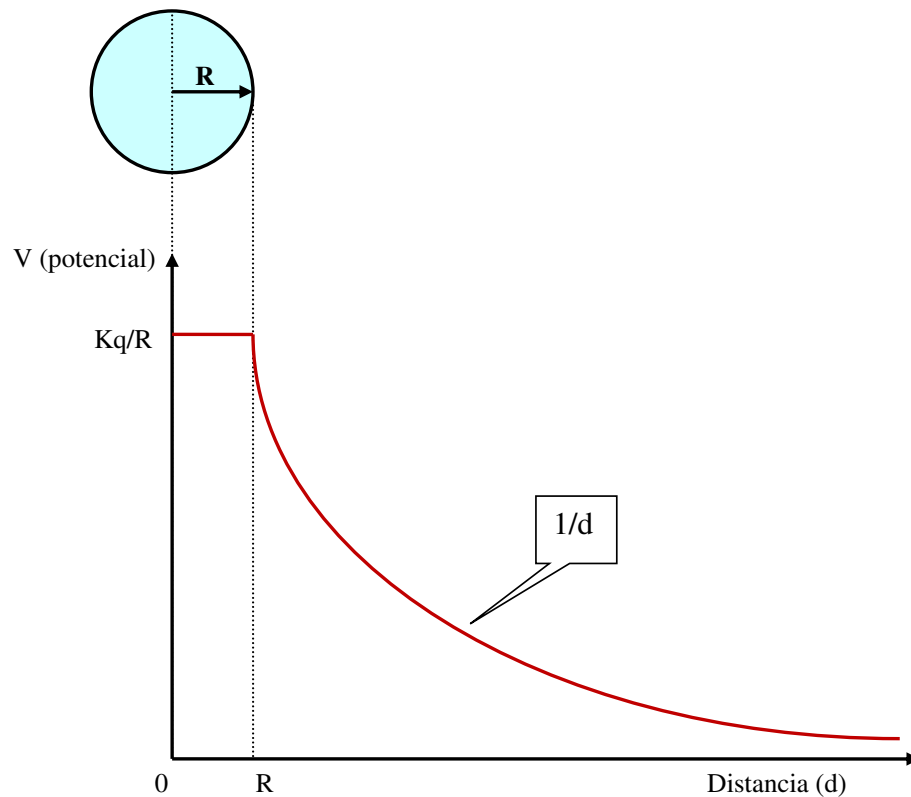
El potencial eléctrico en un punto **exterior** a la esfera es inversamente proporcional a la distancia.

$$V_{EXTERIOR} = \frac{K \cdot q}{d}$$

El potencial eléctrico en el **interior** de la esfera es constante e igual al de la superficie.

Cálculo del potencial en la superficie de la esfera:

$$V_{ESFERA} = \frac{K \cdot q}{R}$$



6. CAMPO ELÉCTRICO EN UNA ESFERA CONDUCTORA.

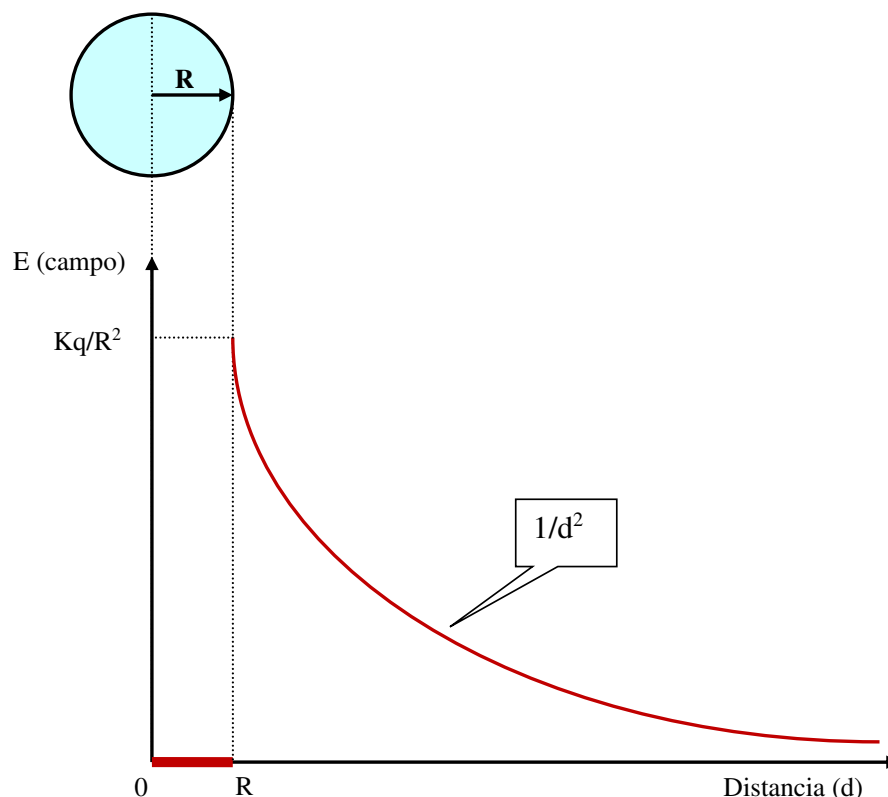
La intensidad del campo eléctrico externo a la esfera es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, dado que la cantidad de la carga se considera concentrada en el centro de la esfera.

$$E_{\text{exterior}} = \frac{K \cdot q}{d^2}$$

La intensidad del campo eléctrico en el *interior* de la esfera conductora es nula.

La intensidad del campo eléctrico es *máxima* en la superficie de la esfera conductora.

$$E_{\text{esfera}} = \frac{K \cdot q}{R^2}$$



7. CLASIFICACIÓN ELÉCTRICA DE LOS CUERPOS

a) CONDUCTORES

Son aquellas sustancias que ofrecen una relativa facilidad al desplazamiento de las partículas electrizadas (electrones) a través de su masa. Estrictamente son aquellos cuerpos que poseen electrones que no se encuentran ligados al núcleo del átomo.

Cuando un cuerpo conductor aislado es electrizado se cumple que las partículas electrizadas (electrones) al cabo de un corto tiempo queda almacenada en la superficie externa del conductor y alcanzando mayor concentración en las zonas de mayor convexidad (poder de las puntas).

Ejemplos: los metales (oro, plata, cobre, etc.).

b) NO CONDUCTORES O AISLADORES

Son aquellas sustancias que ofrecen una gran dificultad al desplazamiento de las partículas electrizadas a través de la masa. En el caso de los metales son estrictamente aquellos cuerpos que no poseen electrones libres, de tal manera que cuando un dieléctrico es electrizado las partículas electrizadas se distribuyen volumétricamente.

Ejemplos: vidrio, seda, papel, caucho, madera seca, etc.

c) SEMICONDUCTORES

Comprenden la clase de sólidos cuyas propiedades eléctricas son intermedias entre los buenos conductores metálicos y los buenos aisladores, son de interés teórico considerable y también práctico porque forman la base de una amplia variedad de dispositivos usados en los circuitos electrónicos: diodos, transistores, fotoceldas, y detectores de partículas. La conductividad de estos materiales se incrementa fuertemente con la temperatura.

Ejemplos: Silicio, germanio, etc.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Dos esferas conductoras de radios r y R ($R = 2r$) se encuentran electrizadas con magnitud $q = +16\mu\text{C}$ y $Q = -4\mu\text{C}$, alejados entre si una distancia infinitamente grande. Determinar la cantidad de carga en cada esfera tiempo después de conectarse mediante un alambre de cobre.

Resolución

Del principio de conservación de la cantidad de cargas eléctricas, se cumple que:

$$q + Q = q' + Q'$$

$$+12\mu\text{C} = q' + Q' \dots (1)$$

Si los cuerpos esféricos están separados una distancia muy grande (infinito), entonces se cumple que, la cantidad de carga almacenada por cada esfera es directamente proporcional al radio de curvatura.

$$\frac{q'}{r} = \frac{Q'}{R}$$

$$\frac{q'}{r} = \frac{Q'}{2r} \Rightarrow Q' = 2q' \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2) tenemos que:

$$q' = +4\mu\text{C} \quad \text{y} \quad Q' = +8\mu\text{C}.$$

EJEMPLO 02: Una esfera conductora de radios $r = 3\text{ cm}$, se encuentra electrizada con magnitud $q = +250\mu\text{C}$, se ponen en contacto con otra esfera conductora de radio de curvatura $R = 4\text{ cm}$ en estado eléctrico neutro ($Q = 0$). Después de separar las esferas determinar la cantidad de carga en cada esfera.

Resolución

Del principio de conservación de la cantidad de cargas eléctricas, se cumple que:

$$q + Q = q' + Q'$$

$$+250\mu\text{C} = q' + Q' \dots (1)$$

Si los cuerpos esféricos son puestos en contacto, la cantidad de cargas almacenadas es directamente proporcional al cuadrado del radio de curvatura.

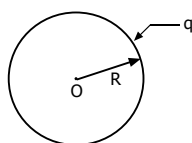
$$\frac{q'}{r^2} = \frac{Q'}{R^2}$$

$$\frac{q'}{3^2} = \frac{Q'}{4^2} \Rightarrow q' = \frac{9 \cdot Q'}{16} \dots (2)$$

Reemplazando (2) en (1) tenemos que:

$$q' = +90\mu\text{C} \quad \text{y} \quad Q' = +160\mu\text{C}.$$

EJEMPLO 03: Se muestra una esfera conductora de radio $R = 0,9\text{ m}$ electrizada con cantidad de carga eléctrica $q = +60\mu\text{C}$. Determinar el potencial eléctrico en el centro de la esfera.



A) 100 kV

B) 200 kV

C) 500 kV

D) 600 kV

E) 800 kV

Resolución

El potencial eléctrico en el **interior** de la esfera es constante e igual al de la superficie.

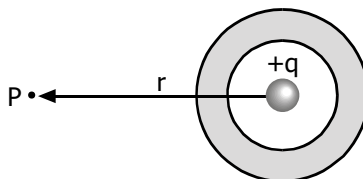
Cálculo del potencial en la superficie de la esfera:

$$V_{ESFERA} = \frac{K \cdot q}{R} \Rightarrow V_{ESFERA} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (60 \cdot 10^{-6})}{0,9}$$

$$V_{ESFERA} = 6 \cdot 10^5 \text{ volts}$$

Respuesta: el potencial eléctrico en el centro de la esfera es 600 kV.

EJEMPLO 04: Al interior de un cascarón esférico y conductor eléctrico, se coloca una esfera pequeña de radio R y electrizada con cantidad de carga eléctrica “+q” como se muestra. El cascaron eléctricamente neutro, tiene radio interior 4R y radio exterior 5R. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto P cuya distancia a centro de las esferas concéntricas es r = 10R.



A) $\frac{Kq}{100R^2}$

B) $\frac{Kq}{10R^2}$

C) $\frac{Kq}{5R^2}$

D) $\frac{Kq}{4R^2}$

E) $\frac{Kq}{R^2}$

Resolución

El campo eléctrico en el **exterior** del cascaron esférico es equivalente al campo creado por una partícula pequeña con **carga neta** +q. Cálculo de la intensidad del campo eléctrico en el punto P:

$$E_P = \frac{K \cdot q}{r^2} \Rightarrow E_P = \frac{K \cdot q}{(10R)^2}$$

$$E_P = \frac{K \cdot q}{100 \cdot R^2}$$

Respuesta: clave A.

EJEMPLO 05: Se tiene 8 gotitas esféricas de mercurio iguales, se electriza hasta alcanzar el mismo potencial de 10 volts. ¿Cuál será el potencial de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotas?

A) 10 V

B) 20 V

C) 40V

D) 60 V

E) 80 V

Resolución

PRIMER PASO. Principio de conservación de la masa. Consideremos como “m” la masa de cada gota pequeña. La masa M de la gota grande es 8 veces la masa “m”. $M = 8 \cdot m$

La masa es igual al producto de la densidad por el volumen de la sustancia. Consideremos la densidad D constante.

$$D \cdot \left(\frac{4\pi}{3} R^3 \right) = 8 \cdot D \cdot \left(\frac{4\pi}{3} r^3 \right)$$

$$R^3 = 8 \cdot r^3 \Rightarrow R = 2 \cdot r$$

El radio de la gota grande es el doble de la gota pequeña.

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de las cargas eléctricas: consideremos que cada gota se encuentra electrizada con cantidad “q”, entonces la cantidad de carga de la gota grande es $Q = 8q$.

$$\sum q_{(inicial)} = \sum q_{(final)} \Rightarrow 8 \cdot q = Q$$

Por consiguiente, el potencial eléctrico de la gota grande:

$$V_{gotita} = \frac{K \cdot q}{r} = 10 \text{ volts} \Rightarrow V_{GOTA} = \frac{K \cdot Q}{R}$$

$$V_{GOTA} = \frac{K \cdot (8q)}{(2r)} = 4 \left(\frac{K \cdot q}{r} \right) = 40 \text{ volts}$$

Respuesta: el potencial de la gota grande es 40 volts.

EJEMPLO 06: Se tiene 27 gotitas esféricas de mercurio iguales, se electriza hasta alcanzar el mismo potencial de 5 volts. ¿Cuál será el potencial de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotas?

A) 10 V

B) 20 V

C) 40V

D) 45 V

E) 80 V

Resolución

PRIMER PASO. Principio de conservación de la masa. Consideremos como “m” la masa de cada gota pequeña. La masa M de la gota grande es 27 veces la masa “m”. $M = 27 \cdot m$

La masa es igual al producto de la densidad por el volumen de la sustancia. Consideremos la densidad D constante.

$$D \cdot \left(\frac{4\pi}{3} R^3 \right) = 27 \cdot D \cdot \left(\frac{4\pi}{3} r^3 \right)$$

$$R^3 = 27 \cdot r^3 \Rightarrow R = 3 \cdot r$$

El radio de la gota grande es el triple de la gota pequeña.

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de las cargas eléctricas: consideremos que cada gota se encuentra electrizada con cantidad “q”, entonces la cantidad de carga de la gota grande es $Q = 27q$.

$$\sum q_{(inicial)} = \sum q_{(final)} \Rightarrow 27.q = Q$$

Por consiguiente, el potencial eléctrico de la gota grande:

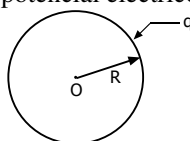
$$V_{gotita} = \frac{K.q}{r} = 5 \text{ volts} \Rightarrow V_{GOTA} = \frac{K.Q}{R}$$

$$V_{GOTA} = \frac{K.(27q)}{(3r)} = 9 \left(\frac{K.q}{r} \right) = 45 \text{ volts}$$

Respuesta: el potencial de la gota grade es 45 volts.

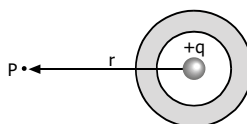
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE.

1. Se muestra una esfera conductora de radio $R = 0,9 \text{ m}$ electrizada con cantidad de carga eléctrica $q = +60 \mu\text{C}$. Determinar el potencial eléctrico en el centro de la esfera.



- A) 100 kV B) 200 kV C) 500 kV **D) 600 kV** E) 800 kV

2. Al interior de un cascarón esférico y conductor eléctrico, se coloca una esfera pequeña de radio R y electrizada con cantidad de carga eléctrica “ $+q$ ” como se muestra. El cascarón eléctricamente neutro, tiene radio interior $4R$ y radio exterior $5R$. Determine el módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto P cuya distancia a centro de las esferas concéntricas es $r = 10R$.



- A) $\frac{Kq}{100R^2}$** B) $\frac{Kq}{10R^2}$ C) $\frac{Kq}{5R^2}$ D) $\frac{Kq}{4R^2}$ E) $\frac{Kq}{R^2}$

3. Se tiene 8 gotitas esféricas de mercurio iguales, se electriza hasta alcanzar el mismo potencial de 10 volts. ¿Cuál será el potencial de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotas?

- A) 10 V B) 20 V **C) 40 V** D) 60 V E) 80 V

4. Se tiene 27 gotitas esféricas de mercurio iguales, se electriza hasta alcanzar el mismo potencial de 5 volts. ¿Cuál será el potencial de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotas?

- A) 10 V B) 20 V C) 40 V **D) 45 V** E) 80 V]

5. Dos esferas conductoras de radios r y R ($R = 2r$) se encuentran electrizados con magnitud $q = +16\mu\text{C}$ y $Q = -4\mu\text{C}$, alejados entre sí una distancia infinitamente grande. Determinar la cantidad de carga en cada esfera tiempo después de conectarse mediante un alambre de cobre.

Respuesta: $q' = +4\mu\text{C}$ y $Q' = +8\mu\text{C}$

6. Una esfera conductora de radios $r = 3 \text{ cm}$, se encuentra electrizada con magnitud $q = +250\mu\text{C}$, se ponen en contacto con otra esfera conductora de radio de curvatura $R = 4 \text{ cm}$ en estado eléctrico neutro ($Q = 0$). Después de separar las esferas determinar la cantidad de carga en cada esfera.

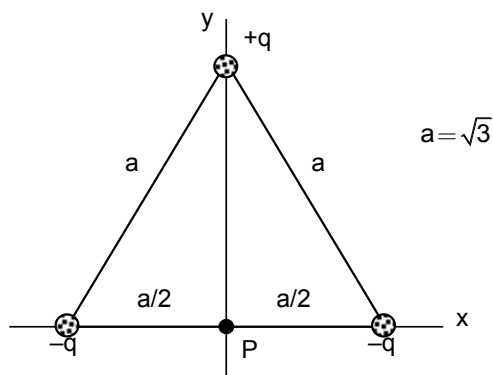
Respuesta: $q' = +90\mu\text{C}$ y $Q' = +160\mu\text{C}$

7. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones

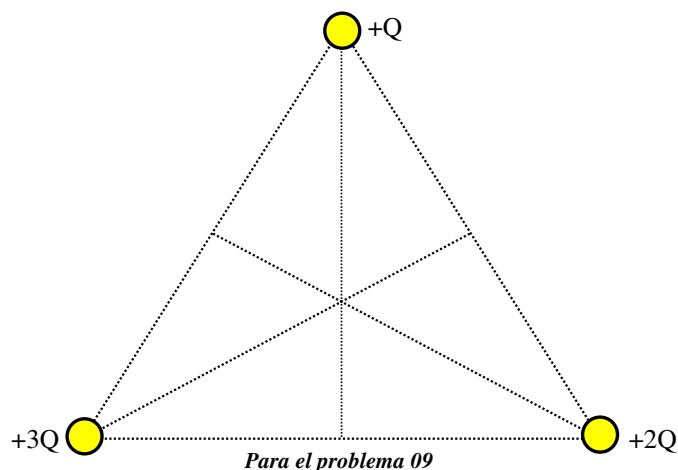
- I. Una carga eléctrica de $-3 \times 10^{-16} \text{ C}$ equivaler a un exceso de 1875 electrones.
- II. Se requiere 6,25 millones de billones de electrones para formar -1 C .
- III. Una partícula con carga eléctrica de $4,0 \times 10^{-18} \text{ C}$ puede dividir su carga en dos partes iguales, cada una de $2,0 \times 10^{-18} \text{ C}$

- A) VVV B) VVF C) VFF D) FFF E) FVV

8. Se muestra tres cargas en los vértices de un triángulo equilátero ¿dónde debe situarse una carga $-4q$ de manera que cualquier carga localizada en el punto P no experimentará fuerza eléctrica? Indique las coordenadas.



- A) $\sqrt{3}, 0$ B) $0, \sqrt{3}$ C) $3, 0$ D) $0, 3$ E) $3, 3$
9. Dadas las tres cargas eléctricas ubicadas en los vértices del triángulo donde Q y $2Q$ se repelen con una fuerza de $90\mu\text{N}$. Hallar la magnitud de la fuerza con la cual se repelen $2Q$ y $3Q$. El lado del triángulo es “a”.

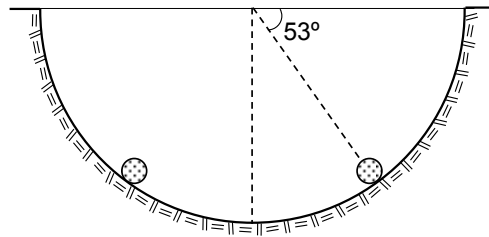


- A) 30 B) 130 C) 170 D) 270 E) 360
10. La fuerza repulsiva entre dos esferitas conductoras con cargas Q_1 y Q_2 es 10 N cuando están separadas 3 m. Si se ponen en contacto y se vuelven a separar una distancia de $\sqrt{5}\text{ m}$, la fuerza electrostática entre ellas es 20 N. Determine los valores de las cargas Q_1 y Q_2 (en coulomb):
- A) 10^{-4} , 10^{-5} B) 2×10^{-4} , 2×10^{-5} C) 10^{-4} , 10^{-4}
 D) 10^{-5} , 10^{-6} E) ninguna

11. Dos cargas Q se colocan cada una en dos vértices opuestos de un cuadrado y otras dos cargas q se colocan cada una en los dos otros dos vértices. Si cada una de las cargas se encuentran en reposo, determine el valor de Q en función de q .

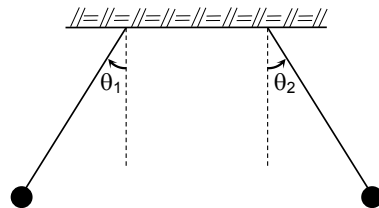
A) $\frac{1}{\sqrt{2}}q$ B) $\sqrt{2}q$ C) $2\sqrt{2}q$ D) $2q$ E) $4\sqrt{3}q$

12. Se tienen dos pequeñas esferas cargadas, cada una con masa 10^{-1} g situadas sobre una superficie semiesférica lisa de radio 2 m. Halle aproximadamente la magnitud del producto de las cargas de las esferas si se encuentran en equilibrio. $\alpha = 10^{-12} \text{C}^2$.



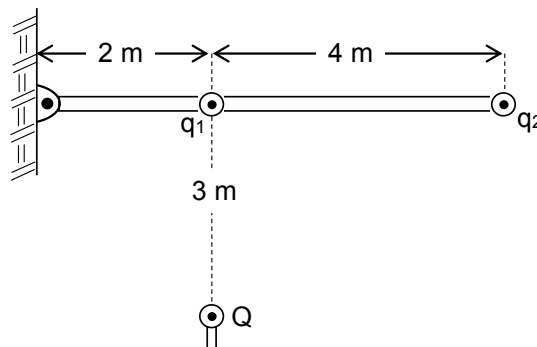
A) $3\alpha/4$ B) 2α C) 3α D) 4α E) ninguna

13. Dos esferitas conductoras de masas iguales cuelgan en equilibrio de hilos aislantes de la misma longitud. Si están cargadas, la de la izquierda con $1 \mu\text{C}$ y la de la derecha con $2 \mu\text{C}$, halle la relación θ_1 / θ_2 .



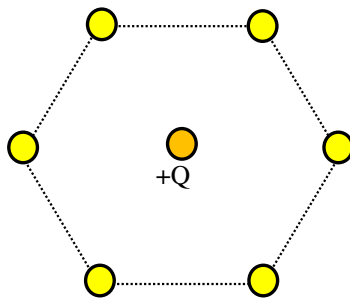
A) $1/2$ B) $2/3$ C) 1 D) $3/2$ E) 2

14. En la figura la varilla es de material aislante y peso insignificante. Las cargas son pequeñísimas esferas. Halle q_2 (en μC) para que dicha barra permanezca horizontal. La larga Q es fija y $q_1 = 6 \mu\text{C}$.



A) -125 B) -100 C) -50 D) -40 E) ninguna

15. En los vértices de un hexágono regular se sitúan seis cargas puntuales de igual magnitud q_0 . ¿Cuál será la carga Q de signo contrario que es necesario colocar en el centro del hexágono para que el sistema se encuentre en equilibrio?

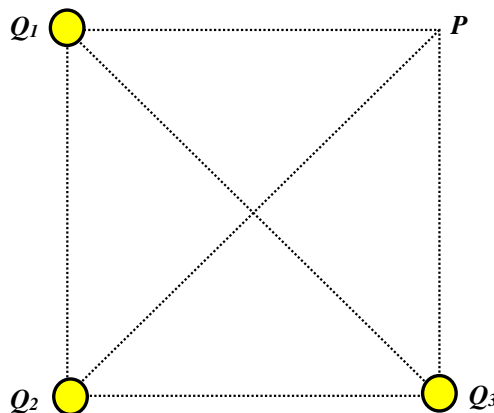


Para el problema 15

- A) $-\frac{2\sqrt{3}+2}{5}q_0$ B) $\frac{-15+2\sqrt{3}}{12}q_0$ C) $-\frac{4\sqrt{3}+2}{5}q_0$
D) $-\frac{15+4\sqrt{3}}{12}q_0$ E) $-(15+\sqrt{3})q_0$

16. Se muestra tres cargas dispuestas en los vértices de un cuadrado de lado L . Determine la carga Q_3 de tal forma que la intensidad del campo eléctrico en el vértice P , sea horizontal.

$$Q_1 = x \text{ C} \quad \text{y} \quad Q_2 = \sqrt{2} \text{ C}$$



Para el problema 16

- A) 0,5 C B) 0,25 C C) 0 C D) -0,25 C E) -0,5 C

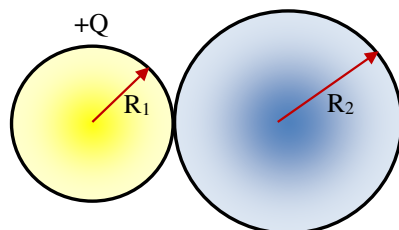
17. Verdadero (V) o falso (F).

- I. Las líneas de fuerza son curvas continuas tales que la intensidad del campo eléctrico en un punto del espacio es proporcional a la tangente a la línea que pasa por ese punto.
- II. Si se suelta una $+q$ en una región donde existe E , la carga se moverá a lo largo de una de las líneas de fuerza.

III. El número de líneas de fuerza emergentes de un cuerpo cargado es proporcional al área de la superficie del cuerpo.

- A) VVV B) FFF C) FVF D) VVF E) VFV

18. Una esfera conductora de radio R_1 y que tiene una carga $+Q$ se pone en contacto con otra esfera conductora de radio R_2 , inicialmente descargada, y luego se separan. El potencial de cada una de las esferas luego del contacto es igual a:



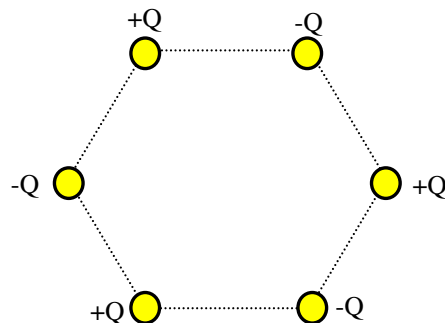
Para el problema 18

- A) $\frac{kQ}{R_1}; \frac{kQ}{R_2}$ B) $\frac{kQ}{R_1+R_2}; \frac{kQ}{R_1+R_2}$ C) $\frac{kQR_1}{R_1+R_2}; \frac{kQR_2}{R_1+R_2}$
 D) $\frac{kQR_2}{R_1}; \frac{kQR_1}{R_2}$ E) $\frac{kQR_1R_2}{R_1+R_2}; \frac{kQR_1}{R_1+R_2}$

19. Una carga puntual ubicada en el origen de coordenadas proporciona un potencial de $14,4\sqrt{2}$ kV en el punto (3; 4) m, determine el potencial (en kV) en el punto (-4; -4) m debido a esta carga puntual.

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

20. Tres cargas puntuales positivas ($+Q$) y tres cargas puntuales negativas ($-Q$) se ubican en los vértices de un hexágono regular de lado b como se muestra, determine el trabajo necesario para traer una carga q desde un punto muy lejano y dejarla en el centro del hexágono.



Para el problema 20

- A) $-2\sqrt{3}/4\pi\epsilon_0 b$ B) $\sqrt{3}/4\pi\epsilon_0 b$ C) $-17/4\pi\epsilon_0 b$
 D) $1/4\pi\epsilon_0 b$ E) 0

21. ¿Cuántos electrones deben extraerse de un conductor esférico inicialmente descargado de 0,09 m de radio para producir un potencial de 7,5 kV en la superficie?

- A) $0,15 \times 10^{13}$ B) $0,75 \times 10^{13}$ C) $1,56 \times 10^{13}$
 D) $1,56 \times 10^{18}$ E) ninguna

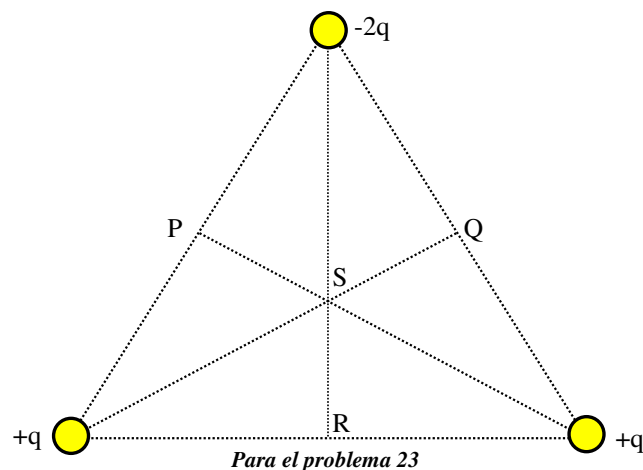
22. Para que se produzca un relámpago, la diferencia de potencial entre los puntos en donde ocurren las descargas es el orden de 10^9 V y la cantidad de carga transferida es de aproximadamente 30 C. ¿Cuántas toneladas de hielo a 0°C podría fundir esa descarga si toda la energía transferida se invirtiera en ese proceso?

$$(L_f = 80 \text{ cal/g} ; 1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}, 1 \text{ e} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C})$$

- A) 62 B) 72 C) 89 D) 90 E) 142

23. Se muestra tres cargas puntuales, respecto al potencial en los puntos P, Q, R y S se hacen las siguientes proposiciones. Triángulo equilátero.

S: intersección de las alturas P, Q, R: puntos medios de los lados.

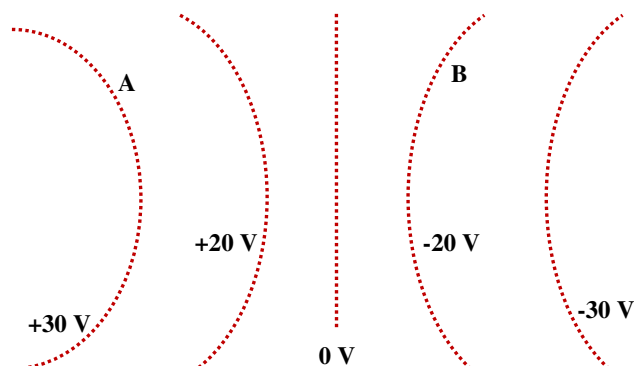


- I. $V(S) = 0$
 II. $V(R) > V(P)$
 III. $V(Q) = 0$
 IV. $V(R) = V(P)$

Las proposiciones correctas son:

- A) Solo I B) Solo II C) I y III D) I, II y III E) Todas

24. Se muestra algunas superficies equipotenciales. Determine el trabajo realizado por un agente externo para llevar una $q = 3 \mu\text{C}$ del punto A al punto B. (en μJ).



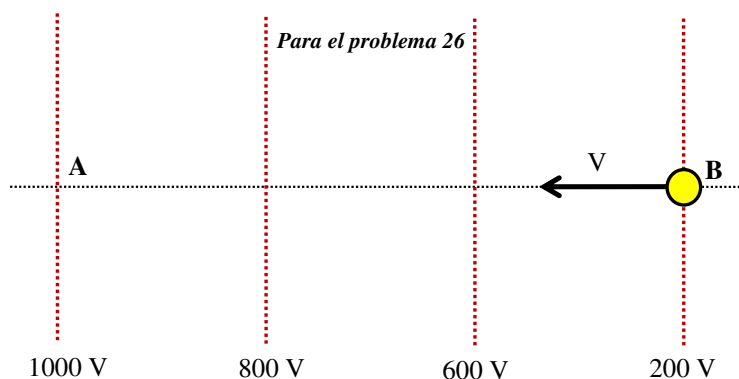
Para el problema 24

- A) - 150 B) - 120 C) 120 D) 150 E) 180

25. Los potenciales electrostáticos de cierta distribución eléctrica en los puntos A, B y C son $V_A = 1 \text{ V}$, $V_B = 6 \text{ V}$ y $V_C = 9 \text{ V}$. Calcule (en μJ) el trabajo para trasladar una carga de $+2 \mu\text{C}$ en forma cuasi estática de A hacia C pasando por B.

- A) - 16 B) - 8 C) 4 D) 16 E) ninguna

26. Una partícula de masa $m = 2 \times 10^{-4} \text{ kg}$ y carga $q = 0,2 \text{ mC}$ se lanza desde B con una velocidad $\mathbf{v} = -50\hat{i} \text{ m/s}$. Si las superficies equipotenciales son los que se indican, determine la rapidez con que pasa por el punto A.



Para el problema 26

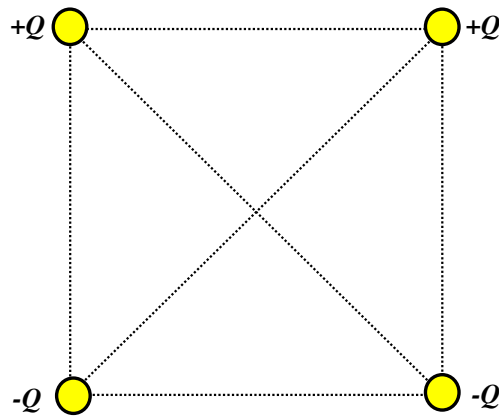
- A) 10 m/s B) 20 m/s C) 30 m/s D) 40 m/s E) 50 m/s

27. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes respecto a las características electrostáticas de los conductores.

- I. La carga neta en exceso reside en la superficie externa de los mismos.
- II. El campo eléctrico dentro del material conductor es cero.
- III. El campo eléctrico en la vecindad de estos conductores es máximo.
- IV. El conductor es equipotencial.

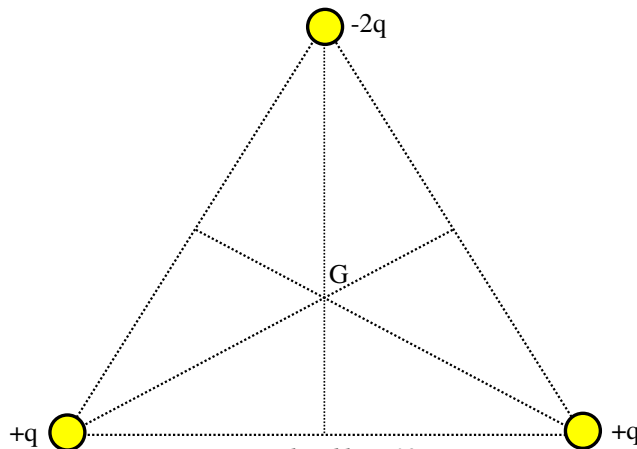
- A) VVVV B) VVFF C) VVFF D) FVVF E) VFFV

28. Dos cargas puntuales positivas (+Q) y dos cargas puntuales negativas (−Q) se ubican en los vértices de un cuadrado de lado L como se muestra. Determine la cantidad de trabajo necesario para traer una carga q desde un punto muy lejano y dejarla en el centro del cuadrado.



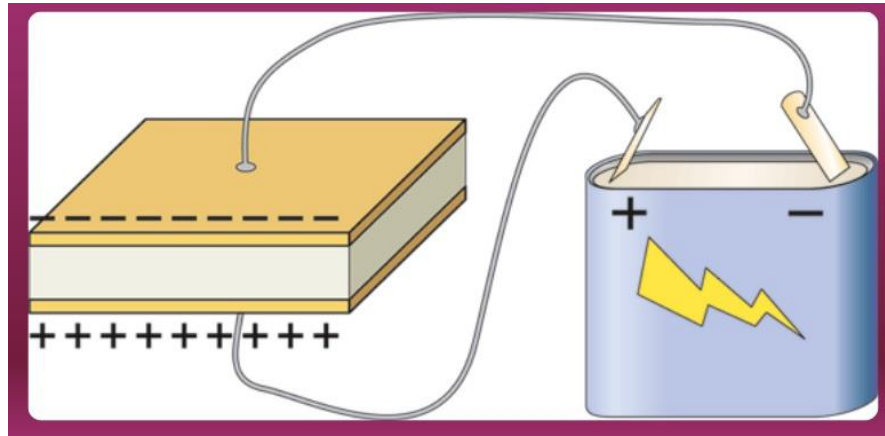
Para el problema 28

29. Tres cargas puntuales positivas (+Q) se ubican en los vértices de un triángulo equilátero de lado L como se muestra. Determine la cantidad de trabajo necesario para traer una carga q desde un punto muy lejano y dejarla en el baricentro G.



Para el problema 29

CAPACIDAD ELÉCTRICA

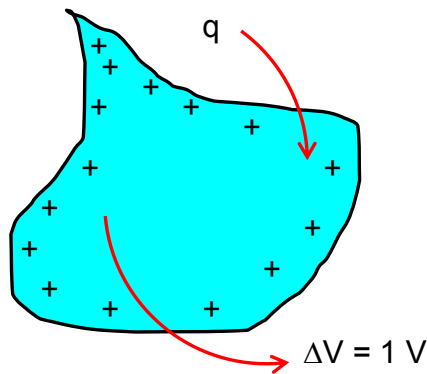


1. CONCEPTO: Es una magnitud física escalar que nos expresa la cantidad de carga q que se debe entregar o sustraer a un cuerpo conductor, para modificar en una unidad el potencial eléctrico en su superficie.

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{q}{V}$$

La capacidad eléctrica de un cuerpo conductor se mide en farad (F), en honor al físico inglés Michael Faraday (1791 – 1867).

$$1 \text{ farad} = \frac{1 \text{ coulomb}}{\text{volt}}$$



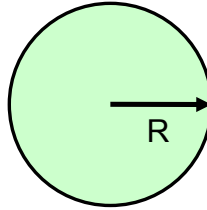
1 mili farad = 1 mF = 10^{-3} farad

1 micro farad = 1 μ F = 10^{-6} farad

1 nano farad = 1 nF = 10^{-9} farad

1 pico farad = 1 pF = 10^{-12} farad

2. CAPACIDAD ELÉCTRICA DE UNA ESFERA CONDUCTORA: El potencial eléctrico en la superficie de la esfera de radio R es:



$$V_{SUP} = K \frac{q}{R}$$

De la definición de capacidad eléctrica: $C = \frac{q}{V}$

Reemplazando tenemos:

$$C = \frac{q}{V_{SUP}} = \frac{q}{\frac{K \cdot q}{R}} = \frac{R}{K}$$

$$C = \frac{R}{K}$$

La capacidad eléctrica C de un cuerpo esférico es directamente proporcional al radio de curvatura.

EJEMPLO 01: Se tiene un cuerpo conductor de capacidad $5\mu F$. ¿Qué cantidad de carga se le debe entregar al cuerpo tal que su potencial eléctrico en la superficie sea de 200 voltios?

Resolución

La capacidad eléctrica es una magnitud física escalar que nos expresa la cantidad de carga q que se debe entregar o sustraer a un cuerpo conductor, para modificar en una unidad el potencial eléctrico en su superficie.

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{q}{V} \Rightarrow q = C \cdot V$$

$$q = (5 \cdot 10^{-6} F) \cdot (200 \text{ volts}) = 10^{-3} C$$

Respuesta: la cantidad de carga que se debe entregar en 1,0 milicoulomb.

EJEMPLO 02: Se tiene una esfera conductora de radio 9 cm. Determinar la capacidad eléctrica de la esfera.

Resolución

La capacidad eléctrica C de un cuerpo esférico es directamente proporcional al radio de curvatura.

$$C = \frac{R}{K} \Rightarrow C = \frac{9 \cdot 10^{-2} m}{9 \cdot 10^9 \frac{m}{F}} = 10^{-11} \text{ farad}$$

Respuesta: la capacidad eléctrica de la esfera es 10 picofarad.

EJEMPLO 03: Se tiene 8 gotitas esféricas de mercurio, iguales, de capacidad eléctrica 2 pF cada una. ¿Cuál será la capacidad de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotitas?

Resolución

La capacidad eléctrica C de un cuerpo esférico es directamente proporcional al radio de curvatura. Analicemos una gota pequeña:

$$C = \frac{R}{K} \Rightarrow R = C.K$$

$$r = \left(2 \cdot 10^{-12} F\right) \cdot \left(9 \cdot 10^9 \frac{m}{F}\right) = 18 \cdot 10^{-3} m$$

Principio de conservación de la masa. La masa M de la gota grande es 8 veces la masa “ m ” de cada gota. $M = 8.m$

$$D \cdot \left(\frac{4\pi}{3} R^3\right) = 8 \cdot D \cdot \left(\frac{4\pi}{3} r^3\right)$$

$$R^3 = 8 \cdot r^3 \Rightarrow R = 2 \cdot r$$

El radio de la gota grande es el doble de la gota pequeña: $R = 36 \cdot 10^{-3} m$

Por consiguiente, la capacidad eléctrica de la gota grande el doble de la capacidad de la gota pequeña: 4 μF

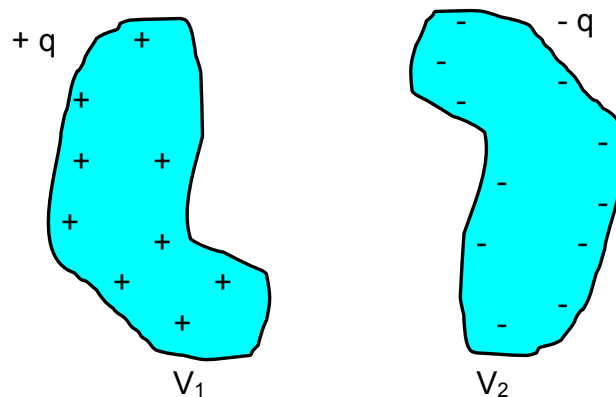
Respuesta: la capacidad eléctrica de la gota grande es 4 picofarad.

3.CAPACIDAD MUTUA Y CONDENSADORES: En un sistema de dos cuerpos conductores próximos entre sí con cantidad de carga “ q ” iguales en valor absoluto, pero de signos opuestos, surge una diferencia de potencial ($V_1 - V_2$) proporcional a “ q ”.

$$(V_1 - V_2) = \left(\frac{1}{C}\right) \cdot q$$

En la que C es la capacidad eléctrica mutua de los dos conductores.

$$C = \frac{q}{(V_1 - V_2)} = \frac{q}{V}$$



La capacidad mutua **C** de dos conductores es numéricamente igual a la cantidad de carga que hay que trasladar de un conductor a otro para que el **potencial eléctrico** entre ellos varíe en una unidad.

La capacidad mutua **C** de dos conductores depende de sus formas, dimensiones y disposición mutua. También depende de las propiedades dieléctricas del medio que los rodea a los conductores.

4. CONDENSADORES PLANOS: Es aquel dispositivo formado por dos placas conductoras paralelas con igual magnitud de carga, pero signos diferentes. La distancia de separación entre las placas debe ser relativamente comparada con las dimensiones de la placa con el fin de obtener un campo eléctrico homogéneo entre las placas. Se entiende por cantidad de carga de un condensador al valor absoluto de la carga $|q|$ de una de las armaduras.

La capacidad eléctrica del condensador es directamente proporcional al área de las placas e inversamente proporcional a la distancia de separación entre ellas.

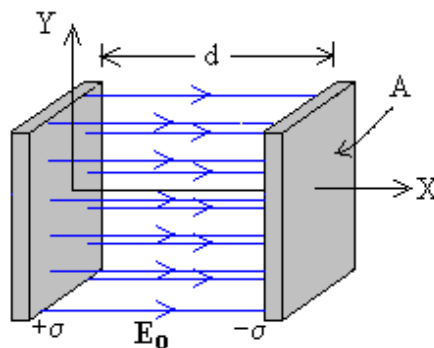
$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

A: área de cada placa.

d: distancia entre placas.

C: capacidad eléctrica



[1] La diferencia de potencial V entre las armaduras de un condensador plano es igual al producto de la intensidad del campo eléctrico E , por la distancia de separación d entre las placas.

$$V = E \cdot d$$

[2] La cantidad de energía almacenada por un condensador es igual al semiproducto de la capacidad del condensador, por el cuadrado de la diferencia de potencial entre las armaduras del condensador.

$$W = \frac{C \cdot V^2}{2} \quad \dots (1)$$

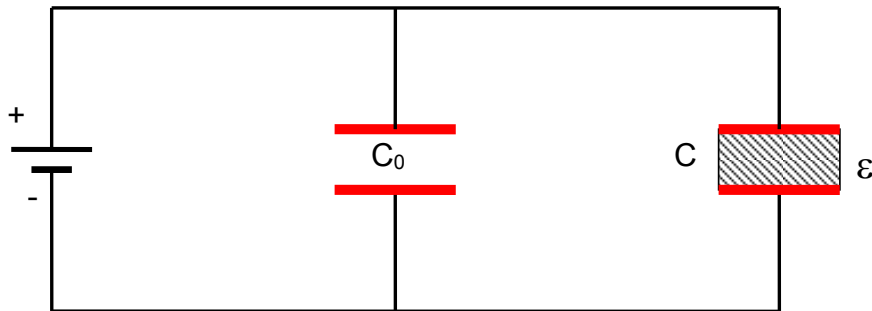
Pero: $C = \frac{q}{V}$ Reemplazando en (1) tenemos que: $W = \frac{q \cdot V}{2}$

Pero: $V = \frac{q}{C}$ Reemplazando en (1) tenemos que: $W = \frac{q^2}{2C}$

$$W = \frac{C.V^2}{2} = \frac{q.V}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

[3] La capacidad eléctrica de un condensador plano formado por placas metálicas paralelas, llena de una sustancia **dialéctica** de permitividad ϵ esta expresada por la fórmula:

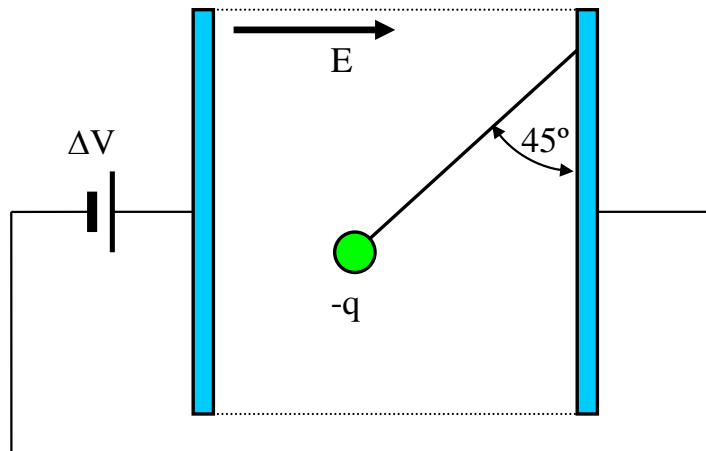
$$C = \frac{\epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d} \text{ (Capacitor con la sustancia dieléctrica)}$$



$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \text{ (Capacitor sin dieléctrico)}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: La diferencia de potencial, entre las armaduras de un condensador que se encuentran separadas 0,1 m, es igual a 3 000 volts. Una esferita de 3,0 gramos y cantidad de carga “-q” se encuentra sujeto a una de las placas mediante un hilo de seda. Determinar el valor de “q”. ($g = 10 \text{ N/kg}$)



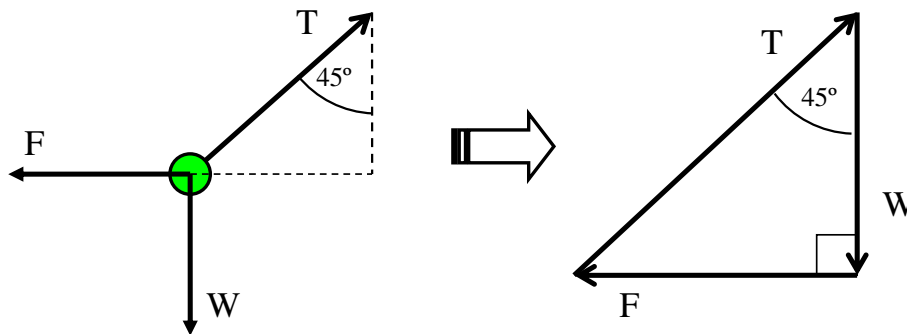
Resolución

Cálculo de la intensidad del campo eléctrico homogéneo:

$$\Delta V = E.d \Rightarrow E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{3000 \text{ V}}{0,1 \text{ m}}$$

$$E = 3.10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Realizamos el D.C.L. de la esfera electrizada. De la condición de equilibrio, la fuerza eléctrica resultante es igual a cero, entonces se forma el triángulo de fuerzas.



Sabiendo que se forma un triángulo rectángulo isósceles, tenemos que:

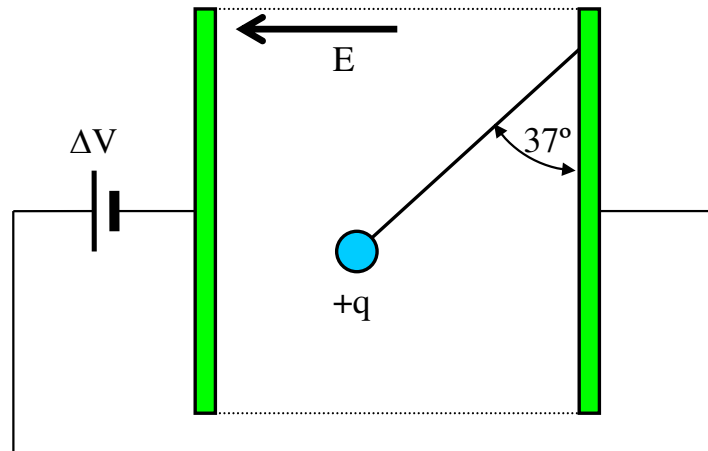
$$F = W \Rightarrow q.E = m.g$$

$$q = \frac{m.g}{E} = \frac{(3.10^{-3} \text{ kg}).(10 \text{ m.s}^{-2})}{3.10^4 \text{ N.C}^{-1}}$$

$$q = 1,0 \mu\text{C}$$

Respuesta: la cantidad de carga de la partícula electrizada es 1,0 microcoulomb.

EJEMPLO 02: La diferencia de potencial, entre las armaduras de un condensador que se encuentran separadas 0,2 m, es igual a 5 000 volts. Una esferita electrizada con cantidad de carga $+3\mu\text{ C}$ se encuentra sujeto a una de las placas mediante un hilo de seda. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda. ($g = 10 \text{ N/kg}$)

**Resolución**

Cálculo de la intensidad del campo eléctrico homogéneo:

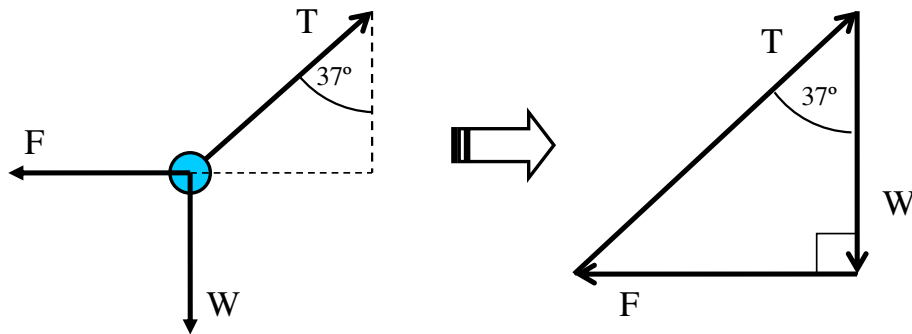
$$\Delta V = E \cdot d \Rightarrow E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{5000 \text{ V}}{0,2 \text{ m}}$$

$$E = 2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Cálculo de la fuerza eléctrica: $F = q \cdot E \Rightarrow F = (3 \cdot 10^{-6} \text{ C}) \cdot (2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}})$

$$F = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Realizamos el D.C.L. de la esfera electrizada. De la condición de equilibrio, la fuerza eléctrica resultante es igual a cero, entonces se forma el triángulo de fuerzas.



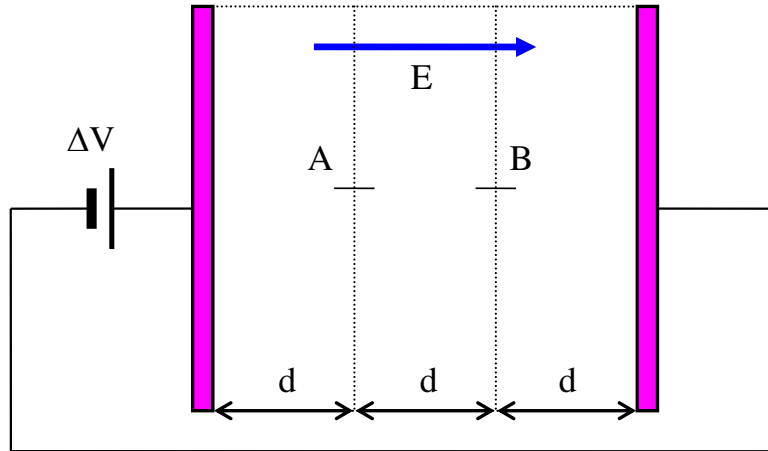
Sabiendo que se forma un triángulo rectángulo, tenemos que:

$$\text{Sen} 37^\circ = \frac{F}{T} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{7,5 \cdot 10^{-2} \text{ N}}{T}$$

$$T = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Respuesta: el módulo de la tensión en el hilo es $12,5 \text{ mN}$

EJEMPLO 03: La diferencia de potencial entre las placas de un condensador es 240 kV. Determinar la cantidad de trabajo por un agente externo para trasladar una partícula electrizada $q = +50 \mu\text{C}$, desde el punto A hasta el punto B.



Resolución

Cálculo de la diferencia de potencial entre los puntos A y B. Las líneas de fuerza se desplazan de mayor a menor potencial eléctrico. El punto A se encuentra a mayor potencial eléctrico que B.

$$\Delta V = E \cdot (3d) = 240 \text{ kV} \Rightarrow E \cdot d = 80 \text{ kV} \dots (1)$$

$$(V_A - V_B) = E \cdot d = 80 \text{ kV}$$

$$(V_B - V_A) = -E \cdot d = -80 \text{ kV} \dots (2)$$

La cantidad de trabajo realizado por un agente externo, para trasladar una partícula electrizada desde el punto A hasta el punto B:

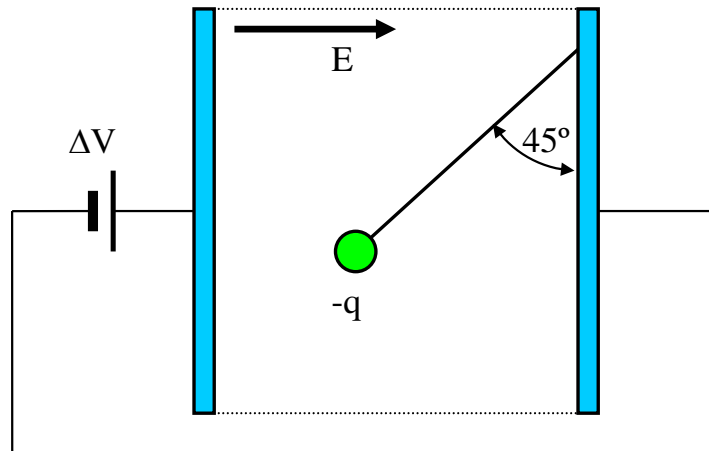
$$W_{A \rightarrow B}^{A.E} = q \cdot (V_B - V_A) = (50 \cdot 10^{-6} \text{ C}) \cdot (-80 \cdot 10^3 \text{ V})$$

$$W_{A \rightarrow B}^{A.E} = -4 \text{ J}$$

Respuesta: La cantidad de trabajo realizado por el agente externo es -4 joules.

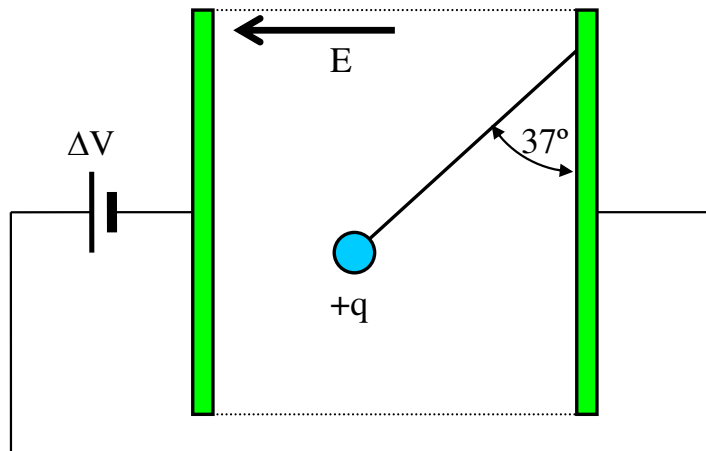
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE.

1. La diferencia de potencial, entre las armaduras de un condensador que se encuentran separadas 0,1 m, es igual a 3 000 volts. Una esferita de 3,0 gramos y cantidad de carga “-q” se encuentra sujeto a una de las placas mediante un hilo de seda. Determinar el valor de “q”. ($g = 10 \text{ N/kg}$)



- a) 1 mC b) 2 mC c) 3 mC d) 4 mC e) 5 mC

2. La diferencia de potencial, entre las armaduras de un condensador que se encuentran separadas 0,2 m, es igual a 5 000 volts. Una esferita electrizada con cantidad de carga $+3\mu \text{ C}$ se encuentra sujeto a una de las placas mediante un hilo de seda. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda. ($g = 10 \text{ N/kg}$)

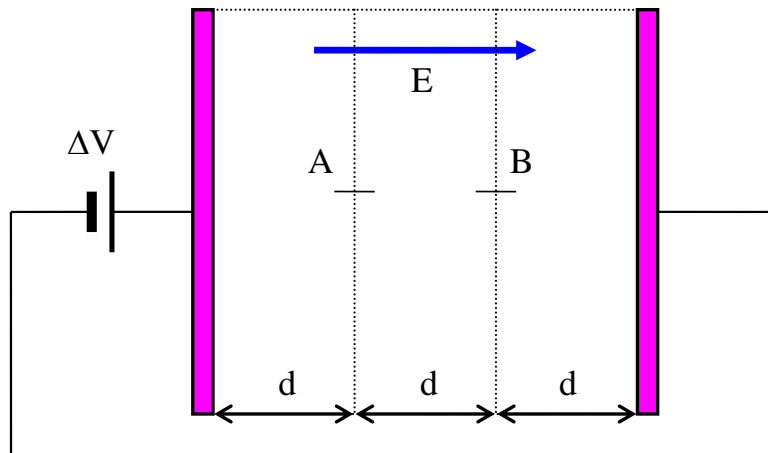


- A) 11,5 mN B) 12,5 mN C) 13,5 mN
D) 3,5 mN E) 23,5 mN

3. Se tiene un cuerpo conductor de capacidad $5 \mu\text{F}$. ¿Qué cantidad de carga se le debe entregar al cuerpo tal que su potencial eléctrico en la superficie sea de 200 voltios?

- a) 1 mC b) 2 mC c) 3 mC d) 4 mC e) 5 mC

4. Se tiene una esfera conductora de radio 9 cm. Determinar la capacidad eléctrica de la esfera.
a) 1 pF **b) 10 pF** c) 3 pF d) 4 pF e) 5 pF
5. Se tiene 8 gotitas esféricas de mercurio, iguales, de capacidad eléctrica 2 pF cada uno. ¿Cuál será la capacidad de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotitas?
a) 1 pF b) 10 pF c) 3 pF **d) 4 pF** e) 5 pF
6. La diferencia de potencial entre las placas de un condensador es 240 kV. Determinar la cantidad de trabajo por un agente externo para trasladar una partícula electrizada $q = +50 \mu\text{C}$, desde el punto A hasta el punto B.



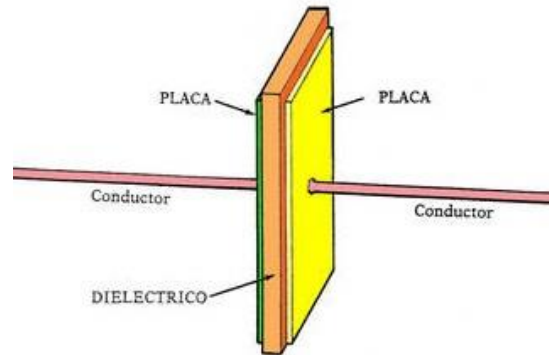
- A) -4 J** B) -6 J C) 0 J D) 4 J E) 6 J

7. Se tiene un cuerpo conductor de capacidad $5\mu\text{F}$. ¿Qué cantidad de carga se le debe entregar al cuerpo tal que su potencial eléctrico en la superficie sea de 50 voltios?
8. Se observa que cuando un cuerpo conductor recibe $12 \mu\text{C}$ de carga su potencial en la superficie se incrementa en 3 voltios. Halle su capacidad eléctrica.
9. Se tiene un cuerpo conductor de capacidad $8\mu\text{F}$. Si el potencial eléctrico en la superficie del cuerpo es 150 voltios, halle la carga neta que contiene el cuerpo conductor.
10. Se tiene una esfera conductora de radio "R". Determinar la capacidad eléctrica de la esfera para:
a) $R = 9 \text{ mm}$ b) $R = 12 \text{ cm}$ c) $R = 36 \text{ m}$ d) $R = 18 \text{ km}$ e) $R = 27 \text{ Mm}$
11. Considerando a la Tierra una esfera conductora, halle la capacidad eléctrica de la Tierra. Radio de la Tierra = 6 400 km.
12. Se tiene dos cuerpos de capacidad $C_1 = 6 \text{ nF}$ y $C_2 = 18 \text{ nF}$, cargados con magnitud $Q_1 = 3 \mu\text{C}$ y $Q_2 = 5 \mu\text{C}$. Estos cuerpos se encuentran separados una distancia muy grande. Si unimos los cuerpos mediante un alambre conductor, halle la carga final en cada cuerpo.

13. Se tiene dos esferas conductoras, una de capacidad 2 pF y carga eléctrica 60 mC y la otra de capacidad 6 pF y carga eléctrica nula. Estas esferas se encuentran separadas una distancia muy grande. Si unimos las esferas mediante un alambre conductor, halle la carga final en cada esfera
14. Se tiene 8 gotitas esféricas de mercurio, iguales, de capacidad eléctrica 3 pF cada uno. ¿Cuál será la capacidad de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotitas?
15. Se tiene 27 gotitas esféricas de mercurio, iguales, de capacidad eléctrica 5 pF cada uno. ¿Cuál será la capacidad de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotitas?
16. Se tiene 64 gotitas esféricas de mercurio, iguales, de capacidad eléctrica 0,5 pF cada uno. ¿Cuál será la capacidad de la gota grande que se obtiene como resultado de la unión de estas gotitas?
17. Determinar el porcentaje en que debe disminuirse la separación entre las placas de un condensador plano-paralelo para que su capacitancia se incremente en 25 %.
A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25
18. Un condensador C_0 de placas paralelas conectado a una fuente de potencial V almacena una energía de $180 \mu J$. Calcular la energía adicional (en μJ) que entregará la fuente V , si se reduce la distancia entre las placas a un tercio sin desconectar el condensador de la fuente.
A) 540 B) 270 C) 180 D) 90 E) 360
19. Un condensador de placas paralelas tiene almacenado una energía de $600 \mu J$, luego de ser conectado a una fuente de 100 V. Determine la nueva capacidad en pF del condensador si se introduce entre las placas un dieléctrico de constante $\epsilon = 8$ sin desconectar la fuente.
A) 60 B) 10 C) 96 D) 12 E) 56
20. La energía almacenada en un condensador plano es de 6,0 mJ cuando la distancia de separación entre sus placas es de 4,0 mm. Determine la nueva energía (en mJ) cuando la distancia entre las placas se reduce a 1,0 mm, sin estar conectado a la fuente.
A) 1,5 B) 6,5 C) 6 D) 4 E) 3,5
21. Un condensador plano de capacidad C , está conectado a una fuente V y almacena una cantidad de energía $\frac{1}{2}CV^2$. Si duplicamos la diferencia de potencial entre sus placas, ¿en cuánto varía la energía almacenada en términos de CV^2 ?
A) 1,5 B) 0,8 C) 0,6 D) 1,0 E) 2

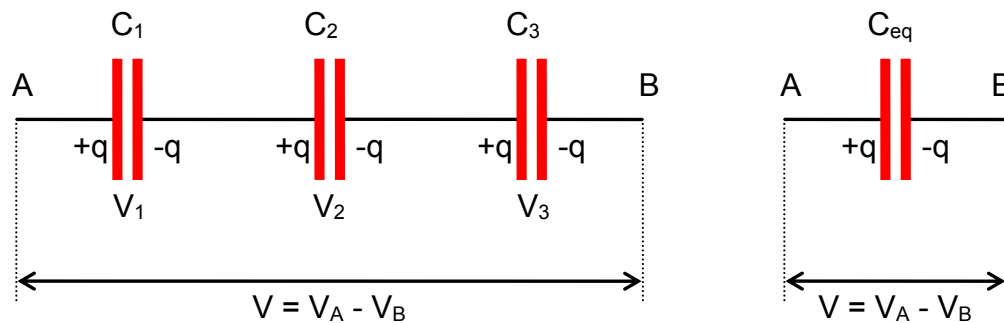
ASOCIACIÓN Y ARREGLOS DE CAPACITORES

Los condensadores se componen de dos placas y el dieléctrico



1. CAPACIDAD EQUIVALENTE: Se denomina así aquel único condensador capaz de reemplazar a un conjunto de condensadores, acumulando la misma cantidad de energía que el conjunto de condensadores. El condensador equivalente debe encontrarse sometido a la misma diferencia de potencial V que los puntos que limitan al conjunto de condensadores al cual reemplaza.

2. ASOCIACIÓN DE CAPACITORES EN SERIE: Cuando dos o más condensadores están instalados en serie, todos ellos acumulan la misma cantidad de carga independientemente del valor de sus capacidades eléctricas.



Principio de conservación de la energía:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \dots (1)$$

Para cada capacitor:

$$V = \frac{q}{C_{eq}} \quad V_1 = \frac{q}{C_1} \quad V_2 = \frac{q}{C_2} \quad V_3 = \frac{q}{C_3}$$

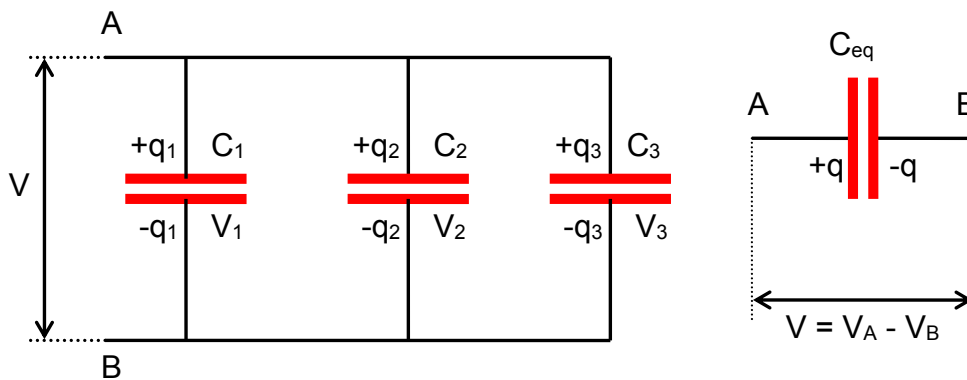
Reemplazando en (1) tenemos:

$$\frac{q}{C_{eq}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

Simplificando tenemos:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

3. ASOCIACIÓN DE CAPACITORES EN PARALELO: Cuando dos o más condensadores están conectados en paralelo, todos ellos estarán sometidos a la misma diferencia de potencial V , por consiguiente, la cantidad de carga acumulada por cada capacitor es directamente proporcional a su capacidad.



La diferencia de potencial entre los extremos de los capacitores es constante:

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

Por principio de conservación de la cantidad de carga, la carga que entrega la fuerza electromotriz es igual a la cantidad de carga acumulada por los capacitores.

$$q = q_1 + q_2 + q_3 \dots (1)$$

La cantidad de carga acumulada es directamente proporcional a la capacidad del capacitor:

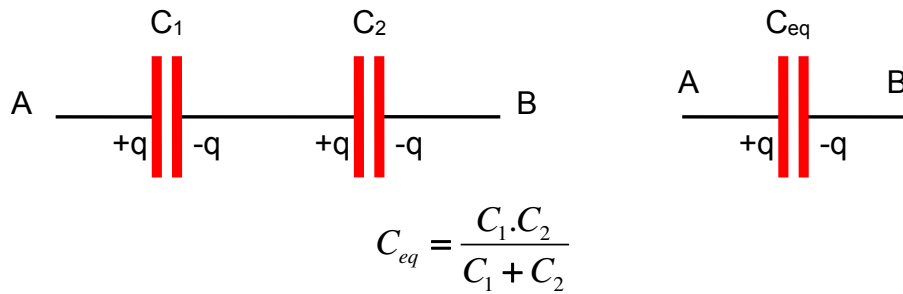
$$q = V \cdot C_{eq} \quad q_1 = V \cdot C_1 \quad q_2 = V \cdot C_2 \quad q_3 = V \cdot C_3$$

Reemplazando en (1) tenemos: $V \cdot C_{eq} = V \cdot C_1 + V \cdot C_2 + V \cdot C_3$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

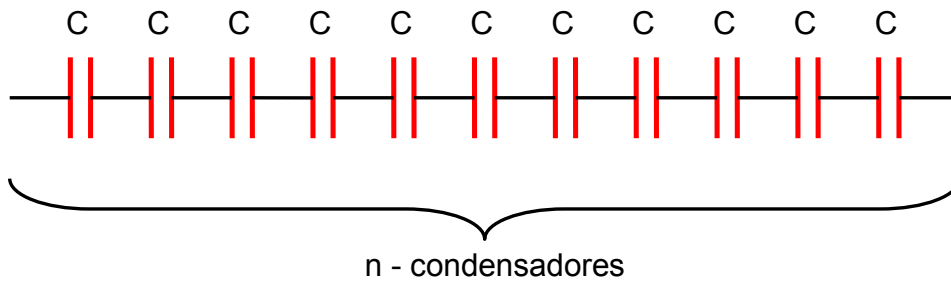
4. CASO PARTICULAR: DOS CAPACITORES ASOCIADOS EN SERIE

La capacidad equivalente es igual al producto entre la suma de sus capacidades.



5. CASO PARTICULAR: n CAPACITORES ASOCIADOS EN SERIE.

La capacidad equivalente es igual a la capacidad C de uno ellos entre el número n de capacitores

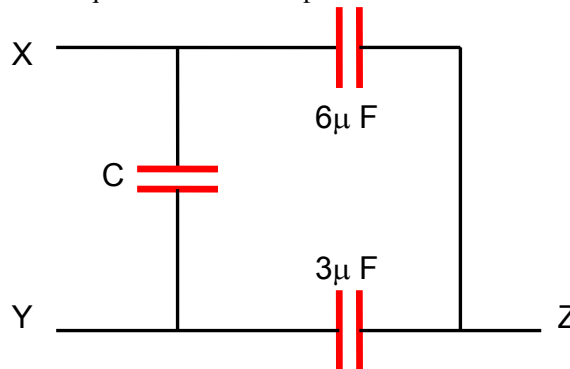


iguales conectados en serie.

$$C_{eq} = \frac{C}{n}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: En el sistema mostrado, la capacidad equivalente entre los extremos X e Y es 14μ F. Calcular la capacidad equivalente entre los puntos Y e Z.

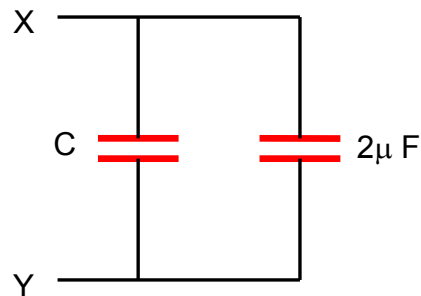


Para el problema 01

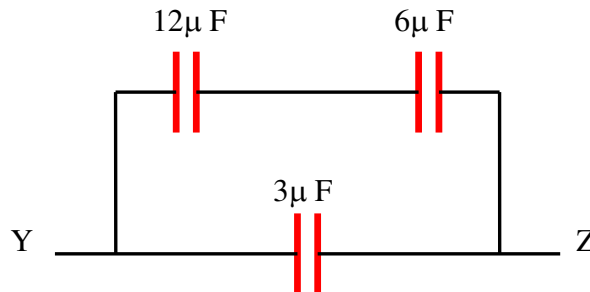
RESOLUCIÓN

La capacidad equivalente entre los puntos x y y es:

$$C_{xy} = C + 2\mu F = 14\mu F \Rightarrow C = 12\mu F$$



Los capacitores de capacidad eléctrica $12\mu F$ y $6\mu F$ están conectados en SERIE, cuya capacidad equivalente es $4\mu F$.

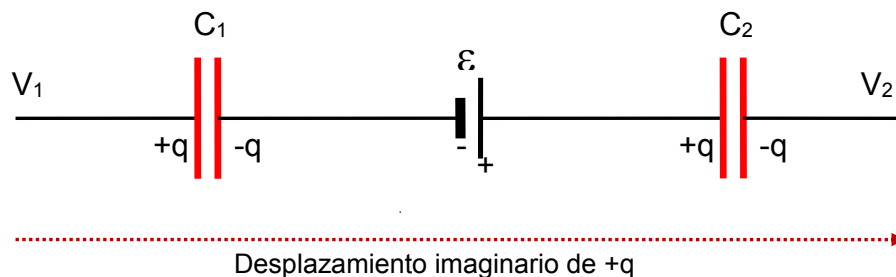


La capacidad equivalente entre los puntos Y y Z es:

$$C_{YZ} = 4\mu F + 3\mu F = 7\mu F$$

Respuesta: la capacidad equivalente entre los puntos YZ es $7\mu F$.

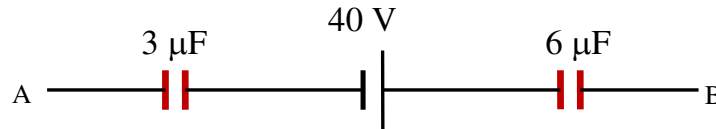
6.TEOREMA DE LA TRAYECTORIA: Consiste en el desplazamiento imaginario de una partícula electrizada con signo positivo a través de un tramo de un circuito. La partícula de prueba $+q_0$ al atravesar el capacitor C_1 pierde energía, este significa que se desplaza de mayor a menor potencial eléctrico. Cuando la partícula de prueba atraviesa la batería gana energía $+E$ cuando se desplaza del polo negativo hacia el polo positivo, en caso contrario perderá energía $-E$, cuando pasa a través del capacitor C_2 la partícula de prueba vuelve a perder energía.



La caída de potencial a través del condensador es igual a: $-\frac{q}{C}$. Respecto al circuito mostrado en la figura, salimos del extremo izquierdo con potencial eléctrico V_1 y llevamos la partícula electrizada $+q$ hasta el extremo derecho donde el potencial es V_2 .

$$V_1 - \frac{q}{C_1} + \varepsilon - \frac{q}{C_2} = V_2$$

EJEMPLO 01: Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 20$ volts), determinar la cantidad de carga acumulada en cada placa de los condensadores.



Para el problema 01

RESOLUCIÓN

Aplicamos al circuito el teorema de la trayectoria. Salimos del punto A llevando la partícula electrizada $+q$ hasta el punto B.

$$V_A - \frac{q}{C_1} + \varepsilon - \frac{q}{C_2} = V_B$$

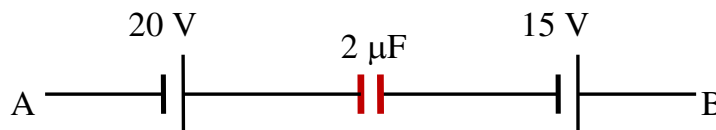
$$V_A - \frac{q}{3\mu} + 40 - \frac{q}{6\mu} = V_B$$

$$(V_A - V_B) + 40 = \frac{q}{3\mu} + \frac{q}{6\mu}$$

$$20 + 40 = \frac{q}{2\mu} \Rightarrow q = 120\mu C$$

Respuesta: la cantidad de carga acumulada en cada placa de condensador es $120 \mu C$.

EJEMPLO 02: Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 30$ volts), determinar la cantidad de carga acumulada en la placa de condensador.



Para el problema 02

Resolución

Aplicamos al circuito el teorema de la trayectoria. Salimos del punto A llevando la partícula electrizada $+q$ hasta el punto B.

$$V_A + \varepsilon_1 - \frac{q}{C} + \varepsilon_2 = V_B$$

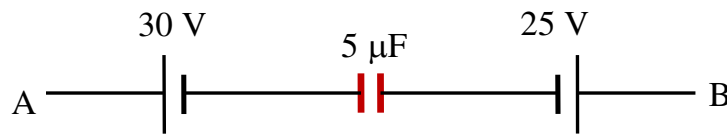
$$V_A + 20 - \frac{q}{2\mu} + 15 = V_B$$

$$(V_A - V_B) + 20 + 15 = \frac{q}{2\mu}$$

$$30 + 20 + 15 = \frac{q}{2\mu} \Rightarrow q = 130\mu C$$

Respuesta: La cantidad de carga en cada placa de condensador es $130\mu C$.

EJEMPLO 03: Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 50$ volts), determinar la cantidad de carga acumulada en la placa de condensador.

Resolución

Para el problema 03

Aplicamos al circuito el teorema de la trayectoria. Salimos del punto A llevando la partícula electrizada $+q$ hasta el punto B.

$$V_A - \varepsilon_1 - \frac{q}{C} + \varepsilon_2 = V_B$$

$$V_A - 30 - \frac{q}{5\mu} + 25 = V_B$$

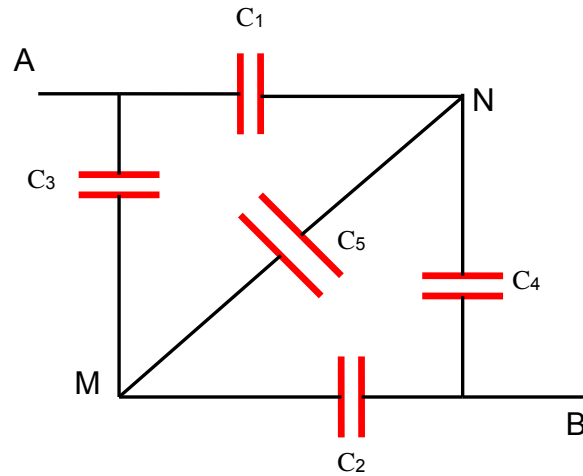
$$(V_A - V_B) - 30 + 25 = \frac{q}{5\mu}$$

$$50 - 30 + 25 = \frac{q}{5\mu} \Rightarrow q = 225\mu C$$

Respuesta: La cantidad de carga en cada placa de condensador es $225\mu C$.

7. EFECTO PUENTE: En un arreglo de cinco capacitores, si el producto de los opuestos es igual, entonces la diferencia de potencial entre los puntos M y N es nula ($V_M - V_N = 0$).

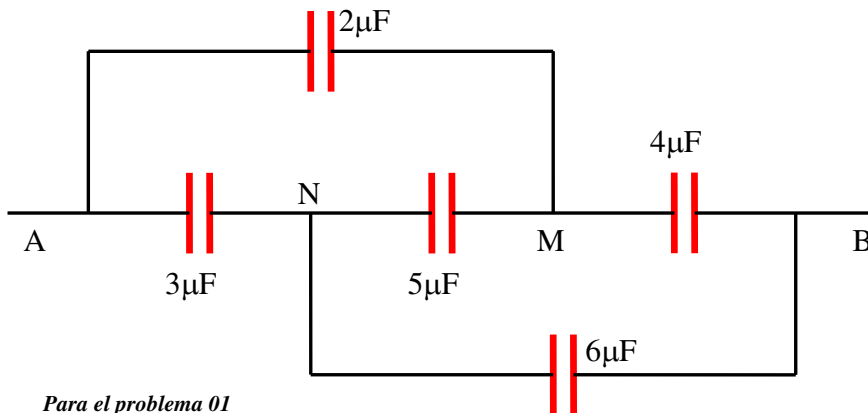
El quinto condensador no funciona, por consiguiente, se puede retirar, quedando un sistema equivalente compuesto de cuatro condensadores.



$$\text{Si } C_1 \cdot C_2 = C_3 \cdot C_4 \Rightarrow V_M = V_N$$

C_5 no funciona

EJEMPLO 01: En el circuito mostrado determine la capacidad equivalente entre los extremos A y B.



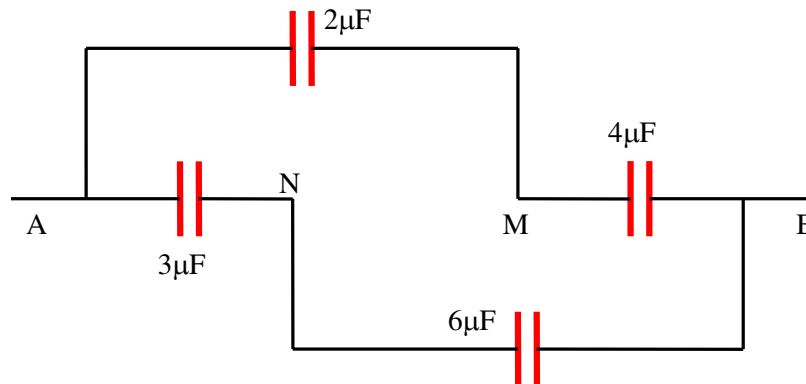
Para el problema 01

Resolución

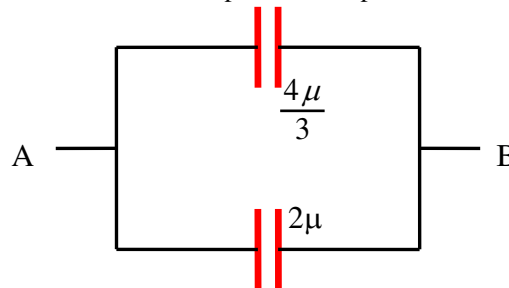
Reconociendo el efecto puente, nos damos cuenta que:

$$\text{Si } (3\mu F) \cdot (4\mu F) = (2\mu F) \cdot (6\mu F) \Rightarrow V_M = V_N$$

El capacitor de $5\mu F$ que se encuentra entre los puntos M y N no funciona, por consiguiente, al retirarlo la capacidad del sistema no se altera.



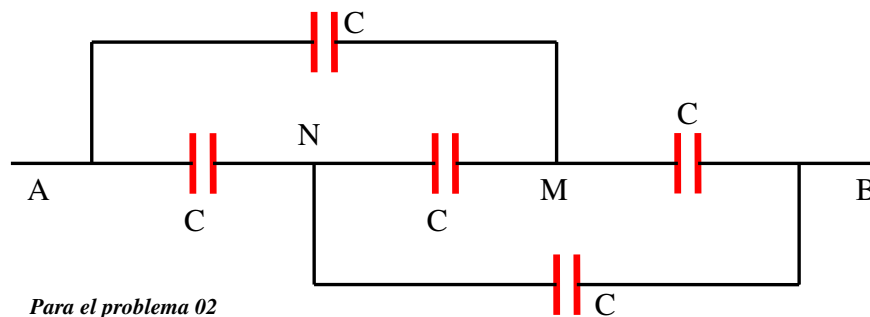
Reduciendo el sistema anterior tenemos dos capacitores en paralelo:



$$C_{eq} = \frac{4\mu}{3} + 2\mu = \frac{10\mu}{3} F$$

Respuesta: la capacidad equivalente entre los extremos A y B es $\frac{10\mu F}{3}$.

EJEMPLO 02: En el circuito mostrado determine la capacidad equivalente entre los extremos A y B.

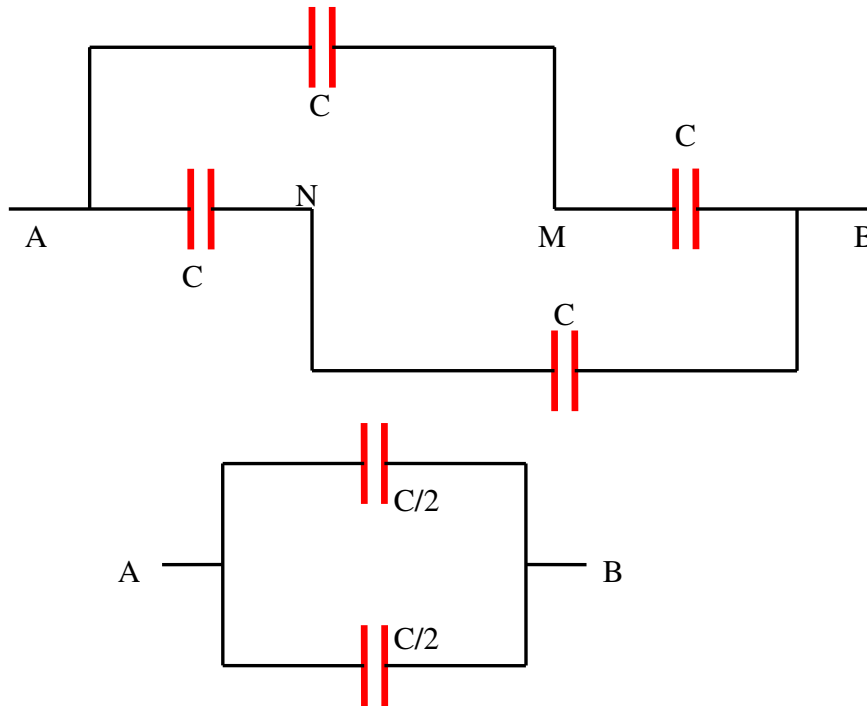


Resolución

Reconociendo el efecto puente, nos damos cuenta que:

$$Si (C).(C) = (C).(C) \Rightarrow V_M = V_N$$

El capacitor de C que se encuentra entre los puntos M y N no funciona, por consiguiente, al retirarlo la capacidad del sistema no se altera.



Reduciendo el sistema anterior tenemos dos capacitores en paralelo:

$$C_{eq} = \frac{C}{2} + \frac{C}{2} = C$$

Respuesta: la capacidad equivalente entre los extremos A y B es C

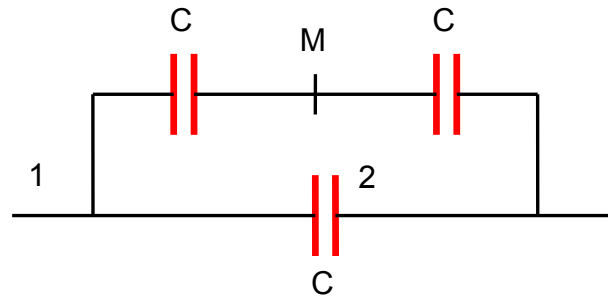
EJEMPLO 04: Las cuatro láminas son idénticas de área “a” y separadas una distancia “d”, donde $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$. Determinar la capacidad del sistema de condensadores idénticos entre los puntos 1 y 2.



Para el problema 04

RESOLUCIÓN

Reducimos el sistema, uniendo los puntos de igual potencial.



La capacidad equivalente entre los puntos (1) y (2) es:

$$C_{eq} = \frac{C}{2} + C = \frac{3}{2}C$$

Respuesta: la capacidad equivalente entre los extremos (1) y (2) es $\frac{3}{2}C$

EJEMPLO 05: Las cuatro láminas son idénticas de área “A” y separadas una distancia “d”, donde $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$. Determinar la capacidad del sistema de condensadores idénticos entre los puntos 1 y 2.



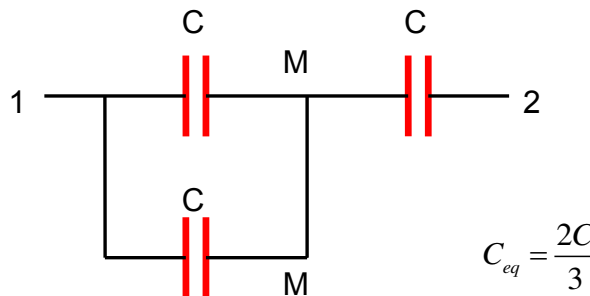
Para el problema 05

Resolución

Reducimos el sistema, uniendo los puntos de igual potencial.

La capacidad equivalente entre los puntos 1 y 2 es:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{2C}$$



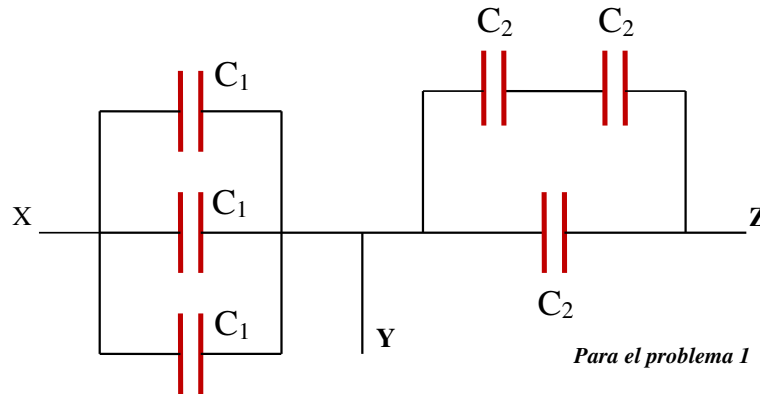
$$C_{eq} = \frac{2C}{3}$$

Respuesta: la capacidad equivalente entre los extremos 1 y 2 es $\frac{2}{3}C$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE.

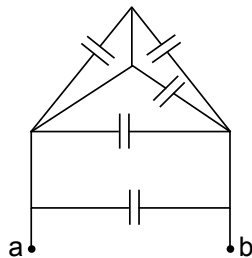
1. Si la capacidad equivalente entre X e Y es igual a la capacidad equivalente entre Y e Z, determine la capacidad equivalente entre X y Z. (Examen UNI 2006 – II)

A) $3C_1$ B) $\frac{3}{2}C_1$ C) $\frac{3}{4}C_1$ D) $\frac{2}{3}C_1$ E) $\frac{4}{3}C_1$



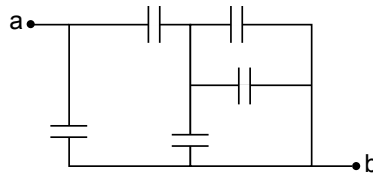
2. Se tiene dos cuerpos de capacidad $C_1 = 6 \mu\text{F}$ y $C_2 = 18 \mu\text{F}$, cargados con magnitud $Q_1 = 3 \mu\text{C}$ y $Q_2 = 5 \mu\text{C}$. Estos cuerpos se encuentran separados una distancia muy grande. Si unimos los cuerpos mediante un alambre conductor, halle la carga final en cada cuerpo.
3. Se tiene dos esferas conductoras, una de capacidad 2 pF y carga eléctrica 60 mC y la otra de capacidad 6 pF y carga eléctrica nula. Estas esferas se encuentran separadas una distancia muy grande. Si unimos las esferas mediante un alambre conductor, halle la carga final en cada esfera.
4. Se tiene un condensador plano de capacidad 50 pF conectado a una fuente eléctrica de 10 kV . Si la distancia de separación entre las placas es 5 cm , determinar:
- La energía almacenada en el condensador.
 - La carga almacenada en cada placa del condensador.
 - La intensidad del campo eléctrico homogéneo entre las placas.
 - El área de cada placa del condensador.
5. Se tiene un conjunto de tres condensadores de $C_1 = 2 \text{ nF}$ y $C_2 = 3 \text{ nF}$ y $C_3 = 6 \text{ nF}$. Halle la capacidad equivalente del conjunto cuando están instalados:
- En Serie
 - En Paralelo.
6. Un condensador C_0 de placas paralelas conectado a una fuente de potencial V almacena una energía de $180 \mu\text{J}$. Calcular la energía adicional (en μJ) que entregará la fuente V , si se reduce la distancia entre las placas a un tercio sin desconectar el condensador de la fuente.
- A) 540 B) 270 C) 180 D) 90 E) 360
7. Un condensador de placas paralelas tiene almacenado una energía de $600 \mu\text{J}$, luego de ser conectado a una fuente de 100 V . Determine la nueva capacidad en pF del condensador si se introduce entre las placas un dieléctrico de constante $\epsilon = 8$ sin desconectar la fuente.
- A) 60 B) 10 C) 96 D) 12 E) 56

8. La energía almacenada en un condensador plano es de 6 mJ cuando la distancia de separación entre sus placas es de 4 mm. Determine la nueva energía (en mJ) cuando la distancia entre las placas se reduce a 1 mm, sin estar conectado a la fuente.
A) 1,5 B) 6,5 C) 6 D) 4 E) 3,5
9. Un condensador plano de capacidad C , está conectado a una fuente V y almacena una cantidad de energía $\frac{1}{2} CV^2$. Si duplicamos la diferencia de potencial entre sus placas, ¿en cuánto varía la energía almacenada en términos de CV^2 ?
A) 1,5 B) 0,8 C) 0,6 D) 1,0 E) 2
10. Una esfera conductora aislada tiene una capacitancia de 13,35 pF. Determine el radio de la esfera (en m).
A) 0,36 B) 0,24 C) 0,12 D) 0,54 E) 0,72
11. Respecto del proceso de carga de un condensador de placas paralelas, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. El campo eléctrico está distribuido prácticamente entre las placas del condensador.
II. La energía en un condensador está contenida en el campo eléctrico.
III. La densidad volumétrica de energía está dada por $0,5 \epsilon_0 E^2$.
A) VVF B) VVV C) VFF D) FFF E) FVF
12. Se desea fabricar un condensador plano de 120 pF con placas de 1 cm^2 de área, ¿cuál debe ser la separación (en m) entre las placas?
A) $8,85 \times 10^{-4}$ B) $8,85 \times 10^{-2}$ C) $0,88 \times 10^{-1}$
D) 10^{-1} E) ninguna
13. Dos placas semicirculares de aluminio de radio 40 cm, son colocadas una frente a la otra con una separación de 0,885 mm. Asumir vacío entre placas. Calcule (en nF) su capacitancia.
A) $0,4\pi$ B) $1,6\pi$ C) 4π D) 16π E) 40π
14. En el circuito mostrado, determine la capacidad equivalente entre los bornes "a" y "b". todos los condensadores tienen capacidad C .



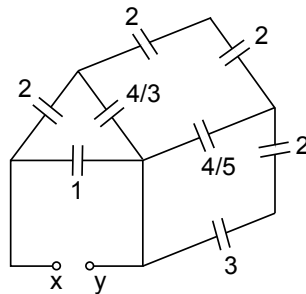
- A) $2C$ B) $3C$ C) $4C$ D) $5C$ E) $6C$

15. Determine la capacidad equivalente entre los puntos “a” y “b”, del conjunto de condensadores de la misma capacidad “C” que se muestran en la siguiente figura.



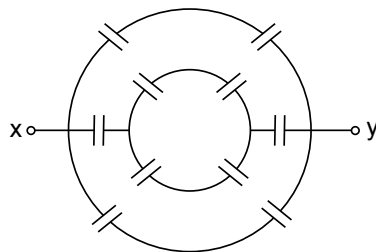
- A) $\frac{C}{2}$ B) C C) $\frac{3C}{4}$ D) $\frac{5C}{4}$ E) $\frac{7C}{4}$

16. Determine la capacidad equivalente entre x e y (en μF), si los valores están en μF .



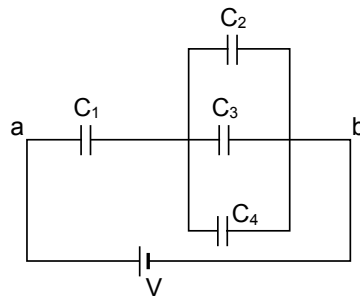
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

17. Determinar la capacidad equivalente entre los extremos x e y. Todos los condensadores son idénticos de capacidad C.



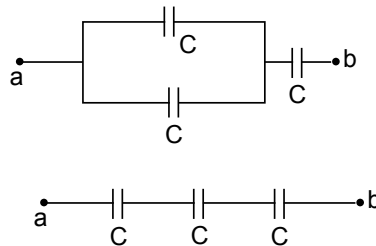
- A) $\frac{4C}{3}$ B) $\frac{5C}{3}$ C) 2C D) $\frac{7C}{3}$ E) $\frac{8C}{3}$

18. En el circuito de condensadores que se muestra, la fuente que está conectada entre los puntos a y b, es de 12 V. Determine la carga (en μC) en el condensador $C_1 = 4\mu\text{F}$, si $C_2 = 1\mu\text{F}$, $C_3 = 3\mu\text{F}$ y $C_4 = 8\mu\text{F}$.



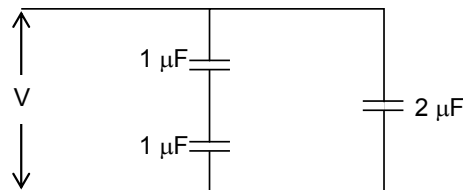
- A) 80 B) 60 C) 30 D) 20 E) ninguna

19. Los dos sistemas de condensadores mostrados están formados por condensadores de $C = 120 \mu F$ y sometidos a voltajes $V_{ab} = 20 V$ siendo: U = energía en el condensador, calcule $\frac{U_I}{U_{II}}$.



- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

20. ¿Qué fracción de energía almacena, el capacitor de $2 \mu F$, ¿con respecto a la energía de todo el sistema?

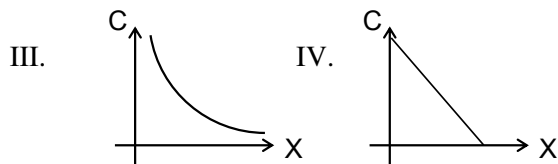
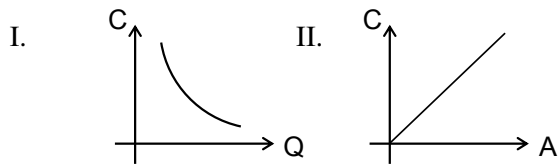


- A) $\frac{1}{100}$ B) $\frac{1}{25}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{5}$ E) ninguna

21. Un capacitor de placas paralelas tiene sus placas separadas 20 mm y una carga en cada placa de magnitud $0,03 \mu C$. Si el campo eléctrico entre las placas es $4 \times 10^5 V/m$, encuentre a) la capacitancia (en F) b) la energía almacenada (en μJ).

- A) $1,25 \times 10^{-10}$; 3,6 B) $2,50 \times 10^{-10}$; 1,8 C) $1,25 \times 10^{10}$; 0,9
D) $2,50 \times 15^{10}$; 3,6 E) ninguna

22. Para un condensador de placas paralelas de área A y separación entre placas X . ¿Cuál de las gráficas representa la variación de su capacidad?



- A) Solo I
D) II y IV
B) Solo III
E) Ninguna.
C) II y III

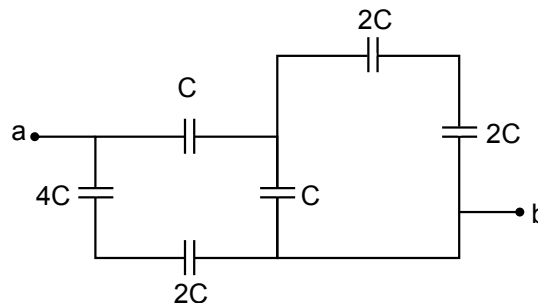
23. Determine la capacidad (en μF) de los condensadores C_1 y C_2 si conectados en serie con una fuente de 12 volts la carga en C_1 es $24 \mu\text{C}$, y conectados en paralelo con la misma fuente la carga en C_1 es $36 \mu\text{C}$.

- A) 2 y 6
D) 6 y 9
B) 4 y 6
E) ninguna
C) 3 y 9

24. Dos capacitores: $C_1 = 0,2 \mu\text{F}$ y $C_2 = 0,3 \mu\text{F}$ poseen cargas $q_1 = 30 \mu\text{C}$ y $q_2 = 15 \mu\text{C}$; se conectan en circuito cerrado de modo que la placa positiva de C_1 se une a la placa negativa de C_2 . Halle la carga final de cada capacitor (en μC).

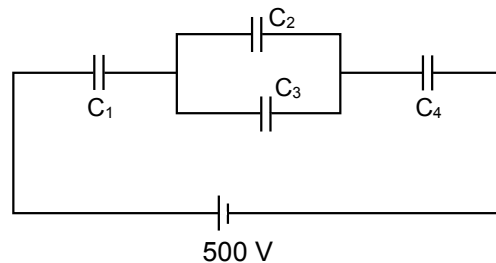
- A) 10,8 y 16,2
D) 0,8 y 1,2
B) 1,2 y 1,8
E) 20 y 30
C) 1,6 y 2,4

25. Determine la capacidad equivalente entre los terminales a y b del siguiente arreglo de condensadores.

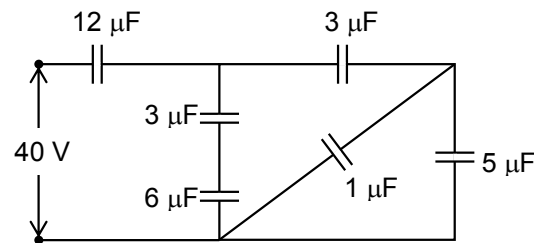


- A) $\frac{C}{2}$
B) C
C) $\frac{4}{3}C$
D) 2C
E) ninguna

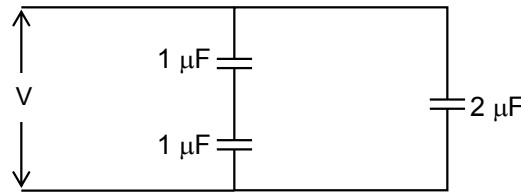
26. Se muestra una conexión mixta de capacitores con su batería. Si se sabe que $C_1 = 10\ \mu F$, $C_2 = 2\ \mu F$, $C_3 = 3\ \mu F$ y $C_4 = 10\ \mu F$. ¿Cuál es la carga (en μC) en el capacitor C_3 ?



- A) 200 B) 400 C) 600 D) 800 E) ninguna
27. En el circuito mostrado, determine la carga (en μC) que almacena el capacitor de $1\ \mu F$.



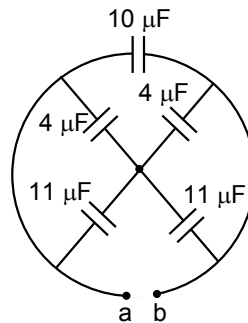
- A) 30 B) 60 C) 120 D) 180 E) 240
28. Dos capacitores $C_1 = 3\ \mu F$ y $C_2 = 6\ \mu F$ se conectan en serie a una batería de 12 volts. La batería se desconecta y se unen las placas del mismo signo; halle la energía final que almacena el conjunto de condensadores (en μJ).
- A) 32 B) 48 C) 64 D) 96 E) 128
29. Un capacitor plano, de placas paralelas, de $16\ \text{cm}^2$ de superficie y $0,2\ \text{cm}$ de separación, tiene almacenada una energía eléctrica de $0,9\ \text{J}$. Determine la intensidad de campo eléctrico (en $10^8\ \text{V/m}$) entre las placas de dicho condensador. Considere $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N.m}^2$
- A) 1,25 B) 1,5 C) 2,0 D) 2,5 E) ninguna
30. ¿Qué fracción de energía almacena uno de los capacitores de $1,0\ \mu F$, ¿con respecto a la energía de todo el sistema?



- A) $\frac{1}{100}$ B) $\frac{1}{25}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

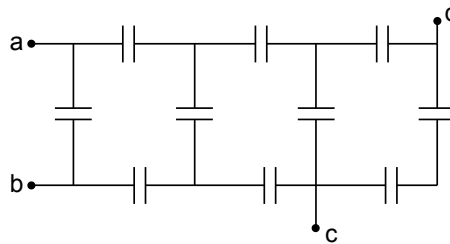
31. Se conecta un condensador C a una fuente de 100 V durante 30 minutos cargándose con una carga $Q = 48 \text{ mC}$. Se saca el condensador C y se conecta en paralelo a otro condensador. Determine la energía almacenada en el sistema (en J), si la carga final en el segundo condensador es el doble de la carga final del condensador C.
- A) 0,8 B) 0,6 C) 1,2 D) 1,4 E) 2,4
32. Un condensador plano de $60 \mu\text{F}$ se conecta en paralelo con una fuente de 20V y luego se le desconecta. Si la región entre las placas se llena completamente con un dieléctrico de constante $k = 4$. Determine la nueva diferencia de potencial V_{AB} (en V).
- A) 0,0 B) 5,0 C) 10,0 D) 20 E) 80
33. Luego de conectarse a una fuente de 100 V, un condensador almacena $6 \times 10^{-8} \text{ J}$. Determine la nueva capacidad (en pF) si se introduce entre las placas un dieléctrico de constante $k_1 = 2$, sin desconectar la fuente.
- A) 96 B) 48 C) 32 D) 71 E) ninguna
34. Un condensador plano es conectado a una batería de 12 V, adquiriendo una carga de $2 \times 10^{-4} \text{ C}$. La batería es retirada y se disminuye la distancia entre placas hasta que la diferencia de potencial entre ellas es el 32% de la inicial. Determine en que porcentaje se ha disminuido la distancia entre placas.
- A) 32 B) 48 C) 68 D) 72 E) ninguna
35. En un condensador de placas paralelas de $A = 20 \text{ cm}^2$ y $d = 0,1 \text{ cm}$ se acumula 0,1 J. Calcule el campo eléctrico (en 10^5 V/m) entre las placas del condensador.
- A) 4,8 B) 5,5 C) 6,1 D) 7,2 E) ninguna

36. Determine la capacidad equivalente (en μF) entre a y b del circuito mostrado.



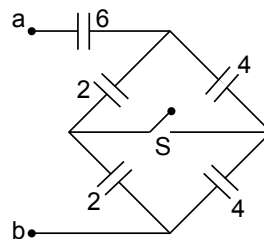
- A) 15,0 B) 17,5 C) 20,0 D) 22,5 E) 25

37. En la configuración de condensadores idénticos mostrados en la figura, determine $C_{ab} \div C_{cd}$.



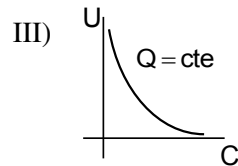
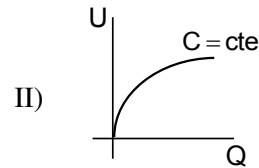
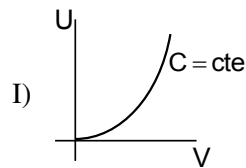
- A) 1,27 B) 2,10 C) 3,15 D) 4,05 E) 5,00

38. Sean C y C' las capacidades equivalentes respecto a los terminales a y b, con el interruptor S abierto y cerrado, respectivamente. Si todas las capacidades están en μF , halle $C \div C'$



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

39. Respecto a la energía en un condensador señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes gráficas.

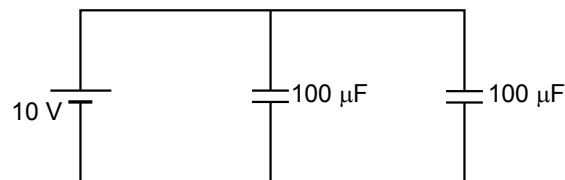


- A) VFV B) FFV C) FFF D) VVV E) VFF

40. Determine en cuánto se incrementa la energía (en μJ) en un condensador de $60 \mu\text{F}$ que inicialmente tiene una carga de $6 \mu\text{C}$ y finalmente de $12 \mu\text{C}$.

- A) 1,54 B) 1,87 C) 2,06 D) 2,24 E) ninguna

41. Calcule la energía (en mJ) almacenada en el siguiente circuito:

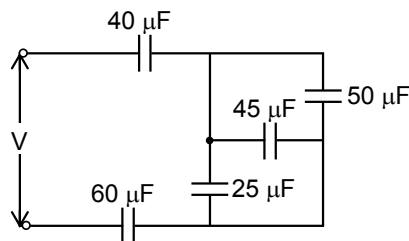


- A) 2,5 B) 5 C) 10 D) 12,5 E) 15

42. Se forma un condensador plano con placas paralelas separadas 5 mm y de $12,5 \text{ cm}^2$ de área. El condensador se conecta a 6 kV y luego, manteniendo conectada la fuente de tensión, las placas se separan hasta 1 cm. Halle la variación en la energía acumulada (en μJ) en el condensador.

- A) 19,9 B) 21,3 C) 25,2 D) 27,7 E) ninguna

43. Determine la energía (en mJ) que almacena el siguiente sistema de condensadores si $V = 20 \text{ V}$.



- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

44. Se tienen 2 condensadores de capacitancias desconocidas C_1 y C_2 . Se les dispone en serie bajo una diferencia de potencial de 12 V de tal manera que la carga en C_1 es de $2\mu\text{C}$. En seguida se les arregla en paralelo, bajo la misma diferencia de potencial, con lo que la carga total del arreglo es de $9\mu\text{C}$. Determine C_1 y C_2 (en μF).
- A) 3 y 0 B) 1 y 1 C) 2 y 2 D) 1 y 2 E) ninguna
45. Se conectan dos condensadores planos de capacidades C y $2C$ en serie con una batería de 12 V, hasta que se carguen totalmente. Luego se retira la batería y se conectan en paralelo. ¿Cuánto cambia la energía en el condensador de menor capacidad (en %) respecto de su energía inicial?
- A) disminuye 55,5% B) aumenta 12% C) disminuye 89%
D) aumenta 5% E) ninguna

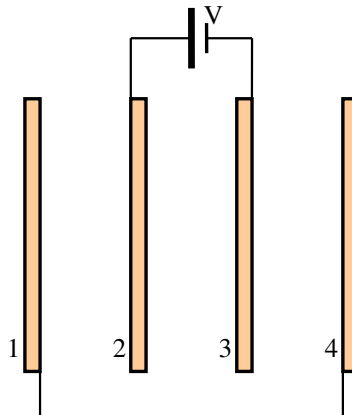
CONDENSADORES PLANOS

1. Las cuatro láminas son idénticas de área “A” y separadas una distancia “d”, donde $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$. Determinar la capacidad de sistema de condensadores idénticos entre los puntos 1 y 2.



Para el problema 01

- A) $\frac{3}{2}C$ B) C C) $2C$ D) $3C$ E) $\frac{2}{3}C$
2. Las cuatro láminas son idénticas de área “A” y separadas una distancia “d”, donde $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$. Entre las placas 2 y 3 se conecta una fuerza electromotriz “V” y las placas 1 y 4 están conectadas mediante un alambre delgado. Determine la cantidad de carga en cada placa conductora.



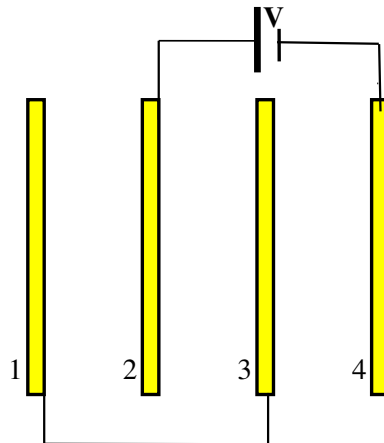
Para el problema 02

3. Las cuatro láminas son idénticas de área “A” y separadas una distancia “d”, donde $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$.
Determinar la capacidad de sistema de condensadores idénticos entre los puntos 1 y 2.



Para el problema 03

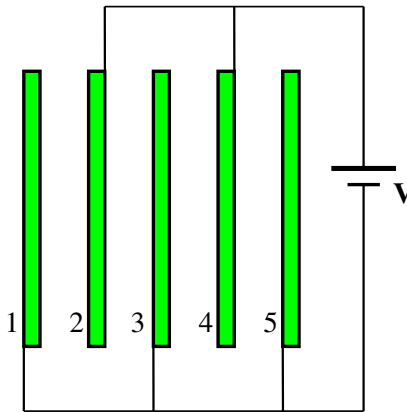
- A) $\frac{3}{2}C$ B) C C) 2C D) 3C E) $\frac{2}{3}C$
4. Las cuatro láminas son idénticas de área “A” y separadas una distancia “d”, donde $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$.
Entre las placas 2 y 4 se conecta una fuerza electromotriz “V” y las placas 1 y 3 están conectadas mediante un alambre delgado. Determine la cantidad de carga en cada placa conductora.



Para el problema 04

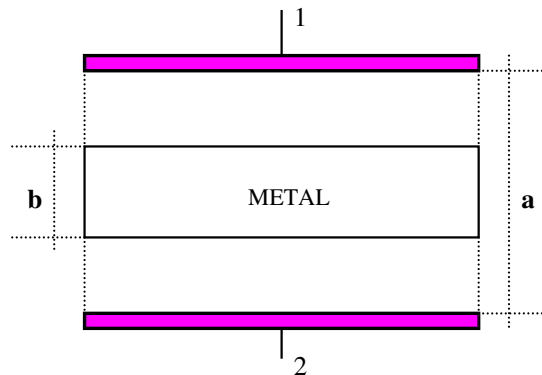
5. Las cinco láminas son idénticas de área “A” y separadas una distancia “d”, donde $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$.

Entre las placas 2 y 4 se conecta al polo positivo de una batería con fuerza electromotriz “V” y las placas 1, 3 y 5 están conectadas al polo negativo. Determine la cantidad de carga en cada placa conductora.



Para el problema 05

6. Entre las placas de un condensador plano de área “A” y distancia de separación “a” entre las placas, existe un bloque metálico de altura “b” cuyas bases tienen igual área que las placas del condensador. Determinar la capacidad equivalente del sistema así formado.



Para el problema 06

7. Se dispone de n condensadores de igual capacidad eléctrica, $n/2$ de ellos se conectan en serie, dando capacidad equivalente C_1 y los otros $n/2$ se conectan en paralelo, dando una capacidad equivalente C_2 . Con respecto a los condensadores equivalentes obtenidos:

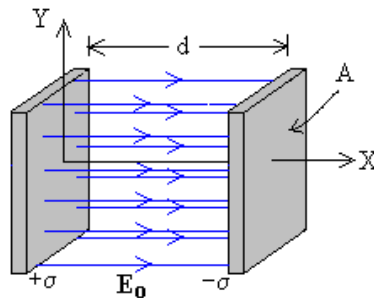
I. Si se instalan en serie, la capacidad equivalente final es $25 \mu\text{F}$.

II. Si se instalan en paralelo, la capacidad equivalente final es de $676 \mu\text{F}$.

Con esta información. El numero de condensadores utilizados en el experimento es:

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

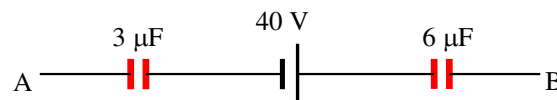
8. Se muestra un condensador plano, entre sus placas existe un campo eléctrico uniforme y homogéneo, el modulo de la intensidad del campo eléctrico es $E_0 = 400 \text{ kN/C}$. Si la distancia de separación entre las placas es 5 cm , determine la diferencia de potencial entre las placas del condensador.



- A) 15 kV B) 18 kV C) 25 kV D) 20 kV E) 30 kV

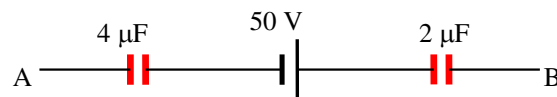
TEOREMA DE LA TRAYECTORIA Y CIRCUITOS ELÉCTRICOS

1. Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 20 \text{ volts}$), determinar la cantidad de carga acumulada en cada placa de los condensadores.
Respuesta: $120 \mu\text{C}$



Para el problema 01

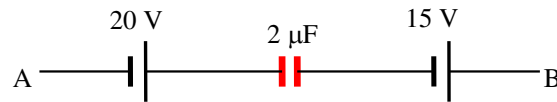
2. Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 40 \text{ volts}$), determinar la cantidad de carga acumulada en cada placa de los condensadores.



Para el problema 02

Respuesta: $120 \mu\text{C}$

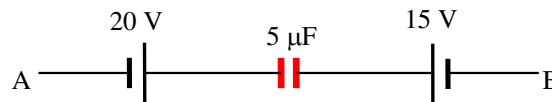
3. Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 30$ volts), determinar la cantidad de carga acumulada en la placa de condensador.



Para el problema 03

Respuesta: $130 \mu\text{C}$

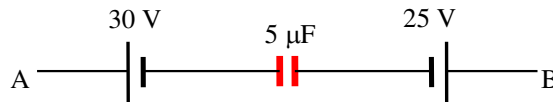
4. Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 30$ volts), determinar la cantidad de carga acumulada en la placa de condensador.



Para el problema 04

Respuesta:

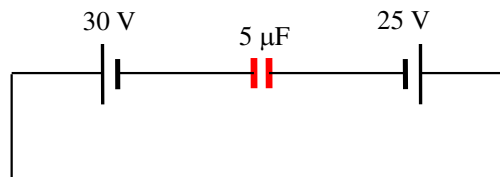
5. Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 50$ volts), determinar la cantidad de carga acumulada en la placa de condensador.



Para el problema 05

Respuesta:

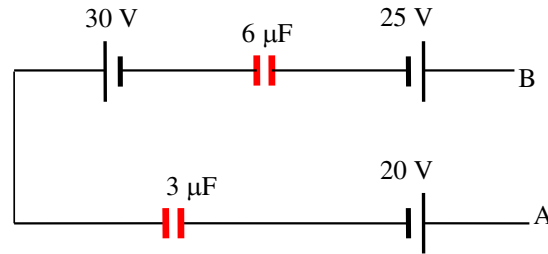
6. En el circuito mostrado determine la cantidad de carga eléctrica en cada placa del condensador.



Para el problema 06

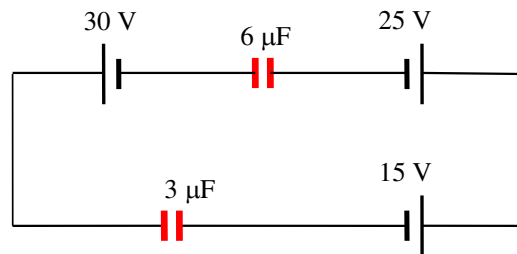
Respuesta: $25 \mu\text{C}$

7. Se muestra un tramo de un circuito. Si la diferencia de potencial entre los puntos A y B es ($V_A - V_B = 50$ volts), determinar la cantidad de carga acumulada en la placa de los condensadores.



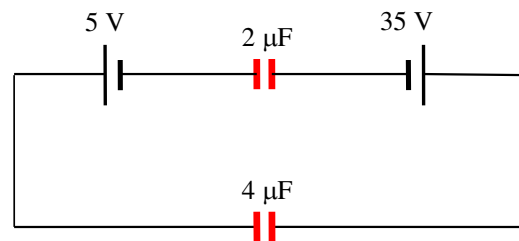
Para el problema 07

8. En el circuito mostrado determine la cantidad de carga eléctrica en cada placa de los condensadores.



Para el problema 08

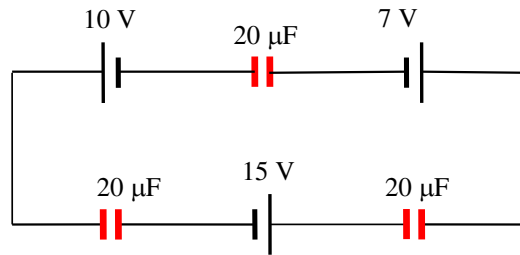
9. En el circuito mostrado determine la cantidad de carga eléctrica en cada placa de los condensadores.



Para el problema 09

Respuesta: $40 \mu\text{C}$

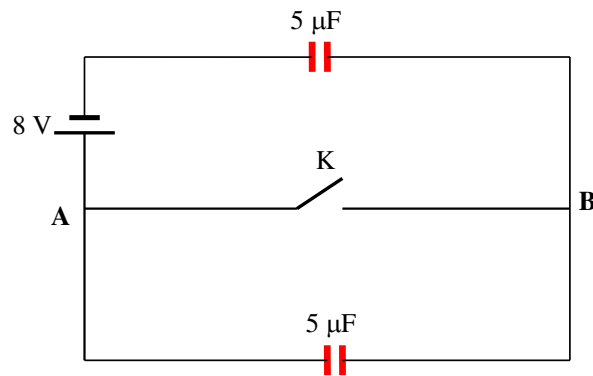
10. En el circuito mostrado determine la cantidad de carga eléctrica en cada placa de los condensadores.



Para el problema 10

Respuesta: $120 \mu\text{C}$

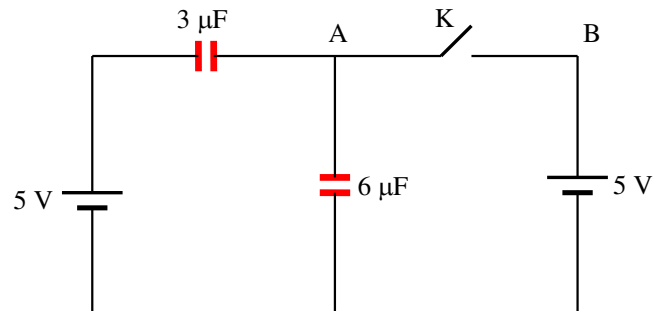
11. ¿Qué cantidad de carga eléctrica atraviesa por la sección AB cuando se cierra el interruptor K?



Para el problema 11

Respuesta: $40 \mu\text{C}$

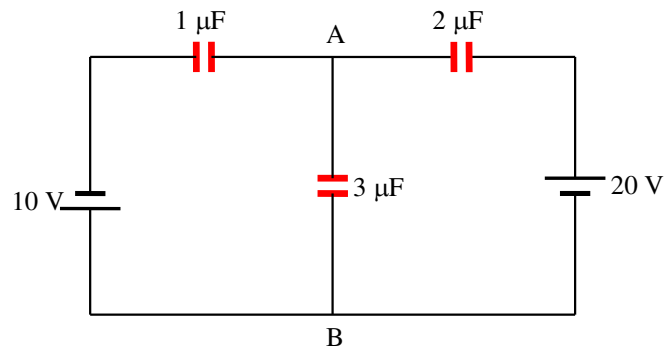
12. En el circuito eléctrico mostrado, ¿qué cantidad de carga eléctrica atraviesa por la sección AB cuando se cierra el interruptor K?



Para el problema 12

Respuesta: $30 \mu\text{C}$

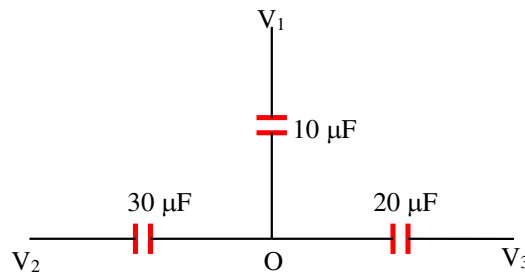
13. En el circuito eléctrico mostrado, determine la diferencia de potencial entre los puntos A y B.



Para el problema 13

Respuesta: 5 V

14. Se muestra un tramo de un circuito. Determinar la cantidad de carga en cada placa del condensador, sabiendo que: $V_1 = 10$ volts, $V_2 = 7$ volts y $V_3 = 8$ volts.

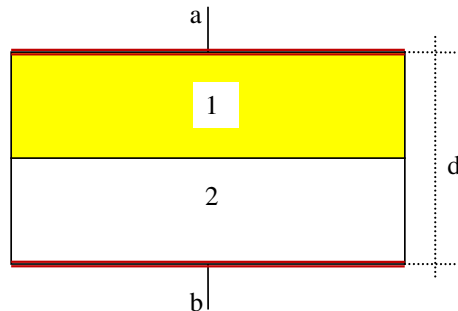


Para el problema 14

Respuesta: $Q_1 = 20 \mu\text{C}$, $Q_2 = 20 \mu\text{C}$, $Q_3 = 0 \mu\text{C}$.

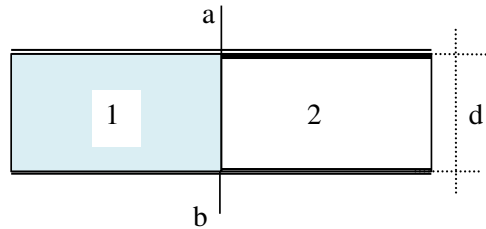
CONDENSADORES CON DIELECTRICO

1. Se muestra un condensador de placas paralelas de área A y separadas una distancia "d". Se instalan entre sus placas sustancias dieléctricas hasta la mitad cuyas constantes dieléctricas son ϵ_1 y ϵ_2 . Determine la capacidad equivalente del sistema así formado entre sus extremos a y b.



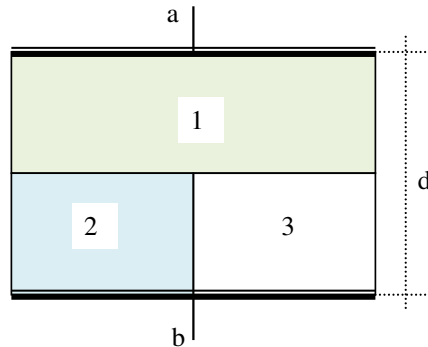
Para el problema 01

2. Se muestra un condensador de placas paralelas de área A y separadas una distancia “ d ”. Se instalan entre sus placas sustancias dieléctricas hasta la mitad cuyas constantes dieléctricas son ϵ_1 y ϵ_2 . Determine la capacidad equivalente del sistema así formado entre sus extremos a y b .



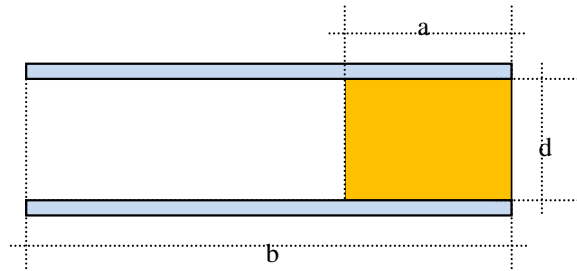
Para el problema 02

3. Se muestra un condensador de placas paralelas de área A y separadas una distancia “ d ”. Se instalan entre sus placas sustancias dieléctricas hasta la mitad cuyas constantes dieléctricas son ϵ_1 , ϵ_2 y ϵ_3 . Determine la capacidad equivalente del sistema así formado entre sus extremos a y b .



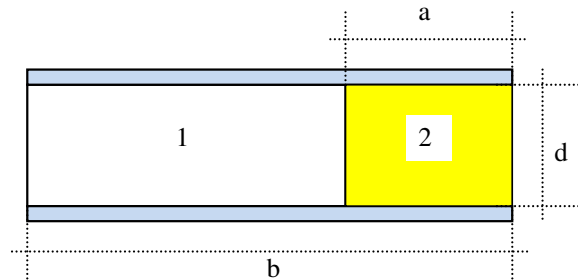
Para el problema 03

4. Parte del espacio entre las armaduras de un condensador plano esta lleno de dieléctrico con constante de dieléctrico ϵ , como muestra la figura. Si el área de las placas del condensador es A , determinar la capacidad del condensador así formado.



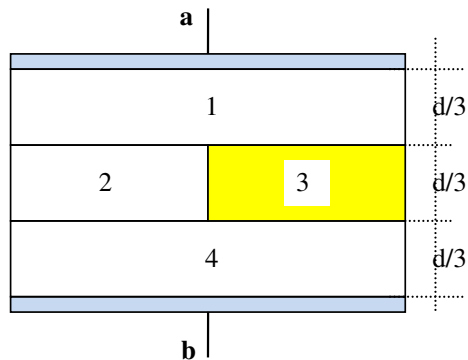
Para el problema 04

5. Parte del espacio entre las armaduras de un condensador plano esta lleno de dos dieléctricos con constante de dieléctrico ϵ_1 y ϵ_2 como muestra la figura. Si el área de las placas del condensador es A , determinar la capacidad del condensador así formado.



Para el problema 05

6. Se muestra un condensador de placas paralelas de área A y separadas una distancia “ d ”. Se instalan entre sus placas sustancias dieléctricas en forma simétrica, cuyas constantes dieléctricas son ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 y ϵ_4 . Determine la capacidad equivalente del sistema así formado entre sus extremos a y b .



Para el problema 06

7. Un condensador de aire de capacidad $8 \mu\text{F}$ se llena de una sustancia dieléctrica de permitividad $\epsilon = 5$. ¿Qué capacidad debe tener el condensador que hay que conectar en serie con el original, para que el sistema así formado por ellos vuelva a tener la misma capacidad de $8 \mu\text{F}$?
- A) $10 \mu\text{F}$ B) $20 \mu\text{F}$ C) $30 \mu\text{F}$ D) $40 \mu\text{F}$ E) $50 \mu\text{F}$

APENDICE 01**CUENTO JUVENIL****“Niño Mariscal Chaperito”
(Niño Jesús, Niño Dios)*****Dedicatoria: A Raúl Terrel***

Pido a las niñas y los niños que me perdonen por haber dedicado este libro a una persona mayor. Pero tengo una excusa muy poderosa: esta persona mayor es el mejor amigo que he tenido, fue mi segundo padre después de perder a mi verdadero padre. Y tengo otra excusa: esta persona es capaz de comprenderlo todo, hasta los libros para los niños. Y aún tengo otra excusa: esta persona vive en Perú, donde sufre del mortal cáncer a los pulmones. Por lo tanto, tiene gran necesidad de ser con solada. Si no fueran suficientes estas disculpas, entonces deseo dedicar este libro al niño que en otro tiempo fue esta persona mayor. Todas las personas mayores fueron antes niños (aunque pocas de ellas lo recuerdan). Rectifico, pues, mi dedicatoria:

A Raúl Terrel
(cuando era niño)

“Niño Mariscal Chaperito”**UNO**

El 29 de junio, en el cerro “San Cristóbal” en la ciudad de Tarma, con mi madre y mi hermana, observamos el cielo azul iluminado con estrellas. Para pasar el tiempo apostaba a mi hermana menor a encontrar la estrella más brillante en el cielo.

En otras noches cuando estaba solo me imaginaba figuras en el cielo, formada por las estrellas que me servían de puntos en el inmenso plano azul. Para observar las estrellas sólo bastaba salir al patio de la casa patriarcal en el cerro “San Cristóbal” que me servía de observatorio. Mirar al cielo iluminado es un espectáculo que te llena de gozo, especialmente en los meses de mayo y junio, el cielo de Tarma es limpio y hermoso.

***“Mi Tarma ciudad hermosa,
cautiva los corazones,
lo digo porque nací en esta tierra
lo digo porque nací bajo su cielo”.***

Cierta noche le confesé a mi mamá, que había observado la fisonomía de nuestro Señor Jesucristo (*Taita Cristo*) en el cielo, y mi mamá miró al cielo, pero no vio nada, intento varias veces y no pudo ver el icono de Jesucristo. Ella me dijo:

-Yo no veo nada, debes estar soñando con los ojos abiertos.

Y le respondí:

- Mamá, te juro que yo puedo verlo siempre que lo necesito, después de una oración sincera, y a veces lo veo acompañando de su madre la virgen María.

Y ella me dijo:

- Me estas tomando el pelo, le diré a tu papá que te lleve a un oftalmólogo.

En verdad nadie me tomó en serio, ni mi familia, ni mis amigos, tampoco las personas mayores, siempre que tocaba el tema, se burlaban de mí. Mi padre me aconsejó que estudiara Matemática, Comunicación y Geografía. A mi corta edad de siete años, abandone la magnífica carrera de Astrónomo o posiblemente de Astrofísico. Me sentía desalentado por el fracaso de mis observaciones. A las personas mayores les cuesta mucho comprender las cosas simples por sí mismas, y un niño no tiene la capacidad de explicar con propiedad las leyes de la naturaleza. Las personas mayores siempre buscan explicaciones convincentes y detalladas.

Tuve que aprender otro oficio, y me dediqué a estudiar Ingeniería Aeronáutica en la Universidad Nacional de Ingeniería en la ciudad de Lima. Cuando cumplí 25 años me dediqué a los vuelos comerciales como piloto de avión, desde entonces volé por todo el mundo, podía diferenciar a golpe de vista la pampa de Nazca en Ica y el desierto de Sechura en Piura, en verdad saber Geografía me sirvió mucho. Es muy útil saber Geografía del Perú y del Mundo, especialmente cuando uno se pierde de noche en el cielo plomizo de Lima.

Cada vez que conocía una persona mayor con muchos grados académicos, me emocionaba y les hablaba de las estrellas en el cielo, y de las figuras que yo veía cuando era niño, y me contestaban:

- En el cielo no hay nada humano, sólo estrellas, planetas, asteroides, cometas, polvo cósmico y plasma.

Entonces me ponía a su nivel y les hablaba de política, del color de sus corbatas, de los autos de carrera, del vino, del pisco, de la fiesta taurina, de fútbol y de mujeres. Y las personas mayores se quedaban muy satisfechas de haber conocido a un hombre culto, razonable y progresista. Para las personas mayores, soy un triunfador, que sólo le falta tener esposa e hijos, pero no más de dos, pues para las personas mayores un niño es un lastre en el desarrollo académico y profesional.

Viví así, solo, sin tener a nadie con quien hablar verdaderamente, hasta que hace cinco años tuve una descompostura en el motor de mi avión en el desierto de Sechura en el departamento de Piura. El motor del avión necesitaba un cambio de aceite de urgencia. Como no me acompañaba un ingeniero mecánico, ni pasajero alguno, me dispuse a hacer yo solo la tarea de cambiar el aceite al motor, tarea difícil, pues el motor de un avión es bastante grande comparado con el motor de un automóvil. Para mí era cuestión de vida o muerte, apenas tenía agua y comida para cinco días.

La primera noche dormí sobre la arena, a doscientos kilómetros de distancia de cualquier lugar habitado, soñé estar tomando una coca cola helada bajo un árbol de algarrobo. Me sentía como un náufrago en una balsa en medio del océano pacífico, mi sorpresa fue grande cuando al despertar al día siguiente, me despertó un grata vocecilla de un niño que decía:

- ¡Eh!, amigo, ¿te gusta mirar a las estrellas?

Agrego diciendo:

- Te invito esta noche a mirar las estrellas, te enseñaré la osa, el caballo, el tigre, el gladiador romano y otros más.

Me levanté de un salto, con el reflejo de un felino, me acaricié la cara con fuerza para despertarme, miré y descubrí a un hombrecito pequeño, es decir un niño que vestía con uniforme de soldado napoleónico y me observaba sin temor, es más diría muy confiado de la situación en que nos encontrábamos. Y me volvió a preguntar:

- ¡Eh! amigo, ¿te gusta observar a las estrellas?

Para iniciar el diálogo le respondí afirmativamente con la cabeza moviendo hacia arriba y hacia abajo. Este niño tenía la autoestima muy elevada, no parecía perdido, ni cansado, ni muerto de hambre, ni de sed, ni sentía miedo. Pero yo quería una explicación de este niño. Y volvió a invitarme a observar estrellas en la noche, diciéndome:

- Te invito esta noche a observar las estrellas, te enseñaré la osa, el caballo, el tigre, el gladiador romano, a Jesucristo y a la virgen María.

Pero cuando al fin pude ordenar mis ideas le dije:

-¿Qué haces aquí niño...tan lejos de la ciudad?

Cómo se tratase de una cosa muy seria, repitió lentamente y fuerte:

- *¿Te gusta mirar a las estrellas?*

Luego con voz suave agregó:

- *Esta noche el cielo se pondrá azul para observar estrellas, tengo un registro de diez mil figuras, el que más me gusta es: “el guerrero huyendo en su caballo cogiendo a su novia de la cintura”.*

Ante la insistente invitación de éste niño, acepté, de pronto recordé cuando yo era niño, cuando veía las estrellas en el cielo azul de Tarma, me conmovió con sus primeras palabras este niño que parecía ser soldado del ejército francés en los tiempos del famoso Napoleón Bonaparte, de cabello rubio y ondulado, vestido impecablemente. Me recordaba a las fiestas patronales en la provincia de Canta en el norte de Lima. El Niño Mariscal Chaperito, es el santo patrón de pueblo de Canta. El niño sin perder la calma y sin importarle mi asombro me miró a los ojos y me dijo:

- *¿Cuántas figuras has logrado observar en el cielo? ¿Qué figura te gusta más? ¿Te gusta observar la Cruz del Sur?*

Entonces me emocioné, casi no podía hablar, se me hizo un nudo en la garganta y le dije:

- *Cuando tenía siete años identifiqué en el cielo, la cacerola, la osa, el tigre, el caballo, a Jesucristo y la Virgen María, pero por la incomprensión de las personas mayores no pude registrar más figuras en el cielo.*

Y el niño me respondió:

- *Que pena que conozcas tan pocas figuras, te falta miles de figuras por identificar.*

Cuando empecé a revisar el motor, encontré dañado la hélice del ventilador y el trabajo fue mucho más grande, pero mientras yo trabajaba el niño me narraba como había descubierto cada figura en el cielo, no permitía que le haga muchas preguntas, sólo podía preguntar por el nombre de estas figuras. Descubrí que cada figura tenía un nombre y un código, por ejemplo, el caballo era de código 118 y la cruz del sur de código 3547, y también registraba las fechas. Festejaba el aniversario del descubrimiento de algunas figuras significativas. Este niño es extraordinario, está dedicado a tiempo completo al registro de figuras del cielo. Al terminar el día, tuve que asearme para observar estrellas en la noche.

Esta noche el cielo de Sechura estaba limpia e iluminada. Me enseñó muchas figuras en el cielo diciéndome el nombre y el código de cada uno de ellos, por momentos se sentía nostálgico el niño, cuando recordaba el contexto como había descubierto cierta figura en el cielo. Encontré en este niño a un amigo que no pude tener en mi niñez, pues creo que nunca olvidaré a este niño que cayó del cielo. Desde el primer momento lo traté como a un angelito que cayó del cielo, y con mucho cariño le dije:

- ***Tú eres el “Niño Mariscal Chaperito”.***

El niño de cabello rubio y ondulado, con uniforme militar francés, al estilo de Napoleón Bonaparte, me miró a los ojos y sonrió levemente con satisfacción y luego giró la cabeza con dirección al cielo. Desde este momento me dirigí a él diciéndole “Niño Mariscal Chaperito”.

DOS

El “Niño Mariscal Chaperito” era impertinente, no dejaba de hacerme preguntas, sobre las estrellas y las figuras en el cielo, pero parecía nunca comprender las preguntas que yo le hacía. De cada respuesta breve que daba pude descubrir difícilmente el secreto.

Tardé mucho tiempo en comprender de dónde venía este niño rubio de cabello ondulado, a quien empecé tenerle afecto.

El Niño Chaperito estaba de visita en la Tierra, venía sin duda de un asteroide o planeta muy pequeño comparado con la Tierra. Cuando por primera vez vio mi avión, me interrogó:

- *¿Qué es esa cosa?*

Molesto le dije:

- *Esto no es una cosa. Esto vuela, es un avión, es Mí avión.*

Me sentí muy orgulloso, como los adultos en la Tierra, cuando le explicaba cómo funcionaba el motor de mi avión y como podía volar por el cielo.

Y el Niño Chaperito de pronto dijo:

- *¿Has caído del cielo con esta cosa?*

Le respondí afirmativamente:

-*Si.*

Le contesté con modestia, me costaba mucho no perder el control.

-*¿Qué divertido!*

El Niño Chaperito lanzó una simpática carcajada que, no obstante, me irritó mucho. Pues como persona adulta quiero que mis desgracias se tomen en serio. Después añadió:

- *Entonces, ¿tú también llegaste del cielo? ¿De qué planeta?*

Entonces pude deducir que el Niño Chaperito estaba de paso por nuestro planeta. Sin contener mi emoción le pregunte bruscamente:

-*¿Vienes de otro planeta? ¿De qué planeta amiguito?*

No me respondió, y giro su cabecita en dirección de mi avión y lo observó detenidamente como quien quisiera saber cómo puede volar por el cielo este aparato de metal tan grande y pesado. Luego me dijo:

- *En esto (avión) no es posible que hayas venido de muy lejos...*

Y parecía que recordaba a su planeta, a su casa, a su familia, miró al cielo lanzando un suspiro.

Sentía curiosidad por saber de dónde venía el Niño Chaperito, me esforcé por saber más.

- *Niño, ¿de dónde vienes? ¿Dónde está tu casa? ¿A dónde viajas?*

Pero el Niño Chaperito no contestaba de inmediato. Después de meditar en silencio me contestó:

- Vengo de un asteroide muy pequeño, le llaman el asteroide WPT-2331 esto se encuentra registrado en el gran libro galáctico. Mi casa se encuentra en este asteroide. Estoy viajando por toda la Galaxia buscando la figura del “mono” de código 798, es posible que esta figura se haya perdido para siempre. Estoy de regreso a casa.

El Niño Chaperito se calló, agacho la cabeza y lloró en silencio. Esperé un momento dándole tiempo para que se calmara y le pregunté:

- ¿Por qué es importante esta figura para ti?

Ya calmado me respondió así:

- Esta figura lo descubrió mi padre cuando era un niño. Pero tres estrellas que formaban esta figura ya no existen, han colapsado. Esta figura es un recuerdo de mi familia, es muy importante para mí, espero que comprendas la falta que me hace.

No sabía que decirle para consolarle, le agarré sus manitos y lo abracé como un padre abraza a su hijo.

TRES

Así supe que el Niño Chaperito era una persona muy sentimental y espontánea, que conocía mucho de Matemática, Física, Química y Astronomía. El asteroide donde vive es muy pequeño, que no es muy conocido por los astrónomos de la Tierra.

Recordemos, al astrónomo italiano **Galileo Galilei** (1564 – 1642) que fue el primero en la historia de la humanidad, en dirigir al cielo el telescopio, descubriendo todo un conjunto de nuevas estrellas; demostró que la Vía Láctea se compone de un gran número de estrellas; descubrió los satélites de Júpiter, las manchas solares, la rotación del Sol; estudió la estructura de la superficie lunar. Galileo era partidario activo del sistema heliocéntrico de Nicolás Copérnico, prohibido en aquellos tiempos por la iglesia católica. Las persecuciones por parte de la inquisición amargaron los últimos años de vida de este célebre sabio. Así son las personas mayores, sólo esperan escuchar lo que les conviene, entonces, la verdad resulta incómoda.

Cuando un astrónomo descubre un nuevo planeta o asteroide le da un código por nombre, por ejemplo, el “asteroide DPC-7442”.

El asteroide de donde viene el Niño Chaperito fue descubierto por el astrónomo Inca Umancocha, en el Cusco, en 1530 d.C. con ayuda de un telescopio. El astrónomo comunicó su descubrimiento en un Congreso Internacional de Astronomía. Pero nadie le creyó debido a su manera de vestir, por su cultura inca y no hablaba el español. Pero afortunadamente para el asteroide WPT-2331 los incas fueron conquistados por europeos, y todos deberían tener un Dios, y vestirse como los conquistadores europeos y hablar en español. Posteriormente el Inca Umancocha, dio cuenta del descubrimiento del asteroide WPT-2331 en 1540 d.C., como vestía como europeo y hablaba en español todo el mundo le creyó. Así son las personas adultas, les impresiona mucho la forma de vestir y hablar. Si ahora describo al asteroide WPT-2331 es para satisfacer a las personas mayores. A estas les gustan los números y los códigos más que nada. Cuando les hablas de un nuevo amigo nunca preguntan: ¿Cómo es el timbre de su voz? ¿Qué música prefiere escuchar? ¿Qué hace en su tiempo libre? ¿Colecciona mariposas? ¿Qué libro ha leído últimamente?; pero en cambio preguntarán: ¿Qué edad tiene? ¿Cuánto pesa? ¿Cuántas tarjetas de crédito tiene? ¿Dónde vive?, solamente así consideran que lo conocen bien.

Si a las personas mayores le dices que: “He visto una casa preciosa, junto al río, de ladrillos color naranja, con un jardín lleno de rosas y palomas en los tejados”, nunca llegarán a imaginarse como es ésta casa. Para que se imaginen tenemos que decirles: “He visto una casa que vale un millón de dólares”, entonces si exclamaran entusiasmados: “¡Oh, qué casa tan hermosa!”

Si le decimos a las personas mayores: “La prueba de la existencia del Niño Chaperito consiste en que es un ser encantador, inteligente, emotivo, que reía y que tiene un registro de diez mil figuras en el cielo”, encogiéndose de hombros nos responderán que son explicaciones para niños.

Ahora bien si le decimos que: “El Niño Chaperito vino del asteroide WPT-2331”, quedarán todos satisfechos y te considerarán un hombre culto. Las personas mayores son así, y no hay razón para reprocharlos. Los niños del mundo tienen que perdonar por todo esto a los adultos.

CUATRO

El Niño Chaperito es un ser afectivo, perspicaz y seductor, que se preocupaba mucho de las estrellas grandes y las estrellas pequeñas. En la vía Láctea están detonando las estrellas pequeñas y las gigantes se expanden como un globo para luego transformarse en agujeros negros. Este fenómeno le pone triste al Niño Chaperito, pues es como perder piezas de su rompecabezas, pues le faltarán estrellas para formar las diferentes figuras en el cielo. Cada vez que sucumbe una estrella el Niño Chaperito se pone melancólico y sufre, entonces busca las puestas de Sol.

El tercer día a las 12:00 horas de dijo:

- *Me encantan las puestas de Sol, vamos a ver una.*

Pero era medio día, imposible ver el ocaso del Sol.

- *Tendremos que esperar...*

Sorprendido me respondió:

- *¿Qué tenemos que esperar?*

- Pues que el Sol se ponga.

Mi respuesta le ha dejado muy sorprendido al Niño Chaperito. Después se rio de sí mismo y dijo:

- *Siempre creo que estoy en el patio de mi casa.*

Pues en efecto todos sabemos que cuando el Sol se oculta en el Perú en el mismo instante está amaneciendo en China, el planeta Tierra gira a razón de 15 grados sexagesimales cada hora, es decir da una vuelta en 24 horas. Si vuestra casa estuviera en Tarma, estaría recorriendo 1 600 km en cada hora aproximadamente. Pero en el asteroide del principito le bastaría trasladar la silla unos cuantos metros para completar el crepúsculo cada vez que lo desea.

El Niño Mariscal Chaperito se puso triste y me confesó:

- *Un día vi la puesta de Sol cuarenta y siete veces. Cuando uno está realmente triste le gustan las puestas de Sol.*

Y le pregunte:

-¿Estabas muy triste el día que contemplaste las cuarenta y siete puestas de Sol, verdad?

Y me dijo con voz débil:

-Ese día me enteré que explotaron tres estrellas pequeñas, transformándose en enanas blancas; y una estrella gigante se transformó en “Agujero Negro”. Perdí ocho figuras de mi colección.

El Niño Chaperito se quedó callado y después me describió su asteroide:

- Mi asteroide es un cuerpo esférico que tiene un radio de 24 metros y gira a razón de 15 grados sexagesimales cada hora, mi casa que se encuentra en la zona ecuatorial, recorre 6 metros cada hora.

CINCO

Finalmente terminé con la reparación del motor del avión, después de cinco días de trabajo con la grata compañía del Niño Chaperito. De pronto le dije:

- Sabes amiguito que me gustaría quedarme más tiempo contigo observando las estrellas, pero es imposible, tengo que regresar, en el aeropuerto me esperan para seguir haciendo mi trabajo.

Y le pregunté:

- ¿Tienes papá y mamá?, ¿Tienes hermanas?, ¿Tienes hermanos?

El Niño Chaperito no contestó, se puso triste y agachó su cabecita. Me arrepentí de haberle hecho esa pregunta, pero sentía curiosidad de saber más sobre él. De pronto escuché que cantaba una canción muy triste, como el yaraví, como los huaynos de Tarma, cuyas letras dicen:

I

***Yo no tengo madre
yo no tengo padre
yo no tengo hermanitas,
estoy solo en este mundo.***

II

***Vivo solo sin padre
vivo solo sin madre
vivo solo sin hermanas,
estoy solo en este mundo.***

II

***La Luna es mi madre
el Sol es mi padre
y las estrellitas son
mis hermanitas.***

Cantó con un sentimiento celestial, mirando al cielo, mientras le contemplaba. Esta canción me puso nostálgico...y lloré, porque yo también soy huérfano de padre y de madre, y tampoco tengo

hermanas ni hermanos vivos. Nos quedamos quietos en silencio un largo intervalo de tiempo. Poniendo mucho valor, me acerqué, le di un apretón de manos y le dije:

- Eres el amigo que siempre esperé tener, nunca te olvidaré.

Pero al Niño Chaperito no le gustan las despedidas. Muy triste, esforzando una sonrisa leve me dijo:

- Hasta pronto señor.

Y yo le respondí:

- Te extrañaré estimado amiguito, cuídate mucho, espero vernos algún día, adiós.

Mis compañeros de la aviación comercial que me recibieron en el aeropuerto “Jorge Chávez” de Lima mostraron alegría por volverme a ver vivo. En cambio, yo me sentía triste, pero les decía: “es el cansancio”.

Cuando miro al cielo, todas las noches, pienso en el Niño Mariscal Chaperito. ¿Faltará alguna estrella?, porque si una estrella faltara, el Niño Chaperito, se pondrá muy triste.

¡Ninguna persona mayor comprenderá nunca que esto tenga tanta importancia!

He amigo lector, te digo, si algún día viajas al desierto, y un niño se acerca, si ríe, si tiene el cabello rubio y ondulado como el Niño Jesús, si no contesta cuando se le pregunta y te invita a observar estrellas en la noche, adivinaras quien es. Sea amable con él, es el mejor amigo que he tenido. No olvides de enviarme un mensaje muy pronto, pues el “Niño Mariscal Chaperito” ha vuelto a la Tierra otra vez...

EPÍLOGO

De esto hace ya cinco años...nunca había contado esta historia. Hoy he cumplido 45 años, y hace 5 años que se fue mi amigo. Mi corazón siente una gran pena ante estos recuerdos, estoy escribiendo estas líneas con llanto en los ojos. No siempre se tiene un amigo como el Niño Chaperito, intento describirlo lo mejor que puedo y lo hago solamente para no olvidarlo. Produce mucha tristeza olvidar a un amigo. El Niño Chaperito tenía gran necesidad de tener un amigo, y yo también. No todas las personas tienen un amigo sincero.

Yo, no quiero ser como las personas mayores, que sólo piensan en números y códigos, por eso he comprado una caja de colores y varios cuadernos de dibujo para hacer un registro de las diez mil figuras que el “Niño Chaperito” me enseñó a identificar en el cielo. Me miro al espejo y me veo como una persona mayor, pero tengo el corazón de un niño, que tiene la necesidad de tener un amigo como el “Niño Chaperito”.

He pensado mucho en mi encuentro con el “Niño Chaperito”, tengo la certeza que fue el “Niño Dios”, el “Niño Jesús” (niño Jesucristo vestido con uniforme militar), que me ayudó a arreglar el desperfecto en mi avión, es decir me salvó la vida. Te digo con respeto, Niño Mariscal Chaperito, tú que llevas la contabilidad de las estrellas del Cielo, te pido que vigiles a la estrella de Belén. He tomado la firme

decisión de hacerle una fiesta patronal en mi barrio del Cerro “San Cristóbal” en Tarma, los días 7, 8 y 9 de enero de cada año, como muestra de mi agradecimiento al hijo Unigénito del Padre Celestial. Desde hoy, te digo, Niño Mariscal Chaperito serás para mis paisanos el “Niño Jesús de Tarma”.

Con mis ahorros le haré una mayordomía, el 7 de enero será la víspera donde las mujeres adultas preparan la cruz adornada con arrayán, el geranio, el alhelí, airampo, rima rima y otras flores nativas frescas; preparan adornos florales y macetas para adornar la iglesia; sacrificarán a los cuyes, conejos, carneros y cerdos para el banquete del día siguiente. En la noche del día 7 se quemarán castillos artificiales, se lanzarán cuetes y bombardas y se realizará una corrida con toros hecho por los mejores pirotécnicos. El día 8 de enero en la mañana se realizará una misa en la iglesia de “Santa Ana”, luego pasaremos a la casa del mayordomo para almorzar, de entrada, se servirá un agradable menestron y luego el sabroso picante de cuy, y después bailaremos al compás de la banda de músicos “Santa Cecilia de Acolla”, en el atardecer llevaremos la cruz al recinto del santo patrón “San Cristóbal”.

El día 9 de enero el mayordomo ofrecerá un desayuno con tamales y café de Chanchamayo a los invitados y a medio día convidará una pachamanca y luego iremos a la cumbre del cerro a bailar el tradicional “corta monte” animado por la orquesta típica “Selección Tarma” dirigido por el violinista Hilario Guadalupe Arellano.

Después de una oración sincera al “Todopoderoso”, he tenido un sueño, una revelación: El primer año el “Niño Chaperito” saldrá en brazos de su madre la Virgen María, en procesión vestido de soldado peruano, el segundo año se vestirá de cadete, el tercer año se vestirá de teniente, el cuarto año de capitán, el quinto año de mayor, el sexto año de comandante y así sucesivamente hasta alcanzar el máximo grado, el de Mariscal en el Ejército Peruano. Posteriormente regresará a soldado raso para completar otro ciclo de ascenso con todos los honores. El Niño Chaperito es el protector del ejército del pueblo peruano. “Así está escrito y así se hará.” Amén.

“Coquito Ray”

(dedicado a Silvestre Lauro Pérez Contreras)

Wilson Perales Torres nació el 15 de agosto de 1958 en el caserío de Sacsamarca, en la Bella Perla de los Andes, nombre que le puso a Tarma el sabio italiano Antonio Raimondi. Sacsamarca es un barrio entusiasta, progresista y amante del folclor tarmaño, teniendo como máximos exponentes a Víctor Baldoceda y Gerardo Orihuela. Cuando Wilson era un adolescente, participaba en el rompimiento de la Muliza, en el Pasacalle y en la Calistrada cantando el huayno de título:

“Gorrioncito”

(derechos reservados)

*Gorrioncito de estos lugares
que feliz, cruzas el campo,
quisiera robarte las alas
para no seguir sufriendo.*

*Para ti la aurora brilla
cuando despiertas cantando,
para mí todo se anubla
mi juventud va pasando.*

*Gorrioncito no cantes triste
porque la vida es muy corta,
aprende a vivir alegre
picando de huerta en huerta.*

ESTRIBILLO

*Si ves mis ojos llorando
no le cuentes a mi negra,
gorrioncito compañera
como yo has de llorar
como yo has de sufrir.*

Wilson, estudió Matemática en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos en Lima, entre 1978 y 1982, tuvo como profesores a los destacados y conocidos maestros como: Luis Toro Motta, Máximo Mitac, Pedro Contreras, Luis Tantalean, Luis Huamán, Juan Carlos Cabanillas, el “negro” Ramos, entre otros.

Wilson Perales se graduó de Bachiller en Matemática en 1985 y se tituló en 1986. Hizo la Maestría en la misma universidad graduándose en 1988, y el doctorado lo hizo en el Brasil en la Universidad de “Rio de Janeiro” graduándose en 1990. Enseñó matemática en diferentes universidades del Perú con mucho éxito, fue considerado por sus estudiantes como maestro excelente y publicó muchos textos de Matemática Superior con títulos de: El Cálculo, Análisis Matemático, Álgebra Vectorial, Álgebra Tensorial, Matrices, Números Complejos, etc.

En 1991 Wilson contrae nupcias con Mónica Naveros Huayas del distrito de Palca. Nace su hijo Gonzalo el 31 de octubre de 1991 y su hija Alison el 8 de mayo de 1998. Dios fue generoso con esta

familia, Gonzalo y Alison eran niños sanos e inteligentes, estudiantes destacados en el colegio preuniversitario “Maxwell” en el distrito de Santa Anita en Lima, participaban en los concursos de Razonamiento matemático, campeonato de Ajedrez, en los Simulacros tipo examen de admisión a las universidades, en inicial, primaria y secundaria, y ocupaban los primeros puestos.

Cuando Mónica Naveros Huayas se embarazó, en febrero del año 2005 le informó a su esposo y le propuso abortar, diciendo que este nuevo hijo (el tercero) no le permitiría trabajar. El silencio de Wilson se sobreentendió como un no. Después no hubo diálogo de pareja en 6 meses.

Cuando Gonzalo estaba próximo a cumplir 14 años y Alison tenía 7 años, el 24 de septiembre nació Álvaro Perales Naveros, conocido con el apodo de “Coquito Ray”, en la maternidad de Lima. El promedio de edades de sus padres es ese momento era de 45 años.

Cuando Wilson visitó a su esposa, el niño se encontraba en la sala de Unidad de Cuidados de Recién Nacidos, le dijeron que había sospechas que el niño tenía el síndrome de DAW (niño especial), por sus características externas. Los médicos hicieron un segundo examen de sangre, al día siguiente se confirmó, Álvaro “Coquito” era un niño especial, tenía un cromosoma de más. Wilson, volvió a la sala donde se encontraba su hijo, lo observó en la incubadora conectado a unos conductos que entraban a la boca y a la nariz, porque para respirar necesitaba ayuda, el médico le advirtió que estos niños tienen comúnmente problemas cardíacos, sufren de soplo al corazón. Observando al recién nacido Wilson de 47 años, se puso a llorar y dijo:

- Padre Celestial ayuda a sobrevivir a mi hijo.

Quince días después, Coquito se recupera y sale de la maternidad, es recibido en la casa de Santa Anita con alegría por sus hermanos. Wilson, explicada a sus hijos que Coquito, es un “niño especial”, en el sentido que a diferencia de otros niños va demorar en caminar, en hablar, en aprender a escribir, entre otras cosas, es un niño con habilidades diferentes a otros niños.

Mónica, su madre, creó que es un castigo de Dios, y culpa a Wilson por su mal comportamiento diciéndole que consume cerveza en abundancia, no cumple con los mandamientos de Jehová y lo acusa de fornicar con prostitutas.

Coquito es rechazado por su madre, lo lleva a la habitación de su padre. Wilson cambia los pañales, le prepara la leche y lo baña con agua tibia, él sabe que los niños especiales tienen la piel delgada y pierden calor muy rápido. Pero Coquito es un niño fuerte que no enferma, tiene un buen estómago, solo en el invierno se resfría un poco.

Pasan los meses, Coquito tiene la apariencia de un niño normal, es simpático, de bonita cara, de cabello castaño oscuro, pero no levanta la cabeza y no sabe gatear. Entonces es el momento de ir a la maternidad y solicitar turnos para la terapia. En las terapias responde bien, logra sentarse y alcanza el equilibrio. Comparado con otros niños especiales, está en mejores condiciones. Dicen los médicos:

- De todos los males éste es el menor, los otros niños requieren de alguna operación.

A los 18 meses logró gatear después de muchas terapias, su mamá sintió una gran alegría ver a su hijo gatear. Cumplió dos años y no podía caminar. Grande fue la sorpresa cuando cumplió 2 años y 6 meses, logró pararse solo y empezó a dar sus primeros pasos, desde ese momento fue alentado por sus padres y hermanos a practicar dando cada vez mayor cantidad de pasos. Wilson, en las noches, en su

habitación se arrodillaba y en oración sincera daba gracias al Padre Celestial.

A Coquito le gusta bañarse en la tina grande, juega con la pelota, en agua tibia que su padre prepara con manzanilla, romero y hojas de eucalipto.

Coquito cumplió 4 años y no sabe hablar. Se comunica señalando con los dedos, siente impotencia y reniega al no poder comunicarse fluidamente.

Coquito va a la Guardería Infantil, que se encuentra cerca de su casa, interacciona, se sociabiliza con niños menores que él, raya con el lápiz, pinta con crayolas y sobre todo juega. Le gusta jugar con la pelota, sus pies parecen manos cuando impulsa la pelota, existe una delicadeza en cada toque. Sube a los juegos mecánicos con gran destreza, tiene fuerza en las piernas, es un niño con habilidades diferentes. Es amoroso y noble.

A los cinco años, empieza a decir sus primeras palabras como “*papapa y mamama*” este sonido es música para los oídos de sus hermanos y padres. No hay desesperación de los padres, están conscientes de que el proceso es lento y largo. Coquito hará el nivel inicial de educación desde los 5 años hasta los 8 años.

Gonzalo Perales Naveros termina la secundaria a los 17 años, y se prepara para el examen de admisión en la academia “César Vallejo” en la avenida Bolivia en Breña, en el ciclo semestral de marzo a julio. En agosto ingresa a la Universidad Nacional de Ingeniería, a la facultad de ingeniería Civil.

En el año 2014 Gonzalo se gradúa de bachiller y se titula de Ingeniero Civil. De inmediato ingresa a la escuela de Post Grado en la misma universidad en la especialidad de Diseño arquitectónico. Empieza a trabajar este mismo año en la empresa constructora GRAÑA y en las noches enseña el curso de “Mecánica de Suelos” en la Escuela Superior Técnica SENCICO que se ubica entre las avenidas Canadá y Aviación en Lima.

En marzo de 2015 Alison Perales Naveros, ingresa a la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, a la facultad de Medicina Humana.

Mónica Naveros se entrega a tiempo completo a servir a sus dos hijos mayores, esta tarea se inició desde que sus hijos nacieron. Coquito está en un segundo plano, no podrá ir a la universidad como sus hermanos mayores.

Wilson Perales, adora a Coquito, saca mucha paciencia para enseñarle las cuatro operaciones elementales, le enseña: a sumar, restar, multiplicar y dividir números Naturales. No le podrá enseñar a Coquito el Cálculo Integral y Diferencial, ni la Geometría Analítica, tampoco el Álgebra Vectorial.

Wilson Perales y su esposa deciden separarse de mutuo acuerdo, pensando siempre en los hijos.

Mónica Naveros y sus hijos Gonzalo y Alison se quedaron en Lima. Es que estudiar no tiene límites, se aprende en el colegio, en la universidad y en el trabajo. El ingeniero, el médico y todos los profesionales se capacitan y se actualizan siempre, no se puede parar.

Después de su jubilación y con los ahorros de muchos años de trabajo Wilson Perales logra comprar el fundo “Pacchapata” en Sacsamarca. Es que esta campiña tarmaña es hermosa, la tierra es fértil, las chacras están llenas de gladiolos, claveles, rosas, alelíos, margaritas, cartuchos en las acequias y en el perímetro árboles de duraznos y guindales.

Cansado de este mundo globalizado, con crisis moral y económica, en diciembre de 2017, Wilson de 59 años y Coquito de 12 años se trasladan a la ciudad de Tarma, para vivir en un ambiente ecológico, libre del bullicio y la contaminación ambiental.

Coquito se capacita como el asistente de su padre jubilado. Viven en el campo a 10 km de la ciudad de Tarma, respirando aire limpio, comiendo vegetales y tomando leche fresca. En su pequeña granja crían cuyes, conejos, gallinas, gansos, patos, cerdos, carneros, y otros animalitos.

Wilson Perales escribe cuentos y novelas para mantenerse ocupado, donde inventa una vida de fantasía para Coquito. Estas novelas se convierten en un *bestseller*, en el público latinoamericano.

Wilson Perales recibe el 20 % de precio de venta de cada libro, cada novela tiene un precio de venta al público de 10 dólares, entonces el 20 % de 10 es 2 dólares. Recibe dos dólares por cada libro vendido. El primer año se vendió 100 mil ejemplares, el siguiente año 200 mil, luego 400 mil, y así sucesivamente. El editor muy contento con las ventas en ascenso, exigía más títulos a Wilson Perales.

El padre trata de mantener ocupado a Coquito, para ello le da muchas tareas como: servir el jugo periódicamente, lustrar los zapatos, arreglar el dormitorio, limpiar los muebles, lavar los platos, limpiar la oficina, etc. Pero Coquito lo hace con amor y responsabilidad. No permite que ninguna otra persona lo reemplace en sus obligaciones que se convierten en una obsesión. Se levanta temprano y se acuesta tarde y se duerme por cansancio.

Coquito lleva a las 10 a.m. el jugo de papaya o de naranja a la mesa de trabajo de su padre, esperando como recompensa la frase preferida de su padre: “*Gracias mi Coquito Ray*”, y él sonríe detrás de la silla en posición marcial. Su padre lo vestía con ropa fina como un príncipe europeo, su tez blanca es notoria y sus ojos chinitos parpadeaban con simetría, en su sonrisa mostraba sus dientes blancos irregulares.

Todos los días esperaba en la puerta de la oficina la hora en que su padre almorzaba: 1:00 p.m. A la hora exacta entraba corriendo, tropezando y haciendo sonar el taco de las botas de cuero, vestido con colores juveniles, pues todo color le caía muy bien. Y le decía a su padre con voz suave y riéndose:

- *Papi, vamos a almorzar, vamos papi.*

Su padre se levantaba muy rápido, lo abrazaba y le besaba en su piel suave. Caminaban agarrados de la mano, dialogando sobre cuestiones domésticas, por el largo corredor desde la oficina hasta el comedor.

El primer día de mayo de 2018, Wilson de 60 años y Coquito de 12 años, visitan el santuario del Señor de Muruhuay, asisten a la misa de las 9:00 a.m. y se toman fotos para el recuerdo en el frontis de la capilla. Luego Wilson le dice a Coquito:

- *Vamos al restaurante a comer picante de cuy y tomar chicha de jora, y luego nos ubicarnos en el balcón para ver bailar a los chonguinos.*

El centro musical Lira Tarmaña inicia su participación con:

Marcha

*Señor de Muruhuay
hoy tres de mayo
veneramos con fervor
para que nos des tu bendición
a todos tus devotos.*

Huayno

*Ya llegó la fiesta de Mayo
linda Acobambina,
ya llegó la fiesta de Mayo
linda Tapeñita
quiero que bailes este huayno
con la Lira Tarmaña
alzando tu pollerita
linda Acobambina
quiero que bailes este huayno
con la Lira Tarmaña
hasta romper tus zapatos
linda Tapeñita.
Ya me voy, ya me estoy yendo
a la carpita
a comer picante de cuyes
con su chichita.*

Después de cinco horas, escuchando a las diferentes orquestas y observar a muchos conjuntos de chonguinos, Coquito cansado le dice a su padre:

-Papi, ¿no te cansa de escuchar lo mismo?

Wilson responde:

- Hijo mío, no sé qué tiene ésta música, puedo escuchar mil veces y no me cansa.

Agrega:

Pero, Coquito espera una hora más y nos vamos a la casa.

Wilson con el servicio de muchos ingenieros y amigos construye en secreto, en un ambiente de 60 metros cuadrados un sistema de ferrocarriles en miniatura, simulando la red ferroviaria de Lima a Huancayo pasando por la Oroya. Compró del extranjero muchos trenes eléctricos, lo instaló colocando túneles, puentes, semáforos, ríos, montañas y nevados. Era éste el regalo de cumpleaños de Coquito, cumplía 13 años el 24 de setiembre. Cuando su padre le mostró el regalo, Coquito se emocionó hasta las lágrimas, y le dijo a su padre:

- Gracias papi, muchas gracias papito, eres muy bueno.

Coquito se quedó solo en el ambiente observando cada detalle de la red, funcionaban tres locomotoras a la vez, se cruzan en los puentes simultáneamente, se prendía las luces del semáforo, tocaban el claxon de las locomotoras en la señal de pare, Coquito no tenía hambre ni sed, hasta que después de 6 horas

se quedó dormido sobre la alfombra.

El padre envejece, pero no pierde el ritmo de su actividad sexual, llevando a la concubina a su lecho periódicamente. Coquito se alegra, sonríe, cuando su padre enamora a la joven sirvienta de la casa.

Coquito recibe visitas semestrales de su madre y sus dos hermanos mayores, su hermano es ingeniero y su hermana estudiante de medicina. La visita dura solamente horas, Gonzalo tiene compromisos de trabajo y Alison tiene obligaciones académicas que cumplir en la universidad y Mónica Naveros está pendiente de la alimentación y vestido de sus hijos. Este mundo contemporáneo estresa a los jóvenes, los transforma en máquinas de trabajo continuo.

Con los derechos de autor de los libros de Matemática, Cuentos y Novelas, que crecen en ventas rápidamente, empieza a construir una casa más grande, y ampliar los terrenos dedicados a la siembra de principales tubérculos y hortalizas, hasta convertir el fundo “Pacchapata” en un Edén. No pierden las comodidades de la ciudad, baño con agua caliente, piscina temperada, microondas, computadora, cable, Internet, cine, equipo de sonido, celular, etc.

Coquito cuida a su padre que se encuentra enfermo. Wilson tiene la salud frágil, porque siempre exageró de las comidas, del vino, del cigarro y la fogsidad por las mujeres jóvenes.

Coquito es cada vez más útil en la vida de su padre, ambos se comunican más y se sienten felices, y dan gracias en sus oraciones al Padre Celestial, por todas las bendiciones recibidas.

Wilson construye con obsesión un circuito de agua, en el fundo “Pacchapata” cuya área se calcula en siete hectáreas, para la distracción de Coquito que seguía con la vista cada hoja seca que caía en el caudal, cuyas aguas se desplazaban lentamente en dirección horizontal.

El circuito de agua tiene trayectoria serpenteante cuyo recorrido se calcula en 2 km, con ayuda de una bomba hidráulica se logra completar el ciclo.

El 20 de diciembre en el año 2019, en la mañana. Coquito ingresa al dormitorio de su padre y le dice:

- Papi, vamos al valle de Chanchamayo, quiero ver las mariposas en el bosque de naranjos.

Wilson, esperaba una llamada de su hijo Gonzalo. De pronto suena la bocina del celular, y se inicia el siguiente diálogo:

Gonzalo dice: Hola papá, te llamo desde Estados Unidos de Norteamérica, Salt Lake City, Utah. Una mala noticia, han asesinado al “Profeta viviente” y a sus doce Apóstoles. Se sospecha de terroristas chinos y/o indios. Los países de China e India se han aliado, tienen un ejército poderoso con armas nucleares de última tecnología, se calcula que han almacenado un total de 10 mil bombas atómicas. Lo tienen acorralado al ex poderoso ejército norteamericano, dentro de algunos días se espera una invasión militar.

Wilson pregunta: ¿Qué pasaría después de una tercera guerra mundial?

Gonzalo dice: En estos momentos todos los países tienen bombas atómicas, por lo menos 10 cada uno. Si estas bombas son activadas simultáneamente, muy pocos seres vivos quedarían en el planeta Tierra. Es decir, el planeta sería inhabitable, sería el fin de la especie humana.

Wilson dice: Hijo cuídate, tenga fe en Dios y regresa pronto, aquí en Tarma te esperamos con los brazos abiertos. Un abrazo, adiós.

Wilson muy preocupado se agarra la cabeza y mira al Cielo. Luego llama a Coquito y le dice:

- Hijo, tengo ganas de observar mariposas en el valle de Chanchamayo. Vamos Coquito...

Wilson Perales encargó el plano de la residencia a su hijo Gonzalo. Se construyó una residencia pensando en Coquito, patio grande, muchos zaguanes, balcones amplios y largos, escaleras con poca pendiente, dormitorios amplios, biblioteca, sala, comedor, pasamanos en las escaleras, sistema sanitario, servicios higiénicos en todos los pisos, ventanas grandes, mucha luz en el interior, circuito de agua, piletas, cocina amplia, jardín exterior e interior, gimnasio, piscina temperada, loza deportiva para jugar fútbol, parqueo para visitas, etc. Se terminó de construir la residencia en el hermoso valle de Tarma el 18 marzo de 2020. Wilson Perales dijo:

- Éste fundo es el Edén.

El padrino de la residencia fue el alcalde de la Ciudad de Tarma. En una manta de la cultura Tarama, envolvió caramelos, chocolates, galletas y monedas, se ató al cuerpo la manta en diagonal, subió por la escalera al balcón y lanzó caramelos, galletas y monedas al grito de **¡cebo padrino!** de la multitud y la orquesta típica “Selección Tarma” animaba tocando los versos más solicitados, entre ellos: “Adiós juventud”, “Picaflor tarmeño”, “Escalerita”, “Agüita del olvido”, “Tu juramento”, “Flor de Mayo”, “Palomita Cuculí”, “Hoy que las estrellas”, “Huamanripita”, “Verde Totora”, “Marujita”, “Mantarana”, “Palomita”, “Bella Tarma”, “Chiguaquito”, “Paloma blanca jaujina”, “Las alturas de Sacsamarca”, “Separación”, “Vuelve, vuelve tarmeñita”, “A mi tarmeñita”, “Muro, muro lagunita”, “Entradas de Muruhuay”, “Arbolito de Manzana” y “Paloma tornasolada”.

La fiesta continua el día siguiente, con los familiares y amigos más íntimos. Se preparó pachamanca, comida típica tarmeña, en el horno ingresó un carnero, un lechón, 50 kg de papa, 5 kg habas, humitas con sal y otros con azúcar, y luego se cubrió con hierbas aromáticas. Se preparó varios tazones de ají con queso y ensalada de lechuga picada.

Después del almuerzo llegó el conjunto musical de los “Hermanos Olivares”, dos jóvenes talentosos del distrito de Acobamba, que empezaron cantando el Vals “Bella Tarma” y “Rebeca”, seguidos de huaynos, yaravies, tristes y mulizas. Estos son algunos de los títulos:

La hierbabuena (Juan Lavado y Santiago Izquierdo).

La ingrata (Juan Lavado y Santiago Izquierdo).

La venganza (Juan Lavado y Santiago Izquierdo).

Pañuelo blanco (Juan Lavado y Santiago Izquierdo).

Lucero, lucero (Manuel Zapatero y Santiago izquierdo)

El aborrecido (Carlos Chacón)

Promesas de amor (Juan Lavado y Santiago Izquierdo).

Amapolita (Juan Lavado y Santiago Izquierdo).

Bella Tapeñita (Américo Torres y Aníbal Torres)

En vano con tanto anhelo. Muliza (José Castillo Atencio)

No estás junto a mí. Muliza (Santiago Rodolfo León)

Tu juramento. Huayno (Jasé Arimatea Gómez)

Amapolita. Huayno (Juan Lavado Castro)

El aborrecido. Huayno (Honorato Marcos)

Promesa de amor. Huayno (Juan Lavado Castro)

Paloma fugitiva. Triste (Juan Lavado Castro)

Tus indolencias. Huayno (D.R.)

Ricanquichu Huacmayuta. Huayno (D.R.)

Puca Rosa. Huayno (D.R.)

Gorrioncito. Huayno (D.R.)

Yo no soy de manzana. Huayno (D.R.)

Altas montañas. Huayno (D.R.)

Wilson Perales cantó, bailó y recordó con estas canciones, su niñez, su pubertad, su adolescencia, su juventud. Cuando la fiesta terminaba a las 11 p.m. Wilson empezó a sentir fatiga y el corazón aceleró su palpar y dejó de latir repentinamente.

Mónica Naveros y sus hijos Gonzalo y Alison se abrazaban dándose consuelo, mientras Coquito dormía en su habitación.

Al día siguiente hicieron una reunión de familia para comunicar a Coquito la repentina desaparición de su padre. Coquito no acepta creer que su padre ya no está en esta vida, y dice:

-Mi papi, no está muerto, solo está durmiendo.

El velorio duró tres días, llegaron amigos y familiares de todos los lugares del Perú, de la costa, de la sierra y de la selva. Coquito estaba confundido al ver tanta gente en la casa, corría por el patio contando la cantidad de coronas y arreglos florales, logró contar hasta cien coronas. Es que Wilson Perales fue estimado por sus amigos y respetado por sus familiares.

Wilson Perales fue enterrado en la capilla de fundo Pachapata que logró construir con toda su fortuna. Se fue de esta vida con dignidad, con honores y olor a multitudes. El ataúd en hombros de los amigos hizo un recorrido por el fundo “Pachapata”, la orquesta “Selección Tarma” tocó todos los versos que en vida le gustó escuchar a Wilson Perales. Los hermanos de Wilson pedían que la orquesta repita el huayno “picaflor tarmeño” y su hermana decía, si ese huayno le gustaba cantar a mi hermano Wilson yo lo vi llorar escuchando ese verso. Entonces la orquesta típica interpretó y los presentes cantaron este hermoso verso,

PICAFLOR TARMEÑO (huayno)

Música: Daniel Rojas R.

I

*Picaflor tarmeño
porque pues pretendes,
picar a las flores
que ya tienen dueño,
picar a las flores
que ya tienen dueño.*

II

*Picaflor tarmeño
prosigue en tu vuelo,
que volando se halla
amor y consuelo.*

III

*Cuidado, cuidado
picaflor tarmeño,
te corten las alas
por enamorado,
caigas a la trampa
por enamorado.*

Wilson Perales pasó los mejores años de su vida en Tarma con su hijo “Coquito”.

Después del entierro de Wilson Perales, la familia decidió dejar a Coquito en Tarma. No había lugar en Lima para Coquito, su mundo estaba en el fundo “Pachapata”, el mundo que Wilson construyó para él.

Para Coquito su papá está vivo, sigue escribiendo cuentos y novelas en su amplia oficina, desde cuya ventana se puede observar toda la campiña tarmaña, los sembríos de flores, de papa, de maíz, de habas, de lechuga, de apio, de zanahoria, de espinaca, de alfalfa, de nabo, de col, etc.

Coquito se levanta temprano y lustra los zapatos como lo hacía antes de la muerte de su padre, entra al dormitorio de su padre arregla lo que está ya arreglado, cambia de lugar los objetos y limpia el polvo todos los días, no permite que nadie toque las cosas de su padre: sus lápices, sus cuadernos, sus libros, su silla, su computadora, su teléfono, etc.

Los hombres y mujeres que trabajan en el fundo dicen con voz provinciana y en el dialecto tarmaño:

- Coquito está enloqueciendo, cree que su padre está vivo, trabajando en su oficina como antes. ¡Que chuichi tan opa!

Los trabajadores del fundo sienten lastima por este púber, y le sobrellevan en sus órdenes. Lleva a las 10 a.m. el jugo de papaya a la mesa de trabajo que usó su padre, esperando la frase preferida de su padre (*Gracias Coquito Ray*). Pero como nadie responde Coquito se pone triste y llora desconsoladamente. Entonces se pone a escuchar, un Triste (género musical como el huayno, el yaraví y la muliza) de don Juan Raúl Lavado Castro.

MADRE (triste)

*

*Yo soy como aquellas perlas
que en el mar se han confundido,
Ay se han confundido.*

*

*Ay madre para que tuviste
a un hijo tan desgraciado,
Ay tan desgraciado.*

*

*La leche que paladeaba
mi veneno hubiera sido,
Ay mi veneno hubiera sido.*

*

*Mis primeros pañales
Mi mortaja hubiera sido
Ay mi mortaja hubiera sido.*

*

*El birrete que me pusiste
mi corona hubiera sido
Ay mi corona hubiera sido.*

*

No te compadeces

*de verme llorar,
mejor no hubiera nacido
mi bien para no amarte,
Ay, para no amarte.*

Todos los días esperaba en la puerta de la oficina, mirando el reloj que diera la hora en que su padre almorzaba: 1:00 p.m. Y entraba repentinamente a la oficina corriendo, pero ya no estaba su padre, se quedaba quieto y cerraba los ojos haciendo un esfuerzo para no llorar de pena y dolor. Entonces prendía el equipo de sonido y escuchaba la música que a su padre le gustaba escuchar, lloraba sin consuelo, hasta quedarse dormido de cansancio.

Pasan los días y las semanas, Coquito empieza a perder peso, cada día come menos, llora y suspira con profunda pena, no hay frase que lo consuele. Sueña con su padre, corriendo lento y lerdo, por los huertos del Edén, siempre riéndose, siempre con la actitud de un niño noble y travieso.

A tres meses del fallecimiento de su padre, un 23 de agosto en la madrugada, Coquito falleció de pena. En el huerto cantaron con más fuerza las palomitas cuculíes y los jilgueros. Se acercaron los picaflores y volaron formando circunferencias y los gorriones cantaron triste. También los cuyes y los conejos corrían agitados en el patio grande. El gallo cantó tres veces entre las 5:00 a.m. y 6:00 a.m. Finalmente el cometa Halley se alejaba en el cielo azul de Tarma.

Coquito tenía pocos amigos. Llegaron su madre y sus hermanos, para el velorio, al día siguiente lo enterraron en una ceremonia muy sencilla. Los trabajadores del fundo lloraron la muerte de Coquito, decían que a Coquito le gustaba atender en sus alimentos a los animalitos de la granja y regar las plantas del huerto.

A los 15 años Coquito falleció de pena. Fue enterrado junto a su padre en la capilla del Edén. De verdad les digo: “que ningún hijo jamás ha amado tanto a su padre, y ningún padre amó tanto a su hijo”. Amén.

“Paco Oyarzabal”

(dedicado a Lauro Pérez Palomino)

Capítulo N° 1

VILLA “SAN FRANCISCO”

Tarma, en 1819 era una de las Intendencias más prosperas del antiguo Virreinato del Perú, dio el grito de libertad en noviembre de 1820, su primer prefecto fue el arriero argentino Don Francisco de Paula y Otero, en febrero de 1821 Tarma políticamente pasó a ser departamento, siendo ratificado como presidente del departamento de Tarma Don Francisco de Paula y Otero, fue departamento durante 2 años y nueve meses, siendo reducido por Simón Bolívar a un simple distrito de Pasco, hasta el 31 de diciembre de 1885. Tarma se convierte en provincia del departamento Junín el 31 de diciembre, ley que consigue en el parlamento el cajamarquino Don José Gálvez Egúsquiza, padre de José Gálvez Moreno y abuelo del poeta tarmeño José Gálvez Barrenechea.

Villa “San Francisco” pertenece a la comunidad campesina de Uchurracra que a su vez pertenece a la provincia de Tarma. En 1819 el valle era poblado por un menudo número de habitantes, las familias más representativas eran: los **Arellano**, peones de una hacienda cuyos propietarios residían en las minas de Cerro de Pasco y solamente en las épocas de cosechas viajaban a Villa “San Francisco” en Tarma, otra de las familias eran los **Mancilla** que tenían sus terrenos en el llano o pampas, los **García** a media falda de los cerros.

En estas tierras nace una leyenda, nos cuenta don Abel Palomino Mancilla. Las personas que tenían pocas áreas de terreno para el cultivo de papa y maíz, se dedicaban al transporte de aguardiente, del valle de Chanchamayo con acémilas a los centros mineros de La Oroya, Morococha, Cerro de Pasco, las más codiciadas por los aventureros, especialmente por los **gauchos** que venían desde Argentina trayendo velas y carburo.

En este hermoso valle de eucaliptos vivían los **Espinoza**, un padre de avanzada edad y sus tres hijos con quienes viajaban a las minas de Cerro de Pasco, con sus mulas, 18 en total. En anciano padre agotado de los muchos años de trabajo quedó muy enfermo.

Ya que no tenía tierras significativas para repartir, el anciano decidió repartir sus mulas en partes directamente proporcionales. Lo repartió del siguiente modo:

“al mayor le corresponde la mitad, al segundo un tercio y al menor un noveno del total de las mulas”

Pero, sucede que en el último viaje, muere una de las mulas. El anciano padre sin llegarse a enterar, la muerte lo sorprende en su lecho. Ahora solo quedan 17 mulas, los herederos se veían en un grave problema, puesto que 17 no se podía dividir en un número entero de veces cuando el divisor es: dos, tres y nueve.

La razón es que, al repartirse le toca así:

Mayor, la mitad de 17:..... $8\frac{1}{2}$ mulas

Segundo, un tercio de 17:..... $5\frac{2}{3}$ mulas

Menor, un noveno de 17:..... $1\frac{8}{9}$ mulas

Nadie en Villa San Francisco pudo solucionar el problema de los herederos, se llamó a los profesionales y ancianos de la provincia y tampoco pudieron.

Se encontraba en Tarma don Francisco de Paula y Otero que venía desde Argentina trayendo ceras, carburo y guitarras para vender en las minas de Cerro de Pasco, casado ya con una dama tarmeña que residía en Tarma. Se enteró del problema de los herederos en Villa San Francisco, tomó una de sus mulas diciendo:

-Este problema es fácil de resolver.

Ingresó a la casa de los Espinoza, y llamó a los herederos y les dijo:

- Tomen mi mula junto con lo que tu señor padre les dejó, procedan a repartirse, son 18 mulas en total. Los herederos sorprendidos de la actitud de Don Francisco procedieron a repartirse las 18 mulas.

Este problema ya está resuelto dijo don Francisco, luego agarró la mula que trajo y se marchó a Tarma en medio de un clima de asombro y silencio.

Los testigos, no creían, tampoco imaginaban como lo repartió y volvieron a contar las mulas, nueve al mayor, más, seis al segundo, más, dos al hermano menor. Suman en total 17 mulas, no había ningún error.

Mayor, la mitad de 18:..... 9 mulas

Segundo, un tercio de 18:..... 6 mulas

Menor, un noveno de 18:..... 2 mulas

Esto nunca olvidaron en la Villa, años después llamaron al patrón del pueblo “San Francisco de Asís”.

Explicación: El error harto elemental reside en, el anciano al repartir sus mulas los hizo solamente $\frac{17}{18}$ del total de las mulas, lo verificamos sumando: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{17}{18}$

Sobrando $\frac{1}{18}$ de las mulas, razón por el cual, agarra uno, el que tajo don Francisco de Paula y Otero y se marcha a Tarma.

* FRANCISCO DE PAULA OTERO

Nació el 2 de abril del 1786. Jujuy, Argentina. Fue cadete en su país en 1807 renunciando para dedicarse al comercio, decidió partir al Perú, y llegó a Tarma con los Muleros, trayendo las Mulizas (Vidalita) en 1817. En Tarma contrajo matrimonio con la tarmeña Petronila Avelaira y Sáltelo. Fue nombrado Gobernador Intendente, efectuó la proclamación de la Independencia el 28 de noviembre de 1820. Otero comenzó a organizar guerrillas patriotas, lanzándose contra las tropas españolas en Pasco, donde fue derrotado. En 1823 es nombrado Primer Jefe del Batallón Huánuco y del escuadrón de dragones, poniéndose a la orden de Bolívar. En Huánuco organizó el Regimiento N° 1 peleando en las batallas de Junín y Ayacucho, fue nombrado por Sucre Jefe de Vanguardia luego General de Brigada. Concluida la guerra de Independencia fue nombrado presidente del departamento de Arequipa (1825), Prefecto de Junín en 1827. En 1834 participo en el combate de Huaylachuco siendo ascendido a General de División. Retirado de la vida militar, falleció en Tarma el 13 de abril de 1854.

Capítulo N° 2 PACO OYARZABAL

En 1965, nos conocimos en la escuela con Francisco Oyarzabal Pérez a quien le llamábamos “Paco” de cariño, él era nuevo para la mayoría del aula, en el mes de abril se iniciaron las clases, él casi no tenía amigos, mientras que Miguel Gamarra Soto, Alejandro García Mendoza y yo en la mesa circular verde conversábamos porque vivíamos de siempre en Villa San Francisco, nuestras sillas pequeñas de color verde eran plegables y estábamos los más pequeños de 5 y 6 años y nos llamaban transición “A”, mientras que los niños de 7 años se sentaban en carpetas para un par de estudiantes y les denominaban transición “B”. El padre de Paco trabajaba en la empresa “Cemento Andino”, se desempeñaba como operador de planta eléctrica en Carpapata ubicada en la ceja de selva, en el ingreso al gran valle de Chanchamayo, su mamá trabajaba en el campo y estaba siempre ocupada, fuera de la casa atendiendo la granja de cuyes, razón el cual Paco tenía que prepararse el desayuno y venir al colegio todas las mañanas de lunes a sábado, a veces llegaba tarde y mal vestido, y si llegaba temprano no desayunaba. En algunas oportunidades cuando su padre trabajaba en el turno noche llegaba a la casa a las 8:00 horas y se percataba que Paco no había desayunado, le traía la leche en una botella a las nueve de la mañana. Nuestra maestra sentía lastima y afecto especial por Paco.

La mamá de Paco, señora Teresa Pérez Gordillo, siempre estaba ocupada con el problema de la alfalfa para sus cuyes y sus vacas, y regresaba del campo a las diez de la mañana. Es que en el campo las personas trabajan desde la madrugada.

Nuestro amigo Paco también nació en la Villa, su padre don Pedro Oyarzabal Arellano trabajaba entonces en la ciudad de Condorcocha en la Fábrica de Cemento a 3 500 metros de altura sobre el nivel del mar, hace un frío terrible. Cuando el tenía 3 años a su padre lo trasladaron a Carpapata y llegaron a vivir en un campamento de obreros cerca del Río Yanamayo en el caserío de “Valdivia” que pertenece al distrito de Palca, un valle rico en pasto, de abundante hierbas aromáticas, de lomas cubierta de arbustos y flores, en este lugar vivió cerca de un año, luego se trasladaron al valle de Huayauníoc donde se encontraba el dique, quienes le llamaban la “toma de agua”, en él se almacenaba el agua para crear energía potencial y luego hacer mover las turbinas del motor que nos dará energía eléctrica el cual por cables metálicos se trasladará a la fábrica de cemento en Condorcocha.

Don Pedro era un hombre dinámico e inteligente, después de estudiar inglés, electricidad y avicultura por correspondencia en la “National School”, construyó una granja de patos, gansos y gallinas junto al dique de agua y Paco a los cinco años ya los atendía en sus alimentos y abrigo. También, Paco y su padre viajaban frecuentemente al valle de Chanchamayo, a 25 kilómetros de la Merced allí se encontraba “Villa Progreso” en el cual tenía un pariente llamando Luís Arellano Ventocilla, tío de don Pedro, quien le animó comprar 20 hectáreas de terreno para el cultivo de café, plátano, papaya, palto, naranja, mandarina, yuca, mango, piña, limón y otros frutos, es que nuestra selva peruana es generosa y maravillosa. Estos últimos años fueron muy duros para la familia de Paco, pero el anhelo de progreso no lo dejó notar.

En pocos meses Paco cumpliría los 6 años, entonces sus padres pensaban por la escuela en el cual lo matricularían, el centro escolar más cercano estaba en Palca, mientras titubeaban donde matricularlo, a un niño de la zona lo atropelló un camión al bajar del vehículo en movimiento, el padre del niño era un hombre bueno, carpintero, amigo de don Pedro, este fue el motivo para que Paco y su familia volvieran a Villa San Francisco.

Nuestra profesora, muy joven, se llamaba Yolanda Vásquez, delgada y de baja estatura con una sonrisa que difícilmente perdía, se mostraba atenta con los niños más pequeños y vestía siempre

impecable y frase preferida era, “mis angelitos no griten tan fuerte”. Fue un año interesante, 1965, llegó la navidad, y Paco recibió un juguete de regalo, un camión militar a pilas, con el cual jugaba tratando de mantenerlo impecable.

En 1966, nos volvimos a encontrar en el aula esta vez en primer grado de primaria, cada uno contaba lo que había conocido en las vacaciones, todos estaban contentos y mostraban actitudes de regocijo y algarabía. Se sentía un olor a cuadernos, libros y lápices nuevos. En Transición fue “Marcelino” y “Coquito”, ahora lo sería el libro de lectura “Pablito” nuestro texto preferido.

Paco, nos contaba que muy pronto su padre se saldría de la empresa Cemento Andino y se dedicaría al comercio. Cierta día dijo:

- Mi papá se comprará un camión, el mismo llevará los productos desde Chanchamayo a mercado de mayoristas en Lima.

Paco, siempre se mostraba extrovertido, contaba los problemas de su hogar, otras veces aventuras increíbles cuando se encontraba en el valle de Chanchamayo, a pesar de su corta edad era el compañero de su padre.

En la primera clase en 1966, se presentó nuestra nueva profesora, se llamaba Berta González de Amarillo, una señora alta de contextura gruesa y muy seria, su mirada causaba temor, y dijo:

- Soy su nueva profesora, espero que todos se comporten bien, seré muy exigente en la puntualidad, el orden, la disciplina, la limpieza y revisaré las tareas todos los días. Su primer trabajo de Comunicación, será la narración de sus vacaciones del presente año y deberán entregarlo en un pliego de papel oficio rayado y con buena ortografía y caligrafía.

Al siguiente día todos los alumnos entregamos los trabajos de narración, la siguiente fue el de Paco:

Después del año nuevo *-cuenta Paco-* mi padre me prometió llevar al majestuoso Valle de Chanchamayo donde había adquirido tierras de cultivo, el 15 de enero mi padre viajó solo llevando 21 vacas con dirección a Villa Progreso en el valle de Chanchamayo, el tío de mi padre se llama Luís Arellano Ventocilla, quien le vendió las tierras con plantas de Palta, Naranja y Café. Después de una semana mi padre regresó del Chanchamayo. Y me dijo:

-Ahora regresaremos llevando las dos mulas.

En efecto, viajamos llevando dos mulas que mi abuelo Justino antes de su muerte le había regalado. Las mulas viajaron en un camión marca Ford del año 58 de color verde y carrocería color rojo, el propietario es amigo de mi padre, salimos muy temprano de la Villa, tenía ilusión de llegar a San Ramón y percibir el aroma a naranja, limón y caña de azúcar.

Al partir de Villa “San Francisco” mi madre mostrando su preocupación me dijo:

- Cuidate mucho hijito, tu padre es un “loco”.

Salimos de Villa San Francisco a las 6:00 horas, pasamos por el puente sobre el río Tarma en Pomachaca, entramos a la carretera asfaltada y pasamos por La Florida, Acobamba, Palca, Vilcabamba, Valdivia, Huayauníoc, el camión iba muy lento, pasamos el túnel largo de Carpapata, para seguir por la carretera serpenteante, los choferes temen la curva convexa de “Mal Alma” y el estrecho paso de “Pan de Azúcar”. Es que la carretera de Tarma a La Merced es estrecha entre Carpapata y el Río Yanango. El chofer del camión cantaba un verso triste diciendo:

*Carreterita Tarma a Chanchamayo
había sido muy peligroso,
pasando el puente “Mal Alma”
casi, casi pierdo la vida.*

y el estribillo decía:

*A Chanchamayo te voy a llevar, (bis)
con los chunchos te voy a dejar. (bis)*

A la entrada de San Ramón, pude observar las plantaciones de naranja ordenados en filas y columnas como matrices perfectas.

Cruzamos el puente sobre el río Tarma en San Ramón y llegamos a la noble ciudad de La Merced a las 9:00 horas. En el mercado desayunamos con café, palta y yuca, yo extrañaba el pan de Tarma. Luego seguimos rumbo a “Villa Progreso”, llegamos después de media hora, bajamos a las mulas del camión a la orilla del Río Chanchamayo que estaba en su caudal más elevado, pues era tiempo de lluvia. El trabajo más difícil fue trasladar a las mulas a través del “Huario”, coche pequeño de 3 metros cuadrados, que cruza el Río accionado por un motor eléctrico. Para que las mulas no se espanten le tapamos los ojos con una manta. Con mucho temor a que el Huario se vuelque logramos pasar a la otra orilla. Ya habíamos pisado el Paraíso, de este lado del Río, montamos cada uno una mula, cruzamos una chacra de paltos y otra de naranjos, observé gran cantidad de mariposas de colores múltiples, en sus alas observé números como el 3, 6, 8, 9 y otros que yo imaginaba, las lagartijas saltaban espantadas a cada paso, a dos kilómetros de distancia se encontraba la casa del tío “Lucho” a sí le decía mi padre y me acostumbré a llamarle “tío Lucho”. Desde lejos se veía una casa hermosa, me impresionó la construcción de la casa hecho sólo con madera, rodeado de flores multicolores y árboles de naranjos, mangos y paltos. Conocí a mis nuevos primos, todos se mostraban amables y con ganas de jugar fútbol en la cancha cerca de la casa grande.

Al día siguiente muy temprano nos fuimos a la chacra, a dos horas de camino, una hora de viaje se hizo por un camino amplio donde podían transitar algunos tractores y camiones que sacaban los productos de la chacra hasta la orilla del Río junto al Huario. Cruzamos chacras con plantación de piña, plátano y de café, y seguí observando diversos árboles y flores de gran variedad. De tiempo en tiempo se podía divisar una casa en la falda de los cerros y cada vez ascendíamos más, pues la casa del “tío Lucho” se veía más abajo y muy pequeño. Después de dos horas llegamos a la chacra, se encontraba entre dos cerros colindando con el Río Colorado, mi padre lo bautizó como “Fundo Gavilán”. Nos recibió el “mejorero” quien era amigo de mi padre. Al encargado de la chacra le llaman el “mejorero”, su trabajo es cuidar las plantas, talar los árboles que no producen frutos, quemar las hojas secas y troncos secos y luego su ceniza utiliza como abono de la siguiente siembra, su función es mejorar cada vez más la producción de éste fundo.

El “mejorero” se llama Feliciano Yañac, es natural de Ayacucho a igual que su esposa Felicita Chuchón, tienen cuatro hijos, dos mujeres y dos hombres, Fausto es de mi edad mientras que Augusto es mayor que yo por un año. La cabaña de don Feliciano Yañac, está ubicado junto al arroyo rodeado por muchos árboles, cerca de un riachuelo de dónde sacan el agua para el consumo diario, la acequia está rodeado de abundante plantas llamada “pituca”, que tiene hojas parecidas a las orejas del elefante, es un tubérculo que nos sirve de alimento.

El día siguiente fue lunes, juntamos las hojas de palmeras con ayuda de don Feliciano y su familia, para la construcción de una nueva cabaña, el cual nos tomó dos días de trabajo. Durante la semana, llegue a conocer las costumbres del lugar, mis amigos “Faustucha” y Agustucha” a sí le llamaban sus padres, me hablaban de los campos, los nativos del valle de Chanchamayo, parientes de Ashanincas. Conocí la zachavaca, el cupte, el zamaño y a otros animales del monte. El cupte se parece

al conejo y el zamaño al perro, y de estos animalitos del monte se preparan ricos potajes.

Mi padre se encontraba trabajando a unos 300 metros, recortando las ramas de los árboles con un machete de mango largo, no lo podía ver, solo escuchaba el ruido de las ramas, de pronto uno de los perros ladraba:

- Gaaauuu, gaaauuu, y otra vez.

Nosotros que jugábamos cerca, pensábamos que el perro había encontrado un cupte, Fausto juraba que era un cupte, estos animales solo salen de noche a buscar alimento y de día se encuentran durmiendo escondidos en el monte. Augusto se acercó al perro y dijo que era una boa a quién el perro ladraba. Empecé a sentir miedo, nunca había visto una boa, solo en los libros de Ciencia y Ambiente. Y llamaron a mi padre que está cerca.

- *¡Señor Oyarzabal!, ¡Señor Oyarzabal!, ven por favor.*

Y mi padre no tardó en llegar con su machete en mano, se acercó y de varios machetazos lo mató, enroscó en su machete a la boa muerta, y en su hombro lo cargó. Yo que iba adelante, lloraba de miedo, y mi padre muy molesto me dijo:

- *Si ya está muerto, ¿por qué tienes miedo?*

Al llegar a la cabaña, mi padre sacó su navaja, le cortó la piel por la mitad desde la cabeza hasta la cola, antes de que se enfriara, dicen que es muy difícil cortar la piel de boas y serpientes cuando esta fría, los nativos valoran mucho la piel de boa, lo usan como medicina natural.

Al día siguiente, miércoles, fuimos a bañarnos a la orilla del Río Colorado que estaba a 30 minutos de camino desde la cabaña, pasando por el fundo de la familia Romero Ártica nuestro colindante, uno de sus hijos es profesor de la Escuela en Villa Progreso y toda ésta familia estimaba a mi padre. El agua del Río es color rojizo, dicen por el color de la Tierra, una montaña de tierra arcillosa “puca”. Cuando estaba disfrutando del Sol y del agua tibia del río, de pronto Augusto dijo:

- *Vi una boa en el Río que salió saltado como un pez, es grande como de 5 metros de largo.*

Nos pegamos un gran susto, aunque yo no logré ver nada, empezamos a correr con la ropa en la mano, toda la falda del cerro, hasta llegar a la cumbre muy lejos del Río. Desde ahí se veía un gran piñal, era el fundo “Kimiri”, que pertenecía a la familia Gallardo, observe un paisaje hermoso, lomas de color de verde, sol, nubes y quebradas. Augusto nos dijo:

- *Para llegar al fundo “Kimiri” tenemos que caminar dos días, está muy lejos.*

Después de 18 días, mi padre me dijo que era hora de regresar a Tarma. Al despedirnos de nuestros nuevos amigos, nos regalaron muchos productos como papaya, plátano, palta, mandarina, naranja, mango, limón y otros. Cuando llegamos a Villa Progreso teníamos varios cajones de frutas, un saco de yuca y otros bultos más. Viajamos en un ómnibus pequeño con carrocería de madera y hierro de la empresa “El Mensajero”, desde la Merced con destino a Tarma y luego a Villa San Francisco.

El ómnibus se detuvo en el paradero de Pomachaca, mi padre bajó los bultos y los guardó en la casa de un amigo, caminamos por la carretera que une a Pomachaca con la Unión Leticia, llevamos todo lo que se podía llevar en la espalda y en las manos, cruzamos el puente Pomachaca, llegamos al puquio

en Jacahuasi, seguimos el camino en silencio con ganas de llegar a nuestra casita, pasamos por Umancocha hasta llegar al caserío de Paccha. Llegamos a nuestro domicilio a las 3:00 horas, en la madrugada, mi madre estaba dormida y no esperaba nuestra llegada. Me llené de alegría cuando ingresé por el zaguán de la casa grande en el caserío de “Paccha”, crucé el patio corriendo y entre al dormitorio de mi madre y le mostré los frutos que hicimos llegar con mi padre, pero mi madre no me hacía caso, sólo decía:

- *¿Cómo estas hijito?, ¿No te ha pasado nada?, ¿Por qué demoraron tanto?, ¿has comido?, ¿estás bien?*

Luego pude apreciar que sus ojos estaban acuosos, lloraba silenciosamente. A las 5:00 de la mañana me recordé de mi abuela, María Asunción, mi mamá “Achica”, y me fui sin temor a la oscuridad, mientras mis padres conversaban, llevé en una canasta una yuca, cinco plátanos y dos paltas, pasé el **vado** e ingresé por la quebrada, pude llegar muy rápido a la casa de mis abuelos maternos en el caserío de Uchurracra, se encontraba silenciosa, solo se escuchaba los silbidos de los pajarillos desde el bosque de eucaliptos. Toqué la puerta muy fuerte, con ganas de ver a mis abuelos y a mis tíos. De pronto salió por el balcón mi abuelo Esteban y dijo con voz gruesa, gritando:

- *¡Es “papín jaras”!*

Mi abuela me vio y se puso muy contenta, pude deducir de sus caricias, y le conté de mi viaje al “Fundo Gavilán”. Muy orgulloso de mi viaje y emocionado hasta las lágrimas le dije:

- *Mamita, sabes, mamita buena, el “fundo Gavilán” es un Paraíso, mañana traeré todos los frutos que produce esta chacra grande y generosa. Mi padre me ha prometido que te llevará a Chanchamayo el próximo viaje.*

Así terminó la narración de Paco.

Pasaron los días y semanas, y Paco nos contó que su padre ya había renunciado la Empresa Cemento Andino.

Villa San Francisco, está formado por cuatro caseríos (villorrios): Umancocha, Paccha, Uchurracra y Aracasa. A su vez “Villa San Francisco” pertenece a la comunidad Campesina de Uchurracra. La comunidad tiene un territorio inmenso en las alturas, en la cumbre de los andes, donde los comuneros siembran: papa, trigo, cebada, avena, alverja, olluco y mashgua. La sabiduría ancestral ha enseñado a estos comuneros dividir el territorio en siete partes, en siete cerros, lo cual se van turnando para la siembra, de este modo hacen descansar a la tierra, a los apus. También, la comunidad tiene estancias de ovejas, vicuñas, alpacas, llamas y de ganado vacuno, en las mesetas. Los comuneros tienen un enorme potencial: siembran, cosechan, construyen caminos, carreteras, escuelas, posta médica, canales de regadío y acequias.

Éste es el verso que cantan los comuneros:

*En una meseta verde
en la cumbre de los andes,
se encuentra mi alegre cabaña
rodeada de picachos,
salpicada de nieve
cual besos del sol.*

Llegó el mes de mayo, en Villa San Francisco se realizó la fiesta el día 22 de mayo en honor al “Señor de Muruhuay”, este año el mayordomo es don Máximo Contreras Córdova y su esposa Lucila, en el caserío de Aracasa. Esta fiesta es esperada con entusiasmo por la comunidad, para ver danzar a los chonguinos y escuchar la música emitida por la orquesta típica “Selección Tarma” que dirige don Hilario Guadalupe Arellano. Don Pedro Oyarzabal asistió a esta fiesta con su esposa y sus hijos, donde después de brindar abundante chicha de jora y cerveza blanca con los paisanos y amigos, bailó con su esposa la chonguinada mostrando cadencia en cada paso.

El día miércoles muy temprano desde su domicilio en Paccha salió don Pedro Oyarzabal en dirección a Tarma, querría ver terminada la carrocería para su camión. En día jueves 24 de mayo la mamá de Paco llevó flores al mercado modelo, en Tarma. A la 1:00 p.m. salimos de la escuela fiscal ubicada en Uchurracra, para almorzar y luego regresar en la tarde, Paco estaba contento porque en la casa estaba su tía Eduarda que había llegado de Lima, es la hermana menor de su padre. Paco me contó cómo llegó a la casa y qué sucedió después:

- *Buenas tardes tía*

Luego preguntó a su tía:

¿llegó mi mamá? ¿Regresó mi papá?

Y su tía, saliendo de la cocina, contestó:

- Tu mamá aún no regresa y tu papá no llega desde ayer. Pero es posible que lleguen a almorzar más tarde, ahora quiero que traigas un par de cabezas de lechuga y una cebolla de la huerta, me falta preparar la ensalada.

Paco cogió una pequeña canasta y un cuchillo y salió corriendo en dirección a la huerta que se encuentra al pie de la casa grande, estaba contento, silbaba y reía, luego de 20 minutos regresó, cuando cruzó el zaguán vio a una mujer que lloraba, pero cargaba en su espalda a su hermana menor, y su tía también lloraba, pero Paco no entendía lo que pasaba, pero la mujer lloraba y decía:

- *Don Pedro Oyarzabal ha muerto, ¡ay! Don Pedro ha muerto.*

Y otra vez repetía lo mismo, lloraba y se quejaba.

Después de unos minutos, Paco analizó, fue entendiendo lo que realmente ocurría, y dijo:

- *Mi papá ha muerto...*

Pero, ¿qué es morir?, se preguntaba, salió corriendo en dirección a la casa de su abuela materna, ubicada en el caserío de Uchurracra, para contarle lo que había sucedido, no sabía ni cuándo ni en donde murió su padre, pero otra vez se preguntaba, ¿qué es morir? Sus abuelos y tíos lloraban por la mala noticia que habían recibido. Al ver que sus tíos y abuelos lloraban él empezó a llorar.

En la noche llegó el cadáver de don Pedro Oyarzabal, en el velorio en la casa grande en Paccha se especulaba cómo murió, un joven estudiante del colegio “San Ramón” dijo:

-*El día miércoles vi a don Pedro tomando cerveza con el dueño de la fábrica de carrocerías el “chiclayano” en un restaurante entre las avenidas Paula de Otero y José Gálvez, junto al grifo “Lobitos”, justo en la esquina.*

Otro joven agregó diciendo:

- Eran la 7 p.m., de noche, cuando salió corriendo del restaurante para alcanzar el autobús, y cayó en un buzón de desagüe abierto, sin tapa, se golpeó la cabeza y su muerte fue casi instantánea, pobrecito, era buena gente.

Otro hombre amigo de don Pedro que también lloraba, dijo:

- Don Pedro se fue muy joven, tan solo 29 años, con diez años de matrimonio, deja tres hijos y una viuda joven, vivía con prisa, y ahora que será de Paco, él es un niño de sólo 7 años, está en primer grado de primaria, pobre niño.

A Paco no le dejaban ver el cadáver de su padre, los familiares temían como iba a reaccionar, pero en un descuido de los parientes logró subir a una silla y abrió la ventana del ataúd que contenía el cadáver de su padre, lo observó un buen rato y luego empezó a llorar, todos los presentes en el velorio abrazaron a Paco dándole consuelo. En ese momento Paco, un niño de siete años, descubrió el dolor que se siente cuando se pierde al padre.

El día sábado a las 3 p.m. enterraron a Don Pedro Oyarzabal Arellano en el cementerio general de Villa “San Francisco”, todo el pueblo acompañó al cadáver a su última morada, don Pedro Oyarzabal era un hombre a quien las personas del pueblo querían mucho, pues llegó a ser el presidente de la Comunidad Campesina de Uchurracra, y para muchos fue un hombre laborioso, honrado, solidario y justo, en suma, un hombre bueno.

Paco acompañó a su madre, el ataúd salió de la casa grande del caserío de Paccha por el camino curvo y polvoriento propio del mes de mayo, la familia contrató a un hombre para que hiciera el responso, cada cierto tramo se detenían y éste hacía llorar a los deudos con sus cantos y rezos. Paco, llorando al lado de su madre, vio como ingresaba el ataúd al nicho, lo taparon con un adobe y lo empastaron con yeso, luego un hombre joven escribió sobre el yeso blanco:

- Q.E.P.D. don Pedro Oyarzabal Arellano.

De pronto, Paco Oyarzabal desapareció del cementerio que se encuentra en la cumbre del cerro, salió su madre a la puerta principal del cementerio y vio a Paco, estaba descendiendo por un camino serpenteante y polvoriento, vestido con chompa verde y pantalón azul, caminaba lento y cabeza gacha, la gente que rodeaba a la madre, observándolo decían:

-Pobre niño, ¿qué será de su vida sin su padre?

Capítulo N° 3

La Resolución de un Problema

Se encontraba en su lecho doña Estefanía De la Canal Vienrich enferma a causa de una enfermedad incurable, en una de las casas antiguas del tiempo de la colonia en el barrio de Mantarana, cerca del puente, junto al dique seco.

Su destino fue cruel, en su matrimonio tuvo dos hijos: Luís Allende y Miguel Allende, enviudando cuando Luís tenía siete años y Miguel cinco años, falleciendo su esposo en un accidente de tránsito en la Oroya.

En 1958 en segundas nupcias llegó a tener un tercer hijo llamado José Llavería De la Canal, pero este último matrimonio tampoco duró mucho tiempo, cuando José cumplía apenas un año su padre falleció cuando la camioneta que lo trasladaba de Huancayo a Huamanga se volcó en el trayecto. Doña Estefanía en sus momentos de meditación y melancolía decía: *“Con que estrella nacería para tanto padecer, en que ofendí la fortuna eso quisiera saber”*.

En mayo de 1969, Luís tenía 17 años y cursaba el quinto grado de secundaria, mientras que Miguel Allende cumpliría los quince años y ambos estudiaban en la gran unidad escolar “San Ramón”, José que cumplía once años el 22 de mayo, estudiaba el colegio “Mariscal Castilla” el quinto grado de primaria. José Llavería era el que más cariño demostraba a su madre que no gozaba de un equilibrio económico. La pobreza mata de hambre y dolor a los pobres. José tenía fama de buen canillita, incansable en su labor. Luís y Miguel miraban con indiferencia a José por ser de otro padre, esta actitud martirizaba a doña Estefanía. Le pedían la cuenta la ganancia por las ventas de los periódicos, y le obligaban a salir temprano a vender, mientras que para ellos no existía ninguna tarea para mejorar la alicaída economía familiar.

Doña Estefanía presintiendo su partida de esta tierra, decidió repartir entre sus hijos en partes proporcionales 24 monedas que había heredado de sus abuelos por parte de padre. En su testamento redactado decía:

“A Luís la mitad, a Miguel un cuarto y a José un sexto del total de las monedas”.

Pero, unos días después, Luís sufre un accidente en el colegio, se rompe la clavícula jugando un partido de fútbol, defendiendo las vallas de su colegio frente al aguerrido colegio “San Vicente de Paúl”, con esta noticia empeoraba la salud de madre, soportando una grave economía a causa de su prolongada enfermedad. Para satisfacer los gastos que ocasionó los servicios médicos de Luís, la madre utilizó una de las 24 monedas.

En la madrugada, el 26 de noviembre de 1969, cuando José estaba vendiendo los periódicos en la esquina del mercado, doña Estefanía dejó de existir.

No teniendo dinero suficiente para enterrar a su madre, José acudió a una de las amigas de su madre en vida, la señora Carmen Mendizábal de Otero, pidiéndole prestado cierta cantidad de dinero que cubría los gastos básicos, prometiéndole devolver en el menor tiempo posible.

Esta tragedia esperada, fue lamentable para José. Los hermanos mayores decidieron deshacerse del último hermano por considerarlo una carga para ellos.

Enterado del testamento de su madre Luís acudió a primeras horas a la oficiaban del notario señor

Adolfo Macassi Aguilar. Grande fue la desilusión de Luís Allende cuando solamente encontraron las 23 monedas de 24 que especificaba el testamento. Los hermanos acusaban a José Llavería De la Canal por haber usurpado la moneda que faltaba.

La autoridad respetando, la proporción estimada por su madre trato de repartir las 23 monedas, del siguiente modo:

Luís: la mitad de 23 monedas, luego le toca: $11\frac{1}{2}$ monedas

Miguel: un cuarto de 23 monedas, luego le toca: $5\frac{3}{4}$ monedas

José: un sexto de las 23 monedas, luego le toca: $3\frac{5}{6}$ monedas

Pero, se puso el manifiesto el descontento de los hermanos mayores, pidiendo que se reparta en partes enteras, además pidieron que reduzcan a José a solo tres monedas. Fracasando su objetivo, puesto que el juez se aferraba a la frase que especificaba el documento dictado por la madre: “del total de monedas que dejo”.

José Llavería al enterarse del descontento de sus hermanos, pensó en la posibilidad de renunciar a la herencia de las monedas. Pero José que siempre había destacado en matemáticas, se puso a estudiar, el reparto de una cantidad, en sus textos de aritmética. Pero no pudo resolverlo.

Entonces pidió ayuda a su amigo y compañero de clase Paco Oyarzabal. Después de muchas horas de estudio, Paco encontró un error en el reparto de las monedas. Y dijo:

- *Estimado José ya tengo la solución del problema.*
- *Pero antes tenemos que conseguir una moneda de oro.*

Al día siguiente, José se encontró en forma casual con el Dr. Antonio Cantella Santillana, médico que entendió a su madre y a su hermano Luís cuando se rompió la clavícula. El doctor Cantella gozaba del respeto y cariño de los hombres y mujeres de esta hermosa ciudad, por su pronunciada preocupación por los pobres, a quienes muchas veces no cobraba sus honorarios. Luego que escuchar la explicación de José, decidió prestarle una moneda, y al despedirse le dijo a José:

- Estimado José, estaré presente en el momento de la repartición de la herencia, el notario don Adolfo Macassi Aguilar es mi amigo, y aprovecharé para decirle algo muy importante a tus hermanos.

El día martes 1° de julio a las 8 de la mañana, en la casa de la difunta Estefanía De la Canal, se encontraban los tres hermanos, Paco Oyarzabal, el notario don Adolfo Macassi y el médico Dr. Antonio Cantella. El púber José pidió la palabra a los presentes y dirigiéndose a sus hermanos les dijo:

- Soy inocente, nunca he tocado una moneda de mi madre, pero con el solo propósito de resolver el problema haremos cuenta que así fue, y aquí tienen una moneda igual, tomen junto con las 23 monedas y procedan a repartirse.
- Los hermanos de José no entendieron este gesto noble, inteligente y desprendido, tan solo las interesaba las monedas.

El notario procedió a repartir las 24 monedas del siguiente modo:

Luís: la mitad de 24 monedas, luego le toca: 12 monedas

Miguel: un cuarto de 24 monedas, luego le toca: 6 monedas

José: un sexto de las 24 monedas, luego le toca: 4 monedas

Luís y Miguel muy contentos tomaron las monedas. Luís le dijo a Miguel:

- De aquí nos vamos directamente a una casa de cambios de monedas antiguas de oro y de plata.

Pero al final sobraron dos monedas más, porque, 12 más 6 más 4, es 22. El notario enterado del préstamo realizado por José y como agradecimiento a su colaboración para resolver el problema decidió darle las dos monedas restantes.

De inmediato se acercó al doctor Cantella que estaba junto a sus hermanos y le dijo:

- Aquí tiene su moneda, que me prestó, muchas gracias doctor Antonio Cantella.

Le dio un apretón de manos, como un hombrecito correcto.

El doctor Cantella pidió silencio a los presentes, dirigiéndose a los tres hermanos y dijo:

- Su señora madre, Estefanía, en vida, me pagó con esta moneda los gastos de medicina cuando lo atendí en mi consultorio a usted joven Luís. Pues han cometido una injusticia con su hermano menor, acusándolo del hurto de una moneda.

Luís y Miguel, miraban avergonzados a José. Luego se acercaron y le dijeron:

- Hermano José acepta nuestras disculpas por todo, perdónanos por este error, jamás volveremos a dudar de ti.

Miguel agregó:

- Desde hoy en adelante viviremos los tres hermanos juntos, con la bendición de nuestra querida madre.

Paco Oyarzabal se acercó a José y le dijo:

-Me alegro por ti José, espero que seas muy feliz junto a tus hermanos.

Y José respondió:

-Gracias por tu ayuda Paco, y quiero que aceptes una moneda de oro por resolver este problema matemático tan complicado.

Y agregó:

- ¿Cómo lograste resolver el problema?, explíqueme por favor.

Pero Paco no respondió, solamente sonreía.

¿Cómo resolvió Paco Oyarzabal este problema tan complicado?

La explicación a este problema es: doña Estefanía De la Canal del total de sus monedas tan solo repartió $\frac{11}{12}$ del total, esto lo verificamos sumado: $\frac{1}{2}$ más $\frac{1}{4}$ más $\frac{1}{6}$, siendo la suma $\frac{11}{12}$. Sobrado: $\frac{1}{12}$ del total, razón por la cual sobran dos monedas.

Capítulo N° 4

El maestro de Ciencias Naturales

En marzo de 1972 nos matriculamos en el colegio “San Ramón”, en el segundo grado de secundaria, en el turno mañana. Paco Oyarzabal siempre destacó en matemática. Y muy preocupado dijo:

- *¿Cómo será nuestro profesor de Ciencias Naturales?*

Pero, un día lunes, conocimos a nuestro profesor de Ciencias Naturales, el licenciado Rolando Márquez Ramírez, nuestra primera impresión fue de un maestro rígido en la disciplina, muy pegado a las normas conductuales, recordaba siempre a los estudiantes las normas de convivencia en el aula. Era partidario de una enseñanza en base a valores. Pero poco a poco, logramos tenerle afecto a pesar de su duro carácter.

Saludaba a las alumnas y los alumnos con un apretón de manos, en recreo siempre se encontraba rodeado de estudiantes, donde respondía toda tipo de preguntas, temas de ciencia, astronomía, geografía, historia y actualidad política.

Nuestro maestro leía el “libro de Mormón”, “Doctrina y Convenios” y “La Perla de gran Precio”, era un creyente, asistía con vestido impecable, terno, camisa blanca y corbata, todos los domingos a la capilla de la Iglesia de Jesucristo de los Santos de los últimos días.

En semana Santa, viernes santo, jueves santo y sábado gloria, en Tarma asistimos a la plaza a observar las alfombras hechas con pétalos de flores. Las comunidades campesinas como Uchurracra, Tupín, y otros, participan haciendo las alfombras, también los barrios de Jacahuasi, Sacsamarca, Mullucro, Huínco, Huanuquillo, Tarmatambo, Huaricolca, y otros villorrios. “Sólo en Tarma se pinta con flores frescas”.

El periodista Raymundo Zurita, decía por la radio “San Juan”:

-Cuatro toneladas de flores naturales y media tonelada de café se emplearán en la provincia de Tarma para elaborar las hermosas alfombras y arcos que se lucirán este Viernes Santo, con motivo de la salida del Santo Sepulcro por Semana Santa, informó la municipalidad provincial.

Agrega el periodista:

-Erick Agreda, subgerente de Turismo de la comuna, informó que en esta oportunidad participarán en la confección de los arreglos un total de 54 comunidades campesinas, las cuales están integradas entre 60 y 120 pobladores cada una.

Asimismo, instituciones públicas y privadas, universidades, centros educativos, familias, entre otros.

“Estamos batiendo récord en lo que corresponde la participación de comunidades campesinas en relación a otros años”, dijo.

Explicó que este Viernes Santo las alfombras, que miden aproximadamente 10 metros de largo por cuatro de ancho, se extenderán alrededor de todo el Centro Histórico de Tarma.

Los arcos (pincos) y las alfombras serán confeccionados con flores nativas como el arrayán, rima rima, airampito, el geranio, el alhelí, entre otras.

“Esta obra de arte concita la atención de los miles de turistas que llegan hasta Tarma para participar de las actividades religiosas y se quedan impresionados porque se utilizan flores naturales y nativas en el caso de las comunidades, no son teñidas, y el café se emplea para delinear los dibujos”, precisó.

Mencionó que este año se desarrollarán concursos sobre la mejor alfombra, los cuales se realizarán en tres categorías: colegios, instituciones privadas y comunidades campesinas.

Erick Agreda indicó que el Domingo de Pascua de Resurrección también se confeccionan alfombras, pero sólo se considera el perímetro de la plaza de Armas de Tarma, por lo que se emplean dos toneladas de flores y compiten las comunidades campesinas.

Refirió que los hoteles más grandes de Tarma ya están copados, pero aún hay disponibilidad en establecimientos hoteleros más pequeños.

Además, dijo que se ha redoblado el personal de la Policía Nacional y Municipal, para resguardar la integridad de los visitantes y de la población.

Durante la Semana Santa tarmaña destacan los platos típicos como la pachamanca, el picante de cuy (que se prepara a base de ají colorado), el puchero, la patasca, el caldo de gallina, el loco, entre otros.

Días antes nuestro profesor Rolando Márquez Ramírez nos habló de la **expiación**. Dijo:

- **Jesucristo** “... vino al mundo...para ser crucificado por los hombres y para llevar los pecados del mundo, y para santificarlo y limpiarlo de toda iniquidad; para que por medio de él fuesen salvos todos” (D. y C. 76: 41 – 42).

La **expiación** del Unigénito Hijo de Dios en la carne es el fundamento crucial sobre el cual descansa toda doctrina cristiana y la expresión más grandiosa de **amor divino** que ha recibido este mundo en toda su existencia.

La **expiación** de Jesucristo era indispensable debido a que la **caída de Adán** trajo al mundo dos tipos de muertes. La **muerte física** trajo la separación del espíritu y el cuerpo; y la **muerte espiritual**, la separación de la presencia de Dios, tanto del cuerpo como del espíritu.

La **expiación** fue un acto pre ordenado pero voluntario del Hijo Unigénito de Dios, en el cual Él ofreció Su vida y Su angustia espiritual como rescate redentor por los efectos que tuvo la caída de Adán sobre toda la humanidad y por los pecados personales de todos los que se **arrepintieran**.

Sobre la **expiación** y el desafío personal **Cristo** dijo: “Porque he aquí, yo, Dios he padecido estas cosas por todos, para que no padezcan, si se arrepienten... más si no se arrepienten, tendrán que padecer, así como yo...”.

Luego el profesor recitó el siguiente poema, muy sentido, que sus estudiantes aplaudimos muy fuerte:

*Siento al Espíritu Santo que camina
tan en mí, con la tarde y con el mar.
Con él vamos juntos. Anochece,
con él anohecemos en orfandad...*

*Siento a Dios tan cerca. Y parece
que él me dicta no sé qué buen color.
Como un hospitalario, es bueno y triste;
musita un dulce desdén de enamorado:
debe dolerle mucho el corazón.*

*Oh, Dios mío, recién a ti me llego,
hoy que amo tanto en esta tarde; hoy
que, en la falsa balanza de dos hemisferios,
mido y lloro una frágil Creación.*

*Y tú, cuál llorarás...tú, enamorado
de tan enorme esfera giratoria...
Yo te consagro Dios, porque amas tanto;
porque jamás sonríes; porque siempre
debe dolerte mucho el corazón.*

Finalizó diciendo: *Lo dejo en nombre de nuestro amado Señor Jesucristo, AMEN.*

Días antes del segundo domingo de mayo nuestro maestro se quedó conversando en el patio del colegio con un grupo de estudiantes, todos queríamos saber acerca de su iglesia, la verdadera iglesia de Jesucristo, y él con mucha paciencia nos explicó acerca del “Plan de Salvación”:
Dijo:

¿Qué es el plan de Salvación?

-El “Plan de Salvación” es el plan que Dios tiene para la felicidad de Sus hijos, y se centra en la **expiación** de Jesucristo. Si usted sigue las enseñanzas de Jesucristo, encontrará paz interior perdurable en esta vida y gozo eterno después de la muerte.

Al aprender acerca del Plan de Salvación, usted encontrará la respuesta a estas preguntas: “¿De dónde vine?”, “¿Cuál es mi propósito de vida?”, “¿A dónde iré después de esta vida?”

Luego nuestro maestro, siguió respondiendo a cada pregunta:

¿De dónde vine?

Su vida no comenzó al momento de nacer, ni terminara al morir. Ha sido creado por un cuerpo espiritual (alma) y con un cuerpo físico (carne). Nuestro Padre Celestial creó su espíritu, y usted vivió con Él en calidad de espíritu antes de nacer en la Tierra. Lo conoció y lo amo a Él, y Él lo conoció y lo amo a usted. A este periodo se le llama **vida preterrenal**.

A lo largo de su vida preterrenal, se le enseñaron principios y mandamientos que conducirán a la felicidad. Usted aumentó en inteligencia y aprendió a amar la verdad, y se le enseñó el Plan de Salvación. Durante esa **vida preterrenal**, Jesucristo fue escogido como el Salvador; usted aprendió que por medio de Él podría vencer las consecuencias ocasionadas por las malas decisiones.

Una parte primordial del plan de Dios fue que usted viniera a la tierra a recibir un cuerpo físico y aprender a tomar decisiones correctas. Usted no recordaría el haber vivido en la presencia de nuestro Padre Celestial, pero Él le proporcionaría la capacidad de distinguir entre el bien y el mal; podría reconocer Su amor y Su verdad. A través de sus experiencias y pruebas, aprendería a tomar decisiones correctas constantemente. Con la ayuda de Jesucristo, podría regresar a vivir con nuestro Padre celestial una vez que su vida llegase a su fin. En su vida preterrenal, usted aprendió que sólo al tomar

la decisión de seguir el plan de Dios recibiría paz y satisfacciones duraderas en esta vida y por la eternidad. Debido a que Él le ama, nuestro Padre Celestial le proporcionó el **albedrío**, o sea el poder de tomar decisiones. Él le permitió decidir si seguiría su Plan y al Señor Jesucristo.

Satanás (diablo), uno de los hijos espirituales de Dios, se reveló en contra de nuestro Padre Celestial y no aceptó Su Plan. Él quería obligarnos a todos a hacer su voluntad. Lamentablemente, muchos de los hijos de nuestro Padre Celestial optaron por seguir a Satanás, y tanto él como sus seguidores fueron echados de la presencia de Dios y no se les permitió nacer en la tierra. Ellos aún existen como espíritus; son muy desdichados, y quieren que usted también lo sea. Ellos lo tientan a usted ya todos los hijos de Dios a cometer actos que les traerán desdicha y que no son agradables ante Dios.

En la vida preterrenal, usted optó por tener fe en Jesucristo y seguir el plan de Dios. Debido a las decisiones que tomó, usted nació en la tierra. Únicamente si toma esas mismas decisiones encontrara paz en esta vida y podrá regresar a vivir con nuestro Padre Celestial después de que esta vida llegue a su fin.

¿Cuál es mi propósito en la vida?

La tierra fue creada para ser un lugar en donde los hijos de nuestro Padre Celestial pudieran vivir y obtener experiencia. Adán y Eva fueron los primeros hijos de Dios en venir a la tierra; vivieron en un lugar llamado el Jardín de Edén, en donde aún se encontraban en la presencia de Dios.

Nuestro Padre Celestial dio a Adán y a Eva el **albedrío**, o sea, la libertad de escoger. Les mando que no comiesen el fruto del árbol de la ciencia del bien y del mal. El obedecer ese mandamiento significaba que podrían permanecer en el jardín de Edén, pero que no podrían progresar al aprender por medio de las experiencias y los desafíos. **Satanás** tentó a Adán y a Eva para que comiesen el fruto prohibido, y ellos eligieron hacerlo; era parte del plan de Dios. Debido a su decisión, fueron separados de la presencia de Dios, tanto **física** como **espiritualmente**; se volvieron mortales, o sea, estaban sujetos al pecado y a la muerte; y no podrían volver a Él si su ayuda. A su separación de Dios, tanto física como espiritual, se llama “la Caída”.

Después de **la Caída**, nuestro Padre Celestial envió ángeles y al Espíritu Santo para que enseñaran a Adán y a Eva el Plan de Salvación. La expiación de Jesucristo es la parte central de este plan, la cual permite que los hijos de Dios superen los efectos ocasionados por la Caída y tengan gozo en esta vida y en la eternidad.

Debido a la Caída, usted está separado de Dios, tanto física como espiritualmente. Esa separación es parte del plan de Dios para Sus hijos. El propósito que usted dejara Su presencia para venir a la tierra incluye el adquirir un cuerpo físico, obtener experiencia y aprender y aprender a tomar las decisiones correctas.

Muchos aspectos de la vida brindan felicidad, mientras que otros traen pesar. Esas experiencias le ayudan a aprender a distinguir entre el bien y el mal, ya tomar decisiones correctas. Dios influye en usted para hacer el bien y para que le siga, mientras que Satanás lo tienta para que no haga caso a Dios y cometa pecados. El **pecar** es optar deliberadamente por no hacer lo correcto. Si usted elige seguir a Dios y guardar Sus mandamientos, progresa en **sabiduría** y fortaleza de carácter; puede experimentar **gozo** aun en momentos de **tribulación**, y puede afrontar los **desafíos** de la vida con un espíritu en paz. Usted ha tomado muchas buenas decisiones en su vida, pero también ha tomado algunas malas. Cuando toma malas decisiones y peca, en cierta forma se aleja de Dios. En las escrituras, a esta separación se le llama **muerte espiritual**. Además de alejarse de Dios, el pecado también hace que se sienta culpable y avergonzado. Usted solo no puede vencer el pecado ni sus consecuencias.

Debido a que nuestro Padre Celestial lo ama, envió a Su Hijo Jesucristo a pagar por los pecados de usted. Ese pago es parte de la **expiación** de Jesucristo. Él sufrió voluntariamente por los pecados, los dolores, las enfermedades y las penas de usted. Por medio de Su **gracia** y Su **misericordia**, Él puede ayudarlo con sus pruebas y aliviarlo de culpa y de la pena que son el resultado de sus pecados.

Al pagar por sus pecados, Jesús no lo privó de su albedrío ni de su responsabilidad personal; Él no lo purificará en contra de su voluntad. Para recibir Su ayuda y Su fortaleza, usted debe ejercer fe en el Él, arrepentirse, ser bautizado, recibir el Espíritu Santo y optar por seguir sus enseñanzas el resto de su vida. Al confiar en la **Expiación**, usted sentirá el amor de Dios y Él lo ayudará a soportar sus pruebas; y usted sentirá gozo, paz y consuelo. Todo lo que parece ser injusto en la vida se rectificará a través de la expiación de Jesucristo y de la misericordia y del amor de nuestro Padre Celestial. La **Expiación** es el núcleo del Plan de Salvación.

¿A dónde iré después de esta vida?

Desde una perspectiva terrenal, se puede pensar que la **muerte física** es el fin, pero en realidad es el principio, un paso a seguir el plan de nuestro Padre Celestial. Al morir, su espíritu abandonará su cuerpo físico e ira al **mundo de los espíritus**, el cual es un lugar de aprendizaje y de preparación. En el mundo de los espíritus, los **recuerdos** que tenga de esta vida permanecerán con usted.

La muerte no cambiara su personalidad ni su deseo por lo que es bueno o malo. Si elige seguir a Cristo durante su vida en la tierra, estará en paz en el **mundo de los espíritus** y descansará de preocupaciones. Aquellos que no opten por seguir a Jesucristo y no se arrepienten serán desdichados.

Nuestro Padre Celestial sabía que muchos de sus hijos nunca tendrían la oportunidad de aprender acerca de Jesucristo durante esta vida y que otros preferirían no seguirlo. Debido a que Él ama a Sus hijos, Dios proporcionó la forma para que quienes están en el **mundo de los espíritus** aprendan acerca de Su plan, tengan fe en Jesucristo y se arrepientan. Aquellos que acepten y sigan a Jesucristo tendrán paz y descanso.

Uno de los grandes dones de Dios para todo aquel que viene a la tierra en la **Resurrección**, la cual es posible a través de la expiación de Jesucristo. Cuando Jesús murió en la cruz, Su espíritu fue al **mundo de los espíritus**. Tres días después, Su espíritu se reunió con su **cuerpo** glorificado y perfecto, el cual ya no podía morir. A esta unión del cuerpo físico y del espíritu se le llama **resurrección**. Todo el que nace en la tierra será resucitado.

Después de que usted sea **resucitado**, comparecerá ante Dios para ser **juzgado** de acuerdo con sus obras y los deseos de su corazón.

-Todos mis compañeros hemos seguido con atención la extensa explicación acerca del Plan de Salvación. Finalmente, Paco Oyarzabal preguntó:

¿Cuáles son los grados de gloria?

Después de que usted sea juzgado, vivirá en un estado de gloria. Debido a que sus obras y los deseos de cada persona son distintos, en el cielo existen diferentes reinos, o grados de gloria.

- 1. El reino celestial.** Nuestro Padre Celestial y Jesucristo moran en el reino celestial. Si usted vive de acuerdo con el Evangelio de Jesucristo y es purificado del pecado mediante la Expiación, recibirá un lugar en este, el reino más alto; vivirá en presencia de Dios y disfrutara de un gozo pleno.
- 2. El reino terrestre.** Las personas que rehúsen aceptar el evangelio de Jesucristo, pero que vivan una vida honorable recibirán un lugar en el reino terrestre.
- 3. El reino telestial.** Aquellos que continúen en los pecados y que no se arrepientan recibirán un lugar en el reino de menor grado.

	ETAPAS DEL PLAN DE DIOS
I	La vida preterrenal (espíritu)
II	La vida en la Tierra (espíritu y cuerpo físico)
III	El mundo de los espíritus (espíritu)
IV	Grados de gloria (espíritu y cuerpo físico)

¿Qué significado tiene el Plan de Dios?

Al comprender que Dios es su Padre, que Él lo ama y que ha hecho posible que tenga **experiencia** y **conocimiento** aquí, y llegue a ser como Él después de esta vida, usted sabe la importancia que tienen sus decisiones durante esta vida; y comprende que debe seguir a **Jesucristo** para recibir la plenitud de las bendiciones del plan de nuestro Padre Celestial.

-Después de esta charla amena, le dimos gracias a nuestro maestro.

Antes de retirarnos nos dijo:

- El segundo domingo de mayo se celebra el “Día de la Madre” en muchos países del Mundo. En la capilla de mi barrio el Obispo contó este diálogo ficticio y didáctico entre Dios y el hombre, dedicado a todas las madres.

Los hombres y mujeres habitaron como espíritus junto al Padre Celestial y su Hijo Jesús, en la **vida preterrenal**. Cuando aceptamos el Plan de nuestro Padre Celestial, los hombres y mujeres nacemos en la Tierra, adoptando un cuerpo físico (de carne y hueso). Víspera de nuestro nacimiento nos despedimos de nuestro Padre Celestial.

- Se produce el siguiente Diálogo entre Dios y el hombre:

HOMBRE: Padre Celestial no quiero ir a la Tierra, yo soy feliz aquí, junto a Usted y su Hijo Jesús, pues aquí nada me hace falta.

- Faltan minutos para el nacimiento del hombre en la Tierra, y el hombre ve alejarse a Dios.

DIOS: El Plan está en marcha, en breve nacerás en la Tierra.

- El hombre como espíritu se encuentra resignado a cumplir el Plan de Dios

HOMBRE: ¿Cómo regresar a tu presencia Padre Eterno?

DIOS: En la Tierra debes seguir a **Jesucristo** para recibir la plenitud de las bendiciones del Plan.

HOMBRE: ¿Quién cuidará de mí en la Tierra?

DIOS: Hay una mujer que cuidará de ti, ella es un ser maravilloso y es capaz de dar su propia vida por ti.

HOMBRE: ¿Dime por favor cómo se llama para buscarla?

- El hombre observa a Dios desde muy lejos.

DIOS: será muy fácil encontrarla, sólo diga MAMÁ.

- Y el hombre recién nacido lloró muy fuerte, en brazos de su madre.

Lo dejo en nombre de nuestro amado Señor Jesucristo, AMEN.

En el mes de junio era considerado el mejor profesor del colegio, según la encuesta hecha a los profesores por los estudiantes de la promoción 1972.

En el recreo regalaba caramelos y bizcochos a los niños que mejor comportamiento tenían en la formación general del día lunes, a quienes pedía que canten fuerte, muy fuerte, el Himno Nacional y también el himno del colegio.

A veces pienso que nuestro maestro buscaba siempre justificaciones para premiar a los niños, púberes y adolescentes.

Todos los estudiantes estaban contentos por su forma didáctica y amena en que enseñaba la asignatura de Ciencias Naturales. Iniciaba su clase con una motivación, en base a anécdotas y biografías de científicos famosos.

En el mes de julio desarrollamos el tema de energía, y nos dimos cuenta que a nuestro profesor le fascinaba hablar de la vida y obra de Albert Einstein Koch y de la Teoría de la Relatividad. Al iniciar su clase nos dijo:

- Estimados estudiantes escuchen por favor y memoricen lo siguiente:

***ALBERT EINSTEIN** (1879 – 1955) fue un hombre de ciencia genial, creador de la teoría de la relatividad, que revolucionó el pensamiento. En 1905 publicó un trabajo dedicado a la Teoría Especial de la Relatividad. En 1907 obtuvo la fórmula que relaciona la energía y la masa de un cuerpo. En 1915 publica la Teoría General de la Relatividad; de esta teoría se desprenden nuevas leyes de la gravitación y la deducción acerca de la curvatura del espacio. La aportación que hizo Albert Einstein a la física no se limita a la Teoría de la Relatividad, del trabajo de Max Planck saca la conclusión sobre la existencia del fotón, o sea, de una partícula de luz y logra explicar el fenómeno del Efecto Fotoeléctrico por el cual recibe el premio Nobel de la Física en 1921.*

El profesor de Ciencias Naturales era un maestro que se emocionaba cuando enseñaba, y daba muestras de sabiduría y de exigencia académica. A los estudiantes más pobres de la clase, regalaba sus libros usados; y a los otros estudiantes que cumplían puntualmente con la tarea les regalaba figuras de artistas y futbolistas famosos. Pues nuestro maestro era tipo fuera de serie, tenía una cultura muy amplia. Nos hablaba de la teoría de los Agujeros Negros, de la temperatura mínima, de la cantidad de carga eléctrica mínima, de la rapidez máxima de la luz en el vacío y de las fronteras de la física.

En la pizarra de color verde oscuro hacía, mapas conceptuales, esquemas, gráficos y dibujos muy lindos, utilizando la regla, la escuadra, el compás y muchas tizas colores. En verdad que su clase realmente era motivadora, todos los estudiantes pretenderíamos hacer igual en nuestros cuadernos.

Cuando explicó el sistema de referencia inercial y no inercial, la fuerza de inercia y el principio de equivalencia se esforzó hasta el cansancio, hablaba fuerte y luego pausado, transpiraba y volvía a insistir con voz fuerte, sin gritar, en lo que consideraba lo más importante de la teoría, en suma, era un artista enseñando. Al término de la clase los estudiantes aplaudimos de pie. Él también se emocionó, mostró una leve sonrisa de agradecimiento, luego volteo hacia la pizarra, disimuló su nerviosismo observando los gráficos.

Llegamos al mes de diciembre, y nos enteramos que nuestro profesor de Ciencias naturales viajaba a Brasil, a la Universidad de Rio de Janeiro, a estudiar una maestría en Enseñanza de las Ciencias Naturales.

La misma vida de este gran maestro fue una motivación al estudio de las Ciencias de muchos jóvenes que lo conocimos en las aulas. Que nuestro “Padre Celestial” dé larga vida a este hombre de corazón sincero.

Capítulo N° 4 LA DESPEDIDA

En marzo de 1973 nos matriculamos en el colegio “San Ramón”, en el tercer grado de secundaria, en el turno mañana. Paco Oyarzabal destacó en matemática y ciencias naturales el año anterior. El 24 de mayo es el aniversario de fallecimiento del papá de Paco. Han pasado ya siete años y Paco seguía recordando a su padre como si fuera ayer. Mi amigo Paco estaba muy preocupado, es costumbre del pueblo de Tarma hacerle una misa recordando a la persona que se fue a otro mundo. Ya tenía las invitaciones para los familiares y amigos de don Pedro Oyarzabal Arellano, la misa sería el domingo a las 10:00 en la iglesia de “Santa Ana”.

Paco nos confesó:

- Estoy escribiendo un poema para el día 24 de mayo, recordando la partida de mi padre de esta tierra tan querida.

Muy sentimental agregó:

- Iremos al cementerio a las 15:00 horas y luego yo lo recitaré frente a su mausoleo. Estoy imaginando el día de su muerte, estoy imaginado como fue su partida. Quiero imaginarme, ¿cómo le hubiera gustado que sea su despedida?

El siguiente es el poema que Paco escribió en memoria de su padre, titulado “**Despedida**”:

I

*He subido a esta peña para observarte quebrada ají,
pero esta tarde triste he llorado como un niño,
porque he vuelto a escuchar el eco
del bullicio alegre de mi infancia en esta quebrada.
Siento que será la última vez
que observo tus campos verdes, tus eucaliptos,
tus guindales, tu tara-tara, tu champita y tu shojlita.
Siento que será la última vez que escucharé
el dulce cantar de tus picaflores en las mañanas y
el triste canto de tus chiguacos en el atardecer.*

II

*Siento que me iré a un mundo nuevo,
pero mi Tarma no permitas que me vaya sin fiesta,
quiero una despedida con tus danzas y tus cantos,
quiero bailar en tu Carnaval el melodioso “corta monte”,
quiero sentir el gozo de ser el Padrino de este último árbol
con mi ágil pareja de encanto juvenil.
Quiero sentir la satisfacción de ser el Mayordomo de la Santísima Cruz
del 22 de mayo en honor al Señor de Muruhuay,
quiero bailar cargando la Cruz adornado con flores frescas,
quiero bailar alzando el Guión bordado con hilos de oro y plata,
quiero sentir el gozo de ser el “guiador punta” de este grupo de chonguinos,
quiero bailar con mi compañera éste mi último paso.*

III

*Tarma quiero partir de esta vida bailando
tus Mulizas, tus Pasacalles, y un Vals tarmeño.
Tarma quiero partir de esta vida escuchando cantar
al vocalista del barrio Collana, al popular “Ventanita”,
tus Tristes, tus Yaravíes, tus Mulizas y tus Huaynos.
Tarma quiero partir de esta vida escuchando
por última vez al centro musical “Lira Tarmeña”
entonando el huayno “Picaflor Tarmeño”.
Tarma quiero partir de esta vida escuchando
la voz de un bohemio Cantor con sentimiento tarmeño,
los mismos versos que escucharon mis abuelos y mis padres y
los que escucharán mis hijos y mis nietos.*

IV

*Tarma quiero llevarme el recuerdo de todo lo que me diste:
El canto de tus Palomitas y tus Jilgueritos.
El aroma de tus Flores, de tus Hortalizas y tus Hierbas.
El sabor de tu Pachamanca, de tu Picante de Cuy,
de tu Caldo de cabeza, de tu Chupe de habas, de tu Puchero,
de tus Humitas, de tus Tamales y de tus Panes.
El dulce de tus Manjares, tus Maicillos y tus Bizcotelas.
La frescura de tu agua de Puquial y de tu Chicha de Jora.
El frío de tu aguacero de enero y el calor de tu Sol de Mayo.
La alegría de tus Carnavales y el Amor de mi paisana.*

V

*Ya llegó la hora de mi partida,
avisen a mi comadre y a mi compadre,
también a mis primas y a mis primos,
a mis tías y a mis tíos,
a mi abuela y a mi abuelo,
a mis hermanas y a mis hermanos,
a mi madre y a mi padre,
a mis hijas y a mis hijos,
quiero despedirme de todos ellos.
Recuerden familiares, amigos y paisanos:
Nada es eterno en la Vida.*

VI

*Hijas e hijos, no recuerden lo severo y exigente que fui,
les digo que: “sólo cumplí con mi deber de Padre”.
Y tu mujer y compañera no llores más,
te dejo el tesoro más grande: nuestros Hijos,
cuida todos los días su salida y su entrada,
cuida sus pasos siempre.*

*Y tu mujer y compañera no llores más,
no olvides todo lo que hemos vivido,
en las buenas y en las malas, siempre juntos.
Y tu mujer y compañera no llores más,
te digo: Adiós para siempre.*

Luego de recitar este poema, Paco, lloró, se calló y otra vez lloró, quizás las lágrimas acumuladas de muchos años, pues de niño no comprendió bien que su padre y amigo había partido de este mundo para siempre. Sus amigos y familiares lo abrazaban y le besaban y otra vez lo abrazaban para consolar esta inmensa tristeza.

Después de muchos años Francisco Oyarzabal Pérez, me escribió una carta, donde me dice:

- Hoy 23 de agosto del 2003 día de mis cumpleaños, que escribo estas líneas tengo 45 años y, a veces, en mi nostalgia, siento la impresión de que continuó siendo una criatura. Ahora soy yo quien enseña Ciencias Naturales a los jóvenes, quien les asiste con textos escolares a los más pobres, quien regala figuritas de artistas a los púberes y reparte bizcochos y caramelos a los niños, porque la vida sin ternura no vale gran cosa. A veces soy feliz en mi ternura, a veces me engaño, lo que es más común.

EPÍLOGO

Los años pasaron, pues el tiempo no espera, Francisco Oyarzabal Pérez estudió Física y Matemática en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Ha publicado más de 20 textos, de física, matemática y astronomía. Enseña física y matemática en la universidad y los centros educativos privados.

José Llavería De la Canal cumplió 45 años el 22 de mayo del 2003, es un próspero empresario que viaja por todo el mundo, comprando y vendiendo joyas de oro y plata.

Y yo, Jesús Mancilla Palomino trabajo en la editorial “Escuela Nueva” en Lima, escribiendo textos de lectura para niños.

BIBLIOGRAFÍA**TEXTOS DE TEORÍA**

1. Título: Introducción a la Física; Autores: Marcelo Alonso y Virgilio Acosta; Editorial: Edición Cultural, Bogota – Colombia. Volúmenes: I y II.
2. Título: Física Universitaria; Autores: Sears / Zemansky / Young; Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana, 2003.
3. Título: Física preuniversitaria; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: San Marcos colección “UNICIENCIA”, Lima Perú, Tercera edición 2005.
4. Título: Física para estudiantes de educación secundaria; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: Escuela Nueva, Lima Perú, 2005.
5. Título: Física y química, preuniversitaria; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: Universidad Ricardo Palma, CEPURP, tercera edición 2005.
6. Título: Física conceptual Autor: Paul G. Hewitt Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana.
7. Título: Unidades de las magnitudes físicas y sus dimensiones; Autor: Lev A. Sena; Editorial: Mir Moscú.
8. Título: Física Moderna; Autor: Carlos De la Cruz González; Editorial: Cuzcano, Lima Perú 2004.
9. Título: Electricidad y magnetismo; Autor: A. N. Matveev Editorial: Mir Moscú.
10. Título: Física I, II, III y IV. Autores: Piórishkin y Ródina Editorial: Mir Moscú, 1982
11. Título: Física Básica, Volumen II Autor: Jaime I. Aguirre; Editorial: San Marcos, 1989.
12. Título: Curso breve de Mecánica Teórica; Autor: Simeón Targ; Editorial: Mir Moscú, cuarta edición 1981.
13. Título: Física general, con experimentos sencillos; Autores: Beatriz Alvarenga y Antonio Máximo; Editorial: BRAZIL, 2000.
14. Título: Física, volúmenes I, II y III; Autor: Marcelo Alonso y Edgard J. Finn Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana, 1975.
15. Título: FÍSICA, volúmenes I y II; Autor: R. A. Serway; Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana, 2004.

TEXTOS DE PROBLEMAS

16. Título: Libro de Problemas; Autores: Profesores de la academia preuniversitaria “Cesar Vallejo”; Editorial: Lumbreras, primera edición 1984.
17. Título: Problemas de Física; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: San Marcos, Lima Perú. Primera edición 1991.
18. Título: Física Elemental; Autor: Andrés Custodio García; Editorial: Colecciones IMPECUS
19. Título: Problemas seleccionados de la física elemental; Autores: Saráeva, Miákishev, Krívchenkov, Bújovtsev; Editorial: Mir Moscú.
20. Título: Problemas y experimentos recreativos de física; Autor: Ya. I. Perelmán; Editorial: Mir Moscú.
21. Título: Problemas y ejercicios de física; Autores: Gladkova, Dobronrávov; Editorial: Mir Moscú.

22. Título: Problemas de física general; Autores: I. E. Irodov; Editorial: Mir Moscú.
23. Título: Problemas de Física; Autores: O. Ya. Sávkchenko, Zubkov, Vorobiev; Jaritónov; Editorial: Mir Moscú.
24. Título: Física en ejemplos y problemas; Autores: Búticov, Bícov, Kondrátiev; Editorial: Mir Moscú.
25. Título: Problemas Especiales de Física; Autores: Orlando Ramírez Urbano y Walter Pérez Terrel; Editorial: San Marcos, Lima Perú, 1990.
26. Título: Problemas y ejercicios prácticos de Astronomía; Autores: Vorontsov y Veliamínov; Editorial: Mir Moscú.
27. Título: Problemas de Física; Autor: S. Kósel; Editorial: Mir Moscú.
28. Título: Problemas de electromagnetismo; Autor: Miguel Furman; Editorial: Edición para estudiantes universitarios.
29. Título: Olimpiadas de Física de la Unión Soviética; Autores: Orlov y Slobodetski; Editorial: Mir Moscú, 1982.
30. Título: Problemas experimentales ingeniosos de Física; Autor: V. N. Langue; Editorial: Mir Moscú, 1979.
31. Título: FÍSICA⁺⁺; Autores: Régulo Sabrera Alvarado y Walter Pérez Terrel. Editorial: WH editores, 1996.

TEXTOS DE LECTURA

32. Título: Cuerpos físicos, Moléculas, Electrones, Fotones y Núcleos; Autores: Lev Davinovich Landau, A. I. Kitaigorodski Editorial: Mir Moscú.
33. Título: Preguntas y problemas de Física; Autor: L. Tarásov, A. Tarásova; Editorial: Mir Moscú
34. Título: Charlas sobre la refracción de la luz; Autor: L. Tarásov, A. Tarásova; Editorial: Mir Moscú
35. Título: El principito; Autor: Antoine de Saint-Exupéry; Editorial: Escuela Nueva SAC, Lima Perú.
36. Título: Historia de la física; Autor: James Jeans; Editorial: Fondo de Cultura Económica, México.
37. Título: Nicolás Copérnico; Autor: Angus Armitage; Editorial: Ediciones PEUSER Argentina – Buenos Aires.
38. Título: ¿Qué es la teoría de la relatividad? Autor: L. Landau, Y. Rumor; Editorial: Mir Moscú
39. Título: ¿Qué es la Mecánica Cuántica?; Autor: V. I. Rídnik; Editorial: Mir Moscú.
40. Título: ¡Conozcamos la Cinemática! Autor: G. Kopylov; Editorial: Mir Moscú.
41. Título: Física y geometría del desorden; Autor: A. Afros Editorial: Mir Moscú
42. Título: Albert Einstein, correspondencia con Michele Besso; Autor: Derechos reservados; Editorial: METATEMAS.
43. Título: Física del Plasma; Autores: V. Milántiev y S. Temko; Editorial: Mir Moscú.
44. Título: Rompecabezas y paradojas científicos; Autor: Christofher P. Jargocki Editorial: Biblioteca Científica Salvat.

45. Título: Termodinámica para muchos; Autores: Krichevski y Pretianov; Editorial: Mir Moscú, 1980
46. Título: Los secretos de los semiconductores; Autores: Borisov y Piatnova Editorial: Mir Moscú, 1975.
47. Título: El cristal vivo; Autor: Ya. E. Gueguzin; Editorial: Mir Moscú, 1981.
48. Título: La temperatura; Autor: Ya. Smorodinski; Editorial: Mir Moscú, 1981.
49. Título: Fundamentos de la filosofía marxista-leninista; Autor: Academia de Ciencias de la URSS; Editorial: Mir Moscú, 1975.
50. Título: De la Tierra a la Luna; Autor: Julio Verne; Editorial: Colección SAETA.
51. Título: Física Recreativa Volúmenes 1 y 2. Autor: Yakov Perelman; Editorial: Mir Moscú, 1975.
52. Título: Uno, dos, tres,..., infinito; Título: Una estrella llamada Sol; Autor: George Gamow; Editorial: Mir Moscú, 1980.
53. Título: Teoría Especial de la Relatividad; Autor: Albert Einstein Koch; Editorial: San Marcos, Lima Perú, 1995.
54. Título: HISTORIA DEL TEMPO: Del Bing Bang a los Agujeros Negros; Autor: Stephen W. Hawking; Editorial: Fondo Iberoamericano, 1990.

DICCIONARIOS, COMPENDIOS, GUÍAS Y OTROS

55. Título: Prontuario de Física; Autor: B. M. Yavorski y A. A. Detlaf; Editorial: Mir Moscú.
56. Título: Física experimental para todos; Autor: Alexander Efron; Editorial: Ramón Sopena. Barcelona- España.
57. Título: Sistema Internacional de Unidades de Medida; Autor: José Dajes Castro; Editorial: Fondo Editorial del Congreso del Perú.
58. Título: Diccionario de Matemática; Autor: Felipe Sebastiani Carranza; Editorial: Escuela Nueva SAC, Lima – Perú.
59. Título: Ciencia Recreativa; Autor: José Estalella; Editorial: Gustavo Pili, Barcelona España.
60. Título: Laboratorio de Física; Autores: Irwin Genzer y Philip Youngner; Editorial: Publicaciones CULTURAL, México 1976.
61. Título: Laboratorio de Física General; Autor: Oscar Monroy Cárdenas; Editorial: Facultad de Ciencias Físicas, UNMSM, 2003.

DIRECCIONES WEB

62. www.didactika.com. Portal educativo de Ciencias dirigido por Orlando Ramírez Urbano. Perú.
63. www.profisica.cl/experimentos.html. Portal educativo dirigido por Nelson Mayorga. Chile.
64. www.cienciafacil.com/fisica.html. Portal educativo. Colombia.
65. <http://grups.es/didactika/yahoo.com>. Grupo «Amigos de la Física» dirigido por Lic. Walter Perez Terrel, U.N.M.S.M., Perú.
66. http://grups.es/albert_einstein_koch/yahoo.com. Compendio de Física. Dirigido por Lic. Walter Perez Terrel, U.N.M.S.M., Perú.