Teoría y problemas de
FISICA GENERAL
Nivel Preuniversitario
Volumen 2/4

Autor: Walter Lauro Pérez Terrel

Editorial: VESTSELLER / Brasil

Título original:

FÍSICA GENERAL para estudiantes preuniversitarios.

Autor: **Walter Lauro PÉREZ TERREL**
Licenciado en Ciencias Físicas.
Universidad Nacional Mayor de San Marcos,
Decana de América, fundada el 12 de mayo de 1551. Lima, PERÚ.
Facultad de Ciencias Físicas.

Última experiencia laboral. Colegio de Alto Rendimiento. COAR LORETO.
Ciudad de Iquitos. Loreto Perú.
2019

Carátula: fotografía de Albert Einstein, montando bicicleta.

Publicaciones:
Primera edición: 2021
Editorial ***VESTSELLER*** Brasil.

FISICA GENERAL

Autor: Lic. WALTER LAURO PÉREZ TERREL

1. **Créditos. Dedicatoria. Prólogo del autor. Contenidos.**
   VOLUMEN 1/4

2. **INTRODUCCIÓN A LA FISICA**. Revisión matemática. Método Científico. Ecuaciones. Grafica y funciones. Ecuación de la recta. Ecuación de la Parábola. Notación Científica. Teoría de errores. Incertidumbre relativa y absoluta.

3. **ANALISIS DIMENSIONAL**. Sistema internacional de unidades. Principio de homogeneidad dimensional. Fórmulas dimensionales. Fórmulas empíricas.

4. **ANALISIS VECTORIAL**. Vector. Operaciones con vectores. Método del paralelogramo. Método del polígono. Descomposición rectangular. Descomposición poligonal. Vectores unitarios cartesianos.

5. **ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO MECÁNICO**. Sistema de referencia. Medidas del movimiento. Vector posición. Desplazamiento. Intervalo de tiempo. Velocidad media.

6. **MRU.** Movimiento rectilíneo uniforme. Velocidad constante. Ley de Kepler para el M.R.U.

7. **MRUV.** Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Aceleración constante. Números de Galileo.

8. **MOVIMIENTO DE CAÍDA LIBRE VERTICAL. MCLV.** Aceleración de la gravedad. Números de Galileo.

9. **GRAFICAS DEL MOVIMIENTO.** Posición versus tiempo. Velocidad versus tiempo. Aceleración versus tiempo.

10. **MOVIMIENTO RELATIVO**. Velocidad y aceleración relativa. Principio de Relatividad según Galileo.

11. **MOVIMIENTO DE CAÍDA LIBRE PARABÓLICO**. Movimiento compuesto. Principio de Independencia de los movimientos según Galileo.

12. **MCU.** Movimiento circunferencial uniforme. Velocidad angular constante.

13. **MCUV.** Movimiento circunferencial uniformemente variado. Aceleración angular constante.

14. **CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO.** Centro instantáneo de rotación. Velocidad angular de rotación. Velocidad de traslación.

15. **ESTÁTICA I**. Equilibrio. Fuerza. Fuerza de gravedad. Tensión. Compresión. Fuerza elástica. Ley de Hooke. Fuerza de reacción normal. Leyes de Newton. Diagrama de cuerpo libre. Teorema de las tres fuerzas.

16. **ESTÁTICA II.** Cuerpo rígido. Momento de una fuerza. Equilibrio de un cuerpo rígido. Centro de gravedad. Teorema de Varignon.

17. **CENTRO DE GRAVEDAD.** Centro de masa, centro de gravedad, centroide.

18. **DINÁMICA RECTILINEA**. Inercia. Masa. Movimiento rectilíneo y aceleración tangencial. Fuerza de inercia. Principio de D´Alambert. Método de Atwood para resolver problemas de dinámica rectilínea. Segunda ley de Newton.

19. **DINÁMICA CIRCUNFERENCIAL.** Segunda ley de Newton para el movimiento circunferencial. Fuerza resultante centrípeta. Aceleración centrípeta.

VOLUMEN 2/4

20. **TRABAJO.** Trabajo mecánico. Cantidad de trabajo hecho por una fuerza constante. Cantidad de trabajo hecho por la fuerza gravitatoria. Cantidad de trabajo neto.

21. **POTENCIA.** Potencia mecánica. Potencia en función de la velocidad. Eficiencia o rendimiento.

22. **ENERGÍA**. Formas de energía. Energía cinética. Energía potencial gravitatoria y elástica. Energía mecánica. Principio de conservación de la energía mecánica. Teorema de la energía cinética. Teorema del trabajo y la energía mecánica.

23. **CANTIDAD DE MOVIMIENTO.** Cantidad de movimiento. Impulso. Teorema del impulso y la cantidad de movimiento. Principio de conservación de la cantidad de movimiento.

24. **CHOQUES**. Colisiones. Coeficiente de restitución. Tipos de colisiones. Leyes de reflexión en las colisiones. Velocidad de rebote.

25. **DINAMICA DEL CUERPO RIGIDO**. Momento de inercia. Energía cinética de rotación. Aceleración angular.

26. **GRAVITACIÓN**. Ley de gravitación universal. Variación de la intensidad del campo gravitatorio con la altura. Energía potencial de interacción gravitatoria. Movimiento planetario. Leyes de Kepler.

27. **OSCILACIONES**. Movimiento armónico simple. Elementos del M.A.S. Energía mecánica. Acoplamiento de resortes. Péndulo simple. Periodo y frecuencia.

28. **PENDULO SIMPLE**. Variación del periodo con respecto a la longitud de la cuerda.

29. **ONDA MECÁNICA**. Elementos de una onda. Velocidad de una onda. Velocidad de una onda en una cuerda tensa.

30. **ACUSTICA**. Ondas Senoidales. Sonido. Intensidad del sonido. Nivel de intensidad del sonido.

31. **EFECTO DOPPLER**. Cambio de la frecuencia. Cambio de la longitud de onda.

32. **HIDROSTÁTICA.** Fluido. Densidad. Fuerza de gravedad y peso. Presión. Presión hidrostática. Principio fundamental de la hidrostática. Vasos comunicantes. Principio de Pascal. Prensa hidráulica. Presión atmosférica. Principio de Arquímedes. Empuje.

VOLUMEN 3/4

33. **HIDRODINAMICA.** Caudal. Ecuación de la continuidad. Teorema de Bernoulli.

34. **TEMPERATURA.** Temperatura relativa y absoluta. Escalas termométricas.

35. **DILATACIÓN.** Dilatación lineal. Dilatación superficial. Dilatación volumétrica. Cambio de la densidad con la temperatura. Coeficiente de dilatación.

36. **CAMBIO DE TEMPERATURA.** Calor. Capacidad calorífica. Calor especifico. Cantidad de calor sensible. Calorímetro de mezclas. Equivalente mecánico del calor.

37. **CAMBIO DE FASE.** Cambio de fase. Calor latente. Cantidad de calor latente.

38. **TRANSFERENCIA DE CALOR.** Flujo calorífico.

39. **GASES.** Gas ideal. Temperatura. Presión del gas. Ecuación de estado de un gas ideal. Ecuación de procesos.

40. **PRIMETRA LEY DE LA TERMODINÁMICA.** Energía interna del gas ideal. Primera ley de la termodinámica.

41. **SEGUNDA LEY DE LA TERMODINAMICA.** Maquina térmica. Ciclo de Carnot.

VOLUMEN 3/4

42. **LEY DE COULOMB**. Cuerpos electrizados. Carga eléctrica. Ley de Coulomb.

43. **CAMPO ELÉCTRICO**. Intensidad del campo eléctrico. Potencial eléctrico. Diferencia de potencial.

44. **ENERGIA POTENCIAL ELECTRICA.**

45. **POTENCIAL ELECTRICO**. Diferencia de potencial en campo eléctrico homogéneo.

46. **ENERGIA DE POTENCIAL DE INTERACCION ELECTRICA**.

47. EQUILIBRIO ELECTROSTATICO.

48. CAPACIDAD ELÉCTRICA. Condensador plano. Energía acumulada en el condensador.

49. ASOCIACIÓN DE CONDENSADORES. Conexión serie y paralelo. Teorema de la trayectoria para condensadores.

50. CORRIENTE ELÉCTRICA. Intensidad de corriente eléctrica. Resistencia eléctrica. Ley de Poulliet. Resistividad eléctrica. Ley de Ohm.

51. ASOCIACIÓN DE RESISTENCIAS. Conexión serie y paralelo.

52. POTENCIA ELECTRICA. Fuerza electromotriz. Potencia eléctrica de una fuente eléctrica. Ley de Joule-Lenz.

53. CIRCUITOS ELECTRICOS. Teorema de la trayectoria. Circuitos eléctricos. Leyes de Kirchhoff.

54. MAGNETISMO. Magnetismo terrestre. Imán natural. Polos magnéticos. Intensidad del campo magnético. Campo magnético uniforme y homogéneo. Cupla. Flujo magnético.

55. ELECTROMAGNETISMO I. Efecto Oersted. Campo magnético. Intensidad del campo magnético. Ley Biot-Savart. Campo magnético generado por corrientes rectilíneas y curvilíneas.

56. ELECTROMAGNETISMO II. Acción de un campo magnético sobre una corriente eléctrica. Ley de Ampere. Acción y reacción entre dos corrientes paralelas. Movimiento de las partículas cargadas dentro de los campos eléctricos y magnéticos. Fuerza de Lorentz. Campo magnético creado por un solenoide.

57. ELECTROMAGNETISMO III. Inducción electromagnética. Ley de Faraday. Corriente inducida. Ley de Lenz. Corriente eléctrica alterna. Transformadores.

VOLUMEN 4/4

58. ÓPTICA. Espectro electromagnético. Luz. Rapidez de la luz en el vacío. Óptica geométrica. Índice de refracción. Leyes de reflexión y refracción de la luz. Ley de Snell. Fotometría.

59. ESPEJOS PLANOS. Formación de imágenes en espejos planos.

60. ESPEJOS ESFÉRICOS. Ecuación de los focos conjugados. Aumento. Formación de imágenes.

61. REFRACCION DE LA LUZ. Aplicación de la ley de Snell.

62. **LENTES DELGADAS.** Lentes convergentes y divergentes. Ecuación de los focos conjugados. Aumento. Ecuación de los fabricantes de lentes. Formación de imágenes.

63. **PRINCIPIO DE FERMAT.** El camino mas rápido.

64. **CUERPO NEGRO**. Radiación del cuerpo negro.

65. **TEORIA CUANTICA DE PLANCK**. Fotones**.** Ley de Stefan-Boltzmann

66. **EFECTO FOTOELÉCTRICO**. Energía de las Ondas electromagnéticas. Fotoelectrones. Función trabajo.

67. **RAYOS X.** Diferencia de potencia. Aceleración del electrón.

68. **EFECTO COMPTON**. Longitud de onda de Compton.

69. **OPTICA FISICA.** Interferencia, difracción, polarización.

70. **TEORÍA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD**. Aumento de la masa. Dilatación del tiempo. Contracción de la longitud. Relación entre la masa y la energía. Momentum lineal o cantidad de movimiento relativista. Energía cinética relativista.

71. **BIBLIOGRAFÍA.**

<u>DEDICATORIA</u>

A, Laura Pérez Plaza.
A, Mónica Pérez Contreras.
A, Diego Pérez Contreras.

PRÓLOGO DEL AUTOR

El presente libro está destinado a los alumnos y alumnas de educación secundaria, estudiantes preuniversitarios, a los jóvenes de institutos y de bachillerato internacional.

A fin de facilitar el manejo del compendio y facilitar su asimilación del material, al comienzo de cada capítulo figuran varios ejemplos de problemas típicos y se da solución detallada de los mismos. Esos ejemplos han sido elegidos de manera tal que el alumno al trabajar por su propia cuenta pueda superar todas las dificultades que le surjan en el proceso de la resolución de problemas sin recurrir a fuentes complementarias.

La cantidad de ejemplos y problemas, así como el grado de complejidad se han seleccionado con el objetivo de lograr una sólida asimilación del material. Los problemas cuantitativos se han elegido de tal manera que los alumnos puedan aclarar la esencia de las leyes físicas, precisar el ámbito de su aplicación, comprender y explicar el sentido de los fenómenos que tienen lugar en la naturaleza.

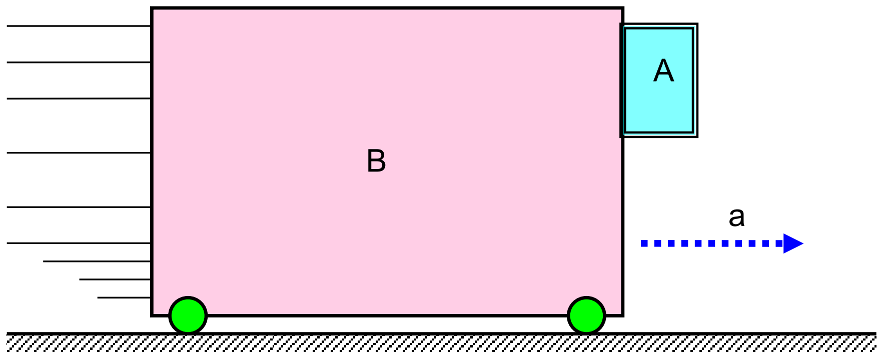
En cada capítulo se tratado en lo posible deducir fórmulas para calcular las cantidades físicas y en otras por inducción se han deducido teoremas y reglas prácticas. Todos los problemas propuestos han pasado un control de calidad y verificado su respuesta en los diferentes ciclos por diferentes estudiantes en los centros preuniversitarios.

El presente texto es fruto de muchos años del trabajo en el aula del autor en los diferentes colegios, centros preuniversitarios y universidades.

Agradezco por la preferencia que han tenido, a los estudiantes y profesores peruanos, que desde la primera edición en 1990 han utilizado el texto titulado ***“Física, teoría y problemas”***. Espero que este nuevo libro titulado ***“Física General”*** tenga la misma aceptación.

Lic. Mag. WALTER LAURO PÉREZ TERREL.

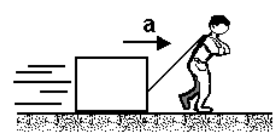
DINÁMICA RECTILÍNEA



1. CONCEPTO: Una de las principales curiosidades del hombre ha sido, es y será el saber con certeza porqué se mueven los cuerpos. Descubrirlo tomo muchos años. Sin embargo, lo que más impacto nos causa es el hecho de que el conocimiento de las leyes que lo explican puede aplicarse tanto a cuerpos que están a nuestro alrededor como a los cuerpos celestes. El genio de Isaac Newton puso a nuestro alcance toda la comprensión de los movimientos a partir de sus causas, naciendo así la DINÁMICA. El trabajo de sus antecesores: Galileo, Kepler, Copérnico, Descartes, etc.; le permitió tener una buena base para sus estudios, que culminaron en "Las Tres Leyes de Newton".

2. FUERZA Y MOVIMIENTO: Según el pensamiento Aristotélico, se supo que los cuerpos se movían gracias a la existencia permanente de una **fuerza** en la dirección del movimiento. Así, un borrador que se impulsa sobre una mesa se detiene inmediatamente después que dejamos de empujarlo. De acuerdo con Galileo, los cuerpos impulsados como el del ejemplo anterior se detienen como consecuencia de recibir una **fuerza de rozamiento** por parte del piso, de manera que en un piso liso y horizontal el borrador nunca se detendría, y ello se debe a que posee **inercia**. La fuerza es la causa del movimiento, pero por inercia el cuerpo sigue moviéndose en ausencia de la fuerza y para detenerlo es necesario aplicarle otra fuerza opuesta al movimiento.

3. INERCIA. Es la propiedad intrínseca de la materia. Es la oposición al cambio. En mecánica decimos que la inercia es la oposición al cambio de la velocidad. Por ejemplo, cuando el automóvil ingresa a una curva a 60 km/h, el automóvil tiende a salir de la pista por acción de la fuerza de inercia denominada fuerza centrífuga. Cuando el autobús frena repentinamente, los pasajeros tienden a seguir la dirección anterior, es decir los cuerpos tienden a ir hacia adelante. También existe la inercia electromagnética, como por ejemplo la ley de Lenz, la corriente inducida. La inercia biológica, cuando los seres vivos pasan de el estado de vida a muerte. La inercia en las ciencias sociales, el movimiento de clases sociales, cuando los hombres pasan de un estado social a otro. Pero en todas las situaciones, la **inercia** se vence.



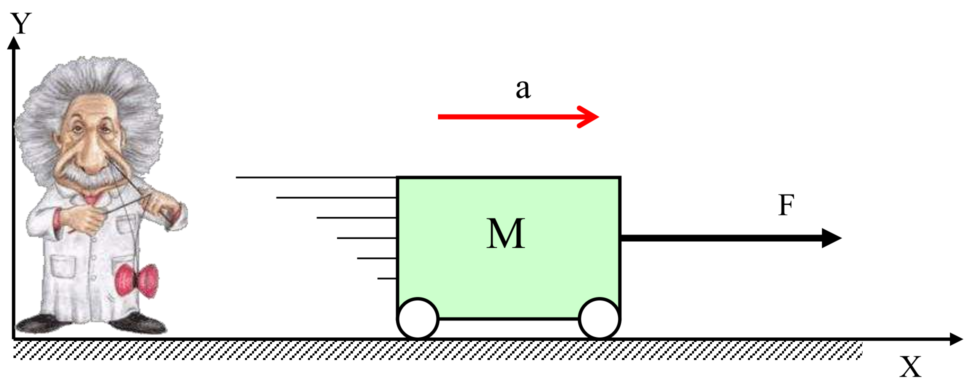
4. SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL: Se denomina de este modo al sistema de referencia que se encuentra fijo a la Tierra (reposo relativo) o se mueve con velocidad constante en linea recta respecto a otro sistema de referencia fijo a la Tierra.

5. SEGUNDA LEY DE NEWTON O LEY DE ACELERACIÓN

Sir Isaac Newton descubrió que un cuerpo sometido a una fuerza resultante F no nula presenta siempre una velocidad variable; esto es, el cuerpo experimenta una aceleración. Sus observaciones y experimentos le permitieron establecer la siguiente ley: "Toda fuerza resultante desequilibrada que actúe sobre un cuerpo le produce una aceleración que será de la misma dirección y sentido que aquella, y su valor será directamente proporcional con la fuerza, pero inversamente proporcional con su masa".

"Toda fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo, originará en él una aceleración en su misma dirección".

F = Fuerza resultante (N)   M = masa (kg)   a = aceleración (m/s^2)



$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{RESULTANTE}}{M} \Rightarrow \vec{F}_{RESULTANTE} = M.\vec{a}$$

"Si la fuerza resultante diferente de cero actúa sobre un cuerpo, entonces este acelera necesariamente. La aceleración que adquiere es directamente proporcional a la fuerza resultante e inversamente proporcional a la masa del cuerpo. Además, la fuerza resultante y la aceleración tienen la misma dirección".

6. FUERZA DE GRAVEDAD: En una magnitud física vectorial. Se define como la fuerza resultante que ejerce la Tierra sobre los cuerpos que lo rodean. Se representa por un vector vertical hacia abajo que indica en todo instante al centro de la Tierra.

Analizando el movimiento de caída libre, la fuerza resultante es la "fuerza de gravedad" (W) sobre el cuerpo y la aceleración (a = g) es igual a la "aceleración de la gravedad".

$$F = m.a \Rightarrow W = m.g$$

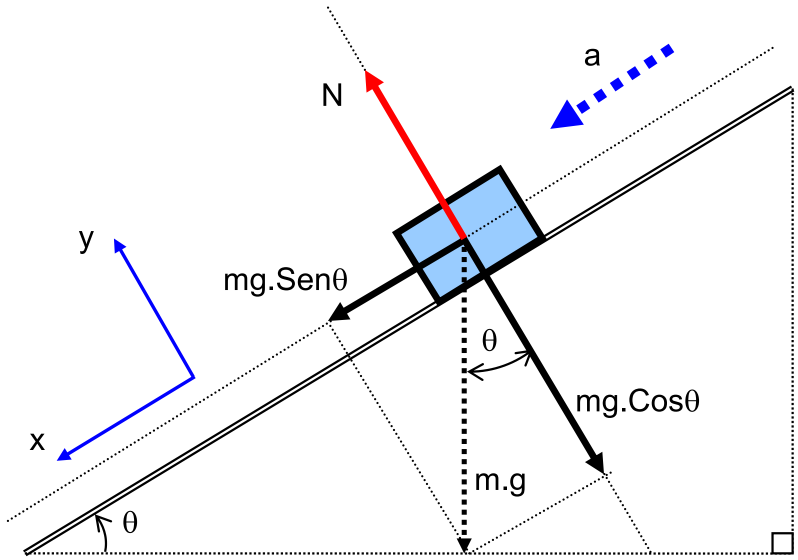
7. UNIDADES DE FUERZA EN EL S.I. La fuerza se mide en newton. Un newton es la fuerza resultante que actuando sobre un cuerpo de un kilogramo le produce aceleración de módulo de 1,0 m/s^2.

$$1{,}0\ newton = 1{,}0\ kg.m.s^{-2}$$

8. DESCOMPOSICIÓN RECTANGULAR DE LA FUERZA DE GRAVEDAD EN UN PLANO INCLINADO.

La fuerza de gravedad (peso) en un plano inclinado se descompone en dos fuerzas, una paralela al plano inclinado y otra perpendicular al plano inclinado. Representamos al peso con W.

$$W = m.g$$



Fuerza de arrastre paralelo al plano inclinado:

$$F_{ARRASTRE} = W.Sen\theta \ \ldots (1)$$

Fuerza de aplastamiento perpendicular al plano inclinado:

$$F_{APLASTAMIENTO} = W.Cos\theta \ \ldots (2)$$

GOTA 1. Cálculo de la aceleración sobre una superficie sin rozamiento:
Aplicamos la ley de aceleración.

$$a = \frac{F_{ARRASTRE}}{m} = \frac{W.Sen\theta}{m} = \frac{m.g.Sen\theta}{m}$$

$$Sin\ rozamiento: a = g.Sen\theta$$

GOTA 2. Cálculo de la aceleración sobre una superficie con rozamiento: Aplicamos la ley de aceleración.

$$Pero: N = W.Cos\theta$$

$$a = \frac{F_{ARRASTRE} - f_C}{m} = \frac{W.Sen\theta - \mu_C.N}{m}$$

$$a = \frac{W.Sen\theta - \mu_C.W.Cos\theta}{m}$$

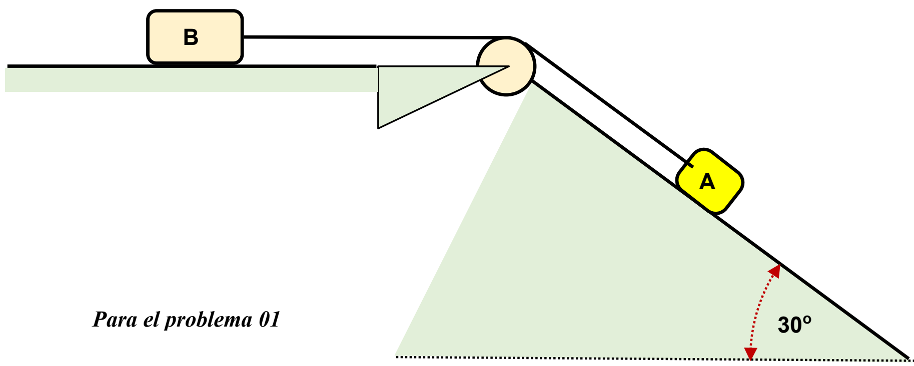
$$a = \frac{m.g.Sen\theta - \mu_C.m.g.Cos\theta}{m}$$

$$Con\ rozamiento: a = g.\left(Sen\theta - \mu_C.Cos\theta\right)$$

EJEMPLO 01. El bloque B de 30 kg es arrastrado mediante una cuerda por un bloque A de 20 kg que resbala en el plano inclinado. Desprecie toda forma de rozamiento. Determinar el módulo de la tensión en la cuerda (g = 10 m/s^2).

A) 40 N B) 30 C) 60 D) 65 E) 69

RESOLUCION



Para el problema 01

PRIMER PASO. Realizamos el diagrama de cuerpo libro de los bloque A y B. Aplicamos la segunda ley Newton o ley de aceleracion:

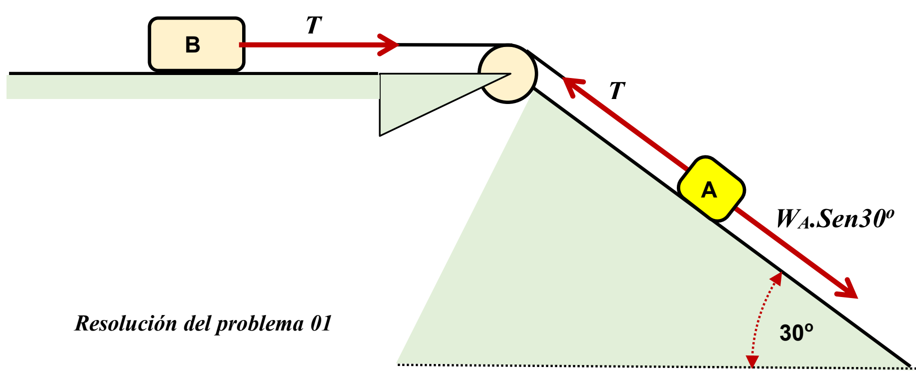
BLOQUE B: $T = M_B.a \Rightarrow T = (30).a \quad \ldots (1)$

BLOQUE A: $M_A.g.Sen(30º) - T = M_A.a \quad \ldots (2)$

Reemplazando los datos: $(20).(10).\left(\frac{1}{2}\right) - 30.a = 20.a \Rightarrow a = 2\ m.s^{-2}$

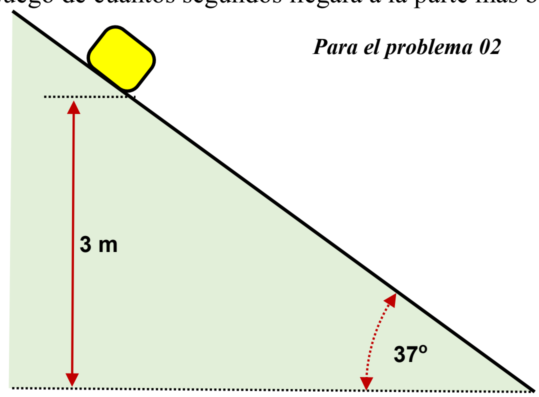
Reemplazando en la ecuación (1): $T = (30).(2) = 60\ N$

Respuesta: el valor de la tensión en la cuerda es 60 N.



Resolución del problema 01

EJEMPLO 02. *Se suelta un bloque sobre un plano inclinado, tal como se muestra. Desprecie toda forma de rozamiento. ¿Luego de cuántos segundos llegará a la parte más baja? (g = 10 m/s²).



Para el problema 02

RESOLUCION

PRIMER PASO. Cálculo de la aceleracion sobre un plano inclinado sin rozamiento. El valor de la aceleracion depende del angulo de inclinacion del plano inclinado.

$$a = g.Sen37º \quad \Rightarrow \quad a = 10.\left(\frac{3}{5}\right) = 6\ m.s^{-2}$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos las leyes del M.R.U.V sobre el plano inclinado. La velocidad inicial es nula y la distanca que recorre el bloque es 5 metros hasta llegar a la posicion mas baja.

$$d = V_0.t + \frac{1}{2}.a.t^2 \quad \Rightarrow 5 = 0 + \frac{1}{2}.6.t^2 \quad \Rightarrow \quad t = 1,3\ s$$

Respuesta: llegará a la parte mas baja despues de 1,3 segundos.

9. MÉTODO DE ATWOOD PARA DETERMINAR LA ACELERACIÓN

Teniendo en cuenta que las fuerzas internas en un cuerpo rígido no producen aceleración, entonces podemos determinar el módulo de la aceleración de un conjunto de cuerpos que tienen común el módulo de la aceleración.

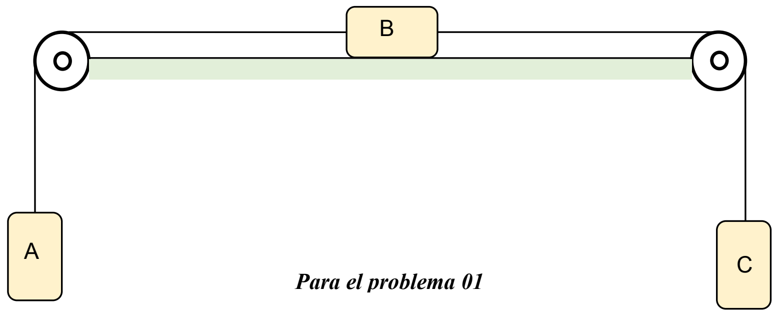
$$a = \frac{\sum fuerzas\,en\,favor\,del\,mov. - \sum fuerzas\,en\,contra\,del\,mov.}{\sum masas}$$

Pasos a seguir:

(1) Se hace el diagrama del cuerpo libre de un sistema de cuerpos.
(2) Se grafican solamente fuerzas externas al sistema. No se grafican las fuerzas internas al sistema.
(3) Todos los cuerpos involucrados deben tener el mismo módulo de aceleración.
(4) La fuerza resultante se obtiene de la diferencia, fuerzas a favor del movimiento menos las fuerzas en contra del movimiento.
(5) En el denominador siempre se coloca la masa total del sistema, es decir se coloca siempre la suma de masas de los cuerpos en movimiento.

***George Atwood**, ingeniero británico que, debido a su experiencia docente, estableció ciertas reglas prácticas para determinar el módulo de la aceleración de un conjunto de cuerpos que se encuentran en movimiento.*

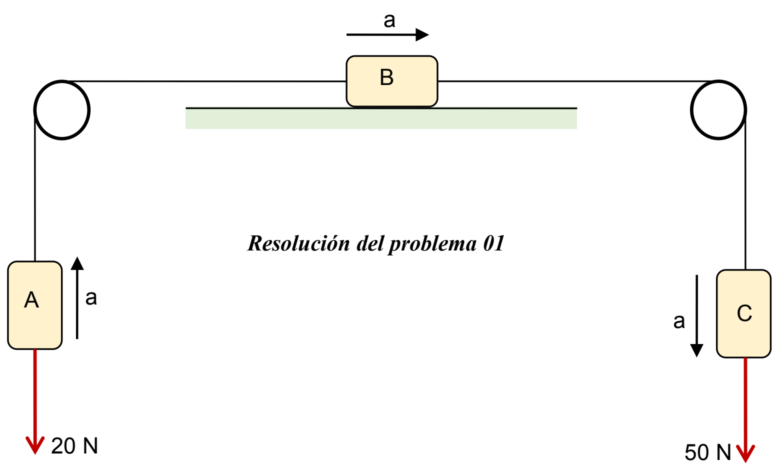
EJEMPLO 01. Determinar la aceleración de los bloques en el sistema mostrado, sabiendo que no existe rozamiento. Donde: A = 2 kg; B = 3 kg; C = 5 kg. $g = 10\ m.s^{-2}$



Para el problema 01

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Analizamos todo el sistema. La fuerza resultante de todas las fuerzas que están en favor del movimiento y en contra del movimiento, es igual, a la suma de las masas (A+B+C) en movimiento por la aceleración común "a". (MÉTODO DEL ATWOOD).



Resolución del problema 01

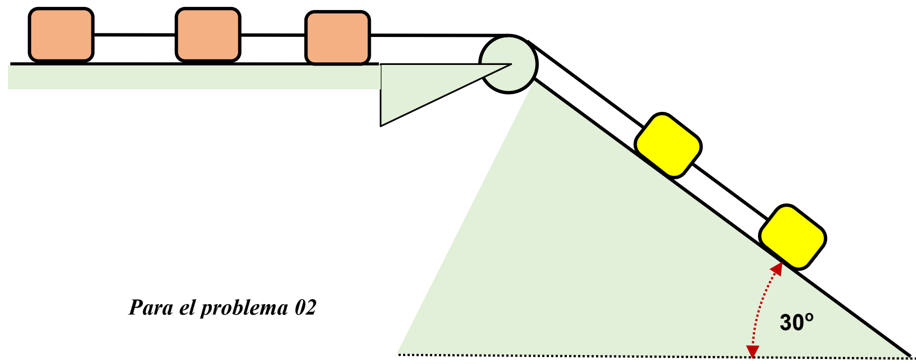
$$\Sigma f\left(en\ favor\right) - \Sigma f\left(en\, contra\right) = \left(\Sigma masas\right).\left(a\right)$$

SEGUNDO PASO. El peso del bloque B no participa en la ecuación, no está ni en favor del movimiento ni en contra del movimiento, es perpendicular al movimiento.

$50\,N - 20\,N = \left(2kg + 3kg + 5kg\right).\left(a\right) \quad \Rightarrow \quad a = 3\,m.s^{-2}$

Respuesta: el valor de la aceleración de cada bloque es 3 m/s^2.

EJEMPLO 02. Si los bloques tienen masas iguales. Desprecie toda forma de rozamiento. Polea ideal. ¿Cuál es el valor de la aceleración con que se mueven? ($g = 10\ m/s^2$)



Para el problema 02

RESOLUCION

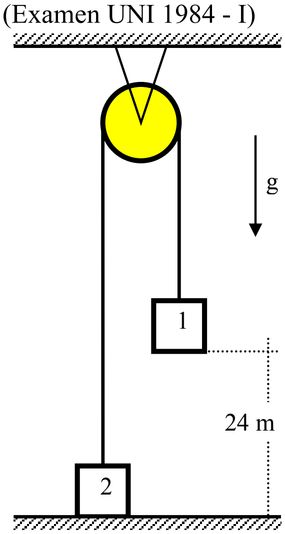
PRIMER PASO. Los cinco bloques tiene el mismo valor de aceleracion. Los dos bloques que se encuentran sobre el plano inclinado representan la fuerza motriz, son los que producen el movimiento debido a una componente de peso paralelo al plano inclinado, denominado fuerza de arrastre.

SEGUNDO PASO. Aplicamos el metodo de Atwood. La sumatoria de fuerzas en favor del movimiento, menos las fuerzas que se oponen al movimiento, es igual a suma de todas las masas por la aceleración común.

$$\Sigma F = (\Sigma m).a \Rightarrow 2m.g.Sen30º = (5m).a \Rightarrow a = 2\,m.s^{-2}$$

Respuesta: el valor de la aceleración con que se mueven los bloques es $2\ m/s^2$.

EJEMPLO 03. En la figura los bloques tienen las siguientes masas: $m_1 = 4$ kg y $m_2 = 1$ kg. Si el sistema empieza a moverse del reposo, ¿Cuál es el módulo de las velocidades (en m/s) cuando están al mismo nivel? $g = 10\ m.s^{-2}$ (Examen UNI 1984 - I)



Para el problema 03

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicando el método de Atwood, calculamos la aceleración de los bloques (1) y (2).

$$a = g.\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_\partial}\right) \Rightarrow a = 10.\left(\frac{3}{5}\right) = 6\ m.s^{-2}$$

SEGUNDO PASO. Los bloques recorren 12 metros hasta encontrarse a la misma altura. Aplicamos las leyes del M.R.U.V al bloque (1):

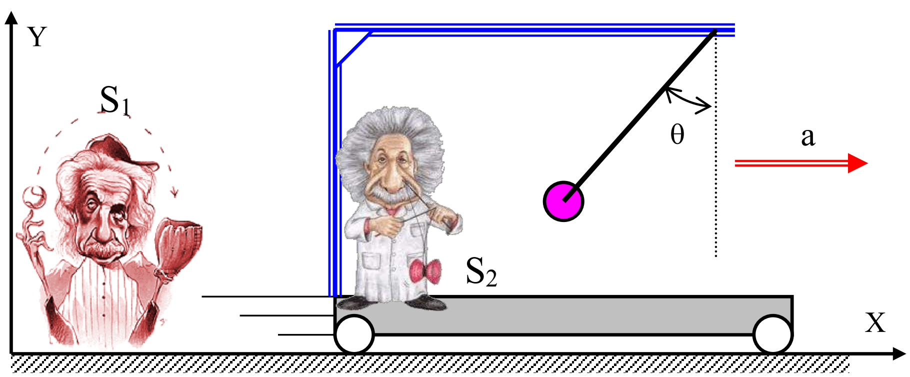
$$(V_F)^2 = (V_0)^2 + 2.a.h \Rightarrow (V_F)^2 = 0 + 2.(6).(12)$$

Despejando: $V_F = 12\ m.s^{-1}$

Respuesta. El valor de la velocidad cuando se encuentran a la misma altura es 12 m/s.

10. SISTEMA DE REFERENCIA NO INERCIAL (S₂)

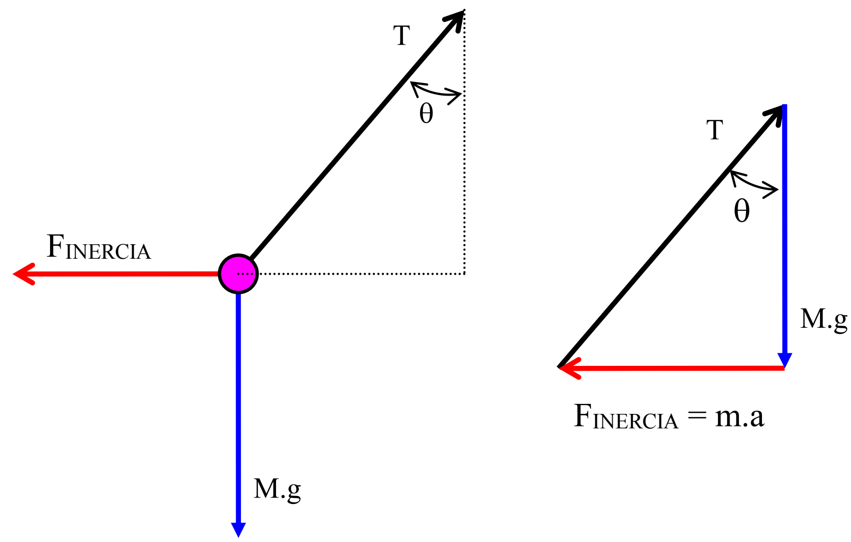
Es aquel sistema de referencia (**S_2**) con movimiento acelerado o desacelerado respecto a otro (respecto de la Tierra **S_1**). El sistema de referencia no inercial puede tener aceleración tangencial y/o aceleración centrípeta.



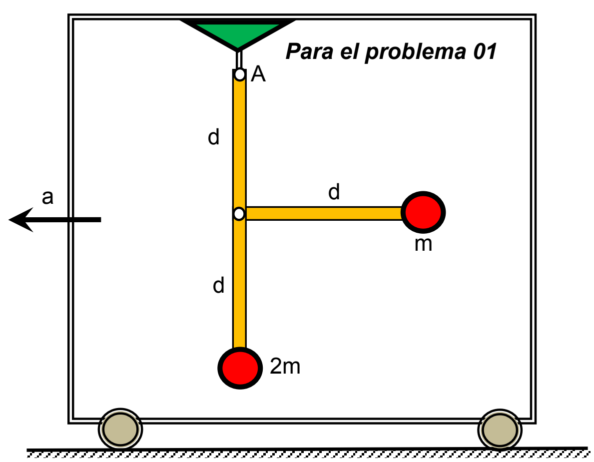
11. PRINCIPIO D'ALAMBERT Y LA FUERZA DE INERCIA.

Para el observador **S_2** (no inercial) la esfera suspendida en el techo del vagón se encuentra en reposo relativo. Por consiguiente, la fuerza resultante es NULA. El método de D'Alambert consiste en agregar una fuerza de INERCIA para producir el equilibrio relativo. Convencionalmente la **fuerza de inercia** tiene dirección contraria (opuesto) de la aceleración del sistema.

$$\vec{F}_{INERCIA} = -m.\vec{a}$$



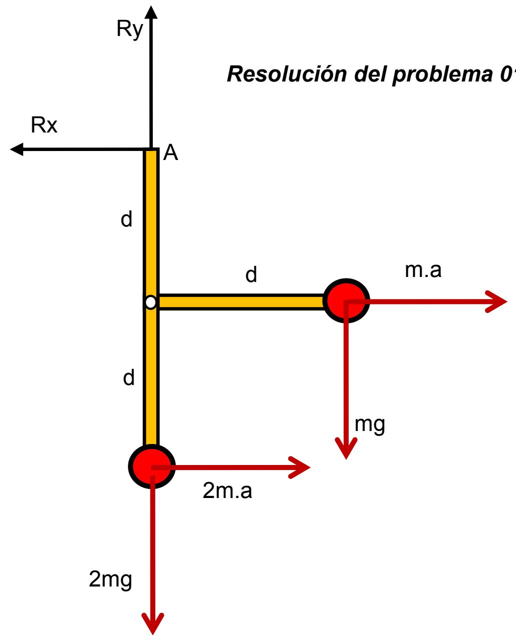
EJEMPLO 01. Se muestra una estructura de masa despreciable en forma de "T" en cuyos extremos se encuentra soldada esferas de masa "m" y "2m". Determinar la aceleración $\vec{a}$ con que se desplaza el vagón. La distancia "d" se mide en metros.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciendo el D.C.L de la estructura desde un "sistema de referencia rotacional" que se mueve con aceleración constante a, entonces para nuestro observador, la estructura en forma de **T** estará en equilibrio, donde actúa la "fuerza centrífuga" o "fuerza de inercia".

Resolución del problema 01



SEGUNDO PASO: Aplicamos la segunda condición de equilibrio, respecto del punto A:

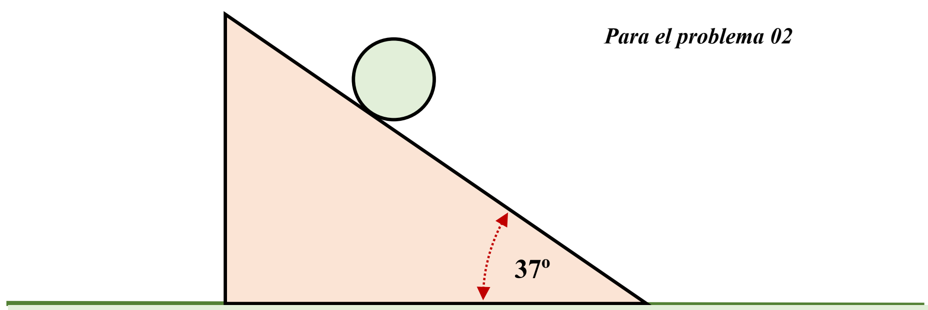
$$\Sigma M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad F_1 \bullet d_1 + F_2 \bullet d_2 = F_3 \bullet d_3$$

$$(2m.a).(2d) + (m.a).(d) = (mg).(d) \quad \Rightarrow \quad 5m.a.d = m.g.d$$

Respuesta: el valor de la aceleración constante es $a = \dfrac{g}{5}$

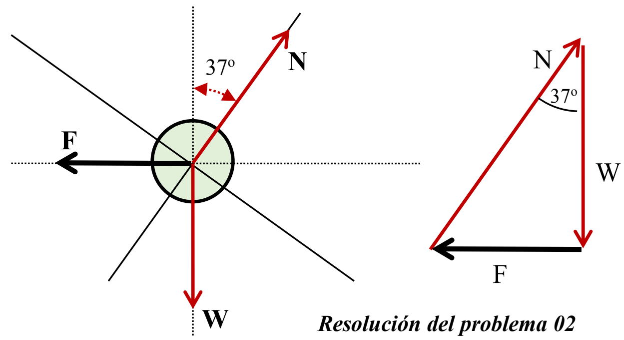
EJEMPLO 02. Sobre una cuña, con ángulo de inclinación θ = 37° se encuentra una esfera. Desprecie toda forma de rozamiento. Determinar la aceleración horizontal que hay que generarle a la cuña para que la esfera no resbale. $g = 10\ m.s^{-2}$

Para el problema 02



RESOLUCION

PRIMER PASO. Fijamos el sistema de referencia sobre la cuña. Entonces soble la esfera actuan tres fuerzas, la fuerza de gravedad, la fuerza de reaccion del plano inclinado y la fuerza de inercia.



Resolución del problema 02

SEGUNDO PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre de la esfera. La fuerza de inercia tiene direccion opuesta a la aceleracion respecto de la tierra.
TERCER PASO. Para el observador ubicado sobre la cuña, la esfera se encuentra en equilibrio. Polígo de fuerzas, cerrado y ordenado.

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \text{Tan}\,37^o = \frac{F}{W} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{m.a}{m.g}$$

$$a = \left(\frac{3}{4}\right).g \Rightarrow a = 7,5\ m.s^{-2}$$

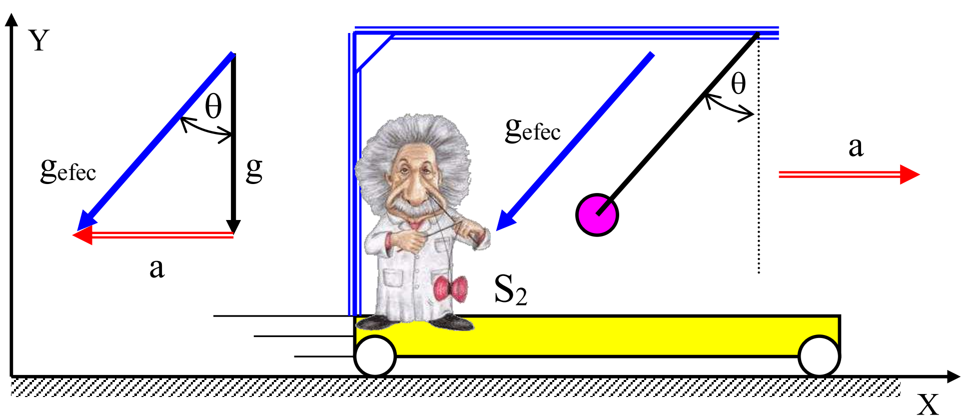
Respuesta. El valor de la aceleracion es 7,5 m/s^2.

12. PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA Y GRAVEDAD EFECTIVA

En el interior del sistema acelerado se genera una gravedad local cuya intensidad se denomina gravedad efectiva. La intensidad del campo local se obtiene adicionando la gravedad que genera la Tierra $\vec{g}$ más la aceleración del sistema, pero con dirección opuesta $(-\vec{a})$.

Expresión vectorial para la gravedad efectiva:

$$\vec{g}_{efectiva} = \vec{g} + (-\vec{a})$$

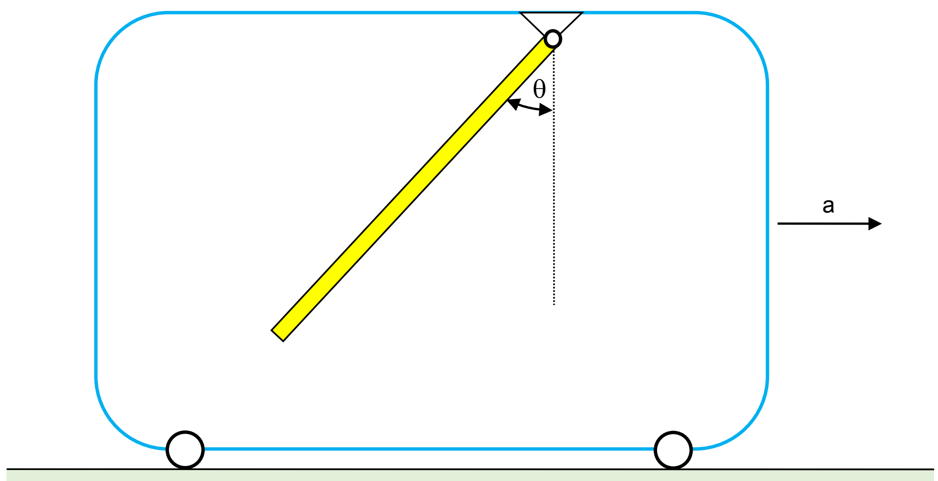


Aplicado el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de aceleraciones:
Módulo de la gravedad efectiva:

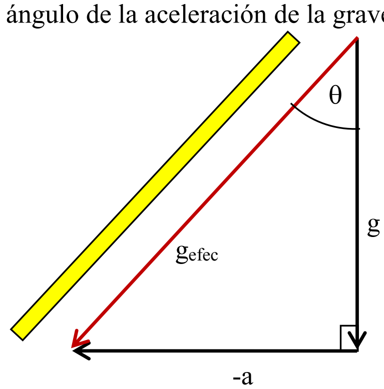
$$\left\|\vec{g}_{efectiva}\right\| = \sqrt{g^2 + a^2}$$

El principio de equivalencia es una continuidad del principio de D'Alambert (fuerza de inercia). La fuerza de inercia fue propuesta por los físicos franceses D'Alambert y Lagrange (1850) y el Principio de Equivalencia fue desarrollado por Albert Einstein (1915) como una proposición que constituye la base del Principio General de la Relatividad.

EJEMPLO 01. Una barra uniforme y homogénea se encuentra suspendida en el techo de un carro, que se mueve con aceleración constante "a". Debido a la inercia la barra se desvía un ángulo $\theta = 37^{o}$ respecto de la vertical. Calcular la aceleración del carro. $g = 10\ m.s^{-2}$



RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. Diagrama del cuerpo libre, respecto de un observador situado en el carro. La barra se encuentra en equilibrio alineado con el campo gravitatorio efectivo o también llamada ***gravedad local***.
SEGUNDO PASO. Cálculo del ángulo de la aceleración de la gravedad efectiva.



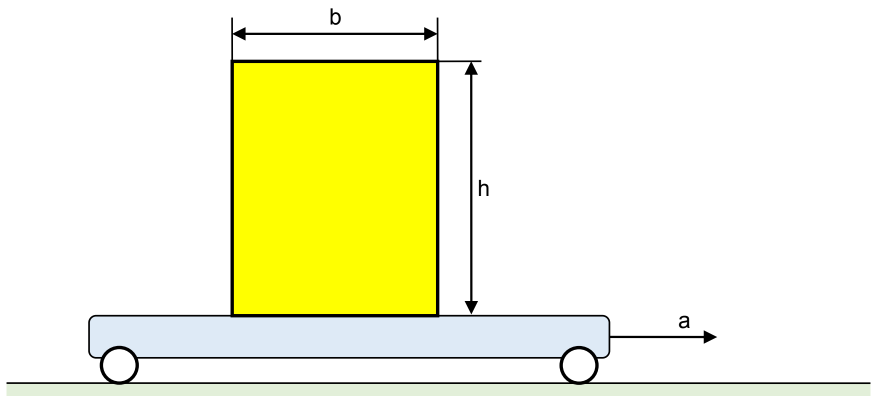
TERCER PASO. Mediante la razón tangente, relacionamos la aceleración "a" con la aceleración de la gravedad "g".

$$\operatorname{Tan}\theta = \frac{a}{g} \quad \Rightarrow \quad a = g.\operatorname{Tan}37^{o}$$

$$a = 10.\left(\frac{3}{4}\right) = 7{,}5\ m.s^{-2}$$

Respuesta. El valor de la aceleración es 7,5 m/s^2.

EJEMPLO 02. Calcular la máxima aceleración que podrá tener el carro, para que el bloque no vuelque. Existe suficiente rozamiento para que el bloque no resbale. $g = 10\ m.s^{-2}$

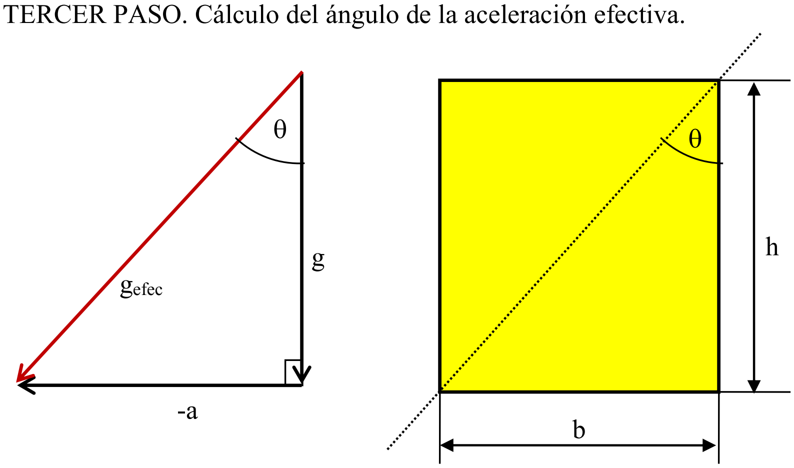


RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Diagrama del cuerpo libre, respecto de un observador situado en el carro. El bloque se encuentra en equilibrio, si la línea de acción de la ***gravedad efectiva*** pasa por la base del bloque.

SEGUNDO PASO. En el caso crítico, límite para el equilibrio, la ***gravedad efectiva*** es paralela a la diagonal del bloque que pasa por el extremo de la base.

TERCER PASO. Cálculo del ángulo de la aceleración efectiva.



TERCER PASO. Mediante la razón tangente, relacionamos la aceleración "a" con la aceleración de la gravedad "g".

$$\text{Tan}\,\theta = \frac{a}{g} = \frac{b}{h} \quad \Rightarrow \quad a = g.\left(\frac{b}{h}\right)$$

$$a = 10.\left(\frac{0,4}{0,8}\right) = 5\ m.s^{-2}$$

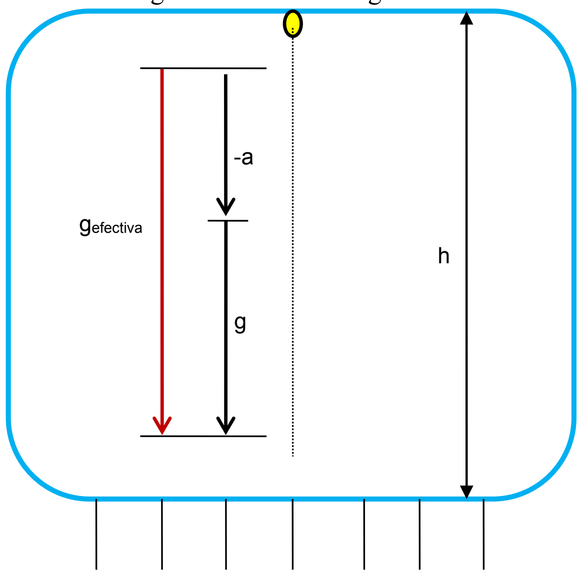
Respuesta. El valor de la aceleración es 5 m/s^2.

EJEMPLO 03. Un ascensor de 6 m de altura (entre el techo y el piso) está subiendo con aceleración de 2,2 m/s^2. Calcular el tiempo que demora en llegar al piso del mismo ascensor u foquito que se desprende del techo del mismo ascensor.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Ubicamos nuestro observador en el interior del ascensor, para él existe un campo equivalente al campo gravitatorio.

SEGUNDO PASO. Cálculo de la gravedad efectiva o gravedad local.



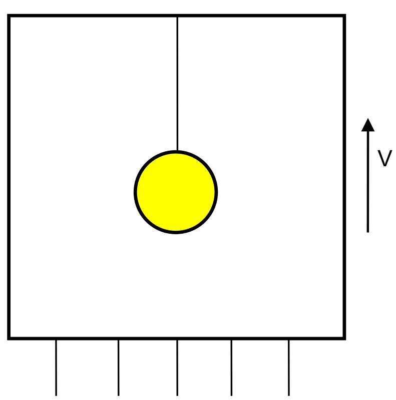
$$\vec{g}_{EFECTIVA} = \vec{g} + (-\vec{a}) \quad \Rightarrow \quad g_{EFECTIVA} = 9,8 + 2,2 = 12 \ m.s^{-2}$$

TERCER PASO. Aplicamos las leyes de caída libre vertical.

$$h = V_0.t + \frac{1}{2}.g_{efec}.t^2 \quad \Rightarrow \quad 6 = 0 + \frac{1}{2}.(12).t^2 \quad \Rightarrow \; t = 1s$$

Respuesta. El tiempo de caída es 1 segundo.

EJEMPLO 04. Del techo de la cabina de un ascensor que asciende, cuelga un cuerpo de 4 kg. Calcular el valor de la aceleración para que la tensión en la cuerda sea 35 newtons. $g = 10 \ m.s^{-2}$



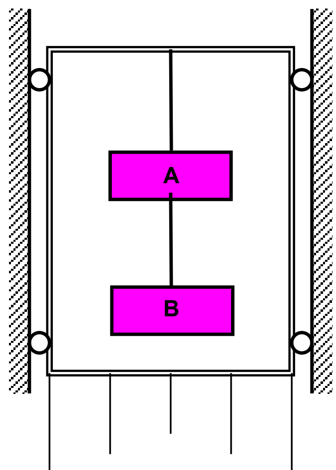
RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. El peso del cuerpo cuando el ascensor está en reposo es $P = m.g = 40\,N$
SEGUNDO PASO. Deducimos que el ascensor sube con movimiento desacelerado. Para un observador en el interior del ascensor, la aceleración efectiva es:

$$g_{EFECTIVA} = (g - a) \;\Rightarrow\; T = m.g_{EFECTIVA}$$

$$T = m.(g - a) \;\Rightarrow\; a = \frac{P - T}{m} = \frac{40 - 35}{4} = 1,25\ m.s^{-2}$$

Respuesta. El ascensor asciende y desacelera a razón de 1,25 m/s^2.

EJEMPLO 05. *Si la masa de los bloques A y B es de 2 kg y 8 kg respectivamente. Calcular el valor de la tensión del cable que une a los bloques, si el ascensor asciende con una aceleración de 5 m/s^2 (g = 10 m/s^2).



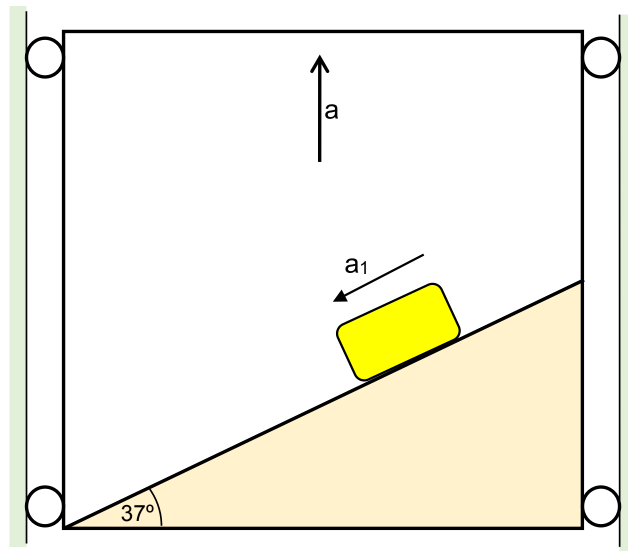
Para el problema 05

RESOLUCION
PRIMER PASO. Fijamos nuestro sistema de referencia en el interior del ascensor. La acelaracion de la gravedad efectiva es: $g_{EFECTIVA} = (g + a)$
SEGUNDO PASO. La tension en la cuerda que une los bloques A y B, tiene valor igual al producto de la masa del bloque B por la gravedad efectica o gravedad local:

$$T = m_B.(g + a) \;\Rightarrow\; T = 8.(10 + 5) = 120\ newtons$$

Respuesta: El valor de la tension en la cuerda que une los bloques A y B es 120 newtons.

EJEMPLO 06. Si el ascensor sube con aceleración constante de 5 m/s^2, determinar la aceleración con que el bloque baja respecto del plano inclinado un ángulo de 37º. Desprecie toda forma de rozamiento. $g = 10\,m.s^{-2}$

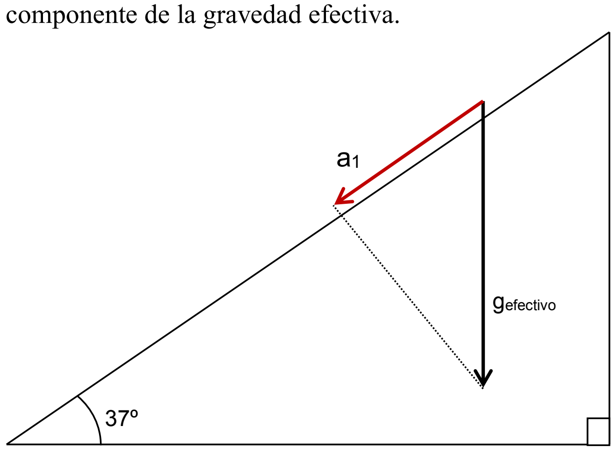


RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Respecto de un observador en el interior del ascensor se genera un campo de gravedad efectivo:

$$g_{EFECTIVO} = g + a \quad \Rightarrow \quad g_{EFECTIVO} = 10 + 5 = 15\, m.s^{-2}$$

SEGUNDO PASO. La aceleración del carrito respecto del plano inclinado es una componente de la gravedad efectiva.



$$a_1 = g_{EFECTIVO}.Sen37° = 15.\left(\frac{3}{5}\right) = 9\ m.s^{-2}$$

Respuesta. La aceleración del bloque respecto del plano inclinado es 9 m/s^2.

13. EL PESO ES RELATIVO: Un hombre de masa **m** se encuentra parado sobre una balanza en el interior de un ascensor en movimiento.

(1) Si el ascensor sube o baja con velocidad constante, la lectura en la balanza es:

$$P = m.g\ .$$

(2) Si el ascensor sube con aceleración constante a (acelerado), la lectura en la balanza es:

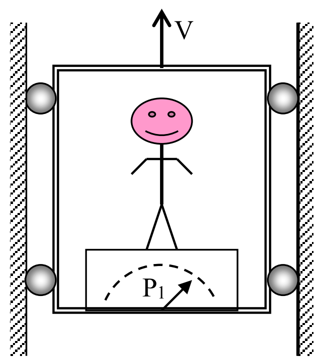
$$P = m.(g + a)$$

(3) Si el ascensor baja con aceleración constante a (acelerado), la lectura en la balanza es:

$$P = m.(g - a)$$

(4) Si el ascensor baja con aceleración constante a = g (acelerado), la lectura en la balanza es: $P = 0$. La lectura en la balanza en nula.

EJEMPLO 01. Una persona se encuentra en un ascensor parado sobre una báscula. Al comenzar a subir el ascensor es acelerado y la báscula indica un peso P_1. Después, sube a velocidad constante y la báscula indica un peso P_2. Finalmente, es desacelerado y la báscula indica un peso P_3. La relación entre las medidas de la báscula está dada por:
(Examen UNI 1983 - I)



Para el problema 01

A) $P_1 > P_2 = P_3$ B) $P_1 = P_2 > P_3$ C) $P_1 = P_2 = P_3$
D) $P_1 > P_2 > P_3$ E) $P_1 < P_2 < P_3$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Fijamos nuestro sistema de referencia dentro del ascensor.

SEGUNDO PASO. Cuando acelera verticalmente hacia arriba, la inercia aplasta al hombre sobre el piso del ascensor:

$$P_1 = m.(g + a)$$

TERCER PASO. Cuando sube con velocidad constante (aceleración nula) la fuerza de inercia es nula. La báscula marca la misma lectura cuando el ascensor está en reposo.

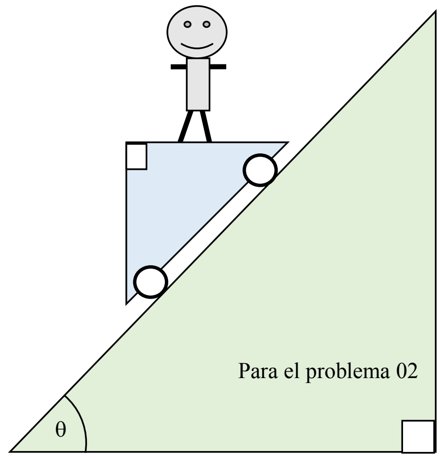
$$P_2 = m.(g + 0) = m.g$$

CUARTO PASO. Cuando el ascensor asciende, pero desacelera, la fuerza de inercia es hacia arriba y el hombre presiona al piso del ascensor con menos fuerza.

$$P_3 = m.(g - a)$$

Respuesta: La relación de la lectura en la báscula es $P_1 \rangle P_2 \rangle P_3$

EJEMPLO 02. Un hombre se encuentra parado en una báscula móvil, sobre un plano inclinado $\theta = 45^{\circ}$ con la horizontal. Si la lectura en una balanza indica 300 N, ¿Cuánto peso realmente el hombre? No hay rozamiento en el plano inclinado. $g = 10\ m.s^{-2}$



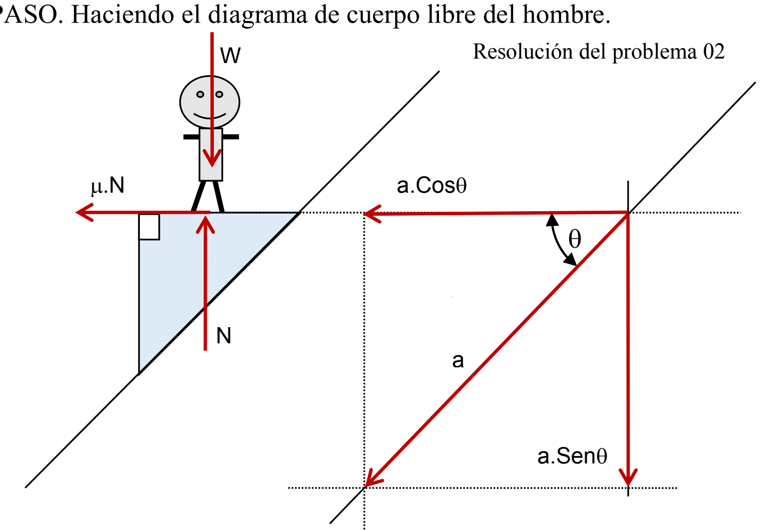
Para el problema 02

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Si no hay rozamiento en el plano inclinado, entonces el sistema formado por (báscula + hombre) acelera con valor: $a = g.Sen\theta$ … (1)

SEGUNDO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del hombre.

Resolución del problema 02



TERCER PASO. Descomponemos convencionalmente la aceleración "a" y aplicamos la segunda ley de Newton en el eje horizontal.

$$Hombre: \ \Sigma F_y = m.a_y \ \Rightarrow \ (m.g - N) = m.(a.Sen\theta) \ \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2): $(m.g - N) = m.(g.Sen\theta).Sen\theta$

Despejando: $N = m.g.(\text{Cos}\,\theta)^2 \ \Rightarrow \ 300 = W.(\text{Cos}\,45^{\circ})^2$

La bascula indica la reacción normal N. reemplazando los datos, tenemos que:

$$W = 600\ newtons$$

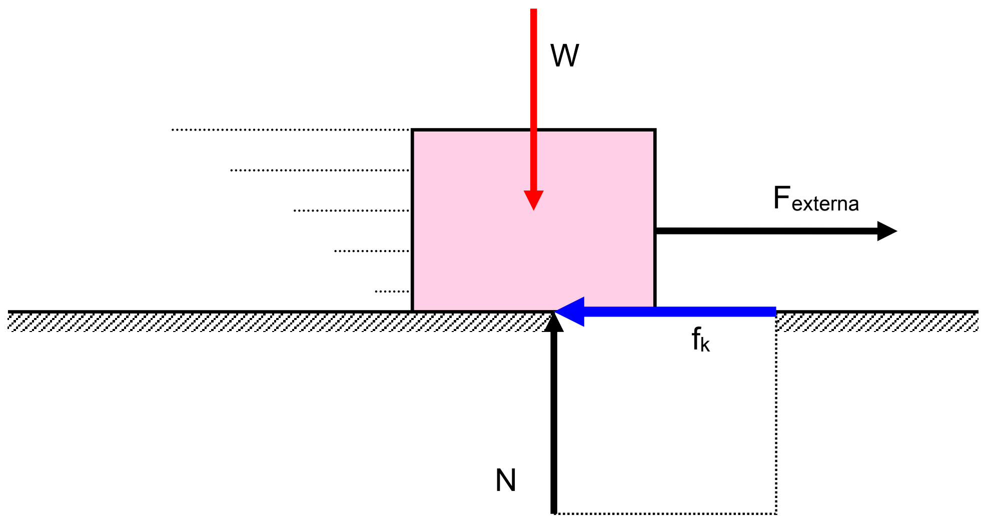
Respuesta. El peso real del hombre es 600 N aproximadamente 60 kilogramos fuerza.

14. **GALILEO GALILEI** (1564 -1642), físico y astrónomo italiano que, junto con el astrónomo alemán Johannes Kepler, comenzó la revolución científica que culminó con la obra del físico inglés Isaac Newton. Su nombre completo era Galileo Galilei, y su principal contribución a la astronomía fue el uso del telescopio para la observación y descubrimiento de las manchas solares, valles y montañas lunares, los cuatro satélites mayores de Júpiter y las fases de Venus. En el campo de la física descubrió las leyes que rigen la caída de los cuerpos y el movimiento de los proyectiles. En la historia de la cultura, **Galileo** se ha convertido en el símbolo de la lucha contra la autoridad y de la libertad en la investigación. Nació cerca de Pisa el 15 de febrero de 1564. Su padre, Vincenzo Galilei, ocupó un lugar destacado en la revolución musical que supuso el paso de la polifonía medieval a la modulación armónica. Del mismo modo que Vincenzo consideraba que las teorías rígidas impedían la evolución hacia nuevas formas musicales, su hijo mayor veía la teología física de Aristóteles como un freno a la investigación científica. **Galileo** estudió con los monjes en Vallombroso y en 1581 ingresó en la Universidad de Pisa para estudiar medicina. Al poco tiempo cambió sus estudios de medicina por la filosofía y las matemáticas, abandonando la universidad en 1585 sin haber llegado a obtener el título.

15. **ISAAC NEWTON (1643 – 1727),** genial físico y matemático inglés, uno de los célebres sabio en la historia de la humanidad. Newton formuló los principales conceptos y leyes de la mecánica, descubrió la ley de gravitación universal, creando por lo tanto un mundo científico que se mantuvo intacto hasta comienzo del siglo XX. Creó la teoría del movimiento de los cuerpos celestes (planetas y estrellas); explicó las principales particularidades de movimiento de la Luna; dio explicación a las mareas. En la óptica, a Newton se deben los admirables descubrimientos que facilitaron el desarrollo impetuoso de esta rama de la física. Estableció un auténtico método matemático de investigación del cálculo diferencial e integral. Esto influenció enormemente en todo el desarrollo ulterior de la física, facilitando la aplicación de los métodos matemáticos en ella. Isaac Newton nace el 25 de diciembre de 1643, un después del fallecimiento de Galileo Galilei.

ROZAMIENTO O FRICCIÓN

1. **Fuerza de Rozamiento:** Cuando un cuerpo se pone en contacto con otro y se desliza o intenta resbalar respecto a él, se generan fuerzas de oposición a estos movimientos, a los que llamamos fuerzas de fricción o de rozamiento. La naturaleza de estas fuerzas es electromagnética y se generan por el hecho de que las superficies en contacto tienen irregularidades (deformaciones), las mismas que al ponerse en contacto y pretender deslizar producen fuerzas predominantemente repulsivas. La fuerza de rozamiento es una componente de la resultante de estas fuerzas, su línea de acción es paralela a las superficies, y su sentido es opuesto al del movimiento relativo de los cuerpos. Debido a su compleja naturaleza, el cálculo de la fuerza de rozamiento es hasta cierto punto empírico. Sin embargo, cuando los cuerpos son sólidos, las superficies en contacto son planas y secas, se puede comprobar que estas fuerzas dependen básicamente de la fuerza de reacción Normal (N), y son aproximadamente independientes del área de contacto y de velocidad relativa del deslizamiento.



2. **Fuerza de Rozamiento Estático (f_S)**:
Este tipo de fuerza aparece cuando los cuerpos en contacto no deslizan. Su valor máximo se presenta cuando el deslizamiento es inminente, y el mínimo cuando la intención de movimiento es nula

$$0 \leq f_s \leq f_{s(max)} \Rightarrow f_{s(max)} = \mu_s.N$$

3. **Fuerza de Rozamiento Cinético (f_k):** Estas fuerzas se presentan cuando las superficies en contacto se deslizan una respecto a la otra. Su valor es prácticamente constante, y vienen dados así: $f_k = \mu_k.N$

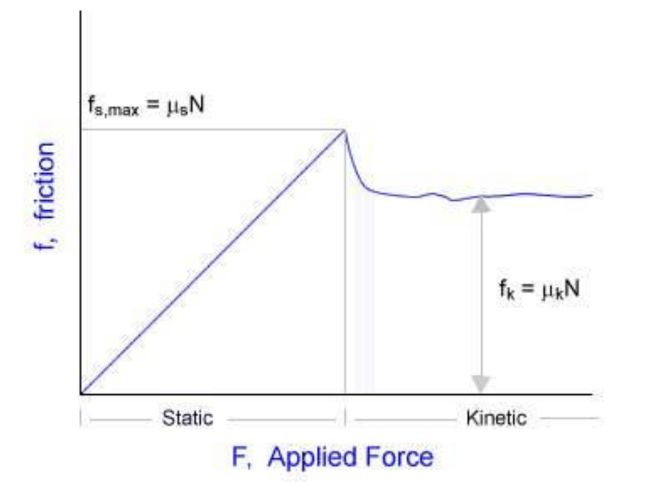
μ_s : Coeficiente de rozamiento estático
μ_k : Coeficiente de rozamiento cinético

4. **Coeficiente de Fricción (μ):** el valor de "μ" representa de un modo indirecto el grado de aspereza o deformación común que presentan las superficies secas de dos cuerpos en contacto. Así mismo, "μ" depende de los materiales que forman las superficies.

$$\mu_k < \mu_s$$

$$\mu : cantidad\ adimensional$$

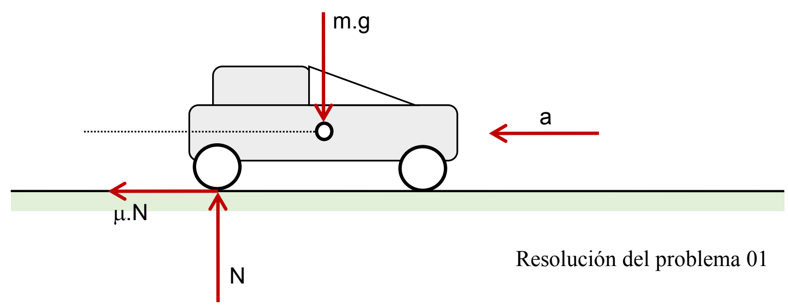
5. **GRAFICA FUERZA EXTERNA VERSUS FUERZA DE ROZAMIENTO:** El módulo de la fuerza de rozamiento estático varía linealmente respecto de la fuerza externa aplicada al cuerpo. También observamos que el módulo de la fuerza rozamiento cinético es prácticamente constante.



EJEMPLO 01. Al frenar un auto cuya velocidad es de 72 km/h resbala 50 m hasta detenerse. Calcular el coeficiente de rozamiento cinético entre la pista y los neumáticos. $g = 10\ m.s^{-2}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del auto.



Resolución del problema 01

SEGUNDO PASO. La fuerza de reacción normal N es igual al peso del automóvil.

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = m.g \ \ldots (1)$$

TERCER PASO. Aplicando la segunda ley de Newton en el eje horizontal.

$$\Sigma F_x = m.a \quad \Rightarrow \quad \mu.N = m.a \quad \Rightarrow \quad \mu.(m.g) = m.a \ \ldots (2)$$

CUARTO PASO. La aceleración es: $a = \mu.g \quad \Rightarrow \quad a = 10.\mu$

QUINTO PASO. Analizando el movimiento. Aplicamos las leyes del M.R.U.V:

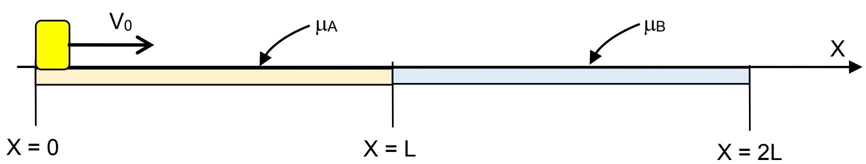
$$(V_F)^2 = (V_0)^2 - 2a.d \quad \Rightarrow \quad 0 = (20)^2 - 2(10\mu).(50)$$

Resolviendo: $\mu_C = 0,4$

Respuesta: el valor del coeficiente de rozamiento cinético es 0,4.

EJEMPLO 02. Se tiene una mesa construida de dos materiales diferentes A y B de longitudes iguales L = 2 m. Se lanza un bloque velocidad V_0 paralela al eje X, y se detiene justo en el extremo de la mesa. Si el coeficiente de rozamiento cinético en el material A es 0,3 y en el material B es 0,1. Determinar el valor de la rapidez inicial V_0. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

Para el problema 02



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la aceleración en cada material.

$$a = \mu.g \quad \Rightarrow \quad a_A = 3\ m.s^{-2} \quad y \quad a_B = 1\ m.s^{-2}$$

SEGUNDO PASO. Analizando cinemáticamente, en el material B.

$$(V_F)^2 = (V_A)^2 - 2.a.d \quad \Rightarrow \quad 0 = (U)^2 - 2.(1).(2)$$

$$U = 2\,m.s^{-1}$$

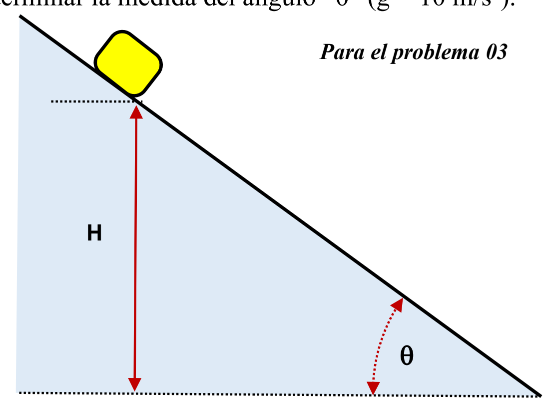
TERCER PASO. Analizando cinemáticamente, en el material A.

$$(V_F)^2 = (V_0)^2 - 2.a.d \quad \Rightarrow \quad (U)^2 = (V_0)^2 - 2.(3).(2)$$

$$V_0 = 4\,m.s^{-1}$$

Respuesta. El valor de la rapidez inicial es 4 m/s.

EJEMPLO 03. Si un bloque de 2 kg se suelta desde un punto sobre un plano inclinado y recorre 10 metros en 2 segundos. Coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie es 0,5. Determinar la medida del ángulo "θ" (g = 10 m/s^2).



Para el problema 03

A) 37° B) 53° C) 30° D) 45° E) 16°

RESOLUCION

PRIMER PASO: Aplicamos las ecuaciones del M.R.U.V,

$$d = \frac{1}{2}.a.t^2 \quad \Rightarrow \quad 10 = \frac{1}{2}.a.(2)^2 \quad \Rightarrow \quad a = 5\,m/s^2$$

El bloque acelera sobre el plano con valor de $a = 5\,m/s^2$

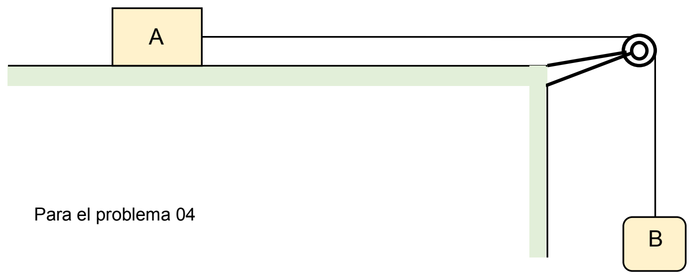
SEGUNDO PASO: La aceleracion sobre un plano inclinado con rozamiento es:

$$a = g\left(Sen\theta - \mu_C.\cos\theta\right) \Rightarrow 5 = 10\left(Sen\theta - 0,5.\cos\theta\right)$$

$$\frac{1}{2} = Sen\theta - \frac{1}{2}.\cos\theta \Rightarrow \theta = 53^o$$

Respuesta: la medida del ángulo es $\theta = 53^o$

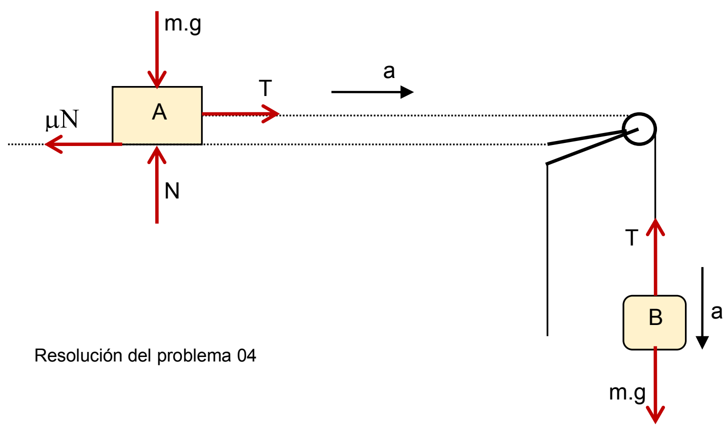
EJEMPLO 04. Se muestra dos bloques de masas iguales, el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque B y el plano horizontal es 0,4. Determinar la aceleración de los bloques. $g = 10\ m.s^{-2}$



Para el problema 04

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre de los bloques A y B.



Resolución del problema 04

SEGUNDO PASO. Aplicando la segunda Ley de Newton al bloque A.

Bloque A: $\Sigma F_y = m.a \Rightarrow m.g - T = m.a$ … (1)

SEGUNDO PASO. Aplicando la segunda Ley de Newton al bloque B:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = m.g$$

Bloque B: $\Sigma F_x = m.a \Rightarrow T - \mu.N = m.a$ ... (2)

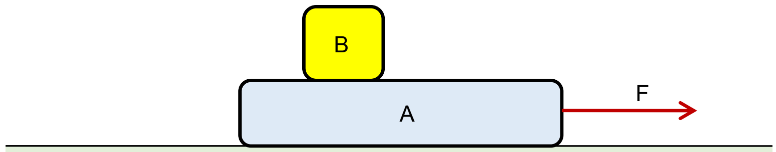
Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

$$a = \frac{\left(1-\mu\right).g}{2} \Rightarrow a = 3\ m.s^{-2}$$

Respuesta: el valor de la aceleración es 3 m/s^2.

EJEMPLO 05. Se muestra los bloques A = 3 kg y B = 2 kg, donde la fuerza F varia con el tiempo "t" (medido en segundos) de acuerdo a la siguiente ley: $F = K.t \Leftrightarrow K = 2\ N.s^{-1}$

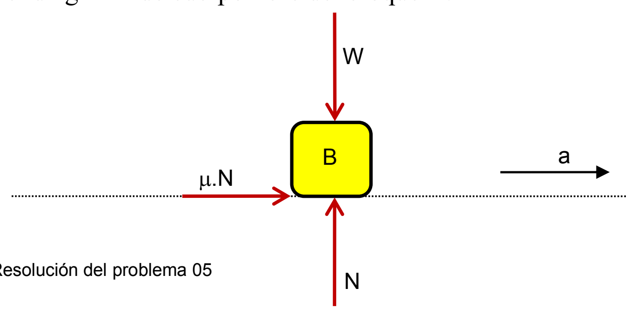
Si rozamiento estático entre A y B es 0,2 determinar el instante "t" en que el bloque B empieza a resbalar respecto de A. No hay fricción entre en bloque A y el piso horizontal. $g = 10\ m.s^{-2}$



Para el problema 05

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la aceleración "a" en el instante que el bloque B empieza a resbalar. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque B.



Resolución del problema 05

SEGUNDO PASO. la fuerza resultante en el eje vertical es nula:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = m.g \ \ldots (1)$$

TERCER PASO. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje horizontal.

$$\Sigma F_x = m.a \quad \Rightarrow \quad \mu.N = m.a \ \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\mu.(m.g) = m.a \quad \Rightarrow \quad a = \mu_E.g \quad \Rightarrow \quad a = 2\,m.s^{-2}$$

TERCER PASO. Si el bloque B esta pronto a resbalar respecto de A, significa que A y B tienen todavía la misma aceleración "a". Analizando el sistema (A+B).

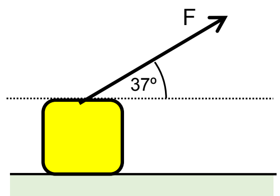
$$F_R = (m_A + m_B).a \quad \Rightarrow \quad 2.t = (5).(2) \quad \Rightarrow \quad t = 5\,s$$

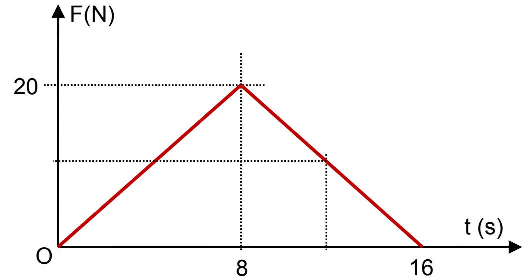
Respuesta: empieza a resbalar después de 5 segundos.

EJEMPLO 06. Sobre un bloque de 2 kg actúa una fuerza que varía con el tiempo como indica el gráfico. Si el coeficiente de rozamiento estático y cinético entre el bloque y el piso es 0,6 y 0,4 respectivamente. ¿Cuál es el valor de la aceleración del bloque en el instante t = 12 s?

$g = 10\ m.s^{-2}$

Para el problema 06

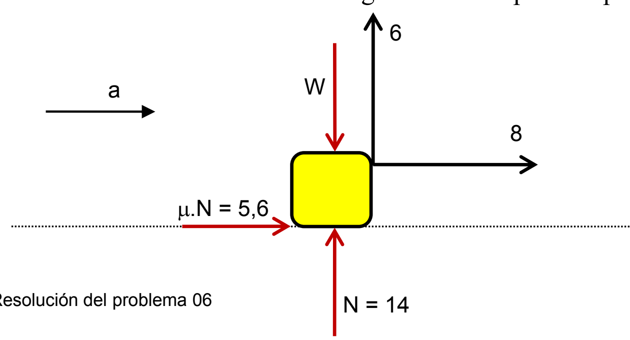




RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Analizando la gráfica fuerzas versus tiempo, para el instante t = 12 s, el módulo de la fuerza F es igual a 10 newtons.

SEGUNDO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre para F = 10 newtons.



Resolución del problema 06

TERCER DE PASO. La fuerza de reacción normal:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = W - 6 \quad \Rightarrow \quad N = 20 - 6 = 14\,newtons$$

la fuerza de rozamiento es:

$$f_C = \mu_C . N \quad \Rightarrow \quad f_C = 0,4.(14) = 5,6 \text{ } newtons$$

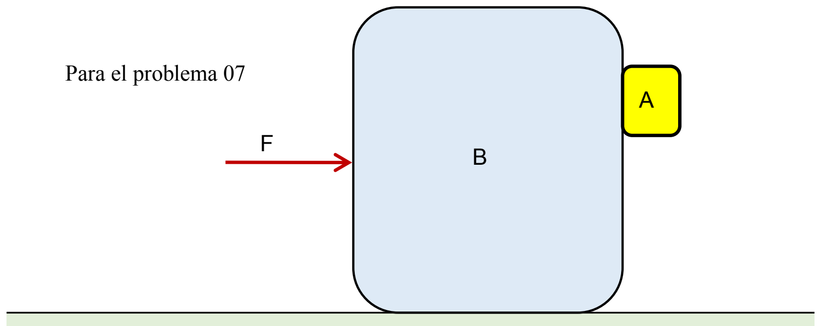
CUARTO PASO. Aplicando la segunda ley de Newton en el eje horizontal.

$$\Sigma F_x = m.a_x \quad \Rightarrow \quad (2,4\,N) = (2\,kg).a \quad \Rightarrow \quad a = 1,2\,m.s^{-2}$$

Respuesta. El valor de la aceleración es 1,2 m/s^2.

EJEMPLO 07. Calcular el mínimo valor de la fuerza F para que el bloque A = 1 kg que se halla apoyado sobre el bloque B = 3 kg no resbale respecto de la superficie vertical. El coeficiente de rozamiento estático y cinético entre los bloques es 0,4 y 0,2 respectivamente. Desprecie el rozamiento entre el bloque B y el piso horizontal. $g = 10 \text{ } m.s^{-2}$

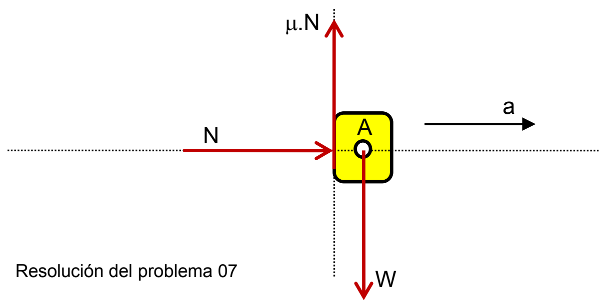
Para el problema 07



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Si el bloque A no resbala respecto de B, entonces ambos tienen la misma aceleración "a" en el eje horizontal.

SEGUNDO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque A.



Resolución del problema 07

TERCER PASO. Analizando en el eje horizontal. Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$A: \ \Sigma F_x = m_A.a \quad \Rightarrow \quad N = m_A.a \quad \ldots (1)$$

CUARTO PASO. Analizando en el eje vertical. Se encuentra en equilibrio:

$$A: \ \Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu.N = W \quad \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\mu_e.(m_A.a) = m_A.g \quad \Rightarrow \quad a_{\min} = \frac{g}{\mu_e}$$

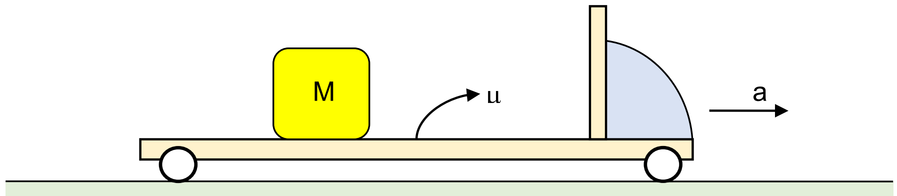
$$a_{\min} = \frac{10 \ m.s^{-2}}{0,4} = 25 \ m.s^{-2}$$

QUINTO PASO: Analizando todo el sistema (A+B). Aplicamos la ley de aceleración.

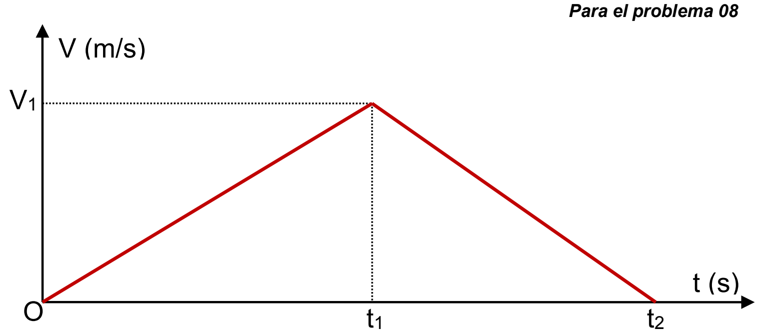
$$F_R = (m_A + m_B).a \quad \Rightarrow \quad F = (4 \ kg).(25 m.s^{-2}) = 100 \ N$$

Respuesta: el valor de la fuerza mínima es 100 newtons.

EJEMPLO 08. Un bloque M = 6,9 kg reposa sobre la plataforma horizontal. Entre el bloque y la plataforma existe una rugosidad $\mu_C = 0,45 \ y \ \mu_S = 0,90$. Además, el movimiento del camión esta descrito por la gráfica velocidad versus tiempo, adjunta donde, $t_1 = 8,2 s \ y \ t_2 = 13,37 s \quad y \ V_1 = 55,94 m.s^{-1}$



Para el problema 08



RESOLUCIÓN

a) Respecto a la fuerza de rozamiento sobre el bloque en el intervalo $[0;t_1]$.

b) RESOLUCIÓN. La máxima aceleración es,

$$a_{\max} = \mu_S.g \;\Rightarrow\; a_{\max} = (0,9).(9,8\ m.s^{-2}) = 8,82\ m.s^{-2} \quad \dots.(1)$$

Analizando el diagrama velocidad versus tiempo:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \;\Rightarrow\; a = \frac{V_1}{t_1} = \frac{55,94}{8,2} = 6,82\ m.s^{-2} \quad \dots(2)$$

Comparando las ecuaciones (1) y (2): el bloque no resbala.

$$f_{ESTATICO} = M.a \;\Rightarrow\; f_S = (6,9\,kg).(6,82\ m.s^{-2}) = 47,1\ N$$

El valor de rozamiento estático es: 47,1 **N**

Y el sentido es +X

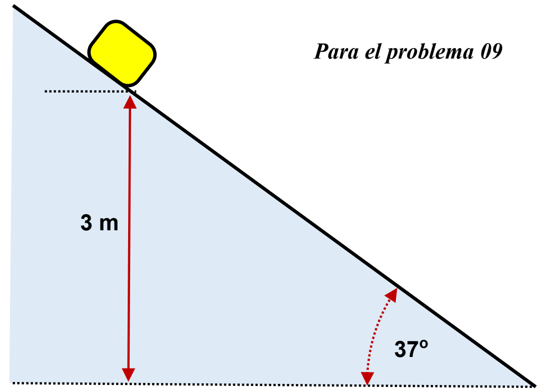
b) Determinar el valor de la aceleración en el intervalo:

$$t_1 = 8,2\,s \;\; y \;\; t_2 = 13,37\,s$$

La aceleración es: $a = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$

$$a = \frac{0 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{-55,94}{13,37 - 8,2} = -10,82\ m.s^{-2}$$

EJEMPLO 09. *Se suelta un bloque sobre un plano inclinado. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie es 0,1. ¿Luego de cuántos segundos llegará a la parte más baja? $(g = 10\ m.s^{-2})$



Para el problema 09

RESOLUCION

PRIMER PASO. Cálculo de la aceleracion sobre un plano inclinado con rozamiento.

$$a = g.\left(Sen37º - \mu_C.\text{Cos}\,37º\right)$$

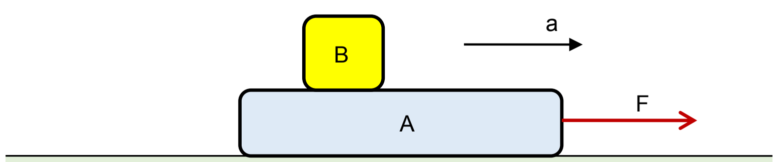
$$a = 10.\left(\frac{3}{5} - 0,1.\frac{4}{5}\right) = 5,2\ m.s^{-2}$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos las leyes del M.R.U.V sobre el plano inclinado. La velocidad inicial es nula y la distanca que recorre el bloque es 5 metros hasta llegar a la posicion mas baja.

$$d = V_0.t + \frac{1}{2}.a.t^2 \quad \Rightarrow 5 = 0 + \frac{1}{2}.(5,2).t^2 \quad \Rightarrow \quad t = 1,39\ s$$

Respuesta: llegará a la parte mas baja despues de 1,39 segundos.

EJEMPLO 10. Se muestra los bloques A = 3 kg y B = 2 kg. Determinar el mínimo valor del coeficiente de rozamiento estático, tal que el bloque B no resbale respecto del bloque A, sabiendo que no existe rozamiento entre el bloque A y el piso horizontal. La magnitud de la fuerza constante aplicada al bloque A es F = 10 N. $g = 10\ m.s^{-2}$



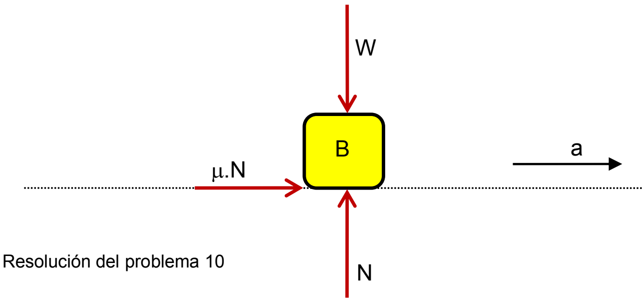
Para el problema 10

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Si el bloque B esta pronto a resbalar respecto de A, significa que A y B tienen todavía la misma aceleración “a”. Analizando el sistema (A+B).

$F_R = (m_A + m_B).a \quad \Rightarrow \quad 10 = (5).(a) \quad \Rightarrow \quad a = 2\,m.s^{-2} \quad \ldots (1)$

SEGUNDO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque B.



Resolución del problema 10

SEGUNDO PASO. la fuerza resultante en el eje vertical es nula:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = m_B.g \quad \ldots (2)$$

TERCER PASO. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje horizontal.

$$\Sigma F_x = m_B.a \quad \Rightarrow \quad \mu.N = m_B.a \quad \ldots (3)$$

Reemplazando (2) en (3):

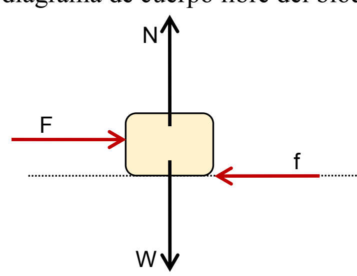
$$\mu.(m_B.g) = m_B.a \quad \Rightarrow \quad \mu_E = \frac{a}{g} = \frac{2}{10} \quad \Rightarrow \quad \mu_E = 0,2$$

Respuesta: el mínimo valor del coeficiente de rozamiento estático es 0,2.

EJEMPLO 11. Un bloque de 4 kg de encuentra en reposo sobre un piso rugoso cuyo coeficiente de rozamiento estático y cinético es 0,4 y 0,3. Se le aplica una fuerza horizontal F = 18 N. Determinar la fuerza de fricción ejercida por el piso sobre el bloque. $g = 10\ m.s^{-2}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del bloque.



SEGUNDO PASO. cálculo de la fuerza de rozamiento estático máximo.

$$f_e(\max) = \mu_e.N \quad \Rightarrow \quad f_e(\max) = (0,4).(40) = 16\,newtons$$

TERCER PASO. Pero F es mayor que 16 newtons, entonces el bloque se mueve.

CUARTO PASO. Cálculo de la fuerza de rozamiento cinético:

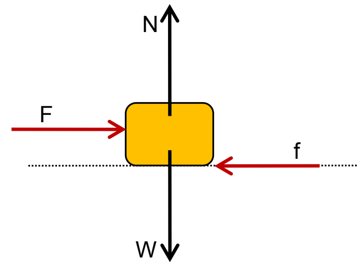
$$f_C = \mu_C.N \quad \Rightarrow \quad f_C = (0,3).(40) = 12\,newtons$$

Respuesta: el valor de la fuerza de rozamiento cinético es 12 newtons.

EJEMPLO 12. Un bloque de 4 kg de encuentra en reposo sobre un piso rugoso cuyo coeficiente de rozamiento estático y cinético es 0,20 y 0,15. Se le aplica una fuerza horizontal F = 5 N. Determinar la fuerza de fricción ejercida por el piso sobre el bloque. $g = 10\ m.s^{-2}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del bloque.



SEGUNDO PASO. cálculo de la fuerza de rozamiento estático máximo.

$$f_e(\max) = \mu_e.N \quad \Rightarrow \quad f_e(\max) = (0,2).(40) = 8\,newtons$$

TERCER PASO. Pero F es menor que 8 newtons, entonces el bloque no se mueve.
CUARTO PASO. Cálculo de la fuerza de rozamiento estático:

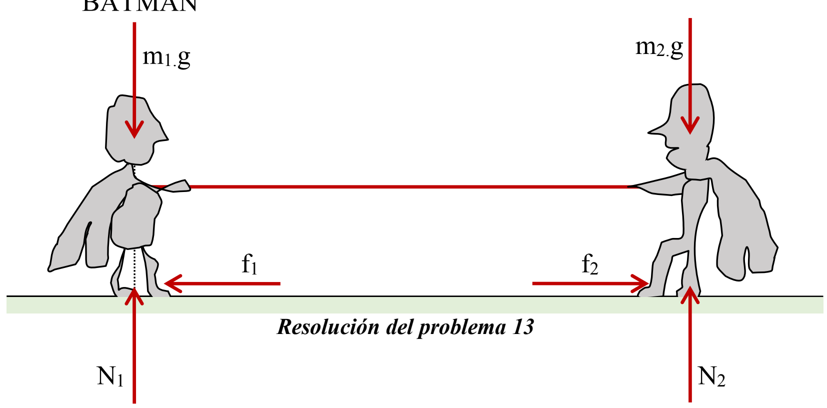
$$\Sigma F_X = 0 \quad \Rightarrow \quad F = f_E = 5\,N$$

Respuesta: el valor de la fuerza de rozamiento estático es 5 newtons.

EJEMPLO 13. Superman (81 kg) y Batman de (78 kg) deciden hacer una competencia de tirar la soga. Se supone que Superman debe ganar la competencia por que es más fuerte que Batman. A la luz de las leyes de Newton analice y determine quién es el que gana la competencia.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del sistema (Batman + cuerda + Superman).



Resolución del problema 13

SEGUNDO PASO. Analizando todo el sistema, las únicas fuerzas son las fuerzas de rozamiento estático en el eje horizontal, según esto podemos decir que:

$$Si,\ f_2 \langle f_1 \quad \Rightarrow \quad Batman\ gana\ la\ competencia.$$

$$Si,\ f_1 \langle f_2 \quad \Rightarrow \quad Superman\ gana\ la\ competencia.$$

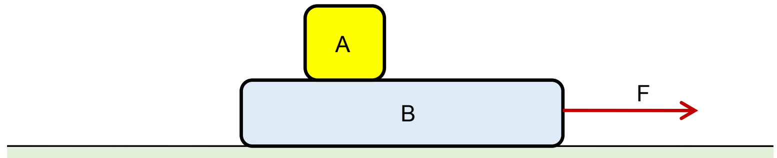
TERCER PASO. La fuerza de rozamiento es directamente proporcional a la fuerza normal.

$$Para\ Batman: \ f_1 = \mu_e.N_1 = \mu_e.m_1.g$$

$$Para\ Superman: \ f_2 = \mu_e.N_2 = \mu_e.m_2.g$$

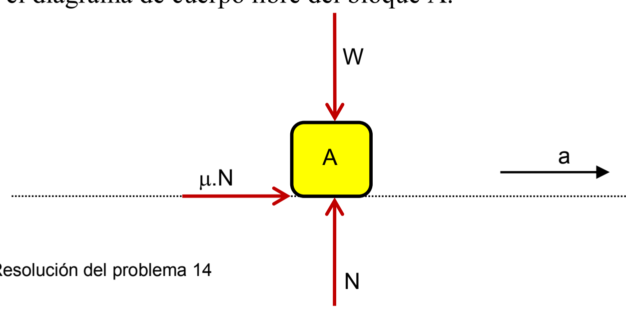
Basta con vencer una de las fuerzas de rozamiento para que uno de ellos gane, entonces gana la competencia el que resiste más al resbalamiento. El que tiene mayor peso o masa gana la competencia, no interesando quien es más fuerte.
Respuesta: Superman gana la competencia.

EJEMPLO 14. Se muestra los bloques A = 2 kg y B = 8 kg, donde la fuerza F es máxima tal que el bloque A no resbale sobre el bloque B. Si el coeficiente de rozamiento estático y cinético es 0,8 y 0,5 entre todas las superficies en contacto. $g = 10\ m.s^{-2}$



Para el problema 14

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. Cálculo de la aceleración "a" en el instante que el bloque A empieza a resbalar. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque A.



Resolución del problema 14

SEGUNDO PASO. La fuerza resultante en el eje vertical es nula:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = m.g \ \ldots (1)$$

TERCER PASO. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje horizontal.

$$\Sigma F_x = m.a \quad \Rightarrow \quad \mu.N = m.a \ \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\mu.(m.g) = m.a \quad \Rightarrow \quad a = \mu_E.g \quad \Rightarrow \quad a = 8 m.s^{-2}$$

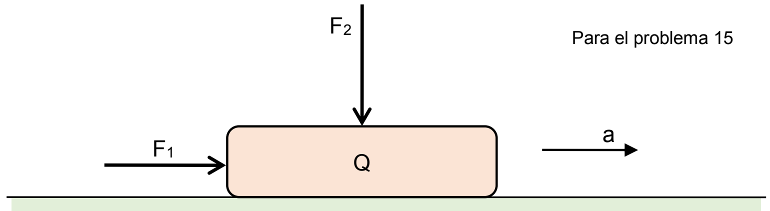
CUARTO PASO. Si el bloque A esta pronto a resbalar respecto de B, significa que A y B tienen todavía la misma aceleración "a". Analizando el sistema (A + B). La fuerza de rozamiento cinético en el piso es opuesta al movimiento del sistema.

$$F_R = (m_A + m_B).a \quad \Rightarrow \quad F - \mu_C.(m_A + m_B).g = (m_A + m_B).a$$

$$F - (0,5).(10).(10) = (10).8 \quad \Rightarrow \quad F = 130\ newtons$$

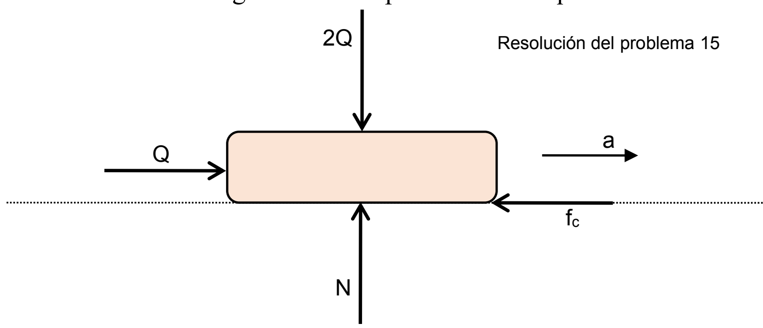
Respuesta: el valor de la fuerza máxima que acelera al sistema es 130 newtons

EJEMPLO 15. Un bloque se desliza sobre un piso horizontal, con aceleración de 4 m/s^2. El bloque pesa Q y las fuerzas externas son $F_1 = F_2 = Q$. Calcular el coeficiente de rozamiento cinético. $g = 10\ m.s^{-2}$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Diagrama de cuerpo libre del bloque.



SE SEGUNDO PASO. La fuerza resultante en el eje vertical es nula:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = Q + F_2 = 2Q \ \ldots (1)$$

$$f_C = \mu.N \quad \Rightarrow \quad f_C = \mu.(2Q) \ \ldots (2)$$

TERCER PASO. Aplicamos la ley de aceleración.

$$\Sigma F_x = m.a \quad \Rightarrow \quad Q - f_C = \left(\frac{Q}{g}\right).a \ \ldots (3)$$

$$Q - \mu_C(2Q) = \left(\frac{Q}{g}\right).a \quad \Rightarrow \quad 1 - 2.\mu_C = \frac{4}{10} \quad \Rightarrow \quad \mu_C = 0,3$$

Respuesta. El valor del coeficiente de rozamiento cinético es 0,3.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Sobre un cuerpo A actúa una fuerza f produciendo una aceleración de 4 m/s^2. La misma fuerza actúa sobre un cuerpo B produciendo una aceleración de 6 m/s^2. ¿Qué aceleración producirá, si la misma fuerza actúa sobre los dos cuerpos?

   RESOLUCIÓN

   PRIMER PASO. Aplicando la Segunda ley de Newton.

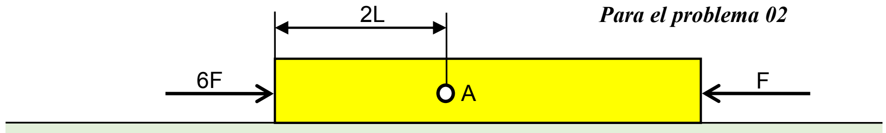
   $$m = \frac{F}{a} \;\Rightarrow\; m_A = \frac{F}{4} \;\; y \;\; m_B = \frac{F}{6} \quad \ldots (1)$$

   SEGUNDO PASO. Cálculo de la aceleración cuando los cuerpos están unidos:

   $$a = \frac{F}{m_A + m_B} \;\Rightarrow\; a = \frac{F}{\frac{F}{4} + \frac{F}{6}} = 2,4\ m.s^{-2}$$

   Respuesta: el valor de la aceleración es 2,4 m/s^2.

2. Se muestra un bloque homogéneo y uniforme de largo 5L sometido a un sistema de fuerzas 6F y F respectivamente. Determinar la fuerza de compresión en el punto A. Desprecie toda forma de rozamiento.

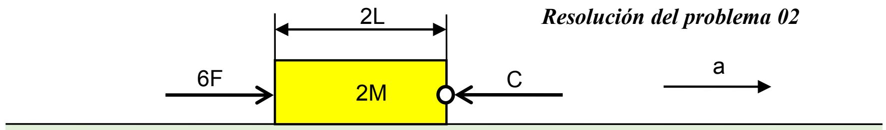
   Para el problema 02

   RESOLUCIÓN

   PRIMER PASO. Consideremos la masa del sistema 5M. Aplicando la Segunda ley de Newton.

   $$F_R = m.a \;\Rightarrow\; (6F - F) = (5M).a \;\Rightarrow\; a = \frac{F}{M} \quad \ldots (1)$$

   SEGUNDO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre de la porción de lago 2L y masa

   Resolución del problema 02

   2M.

   TERCER PASO. Aplicando la Segunda ley de Newton.

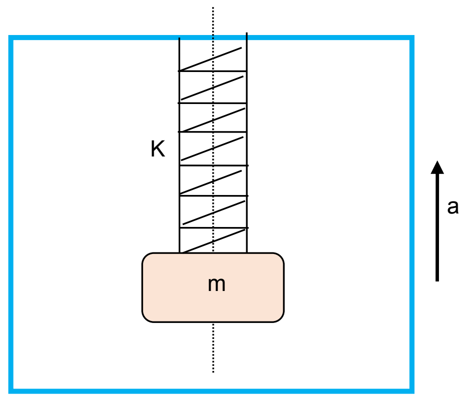
   $$F_R = m.a \;\Rightarrow\; (6F - C) = (2M).a \quad \ldots (2)$$

   $$(6F - C) = (2M).\left(\frac{F}{M}\right) \;\Rightarrow\; C = 4F$$

   Respuesta: el valor de la fuerza de compresión es 4F.

3. Un ascensor de masa 600 kg lleva en el techo un resorte de constante elástica $K = 150\,N.m^{-1}$. En el extremo del resorte del resorte hay un bloque de 5 kg. Sabiendo que tanto el ascensor

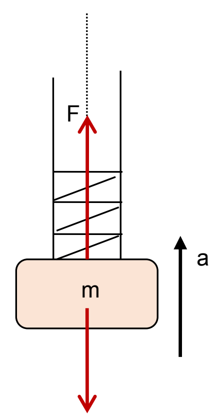
como el bloque tienen la misma aceleración $a = 5\,m.s^{-2}$ hacia arriba, ¿cuánto se estira el resorte? $g = 10\ m.s^{-2}$



Para el problema 03

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del bloque respecto de un observador fijo en la tierra.



Resolución del problema 03

SEGUNDO PASO. Aplicando la segunda ley de Newton:

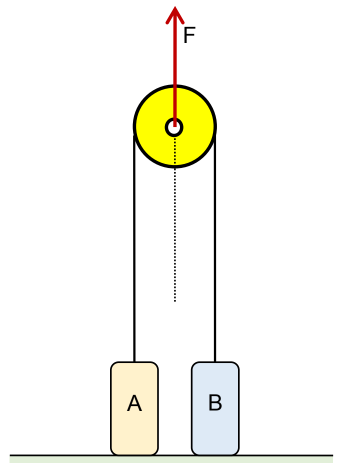
$$F_R = m.a \quad \Rightarrow \quad (F - m.g) = m.a \quad \Rightarrow \quad K.X - m.g = m.a$$

$$X = \frac{m(a+g)}{K} \quad \Rightarrow \quad X = 0,05\,m$$

Respuesta: reemplazando los datos la deformación en el resorte es 5 centímetros.

4. Una cuerda cuelga de una polea y en sus extremos hay bloques de masas A = 4 kg y B = 2 kg. La polea se mueve hacia arriba de tal manera que el bloque A queda estacionario sin hacer

contacto con el suelo (reacción normal del piso sobre A es nula). Determinar la magnitud de la fuerza F, sabiendo que la polea móvil tiene lasa de 0,2 kg. $g = 10\ m.s^{-2}$



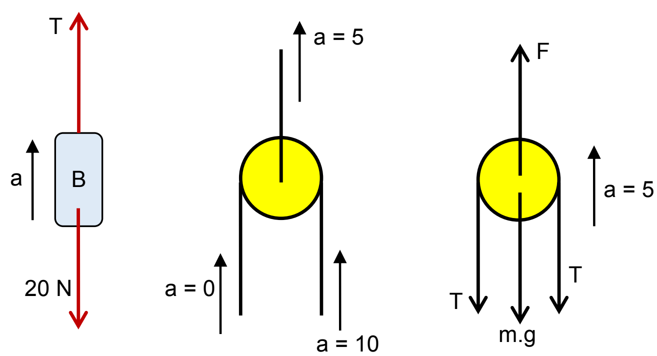
Para el problema 04

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Sabiendo que el bloque A se queda estacionario en el aire, es fácil deducir que el valor de la tensión en la cuerda es igual al peso del bloque A, entonces: T = 40 N.

SEGUNDO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque B.

Resolución del problema 04



TERCER PASO. Aplicando la segunda ley de Newton en el eje "y":

$$\Sigma F_y = m_B.a \quad \Rightarrow \quad (T - 20) = 2.a$$

$$(40 - 20) = 2.a \quad \Rightarrow \quad a = 10\, m.s^{-2} \quad \ldots (1)$$

CUARTO PASO. Analizando cinemáticamente, la aceleración de la polea móvil.

$$a_P = \frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad a_P = 5\ m.s^{-2}$$

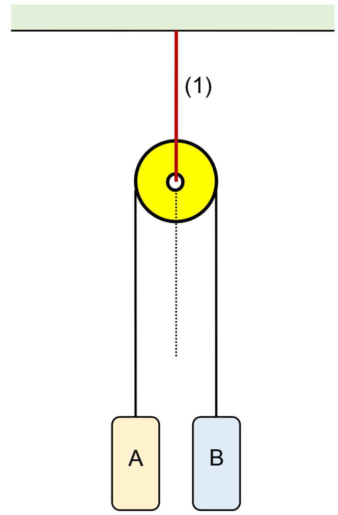
QUINTO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre de la polea móvil:
Aplicando la segunda ley de Newton en el eje "y":

$$\Sigma F_y = m_P.a_P \quad \Rightarrow \quad (F - 2T - m.g) = m_P.a_P$$

$$(F - 80 - 2) = (0,2).(5) \quad \Rightarrow \quad F = 83\ N$$

Respuesta: el valor de la tensión es 83 newtons.

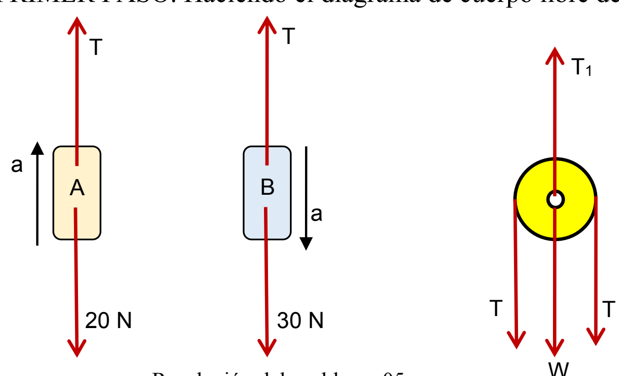
5. Una cuerda cuelga de una polea y en sus extremos se tiene dos bloques A = 2 kg y B =3 kg. Determinar el valor de la tensión en la cuerda (1), sabiendo que la polea pesa 2 N y no ofrece fricción. $g = 10\ m.s^{-2}$



Para el problema 05

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre de los bloques A y B.



Resolución del problema 05

SEGUNDO PASO. Aplicando la segunda ley de Newton a cada bloque.

$A:\ \Sigma F_y = m_A.a \quad \Rightarrow \quad (T-20) = 2.a \ \ldots (1)$

$B:\ \Sigma F_y = m_B.a \quad \Rightarrow \quad (30-T) = 3.a \ \ldots (2)$

TERCER PASO. Adicionando las ecuaciones (1) y (2):

$$30-20 = 5.a \quad \Rightarrow \quad a = 2\,m.s^{-2} \quad y \quad T = 24\,N$$

CUARTO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre de la polea. De la primera condición de equilibrio:

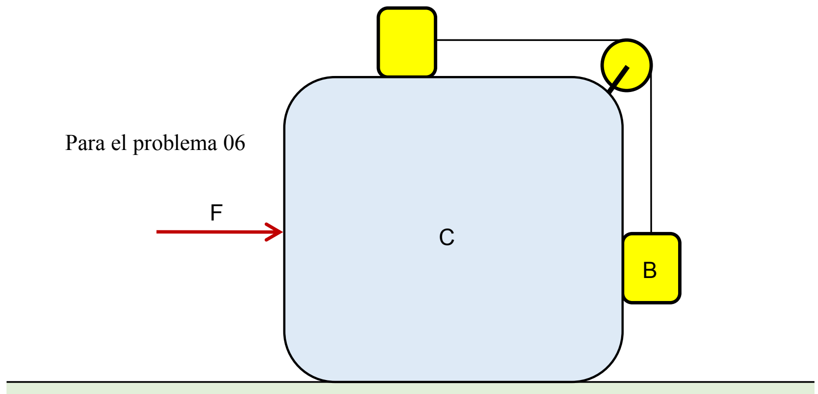
$Polea:\ \Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T_1 = 2T + W$

Reemplazando: $T_1 = 2(24) + 2 = 50\,N$

Respuesta: el valor de la tensión en la cuerda (1) es 50 newtons.

6. Determinar la magnitud de la fuerza F constante que se debe aplicar al sistema para que los bloques A = 1 kg y B =1 kg no tengan movimiento relativo sobre el carro C = 8 kg. No hay rozamiento. $g = 10\ m.s^{-2}$

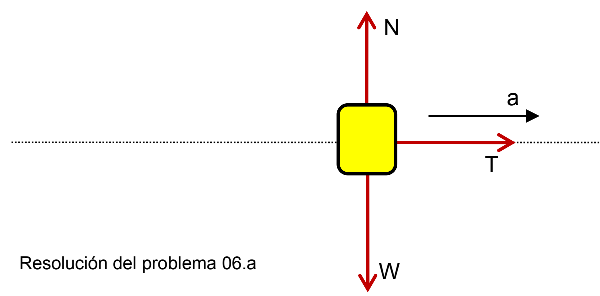
Para el problema 06



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Si los bloques A y B no tienen movimiento relativo respecto de C, entonces los tres tienen la misma aclaración "a" en el eje horizontal.

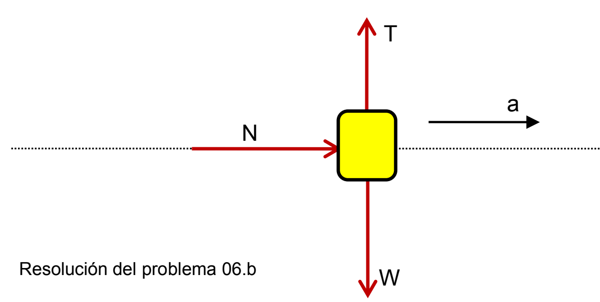
SEGUNDO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque A.



Resolución del problema 06.a

$$A:\ \Sigma F_x = m_A.a \Rightarrow T = m_A.a \Rightarrow T = (1).a \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque B.



Resolución del problema 06.b

$$B:\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = m_B.g \Rightarrow T = (1).g \quad \ldots (2)$$

Resolviendo (1) y (2): $a = g = 10\ m.s^{-2}$

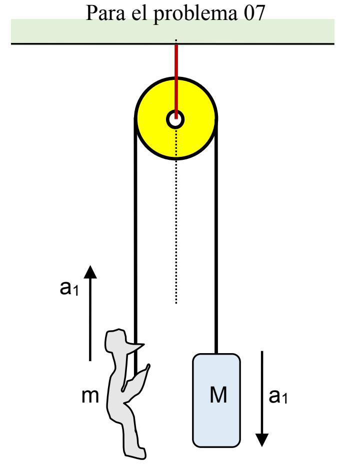
CUARTO PASO. Analizando todo el sistema (A+B+C).

$$F_R = (m_A + m_B + m_B).a \quad \Rightarrow \quad F = (10).(10) = 100\,N$$

Respuesta: el valor de la aceleración es 100 newtons.

7. Un muchacho de masa m = 40 kg que se muestra se encuentra agarrado de una cuerda que lo une a un bloque de M = 60 kg. Si de pronto el muchacho comienza a trepar por la cuerda con una aceleración de 1 m/s^2 respecto de ésta. ¿En cuánto disminuirá la aceleración del bloque? $g = 10\ m.s^{-2}$

Para el problema 07



RESOLUCIÓN

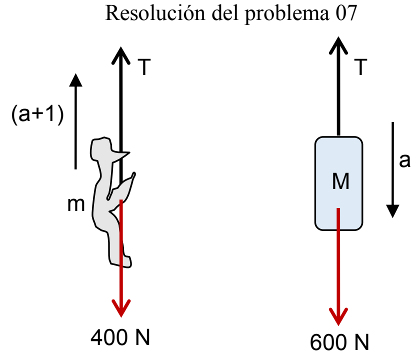
PRIMER PASO. cuando el muchacho está agarrado de la cuerda los cuerpos de masas "m" y M tienen la misma aceleración a_1

$$a_1 = \left(\frac{M-m}{M+m}\right).g \quad \Rightarrow \quad a_1 = 2\ m.s^{-2}$$

SEGUNDO PASO. Cuando el muchacho comienza a trepar con aceleración de 1 m/s^2 respecto de la cuerda, entonces para un observador en la tierra el bloque acelera con "a", mientras que el joven acelerara con $(a+1)$

TERCER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre de cada cuerpo.

Resolución del problema 07



CUARTO PASO. Aplicando la segunda ley de Newton a cada cuerpo.

$$Hombre: \ \Sigma F_y = m.a_y \quad \Rightarrow \quad (T - 400) = 40.(a+1) \quad \ldots (1)$$

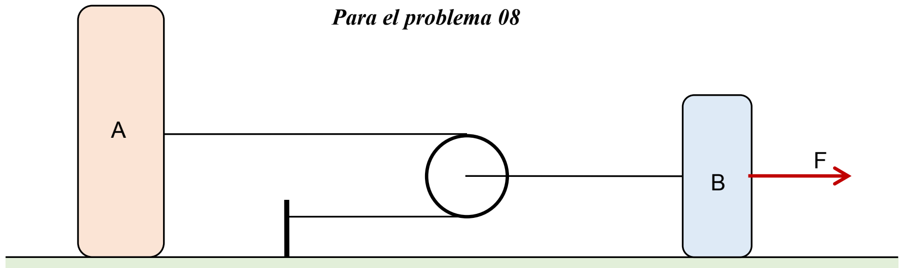
$$Bloque: \ \Sigma F_y = m.a_y \quad \Rightarrow \quad (600 - T) = 60.(a) \quad \ldots (2)$$

Resolviendo (1) y (2): $a = 1{,}6\,m.s^{-2}$ $\Delta a = 0{,}4\,m.s^{-2}$

Respuesta: la aceleración disminuirá en $\Delta a = 0{,}4\,m.s^{-2}$

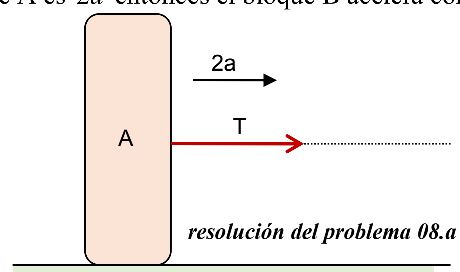
8. En el sistema mostrado determinar la aceleración de los bloques A y B. No hay rozamiento y la polea móvil tiene masa despreciable. Donde, A = B= 1 kg, F = 15 N.

Para el problema 08



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Analizando cinemáticamente, de la propiedad de la polea móvil, si la aceleración del bloque A es $2a$ entonces el bloque B acelera con aceleración "a".

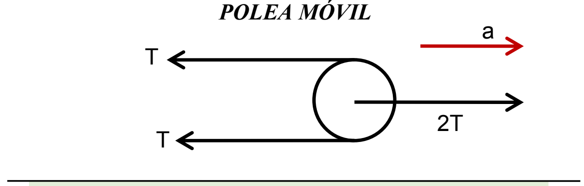


resolución del problema 08.a

SEGUNDO PASO. Además, si la polea móvil tiene masa despreciable, entonces la fuerza resultante que actúa sobre ella es cero. De la segunda Ley de Newton,

$$F_R = m.a \quad \Rightarrow F_R = (0).a = 0$$

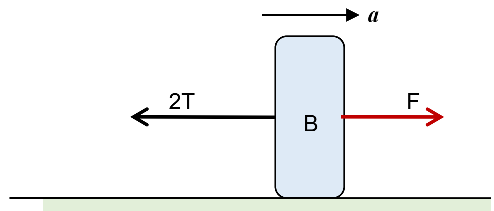
POLEA MÓVIL



TERCER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque A.

$$Bloque\ A: \ \Sigma F_x = m_A.a_A \quad \Rightarrow \quad T = (1).(2a) \quad \ldots (1)$$

CUARTO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque B.



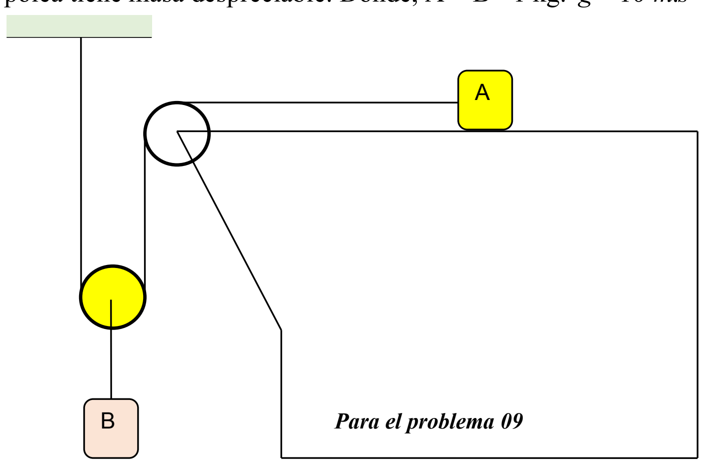
Resolución del problema 08.b

$Bloque\, B:\ \Sigma F_x = m_B . a_B \quad \Rightarrow \quad (15-2T)=(1).(a) \ \ldots$ (2)

Reemplazando (1) en (2): $a = 3\ m.s^{-2}$

Respuesta: El bloque A acelera con 6 m/s^2 y el bloque B con 3 m/s^2.
OBSERVACIÓN. No olvidemos que la polea móvil acelera con 3 m/s^2 al igual que el bloque B.

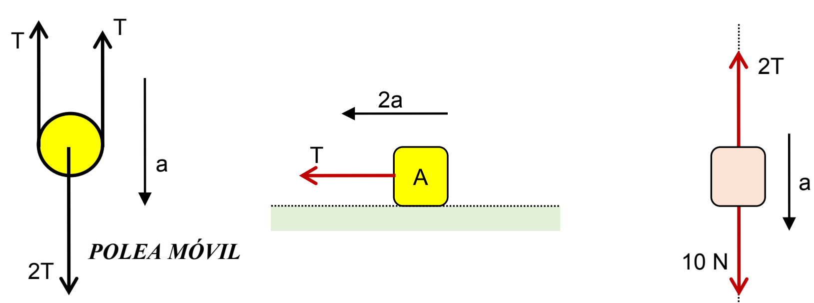
9. En el sistema mostrado determinar la aceleración de los bloques. No hay rozamiento y la polea tiene masa despreciable. Donde, A = B= 1 kg. $g = 10\ m.s^{-2}$



Para el problema 09

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. Analizando cinemáticamente, de la propiedad de la polea móvil, si la aceleración del bloque A es $2a$ entonces el bloque B acelera con aceleración "a".
SEGUNDO PASO. Además, si la polea móvil tiene masa despreciable, entonces la fuerza resultante que actúa sobre ella es cero. De la segunda Ley de Newton,

$$F_R = m.a \quad \Rightarrow F_R = (0).a = 0$$



TERCER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque A.

$$Bloque\ A:\ \Sigma F_x = m_A.a_A \quad \Rightarrow \quad T = (1).(2a) \ \ldots (1)$$

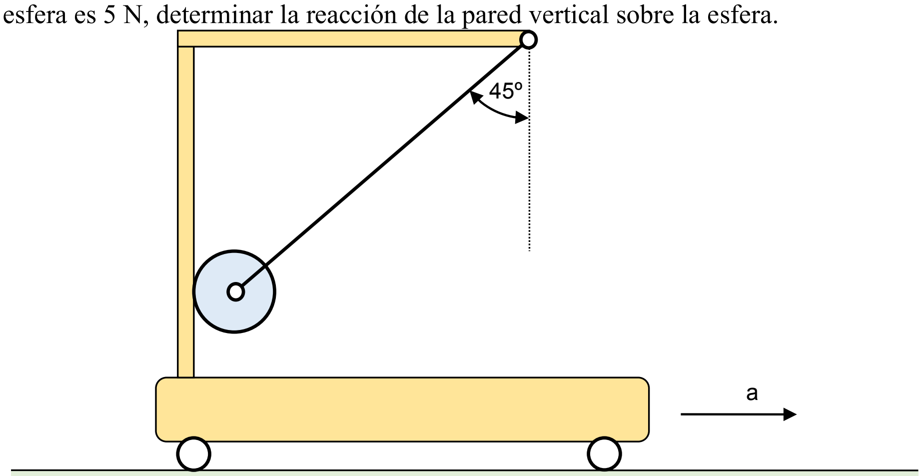
CUARTO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque B.

$$Bloque\ B:\ \Sigma F_x = m_B.a_B \quad \Rightarrow \quad (15-2T) = (1).(a) \ \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2): $a = 3\ m.s^{-2}$

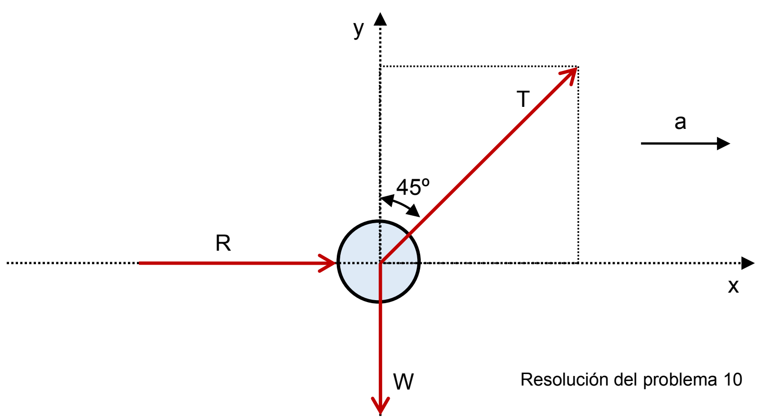
Respuesta: El bloque A acelera con 6 m/s^2 y el bloque B con 3 m/s^2.
OBSERVACIÓN. No olvidemos que la polea móvil acelera con 3 m/s^2 al igual que el bloque B.

10. El sistema mostrado acelera horizontalmente con aceleración de valor $a = 3g$. Si el peso de la esfera es 5 N, determinar la reacción de la pared vertical sobre la esfera.



Para el problema 10

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre de la esfera para un observador ubicado en la tierra.



Resolución del problema 10

SEGUNDO PASO. La esfera no tiene movimiento en el eje vertical, por consiguiente, la fuerza resultante en el eje "y" es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad T.\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = m.g = 5\,N \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. Aplicando la segunda ley de Newton en el eje horizontal.

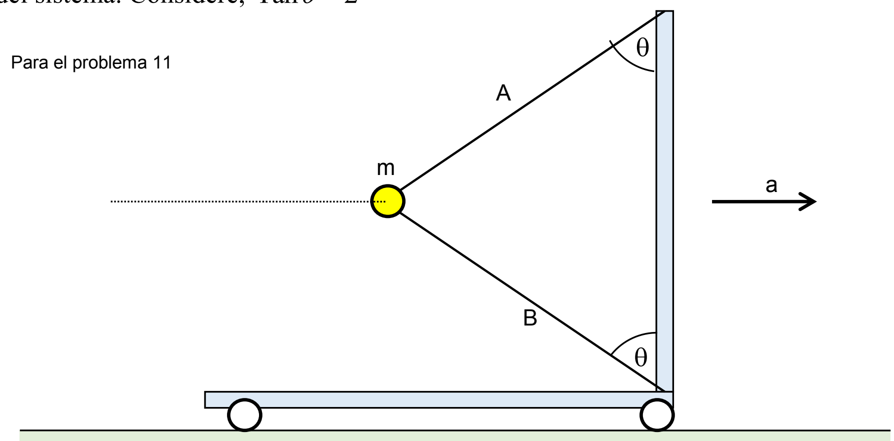
$$\Sigma F_x = m.a_x \quad \Rightarrow \quad T.\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + R = m.a \quad \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$m.g + R = m.(3g) \quad \Rightarrow \quad R = 2.(m.g) = 10\,N$$

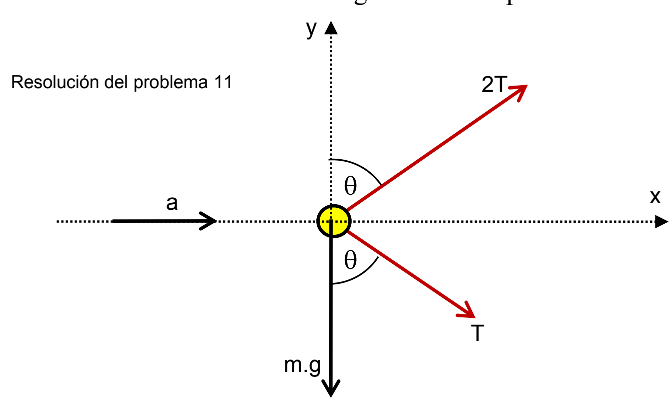
Respuesta. El valor de la fuerza de reacción es 10 newtons.

11. Si la tensión en la cuerda A es el doble de la tensión en la cuerda B. Calcular la aceleración del sistema. Considere, $\text{Tan}\,\theta = 2$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre de la esfera de masa "m".



SEGUNDO PASO. Aplicando la segunda ley de Newton en el eje horizontal

$$\Sigma F_x = m.a_x \quad \Rightarrow \quad 3.T.Sen\theta = m.a \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. La fuerza resultante en el eje vertical al es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; 2.T.\text{Cos}\,\theta = T.\text{Cos}\,\theta + m.g$$

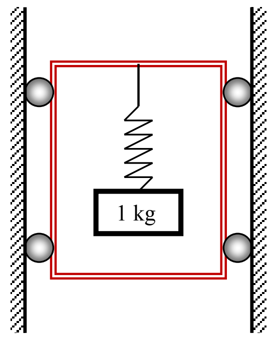
$$T.\text{Cos}\,\theta = m.g \;\ldots (2)$$

Dividiendo convenientemente las ecuaciones (1) / (2):

$$3.\text{Tan}\,\theta = \frac{a}{g} \;\Rightarrow\; 3.(2) = \frac{a}{g} \;\Rightarrow\; a = 6.g$$

Respuesta: el valor de la aceleración es seis veces el valor de la aceleración de la gravedad.

12. Un resorte, cuya longitud natural es de 10 cm, se cuelga del techo de un ascensor y en su extremo libre coloca un bloque de 1 kg. Cuando el ascensor sube con aceleración de módulo 2 m/s^2, la longitud total del resorte es de 15 cm. ¿Cuál será, en cm, la longitud total del resorte cuando un el ascensor baja con una aceleración de modulo 4 m/s^2? $g = 10\ m.s^{-2}$ (Examen UNI 2000 - I)



Para el problema 12

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Fijamos nuestro sistema de referencia dentro del ascensor. La longitud natural del resorte es 10 cm.

SEGUNDO PASO. Cuando el ascensor acelera verticalmente hacia arriba, el resorte se estira (deformación) 5 cm:

$$P_1 = m.(g+a) = K(5cm) \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. Cuando el ascensor acelera verticalmente hacia abajo, el resorte se estima "X":

$$P_2 = m.(g-a) = K(X) \quad \ldots (2)$$

CUARTO PASO. Dividiendo las ecuaciones (1) y (2):

$$\frac{g+a}{g-a} = \frac{5}{X} \Rightarrow \frac{12}{6} = \frac{5}{X} \Rightarrow X = 2{,}5\,cm$$

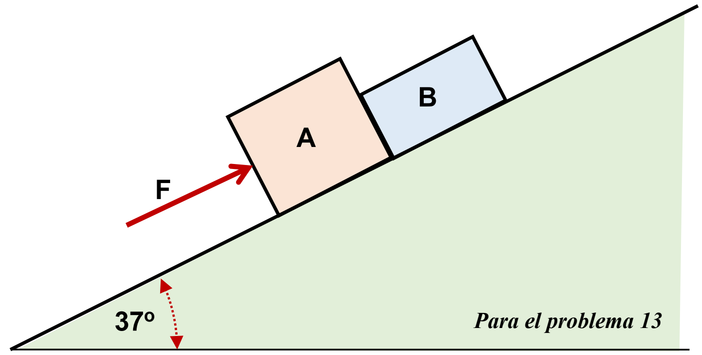
La deformación del resorte es 2,5 cm.

Respuesta: Cuando el ascensor baja con aceleración, la longitud del resorte es 12,5 cm.

13. *Se muestra dos bloques A y B sobre un plano inclinado perfectamente liso. Sobre el bloque A se aplica una fuerza constante F. Calcular la fuerza de interacción entre los bloques: F = 100 N, M_B = 15 kg, M_A = 5 kg, $g = 10\ m.s^{-2}$

RESOLUCION

PRIMER PASO. Tenemos en cuenta la fuerza de arrastre que actuan sobre los bloques, es una componente de la fuerza de gravedad (peso) paralela al plano inclinado.



Para el problema 13

$$F_{ARRASTRE} = m.g.Sen\theta$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos la ley de la aceleracion al sistema (A+B). Suponemos que acelera hacia abjao sobre el plano inclinado.

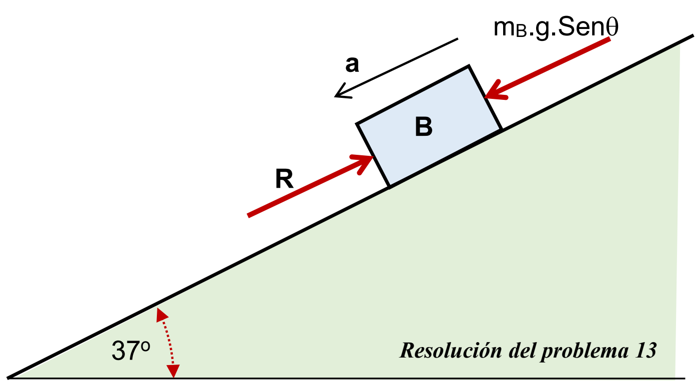
$$a = \frac{\Sigma F}{\Sigma m} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m_A.g.Sen\theta + m_B.g.Sen\theta - F}{m_A + m_B}$$

$$a = \frac{5.(10).0,6 + 15.(10).0,6 - 100}{5 + 15} = 1,0 \ m.s^{-2}$$

TERECRE PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del bloque B.

$$F_{//\,plano} = m.a \quad \Rightarrow \quad m_B.g.Sen\theta - R = m_B.a$$

$$15.(10).0,6 - R = 15.(1) \quad \Rightarrow \quad R = 75\,newtons$$

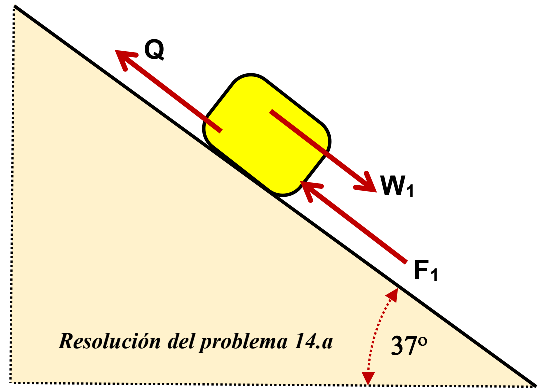


Resolución del problema 13

Respuesta. El valor de la fuerza de reacción entre los bloques A y B es 75 newtons.

14. Un bloque de peso 100 N, se encuentra sobre un plano inclinado 37º respecto de la horizontal. Determinar el módulo de la fuerza F paralela al plano necesaria para mantener al cuerpo en reposo. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque *y* la superficie del plano es 0,25. Dar como respuesta el valor mínimo.

RESOLUCIÓN
PRIMER CASO. Cuando el bloque tiende a desplazarse hacia abajo, la fuerza de rozamiento Q es hacia arriba y la fuerza F es mínima.



Resolución del problema 14.a

$$\Sigma F//_{plano} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_1 + Q = W_1 \quad \Rightarrow \quad F_1 = W_1 - Q$$

$$F_1 = m.g.Sen\theta - \mu_C.m.g.\text{Cos}\,\theta$$

$$F_1 = 100.\left(\frac{3}{5}\right) - (0,25).100.\left(\frac{4}{5}\right) = 40 \ newtons$$

El valor de la fuerza mínima es 40 newtons.

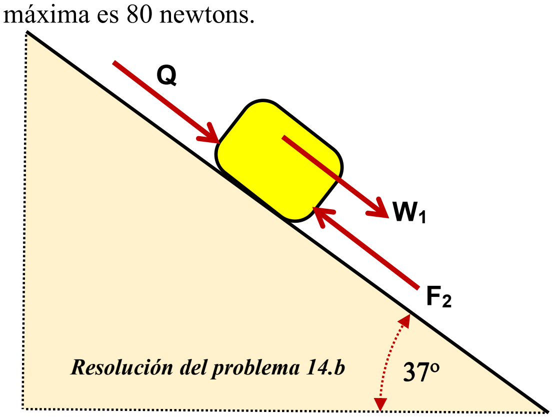
SEGUNDO CASO. Cuando el bloque tiende a desplazarse hacia arriba, la fuerza de rozamiento Q es hacia abajo y la fuerza F es máxima.

$$\Sigma F//_{plano} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_2 = W_1 + Q$$

$$F_2 = m.g.Sen\theta + \mu_C.m.g.\text{Cos}\,\theta$$

$$F_2 = 100.\left(\frac{3}{5}\right) + (0,25).100.\left(\frac{4}{5}\right) = 80 \ newtons$$

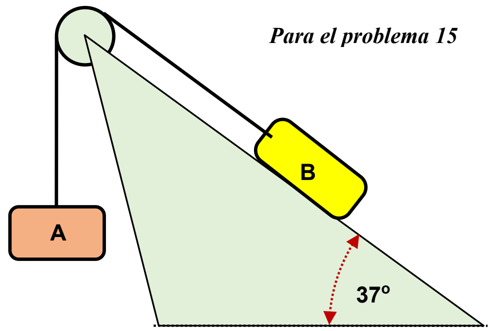
El valor de la fuerza máxima es 80 newtons.



Resolución del problema 14.b

Respuesta. La fuerza F que mantiene al bloque en equilibrio sobre el plano inclinado áspero varia en un rango: desde 40 a 80 newtons. $F \in [40;80] \ newtons$

15. *Determine el mayor valor del peso del bloque A, que impide que el bloque B de peso 50 N se deslice sobre el plano inclinado, los coeficientes de rozamiento estático y cinético son respectivamente 0,5 y 0,3.



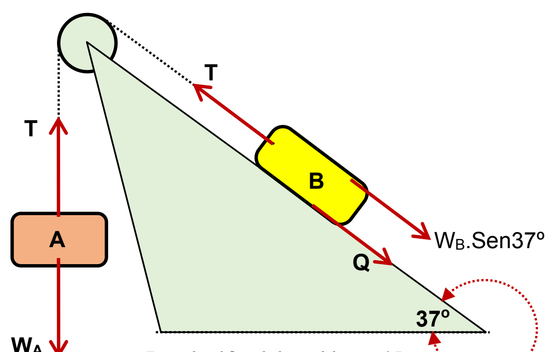
Para el problema 15

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La tensión en la cuerda es igual al peso del bloque A: $T = W_A$. Si el peso de A es el mayor posible, entonces el bloque B tiende a subir, la fuera de rozamiento Q es hacia abajo paralelo al plano inclinado. La fuerza de arrastre sobre el bloque B es:

$$F_{ARRASTRE} = W_B.Sen\theta$$

SEGUNDO PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del bloque B. La fuerza de rozamiento se representa por Q.



Resolución del problema 15

TERCER PASO. La sumatoria de fuerzas es igual a cero. Primera condición de equilibrio.

$$\Sigma F // plano = 0 \quad \Rightarrow \quad T = Q + W_B.Sen37º$$

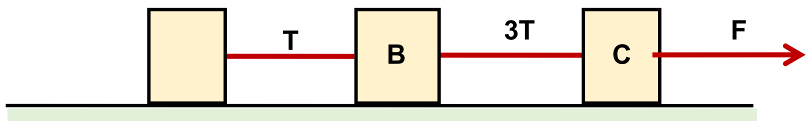
$$Q = \mu_e.W_B.\text{Cos}\,37º \quad \Rightarrow \quad W_A = \mu_e.W_B.\text{Cos}\,37º + W_B.Sen37º$$

$$W_A = 0,5.(50).(0,8) + (50).(0,6) = 50 \ newtons$$

Respuesta. El mayor valor del bloque A es 50 newtons.

16. *Si la tensión de la cuerda que une a los bloques "B" y "C" es el triple de la tensión que une a los bloques "A" y "B". Determinar la relación entre las masas: $\left(\frac{M_B}{M_A}\right)$

Para el problema 16



RESOLUCION

PRIMER PASO. Aplicaremos la ley de aceleracion a los bloques A y B. El bloque A está sometido a la accion de la fuerza de tension T.

$$\Sigma F = (m_A).a \quad \Rightarrow \quad T = (m_A).a \quad \ldots (1)$$

SEGUNDO PASO. El bloque B esta sometido a la accion de dos fuerzas, las tensiones T y 3T.

$$\Sigma F = (m_B).a \quad \Rightarrow \quad 3T - T = (m_B).a \quad \Rightarrow \quad 2T = (m_B).a \quad \ldots (2)$$

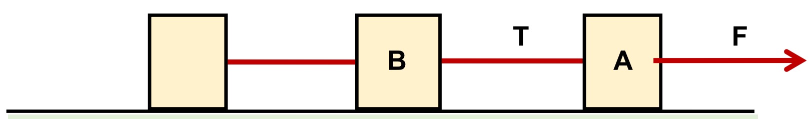
TERCER PASO. Reemplazamos (1) en (2):

$$2(m_A).a = (m_B).a \quad \Rightarrow \quad \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: La masa del bloque B es el doble de la masa del bloque A.

17. Se muestra tres bloques A=2 kg, B=2 kg y C=6 kg. No existe rozamiento. El bloque A esta sometido a la acción de fuerza F= 100 N. Determinar el valor de la tensión en la cuerda que une los bloques A y B.

Para el problema 17



RESOLUCION

PRIMER PASO. Aplicaremos la ley de aceleracion al sistema formado por los tres bloques (A+B+C).

$$a = \frac{\Sigma F}{\Sigma m} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m_A + m_B + m_C} = \frac{100\,N}{10\ kg} = 10\ m.s^{-2} \quad \ldots (1)$$

SEGUNDO PASO. Analizamos al bloque A. Sobre el bloque A actúan dos fuerzas, F a favor del movimiento y T contra el movimiento.

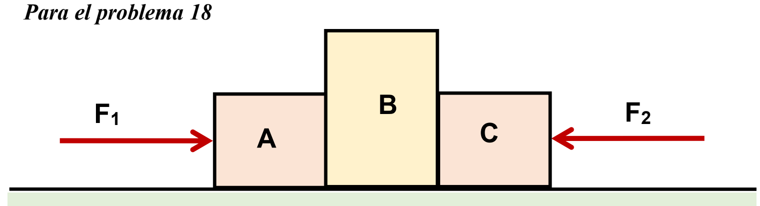
$$\Sigma F = (m_A).a \quad \Rightarrow \quad F - T = (m_A).a \quad \Rightarrow \quad 100 - T = (2).(10)$$

$$T = 80\ newtons$$

Respuesta: el valor de la tensión en la cuerda que une los bloques A y B es 80 newtons.

18. *Se muestra tres bloques en contacto y las fuerzas F_1 = 150 N y F_2 = 50 N. Determinar el módulo de la reacción entre los bloques A y B, sabiendo que: A = 5 kg, B = 2 kg y C = 3 kg, si no existe rozamiento.

Para el problema 18

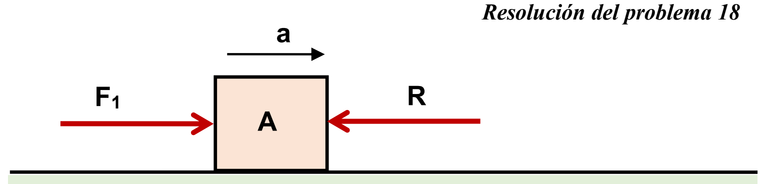


RESOLUCION

PRIMER PASO. Aplicaremos la ley de aceleracion al sistema formado por los tres bloques (A+B+C).

$$a = \frac{\Sigma F}{\Sigma m} \Rightarrow a = \frac{F_1 - F_2}{m_A + m_B + m_C} = \frac{100\,N}{10\,kg} = 10\ m.s^{-2} \quad \ldots (1)$$

Resolución del problema 18



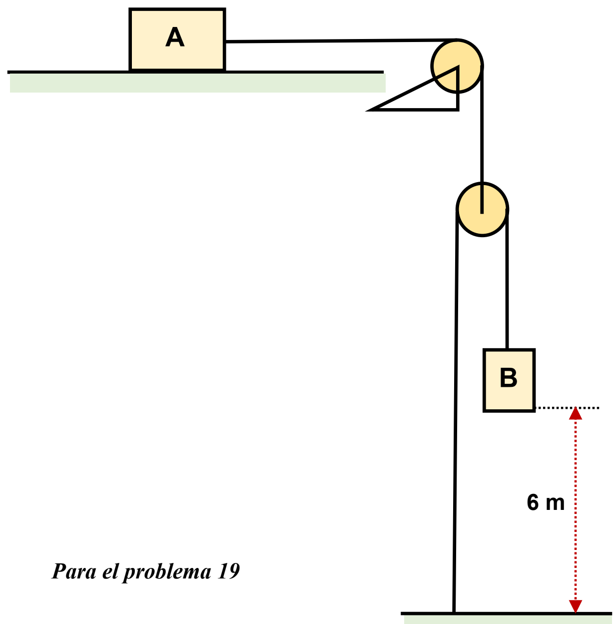
SEGUNDO PASO. Analizamos al bloque A. Sobre el bloque A actúan dos fuerzas, F_1 a favor del movimiento y R (fuerza de reacción del bloque B sobre el bloque A) contra el movimiento.

$$\Sigma F = (m_A).a \Rightarrow F_1 - R = (m_A).a \Rightarrow 150 - R = (5).(10)$$

$$R = 100\ newtons$$

Respuesta: el valor de la reacción entre los bloques A y B es 100 newtons.

19. Sabiendo que: M_A = 20 kg; M_B = 9 kg; g = 10 m/s^2. Desprecie el rozamiento y la masa de las poleas. Si el sistema parte del reposo, ¿qué rapidez tendrá el bloque "B" cuando llega el piso?



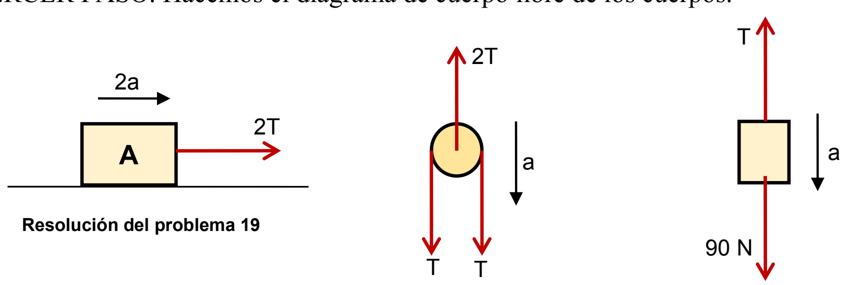
Para el problema 19

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Debido a la polea movil, la aceleracion del bloque A es el doble de la velocidad del bloque B.

SEGUNDO PASO. Si despreciamos el rozamiento y la masa de la polea móvil entonces la fuerza resultante sobre la plolea movil es nula.

TERCER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre de los cuerpos.



Resolución del problema 19

CUARTO PASO. Aplicamos la ley de aceleracion al bloque A.

$$\Sigma F = (m_A).a_A \;\Rightarrow\; 2T = (20)(2a) \;\Rightarrow\; T = 20.a \;\ldots (1)$$

QUINTO PASO: Aplicamos la segunda ley de Newton al bloque B.

$$\Sigma F = (m_B).a_B \;\Rightarrow\; 90 - T = (10)(a) \;\ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$90 - 20.a = 10.a \;\Rightarrow\; a = 3\ m.s^{-2}$$

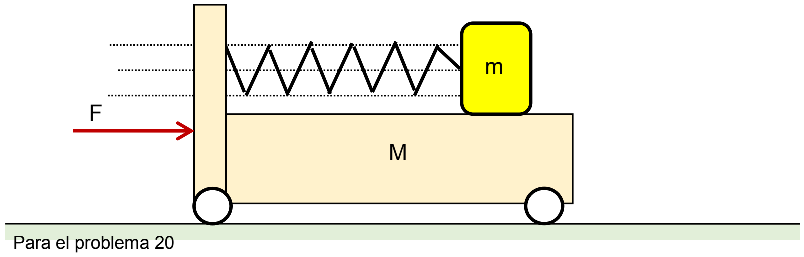
SEXTO PASO. Aplicamos las leyes del M.R.U.V para el movimiento del bloque B.

$$(V_F)^2 = (V_0)^2 + 2.a.d \;\Rightarrow\; (V_F)^2 = 0 + 2.(3).(6) \;\Rightarrow\; V_F = 6\ m.s^{-1}$$

Respuesta: el bloque B llega con rapidez de 6 m/s.

20. Sabiendo que el bloque de masa “m” se encuentra en reposo respecto de la plataforma de masa M, ($M = 4.m$). Determinar la deformación en el resorte de constante de elasticidad

$K = 800\ N.m^{-1}$. No hay rozamiento y la fuerza aplicada es $F = 400\ N$.



Para el problema 20

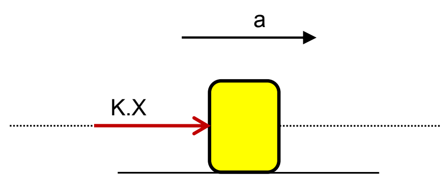
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Si el bloque de masa "m" se encuentra en reposo respecto de M, entonces ambos tienen la misma aceleración "a" en el eje horizontal.

SEGUNDO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del sistema $(M+m)$:

$$F_R = (\Sigma m).a \;\Rightarrow\; F = (M+m).a \;\Rightarrow\; F = 5m.a \;\ldots (1)$$

TERCER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque de masa "m".



Resolución del problema 20

$$F_R = m.a \;\Rightarrow\; K.X = m.a \;\ldots (2)$$

reemplazando (2) en (1):

$$F = 5.K.X \;\Rightarrow\; 400 = 5.(800).X \;\Rightarrow\; X = 0{,}1m$$

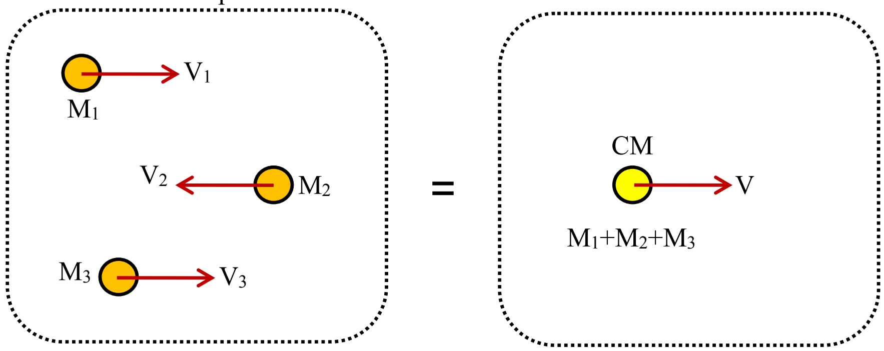
Respuesta: la deformación del resorte es 10 centímetros.

21. ¿Cómo se podría aplicar la primera ley de Newton a un sistema de partículas? Explique.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La primera ley de Newton o principio de inercia, dice que: Un cuerpo de masa constante permanece es estado de reposo o de movimiento con velocidad constante en línea recta, a menos que sobre el actúe una fuerza que cambie su estado.

SEGUNDO PASO. Para un sistema de partículas, si sobre ella la sumatoria de fuerzas externas es nula, entonces su centro de masa se mueve en línea recta con velocidad constante o se encuentra en reposo.

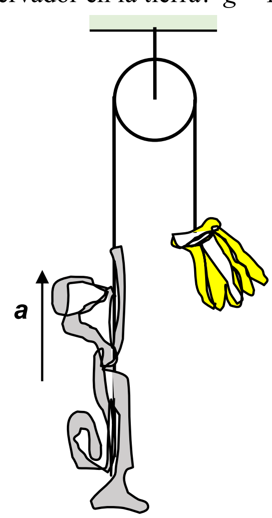


TERCER PASO. Condición matemática:

$\Sigma\vec{F}_{EXTERNAS} = \vec{0} \;\; \Rightarrow \;\; el\,centro\,de\,masa: \; \vec{V} = \vec{0} \;\; \vee \;\; \vec{V} = cons\tan te$

Observación. El cuerpo rígido en su movimiento de traslación, se analiza el movimiento de su centro de masa.

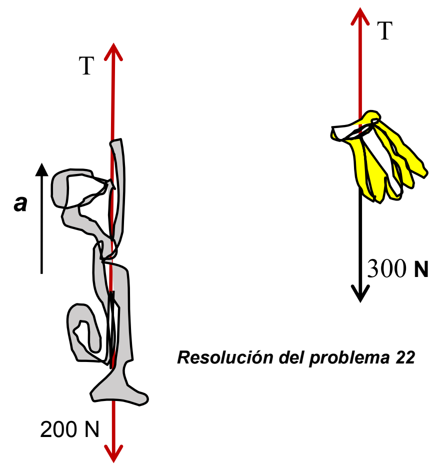
22. Un mono de 20 kg trepa por la cuerda, la cual sostiene por el otro extremo un racimo de plátanos de 30 kg. ¿Cuál es la aceleración que debe desarrollar el mono si el racimo permanece en reposo para un observador en la tierra? $g = 10\,m.s^{-2}$



Para el problema 22

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre de racimo de plátanos. Si el racimo de plátanos está en equilibrio, entonces la tensión en la cuerda será al peso de los plátanos: $T = m.g = 300\,N$



Resolución del problema 22

SEGUNDO PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del mono. De la segunda ley de Newton:

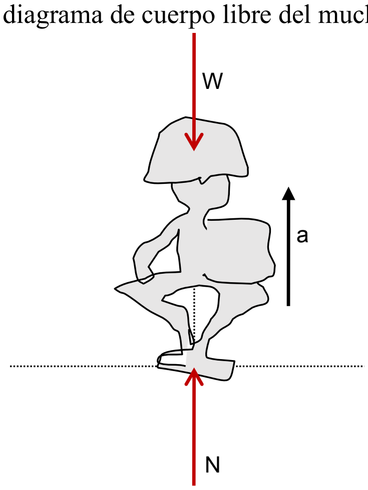
$$a = \frac{\Sigma F}{m} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{T-200}{20} = \frac{300-200}{20} = 5\,m.s^{-2}$$

Respuesta: el mono debe subir a través de la cuerda con aceleración de valor 5 m/s^2.

23. Un muchacho que pesa 300 N en una báscula, se pone de cuclillas en ella y salta repentinamente hacia arriba. Si la báscula indica momentáneamente 450 N en el instante del impulso. ¿Cuál es la máxima aceleración del muchacho en este proceso? $g = 10\,m.s^{-2}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del muchacho.



SEGUNDO PASO. Aplicamos la ley de aceleración.

$$F_R = m.a \quad \Rightarrow \quad N - W = \left(\frac{W}{g}\right).a \quad \Rightarrow \quad a = \left(\frac{N}{W} - 1\right).g$$

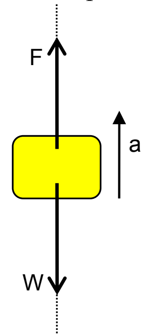
$$a = \left(\frac{450}{300} - 1\right).10 = 5\ m.s^{-2}$$

Respuesta: el valor de la máxima aceleración es 5 m/s^2.

24. Determinar la magnitud de la fuerza F que se debe aplicar a un bloque de peso 5 N, de tal modo, que el cuerpo acelere hacia arriba a razón de 9,8 m/s^2.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del bloque de peso W.



SEGUNDO PASO. Aplicamos la ley de aceleración:

$$F_R = m.a \Rightarrow F - W = \left(\frac{W}{g}\right).a \Rightarrow F = \left(\frac{a}{g} + 1\right).W$$

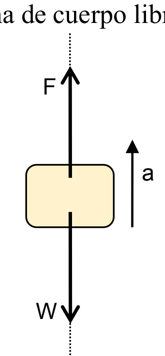
$$\text{Reemplazando: } F = \left(\frac{9,8}{9,8} + 1\right).5\,N = 10\,N$$

Respuesta: el valor de la fuerza es 10 newtons.

25. Un bloque reposa sobre el piso horizontal y se le aplica una fuerza vertical hacia arriba igual al doble de su peso. ¿Qué altura sube en un segundo?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del bloque de peso W.



SEGUNDO PASO. Aplicamos la ley de aceleración:

$$F_R = m.a \Rightarrow F - W = \left(\frac{W}{g}\right).a$$

$$2W - W = \left(\frac{W}{g}\right).a \Rightarrow a = g = 9,8\ m.s^{-2}$$

TERCER PASO. Cálculo de la altura que asciende en el primer segundo.

$$h = V_0.t + \frac{1}{2}.a.t^2 \Rightarrow h = 0 + \frac{1}{2}.(9,8).(1)^2 = 4,9\,m$$

Respuesta. El cuerpo sube en el primer segundo 4,9 metros.

26. Una fuerza F_1 sobre un cuerpo de masa M produce una aceleración $a_1 = 3\,m.s^{-2}$. Otra fuerza F_2 sobre un cuerpo de masa 2M produce una aceleración $a_2 = 2\,m.s^{-2}$. Determinar la aceleración que producirán F_1 y F_2 actuando sobre un cuerpo de masa 5M, en direcciones perpendiculares entre sí.

RESOLUCIÓN

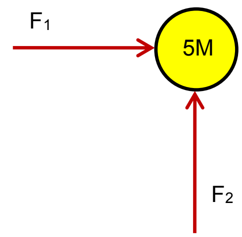
PRIMER PASO. Al primer caso, aplicamos la ley de aceleración.

$$F_1 = M.a_1 \quad \Rightarrow \quad F_1 = M.(3) = 3.M$$

SEGUNDO PASO. Al segundo caso, aplicamos la ley de aceleración.

$$F_2 = (2M).a_2 \quad \Rightarrow \quad F_2 = (2M).(2) = 4.M$$

TERCER PASO. Al tercer caso, aplicamos la ley de aceleración.



$$F_R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2} \quad \Rightarrow \quad F_R = \sqrt{(3M)^2 + (4M)^2} = 5M$$

$$F_R = (5M).a \quad \Rightarrow \quad (5M) = (5M).(a) \quad \Rightarrow \quad a = 1\,m.s^{-2}$$

Respuesta. El valor de la aceleración es 1 m/s^2.

27. En un nuestro planeta un hombre pesa 900 N. ¿Cuánto pesaría en la Luna cuya aceleración de la gravedad es la sexta parte de la gravedad en la tierra?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Peso del hombre en la Tierra.

$P = m.g = 900\,N$

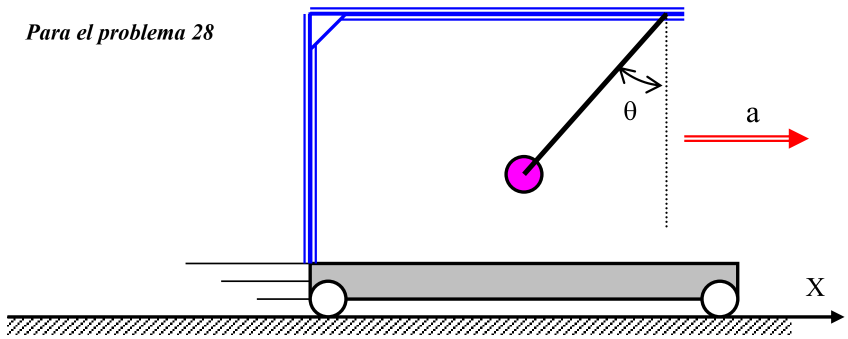
SEGUNDO PASO. Peso del hombre de en la Luna.

$$P_L = m.g_L = m.\left(\frac{g}{6}\right) = \frac{P}{6} = 150\ N$$

Respuesta: el peso del hombre en la Luna es 150 newtons.

28. El sistema mostrado se mueve con aceleración constante. Determinar la aceleración del carrito. El vector de aceleración de la gravedad tiene módulo g.

Para el problema 28



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre de la esfera, respecto de un observador fijo en la tierra.

SEGUNDO PASO. La sumatoria de fuerzas en el eje horizontal es diferente de cero.

$$\Sigma F_X = m.a \quad \Rightarrow \quad T.Sen\theta = m.a \ \ldots (1)$$

TERCER PASO. La sumatoria de fuerzas en el eje vertical es nula.

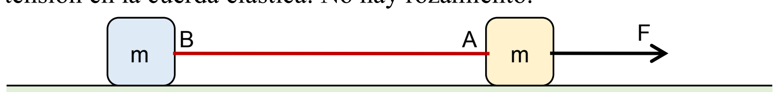
$$\Sigma F_Y = 0 \quad \Rightarrow \quad T.\text{Cos}\,\theta = m.g \ \ldots (2)$$

Dividiendo las ecuaciones (1) entre (2):

$$\text{Tan}\,\theta = \frac{a}{g} \quad \Rightarrow \quad a = g.\text{Tan}\,\theta$$

Observación. El valor de la aceleración está en función del ángulo de inclinación de la cuerda respecto de la vertical.

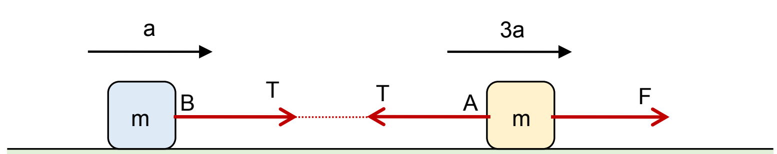
29. Se jala con una fuerza horizontal F = 88 N dos bloques de masas iguales unidos por una cuerda elástica de masa despreciable. En un momento dado se mide las aceleraciones de los extremos A y B de la liga encontrándose que: $a_A = 3.a_B$. Para el mismo instante calcular la tensión en la cuerda elástica. No hay rozamiento.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del bloque B.

$$\Sigma F_X = m.a_B \quad \Rightarrow \quad T = m.a \ \ldots (1)$$



SEGUNDO PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del bloque A.

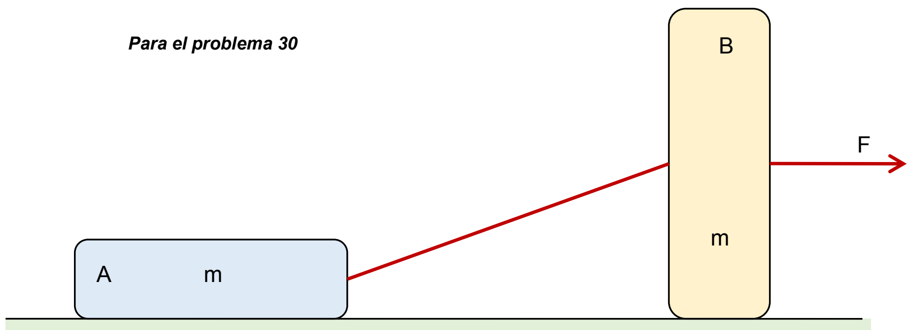
$$\Sigma F_X = m.a_A \quad \Rightarrow \quad F - T = m.(3a) \ \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$F - T = 3.T \quad \Rightarrow \quad F = 4.T \quad \Rightarrow \quad T = \frac{F}{4} = 22 \ newtons$$

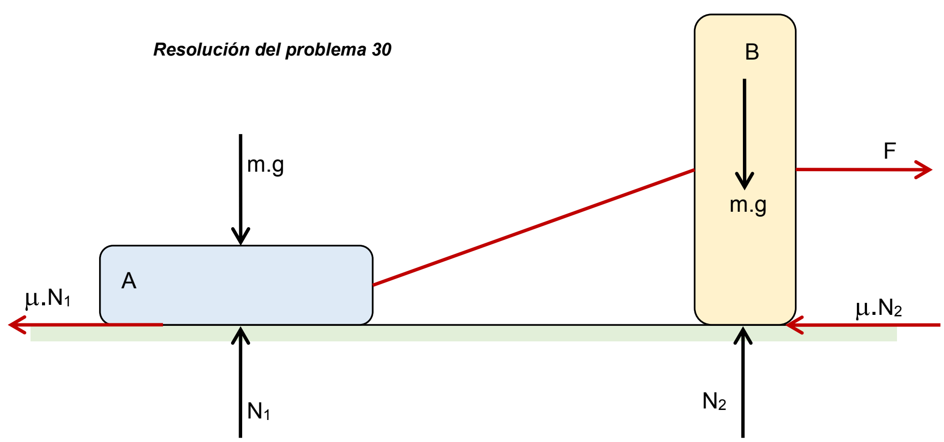
Respuesta: el valor de la tensión en la cuerda es 22 newtons.

30. Determinar el valor de la aceleración de los bloques A y B, de masas iguales a 10 kg, sometidas a la acción de la fuerza F = 60 N. El coeficiente de rozamiento cinético entre las superficies en contacto es 0,2. $g = 10 \ m.s^{-2}$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Diagrama de cuerpo libre del sistema (A + cuerda + B).



SEGUNDO PASO. Aplicamos la segunda ley de Newton.

$$\Sigma F_X = (\Sigma m).a \quad \Rightarrow \quad F - \mu.N_1 - \mu.N_2 = (2m).(a)$$

$$F - (\mu)(N_1 + N_2) = (2m).(a) \quad \Rightarrow F - (\mu)(2m.g) = (2m).(a)$$

$$60 - (0,2).(2.10).10 = (2.10).(a) \quad \Rightarrow \quad a = 1 \ m.s^{-2}$$

Respuesta. El valor de la aceleración es 1 m/s^2.

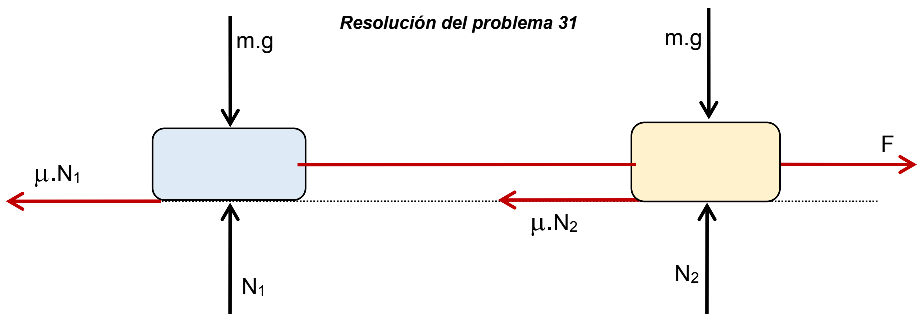
31. Determinar el valor de la aceleración de los bloques A y B, de masas iguales a 10 kg, sometidas a la acción de la fuerza F = 60 N. El coeficiente de rozamiento cinético entre las superficies en contacto es 0,2. $g = 10\ m.s^{-2}$

Para el problema 31

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Diagrama de cuerpo libre del sistema (A + cuerda + B).

Resolución del problema 31



SEGUNDO PASO. Aplicamos la segunda ley de Newton.

$$\Sigma F_X = (\Sigma m).a \;\Rightarrow\; F - \mu.N_1 - \mu.N_2 = (2m).(a)$$

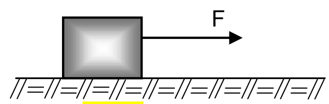
$$F - (\mu)(N_1 + N_2) = (2m).(a) \;\Rightarrow F - (\mu)(2m.g) = (2m).(a)$$

$$60 - (0,2).(2.10).10 = (2.10).(a) \;\Rightarrow\; a = 1\ m.s^{-2}$$

Respuesta. El valor de la aceleración es 1 m/s^2.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Se observa que cuando se aplica una fuerza de $F = 60\ N$ a un bloque de 10 kg su aceleración resulta ser la mitad de la que tiene cuando la fuerza que se aplica es $F = 90\ N$. Determine el valor de la fuerza de rozamiento cinético (en N).



A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

2. Coquito está parado sobre una báscula, dentro de un elevador. Las lecturas máxima y mínima de la báscula, son de 600 N y 400 N. Asumiendo que la magnitud de la aceleración del elevador es la misma cuando sube y cuando baja, calcular el valor de la aceleración del ascensor (en m/s^2). $\left(g = 10\ m/s^2\right)$

A)1 B)2 C)3 D)4 E)5

3. Una esfera de 2 kg es soltada desde una altura de 5 m sobre la superficie que contiene agua en una piscina. Si la máxima profundidad que logra alcanzar es 10 m. Determinar el módulo de la fuerza de oposición del agua, si se considera constante (g = 10 m/s^2).

A) 20 N B) 30 C) 12 D) 18 E) 40

4. Un niño de 45 kg cuelga de una cuerda en el interior de un ascensor. Si este ascensor sube con una aceleración de 2 m/s^2 ¿Cuál es el valor de la tensión en la cuerda? (g = 10 m/s^2).

A) 500N B) 280 C) 560 D) 540 E) 600

5. Un bloque de 1500 N de peso se desliza a lo largo de una pista horizontal rugosa, si en determinado momento posee una velocidad de 90 km/h y se observa que se detiene al cabo de 5 s, determine la distancia que recorre hasta que se detiene. (g = 10 m/s^2)

A) 65m B) 80m C) 100m D) 75m E) 70m

6. Determine la aceleración del bloque, la tensión en la cuerda vertical hacia arriba es de T=125 N. El bloque pesa 100 N y el movimiento es vertical. (g = 10 m/s^2).

A) 2,5 m/s^2 B) 4 m/s^2 C) 6,8 m/s^2 D) 3,8 m/s^2 E) 1 m/s^2

7. Un bloque de 3 kg se mueve verticalmente hacia abajo sujeto por una cuerda vertical, si parte del reposo desde una altura de 3 m y al llegar al piso tiene una velocidad de 4 m/s, determine la tensión en la cuerda vertical, si se supone que desciende con aceleración constante.

A) 25 N B) 17 N C) 18 N D) 22 N E) 20 N

8. Un cuerpo se deja caer por un plano inclinado a 45º, recorriendo toda su longitud en un tiempo doble del que emplearía para el mismo plano, pero sin rozamiento. Determine el coeficiente cinético de fricción.

A) 1/2 B) 3/4 C) 2/5 D) 1/5 E) 1

9. Un cuerpo se encuentra sometido a la acción de dos fuerzas $\vec{F}_1 = 21i + 28j$ N y $\vec{F}_2 = -14i - 4j$ N. Determine el módulo de la aceleración que le comunican al cuerpo si su masa es de 5 kg.

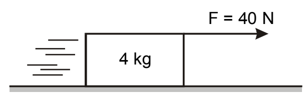
A) 2 m/s^2 B) 4 m/s^2 C) 6 m/s^2 D) 8 m/s^2 E) 5 m/s^2

10. Dentro de un ascensor hay una balanza sobre la cual está de pie una persona; cuando el ascensor baja a velocidad constante la balanza marca 800 N. ¿Cuál será la lectura cuando el ascensor descienda con una aceleración igual a la mitad de la aceleración de la gravedad? ($g = 10\ m/s^2$)
A) 250 N B) 175 N C) 400 N D) 450 N E) 800 N

11. Una bala que posee una velocidad de 50 m/s hace impacto en un costal de arena y llega al reposo en 0,04 s. Si la masa de la bala es de 200 g, determinar la fuerza de resistencia media que se opone a la bala en el trayecto si se supone constante.
A) 250 N B) 170 N C) 185 N D) 224 N E) 200 N

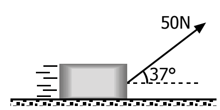
12. Un bloque de 4 kg es dejado en libertad en lo alto de un plano inclinado de 12 m de altura y ángulo de inclinación de 37º, determine la velocidad con la que llega al pie del plano inclinado. El plano es rugoso y el coeficiente de rozamiento es 0,5.
A) $\sqrt{5}$ m/s B) $2\sqrt{5}$ m/s C) $3\sqrt{5}$ m/s D) $4\sqrt{5}$ m/s E) $5\sqrt{5}$ m/s

13. Se muestra un bloque de 4 kg en movimiento sobre una superficie horizontal lisa. Si sale del reposo en t = 0 s, ¿qué distancia avanza en los primeros 20 segundos?



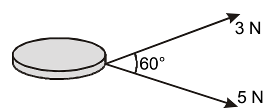
A) 20 m B) 200 m C) 2 km D) 20 km E) 200 km

14. Se muestra un bloque de 8 kg en movimiento sobre una superficie horizontal lisa. Si sale del reposo en t = 0 s, ¿qué distancia avanza en los primeros 10 segundos?



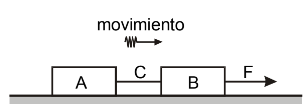
A) 200 m B) 250 m C) 2 km D) 25 km E) 250 km

15. Se muestra un bloque de 3,5 kg en movimiento sobre una superficie plana horizontal lisa. Si sale del reposo en t = 0 s, ¿qué distancia avanza en los primeros 15 segundos?



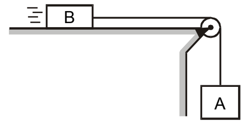
A) 225 m B) 250 m C) 2 km D) 25 km E) 250 km

16. Se muestra dos bloques A = 2 kg y B = 3 kg en movimiento sobre la superficie plana horizontal lisa. Si el módulo de la fuerza es F = 120 N, determine el módulo de la tensión en la cuerda C.



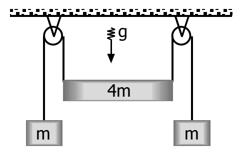
A) 24 N B) 48 N C) 72 N D) 144 N E) 120 N

17. Se muestra los bloques A = 2 kg y B = 3 kg en movimiento, sin rozamiento. Determine el módulo de la tensión en l acuerda que une los bloques. ($g = 10\ m/s^2$)



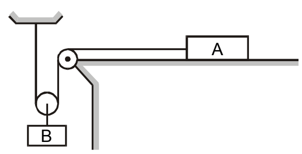
A) 36 N B) 18 N C) 22 N D) 14 N E) 12 N

18. Se muestra un sistema de bloques en movimiento, libre de rozamiento. Determine el módulo de la aceleración del bloque de mayor masa (en m/s^2). (g = 9,8 m/s^2) (Examen UNI)



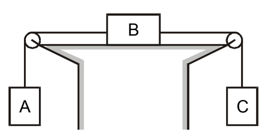
A) g/2 B) g/3 C) g/4 D) g/5 E) g/6

19. Se muestra dos bloques A = 1 kg y B = 4 kg en movimiento, sin rozamiento. Determine el módulo de la tensión en la cuerda. (g = 10 m/s^2)



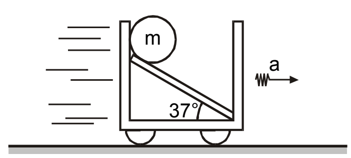
A)10 N B) 12 N C) 14 N D) 16 N E) 18 N

20. Se muestra tres bloques en movimiento, sin rozamiento. Si A = 2 kg, B = 3 kg y C = 5 kg, determine el módulo de la tensión en la cuerda que une los bloquea B y C. (g = 10 m/s^2)



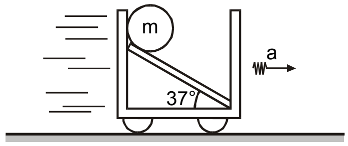
A)15 N B) 20 N C) 25 N D) 35 N E) 40 N

21. Se muestra la esfera de masa "m" sobre un plano inclinado, en movimiento. Determine el valor de la mínima aceleración del carro, tal que, la esfera no caiga sobre el plano (en m/s^2).
(g = 10 m/s^2)



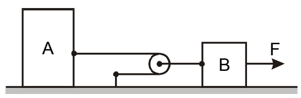
A) 9,8 B) 8,5 C) 7,5 D) 6,5 E) 5,5

22. Se muestra la esfera de 4 kg sobre un plano inclinado, en movimiento. Determine el valor de la aceleración del carro (en m/s^2), sabiendo que el módulo de la fuerza de reacción entre la esfera y la pared vertical del carro es R = 40 N. (g = 10 m/s^2)



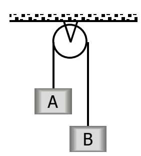
A) 9,8 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

23. La figura muestra los bloques A = 1 kg y B = 2 kg en movimiento, sin rozamiento. Si el módulo de la fuerza es F = 18 N, determine el módulo de la aceleración del bloque B (en m/s^2). Desprecie la masa de la polea móvil.



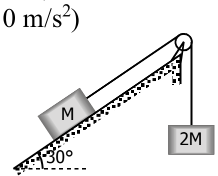
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

24. Se muestra los bloques A = 3 kg y B = 7 kg, en movimiento, sin rozamiento. Determine el módulo de la tensión en la cuerda que une a los bloques. (g = 10 m/s^2)



A)24 N B) 42 N C) 36 N D) 28 N E) 30 N

25. Se muestra dos bloques en movimiento, sin rozamiento. Si M = 1 kg, determine la tensión en la cuerda que une a los bloques. (g = 10 m/s^2)



A)5 N B) 7 N C) 10 N D) 15 N E) 30 N

26. Sobre un plano inclinado 53° con respecto de la horizontal se abandona una esfera metálica. Determine el valor de la velocidad (en m/s) de la esfera sobre el plano inclinado luego de 3 segundos. ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) 23 B) 25 C) 26 D) 28 E) 24

27. Sobre un plano inclinado 30° con respecto de la horizontal se abandona una esfera metálica. Determine la distancia (en m) que recorre la esfera sobre el plano inclinado luego de 4 segundos. ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

28. Un bloque de masa 4 kg descansa sobre el piso de un ascensor que desciende con aceleración de módulo 3 m/s^2, entonces el bloque presiona sobre el piso con una fuerza de módulo (en N): $g = 10\ m.s^{-2}$ (Examen UNI 1982 - II)

A) 28 B) 40 C) 32 D) 36 E) 52

29. En el techo de un ascensor se encuentra suspendido un bloque de masa 6 kg. Sabiendo que el ascensor baja con aceleración -1,8 **j** (m/s^2), determinar el valor de la tensión en la cuerda que sostiene al bloque. (g = 9,8 m/s^2)

A) 28 B) 25 C) 38 D) 35 E) 48

30. En el techo de un ascensor se encuentra suspendido un bloque de masa 5 kg. Sabiendo que el ascensor sube con aceleración 1,2 **j** (m/s^2), determinar el valor de la tensión en la cuerda que sostiene al bloque. (g = 9,8 m/s^2)

A) 28 B) 25 C) 60 D) 50 E) 40

31. Sobre un bloque de 5 kg que se encuentra sobre un plano horizontal áspero se le aplica una fuerza de 40 **i** N y esta acelera con 6 **i** (m/s^2). Determine la fuerza de rozamiento sobre el bloque (en N). ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) -5 **i** B) -10 **i** C) -15 **i** D) 10 **i** E) 15 **i**

32. Del techo de una cabina de ascensor, cuelga un bloque de masa 4 kg. Calcular la aceleración para que el valor de la tensión en la cuerda que sostiene al bloque sea 30 N. ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) -0,5 **j** B) -1,5 **j** C) -2,5 **j** D) 2,5 **j** E) 1,5 **j**

33. Del techo de una cabina de ascensor, cuelga un bloque de masa 4 kg. Calcular la aceleración para que el valor de la tensión en la cuerda que sostiene al bloque sea 50 N. ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) -0,5 **j** B) -1,5 **j** C) -2,5 **j** D) 2,5 **j** E) 1,5 **j**

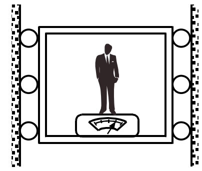
34. En el techo de un ascensor se encuentra suspendido mediante una cuerda un bloque de 5 kg. Si el ascensor asciende con aceleración 2 **j** (m/s^2), determine el módulo de la tensión en la cuerda (en N). ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) 80 B) 60 C) 50 D) 35 E) 20

35. En el techo de un ascensor se encuentra suspendido mediante una cuerda un bloque de 6 kg. Si el ascensor desciende con aceleración -2 **j** (m/s^2), determine el módulo de la tensión en la cuerda (en N). ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) 48 B) 68 C) 58 D) 35 E) 20

36. Dentro de un ascensor se encuentra un hombre de masa 80 kg. Si el ascensor desciende con aceleración -2 **j** (m/s^2), determine el módulo de la fuerza de reacción entre el piso y los zapatos del hombre (en N). ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)



A) 480 B) 680 C) 580 D) 350 E) 640

37. Dentro de un ascensor se encuentra un hombre de masa 50 kg. Si el ascensor asciende con aceleración 2 **j** (m/s^2), determine el módulo de la fuerza de reacción entre el piso y los zapatos del hombre (en N). ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) 480 B) 680 C) 580 D) 350 E) 600

38. Dentro de un ascensor se encuentra un hombre de masa 60 kg parado sobre una báscula. Si el ascensor asciende con aceleración 5 **j** (m/s^2), determine el módulo de la fuerza que señala la báscula (en N). ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) 900 B) 680 C) 880 D) 450 E) 600

39. Dentro de un ascensor se encuentra un hombre de masa 90 kg parado sobre una báscula. Si el ascensor desciende con aceleración -5 **j** (m/s^2), determine el módulo de la fuerza que señala la báscula (en N). ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) 900 B) 680 C) 880 D) 450 E) 600

40. Dentro de un ascensor se encuentra un hombre de masa 69 kg parado sobre una báscula. Si el ascensor desciende con aceleración -10 **j** (m/s^2), determine el módulo de la fuerza que señala la báscula (en N). ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

A) 900 B) 680 C) 880 D) 450 E) 0

41. Sobre un cuerpo de 3 kg actúa una fuerza resultante de 15 **i** + 12 **j** (N). Calcular la aceleración (en m/s^2) que adquiere.

A) 5 **i** + 3 **j** B) 5 **i** + 4 **j** C) 2 **i** + 5 **j** D) 3 **i** + 8 **j** E) 2 **i** + 3 **j**

42. Dos cuerpos A y B, juntos pesan 400 N en la Tierra. Si A pesa 40 N en la Luna y la aceleración gravitacional terrestre es 6 veces la aceleración gravitacional en la Luna. Determine la relación $\dfrac{Masa(B)}{Masa(A)}$

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{2}{9}$

43. Un sistema de tres fuerzas actúa sobre un cuerpo de 0,5 kilogramo. Determine el valor de la aceleración (en m/s^2) del cuerpo.

$F_1 = (3; 7)$; $F_2 = (-4; 8)$; $F_3 = (6; -3)$

A) 13 B) 6,5 C) 26 D) 2,6 E) 130

44. Un sistema de cuatro fuerzas actúa sobre un cuerpo de 2 kilogramos. Determine el valor de la aceleración (en m/s^2) del cuerpo.

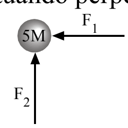
$\mathbf{F_1} = (5 ; 7)$; $\mathbf{F_2} = (-2 ; 3)$; $\mathbf{F_3} = (6 ; 5)$; $\mathbf{F_4} = (0 ; -3)$

A) 7,5 B) 6,5 C) 6,6 D) 8,6 E) 1,30

45. Un joven de masa 30 kg se pone de cuclillas sobre una balanza y luego salta repentinamente hacia arriba. Si la balanza indica momentáneamente 45 kg en el impulso, ¿Cuál es la máxima aceleración del muchacho en este proceso (en m/s^2)? ($\vec{g} = -10\hat{j}$ m/s^2)

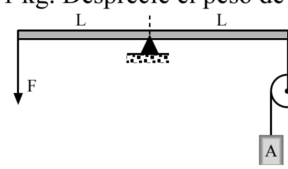
A) 5 **j** B) -5 **j** C) -2,5 **j** D) 2,5 **j** E) 15 **j**

46. Sobre un cuerpo de masa 3M actúa una fuerza de modulo F_1 produciendo una aceleración de 2 m/s^2. Si la fuerza F_2 actuando sobre la masa 2M produce una aceleración 4 m/s^2. ¿Qué aceleración (en m/s^2) producirá F_1 y F_2 actuando perpendicularmente sobre la masa 5M?



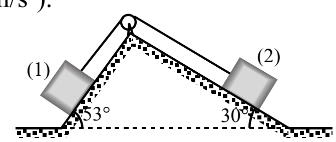
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) N.A.

47. Determine el módulo de F (en newtons) sabiendo que la barra homogénea se encuentra de equilibrio, donde A = 4 kg y B = 1 kg. Desprecie el peso de la polea. (g = 10 m/s^2)



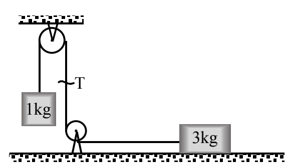
A) 32 B) 64 C) 16 D) 4 E) 50

48. Se muestra dos bloques de masas m_1 = 20 kg y m_2 = 20 kg. Determine el módulo de la aceleración de cada bloque (en m/s^2).



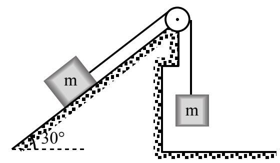
A) 1,5 B) 2,5 C) 3,6 D) 4,2 E) 5,5

49. Se muestra dos bloques en movimiento. Si no hay rozamiento, determine el módulo de la tensión T en la cuerda (en N). (g = 10 m/s^2)



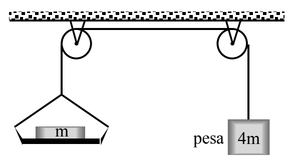
A) 5,5 B) 6,5 C) 7,5 D) 8,5 E) N.A.

50. Se muestra dos bloques en movimiento. Si no hay rozamiento, determine el módulo de la aceleración (en m/s^2). (g = 10 m/s^2)



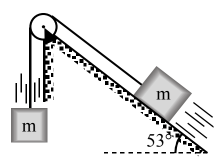
A)1,5 B) 2,5 C) 3,5 D) 0,5 E) N.A.

51. Se muestra dos bloques en movimiento. Si no hay rozamiento, determine el módulo de la aceleración (en m/s^2). Desprecie la masa del platillo. (g = 10 m/s^2)



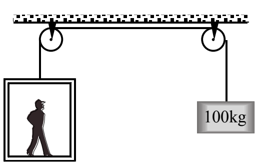
A)2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

52. Se muestra dos bloques en movimiento. Si no hay rozamiento, determine el módulo de la aceleración (en m/s^2). (g = 10 m/s^2)



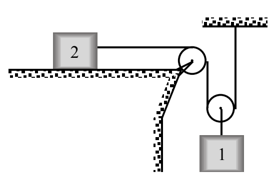
A)1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

53. Se muestra un hombre de 88 kg en el interior de un ascensor de 32 kg. Determine el módulo de la reacción entre los zapatos del hombre y el piso del ascensor (en newtons). (g = 10 m/s^2)



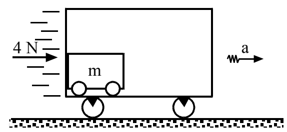
A) 600 B) 650 C)700 D) 800 E) 850

54. Se muestra dos bloques tienen masas de módulos m_1 = 1 kg y m_2 = 1 kg. Si no hay rozamiento, determine el módulo de la tensión en la cuerda (en N). Desprecie la masa de la polea. (g = 10 m/s^2)



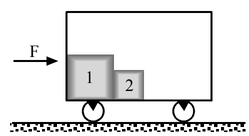
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

55. Se muestra un carro de masa “3m” que se mueve horizontalmente sobre una superficie que no ofrece fricción. Determine el módulo de la fuerza de reacción entre el bloque de masa m y la pared interior del carro (en N).



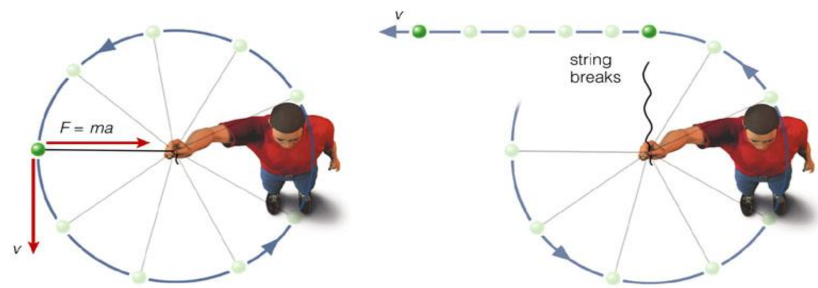
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

56. Se muestra un carro de masa “3m” que se mueve horizontalmente sobre una superficie que no ofrece fricción. Si $m_1 = 5m$ y $m_2 = 2m$, determine el módulo de la fuerza de reacción entre el bloque de masa m_1 y la pared interior del carro (en N). El módulo de la fuerza es F = 100N.



A) 70 B) 60 C) 50 D) 40 E) 80

DINÁMICA CIRCUNFERENCIAL



1. CONCEPTO: Una de las principales curiosidades del hombre ha sido, es y será el saber con certeza porqué se mueven los cuerpos. Descubrirlo tomo muchos años. Sin embargo, lo que más impacto nos causa es el hecho de que el conocimiento de las leyes que lo explican puede aplicarse tanto a cuerpos que están a nuestro alrededor como a los cuerpos celestes. El genio de Isaac Newton puso a nuestro alcance toda la comprensión de los movimientos a partir de sus causas, naciendo así la **dinámica**. El trabajo de sus antecesores: Galileo, Kepler, Copérnico, Descartes, etc.; le permitió tener una buena base para sus estudios, que culminaron en “Las Tres Leyes de Newton”.

2. INTERACCIÓN: Es una propiedad **cualitativa** de la materia. Ejemplos: La Tierra y el Sol se atraen mutuamente. El electrón gira entorno al núcleo del átomo por la atracción mutua entre el electrón y el protón. El imán y una barra de acero se atraen entre sí. Los protones en el núcleo experimentan repulsión mutua.

3. FUERZA: Es la medida **cuantitativa** de la interacción. Entre la Tierra y El Sol existe fuerza de atracción gravitacional. Entre el electrón y el protón existe fuerza de atracción eléctrica. Los protones en el núcleo experimentan una fuerza de repulsión eléctrica. Entre el imán y la barra de acero existe una fuerza de atracción magnética.

***4.* ISAAC NEWTON (1643 – 1727),** *genial físico y matemático inglés, uno de los célebres sabio en la historia de la humanidad. Newton formuló los principales conceptos y leyes de la mecánica, descubrió la ley de gravitación universal, creando por lo tanto un mundo científico que se mantuvo intacto hasta comienzo del siglo XX. Creó la teoría del movimiento de los cuerpos celestes (planetas y estrellas); explicó las principales particularidades de movimiento de la Luna; dio explicación a las mareas. En la óptica, a Newton se deben los admirables descubrimientos que facilitaron el desarrollo impetuoso de esta rama de la física. Estableció un auténtico método matemático de investigación del cálculo diferencial e integral. Esto influenció enormemente en todo el desarrollo ulterior de la física, facilitando la aplicación de los métodos matemáticos en ella. Isaac Newton nace el 25 de diciembre de 1643, un después del fallecimiento de Galileo Galilei.*

5. ACELERACIÓN CENTRÍPETA (a_c): La aceleración centrípeta mide la rapidez de **cambio** que experimenta la velocidad tangencial en **dirección**. Se representa por vector que indica al centro de curvatura. Su valor es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad tangencial e inversamente proporcional al radio de curvatura. Se mide en m/s^2.

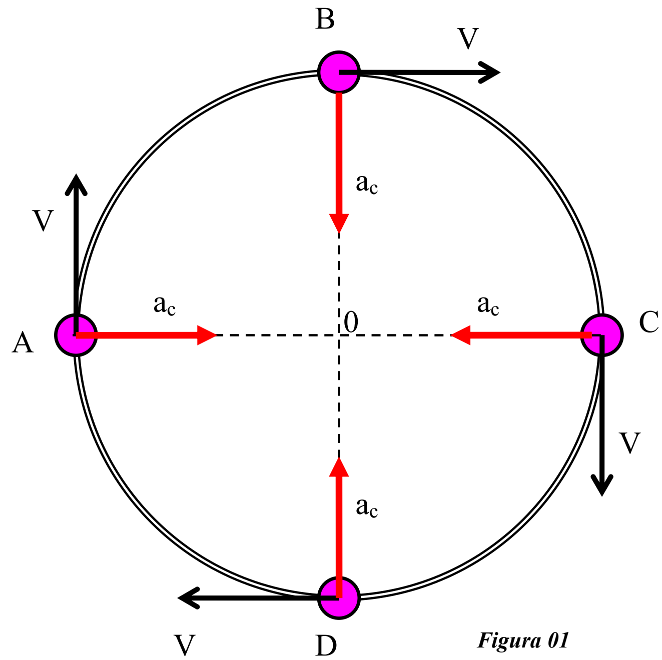


Figura 01

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(\omega.R)^2}{R} = \omega^2.R$$

En función de la velocidad tangencial: $a_c = \dfrac{V^2}{R}$

En función de la velocidad angular: $a_c = \omega^2.R$

6. FUERZA CENTRÍPETA: Es la fuerza resultante de todas las fuerzas que tienen dirección radial, sobre un cuerpo o partícula en un punto y en un instante de su movimiento mecánico.

$$F_C = \sum F.hacia\,el\,centro - \sum F.saliendo\,del\,centro$$

7.De la segunda ley de Newton, la fuerza centrípeta es igual al producto de la masa por la aceleración centrípeta.

$$F_c = m.a_c = m.\frac{V^2}{R} \qquad \ldots (1)$$

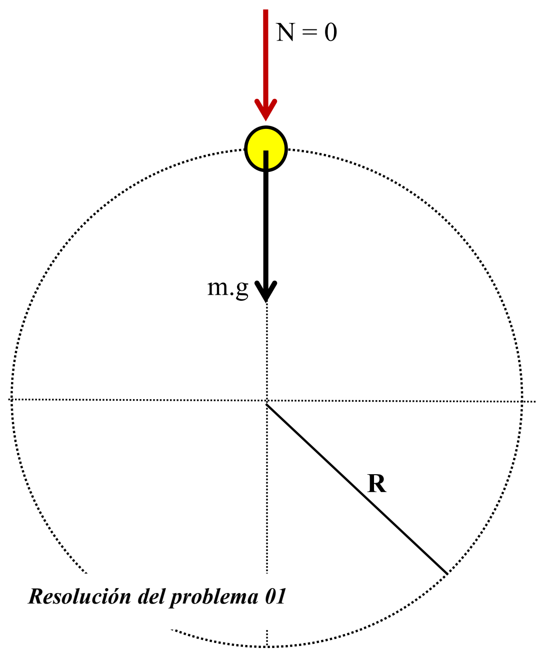
$$F_c = m.a_c = m.\omega^2.R \qquad \ldots (2)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi . f \qquad \dots (3)$$

EJEMPLO 01: Un balde que contiene agua gira en plano vertical uniformemente, atada a una cuerda de 1,0 metro de largo. Determinar la mínima velocidad angular del balde, tal que el agua no se derrame. Considere: $\left(g = \pi^2 \ \frac{N}{kg} \right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cuando el balde pasa por el límite superior con su mínima velocidad, la presión en el fondo del balde es igual a cero, por consiguiente, la dirección normal sobre el agua es nula.



Resolución del problema 01

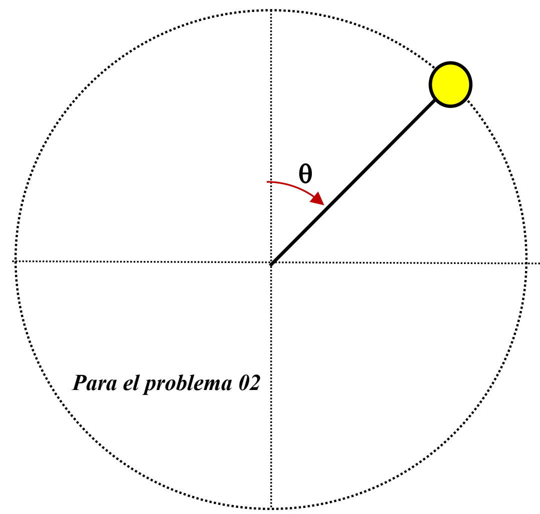
SEGUNDO PASO. Aplicando la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial:

$F_C = m.a_C \quad \Rightarrow m.g = m.\omega^2.R$

$$g = \omega^2.R \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{1}} = \pi \ \frac{rad}{s}$$

Respuesta: la rapidez angular es $3{,}1416 \ \frac{rad}{s}$

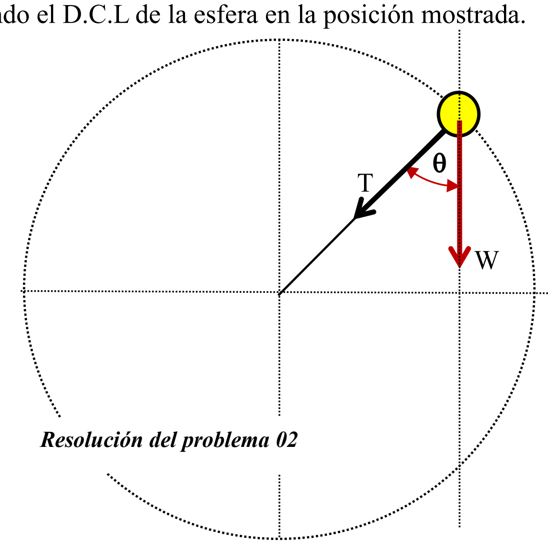
EJEMPLO 02: Una esfera pequeña de peso 5 N atada a una cuerda de longitud L gira en un plano vertical, en la posición $\theta = 37^o$ la tensión en la cuerda es 5 N. Determinar la fuerza centrípeta en el instante mostrado.



Para el problema 02

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Haciendo el D.C.L de la esfera en la posición mostrada.



Resolución del problema 02

SEGUNDO PASO. La fuerza centrípeta es la resultante de todas las fuerzas radiales.

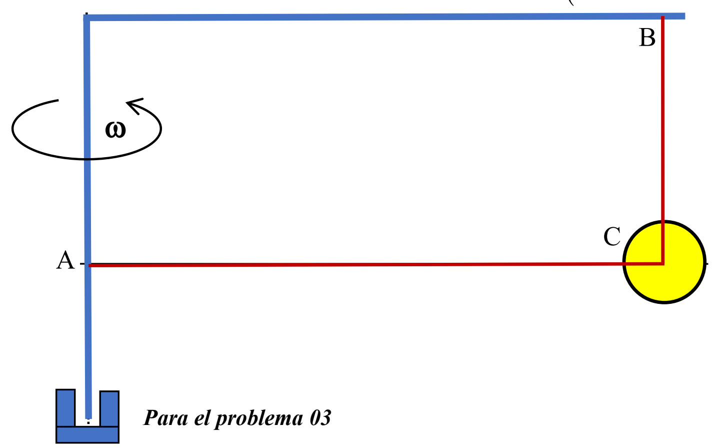
$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; F_C = T + W.\text{Cos}\,\theta$$

Reemplazando tenemos que:

$$F_C = 5 + 5.\text{Cos}\,37^o \;\Rightarrow\; F_C = 5 + 5.\left(\frac{4}{5}\right) = 9\ N$$

Respuesta: La fuerza centrípeta es $9\ N$

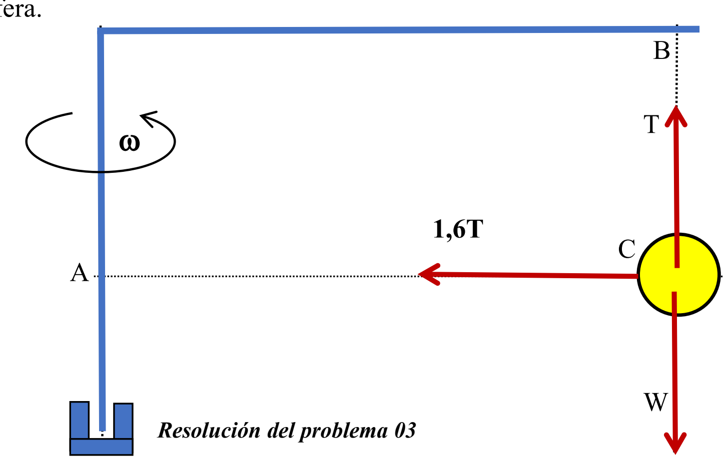
EJEMPLO 03: Se muestra una estructura que gira alrededor de un eje vertical. Si la longitud de la cuerda horizontal es 25 cm, ¿Qué velocidad angular debe tener el sistema mostrado para que la tensión en la cuerda horizontal sea 1,6 veces la tensión en la cuerda vertical? $\left(g = 10\ m/s^2\right)$



Para el problema 03

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: La esfera gira describiendo una circunferencia en un plano horizontal. Realizamos el D.C.L de la esfera.



Resolución del problema 03

SEGUNDO PASO: La sumatoria de fuerzas en el eje vertical es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; T = W = m.g \;\ldots (1)$$

TERCER PASO: Aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial.

$$\Sigma F_{RADIALES} = m.a_C \;\Rightarrow\; 1,6T = m.\omega^2.R \;\ldots (2)$$

El radio de giro de la esfera es: $R = AC = 5\ m$

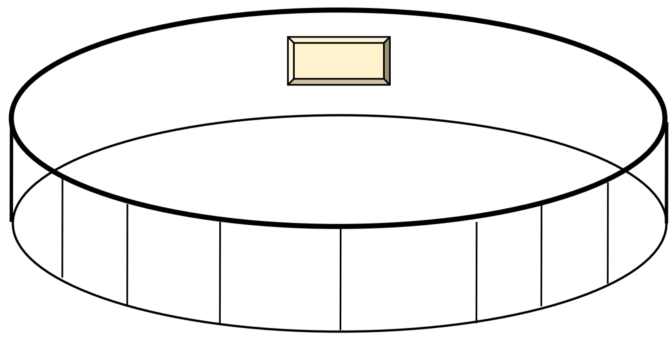
Reemplazando (1) en (2):

$$1,6T = m.\omega^2.R \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{1,6.g}{R}}$$

Reemplazando los datos: $\omega = \sqrt{\dfrac{1,6.(10)}{0,25}} = 8\ \dfrac{rad}{s}$

Respuesta: la rapidez angular es $8\ \dfrac{rad}{s}$

EJEMPLO 04: Se muestra un automóvil venciendo la gravedad. El radio de curvatura de la superficie es R=40 m y el coeficiente de rozamiento estático entre las llantas y la pista es 0,25. Calcular la mínima velocidad del auto para que no resbale sobre la superficie interna del cilindro.

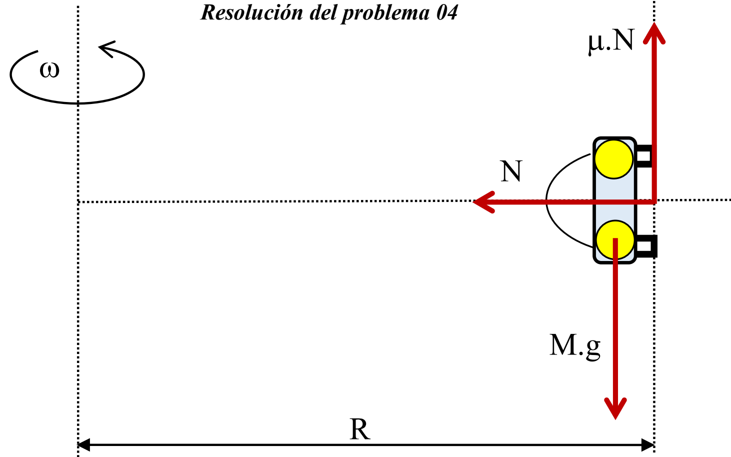


Para el problema 04

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Hacemos el DCL del auto, viéndolo de frente:

Resolución del problema 04



SEGUNDO PASO: La fuerza resultante en el eje vertical es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \mu.N = M.g \ \ldots (1)$$

TERCER PASO: Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial del bloque:

$$F_C = M.a_C \Rightarrow N = M.\left(\frac{V^2}{R}\right) \ \ldots (2)$$

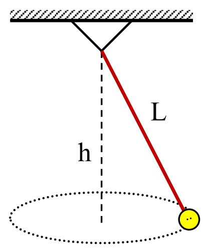
Reemplazando (2) en (1):

$$\mu.\left(\frac{M.V^2}{R}\right) = M.g \ \Rightarrow V = \sqrt{\frac{g.R}{\mu}}$$

Reemplazando: $V = \sqrt{\dfrac{(9,8).(40)}{0,25}} = 39,6\ \dfrac{m}{s}$

Respuesta: la rapidez es $39,6\ \dfrac{m}{s}$

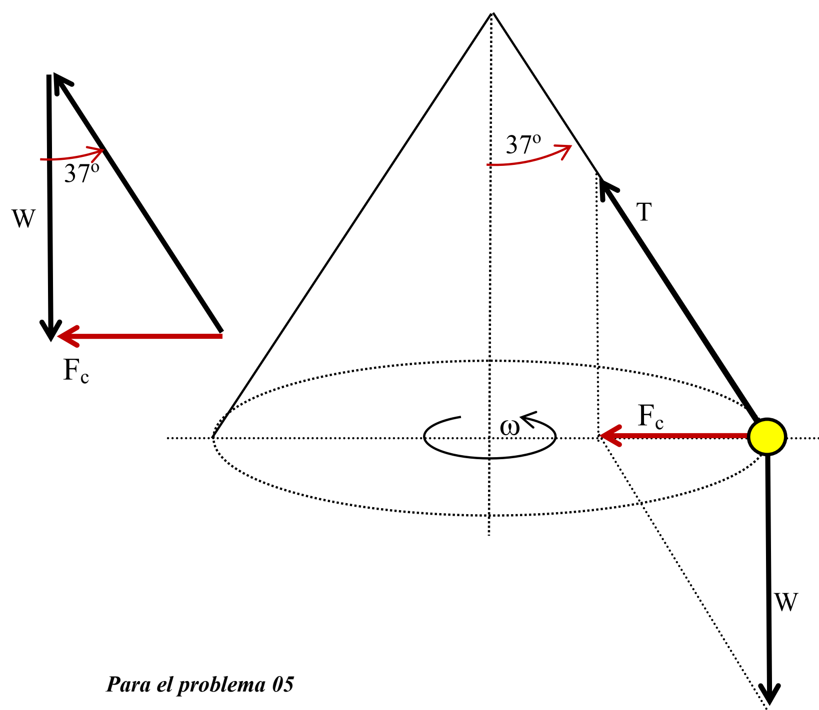
EJEMPLO 05: Una esfera de peso 12 N se sujeta a una cuerda de longitud 80 cm haciéndola girar en una circunferencia horizontal a rapidez constante. Si la cuerda forma 37º con al vertical, calcular el valor de la tensión en la cuerda.



Para el problema 05

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciendo el DCL de la esfera en un instante de su movimiento circunferencial.



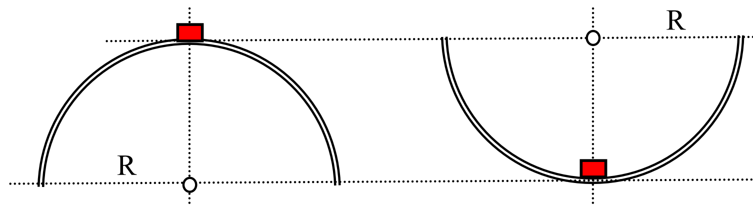
Para el problema 05

SEGUNDO PASO: Se puede observar que la fuerza centrípeta F_C, es la fuerza resultante del peso W y la tensión T. Del triángulo de fuerzas se deduce que:

$$\frac{W}{4} = \frac{T}{5} = \frac{F_C}{3} \Rightarrow \frac{12\ N}{4} = \frac{T}{5} = \frac{F_C}{3}$$

Respuesta: la tensión en la cuerda vale 15 N.

EJEMPLO 06: ¿Cómo están relacionados entre sí las fuerzas con las cuales un tanque hace presión en el centro de un puente convexo y de un puente cóncavo? El radio de curvatura del puente en ambos casos es de 45 m y la velocidad tiene módulo de 54 km/h.

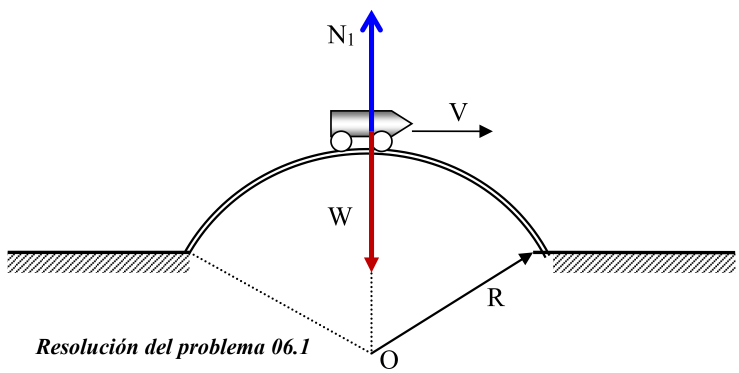


Para el problema 06

$$\Sigma F_{RADIALES} = m.a_C \quad \Rightarrow \quad N_1 - m.g = m.\frac{v^2}{R}$$

RESOLUCIÓN

PRIMER CASO: Hacemos el diagrama del cuerpo libre para el puente **convexo**.
Aplicamos el concepto de la fuerza centrípeta:

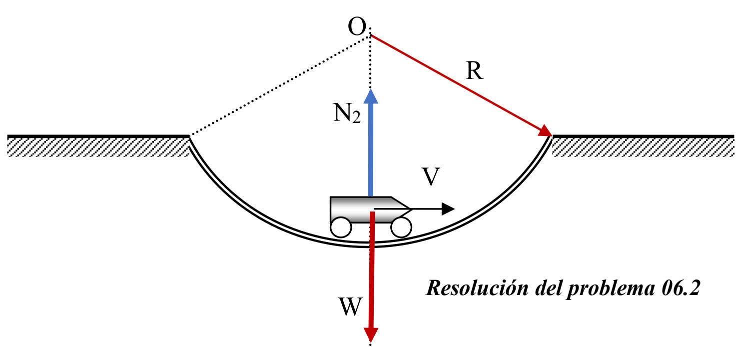


Resolución del problema 06.1

$$\Sigma F_{RADIALES} = M.a_C \quad \Rightarrow \quad M.g - N_1 = M.\frac{v^2}{R}$$

$$N_1 = M.g - M.\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad N_1 = 5.M$$

SEGUNDO CASO: Hacemos el diagrama del cuerpo libre para el puente **cóncavo**.
Aplicamos el concepto de la fuerza centrípeta:



Resolución del problema 06.2

$$\Sigma F_{RADIALES} = M.a_C \quad \Rightarrow \quad N_2 - M.g = M.\frac{v^2}{R}$$

$$N_2 = M.g + M.\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad N_2 = 15.M$$

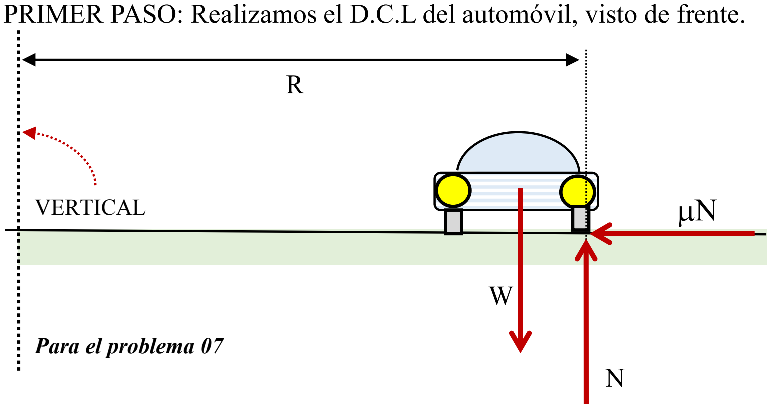
$$\text{Comparando: } \frac{N_2}{N_1} = \frac{5.M}{15.M} = \frac{1}{3}$$

Respuesta: la relación entre las fuerzas de reacción es $\frac{1}{3}$

EJEMPLO 07: Un automóvil se desplaza por una carretera de radio de curvatura 180 m. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre las llantas y la pista horizontal es 0,5. Calcular la máxima velocidad del auto, tal que las llantas no resbalen. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Realizamos el D.C.L del automóvil, visto de frente.



Para el problema 07

SEGUNDO PASO: La sumatoria de fuerzas en el eje vertical es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = W = m.g \ \ldots (1)$$

TERCER PASO: Aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial.

$$\Sigma F_{RADIALES} = m.a_C \quad \Rightarrow \quad \mu.N = m.\left(\frac{V^2}{R}\right) \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2)

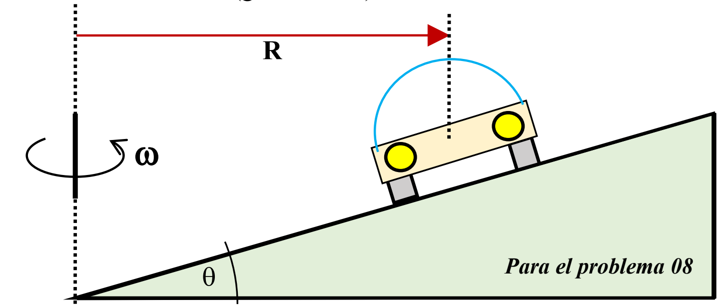
$$\mu.(m.g) = m.\left(\frac{V^2}{R}\right) \quad \Rightarrow \quad V^2 = \mu.g.R$$

Despejando: $V_{\max} = \sqrt{\mu.g.R} \quad \Rightarrow \quad V_{\max} = \sqrt{MU \bullet JE \bullet R}$

Remplazando los datos: $V = \sqrt{(0,5).[10].(180)} = 30\ \frac{m}{s}$

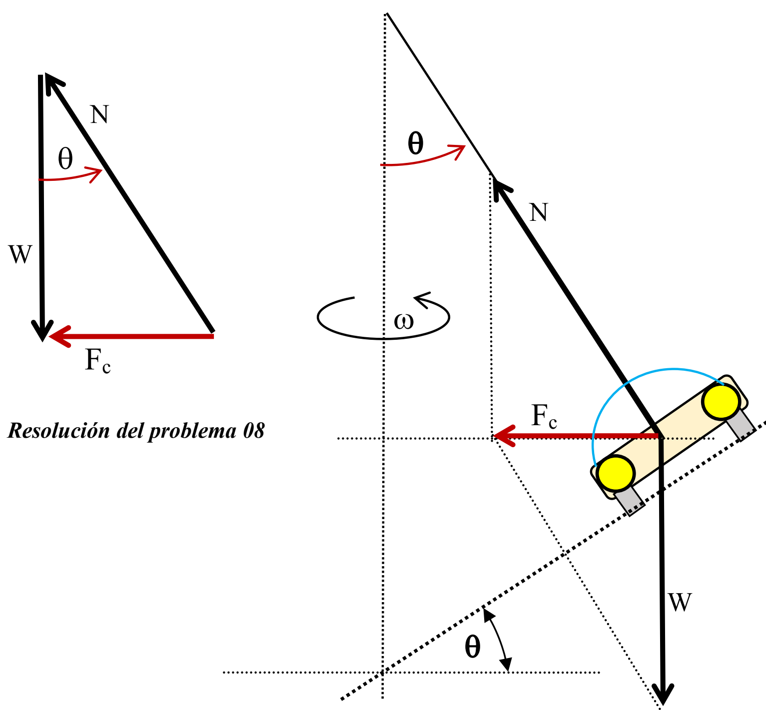
Respuesta: la rapidez máxima es $30\ \frac{m}{s}$

EJEMPLO 08: Un automóvil con velocidad tangencial de valor 90 m/s en una circunferencia horizontal. Si la curva esta peraltada en $\theta = 37º$ con respecto a la horizontal; calcular el radio (en m) de la circunferencial horizontal. (g = 10 m/s^2).



A)1080 B)1 000 C)750 D)1 333 E)1 200

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO: Haciendo el D.C.L del automóvil se puede observar que la fuerza centrípeta es la resultante de la fuerza de sustentación N y de la fuerza de gravedad W.



Resolución del problema 08

SEGUNDO PASO: Construimos el triángulo de fuerza aplicando la ley de aceleración:

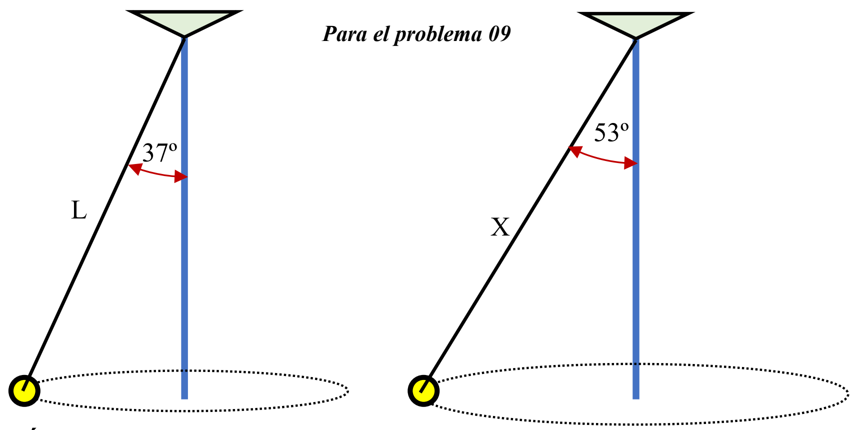
$$\text{Tan}\,\theta = \frac{F_C}{W} = \frac{\frac{m.V^2}{R}}{\frac{m.g}{1}} = \frac{V^2}{g.R} \quad \Rightarrow \quad \text{Tan}\,\theta = \frac{V^2}{g.R}$$

Despejando: $R = \dfrac{V^2}{g.\text{Tan}\,\theta}$

Reemplazando los datos: $R = \dfrac{(90)^2}{(10).\left(\dfrac{3}{4}\right)} = 1080\ m$

Respuesta: el radio de curvatura es $1,08\ km$

EJEMPLO 09. En el sistema mecánico mostrado, el eje vertical mantiene su velocidad angular constante. Una esfera se encuentra dando vueltas suspendido de una cuerda de longitud L que forma un ángulo de 37º con el eje. Calcular la nueva longitud de la cuerda, tal que, manteniendo la misma velocidad constante, la cuerda forma un ángulo de 53º con la vertical.

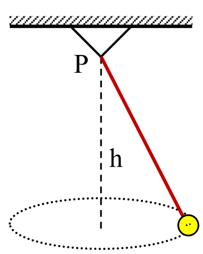


Para el problema 09

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "La velocidad angular de un péndulo cónico depende únicamente de la altura".

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h}} \Rightarrow h = \frac{g}{\omega^2}$$



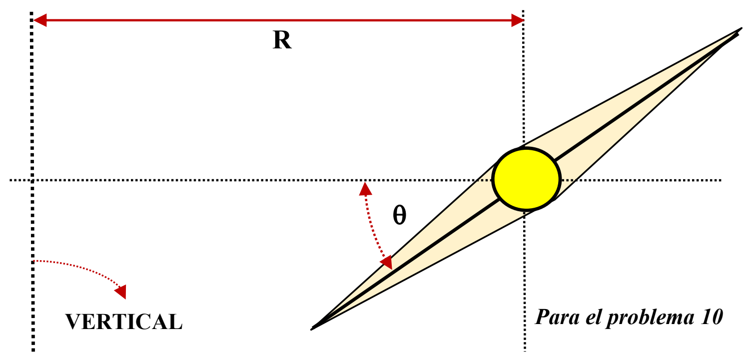
Para el problema 09

SEGUNDO PASO: Si la velocidad angular es constante entonces, los conos tienen la misma altura.

$$h = X.\text{Cos}\,53^{\circ} = L.\cos 37^{\circ} \Rightarrow X = \left(\frac{4}{3}\right).L$$

Respuesta: el largo de la cuerda es $\left(\dfrac{4}{3}\right).L$

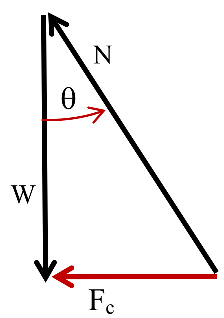
EJEMPLO 10: Se muestra un avión en movimiento circunferencial. Determinar el ángulo de inclinación θ de las alas del avión, si describe una circunferencia de radio R=9 km en un plano horizontal, con rapidez lineal de 300 m/s. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



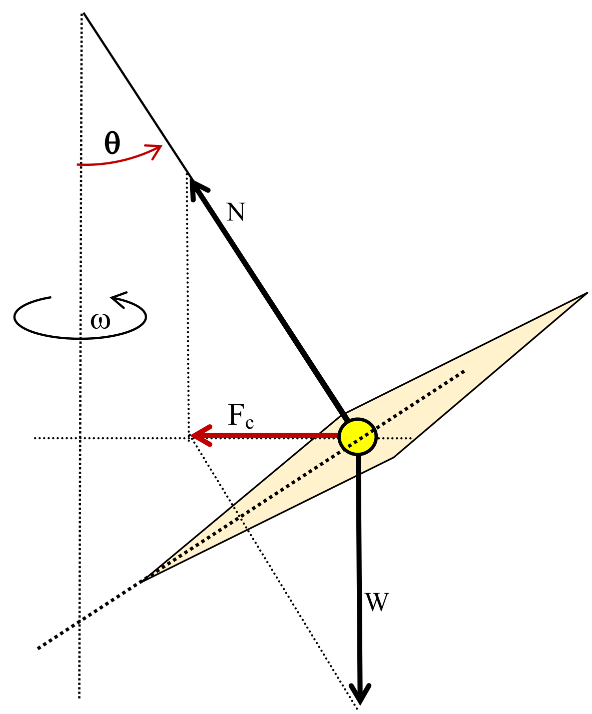
Para el problema 10

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciendo el DCL del avión se puede observar que la fuerza centrípeta es la resultante de la fuerza de sustentación N y de la fuerza de gravedad W.



Para el problema 10



SEGUNDO PASO: Construimos el triángulo de fuerza aplicando la ley de aceleración:

$$\text{Tan}\,\theta = \frac{F_C}{W} = \frac{\dfrac{m.V^2}{R}}{\dfrac{m.g}{1}} = \frac{V^2}{g.R} \quad \Rightarrow \quad \text{Tan}\,\theta = \frac{V^2}{g.R}$$

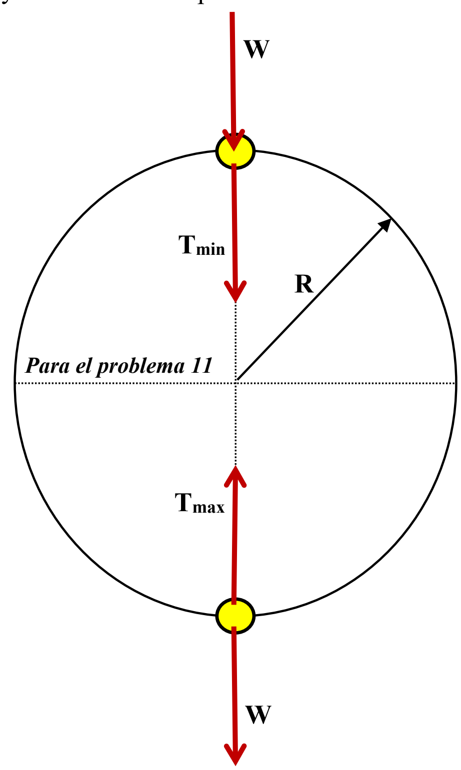
Reemplazando: $\text{Tan}\,\theta = \dfrac{(300)^2}{(10).(9000)} = 1 \;\Rightarrow\; \theta = 45^{o}$

Respuesta: la medida del ángulo de inclinación es 45º.

EJEMPLO 11: Una piedra atada a una cuerda gira uniformemente en un plano vertical. Encontrar la masa "m" de la piedra, si la diferencia entre la tensión máxima y mínima en la cuerda es 19,6 N.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Si la partícula se mueve con velocidad angular constante, entonces la tensión es máxima en el punto más bajo y es mínima en el punto más alto.



SEGUNDO PASO: Aplicamos la ley de aceleración al movimiento circunferencial:

ARRIBA: $F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; T_{\min} + m.g = m.\omega^2.R$ …. (1)

ABAJO: $F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; T_{\max} - m.g = m.\omega^2.R$ … (2)

Igualamos las ecuaciones (1) y (2):

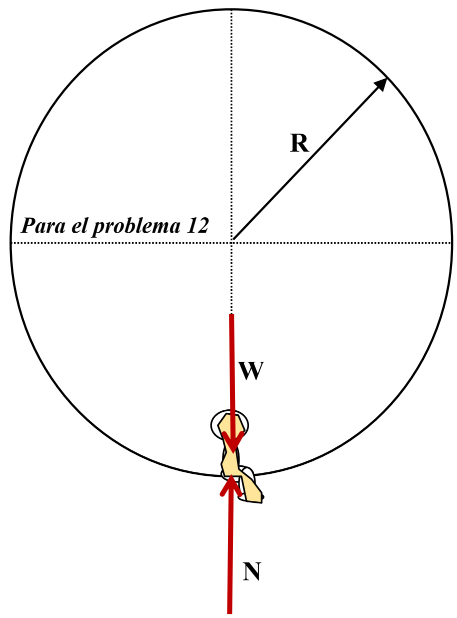
$$T_{\max} - m.g = T_{\min} + m.g \;\Rightarrow\; T_{\max} - T_{\min} = 2.m.g$$

Reemplazando: $19{,}6 = 2.m.(9{,}8) \;\Rightarrow\; m = 1\ kg$

Respuesta: la masa de la piedra es un kilogramo.

EJEMPLO 12: Un avión que vuela a 720 km/h realiza un trayecto circunferencial en un plano vertical. ¿Qué radio deberá tener la circunferencia? Para que la fuerza máxima ejercida sobre el piloto sea igual a cinco veces el peso del piloto. (g = 10 m/s^2).

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO: realizamos el diagrama de cuerpo libre del hombre.



SEGUNDO PASO: Aplicando la ley de aceleración al movimiento circunferencial.

$$\Sigma F_{RADIALES} = M.a_C \Rightarrow N - W = M.\left(\frac{V^2}{R}\right)$$

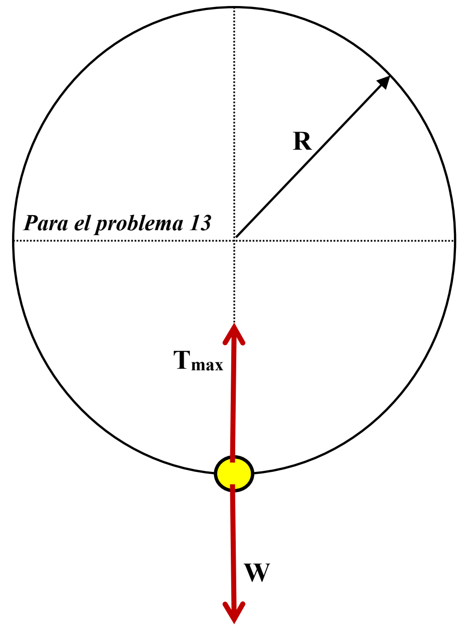
Reemplazando: $5W - W = m.\left(\frac{V^2}{R}\right) \Rightarrow 4m.g = m.\left(\frac{V^2}{R}\right)$

Despejando: $R = \frac{V^2}{4g} \Rightarrow R = \frac{(200)^2}{4 \bullet 10} = 1000\ m$

Respuesta: el radio de la circunferencia es 1 km.

EJEMPLO 13: La tensión de rotura de una cuerda es 80 newtons y un cuerpo de 50 N se suspende de una cuerda de 60 cm y se le hace girar en un plano vertical. Determinar la velocidad angular máxima la que puede girar. $\left(g = 10\ m/s^2\right)$

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO: La tensión de rotura se produce en un punto más bajo de su trayectoria.
SEGUNDO PASO: Haciendo el diagrama de cuerpo libre en el punto más bajo:



TERCER PASO: Aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial:

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; T_{\max} - W = m.\omega^2.R \;\ldots (1)$$

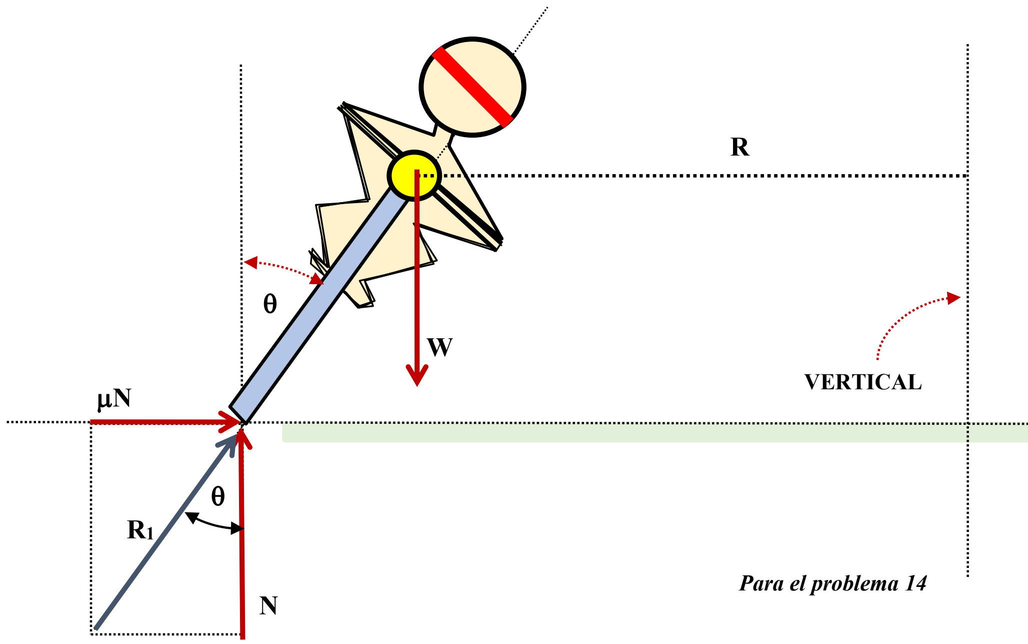
Reemplazando: $80 - 50 = (5).\omega^2.(0,6) \;\Rightarrow\; \omega = 3,2\ \dfrac{rad}{s}$

Respuesta: el valor de la aceleración angular máxima es $3,2\ \dfrac{rad}{s}$

EJEMPLO 14: Un ciclista da una curva circunferencial sobre una pista horizontal rugosa de radio 30 m con rapidez de 15 m/s. ¿Qué inclinación respecto de la vertical debe tener tal que las llantas no resbalen? Suponga que el hombre más la bicicleta tienen una masa M y está concentrada a una altura H sobre el piso cuando la bicicleta está en posición vertical. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: La fuerza de reacción del piso R_1 y el peso W son concurrentes en el centro de masa del ciclista. Además, descomponiendo R_1 nos damos cuenta que: $\mu = \text{Tan}\,\theta$



Para el problema 14

SEGUNDO PASO: La fuerza resultante en el eje vertical en nula.

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = W = M.g \ \ldots (1)$$

TERCER PASO: Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial del ciclista:

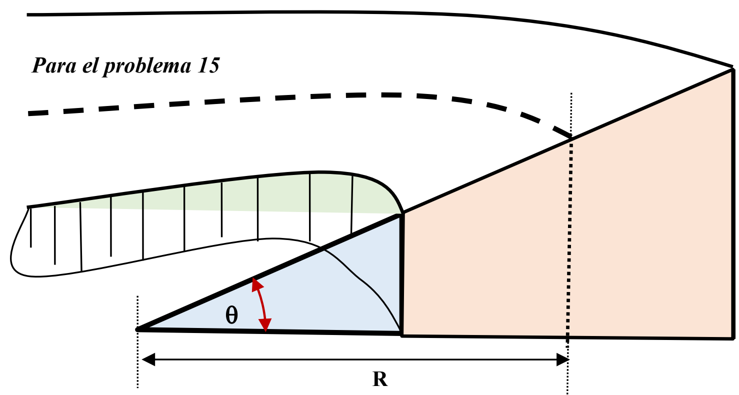
$$\Sigma F_{RADIALES} = M.a_C \quad \Rightarrow \quad \mu.N = M.\left(\frac{V^2}{R}\right) \ \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2) : $\mu = \dfrac{V^2}{g.R} = \dfrac{3}{4}$

$$\mu = \text{Tan}\,\theta = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \theta = 37^{o}$$

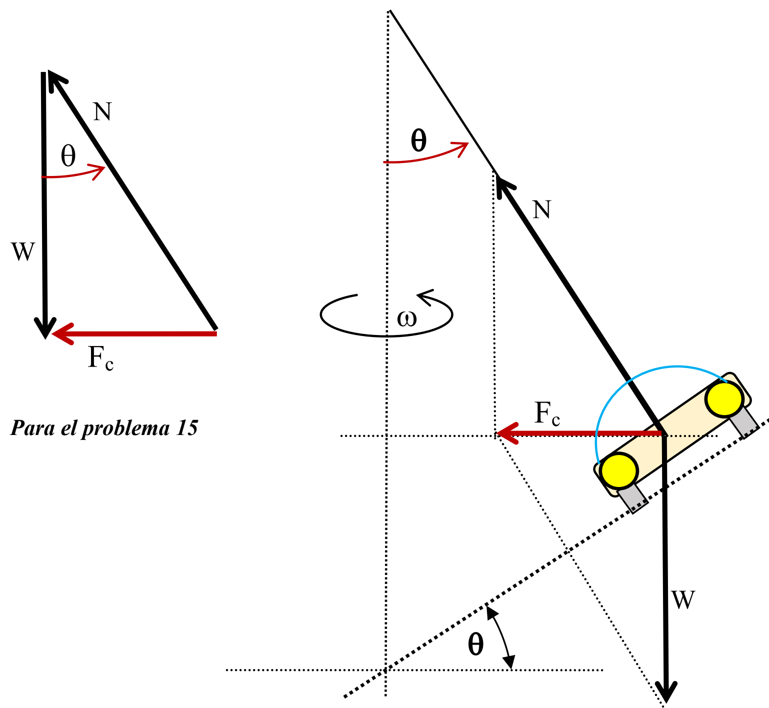
Respuesta: la mediada del ángulo de inclinación es $\theta = 37^{o}$

EJEMPLO: 15: Un automóvil ingresa a una curva de radio R= 30 m y $\theta = 37^{o}$ de ángulo de peralte. Determinar la velocidad del auto, tal que la fuerza de rozamiento sobre las llantas sea nula. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciendo el D.C.L del avión se puede observar que la fuerza centrípeta es la resultante de la fuerza de sustentación N y de la fuerza de gravedad W.



SEGUNDO PASO: Construimos el triángulo de fuerza aplicando la ley de aceleración:

$$\text{Tan}\,\theta = \frac{F_C}{W} = \frac{\dfrac{m.V^2}{R}}{\dfrac{m.g}{1}} = \frac{V^2}{g.R} \quad \Rightarrow \quad \text{Tan}\,\theta = \frac{V^2}{g.R}$$

Despejando: $V = \sqrt{(\text{Tan}\,\theta).(g).(R)}$

Reemplazando los datos: $V = \sqrt{\left(\dfrac{3}{4}\right).(10).(30)} = 15\ \dfrac{m}{s}$

Respuesta: la rapidez lineal del automóvil es 15 m/s

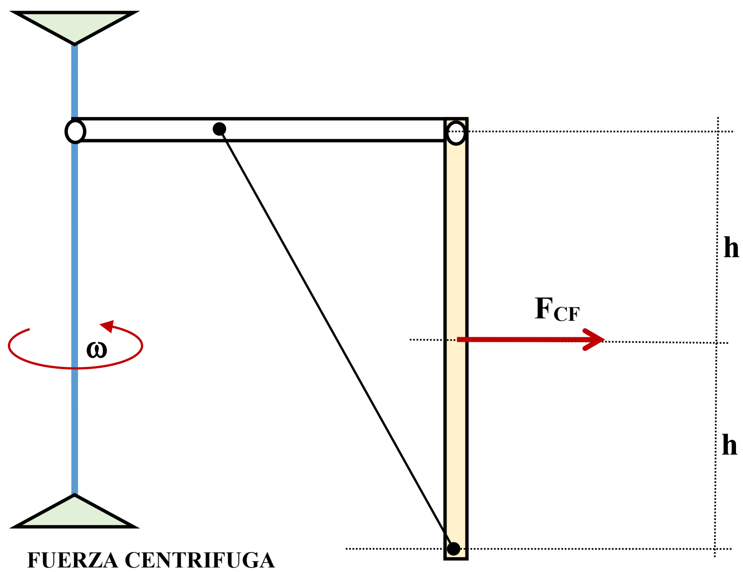
FUERZA CENTRIFUGA (F_{CF}).

Si el observador se encuentra dentro de un sistema rotacional, entonces decimos que el observados está dentro de un sistema NO INERCIAL. Para este observador existe una "fuerza de inercia" que se grafica en el diagrama de cuerpo libre.

Tiene el mismo valor de la fuerza centrípeta. Se aplica en el centro de gravedad o centro de masa.

GOTA 1. $F_{CF} = m.a_C = m.\omega^2.R$

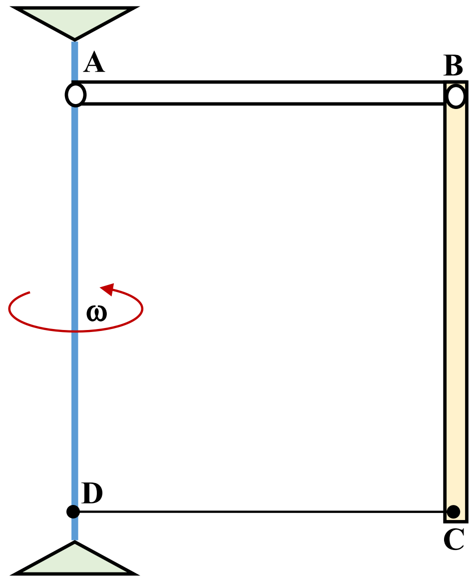
GOTA 2. $F_{CF} = m.a_C = m.\left(\frac{v^2}{R}\right)$



FUERZA CENTRIFUGA

EJEMPLO 01. Se muestra la barra BC es mantenida en posición vertical por medio de la cuerda CD cuando gira el sistema alrededor del eje vertical. El pin en B es liso y la barra BC tiene 4 kg. Si la máxima tensión que puede soportar la cuerda CD es 100 N. Calcular el valor de la máxima velocidad angular w que puede girar el sistema sin que se rompa la cuerda. Si $AB = BC = 2\,m$.

$\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



Para el problema 01

RESOLUCIÓN

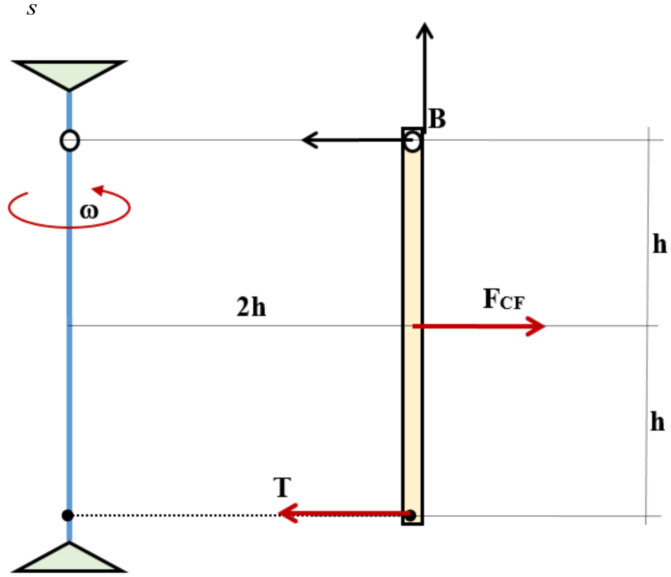
PRIMER PASO: Haciendo el DCL de la barra desde un sistema de referencia rotacional que gira con velocidad angular constante. Para nuestro observador la barra BC está en equilibrio. Sobre la barra actúa la fuerza de inercia (fuera centrifuga) aplicado en el centro de gravedad de la barra BC.

SEGUNDO PASO: Aplicamos la segunda condición de equilibrio, respecto del punto B:

$$\Sigma M_B = 0 \;\Rightarrow\; F_{CF} \bullet (h) = T \bullet (2h)$$

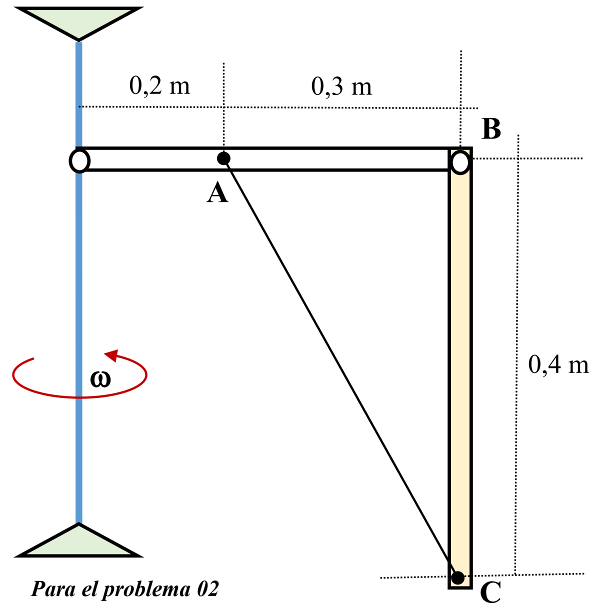
Reemplazando: $(m.\omega^2.R) \bullet (1) = T \bullet (2) \;\Rightarrow\; (4).(\omega^2).(2) = (100) \bullet (2)$

Resolviendo: $\omega = 5\,\dfrac{rad}{s}$



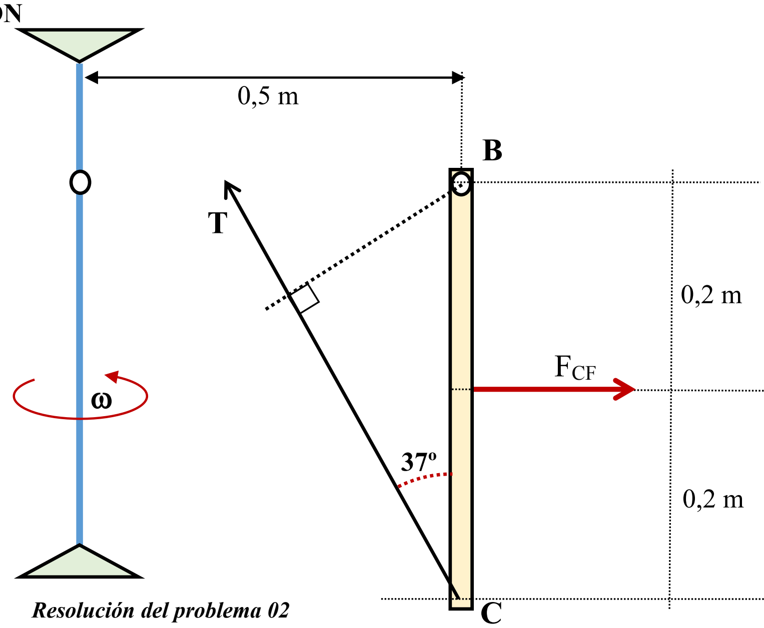
Respuesta: la máxima rapidez angular es rad/s

EJEMPLO 02. Se muestra la barra BC que es mantenida en posición vertical por medio de la cuerda AC cuando gira el sistema alrededor del eje vertical. El pin en B es liso y la barra BC tiene 4 kg. Si la máxima tensión que puede soportar la cuerda AC es 100 N. Calcular el valor de la máxima velocidad angular w que puede girar el sistema sin que se rompa la cuerda.
$\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



Para el problema 02

RESOLUCIÓN



Resolución del problema 02

PRIMER PASO: Haciendo el D.C.L de la barra desde un sistema de referencia rotacional que gira con velocidad angular constante. Para nuestro observador la barra BC está en equilibrio. Sobre la barra actúa la fuerza de inercia (fuera centrifuga) aplicado en el centro de gravedad de la barra BC.

$$F_{CF} = m.a_C = m.\omega^2.R$$

SEGUNDO PASO: Aplicamos la segunda condición de equilibrio, respecto del punto B:

$$\Sigma M_B = 0 \;\Rightarrow\; F_{CF} \bullet (0,2) = T \bullet (0,4) \bullet Sen37^o$$

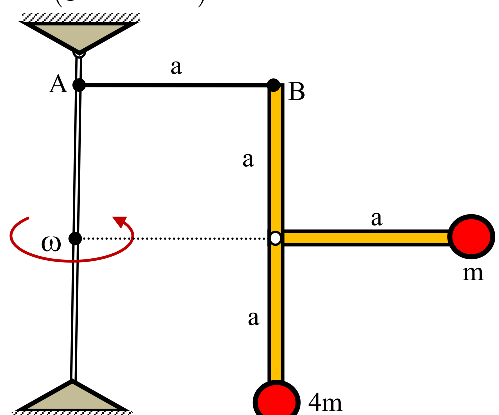
Reemplazando:

$$\left(m.\omega^2.R\right) \bullet (0,2) = T \bullet (0,4) \bullet \left(\frac{3}{5}\right) \;\Rightarrow\; (4) \bullet \omega^2 \bullet (0,5) \bullet (0,2) = (100) \bullet (0,4) \bullet \left(\frac{3}{5}\right)$$

Resolviendo: $\omega = 7,75\ \dfrac{rad}{s}$

Respuesta: la máxima rapidez angular es $7,75\ \dfrac{rad}{s}$

EJEMPLO 03. El sistema gira alrededor de su eje de rotación vertical. Calcular el valor de la velocidad angular constante, tal que, la parte AB de la barra imponderable en forma de T articulada en A, este en posición vertical. En los extremos B y D se encuentran dos esferas puntuales de masas m y 4m. Donde AC=BC=CD= 1m. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



Para el problema 03

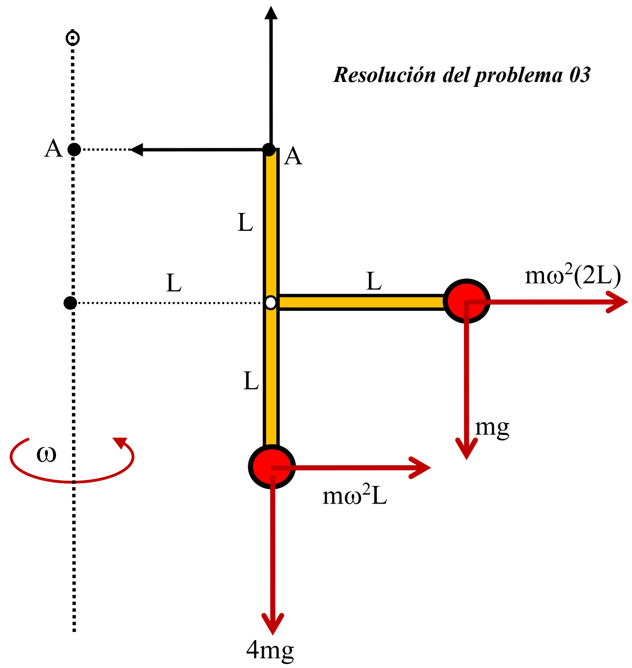
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciendo el DCL del sistema formado por la barra en forma de T y las esferas de masas m y 4m, desde el sistema de referencia rotacional, que gira con velocidad angular constante. En este sistema de referencia, la barra en forma de T se encuentra en equilibrio, donde actúa la "fuerza centrífuga" o "fuerza de inercia".

SEGUNDO PASO: Aplicamos la segunda condición de equilibrio, respecto del punto B:

$$\Sigma M_A = 0 \;\Rightarrow\; F_1 \bullet d_1 + F_2 \bullet d_2 = F_3 \bullet d_3$$

$$\left(2m.\omega^2.L\right).(L) + \left(4m.\omega^2.L\right).(2L) = (mg).(L)$$

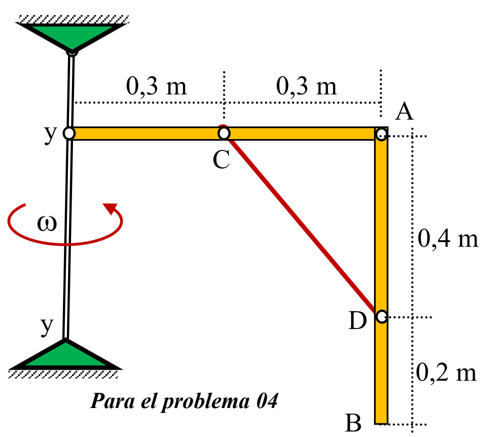


Reduciendo: $\left(10m.\omega^2.L\right).\left(L\right)=\left(mg\right).\left(L\right) \;\Rightarrow\; 10.\omega^2.L=g$

Reemplazando: $10.\omega^2.\left(1\right)=\left(10\right) \;\Rightarrow\; \omega=1\ \dfrac{rad}{s}$

Respuesta: La rapidez angular es $1\ \dfrac{rad}{s}$

EJEMPLO 04: La barra AB es mantenida en posición vertical por medio de la cuerda CD cuando el sistema gira alrededor del eje $y-y'$. La barra AB de peso 300 N puede girar libremente alrededor de la articulación en A. Si la máxima tensión que puede resistir la cuerda CD es 1,0 kN, calcular la máxima velocidad angular con que puede girar el sistema sin que la cuerda se rompa. $\left(g=10\ m.s^{-2}\right)$

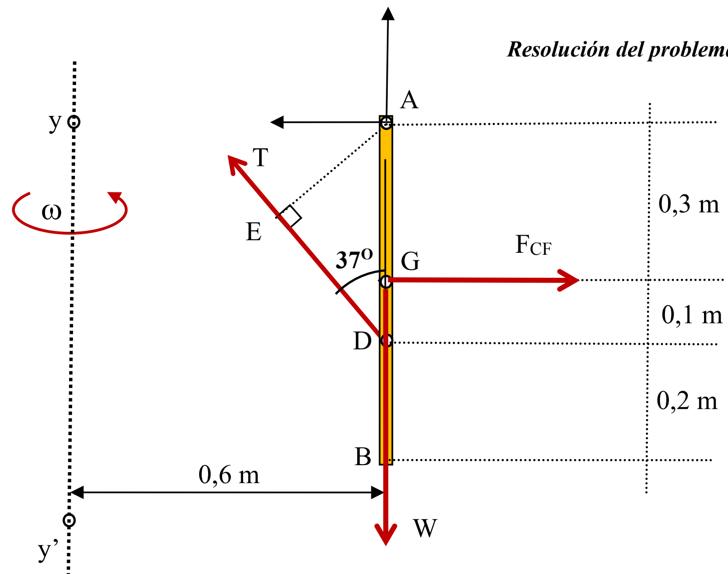


Para el problema 04

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciendo el D.C.L de la barra desde un "sistema de referencia rotacional" que gira con velocidad angular constante ω, entonces para nuestro observador la barra AB estará en equilibrio.

Resolución del problema 04



SEGUNDO PASO: Segunda condición de equilibrio. La sumatoria de momentos respecto del punto A es nula.

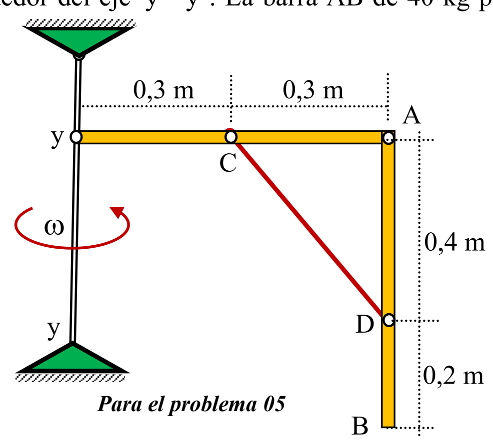
$\Sigma M_A = 0 \;\Rightarrow\; F_{CF}.(0,3) = T.(0,4).Sen37°$

Reemplazando: $(m.\omega^2.R).(0,3) = T.(0,4).\left(\frac{3}{5}\right) \;\Rightarrow\; (30).\omega^2.(0.6).(0,3) = (1000).(0,24)$

Despejando: $\omega_{\max} = 6,7\,\frac{rad}{s}$

Respuesta: la máxima rapidez angular es $6,7\,\frac{rad}{s}$

EJEMPLO 05: La barra AB es mantenida en posición vertical por medio de la cuerda CD cuando el sistema gira alrededor del eje $y - y'$. La barra AB de 40 kg puede girar libremente alrededor de la

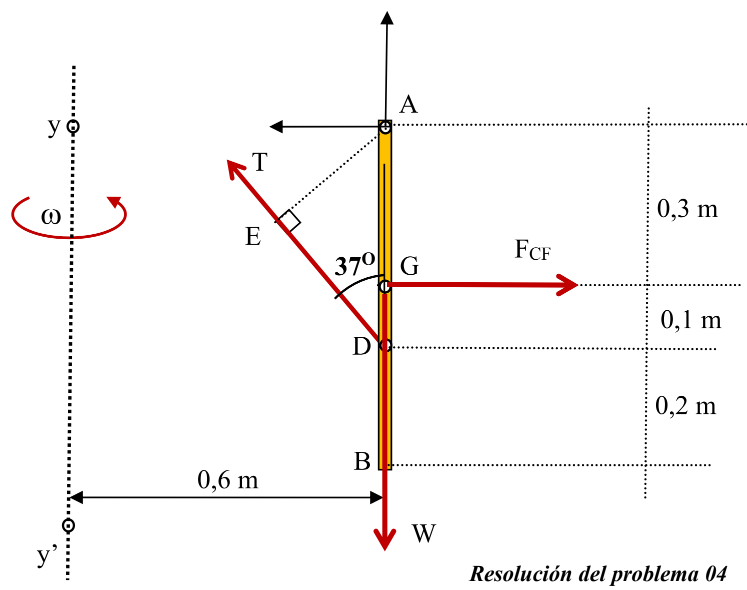


Para el problema 05

articulación en A. Si la máxima tensión que puede resistir la cuerda CD es 1,5 kN, calcular la máxima velocidad angular con que puede girar el sistema sin que la cuerda se rompa. $\left(g = 10 \ m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciendo el D.C.L de la barra desde un "sistema de referencia rotacional" que gira con velocidad angular constante ω, entonces para nuestro observador la barra AB estará en equilibrio.



Resolución del problema 04

SEGUNDO PASO: Segunda condición de equilibrio. La sumatoria de momentos respecto del punto A es nula.

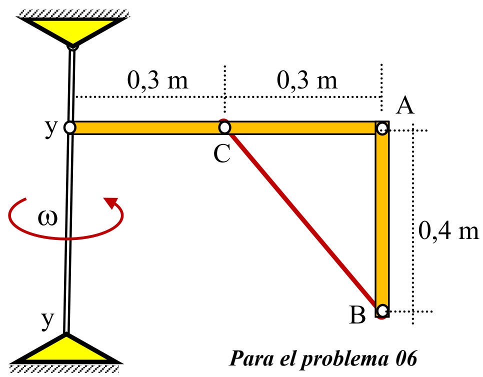
$\Sigma M_A = 0 \ \Rightarrow \ F_{CF}.(0,3) = T.(0,4).Sen37º$

Reemplazando: $\left(m.\omega^2.R\right).(0,3) = T.(0,4).\left(\frac{3}{5}\right) \ \Rightarrow \ (40).\omega^2.(0.6).(0,3) = (1500).(0,24)$

Despejando: $\omega_{\max} = 5\sqrt{2} = 7,1 \ \frac{rad}{s}$

Respuesta: la máxima rapidez angular es $7,1 \ \frac{rad}{s}$

EJEMPLO 06: La barra AB es mantenida en posición vertical por medio de la cuerda CB cuando el sistema gira alrededor del eje $y-y'$. La barra AB de peso 300 N puede girar libremente alrededor de la articulación en A. Si la máxima tensión que puede resistir la cuerda CB es 1,0 kN, calcular la máxima velocidad angular con que puede girar el sistema sin que la cuerda se rompa. $\left(g=10\ m.s^{-2}\right)$



Para el problema 06

RESOLUCIÓN

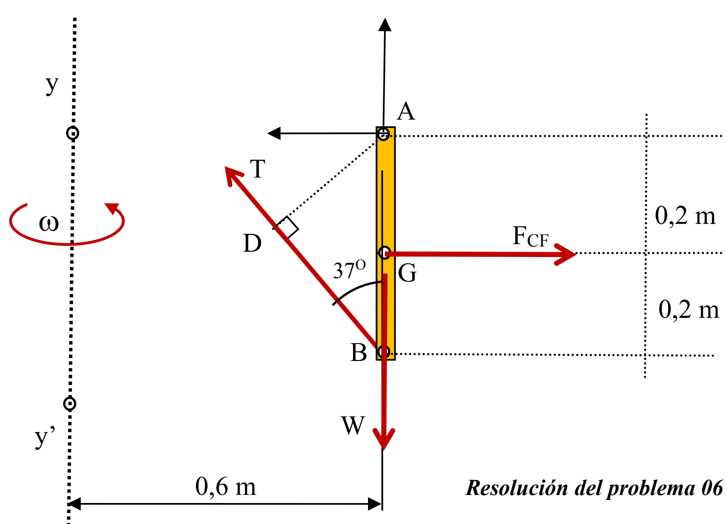
PRIMER PASO: Haciendo el D.C.L de la barra desde un "sistema de referencia rotacional" que gira con velocidad angular constante ω, entonces para nuestro observador la barra AB estará en equilibrio.

SEGUNDO PASO: Segunda condición de equilibrio. La sumatoria de momentos respecto del punto A es nula.

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow F_{CF}.(0,2) = T.(0,4).Sen37^o$

Reemplazando: $\left(m.\omega^2.R\right).(0,2) = T.(0,4).\left(\dfrac{3}{5}\right) \Rightarrow (30).\omega^2.(0.6).(0,2) = (1000).(0,24)$

Despejando: $\omega_{max} = 8,16\ \dfrac{rad}{s}$



Resolución del problema 06

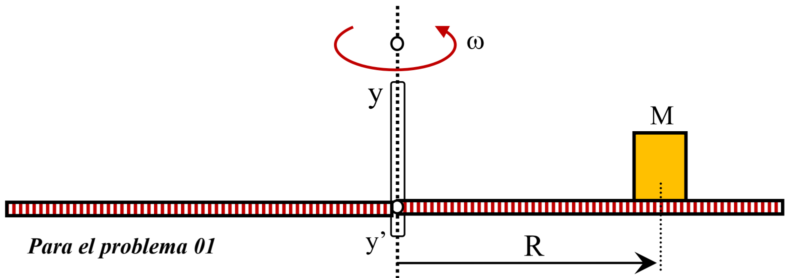
Respuesta: la máxima rapidez angular es $8,16\ \dfrac{rad}{s}$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Se muestra un pequeño bloque de masa M sobre un disco a una distancia R= 1 m del eje de rotación. Si el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el disco es 0,2. Determine la máxima rapidez angular del disco, tal que el bloque permanezca en reposo relativo sin resbalar.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: El pequeño bloque describe una trayectoria circunferencial de radio R. Haciendo el D.C.L nos damos cuenta que la fuerza de rozamiento estático se dirige al centro de curvatura.



Para el problema 01

SEGUNDO PASO: La fuerza resultante en el eje vertical es nula.

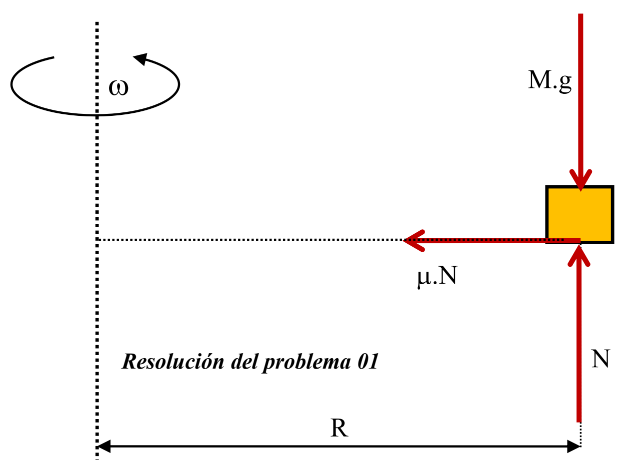
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \; N = M.g \; \dots (1)$$

TERCER PASO: Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial del bloque:

$$F_C = M.a_C \Rightarrow \; \mu.N = M.\omega^2.R \; \dots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\mu.(M.g) = M.\omega^2.R \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{\mu.g}{R}}$$

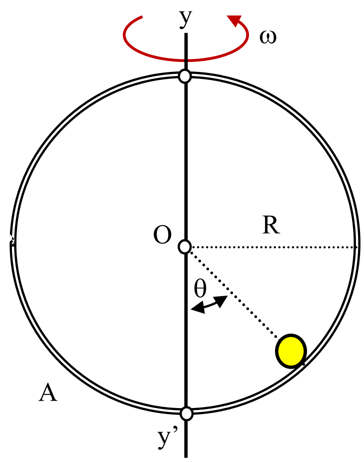


Resolución del problema 01

Reemplazando: $\omega = \sqrt{\frac{(0,2).(9,8)}{1}} = 1,4\frac{rad}{s}$

Respuesta: la rapidez angular es $1,4\frac{rad}{s}$

EJEMPLO 02: una esfera pequeña de 8 kg se encuentra en el interior de una esfera hueca de 5 m de radio, la cual gira en torno a un eje vertical que pasa por su centro a razón de 2 rad/s. Calcular la reacción de la superficie esférica sobre la esfera pequeña. Determinar también la medida del ángulo θ

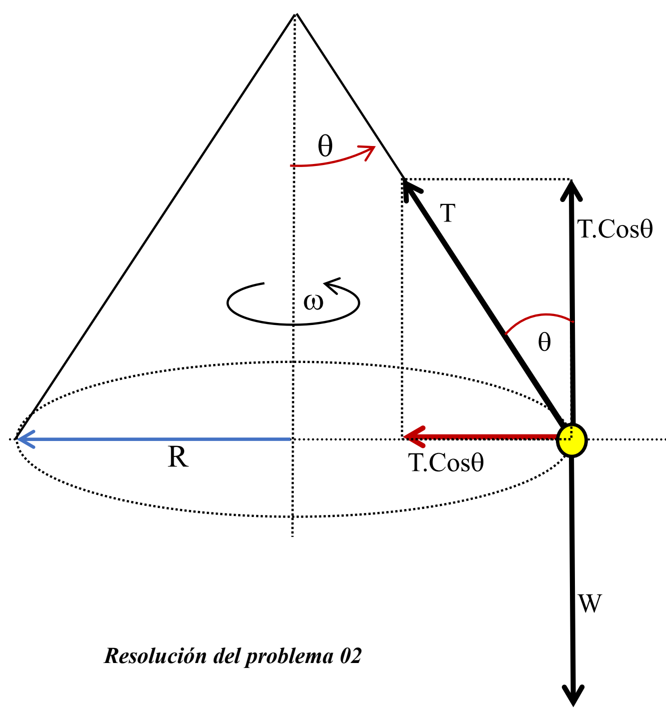


Para el problema 02

.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: La esfera pequeña de masa M describe una trayectoria circunferencial de radio $R = 5.Sen\theta$ en un plano horizontal. Haciendo el D.C.L de la esfera pequeña.



Resolución del problema 02

SEGUNDO PASO: La fuerza resultante en el eje vertical es nula:

$$N.\text{Cos}\,\theta = W \;\Rightarrow\; N.\text{Cos}\,\theta = M.g \;\ldots (1)$$

TERCER PASO: Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial de la esfera:

$$F_C = M.a_C \;\Rightarrow\; N.Sen\theta = M.\omega^2.R$$

$$N.Sen\theta = M.\omega^2.(5.Sen\theta) \;\Rightarrow\; N = M.\omega^2.(5) \;\ldots(2)$$

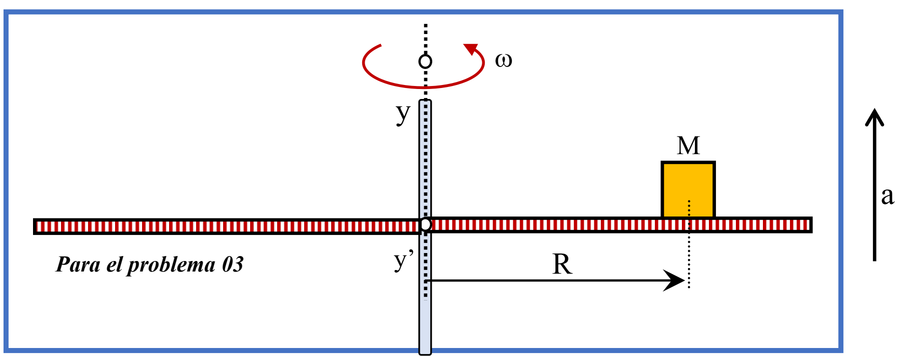
Reemplazando en (2):

$$N = (8).(2)^2.(5) = 160 \;newtons \;\ldots (3)$$

Reemplazando (3) en (1): $(160).\text{Cos}\,\theta = (8).(9,8) \;\Rightarrow\; \text{Cos}\,\theta = 0,49$

Respuesta: la medida del ángulo es $\theta = 60,7°$

EJEMPLO 03: El ascensor sube con aceleración constante $a = g$. Calcular la maxima rapidez angular w con que puede girar el disco, tal que el bloque de masa M ubicada a una distancia R= 10 cm, no resbale. El coeficiente de rozamiento estatico entre el bloque y el disco es 0,5.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: El pequeño bloque describe una trayectoria circunferencial de radio R.

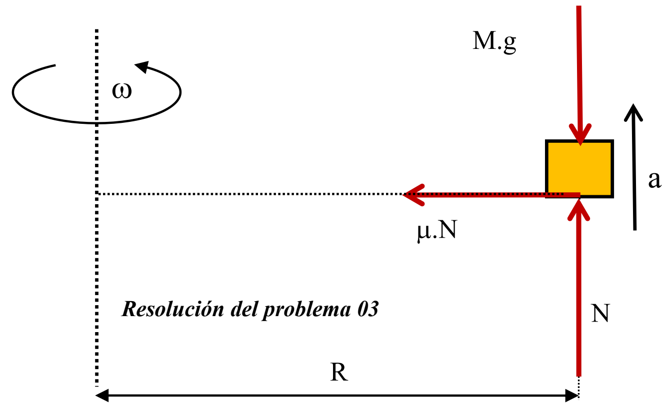
SEGUNDO PASO: Haciendo el D.C.L nos damos cuenta que la fuerza de rozamiento estático se dirige al centro de curvatura.

TERCER PASO: Aplicamos la segunda ley de Newton, en el eje vertical:

$$\Sigma F_y = M.a_y \;\Rightarrow\; N - M.g = M.a \;\;\Rightarrow N = M(a+g) \;\ldots (1)$$

CUARTO PASO: Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial del bloque:

$$F_C = M.a_C \;\Rightarrow\; \mu.N = M.\omega^2.R \;\ldots(2)$$



Resolución del problema 03

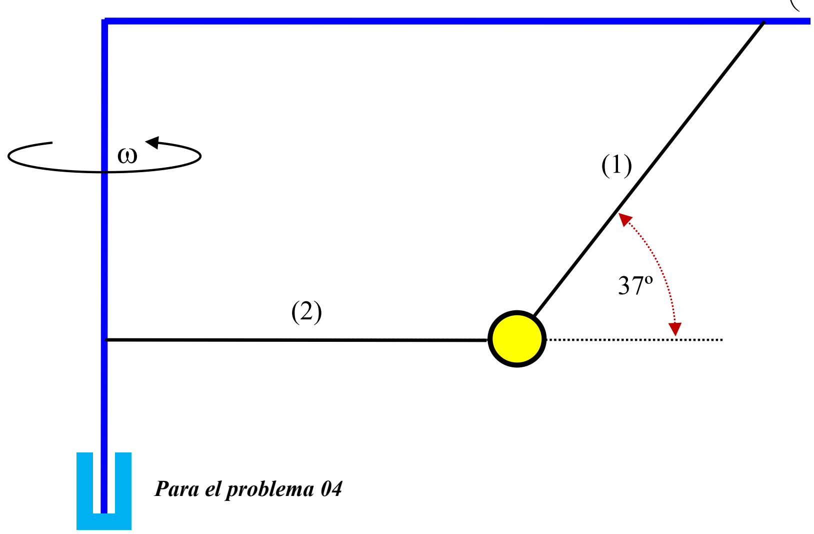
Reemplazando (1) en (2):

$$\mu.M\left(a+g\right)=M.\omega^{2}.R \;\Rightarrow\; \omega=\sqrt{\frac{\mu.\left(a+g\right)}{R}}$$

Reemplazando: $\omega=\sqrt{\dfrac{\left(0,5\right).\left(9,8+9,8\right)}{0,1}}=9,9\dfrac{rad}{s}$

Respuesta: la rapidez angular es $9,9\ \dfrac{rad}{s}$

EJEMPLO 04: Determinar la rapidez angular con que gira el sistema, sabiendo que la tensión en las cuerdas (1) y (2) tienen el mismo valor. La cuerda horizontal mide 0,3 m. Considere: $\left(g=\pi^{2}\ \dfrac{N}{kg}\right)$



Para el problema 04

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciendo el D.C.L de la esfera de masa M.

SEGUNDO PASO: Debemos advertir que la esfera describe una trayectoria circunferencial de radio R= 0,3 m, en el plano horizontal.

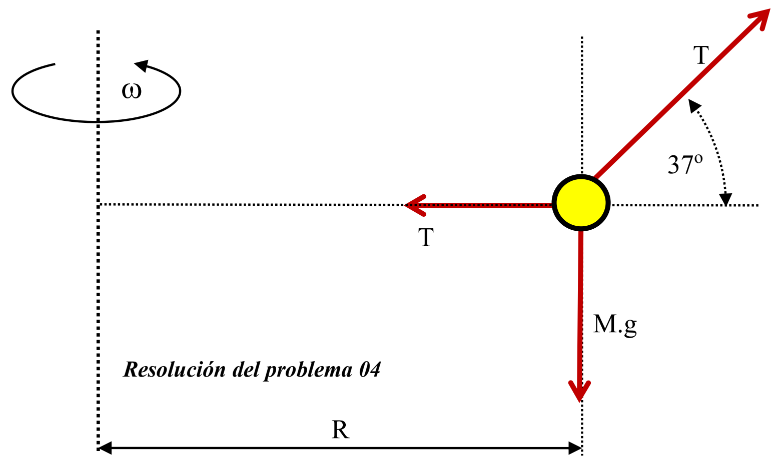
TERCER PASO: La fuerza resultante en el eje vertical es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; T.\mathrm{Cos}\,53^{o} = M.g \;\Rightarrow\; T = \frac{5}{3}.M.g \;\ldots(1)$$

CUARTO PASO: Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial del bloque:

$$F_C = M.a_C \Rightarrow T - T.Sen53^{o} = M.\omega^2.R$$

Reemplazando tenemos: $\frac{1}{5}.T = M.\omega^2.R \quad \ldots(2)$



Resolución del problema 04

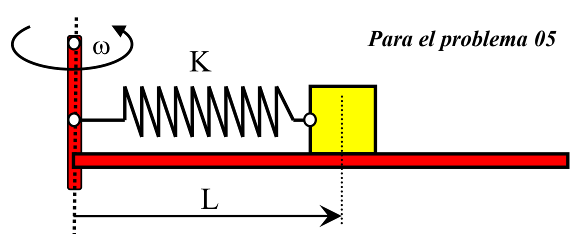
Reemplazando (1) en (2) tenemos:

$$\omega^2 = \frac{g}{3R} \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{g}{3R}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{3(0,3)}} = \frac{\pi}{3}\;\frac{rad}{s}$$

Respuesta: la rapidez angular es $\frac{\pi}{3}\;\frac{rad}{s}$

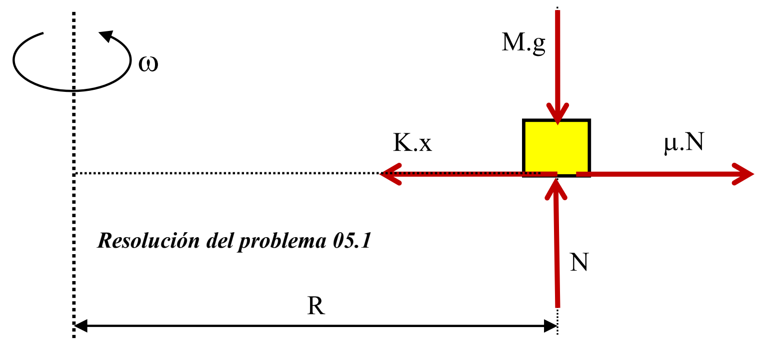
EJEMPLO 05: Un bloque de masa M se ubica sobre una tabla horizontal rugosa que gira con velocidad angular $\omega(rad/s)$ constante, unida mediante un resorte al eje de rotación. Si para para $5 \le \omega \le 10$ no existe deslizamiento relativo del bloque sobre la tabla, determine el coeficiente de rozamiento estático. La longitud de resorte estirado es L=0,2 m. (g=10 m.s^{-2})

Para el problema 05



RESOLUCIÓN

PRIMER CASO: Cuando $\omega = 5\,\dfrac{rad}{s}$ el bloque tiende a deslizarse hacia el centro de rotación.



Resolución del problema 05.1

Aplicando la ley de Hooke, consideramos una deformación "x" en el resorte. El valor de la fuerza elástica es: $F_e = K.x$

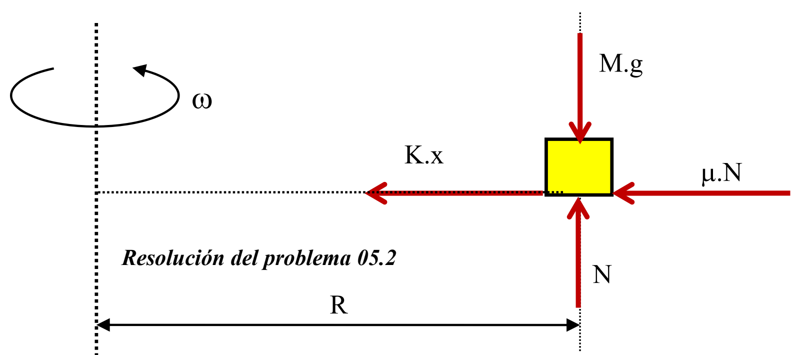
La fuerza resultante en el eje vertical es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \ \mu.N = M.g \ \ldots (1)$$

Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial del bloque:

$$F_C = M.a_C \ \Rightarrow \ K.x - \mu.N = M.(\omega_1)^2.L \quad \ldots (2)$$

SEGUNDO CASO: Cuando $\omega = 10\,\dfrac{rad}{s}$ el bloque tiende a deslizarse hacia el centro de rotación.



Resolución del problema 05.2

Aplicando la ley de Hooke, consideramos una deformación "x" en el resorte. El valor de la fuerza elástica es: $F_e = K.x$

La fuerza resultante en el eje vertical es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \ \mu.N = M.g \ \ldots (3)$$

Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial del bloque:

$$F_C = M.a_C \ \Rightarrow \ K.x + \mu.N = M.(\omega_2)^2.L \quad \ldots (4)$$

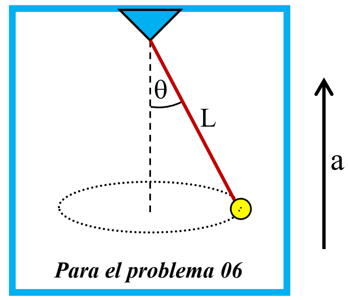
Resolviendo las ecuaciones: (2) y (4):

$$2\mu.N = M.L.\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right) \ \Rightarrow \ 2\mu.M.g = M.L.\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right)$$

despejando: $\mu = \dfrac{L}{2g}\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right) = \dfrac{0,2}{20}(100 - 25) = 0,75$

Respuesta: el coeficiente de rozamiento es 0,75.

EJEMPLO 06: Se muestra un ascensor que sube con aceleración $a = 3g$. ¿Qué ángulo θ formara el péndulo cónico con la vertical cuando gira a razón de $\omega = 2\pi \ \ rad/s$?. La longitud de la cuerda es 2 metros. $\left(g = \pi^2 \ \ m/s^2\right)$

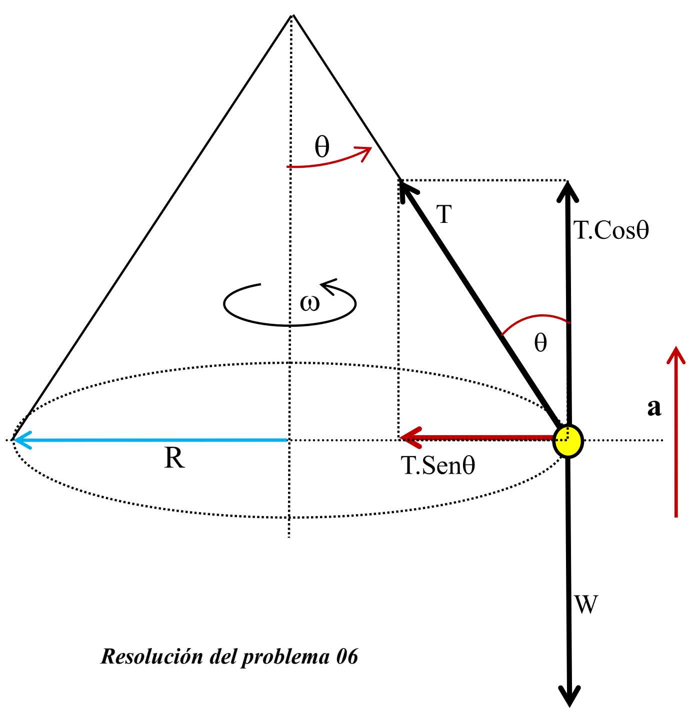


Para el problema 06

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: La esfera pequeña de masa M describe una trayectoria circunferencial de radio $R = 2.Sen\theta$ en un plano horizontal.

SEGUNDO PASO: Haciendo el D.C.L de la esfera pequeña.



Resolución del problema 06

TERCER PASO: Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial de la esfera:

$$F_C = M.a_C \Rightarrow T.Sen\theta = M.\omega^2.R$$

$$T.Sen\theta = M.\omega^2.(L.Sen\theta) \Rightarrow T = M.\omega^2.(L) \;\ldots (1)$$

CUARTO PASO: Aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento Rectilíneo en el eje vertical.

$$\Sigma F_y = M.a_y \Rightarrow T.\text{Cos}\,\theta - M.g = M.a$$

$$T.\text{Cos}\,\theta - M.g = M.(3.g) \Rightarrow T.\text{Cos}\,\theta = 4.M.g \ldots (2)$$

Reemplazando en (2):

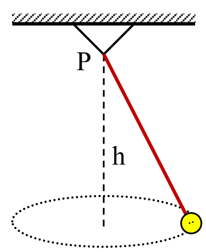
$$T = (8).(2)^2.(5) = 160 \; newtons \;\ldots (3)$$

Reemplazando (1) en (2): $\text{Cos}\,\theta = \dfrac{4.g}{\omega^2.L} \Rightarrow \text{Cos}\,\theta = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60º$

Respuesta: la medida del ángulo es $\theta = 60º$

OBSERVACIÓN. Debemos advertir que la partícula tiene movimiento compuesto, M.C.U + M.R.U.V, por consiguiente, la trayectoria que describe es una helicoidal.

EJEMPLO 07: Un objeto de masa "m" gira en un plano horizontal a una distancia "h" por debajo del punto P, como se muestra en la figura (péndulo cónico). El período de revolución es igual a:

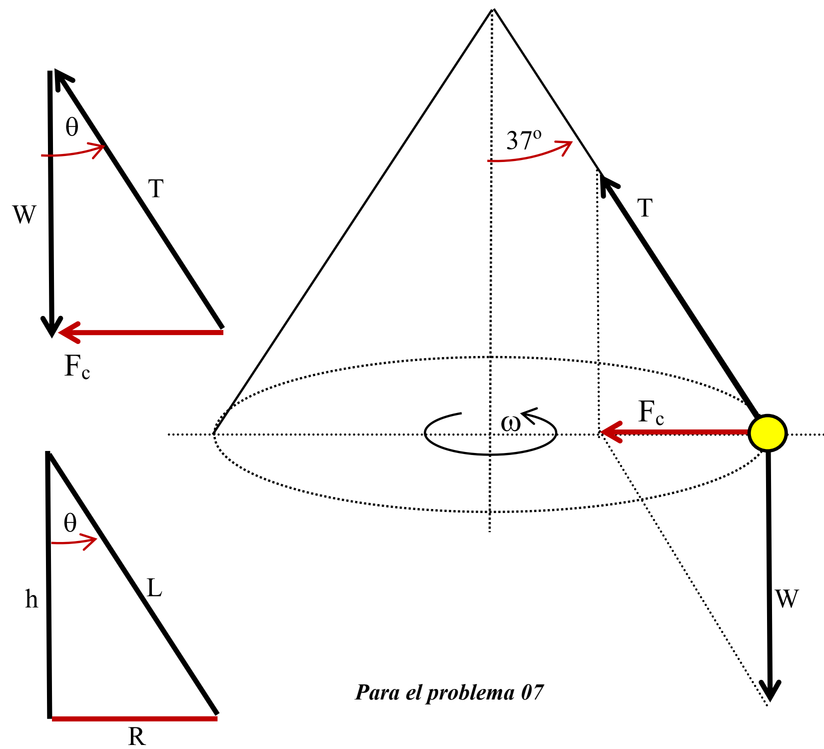


Para el problema 07

A) $2\pi\sqrt{\dfrac{h}{g}}$ B) $2\pi\sqrt{\dfrac{g}{h}}$ C) $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{h}}$ D) $\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{h}{g}}$ E) $\sqrt{\dfrac{h}{g}}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciendo el DCL de la esfera en un instante de su movimiento circunferencial.



Para el problema 07

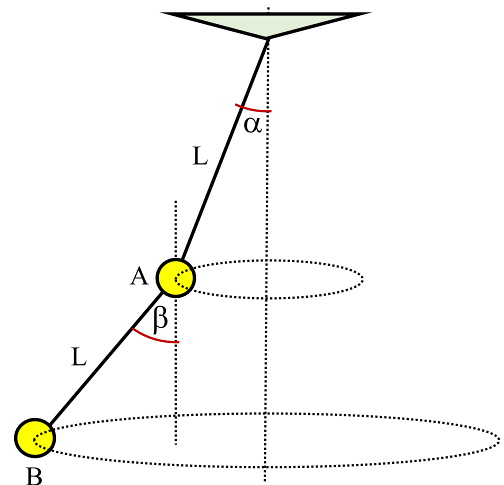
SEGUNDO PASO: Se puede observar que la fuerza centrípeta F_C, es la fuerza resultante del peso W y la tensión T. Del triángulo de fuerzas se deduce que:

$$\frac{W}{h} = \frac{F_C}{R} \Rightarrow \frac{m.g}{h} = \frac{m.\omega^2.R}{R} \Rightarrow \frac{g}{h} = \frac{\omega^2}{1}$$

rapidez angular y el periodo es: $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{h}} \Rightarrow T = 2\pi.\sqrt{\frac{h}{g}}$

Respuesta: el periodo de revolución es: $T = 2\pi.\sqrt{\frac{h}{g}}$

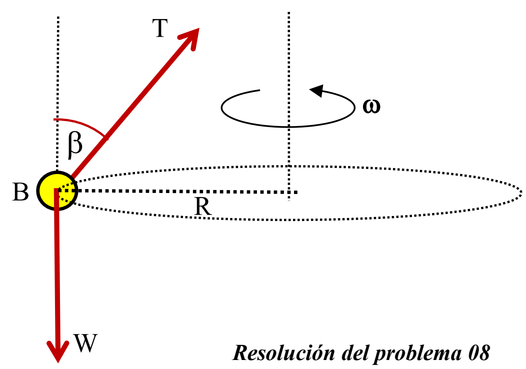
EJEMPLO 08: Un "péndulo doble" gira alrededor del eje vertical de manera que los dos hilos de igual longitud L yacen en el mismo plano y forman con la vertical ángulos diferentes α y β. Las esferas pequeñas tienen igual masa. Calcular la rapidez angular de rotación del sistema.



Para el problema 08

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: La esfera B describe una trayectoria circunferencial de radio $R = L.(Sen\alpha + Sen\beta)$ en un plano horizontal.



Resolución del problema 08

SEGUNDO PASO: La fuerza resultante en el eje vertical es nula:

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; T.\text{Cos}\,\beta = W = m.g \;\ldots (1)$$

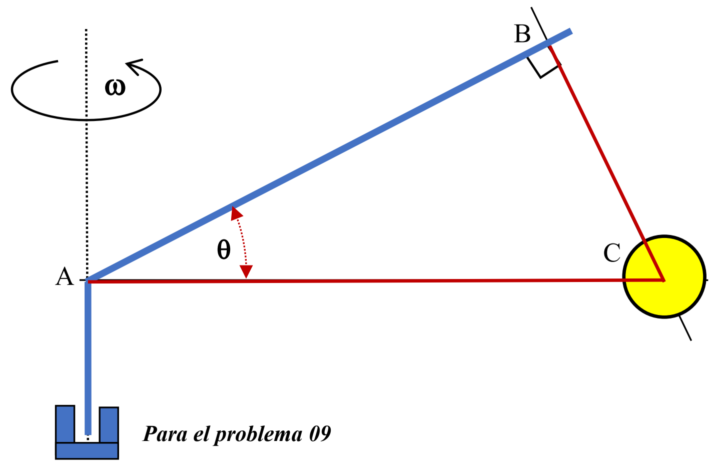
TERCER PASO: Aplicando la segunda ley de Newton, en el movimiento circunferencial.

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; T.Sen\beta = m.\omega^2.L.(Sen\alpha + Sen\beta) \;\ldots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

$$\omega = \sqrt{\frac{g.\text{Tan}\,\beta}{L.(Sen\alpha + Sen\beta)}}$$

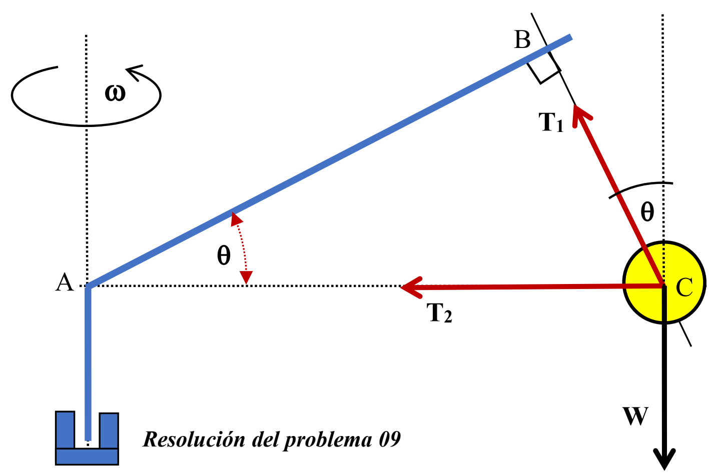
EJEMPLO 09: Se muestra un sistema que gira respecto del eje vertical. Determinar el valor de la tensión en la cuerda horizontal AC si la esfera de masa 16 kg y la estructura gira con velocidad angular de 2 rad/s. Donde $AB = 4\ m$ y $\theta = 37°$. $(g = 10\ m/s^2)$



Para el problema 09

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: La esfera gira describiendo una circunferencia en un plano horizontal. Realizamos el D.C.L de la esfera de masa 16 kg.



Resolución del problema 09

SEGUNDO PASO: La sumatoria de fuerzas en el eje vertical es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1.\text{Cos}\,\theta = W = m.g$$

Reemplazando: $T_1.\text{Cos}\,37° = m.g \Rightarrow T_1.\left(\frac{4}{5}\right) = (16).(10)$

En valor de la tensión en la cuerda es: $T_1 = 200\ N \ldots (1)$

TERCER PASO: Aplicamos la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial.

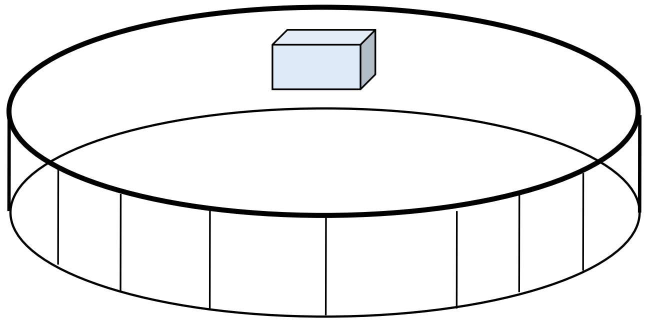
$$\Sigma F_{RADIALES} = m.a_C \Rightarrow T_2 + T_1.Sen\theta = m.\omega^2.R$$

El radio de giro de la esfera es: $R = AC = 5\ m$

Reemplazando: $T_2 + (200).\left(\frac{3}{5}\right) = (16).(2)^2.(5) \Rightarrow T_2 = 200\ N \ \ldots (2)$

Respuesta: el valor de la tensión en la cuerda horizontal es 200 N.

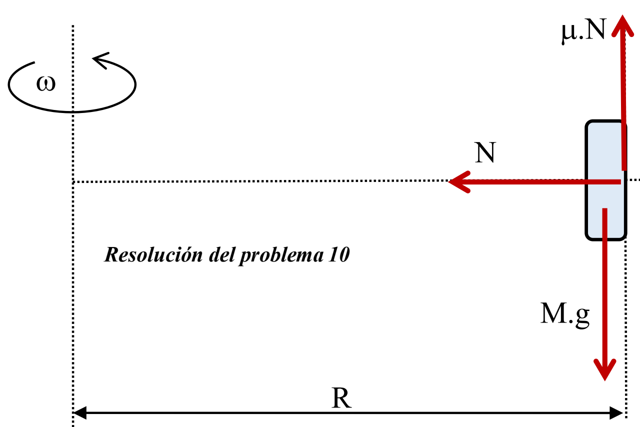
EJEMPLO 10: El radio de curvatura de la superficie interna del cilindro es R=10 m y el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la superficie del cilindro es 0,25. Calcular la mínima velocidad angular del cilindro tal que el bloque no resbale sobre la superficie interna del cilindro.



Para el problema 10

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Hacemos el D.C.L del bloque, viéndolo de frente:



Resolución del problema 10

SEGUNDO PASO: La fuerza resultante en el eje vertical es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \ \mu.N = M.g \ \ldots (1)$$

TERCER PASO: Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial del bloque:

$$F_C = M.a_C \ \Rightarrow \ N = M.\omega^2.R \ \ldots(2)$$

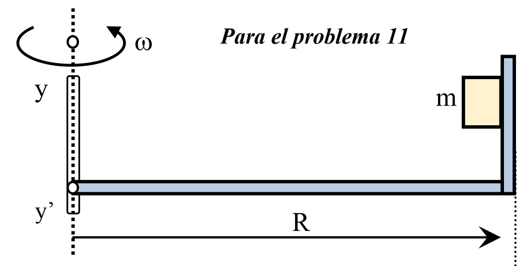
Reemplazando (2) en (1):

$$\mu.\left(M.\omega^2.R\right) = M.g \ \Rightarrow \ \omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{\mu_e.R}}$$

Reemplazando: $\omega_{\min} = \sqrt{\dfrac{10}{(0,25).(10)}} = 2\ \dfrac{rad}{s}$

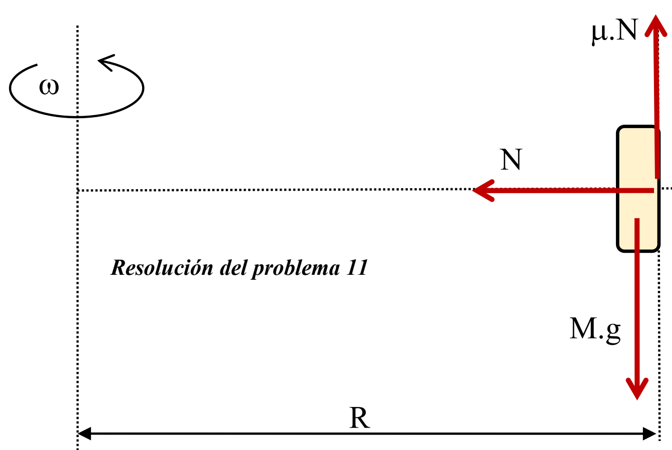
Respuesta: la rapidez angular mínima es $2\ \dfrac{rad}{s}$

EJEMPLO 11: Se muestra un sistema que gira alrededor del eje vertical $y - y'$ con velocidad angular constante $\vec{\omega}$. El bloque de masa "m" se encuentra apoyada en un plano vertical áspero cuyo coeficiente de rozamiento estático es μ, ¿con que rapidez angular mínima debe girar el sistema tal que el bloque no resbale?



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Hacemos el D.C.L del bloque, viéndolo de frente:



SEGUNDO PASO: La fuerza resultante en el eje vertical es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \mu.N = M.g \ \ldots (1)$$

TERCER PASO: Aplicación la segunda ley de Newton al movimiento circunferencial del bloque:

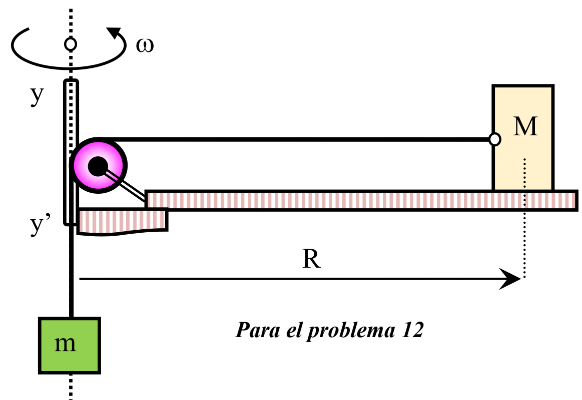
$$F_C = M.a_C \Rightarrow N = M.\omega^2.R \ \ldots (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$\mu.\left(M.\omega^2.R\right) = M.g \Rightarrow \left(\omega_{\min}\right)^2 = \frac{g}{\mu_e.R}$$

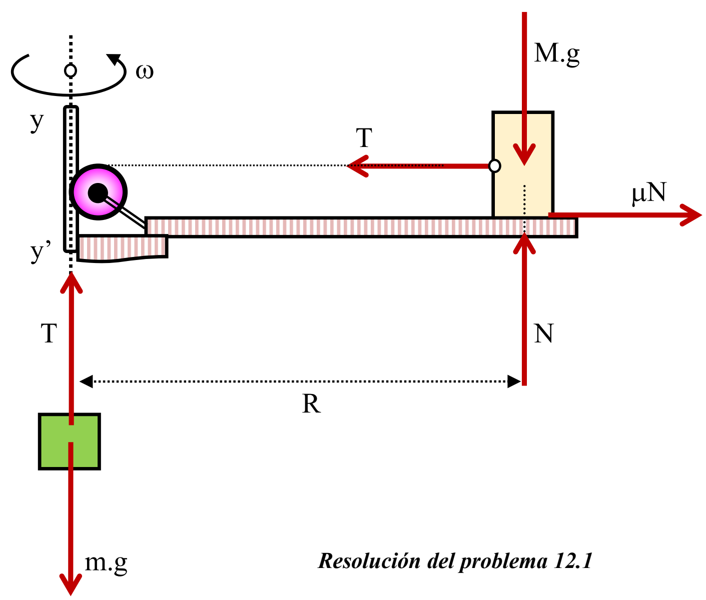
Respuesta: la rapidez angular mínima es $\omega_{\min} = \sqrt{\dfrac{g}{\mu_e.R}}$

EJEMPLO 12: Un bloque de masa "M" descansa sobre una preforma horizontal. Una cuerda une a este bloque con otro de masa "m" que se encuentra en el eje de rotación. Cuando el sistema gira alrededor del eje vertical $y-y'$ con velocidad angular constante $\vec{\omega}$ de módulo $\pi/3\,(rad/s)$ se encuentra en la posición mostrada. Si $M=2.m$ y el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque M y el plano es $\mu=3^{-1}$, determine los valores máximo y mínimo del radio R para que el bloque de masa M permanezca en reposo respecto de la plataforma.



Para el problema 12

RESOLUCIÓN
PRIMER CASO: Hacemos el diagrama de cuerpo libre de los bloques, para el radio mínimo, cuando el bloque de masa M tiende a deslizarse hacia la izquierda.
D.C.L (m): La tensión en la cuerda es igual al peso del bloque de masa "m":
$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; T = m.g$



Resolución del problema 12.1

D.C.L (M): $\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; N = m.g \;\ldots(1)$
Aplicando la ley de aceleración al movimiento circunferencial.

$$\Sigma F_{RADIALES} = M.a_C \;\Rightarrow\; T - \mu.N = M.(\omega_1)^2.R \;\ldots\;(2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$m.g - \mu.M.g = M.(\omega)^2.R \;\Rightarrow\; R_{MIN} = \sqrt{\frac{m.g - \mu.M.g}{M.\omega^2}}$$

Reemplazando los datos: $R_{MIN} = 1,225\ m$

SEGUNDO CASO: Hacemos el diagrama de cuerpo libre de los bloques, para el radio máximo, cuando el bloque de masa M tiende a deslizarse hacia la derecha.

D.C.L (m): La tensión en la cuerda es igual al peso del bloque de masa “m”:

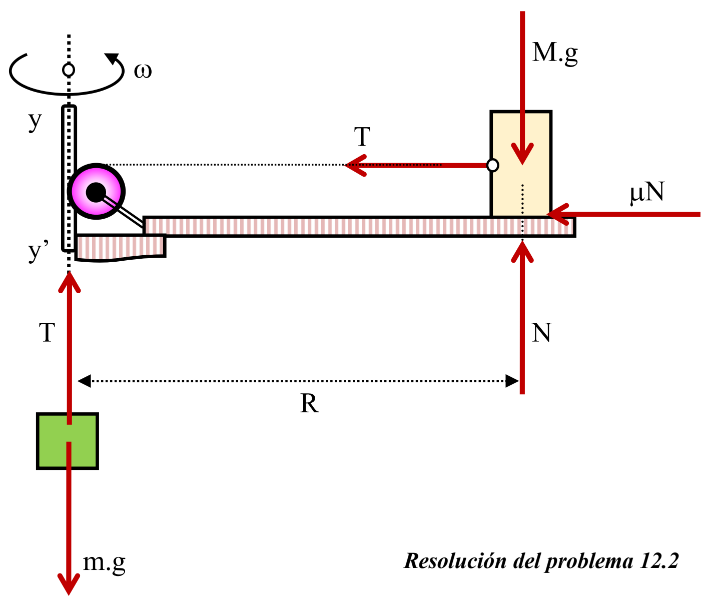
$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; T = m.g \ldots (3)$$

Aplicando la ley de aceleración al movimiento circunferencial.

$$\Sigma F_{RADIALES} = M.a_C \;\Rightarrow\; T + \mu.N = M.(\omega_1)^2.R \;\ldots(4)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$m.g + \mu.M.g = M.(\omega)^2.R \;\Rightarrow\; R_{MAX} = \sqrt{\frac{m.g + \mu.M.g}{M.\omega^2}}$$



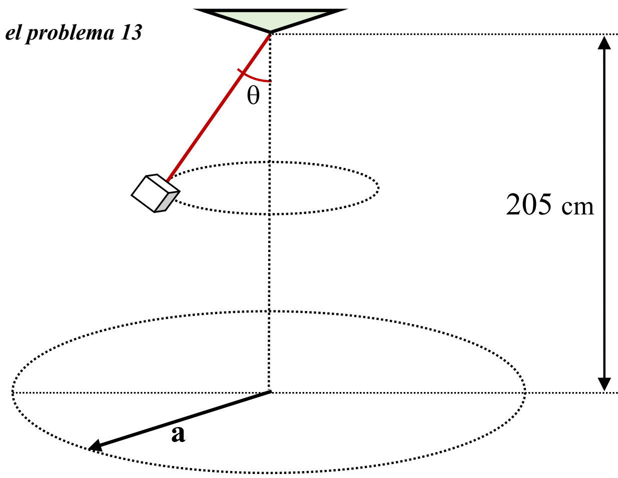
Resolución del problema 12.2

Reemplazando los datos: $R_{MAX} = 2,739\ m$

Respuesta: el valor del radio varía $1,225\ m \le R \le 2,739\ m$

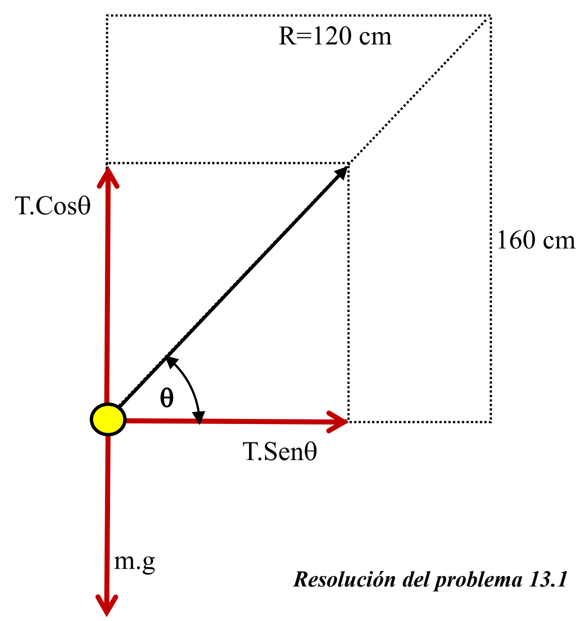
EJEMPLO 13. Un balde es atado a una cuerda de largo 200 cm y gira formando una circunferencia. Las gotas de agua que caen del balde forman una circunferencia de radio "a" en el piso. Determinar el valor de "a" cuando $\theta = 37°$. $(g = 10\,m.s^{-2})$

Para el problema 13



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciende el D.C.L del balde. El balde describe una trayectoria circunferencial de radio R= 120 cm.



Resolución del problema 13.1

SEGUNDO CASO: La sumatoria de fuerzas en el eje vertical es nula.

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; T.\text{Cos}\,\theta = m.g \;\ldots (1)$$

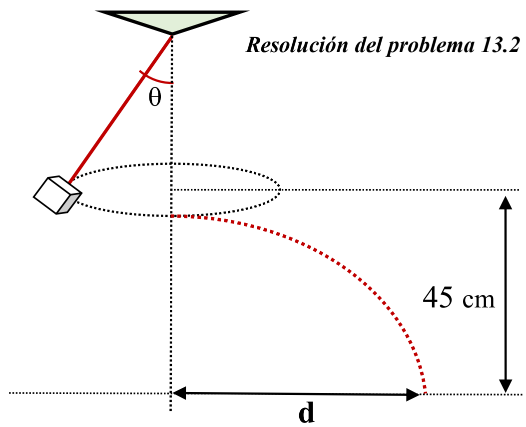
TERCER PASO: Aplicamos la segunda Ley de Newton para el movimiento circunferencial.

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; T.Sen\theta = m.\left(\frac{v^2}{R}\right) \;\ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$v=\sqrt{g.L.\text{Tan}\,\theta.Sen\theta}\ \Rightarrow\ v=3\ \frac{m}{s}$$

TERCER PASO. Además, sabemos que cada gota de agua sale tangente a la trayectoria, con velocidad "V", para luego describir un movimiento de caída libre parabólico.
CUARTO PASO: Analizando la caída libre vertical de la gota de agua. La gota sale en forma horizontal, la velocidad inicial en la vertical es nula.

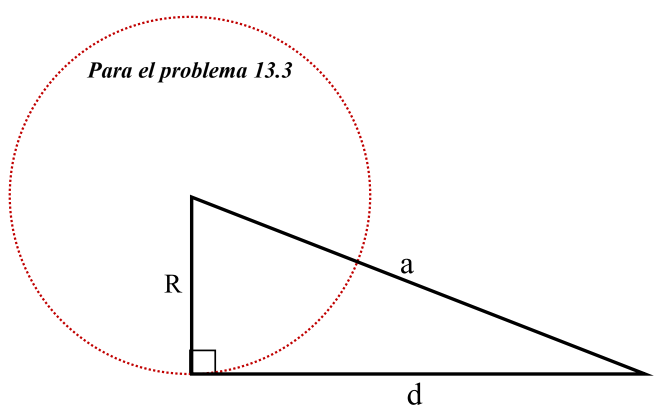


$$h=\frac{g.t^2}{2}\ \Rightarrow\ 0,45=\frac{(10).t^2}{2}\ \Rightarrow\ t=0,3\ s$$

Aplicamos las leyes del M.R.U en el eje horizontal. El alcance horizontal es:

$$d=v_x.t\ \Rightarrow\ d=(3).(0,3)=0,9\,m$$

QUINTO PASO: Observando desde planta (arriba) tenemos una trayectoria circunferencial que describen las gotas de agua sobre el piso horizontal.

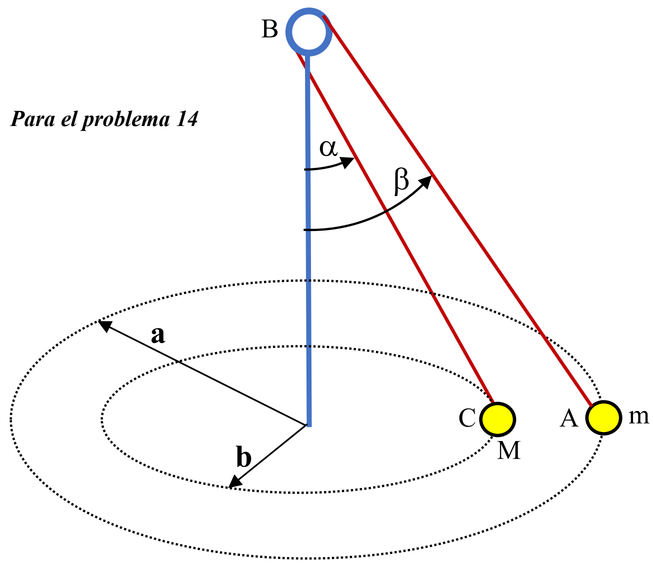


Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$a=\sqrt{R^2+d^2}=\sqrt{(1,2)^2+(0,9)^2}=1,5\ m$$

Respuesta: el radio de la circunferencia que forman las gotas en el piso es $1,5\ m$

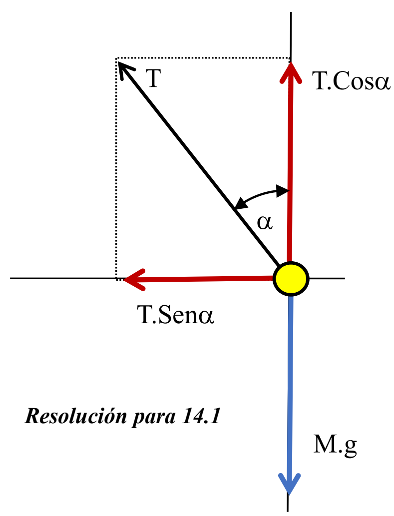
EJEMPLO 14. Se muestra dos esferas de masas "m" y M unidas por una cuerda ABC de longitud L, en B se encuentra una polea pequeña que no ofrece rozamiento. Si el sistema gira con velocidad angular constante, calcular $x = mBC$



Para el problema 14

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Haciendo el D.C.L de la esfera en C de masa M. $BC = x$, y $BA = (L - x)$



Resolución para 14.1

Aplicamos la ley de aceleración para el movimiento circunferencial:

$$\Sigma F_{RADIALES} = M.a_C \;\Rightarrow\; T.Sen\alpha = M.\omega^2.R$$

$$T.Sen\alpha = M.\omega^2.(x.Sen\alpha) \;\Rightarrow\; T = M.\omega^2.x \;\ldots (1)$$

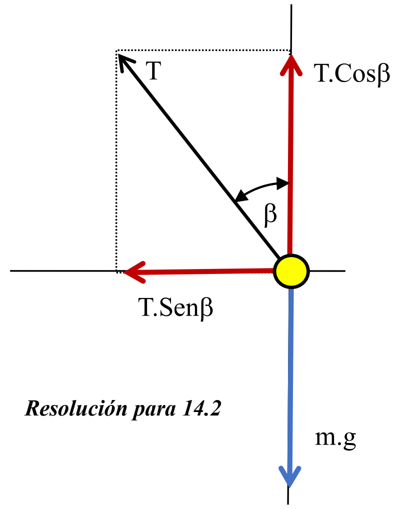
SEGUNDO PASO:

Haciendo el D.C.L de la esfera en C de masa "m". $BC = x$, y $BA = (L - x)$

Aplicamos la ley de aceleración para el movimiento circunferencial:

$$\Sigma F_{RADIALES} = m.a_C \;\Rightarrow\; T.Sen\beta = m.\omega^2.R$$

$$T.Sen\beta = m.\omega^2.(L-x)Sen\beta \;\Rightarrow\; T = m.\omega^2.(L-x) \;\dots (2)$$

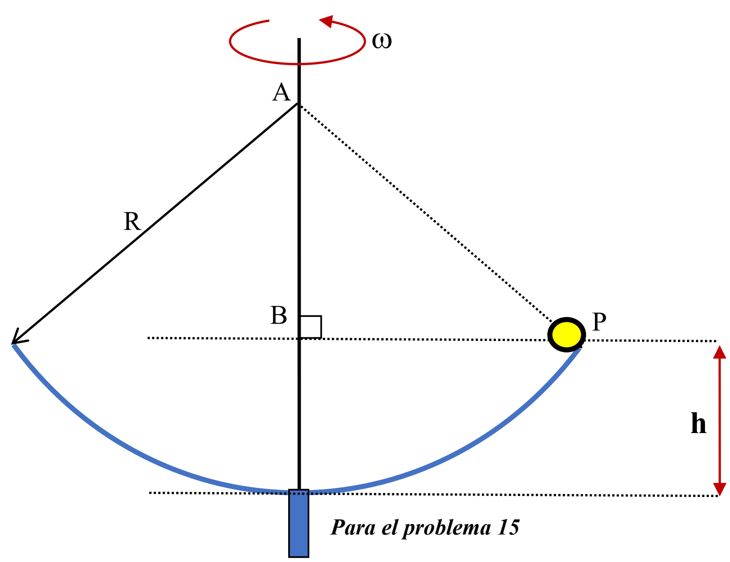


Resolución para 14.2

TERCER PASO: Igualando las ecuaciones (1) y (2):

$$T = m.\omega^2.(L-x) = M.\omega^2.x \;\Rightarrow\; x = \left(\frac{m}{m+M}\right).L$$

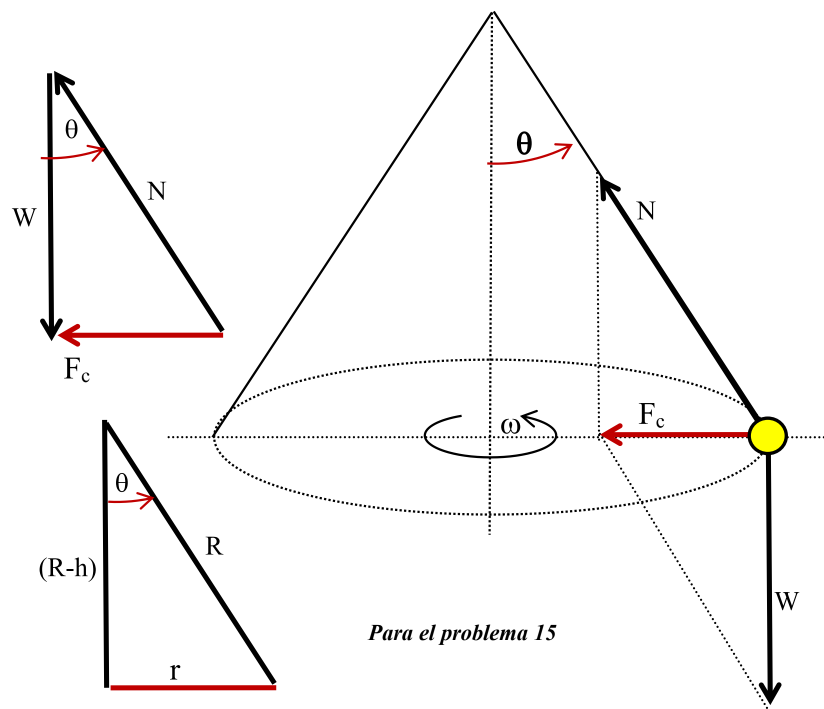
EJEMPLO 15. Por un canal torcido en forma circunferencial de radio R= 1 m, se desliza sin fricción una esfera pequeña de masa "m". ¿A qué altura "h" se encontrará el cuerpo?, si el sistema gira uniformemente con una velocidad angular $\omega = 5\ rad/s$. $(g = 10\ m/s^2)$



Para el problema 15

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: La esfera describe una trayectoria circunferencial de radio $r = BP$. Tenemos un péndulo cónico.



Para el problema 15

SEGUNDO PASO: Se puede observar que la fuerza centrípeta F_C, es la fuerza resultante del peso W y la tensión T.

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; F_C = m.\omega^2.r$$

TERCER PASO: Haciendo el D.C.L de la esfera. El triángulo de fuerzas es semejante al triángulo rectángulo geométrico ABP.

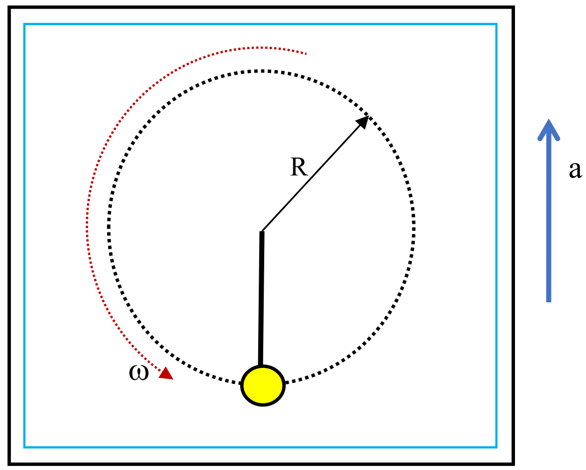
$$\text{Tan}\,\theta = \frac{F_C}{W} = \frac{r}{R-h} \;\Rightarrow\; \frac{m.\omega^2.r}{m.g} = \frac{r}{R-h}$$

Simplificando: $\dfrac{\omega^2}{g} = \dfrac{1}{R-h} \;\Rightarrow\; h = R - \dfrac{g}{\omega^2}$

Reemplazando los datos: $h = 1 - \dfrac{10}{(5)^2} = 0,6\ m$

Respuesta: la altura que alcanza es $0,6\ m$

EJEMPLO 16. El sistema mostrado acelera hacia arriba con $a = 4\ m/s^2$. La esfera de masa 2 kg gira con una velocidad angular constante $\omega = 5\ rad/s$ describiendo una circunferencia de radio $R = 0,5\ m$. Calcular la tensión máxima en la cuerda que sostiene a la esfera. $\left(g = 10\ m/s^2\right)$

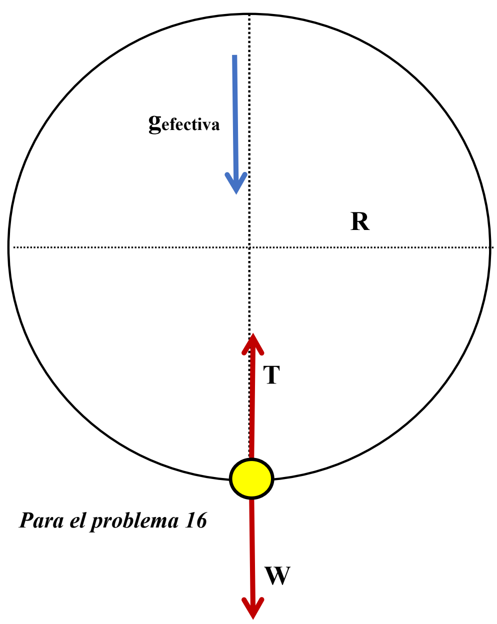


Para el problema 16

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Realizamos el D.C.L de la esfera respecto de un observado ubicado en el ascensor. En el interior del ascensor se genera un campo gravitatorio efectivo o campo local.

$$g_{EFECTIVA} = g + a = 10 + 4 = 14\ \frac{m}{s^2}$$



Para el problema 16

SEGUNDO PASO: La tensión en la cuerda será máxima, cuando la esfera pasa por su posición más baja respecto del campo efectivo.

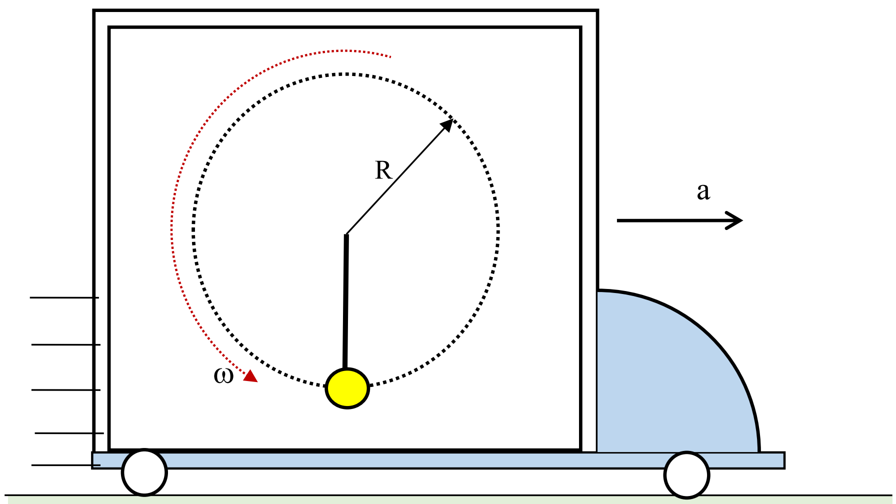
TERCER PASO: Aplicamos la ley de aceleración al movimiento circunferencial.

$$F_C = m.a_C \quad \Rightarrow \quad T - m.g_{EFECTIVA} = m.\omega^2.R$$

Reemplazando los datos: $T - (2).(14) = (2).(5)^2.(0,5) \quad \Rightarrow \quad T_{\max} = 53\ N$

Respuesta: el valor de la tensión máxima es $53\ N$

EJEMPLO 17. El sistema mostrado acelera a razón de $a = 10\sqrt{3}\ m.s^{-2}$ en dirección horizontal. la esfera de masa 0,5 kg gira con velocidad angular constante de 12 rad/s describiendo una circunferencia de radio 1 metro respecto del carro. Calcular el valor de la máxima tensión en la cuerda que sostiene a la esfera. $\left(g = 10\ m/s^2\right)$



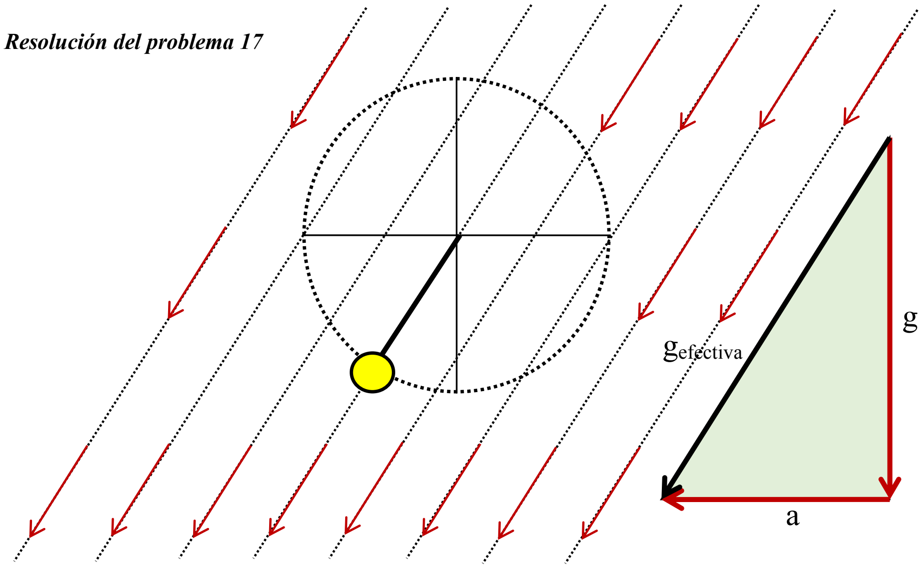
Para el problema 17

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Realizamos el DCL de la esfera respecto de un observador ubicado en el carro. Sistema de referencia NO inercial. Dentro del carro existe un campo de gravedad local o campo efectivo. Base del principio de la Relatividad de Albert Einstein.

$$g_{EFECTIVA} = \sqrt{g^2 + a^2} = \sqrt{10^2 + \left(10\sqrt{3}\right)^2} = 20\ \frac{m}{s^2}$$

Resolución del problema 17



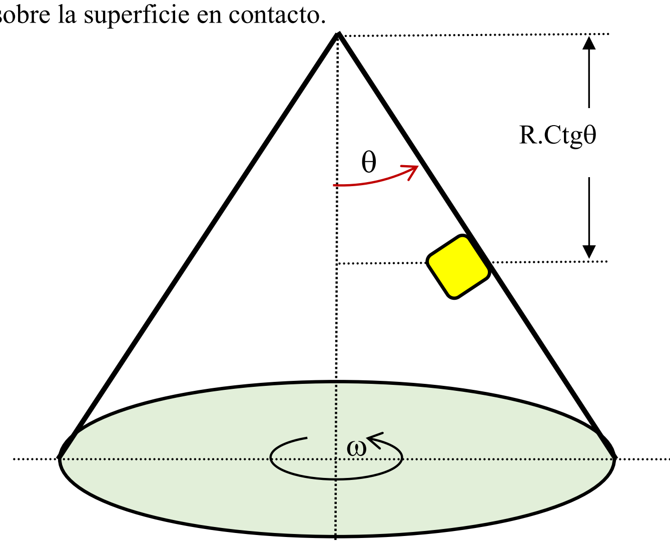
SEGUNDO PASO: La tensión en la cuerda será máxima, cuando la esfera pasa por su posición más baja respecto del campo efectivo.
TERCER PASO: Aplicamos la ley de aceleración al movimiento circunferencial.

$$F_C = m.a_C \quad \Rightarrow \quad T - m.g_{EFECTIVA} = m.\omega^2.R$$

Reemplazando los datos: $T-(0,5).(20)=(0,5).(12)^2.(1) \quad \Rightarrow \quad T_{\max}=82\ N$

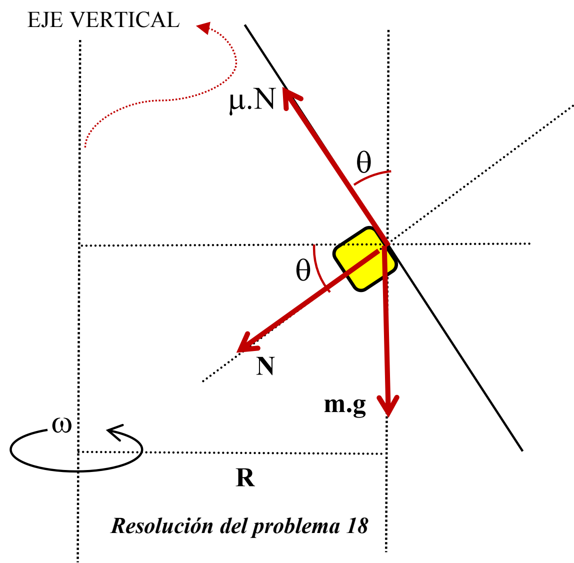
Respuesta: el valor de la tensión máxima es $82\ N$

EJEMPLO 18. En la pared interior de un cono se encuentra apoyada un bloque de masa M. Si el coeficiente estático m entre el bloque y el cono. Calcular la velocidad angular del cono, tal que el bloque no resbale sobre la superficie en contacto.



Para el problema 18

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. Haciendo el D.C.L del bloque, respecto de un observador que se encuentra en la Tierra.



Resolución del problema 18

SEGUNDO PASO. La fuerza resultante en el eje vertical es nula:

$$\mu N.\mathrm{Cos}\,\theta = N.Sen\theta + m.g$$

$$\left(\mu.\mathrm{Cos}\,\theta - Sen\theta\right).N = m.g \ \ldots\ (1)$$

TERCER PASO. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$F_C = m.a_C \quad \Rightarrow \quad \mu.N.Sen\theta + N.\mathrm{Cos}\,\theta = m.\omega^2.R$$

$$\left(\mu.Sen\theta + \mathrm{Cos}\,\theta\right).N = m.\omega^2.R \ \ldots(2)$$

Resolviendo (1) y (2):

$$\omega = \sqrt{\frac{g.(\mu.Sen\theta + \mathrm{Cos}\,\theta)}{R.(\mu.\cos\theta - Sen\theta)}}$$

OBSERVACIÓN: donde, $\mu.\cos\theta - Sen\theta \rangle 0$, entonces, $\mu \rangle \mathrm{Tan}\,\theta$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Calcular el módulo de la fuerza centrípeta (en mN) de un objeto de masa 20 kg situado en el ecuador. Considere el radio ecuatorial igual a 6 400 km.
A) 662 B) 664 C) 666 D) 677 E) 670

2. Un cuerpo de 5 kg describe una trayectoria circunferencial de radio 0,5 metro con velocidad tangencial de módulo 10 m/s. Entonces el módulo de la fuerza centrípeta (en N) que mantiene en movimiento al cuerpo es:
A) 0 B) 10 C) 100 D) 1 000 E) 10 000

3. Una piedra atada a una cuerda rota uniformemente en un plano vertical. Encontrar la masa de la piedra (en kg), si la diferencia entre el módulo de la tensión máxima y la mínima en la cuerda es 100 N. Considere g = 10 m/s^2.
A) 5 B) 0,5 C) 50 D) 3 E) 4

4. Calcular el módulo de la fuerza centrípeta (en N) de un objeto de masa 1000 kg situado en el ecuador. Considere el radio ecuatorial igual a 6400 km.
A) 62,85 B) 64,85 C) 66,85 D) 39,85 E) 33,85

5. Un pequeño cuerpo de 200 gramos gira describiendo una circunferencia sobre una superficie horizontal lisa, sujeto a un eje clavado en la superficie por una cuerda de 20 cm de largo. Si el cuerpo da 2 vueltas completas por segundo, el módulo de la fuerza ejercida por la cuerda (en N) sobre el cuerpo será:
A) $0,64\pi^2$ B) $6,4\pi^2$ C) $64\pi^2$ D) $3,2\pi^2$ E) $0,32\pi^2$

6. Un niño de 28 kg sentado en un carrusel a 4 m del eje de giro, se está moviendo con velocidad tangencial de módulo 5 m/s. ¿Cuál es el módulo (en N) de la fuerza centrípeta actuante sobre el niño?
A) 170 B) 175 C) 180 D) 185 E) 190

7. Una rueda de coche tarda 20 s en recorrer 500 m. Su radio es de 50 cm. Calcular la velocidad angular (en rad/s) de la rueda respecto de su eje de rotación.
A) 50 B) 55 C) 60 D) 25 E) 100

8. Una varilla metálica de 30 cm de longitud gira respecto a uno de sus extremos a 30 r.p.m. Calcula el periodo de revolución (en s).
A) 20π B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. Respecto del movimiento circunferencial, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las afirmaciones:
I. La aceleración centrípeta es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad lineal o tangencial.
II. La aceleración centrípeta es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad angular.
III. La aceleración centrípeta es directamente proporcional al radio de curvatura.
A) VVV B) VVF C) VFV D) FFV E) FFF

10. El CD de un ordenador gira con una velocidad angular de 539 r.p.m. Calcula el número de vueltas que da durante la reproducción de una canción de 4 minutos.
A) 2156π B) 1656 C) 1556 D) 2056 E) 2156

11. La Tierra completa una vuelta alrededor del Sol cada 365 días. Si la distancia media al Sol es 149.600.000 km. Calcula la velocidad lineal de la Tierra (en km/h) en torno al Sol.
A) 107302π B) 165000 C) 155600 D) 107302 E) 21500

12. Un automóvil circula a 72 km/h describiendo una trayectoria circunferencial de 40 m de radio. Calcular la aceleración normal o centrípeta (en m/s^2).
A) 9,81 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

13. Un disco de 9 cm de radio gira a razón de 10 rad/s. Determinar la velocidad tangencial (en m/s) de los puntos periféricos del disco.
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

14. Calcular la rapidez constante (en m/s) con la que un automóvil debe pasar sobre un puente en forma de arco circunferencial, de 20 m de radio, para que el punto más alto del puente soporte una fuerza igual a la mitad del peso del auto.
A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

15. Una partícula que tiene M.C.U. tiene frecuencia de 1200 R.P.M. Si el radio de giro es 50 cm, calcular su aceleración centrípeta en m/s^2.
A) $800\pi^2$ B) $400\pi^2$ C) $640\pi^2$ D) $100\pi^2$ E) $8\pi^2$

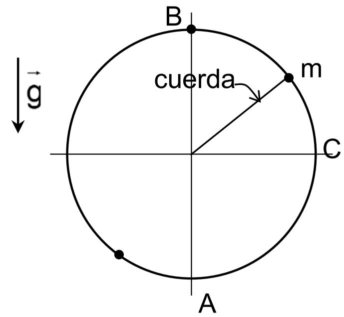
16. Una esfera pequeña de 100 gramos gira en un plano horizontal con velocidad tangencial de 30 m/s y radio 5 metros. Determine el valor de la aceleración centrípeta (en m/s^2)
A) 160 B) 180 C) 185 D) 190 E) 195

17. Una partícula realiza un movimiento circunferencial uniforme con rapidez angular $\frac{\pi}{12}(rad/s)$ y radio 2,5 m. ¿En qué intervalo de tiempo (en s) la partícula realiza 7 vueltas completas?
A) 168 B) 184 C) 204 D) 216 E) 244

18. Indique si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F)
I. La fuerza tangencial en el M.C.U.V. produce el cambio del módulo de la velocidad tangencial.
II. La fuerza centrípeta origina en el M.C.U. el cambio del módulo de la velocidad tangencial.
III. La fuerza centrípeta en el M.C.U. origina el cambio de dirección de la velocidad tangencial.
A)VVV B)FFF C)FVF D)FFV E)VFV

19. Indique las afirmaciones correctas respecto de una partícula con movimiento circunferencial.
I. Si mantiene su velocidad angular constante, la fuerza resultante sobre la partícula es nula.
II. Una partícula con aceleración angular constante cuyo radio de trayectoria es R experimenta una fuerza tangencial nula.
III. La velocidad lineal o tangencial de la partícula, cambia de dirección debido a la fuerza centrípeta.
A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo II y III

20. La figura muestra una partícula de masa m, atada a un hilo, que realiza un movimiento circular en un plano vertical. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:



I. En A la fuerza centrípeta es menor que la tensión en la cuerda.
II. En B la mínima fuerza centrípeta es igual al peso de la partícula.
III. En C la fuerza centrípeta es igual que la tensión en la cuerda.

A)FFV B)VVV C)VVF D)VFV E)FFF

21. Sobre una pista circular horizontal de 450 m de radio, un automóvil de 1000 kg acelera desde el reposo hasta adquirir luego de 9 segundos una rapidez de 30 m/s. Determinar el valor de la fuerza centrípeta sobre el automóvil (en kN).

A)1 B)2 C)3 D)4 E)5

22. Un piloto desciende en picada con su avión y cuando su velocidad es de 250 m/s describe una trayectoria circunferencial en un plano vertical, manteniendo su rapidez constante. Si sabe que puede soportar en el punto más bajo de la trayectoria un peso aparente de hasta 6 veces su peso, el menor radio posible de esta trayectoria circular debe medir (en m) aproximadamente. $(g = 10\ N/kg)$

A)1 225 B)1 000 C)950 D)900 E)850

23. Sobre una pista circular horizontal de 360 m de radio, un automóvil de 1000 kg se mueve manteniendo constante el valor de su velocidad tangencial. El coeficiente de rozamiento estático entre la pista y las llantas es 0,25. Determinar el máximo valor de la velocidad tangencial (en m/s) tal que las llantas no resbalen en dirección radial. $(g = 10\ N/kg)$

A)10 B)20 C)30 D)40 E)50

24. Una esfera pequeña de 200 gramos gira en un plano horizontal con velocidad tangencial de 20 m/s y radio 2,5 metros. Determine el valor de la aceleración centrípeta (en m/s^2)

A) 160 B) 180 C) 185 D) 190 E) 195

25. Se muestra el movimiento circunferencial de una esfera en un plano vertical con velocidad tangencial "V". Determinar la fuerza centrípeta (en N) sobre la esfera en el punto A.

A) 60 B) 20 C) 90 D) 80 E) 50

26. Una esfera pequeña de 100 gramos gira en un plano horizontal con velocidad tangencial de 10 m/s y radio 25 metros. Determine el valor de la aceleración centrípeta (en m/s^2)

A) 6 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

27. Un disco de 80 cm de radio gira a razón de 10 rad/s. Determinar la velocidad tangencial (en m/s) de los puntos periféricos del disco.

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

28. Un disco de 50 cm de radio gira a razón de 10 rad/s. Determinar la velocidad tangencial (en m/s) de los puntos periféricos del disco.
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

29. Un cuerpo de 50 kg describe una trayectoria circunferencial de radio 20 metros sobre un plano horizontal con velocidad tangencial de módulo 30 m/s. Entonces el módulo de la fuerza centrípeta (en kN) que mantiene en movimiento al cuerpo es:
A) 1,00 B) 1,20 C) 1,25 D) 2,25 E) 2,40

30. Un disco de 50 cm de radio gira a razón de 10 rad/s. Determinar la aceleración centrípeta (en m/s^2) de los puntos periféricos del disco.
A) 50 B) 46 C) 47 D) 48 E) 49

31. Un disco de 20 cm de radio gira a razón de 6 rad/s. Determinar la aceleración centrípeta (en m/s^2) de los puntos periféricos del disco.
A) 6,5 B) 6,6 C) 7,7 D) 7,2 E) 7,9

32. Un disco de 10 cm de radio gira a razón de 4 rad/s. Determinar la aceleración centrípeta (en m/s^2) de los puntos periféricos del disco.
A) 1,5 B) 1,6 C) 1,7 D) 0,8 E) 1,9

33. Un automóvil de 1000 kg circula con velocidad tangencial de módulo 10 m/s por un puente que tiene la forma de un arco circular vertical de radio 50 m. Entonces el valor de la fuerza de reacción (en kN) del puente sobre el automóvil en el punto más alto de la trayectoria circunferencial es: Considere $g = 10\ m/s^2$.
A) 7 B) 8 C) 8,5 D) 9 E) 9,5

34. Con una velocidad de módulo 40 m/s un automóvil entra a una curva que tiene una inclinación respecto de la horizontal. Si el radio de curvatura es de 160 m, encontrar la medida del ángulo que la pista hace con la horizontal, de manera que la fuerza de rozamiento sea nula sobre las llantas del automóvil. Considere $g = 10\ m/s^2$.
A) 45° B) 30° C) 15° D) 37° E) arc Tg(0,5)

35. Un niño de 25 kg sentado en un carrusel a 9 m del eje de giro, se está moviendo con velocidad tangencial de módulo 1,5 m/s. ¿Cuál es el módulo (en N) de la fuerza centrípeta actuante sobre el niño?
A) 2,25 B) 3,25 C) 4,25 D) 5,25 E) 6,25

36. Calcular el módulo de la fuerza centrípeta (en mN) de un objeto de masa 2 kg situado en el ecuador. Considere el radio ecuatorial igual a 6 400 km.
A) 62 B) 64 C) 66 D) 68 E) 70

37. Un automóvil circula a 72 km/h describiendo una trayectoria circunferencial de 40 m de radio. Calcular la velocidad angular (en rad/s).
A) $0,5\pi$ B) 10 C) 0,5 D) 2,5 E) 0,25

38. Una partícula que tiene M.C.U. tiene frecuencia de 60 R.P.M. Si el radio de giro es 50 cm, calcular su aceleración centrípeta en m/s^2.
A) $2\pi^2$ B) $400\pi^2$ C) $640\pi^2$ D) $100\pi^2$ E) $8\pi^2$

39. Una rueda de coche tarda 20 s en recorrer 500 m. Su radio es de 50 cm. Calcular la frecuencia en RPS con que gira.
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

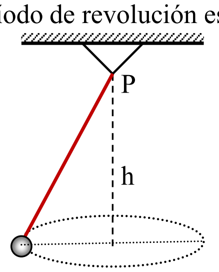
40. Una partícula que tiene M.C.U. tiene frecuencia de 120 R.P.M. Si el radio de giro es 50 cm, calcular su aceleración centrípeta en m/s^2.
A) $200\pi^2$ B) $400\pi^2$ C) $640\pi^2$ D) $100\pi^2$ E) $8\pi^2$

41. Un automóvil de 1,2 toneladas describe una trayectoria circunferencial de radio 60 m en un plano horizontal con velocidad tangencial constante de módulo 15 m/s. Determinar el valor de la fuerza centrípeta que actúa sobre el automóvil. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre las llantas y la pista es 0,54; ¿Cuál es la máxima velocidad que puede desarrollar el automóvil sin salir de la circunferencia debido al resbalamiento?

42. Con una velocidad de módulo 144 km/h un automóvil entra a una curva que tiene una inclinación respecto de la horizontal. Si el radio de curvatura es de 160 m, encontrar la medida del ángulo que la pista hace con la horizontal, de manera que la fuerza de rozamiento sea nula sobre las llantas del automóvil. Considere g = 10 m/s^2. (Examen UNI - 1981)
A) 45° B) 30° C) 15° D) 37° E) arc Tg(0,5)

43. A un vaso con aceite se hace describir un movimiento circunferencial uniforme mediante un hilo de 2,5 de largo, el movimiento se realiza en un plano vertical. Determinar la rapidez angular (en s^{-1}) con la que tiene que girar en vaso, para que no caiga el aceite. Considere g = 10 m/s^2. (Examen UNI - 1981)
A) 1 **B**) 2 C) 3 D) 4 E) 5

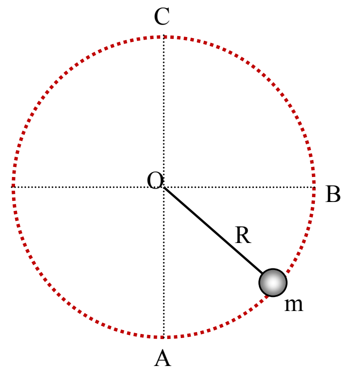
44. Un objeto de masa "m" gira en un plano horizontal a una distancia "h" por debajo del punto P, como se muestra en la figura. El período de revolución es igual a: (Examen UNI – 1982 - I)



Para el problema 44

A) $2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$ B) $2\pi\sqrt{\frac{g}{h}}$ C) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{h}}$ D) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{h}{g}}$ E) $\sqrt{\frac{h}{g}}$

45. Una piedra atada a una cuerda rota uniformemente en un plano vertical. Encontrar la masa de la piedra (en kg), si la diferencia entre el módulo de la tensión máxima y la mínima en la cuerda es 100 N. Considere $g = 10\ m/s^2$. (Examen UNI 1982 - I)



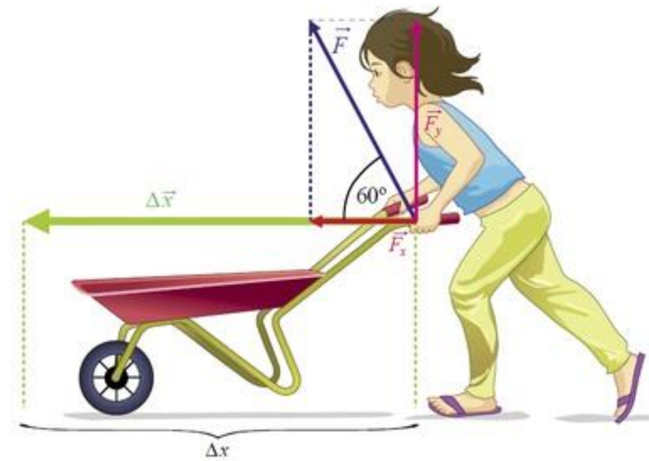
Para el problema 45

A) 5 B) 0,5 C) 50 D) 3 E) 4

46. Cierto hilo se romperá si el módulo de la tensión en el excede de 3,7 N y se usa para mantener un objeto de 50 gramos que gira en una circunferencia de 40 cm de radio. Considerando una trayectoria circunferencial en un plano vertical, ¿con que rapidez angular máxima puede girar el objeto antes de que el hilo se rompa? Considere $g = 10\ m/s^2$. (Examen UNI 1983 - II)

A) 4 B) 2,5 C) 3 D) 5 E) 6

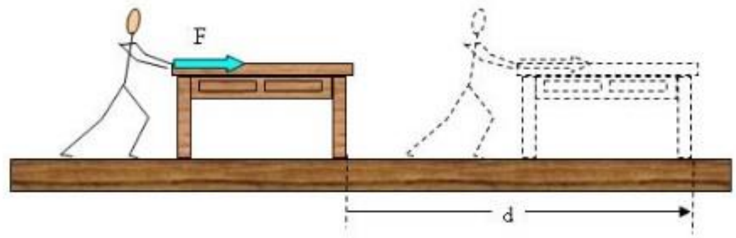
TRABAJO MECÁNICO



1. **CONCEPTO DE TRABAJO**. Por propia experiencia sabemos que necesitamos fuerza para alterar la rapidez de un objeto, para vencer el rozamiento, para comprimir un resorte, para moverse en contra de la gravedad; en cada caso debe realizarse trabajo. En tal sentido, el trabajo es **vencer** siempre una **resistencia**. Luego, entendemos por trabajo a la facultad que tienen las fuerzas para generar movimiento venciendo siempre una resistencia, sea ésta una fuerza o bien la propia inercia de los cuerpos, y sólo habrá trabajo sobre un cuerpo si éste se desplaza a lo largo de la línea de acción de la fuerza aplicada.

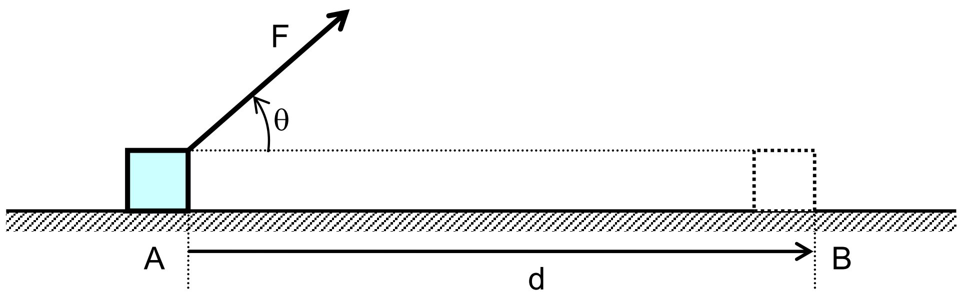
2. **TRABAJO MECÁNICO**. Realizar trabajo mecánico significa vencer o superar ciertas resistencias con movimiento mecánico producido por una fuerza. Cuando damos una patada a una pelota, estamos venciendo a la inercia. Cuando arrastramos un bloque sobre el piso, estamos venciendo a la fuerza de rozamiento. Cuando deformamos un resorte, estamos venciendo a la fuerza elástica. Cuando elevamos un bloque, estamos venciendo a la fuerza de gravedad. En todos estos casos estamos realizando trabajo mecánico.

3. **FORMAS DE TRABAJO**. Veamos el siguiente dialogo.
   Dialogo entre Juan (economista), Pedro (biólogo) y Pablo (físico), acerca del "Trabajo":
   Juan dice: El trabajo es la actividad más importante que realiza el hombre y la mujer. El trabajo es fuente de riqueza.
   Pedro agrega: El trabajo transforma al hombre en el tiempo, la forma de sus manos, su cara y en general de su anatomía se ha transformado en el tiempo debido al trabajo. Según la teoría de la evolución, el trabajo cumple un papel importante en la transformación del mono en hombre.
   Pablo interviene y dice: Realizar "trabajo mecánico" significa vencer o superar una resistencia con movimiento ordenado.

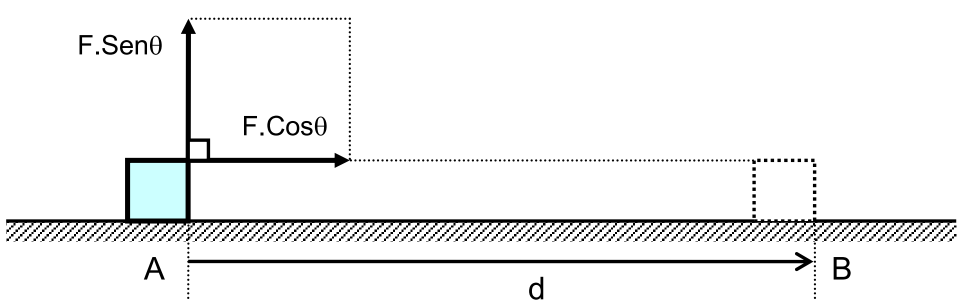


4. TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA CONSTANTE.

Si una fuerza mantiene siempre el mismo valor (módulo) y la misma orientación (dirección), se dice que es constante. Ahora, cuando el punto de aplicación de la fuerza se desplaza, se dice que la fuerza realiza trabajo, cuyo valor dependerá de la componente de la fuerza paralela a la dirección del movimiento y de la distancia recorrida.



Descomponiendo la fuerza, tenemos una componente a favor del movimiento y otra perpendicular al movimiento.



GOTA 1. La fuerza que tiene la dirección del movimiento si realiza trabajo mecánico:

$$W_{A\to B}^{F} = \left(F.Cos\theta\right).d$$

GOTA 2. También se puede escribir como:

$$W_{A\to B}^{F} = F.d.Cos\theta$$

GOTA 3. La fuerza perpendicular al movimiento NO realiza trabajo:

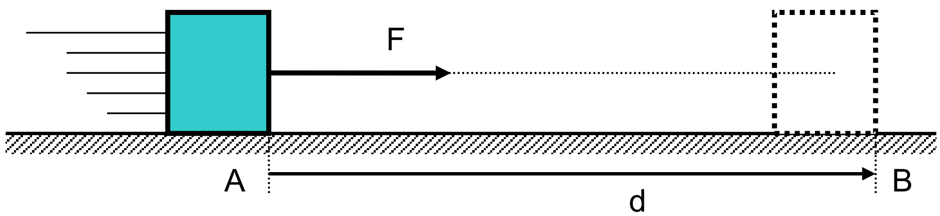
$$W_{A\to B}^{F.Sen\theta} = 0$$

5. INFLUENCIA DEL ÁNGULO EN LA CANTIDAD DE TRABAJO

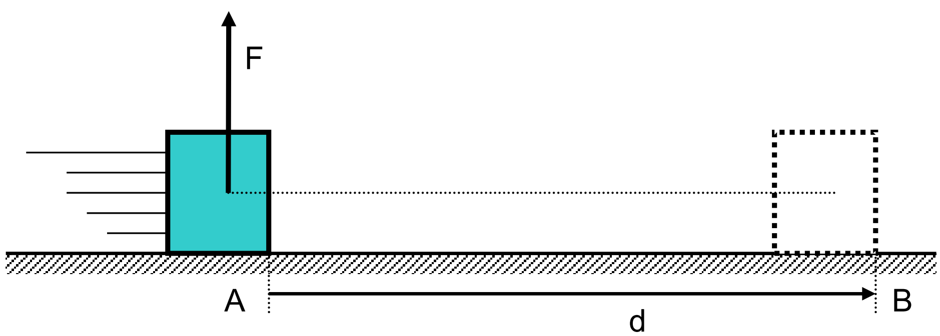
El ángulo θ que forma la fuerza y el desplazamiento varía entre 0º y 180º, por consiguiente la cantidad de trabajo depende del coseno de este ángulo.

$$W_{A\to B}^{F} = F.d.Cos\theta \qquad \ldots (1)$$

3.1 Si θ = 0º, la cantidad de trabajo es: $W^F = +F.d$

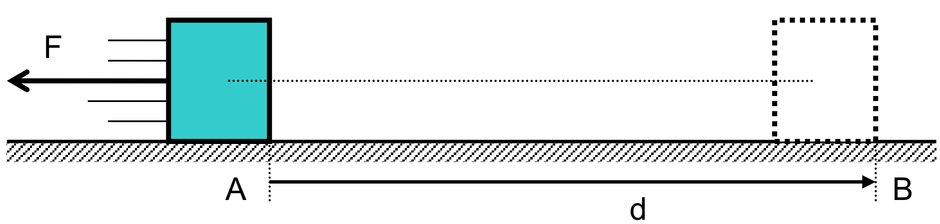


3.2 Si θ = 90º, la cantidad de trabajo es: $W^F = 0$

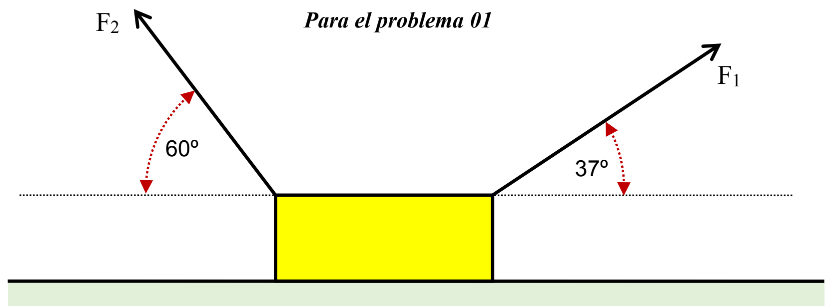


La fuerza perpendicular al movimiento no realiza trabajo.

3.3 Si θ = 180º, la cantidad de trabajo es: $W^F = -F.d$



EJEMPLO 01. Se muestra un bloque de peso 90 N, sometido a la acción de un sistema de fuerzas, donde $F_1 = 50\,N$ y $F_2 = 40\,N$. Calcular la cantidad de trabajo que realiza F_2 para un recorrido "d", sabiendo que F_1 realiza un trabajo de $+400\,J$.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Influencia del angulo en la cantidad de trabajo el ángulo θ que forma la fuerza y el desplazamiento varía entre 0º y 180º, por consiguiente la cantidad de trabajo depende del coseno de este ángulo.

$$W_{A\to B}^{F} = F.d.Cos\theta$$

SEGUNDO PASO. La cantidad de trabajo hecho por F_1 es positivo, significa que el cuerpo se mueve hacia la derecha. Cálculo de la distancia "d".

$$W^{F_1} = F_1.d.Cos37^o \;\Rightarrow\; 400 = (50).d.\left(\frac{4}{5}\right) \;\Rightarrow\; d = 10\,m$$

TERCER PASO. Cálculo del trabajo realizado por F_2:

$$W^{F_2} = F_2.d.Cos120^o \;\Rightarrow\; W^{F_2} = (40).(10).\left(-\frac{1}{2}\right) = -200\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo es -200 J, significa que la fuerza se opone al movimiento.

6. **DEFINICIÓN VECTORIAL DEL TRABAJO**. Para caracterizar la acción que ejerce la fuerza sobre el cuerpo al comunicarle cierto desplazamiento, se introduce la noción de ***trabajo de la fuerza***. El trabajo caracteriza la acción de la fuerza que determina la variación del módulo de la velocidad del punto material en movimiento. La cantidad de trabajo que realiza la fuerza $\vec{F}$ para un desplazamiento $\vec{d}$ es igual al producto escalar de las dos cantidades vectoriales, $W_{A\to B}^{F} = \vec{F} \bullet \vec{d} = (F.Cos\theta).d$

$$W_{A\to B}^{F} = F.d.Cos\,\theta$$

Si las componentes de la fuerza son: $\vec{F} = F_x.\hat{i} + F_y.\hat{j} + F_z.\hat{k}$

y los componentes del desplazamiento son: $\vec{d} = a.\hat{i} + b.\hat{j} + c.\hat{k}$

La cantidad de trabajo es: $W_{A\to B}^{F} = F_x.a + F_y.b + F_z.c$

EJEMPLO 01. Un obrero sostiene un bloque de 800 N de peso y sube por una escalera de 20 escalones, cada uno tiene largo horizontal 25 cm y una altura de 15 cm. Calcular la cantidad de trabajo realizado por el obrero.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Para elevar el bloque con velocidad constante se aplica una fuerza **F** vertical del mismo valor del peso.

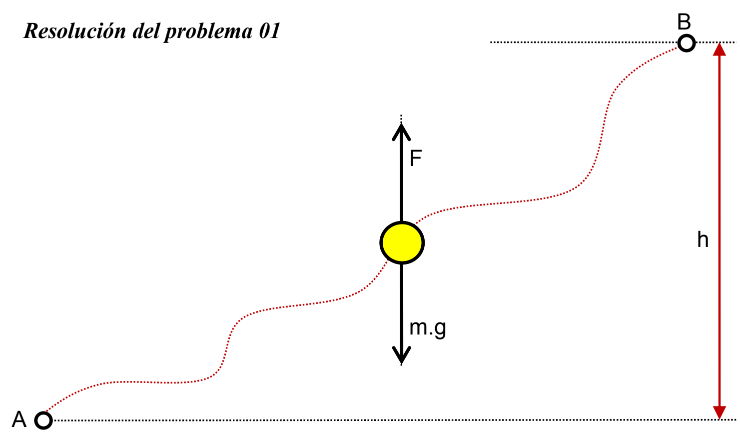
El valor de la fuerza aplicada al bloque es: $F = m.g = 800\,N$

El desplazamiento vertical es: $h = (0{,}15\,m).(20) = 3\,m$

SEGUNDO PASO. El trabajo realizado por el agente externo será igual al producto de la fuerza **F** por su desplazamiento vertical, es decir por su altura "h". Si **F** es vertical, no realiza trabajo en la horizontal.

$$W^{F_x} = F_x \bullet d_x = 0 \quad y \quad W^{F_y} = F_y \bullet d_y = F \bullet h$$

Resolución del problema 01



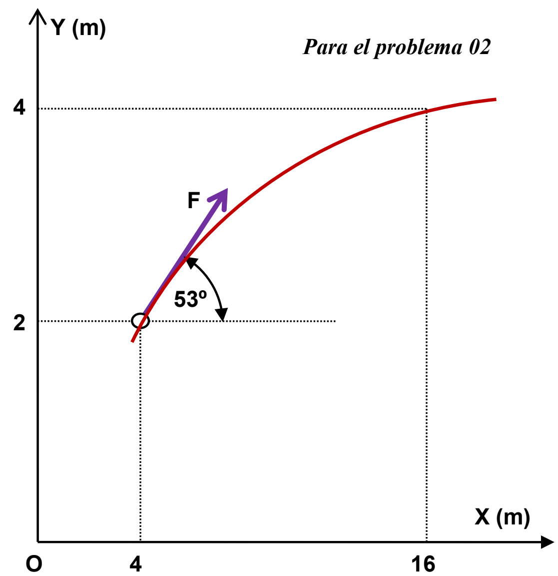
TERCER PASO. Aplicando la fórmula:

$$W^{F_y} = F \bullet h = (800\,N).(3\,m) = 2\,400\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho es 2,4 kilojoules.

CUARTO PASO: El trabajo realizado por el agente externo desde A hasta B es independiente del camino seguido.

EJEMPLO 02. Cantidad la cantidad de trabajo realizado por la fuerza constante cuyo modulo es F=5 N para llevar una partícula desde la posición A hasta la posición B a través de la trayectoria parabólica, $x = y^2$ que se representa a continuación donde se indica también la dirección de la fuerza.



RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. El trabajo realizado por una fuerza constante F no depende de la trayectoria que sigue, solo la posición inicial A y final B.
SEGUNDO PASO. La cantidad de trabajo realizado por la fuerza, $F = 3.i + 4.j\ (N)$ es igual a la suma de trabajos de las componentes en los ejes cartesianos.
El desplazamiento de la partícula es: $\vec{d} = B - A = 12.i + 2.j\ (m)$

$$W^F = \vec{F} \bullet \vec{d} = (3;4) \bullet (12;2) = (3).(12) + (4).(2)$$

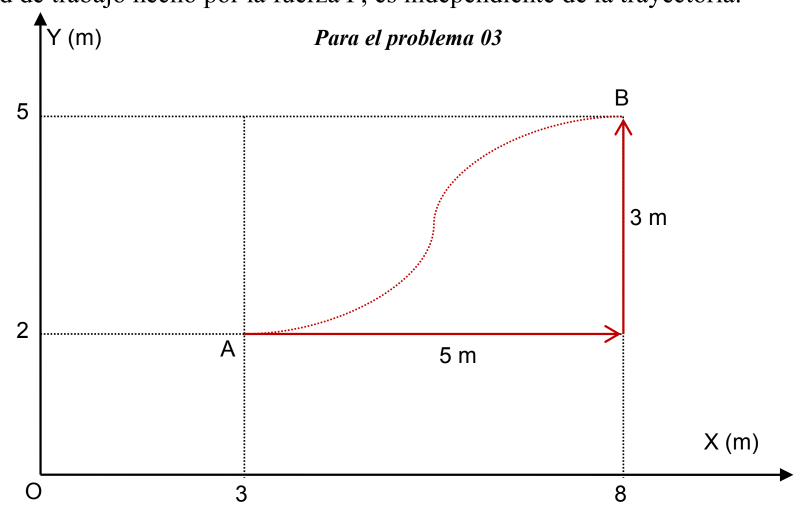
TERCER PASO. Cálculo de la cantidad de trabajo en cada eje cartesiano:
En el eje X: $W^X = (3N) \bullet (12m) = 36J$
En el eje Y: $W^Y = (4N) \bullet (2m) = 8J$
CUARTO CASO: La cantidad de trabajo hecho por F es:

$$W = W^X + W^Y = 36 + 8 = 44J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho es 44 joules.

EJEMPLO 03. La fuerza $F = 3.i + 8.j\ (N)$ actúa sobre un cuerpo 3 segundos, llevándolo desde el punto $(3;2)\ (m)$ hacia el punto $(8;5)\ (m)$. Determine la cantidad de trabajo realizado sobre el cuerpo.

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. Ubicamos los puntos A y B en un plano cartesianos. $A(3;2)\ (m)$ y $B(8;5)\ (m)$. La cantidad de trabajo hecho por la fuerza F, es independiente de la trayectoria.



SEGUNDO PASO. La cantidad de trabajo realizado por la fuerza, $F = 3.i + 8.j\ (N)$ es igual a la suma de trabajos de las componentes en los ejes cartesianos.
El desplazamiento de la partícula es: $\vec{d} = B - A = 5.i + 3.j\ (m)$

$$W^F = \vec{F} \bullet \vec{d} = (3;8) \bullet (5;3) = (3).(5) + (8).(3)$$

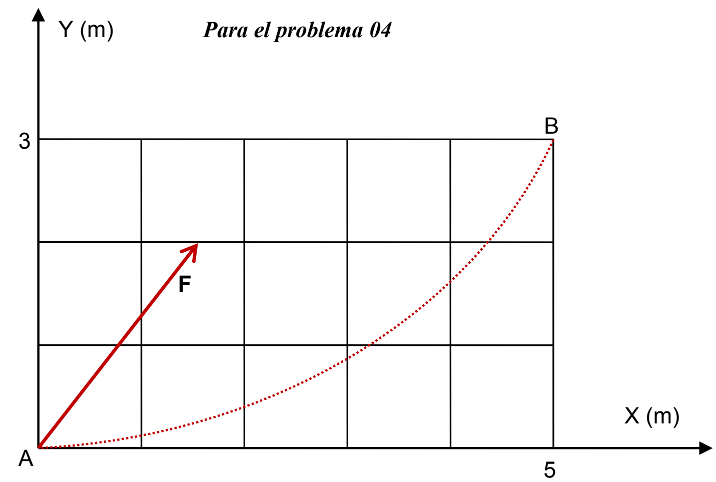
TERCER PASO. Cálculo de la cantidad de trabajo en cada eje cartesiano:
En el eje X: $W^X = (3N) \bullet (5m) = 15J$
En el eje Y: $W^Y = (8N) \bullet (3m) = 24J$

CUARTO CASO: La cantidad de trabajo hecho por F es:

$$W = W^X + W^Y = 15 + 24 = 39J$$

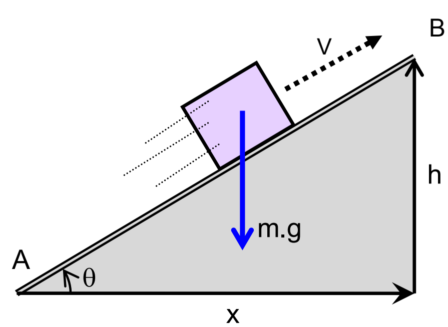
Respuesta: la cantidad de trabajo hecho es 39 joules.

EJEMPLO 04. Calcular la cantidad de trabajo por la fuerza constante $F = (48;36)N$ al trasladar una esfera de masa "m" desde el punto $A(0;0)m$ hasta $B(5;3)m$ siguiendo el camino mostrado.



RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. El trabajo realizado por una fuerza constante no depende de la trayectoria que sigue, solo de la posición inicial A y final B.
SEGUNDO PASO. La cantidad de trabajo realizado por la fuerza, $F = 48.i + 36.j\ (N)$ es igual a la suma de trabajos de las componentes en los ejes cartesianos.
El desplazamiento de la partícula es: $\vec{d} = B - A = 5.i + 3.j\ (m)$
$W^F = \vec{F} \bullet \vec{d} = (48;36) \bullet (5;3) = (48).(5) + (36).(3)$
TERCER PASO. Cálculo de la cantidad de trabajo en cada eje cartesiano:
En el eje X: $W^X = (48\,N) \bullet (5\,m) = 240\,J$
En el eje Y: $W^Y = (36\,N) \bullet (3\,m) = 108\,J$
CUARTO CASO: La cantidad de trabajo hecho por F es:
$W = W^X + W^Y = 240 + 108 = 348\,J$
Respuesta: la cantidad de trabajo hecho es 348 joules.

7. TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA DE GRAVEDAD
La cantidad de trabajo que realiza la fuerza de gravedad no depende de la trayectoria, solamente de la altura entre el punto inicial y final.



Trabajo hecho por de la fuerza de gravedad

1) Si el cuerpo se desplaza hacia abajo la cantidad de trabajo es positivo:

$$W_{B\to A}^{F} = \vec{F} \bullet \vec{d}$$

$$W_{B\to A}^{F.G} = (0;-mg)\bullet(-x;-h)$$

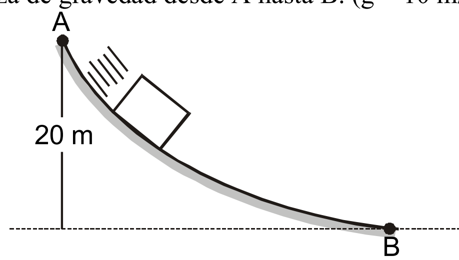
$$W_{B\to A}^{mg} = +m.g.h \;\ldots.\;(3)$$

2) Si el cuerpo se desplaza hacia arriba la cantidad de trabajio es negativo:

$W_{A\to B}^{F} = \vec{F} \bullet \vec{d}$ reemplazando la fuerza de gravedad: $W_{A\to B}^{F.G} = (0;-mg)\bullet(+x;+h)$

$$W_{A\to B}^{mg} = -m.g.h \;\ldots.\;(4)$$

EJEMPLO 01. Se muestra un bloque de 3 kg en movimiento. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad desde A hasta B. (g = 10 m/s^2)



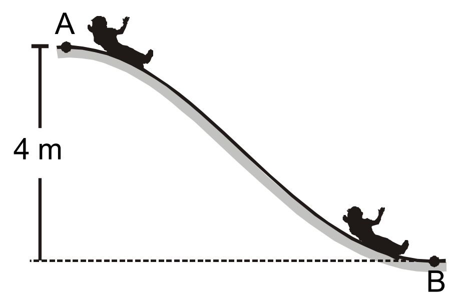
$$W_{A-B}^{F} = F \bullet d$$

$$W = (0;-m.g)\bullet(b;-h) = (0)(b) + (-mg)(-h) = mg.h$$

$$W_{A-B}^{F} = (3kg)(10m/s^2)(20m) = +600\ J$$

Observación: el trabajo hecho por el peso es positivo cuando baja, y negativo cuando sube.

EJEMPLO 02. Se muestra un niño de 30 kg en movimiento sobre un tobogán. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad desde A hasta B. (g = 10 m/s^2)



$$W_{A-B}^{F} = F \bullet d$$

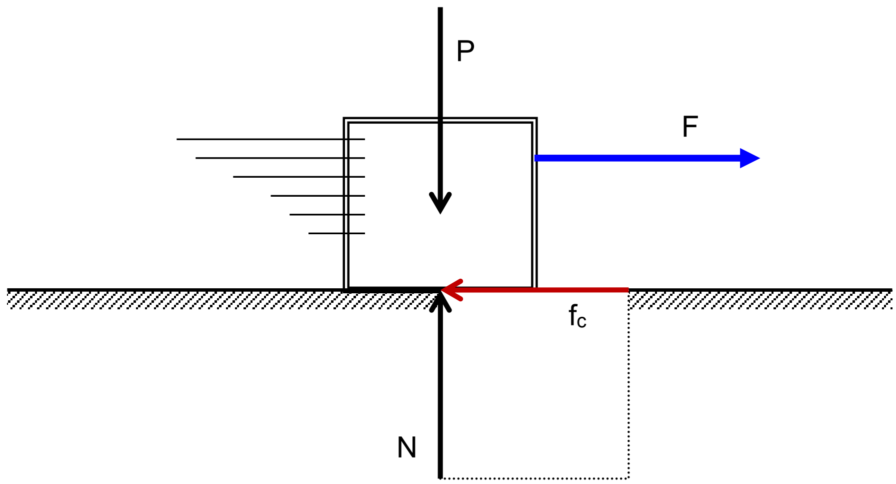
$$W = (0;-m.g)\bullet(b;-h) = (0)(b) + (-mg)(-h) = mg.h$$

$$W_{A-B}^{F} = (30kg)(10m/s^2)(4m) = +1\,200\ J$$

8. TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA DE ROZAMIENTO

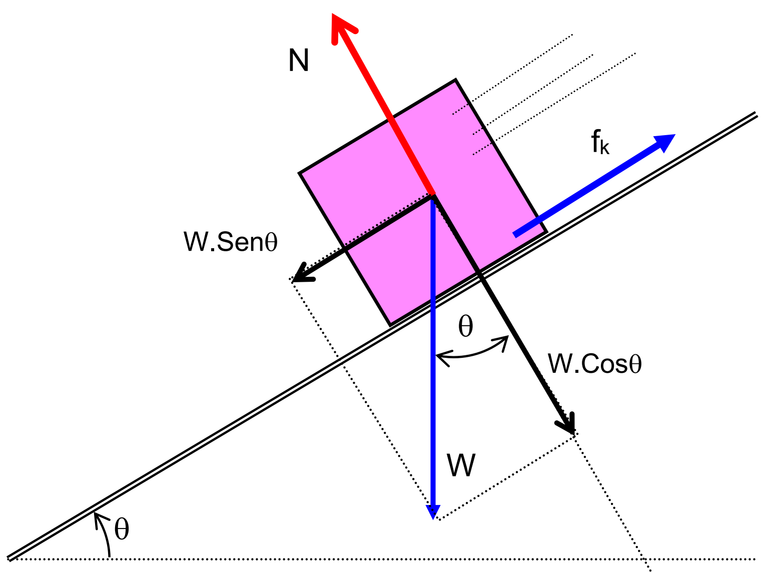
La cantidad de trabajo que realiza la fuerza de rozamiento depende de la trayectoria que describe el cuerpo en movimiento. El valor tiene signo negativo, debido a que la fuerza de rozamiento se opone al desplazamiento del cuerpo.

a) Cuando el cuerpo se mueve sobre un plano horizontal:



$$W^{friccion} = -f_c.d = -\mu_c.m.g.d \qquad \text{.... (2)}$$

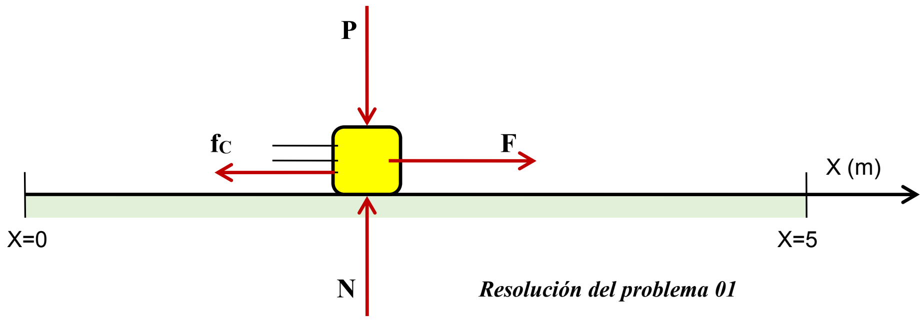
b) Cuando el cuerpo se mueve sobre un plano inclinado:



La cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento sobre un palno inclinado:

$$W^{friccion} = -f_c.d = -\mu_c.m.g.Cos\theta.d$$

EJEMPLO 01. Un bloque de 8 kg se empuja la distancia de 5 metros sobre un plano horizontal áspero, por una fuerza constante **F** paralela a plano a velocidad constante. Coeficiente de rozamiento cinético 0,4. Calcular la cantidad de trabajo hecho por la fuerza **F**. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



Resolución del problema 01

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama del cuerpo libre del bloque.

SEGUNDO PASO. El cuerpo se mueve con velocidad constante (equilibrio cinético).

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = P = m.g \quad \Rightarrow \quad N = 80\ newtons$$

TERCER PASO. Cálculo de la fuerza de rozamiento cinético.

$$f_C = \mu.N \quad \Rightarrow \quad f_C = (0,4).(80) = 32\,newtons$$

CUARTO PASO. Primera ley de Newton. Si el bloque se mueve con velocidad constante, la fuerza resultante es nula.

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F = f_C = 32\ newtons$$

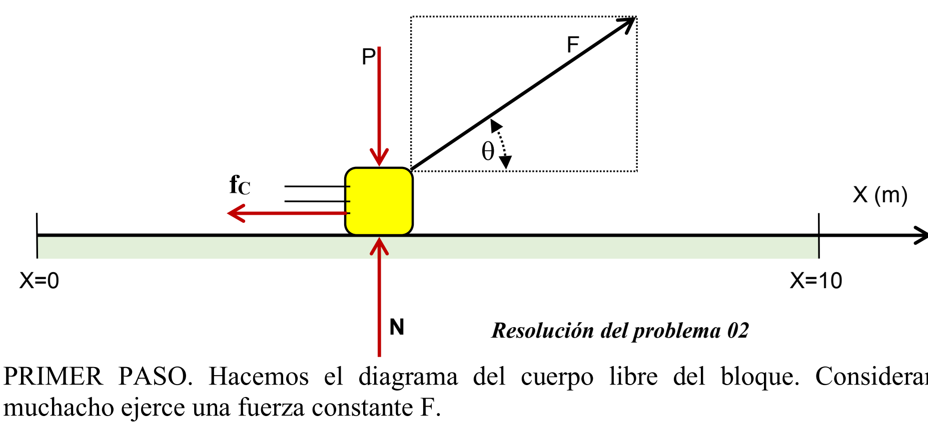
QUINTO PASO. El trabajo hecho por la fuerza constante F es,

$$W^F = F \bullet d \quad \Rightarrow \quad W^F = (32\,N) \bullet (5\,m) = 160\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho es 160 joules.

EJEMPLO 02. Un muchacho jala un bloque sobre una superficie horizontal en línea recta con velocidad constante. Sabiendo que la fuerza de rozamiento que actúa sobre el bloque es 36 newtons. Calcular la cantidad de trabajo realizado por el muchacho cuando logra desplazarla distancia de 10 metros.

RESOLUCIÓN



Resolución del problema 02

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama del cuerpo libre del bloque. Consideramos que el muchacho ejerce una fuerza constante F.

SEGUNDO PASO. Primera ley de Newton. Si el bloque se mueve con velocidad constante, la fuerza resultante es nula.

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F.\text{Cos}\,\theta = f_C = 36 \text{ } newtons$$

TERCER PASO. El trabajo hecho por la fuerza constante F es,

$$W^F = F.d.\text{Cos}\,\theta = \left(F.\text{Cos}\,\theta\right).d$$

$$W^F = \left(36\,N\right).\left(10\,m\right) = 360\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho es 360 joules.

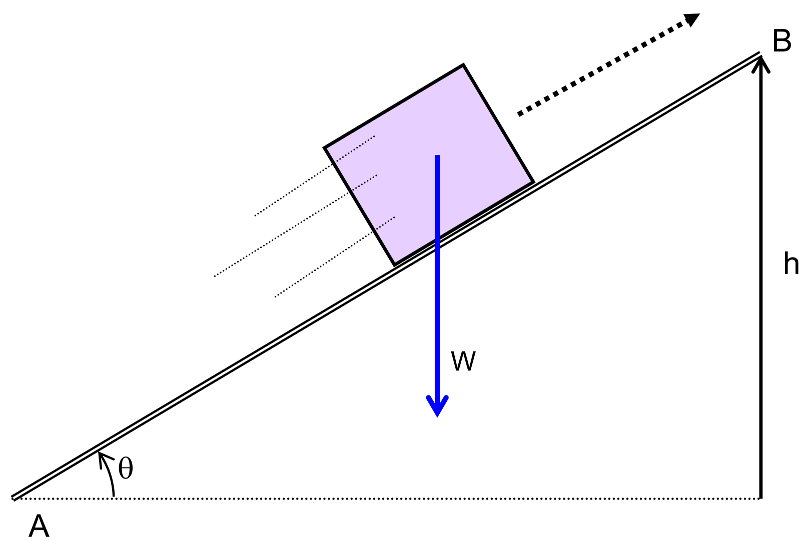
9. TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA DE GRAVEDAD

La cantidad de trabajo que realiza la fuerza de gravedad no depende de la trayectoria, solamente de la altura entre el punto inicial y final.

1) Si el cuerpo se desplaza verticalmente hacia abajo la cantidad de trabajo es positivo:

$$W^{mg} = +m.g.h \text{ .... (3)}$$

2) Si el cuerpo se desplaza verticalmente hacia arriba la cantidad de trabajio es negativo:



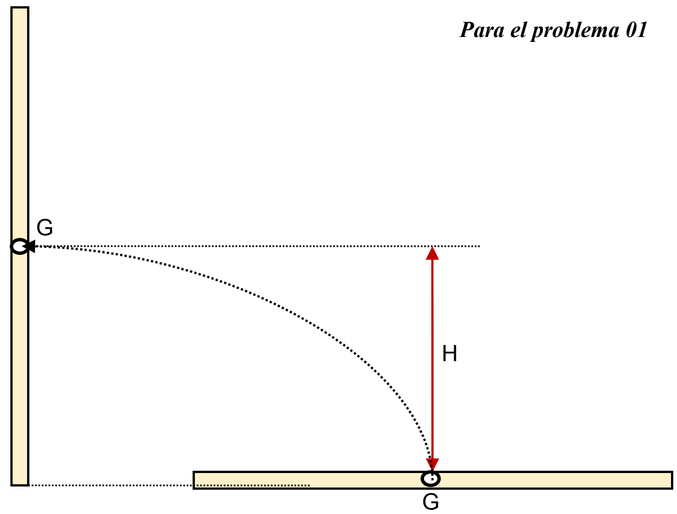
$$W^{mg} = -m.g.h \text{ .... (4)}$$

EJEMPLO 01. Si una barra uniforme y homogénea muy delgada de 800 N de peso y 3 m de largo se encuentra en posición horizontal. ¿Qué cantidad de trabajo es necesario realizar para poner en posición vertical?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El trabajo realizado por el agente externo, es equivalente a elevar el centro de gravedad **G** una altura h igual a H =1,5 m.

Para el problema 01



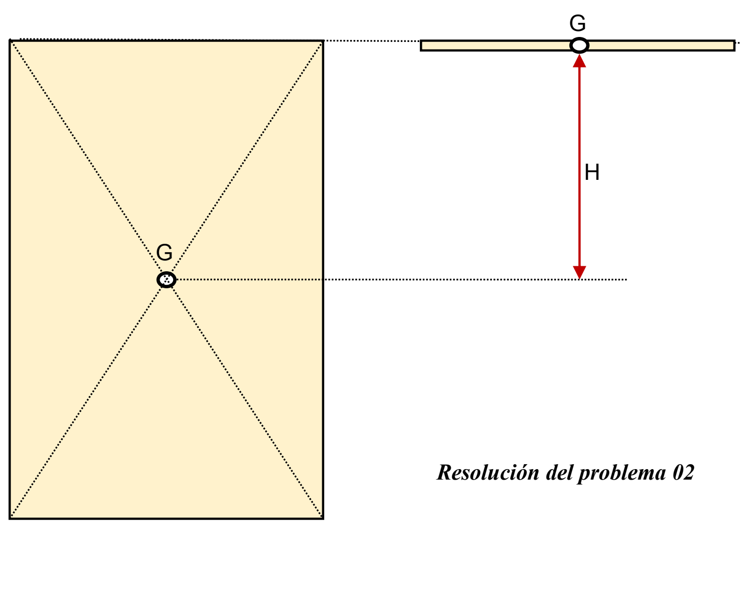
SEGUNDO PASO. Explicamos gráficamente. Consideramos que toda la masa del cuerpo se concentra en el punto **G** denominado centro de gravedad.
TERCER PASO. Definición del trabajo hecho por una fuerza constante contra la fuerza de gravedad.

$$W^{EXTERNO} = F \bullet d = (m.g) \bullet (H)$$

$$W^{EXTERNO} = (800\,N) \bullet (1{,}5\,m) = 1\,200\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho es 1,2 kilojoules.

EJEMPLO 02. Una cortina de ventana de peso 20 N y largo 3 m se enrolla en forma de un rodillo sobre la ventana. Desprecie toda forma de rozamiento. ¿Qué trabajo se realiza en este caso?



Resolución del problema 02

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. El trabajo realizado por el agente externo, es equivalente a elevar el centro de gravedad G una altura h igual a 1,5 m.
SEGUNDO PASO. Explicamos gráficamente. Consideramos que toda la masa del cuerpo se concentra en el punto G denominado centro de gravedad.
TERCER PASO. Definición del trabajo hecho por una fuerza constante contra la fuerza de gravedad.

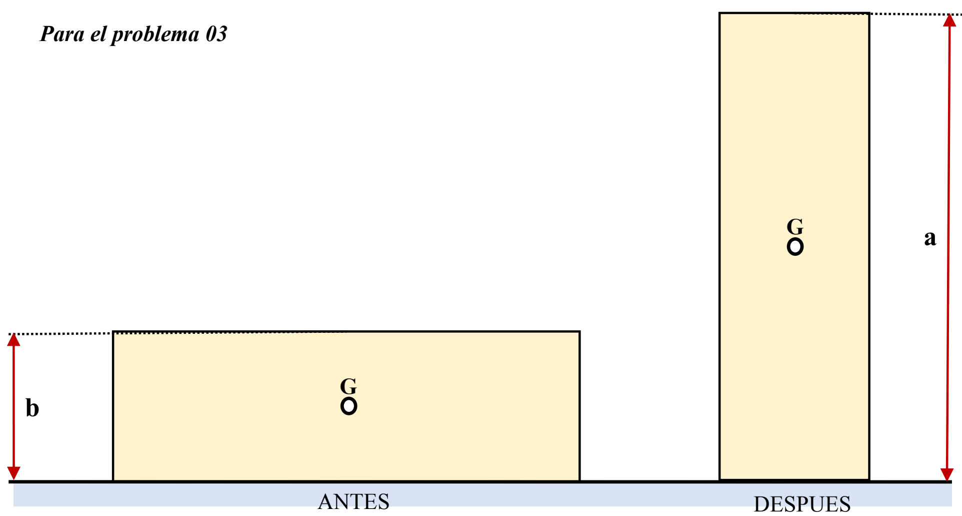
$$W^{EXTERNO} = F \bullet d = (m.g) \bullet (H)$$

$$W^{EXTERNO} = (20\,N) \bullet (1,5\,m) = 30\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho es 30 joules.

EJEMPLO 03. Se muestra un bloque uniforme y homogéneo de masa M. ¿Qué cantidad de trabajo debe hacer un agente externo para variar su posición?

Para el problema 03



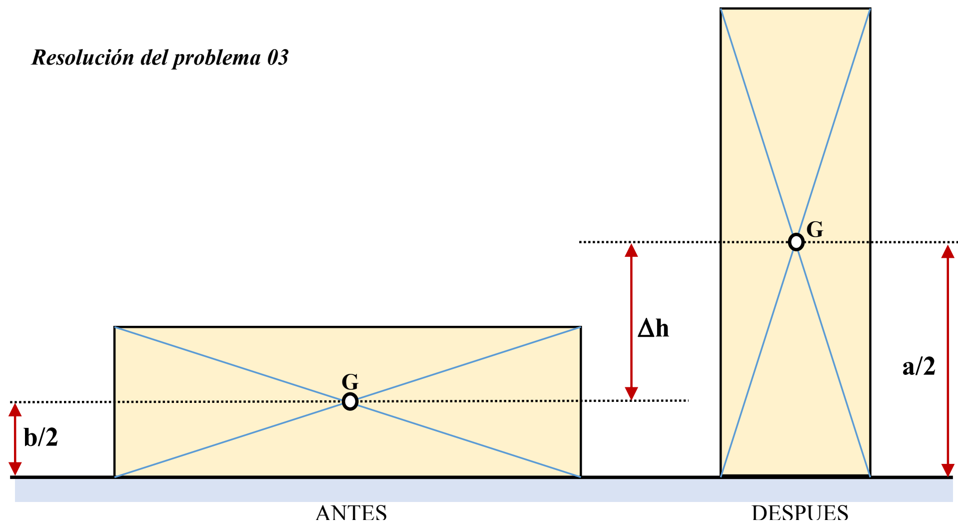
RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. La cantidad de trabajo hecho por un agente externo es igual (pero con signo opuesto) al trabajo realizado por la fuerza de gravedad (o peso).

SEGUNDO PASO. Aplicamos el concepto de trabajo hecho por una fuerza contra el campo gravitacional:

$$W^{EXTERNO} = W^{PESO} = M.g.\Delta h$$

$$W^{EXTERNO} = M.g.\left(\frac{a}{2} - \frac{b}{2}\right) \Rightarrow W^{EXTERNO} = M.g.\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

TERCER PASO. La cantidad de trabajo hecho por un agente externo, depende del cambio de posición en la vertical del centro de gravedad del bloque.



CUARTO PASO: Si las dimensiones son iguales, entonces el trabajo es nulo.

$Si:\ a = b \ \Rightarrow \ W^{EXTERNO} = 0$

10. TEOREMA DE LA ENERGÍA CINÉTICA.

El trabajo neto realizado sobre un cuerpo es igual a la variación de la energia cinetica entre dos puntos de la trayectoria.

$$W^{F_R} = \Delta E_C \ \ldots. (6)$$

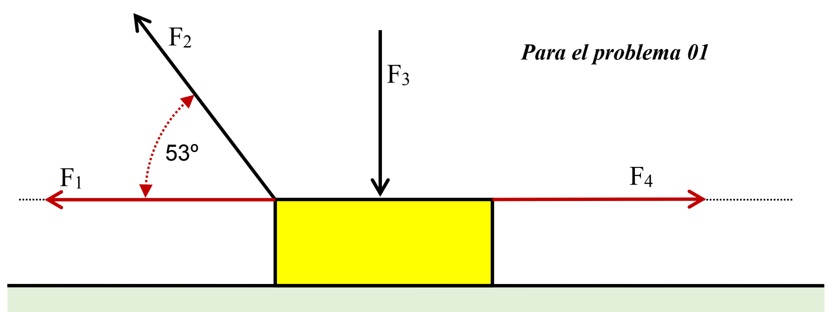
$$W^{F} + W^{mg} + W^{N} + W^{friccion} = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_i^2}{2}$$

GOTA 1. Cantidad de trabajo neto positivo: **movimiento acelerado.**

GOTA 2. Cantidad de trabajo neto cero: **movimiento con rapidez constante.**

GOTA 3. Cantidad de trabajo neto negativo: **movimiento desacelerado.**

EJEMPLO 01. Se muestra un bloque de peso 40 N, es sometido a la acción de un sistema de fuerzas donde $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 20\,N$. Calcular la cantidad de trabajo realizado por todas las fuerzas sobre el cuerpo para un desplazamiento de 5 metros. F_4 representa a la fricción cinética.



Para el problema 01

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Las fuerzas perpendiculares al movimiento horizontal no realizan trabajo. Por consiguiente, el peso, la reacción normal y la fuerza F_3, no realizan trabajo.

SEGUNDO PASO. Si la fuerza F_4 representa a la fricción cinética, entonces el sentido del movimiento es opuesto, es decir el bloque se mueve hacia la izquierda.

TERCER PASO. La suma de trabajos realizados por las fuerzas F_1 y F_4 es igual a cero.

CUARTO PASO. Cálculo del trabajo neto. El trabajo neto es igual al trabajo hecho por la fuerza F_2.

$$W^{NETO} = W^{F_1} + W^{F_2} + W^{F_3} + W^{F_4} + \ldots = W^{F_2}$$

$$W^{NETO} = (F_2).(d).(Cos\,53^o) = (20).(5).\left(\frac{3}{5}\right) = 60\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo neto es 60 joules.

EJEMPLO 02. Una esfera de 40 N de peso, cae en el aire de forma tal que este debe ejercer una fuerza de resistencia de 10 N hacia arriba. ¿Qué trabajo neto recibe de estas fuerzas al descender 8 m?

a) 200 J b) 300 c) 240 d) 250 e) 320

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la fuerza resultante en el eje vertical:

$F_{RESULTANTE} = (40\,N - 10\,N) = 30\,N$

SEGUNDO PASO. Cálculo del trabajo hecho por la fuerza constante:

$W^F_{A\to B} = F.h = (30\,N).(8\,m) = 240\,J$

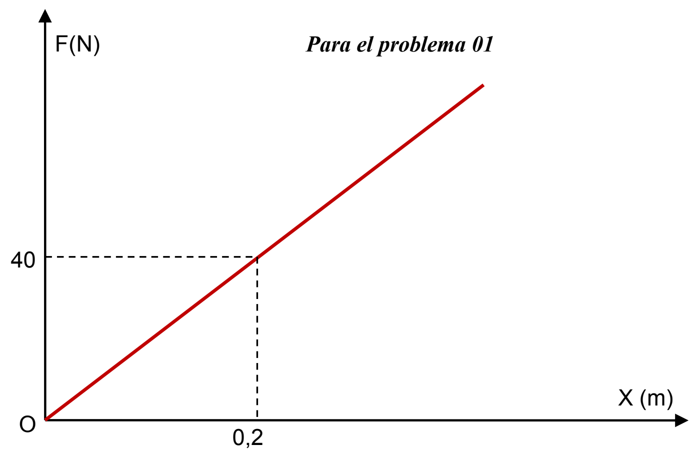
Respuesta: $W^F_{A\to B} = 240\,J$

11. GRAFICA FUERZA VERSUS POSICIÓN

La cantidad de trabajo realizado por la fuerza es igual al área de la región bajo la curva. En general se considera el signo de la medida de cada región, dado que la cantidad de trabajo hecho por la fuerza puede ser positivo o negativo.

$$W_{A\to B}^{F} = Area\square \quad \text{.... (7)}$$

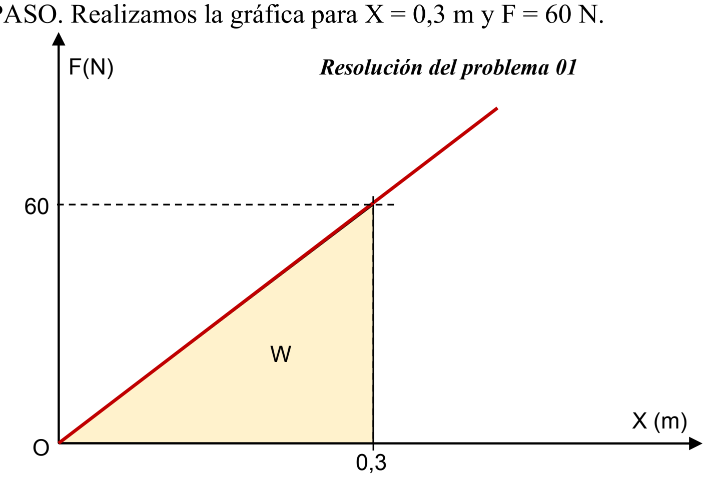
EJEMPLO 01. A un resorte sin deformación (X = 0) se le aplica una fuerza que varía como se muestra. Calcular la cantidad de trabajo neto realizado sobre el resorte hasta que su deformación sea X = 0,3 m.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: La cantidad de trabajo realizado por la fuerza es igual al área de la región bajo la curva. En general se considera el signo de la medida de cada región, dado que la cantidad de trabajo hecho por la fuerza puede ser positivo o negativo.

SEGUNDO PASO. Realizamos la gráfica para X = 0,3 m y F = 60 N.

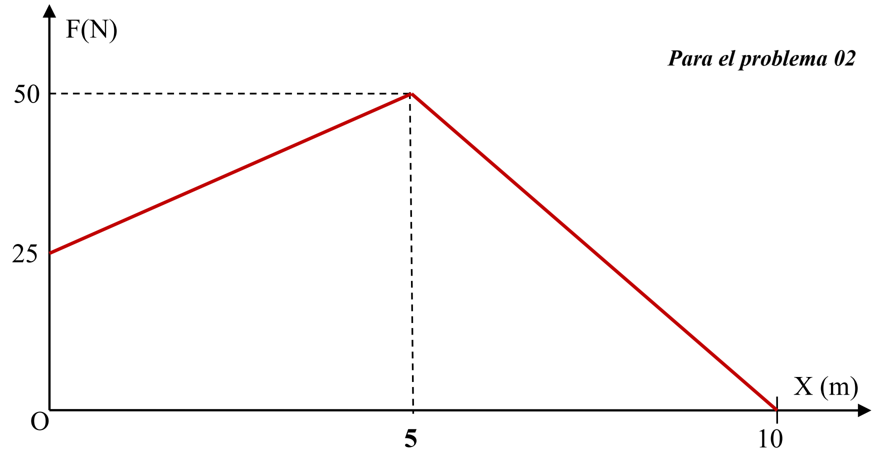


TERCER PASO. Cálculo del área del triángulo:

$$W_{i\to f}^{F} = \frac{b.h}{2} = \frac{(0,3\,m).(60\,N)}{2} = 9\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho es 9 joules.

EJEMPLO 02. Se muestra la variación de la fuerza **F** en módulo con la posición en el eje X. Determine la cantidad de trabajo hecho por la fuerza desde X = 0 hasta X = 10 m.

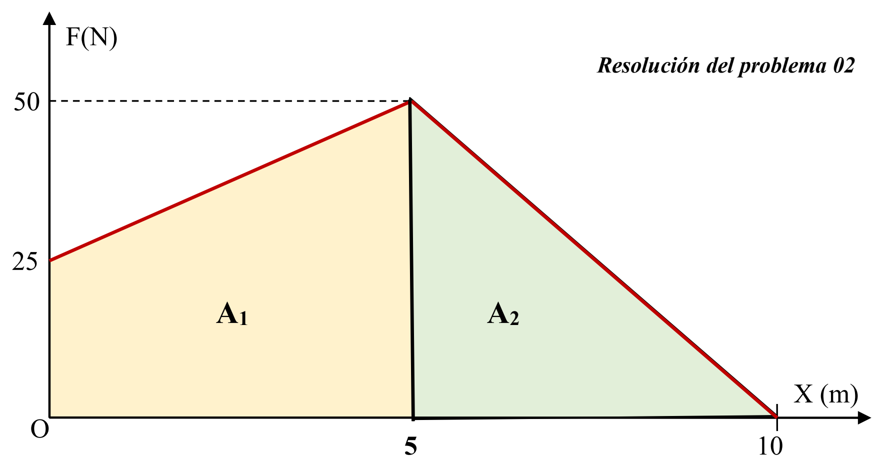


Para el problema 02

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Cuando el bloque se desplaza desde X=0 hasta X=5 m, la fuerza varía desde F=25 N hasta F= 50 N, por consiguiente, la cantidad de trabajo hecho es igual al área del trapecio.

$$W^F_{0\to 5} = A_1 = \left(\frac{b+B}{2}\right)\bullet h = \left(\frac{25+50}{2}\right)\bullet(5) = 187{,}5\ J$$



Resolución del problema 02

SEGUNDO PASO. Cuando el bloque se desplaza desde X=5 m hasta X=10 m, la fuerza es variable desde F= 50 N hasta F=0, por consiguiente, la cantidad de trabajo hecho es igual al área del triángulo rectángulo.

$$W^F_{5\to 10} = A_2 = \frac{b\bullet h}{2} = \frac{(5\,m)\bullet(50\,N)}{2} = 125\,J$$

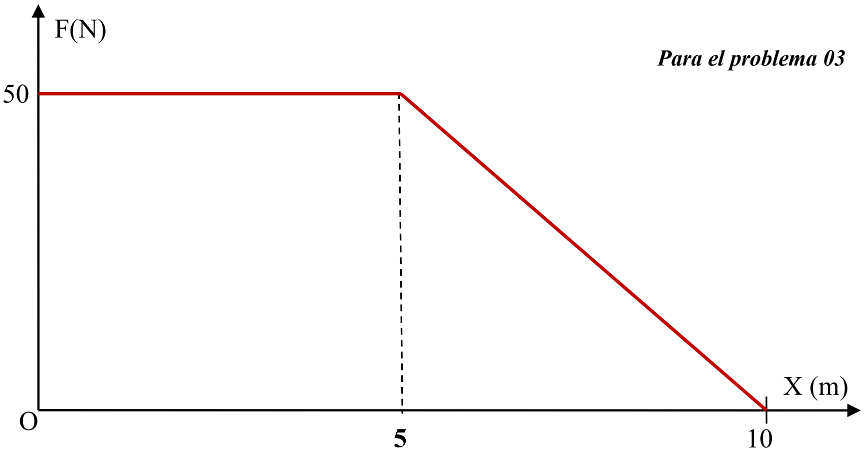
TERCER PASO. Cuando el bloque se desplaza desde X=0 hasta X=10 m, la cantidad de trabajo es igual a la suma de las áreas A_1 y A_2.

$$W^F_{0\to 10} = A_1 + A_2 = 187{,}5 + 125 = 312{,}5\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo total es 312,5 joules.

CUARTO PASO. En general se considera el signo de las áreas.

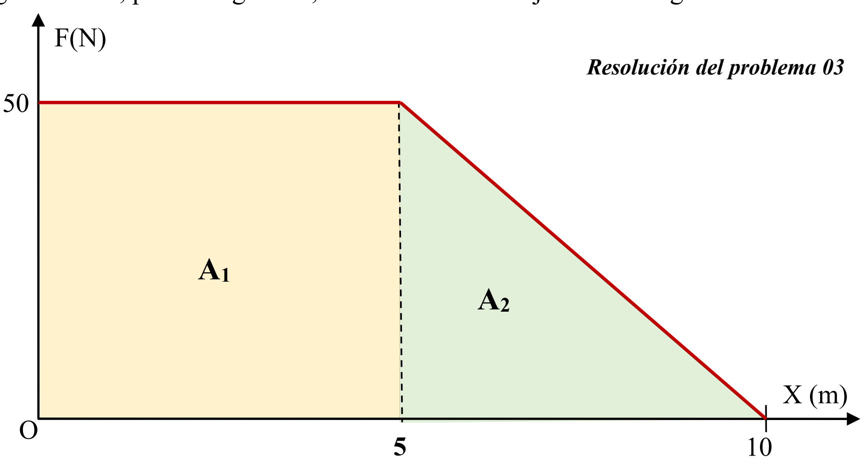
EJEMPLO 03. Se muestra la variación de la fuerza **F** en módulo con la posición en el eje X. Determine la cantidad de trabajo hecho por la fuerza desde X = 0 hasta X = 10 m.



Para el problema 03

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Cuando el bloque se desplaza desde X=0 hasta X=5 m, la fuerza es constante igual a 50 N, por consiguiente, la cantidad de trabajo hecho es igual al área del rectángulo.



Resolución del problema 03

$$W_{0\to 5}^{F} = A_1 = b \bullet h = (5\,m)\bullet(50\,N) = 250\,J$$

SEGUNDO PASO. Cuando el bloque se desplaza desde X=5 m hasta X=10 m, la fuerza es variable desde F= 50 N hasta F=0, por consiguiente, la cantidad de trabajo hecho es igual al área del triángulo rectángulo.

$$W_{5\to 10}^{F} = A_2 = \frac{b \bullet h}{2} = \frac{(5\,m)\bullet(50\,N)}{2} = 125\,J$$

TERCER PASO. Cuando el bloque se desplaza desde X=0 hasta X=10 m, la cantidad de trabajo es igual a la suma de las áreas A_1 y A_2.

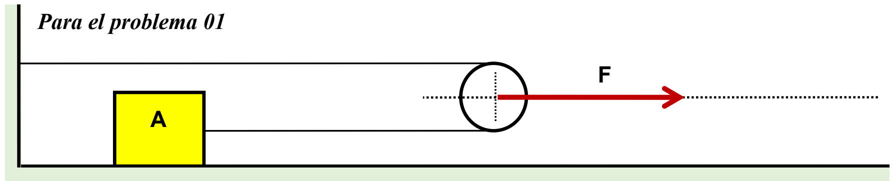
$$W_{0\to 10}^{F} = A_1 + A_2 = 250 + 125 = 375\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo total es 375 joules.

CUARTO PASO. En general se considera el signo de las áreas.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Determinar la cantidad de trabajo realizado por la fuerza constante F=50 N para un desplazamiento del bloque A igual a 15 m hacia la derecha. El bloque acelera del reposo.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Para caracterizar la acción que ejerce la fuerza sobre el cuerpo al comunicarle cierto desplazamiento, se introduce la noción de ***trabajo de la fuerza***. El trabajo caracteriza la acción de la fuerza que determina la variación del módulo de la velocidad del punto material en movimiento.

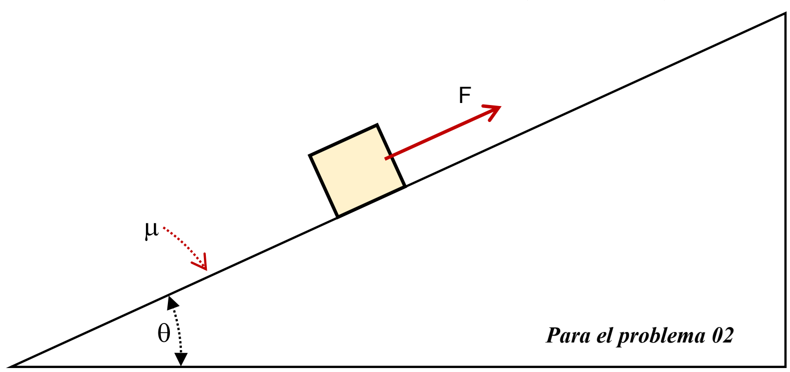
SEGUNDO PASO. Cuando el bloque A de desplaza 15 m, analizando cinemáticamente, la polea móvil se desplaza 7,5 m. Por consiguiente, la fuerza F aplicada sobre la polea experimenta un desplazamiento d=7,5 m.

TERCER PASO. Definición del trabajo hecho por una fuerza constante.

$$W_{i\to f}^{F} = F \bullet d = (50\,N) \bullet (7{,}5\,m) = 375\,J$$

Respuesta: La cantidad de trabajo hecho es 375 joules.

2. Si el bloque de 4 kg que se muestra parte del reposo por acción de una fuerza constante F=62 N sobre un plano inclinado. Coeficiente de rozamiento cinético 0,25. Calcular la cantidad de trabajo neto realizado sobre el bloque transcurridos 4 segundos. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

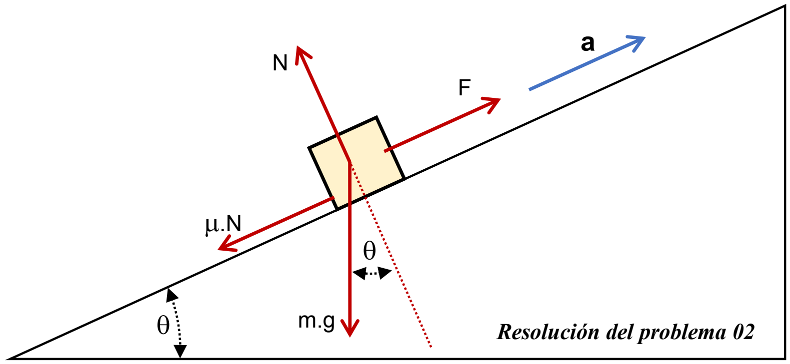


RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Haciendo el diagrama del cuerpo libre del bloque en movimiento ascendente:

SEGUNDO PASO. La fuerza resultante en el eje perpendicular al plano inclinado es igual a cero.

$N = m.g.\text{Cos}\,\theta$ … (1)



TERCER PASO. Cálculo de la fuerza resultante en el eje del movimiento, paralelo al plano inclinado:

$$F_R = F - m.g.Sen\theta - \mu.N$$

$$F_R = F - m.g.Sen\theta - \mu.m.g.\text{Cos}\,\theta$$

Reemplazando los datos: $F_R = 30\,N$ … (2)

CUARTO PASO. Cálculo del valor de la aceleración mediante la segunda ley de Newton:

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{30\,N}{4\,kg} = 7{,}5\,\frac{m}{s^2}\ \dots (3)$$

QUINTO PASO. Cálculo del desplazamiento aplicando M.R.U.V:

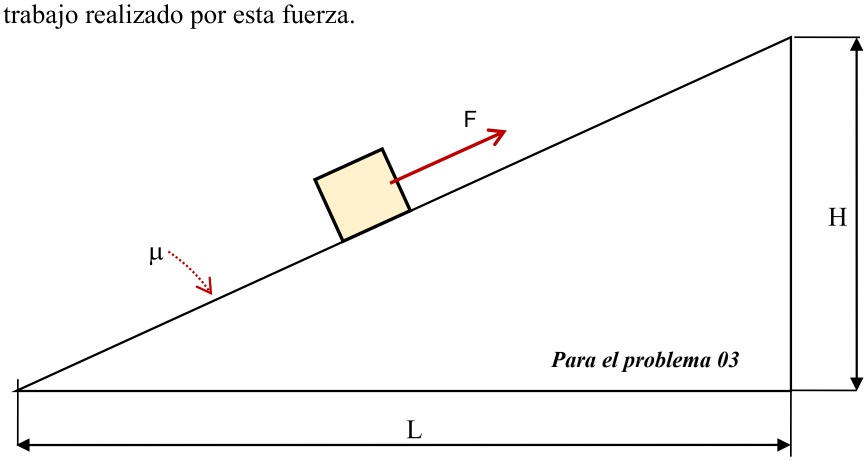
$$d = V_0 \bullet t + \frac{a.t^2}{2} \quad \Rightarrow \quad d = 0 + \frac{(7{,}5).(4)^2}{2} = 60\ m\ \dots (3)$$

SEXTO PASO. Cálculo de la cantidad de trabajo neto:

$$W^{NETO} = F_R \bullet d = (30\,N).(60\,m) = 1800\ J$$

Respuesta: La cantidad de trabajo neto es 1,8 kJ

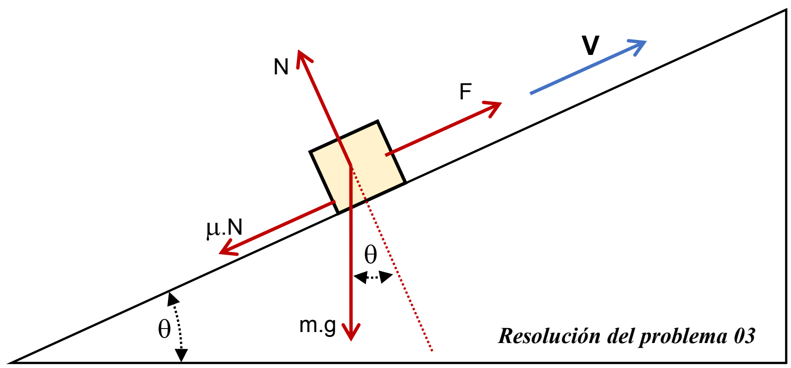
3. Actuando con la fuerza F dirigida siempre paralelamente a la trayectoria, hicieron subir lentamente sobre un plano inclinado un bloque de peso 50 N. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano es 0,2. Además, h=9 m y L=40 m. Calcular la cantidad de trabajo realizado por esta fuerza.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Haciendo el diagrama del cuerpo libre del bloque en movimiento ascendente, con velocidad constante.

SEGUNDO PASO. La fuerza resultante en el eje perpendicular al plano inclinado es igual a cero. $N = m.g.\text{Cos}\,\theta$ … (1)



Resolución del problema 03

TERCER PASO. La fuerza resultante en el eje del movimiento, paralelo al plano inclinado, es nulo.

$$0 = F - m.g.Sen\theta - \mu.N \;\Rightarrow\; 0 = F - m.g.Sen\theta - \mu.m.g.\text{Cos}\,\theta$$

$$F = m.g.Sen\theta - \mu.m.g.\text{Cos}\,\theta$$

Reemplazando los datos: $F_R = 30\,N$ … (2)

CUARTO PASO. En el triángulo rectángulo formado, sea “D” el largo del plano inclinado, es decir la hipotenusa del triángulo.

$$Sen\theta = \frac{H}{D} \quad y \quad \text{Cos}\,\theta = \frac{L}{D} \;\ldots (3)$$

QUINTO PASO. Cálculo del trabajo hecho por la fuerza constante F:

$$W^F = F \bullet D \;\Rightarrow\; W^F = \left(m.g.\frac{H}{D} - \mu.m.g.\frac{L}{D}\right) \bullet D$$

$$W^F = m.g.(H - \mu.L) \;\ldots (4)$$

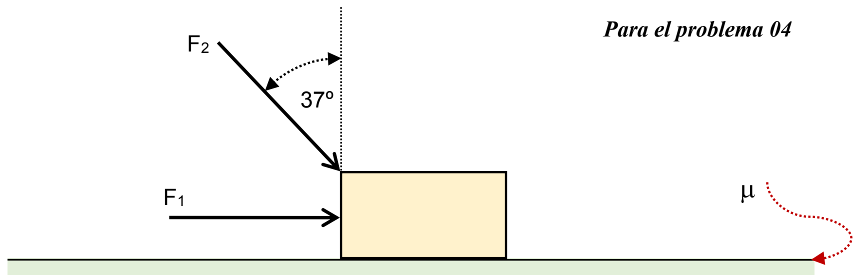
SEXTO PASO. Reemplazamos en la formula particular.

$$W^F = (50).(9 - 0,2 \bullet 40) = 850\,J$$

Respuesta: La cantidad de trabajo hecho es 850 J.

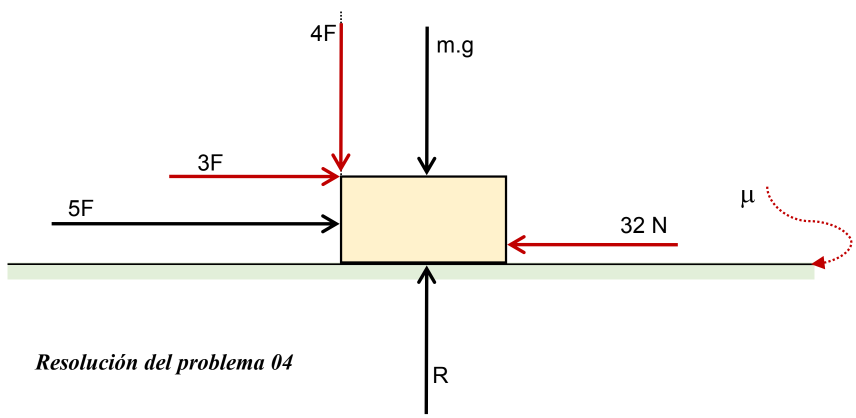
4. El bloque mostrado se mueve horizontalmente con velocidad constante por acción de las fuerzas **F1** y **F2** de igual módulo. Si cuando el bloque se encuentra en movimiento, la fuerza de rozamiento que actúa sobre el bloque es de 32 N, determinar la cantidad de trabajo desarrollado por la fuerza **F1** cuando el bloque se ha desplazado 10 metros.

Para el problema 04



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Realizamos el diagrama de cuerpo libre del bloque. Por comodidad consideramos: $F_1 = F_2 = 5.F$



Resolución del problema 04

SEGUNDO PASO. Si el bloque se mueve con velocidad constante, la fuerza resultante en el eje del movimiento es igual a cero.

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad 8F = 32 \quad \Rightarrow F = 4\,N$$

Por lo tanto: $F_1 = 5F = 20\,N$

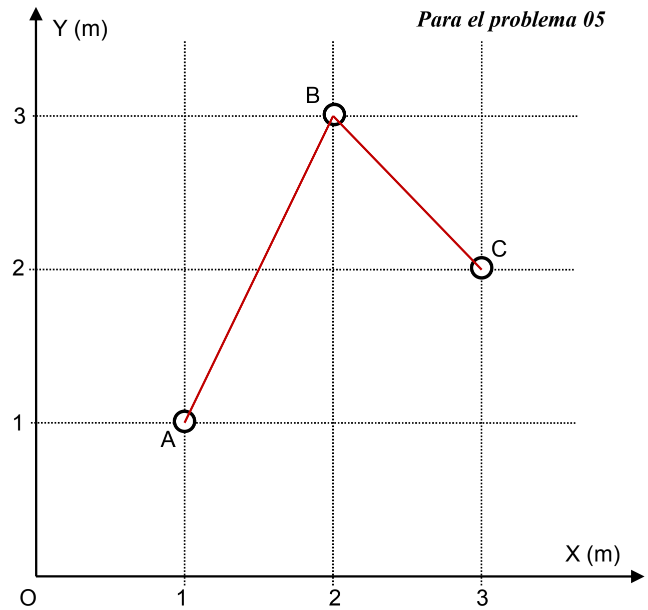
TERCER PASO. La cantidad de trabajo hecho por **F1** será:

$$W^{F_1} = (F_1)\bullet(d) = (20\,N).(10\,m) = 200\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo es 200 joules.

5. Calcular la cantidad de trabajo realizado por la fuerza $F = 2.i + 3.j\ (N)$ al desplazar un cuerpo desde la posición A hasta la posición C siguiendo la trayectoria $A \to B \to C$. Las coordenadas están expresadas en metros. $A(1;1) \to B(2;3) \to C(3;2)$

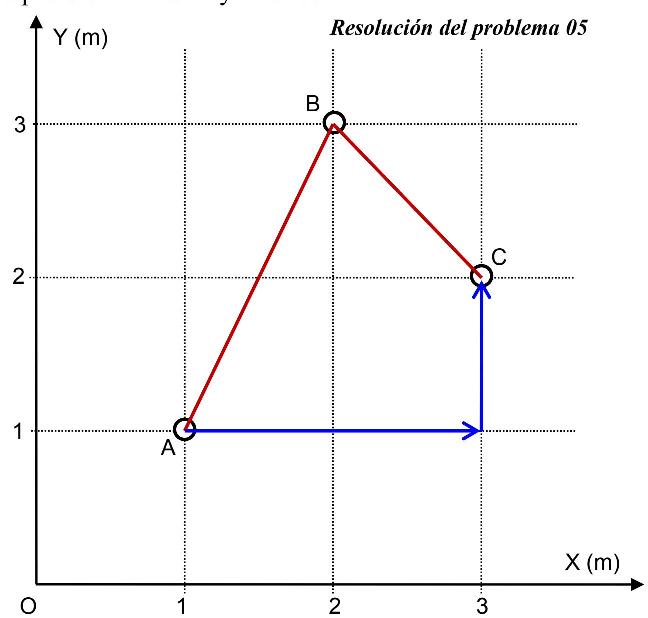
Para el problema 05



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El trabajo realizado por una fuerza constante no depende de la trayectoria que sigue, solo de la posición inicial A y final C.

Resolución del problema 05



SEGUNDO PASO. La cantidad de trabajo realizado por la fuerza, $F = 2.i + 3.j\ (N)$ es igual a la suma de trabajos de las componentes en los ejes cartesianos.

El desplazamiento de la partícula es: $\vec{d} = C - A = 2.i + 1.j\ (m)$

$$W^F = \vec{F} \bullet \vec{d} = (2;3) \bullet (2;1) = (2).(2) + (3).(1)$$

TERCER PASO. Cálculo de la cantidad de trabajo en cada eje cartesiano:

En el eje X: $W^X = (2\,N)\bullet(2\,m) = 4\,J$

En el eje Y: $W^Y = (3\,N)\bullet(1\,m) = 3\,J$

CUARTO CASO: La cantidad de trabajo hecho por F es:

$$W = W^X + W^Y = 4 + 3 = 7\,J$$

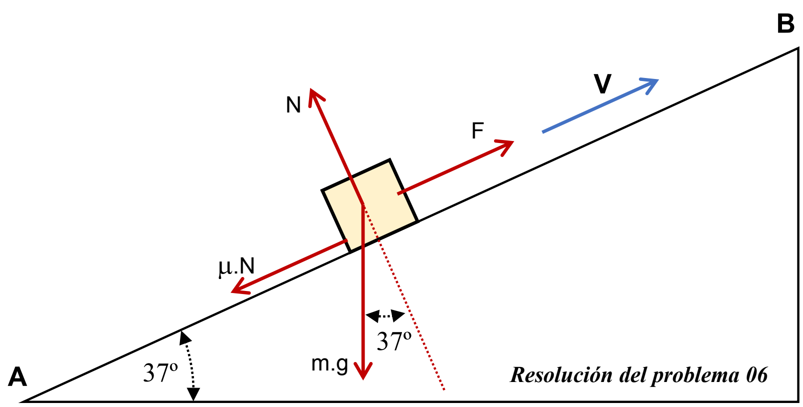
Respuesta: la cantidad de trabajo hecho es 7 joules.

6. ¿Qué cantidad de trabajo hay que realizar para subir un bloque de peso 100 N a través de un plano inclinado 37º con la horizontal una altura de 6 m? El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano inclinado disminuye linealmente a lo largo del camino desde 0,6 en la base hasta 0,2 en la cumbre. El bloque sube con velocidad constante.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Realizamos el diagrama de cuerpo del bloque. Calculamos el valor de la reacción normal:

$$N = m.g.\text{Cos}\,37º = (100).\left(\frac{4}{5}\right) = 80\ newtons$$



Resolución del problema 06

SEGUNDO PASO. La variación del coeficiente de rozamiento cinético es uniforme (lineal), entonces se considera el valor medio:

$$\mu = \frac{\mu_A + \mu_B}{2} = \frac{0,6+0,2}{2} = 0,4$$

TERCER PASO. La fuerza de rozamiento promedio es:

$$f_C = \mu.N = (0,4).(80\,N) = 32\,newtons$$

CUARTO PASO. Si el bloque sube con velocidad constante, entonces la fuerza resultante a lo largo del plano inclinado en nulo.

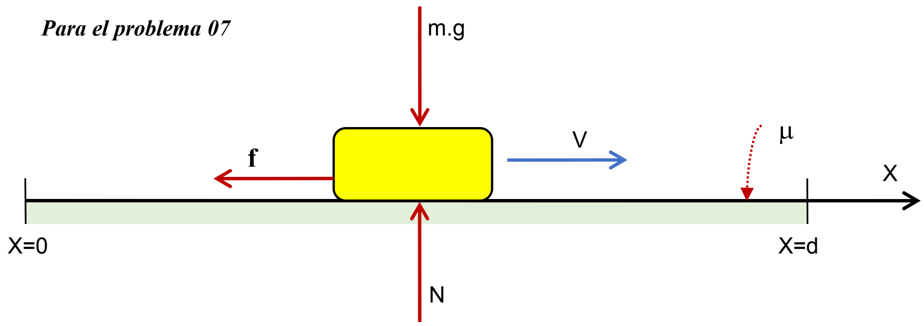
$$F = m.g.Sen37º + f_C = (100).\left(\frac{3}{5}\right) + 32 = 92\,newtons$$

QUINTO PASO. El desplazamiento entre A y B es: d = 10 metros. El trabajo realizado por la fuerza constante F es:

$$W^F = F \bullet d = (92\,N).(10\,m) = 920\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado es 920 joules.

7. Un bloque de masa "**m**" se desliza rectilíneamente sobre una superficie horizontal rugosa donde el coeficiente de rozamiento cinético depende del recorrido según la ecuación: $\mu = K.X$ siendo **K** una constante. ¿Qué cantidad de trabajo realiza la fuerza de rozamiento sobre el bloque en el recorrido "**d**"?



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La variación del coeficiente de rozamiento cinético es uniforme (lineal), entonces se considera el valor medio:

$\mu = \dfrac{\mu_i + \mu_f}{2} = \dfrac{0 + K.d}{2} = \dfrac{K.d}{2}$ donde la dimensión de K es, $[K] = L^{-1}$

SEGUNDO PASO. La fuerza resultante en la vertical es nula. $N = m.g$

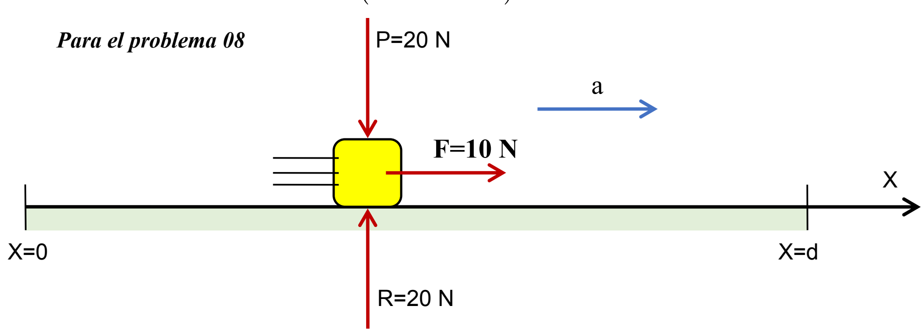
Cálculo de la fuerza de rozamiento promedio es: $f = \mu.N = \mu.m.g = \left(\dfrac{K.d}{2}\right).m.g$

TERCER PASO. La cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es,

$$W^f = -f \bullet d = -\mu.N.d = \mu.m.g.d = -\left(\frac{K.d}{2}\right).m.g.d$$

Respuesta: $W^f = -\dfrac{K.m.g.d^2}{2}$

8. Un bloque de 2 kg esta inicialmente en reposo en un plano horizontal sin fricción. Si se aplica una fuerza horizontal de 10 N por un intervalo de tiempo de 10 segundos. ¿Cuál es la cantidad de trabajo realizado por esta fuerza? $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la aceleración, aplicando la segunda ley de Newton:

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{10\,N}{2\,kg} = 5\ m.s^{-2}$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de la distancia, aplicando las leyes del M.R.U.V:

$$d = V_0 \bullet t + \frac{a.t^2}{2} = 0 + \frac{(5).(10)^2}{2} = 250\ m$$

TERCER PASO. Cálculo de la cantidad de trabajo realizado por la fuerza F:

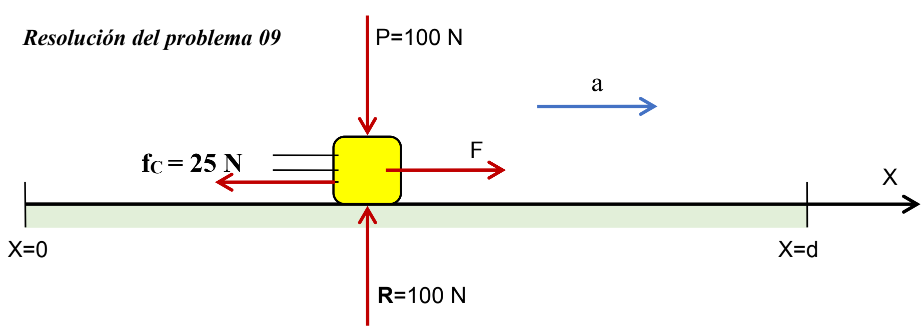
$$W^F = F \bullet d = (10\,N).(250\,m) = 2\,500\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado es 2,5 kJ

9. Un cajón de 10 kg reposa sobre una plataforma horizontal áspera de coeficiente de rozamiento cinético 0,25. Sobre el cajón se aplica una fuerza horizontal **F** de modo que acelera a razón de 0,5 m/s^2. Calcular la cantidad de trabajo hecho por la fuerza hasta el instante en que la velocidad del cajón tiene 5 m/s. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Existe equilibrio en el eje vertical. La fuerza de reacción normal tiene el siguiente valor: $R = m.g = (10).(10) = 100\,N$



SEGUNDO PASO. Cálculo de la fuerza de rozamiento: $f_C = \mu_C.R = (0,25).(100) = 25\,N$

TERCER PASO. Cálculo del valor de la fuerza F, aplicando la segunda ley de Newton:

$$F_R = m.a \;\Rightarrow\; (F - 25) = (10).(0,5) \;\Rightarrow\; F = 30\,N$$

CUARTO PASO. Cálculo de la distancia, aplicando las leyes del M.R.U.V:

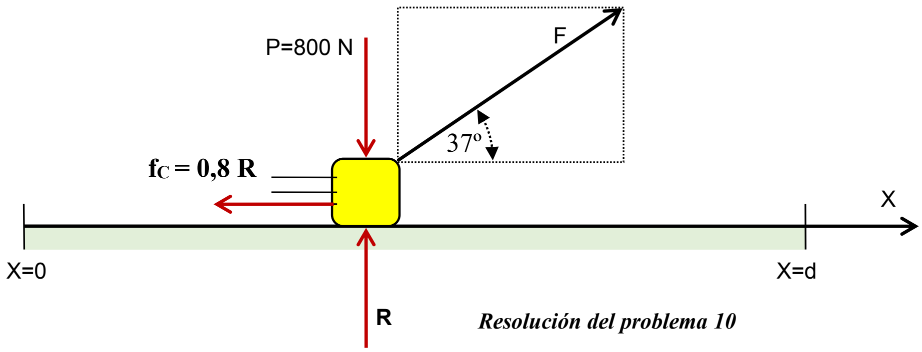
$$(V_F)^2 = (V_0)^2 + 2.a.d \;\Rightarrow\; (5)^2 = (0)^2 + 2.(0,5).(d) \;\Rightarrow\; d = 25\ m$$

TERCER PASO. Cálculo de la cantidad de trabajo realizado por la fuerza F:

$$W^F = F \bullet d = (30\,N).(25\,m) = 750\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado es 750 J

10. Mediante una cuerda cuyo ángulo de elevación es 37º se arrastra sobre un plano horizontal rugoso, una carga de 80 kg con velocidad constante. Si el coeficiente de rozamiento cinético es 0,8. Calcular la cantidad de trabajo cada vez que se avanza 5 metros. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



Resolución del problema 10

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Realizamos el diagrama del cuerpo libre del bloque. Descomponemos la fuerza:

$$\vec{F} = \left(F.\text{Cos}\,37º ; F.Sen37º\right) = \left(\frac{4F}{5} ; \frac{3F}{5}\right)$$

SEGUNDO PASO. Si el bloque avanza con velocidad constante entonces existe equilibrio en el eje horizontal.

$$\Sigma F_X = 0 \ \Rightarrow\ F.\text{Cos}\,37º = f_C \ \Rightarrow\ F.\left(\frac{4}{5}\right) = \mu.R$$

$$F.\left(\frac{4}{5}\right) = \left(0,8\right).R \ \Rightarrow\ R = F$$

TERCER PASO. Si el bloque avanza con velocidad constante entonces existe equilibrio en el eje vertical.

$$\Sigma F_Y = 0 \ \Rightarrow\ R + F.Sen37º = 800 \ \Rightarrow\ R + F.\left(\frac{3}{5}\right) = 800$$

$$F + F.\left(\frac{3}{5}\right) = 800 \ \Rightarrow\ F = 500\,N$$

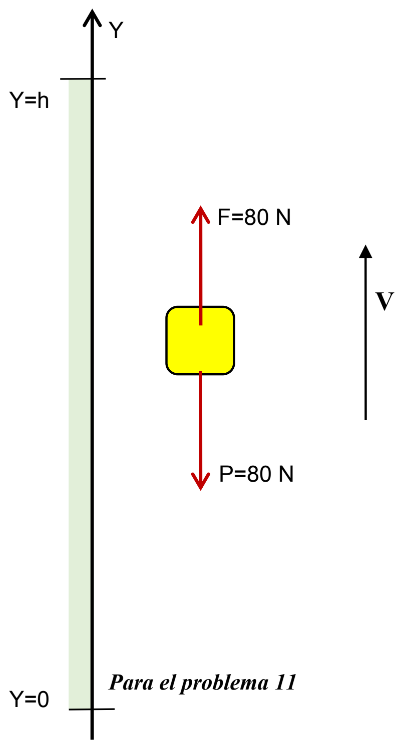
CUARTO PASO. Cálculo de la cantidad de trabajo realizado por la fuerza constante F:

$$W^F = F \bullet d \bullet \text{Cos}\,37º = \left(500\,N\right).\left(5\,m\right).\left(\frac{4}{5}\right) = 2\,000\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado es 2 kJ

11. Con un balde de 3 kg se debe extraer 5 litros de agua desde un pozo cuya profundidad es 6,5 m, a velocidad constante. Calcular la cantidad de trabajo hecho en este evento. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN



Para el problema 11

PRIMER PASO. La densidad del agua es, un kilogramo por litro. Entonces la masa neta es:

$m = 3\,kg + 5\,kg = 8\,kg$

SEGUNDO PASO. La fuerza aplicada al balde que contiene agua para elevar lentamente es:

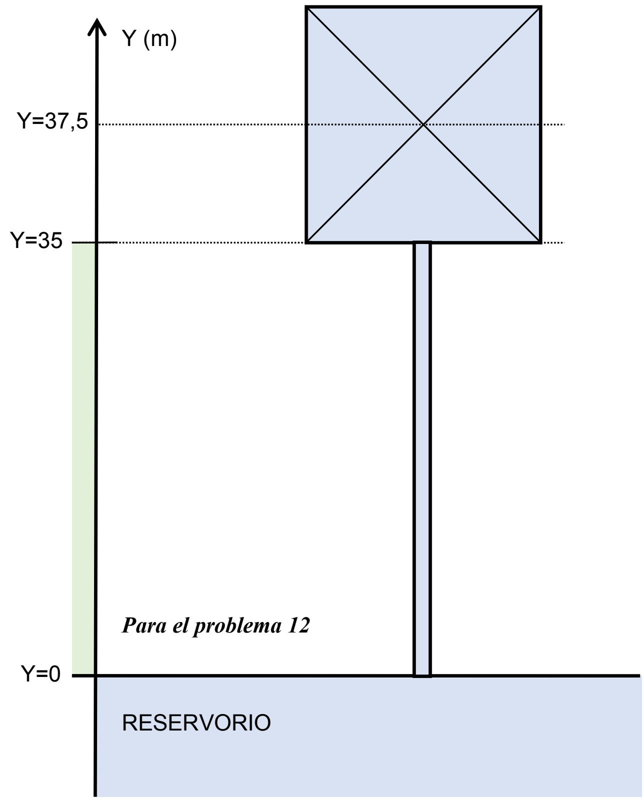
$F = m.g = (8\,kg).(10\,kg) = 80\,N$

TERCER PASO. Cálculo de la cantidad de trabajo realizado por la fuerza constante F:

$W^{F} = F \bullet d = (80\,N).(6,5\,m) = 520\,J$

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado es 520 joules.

12. Calcular la cantidad de trabajo hecho por una bomba hidráulica para llenar con agua la cisterna de 125 m^3 de capacidad ubicada en la azotea de un edificio de 35 metros de altura. Considere la cisterna de forma cubica. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



Para el problema 12

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La altura de la cisterna cubica es 5 m. El centro de masa se encuentra a 2,5 m de la base de la cisterna. La distancia entre el reservorio y el centro de gravedad de la cisterna que contiene agua es 37,5 metros.

SEGUNDO PASO. La densidad del agua es, $D_{AGUA} = 1000\ kg.m^{-3}$

La cantidad de masa de agua es, $m = 125\,000\ kg$

TERCER PASO. El trabajo realizado por la bomba hidráulica es:

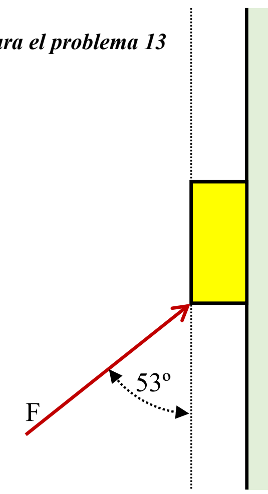
$$W^F = F \bullet d = (m.g).(h) = m.g.h$$

$$W^{BOMBA} = (125\,000).(10).(37,5) = 46,875 \bullet 10^6\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado es 46,875 megajoules.

13. Determinar la cantidad de trabajo neto que se realiza sobre un bloque de peso 180 N, para un desplazamiento de 5 metros en la vertical. La magnitud de la fuerza F es 100 N. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la pared es 0,7.

Para el problema 13



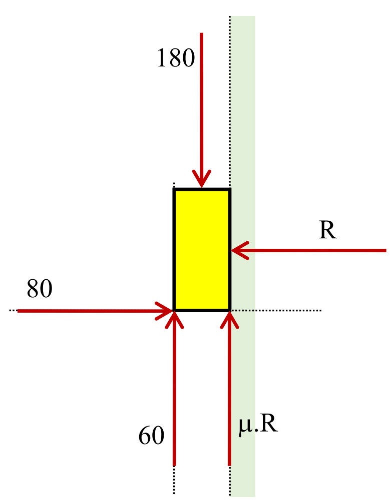
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Descomponemos la fuerza F:

$$\vec{F} = (F.Sen53º; F.\text{Cos}\,53º) = (80;60) = 80.i + 60.j\ [N]$$

SEGUNDO PASO. Realizamos el diagrama de cuerpo libre. Deducimos que la fuerza resultante es vertical hacia abajo, es decir el bloque desciende.

Resolución del problema 13



TERCER PASO. La sumatoria de fuerzas perpendiculares a la pared es nula.

$$\Sigma F_X = 0 \quad \Rightarrow \; R = 80\ newtons$$

CUARTO PASO. Cálculo de la fuerza de rozamiento.

$$f_C = \mu.R = (0,7).(80\,N) = 56\,newtons$$

QUINTO PASO. El peso del bloque es mayor que la componente de F en la vertical, $180 \rangle 60$ por consiguiente, el bloque desciende.

$$\Sigma F_Y = 180 - 60 - f_C = 180 - 60 - 56 = 64\,newtons$$

SEXTO PASO: Calculo del trabajo neto:

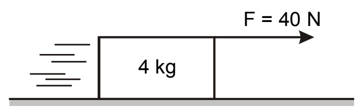
$$W^{NETO} = (\Sigma F_Y)\bullet(d) = (64\,N).(5\,m) = 320\,J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo neto es 320 joules.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

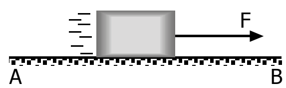
1. Calcular el valor de la resultante de las fuerzas sobre un cuerpo, si se sabe que el trabajo neto es de 600 J en un desplazamiento de 20 m.
a) 60 N b) 30 c) 40 d) 48 e) 45

2. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de módulo F = 40 N, para un desplazamiento de 5 metros hacia la derecha.



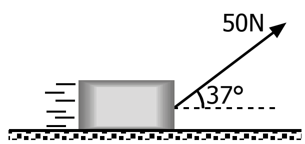
A) 20 J B) 50 J C) 100 J D) 150 J E) 200 J

3. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de módulo F = 60 N, para un desplazamiento de 8 metros desde A hasta B.



A) 48 J B) 480 J C) 100 J D) 150 J E) 200 J

4. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza constante de módulo F = 50 N, para un desplazamiento de 6 metros hacia la derecha.



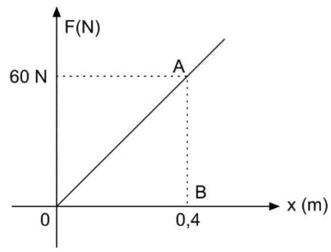
A) 48 J B) 480 J C) 24 J D) 240 J E) 200 J

5. Una esfera de 40 N de peso, cae en el aire de forma tal que este debe ejercer una fuerza de resistencia de 10 N hacia arriba. ¿Qué trabajo neto recibe de estas fuerzas al descender 8 m?
a) 200 J b) 300 c) 240 d) 250 e) 320

6. Calcular la cantidad de trabajo neto (en J) necesario para trasladar un cuerpo de 100 gramos, de un punto (A) a otro (B) distantes entre sí 6 m en un tiempo de 6 s. El cuerpo parte del reposo y el movimiento es rectilíneo uniformemente variado.
A)6,0 B)0,2 C)0,4 D)0,6 E)20

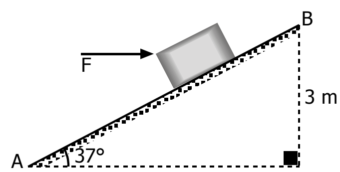
7. Un bloque 4 kg sometido a la acción de un conjunto de fuerzas cambia su rapidez de 10 m/s a 20 m/s. ¿Cuál es la cantidad de trabajo neto realizado por la fuerza resultante?
A)600 B)200 C)400 D)600 E)800

8. Al estirar un resorte una longitud x = 0,4 m, la fuerza externa varía desde cero, hasta F = 60 N. Calcular la cantidad de trabajo desarrollado sobre el resorte.



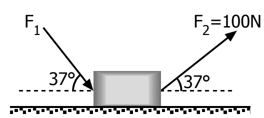
A) 12 J B) 14 J C) 16 J D) 18 J E) 20 J

9. Determine la cantidad de trabajo que realiza la fuerza constante de módulo F = 50 N sobre el bloque desde A hasta B.



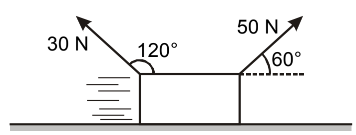
A) 150 J B) 480 J C) 240 J D) 250 J E) 200 J

10. Si el módulo de F_1 = 50 N, determine la cantidad de trabajo neto sobre el bloque para un desplazamiento de 10 metros hacia la derecha. No hay rozamiento.



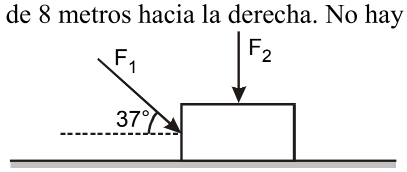
A) 1,2 kJ B) 4,8 kJ C) 2,4 kJ D) 3,4 kJ E) 5,2 kJ

11. Determine la cantidad de trabajo neto sobre el bloque para un desplazamiento de 10 metros hacia la derecha. No hay rozamiento.



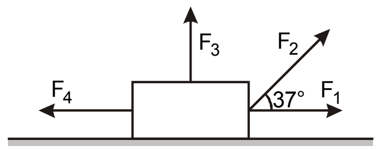
A) 100 J B) 80 J C) 10 J D) 20 J E) 30 J

12. Sabiendo que: F_1 = 50 N y F_2 = 20 N, determine la cantidad de trabajo neto sobre el bloque para un desplazamiento de 8 metros hacia la derecha. No hay rozamiento.



A) 50 J B) 80 J C) 108 J D) 320 J E) 430 J

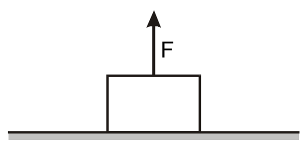
13. Sabiendo que: F_1 = 10 N, F_2 = 50 N, F_3 = 10 N, F_4 = 10 N; determine la cantidad de trabajo neto sobre el bloque 15 kg, para un desplazamiento de 10 metros hacia la derecha. No hay rozamiento.



A) 400 J B) 410 J C) 408 J D) 420 J E) 430 J

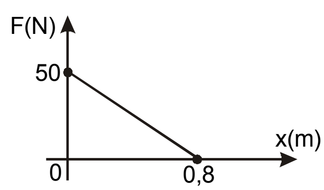
14. Se deja caer un cuerpo de 2 kg desde 10 metros de altura. La cantidad de trabajo realizado por la fuerza gravitatoria cuando llega a la mitad de su altura es:
Considere: g = 9,8 m/s^2.
A) 20 J B) 75 J C) 98 J D) 100 J E) 200 J

15. La mano del hombre eleva lentamente (equilibrio casi estático) un bloque de 3 kg hasta la altura de 4 metros sobre el piso. Determine la cantidad de trabajo realizado por el hombre. (g = 10 m/s^2)



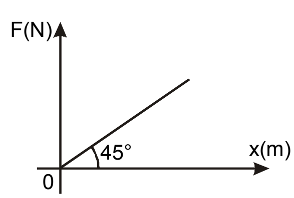
A) 100 J B) 110 J C) 120 J D) -120 J E) -140 J

16. Se muestra la variación de la fuerza con relación al desplazamiento del cuerpo sobre el eje "x". Determine la cantidad de trabajo hecho por la fuerza variable para un desplazamiento desde x_1 = 0 m, hasta x_2 = 0,8 m.



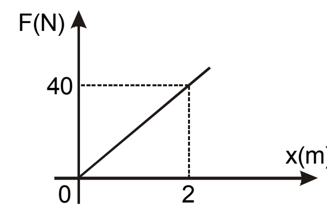
A) 40 J B) 20 J C) 50 J D) 1 kJ E) 2 kJ

17. Se muestra la variación de la fuerza con relación al desplazamiento del cuerpo sobre el eje "x". Determine la cantidad de trabajo hecho por la fuerza variable para un desplazamiento desde x_1 = 0 m, hasta x_2 = 0,8 m.



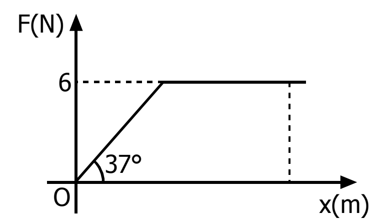
A) 40 mJ B) 320 mJ C) 50 mJ D) 18 mJ E) 26 mJ

18. Se muestra la variación de la fuerza con relación al desplazamiento del cuerpo sobre el eje "x". Determine la cantidad de trabajo hecho por la fuerza variable para un desplazamiento desde $x_1 = 0$ m, hasta $x_2 = 4$ m.



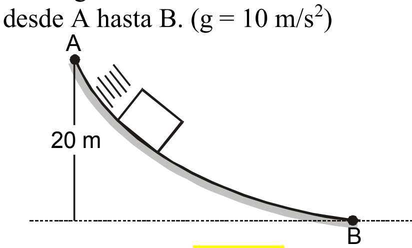
A) 80 J B) 20 J C) 50 J D) 40 J E) 160 J

19. Se muestra la variación de la fuerza con relación al desplazamiento del cuerpo sobre el eje "x". Determine la cantidad de trabajo hecho por la fuerza variable para un desplazamiento desde $x_1 = 0$ m, hasta $x_2 = 18$ m.



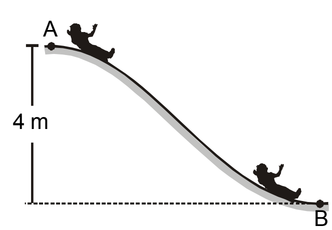
A) 42 J B) 84 J C) 50 J D) 40 J E) 160 J

20. Se muestra un bloque de 3 kg en movimiento. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad desde A hasta B. ($g = 10\ m/s^2$)



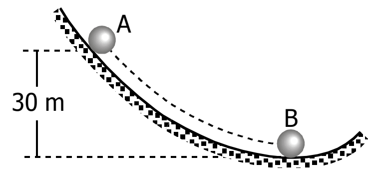
A) 400 J B) 500 J C) 600 J D) 40 J E) 160 J

21. Se muestra un niño de 30 kg en movimiento sobre un tobogán. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad desde A hasta B. ($g = 10\ m/s^2$)



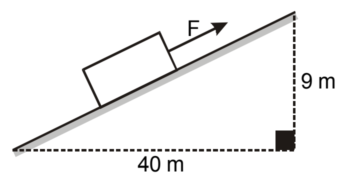
A) 1,2 kJ B) 500 J C) 600 J D) 1,4 kJ E) 120 J

22. Se muestra una esfera de 0,5 kg en movimiento sobre un tobogán. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad desde A hasta B. ($g = 10\ m/s^2$)



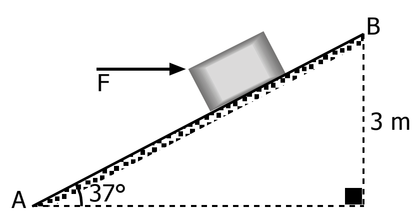
A) 400 J B) 500 J C) 300 J D) 30 J E) 150 J

23. Se muestra un bloque de 5 kg en movimiento sobre un plano inclinado. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad sobre el bloque, cuando asciende 9 m.
($g = 10\ m/s^2$)



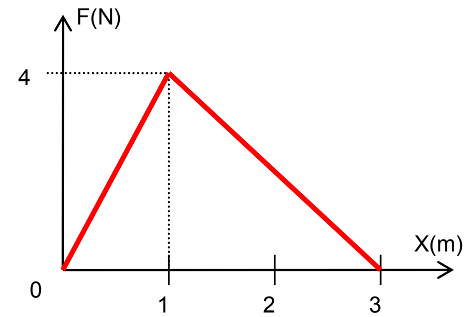
A) 450 J B) 500 J C) -300 J D) -350 J E) -450 J

24. Se muestra un bloque de 4 kg en movimiento sobre un plano inclinado. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad sobre el bloque, desde el punto A hasta B.
($g = 10\ m/s^2$)



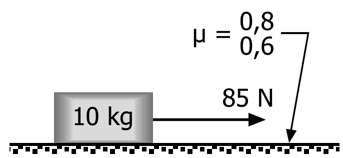
A) -450 J B) 500 J C) -120 J D) 120 J E) -150 J

25. Una fuerza F actúa sobre un cuerpo de 2 kg. En el dibujo se muestra dicha fuerza en función de la posición. Sabiendo que la fuerza F tiene la misma dirección que el movimiento, determine la cantidad de trabajo (en J) realizado por la fuerza desde la posición X = 0 m hasta X = 3 m.



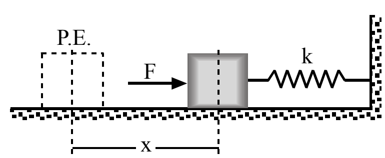
A) 2 B) 3 C) 9 D) 6 E) 30

26. Se muestra un bloque en movimiento sobre un plano horizontal áspero. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento para un desplazamiento de 10 metros hacia la derecha. ($g = 10\ m/s^2$)



A) -600 J B) -300 J C) -900 J D) 600 J E) 300 J

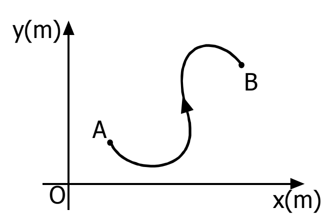
27. Se muestra un bloque acoplado a un resorte de constante elástica K = 200 N/m. Si la fuerza variable F logra deformar al resorte lentamente (equilibrio casi estático), desde $x_1 = 0$ m hasta $x_2 = 0,4$ m; determine la cantidad de trabajo que realiza la fuerza F.



P.E.: posición de equilibrio

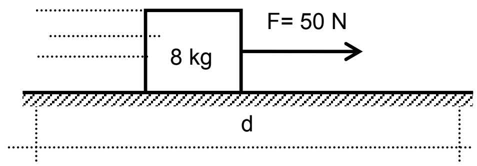
A) 16 J B) 32 J C) 90 J D) 60 J E) 50 J

28. Una partícula se desplaza desde A = (2 m; 3 m) hasta B = (6 m; 8 m) por acción de la fuerza F = (10 N; 20 N). Determine la cantidad de trabajo que realiza la fuerza sobre la partícula desde A hasta B.



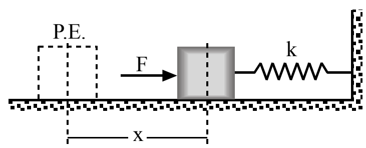
A) 120 J B) 130 J C) 140 J D) 150 J E) -120 J

29. Calcule la cantidad de trabajo producido por la fuerza de módulo constante F = 50 N al cabo de 4 segundos, si el bloque parte del reposo, su masa es de 8 kg y el valor del coeficiente cinético de rozamiento es 0,2.



A) 680 J B) 560 J C) 800 J D) 750 J E) 720 J.

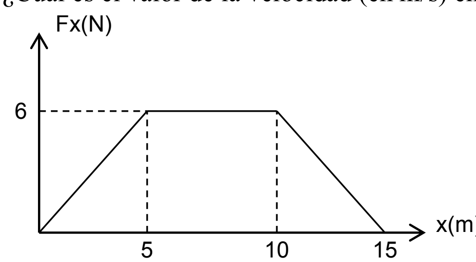
30. Se muestra un bloque acoplado a un resorte de constante elástica K = 2000 N/m. Si la fuerza variable F logra deformar al resorte lentamente (equilibrio casi estático), desde x_1= 0 m hasta x_2= 0,2 m; determine la cantidad de trabajo que realiza la fuerza F.



P.E.: posición de equilibrio

A) 16 J B) 32 J C) 40 J D) 60 J E) 50 J

31. Un bloque de 15 kg se somete a una fuerza que varía con la posición, como se muestra. El bloque parte del reposo. ¿Cuál es el valor de la velocidad (en m/s) en la posición x=15 m?



A)1 B)2 C)3 D)4 E)5

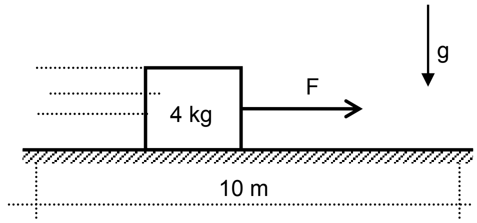
32. A un trineo de 200 kg que se encuentra sobre un lago congelado se le imparte una rapidez inicial de 5 m/s. Si el coeficiente de fricción cinética entre el trineo y el hielo es $\mu = 0,1$. ¿Cuál es la longitud que recorre el trineo (en m), hasta detenerse? (g = 10 m/s^2)

A)12,5 B) 7,5 C) 5,5 D) 2,5 E) 1,15

33. Un bloque de 5 kg se mueve sobre un plano horizontal sometido a la acción de varias fuerzas. Si cambia su rapidez de 4 m/s hasta 8 m/s, determine la cantidad de trabajo neto realizado sobre el bloque.

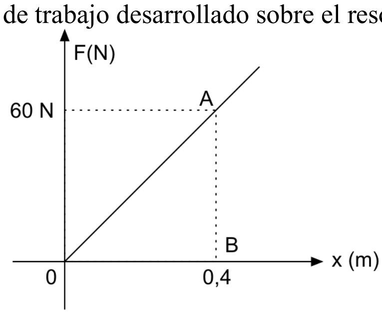
A) 116 J B) 132 J C) 140 J D) 120 J E) 150 J

34. Se muestra un bloque de 4 kg que se desplazada con velocidad constante una distancia de 10 metros sobre la superficie horizontal con coeficiente de rozamiento cinético 0,4 por acción de las fuerzas constantes. Determine la cantidad de trabajo realizado (en J) por la fuerza horizontal de módulo F. Considere: $g = 10\ m/s^2$.



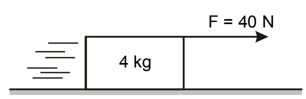
A) 120 B) 130 C) 90 D) 160 E) 180

35. Al estirar un resorte una longitud x = 0,4 m, la fuerza externa varía desde cero, hasta F = 60 N. Calcular la cantidad de trabajo desarrollado sobre el resorte.



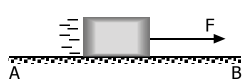
A) 12 J B) 14 J C) 16 J D) 18 J E) 20 J

36. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de módulo F = 40 N, para un desplazamiento de 5 metros hacia la derecha.



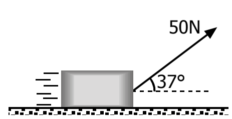
A) 20 J B) 50 J C) 100 J D) 150 J E) 200 J

37. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de módulo F = 60 N, para un desplazamiento de 8 metros desde A hasta B.



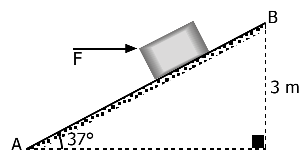
A) 48 J B) 480 J C) 100 J D) 150 J E) 200 J

38. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de módulo F = 50 N, para un desplazamiento de 6 metros hacia la derecha.



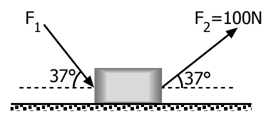
A) 48 J B) 480 J C) 24 J D) 240 J E) 200 J

39. Determine la cantidad de trabajo que realiza la fuerza constante de módulo $F = 50$ N sobre el bloque desde A hasta B.



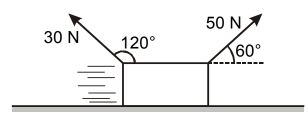
A) 150 J B) 480 J C) 240 J D) 250 J E) 200 J

40. Si el módulo de $F_1 = 50$ N, determine la cantidad de trabajo neto sobre el bloque para un desplazamiento de 10 metros hacia la derecha. No hay rozamiento.



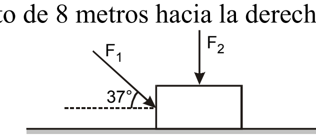
A) 1,2 kJ B) 4,8 kJ C) 2,4 kJ D) 3,4 kJ E) 5,2 kJ

41. Determine la cantidad de trabajo neto sobre el bloque para un desplazamiento de 10 metros hacia la derecha. No hay rozamiento.



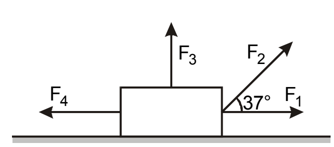
A) 5 J B) 8 J C) 10 J D) 20 J E) 30 J

42. Sabiendo que: $F_1 = 50$ N y $F_2 = 20$ N, determine la cantidad de trabajo neto sobre el bloque para un desplazamiento de 8 metros hacia la derecha. No hay rozamiento.



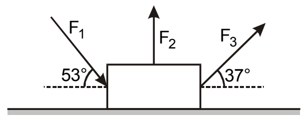
A) 50 J B) 80 J C) 108 J D) 320 J E) 430 J

43. Sabiendo que: $F_1 = 60$ N, $F_2 = 50$ N, $F_3 = 40$ N, $F_4 = 10$ N; determine la cantidad de trabajo neto sobre el bloque 15 kg, para un desplazamiento de 9 metros hacia la derecha. No hay rozamiento.



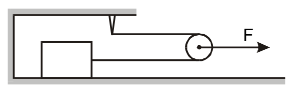
A) 50 J B) 810 J C) 108 J D) 320 J E) 430 J

44. Sabiendo que: $F_1 = 50$ N, $F_2 = 20$ N, $F_3 = 100$ N; determine la cantidad de trabajo neto sobre el bloque de 20 kg, para un desplazamiento de 20 metros hacia la derecha. No hay rozamiento.



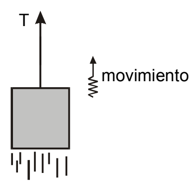
A) 1,2 kJ B) 2,6 kJ C) 2,4 kJ D) 3,4 kJ E) 5,2 kJ

45. Determinar la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de módulo constante F = 50 N, para un desplazamiento del bloque de 10 m hacia la derecha. El bloque acelera desde el reposo. Desprecie la masa de la polea móvil.



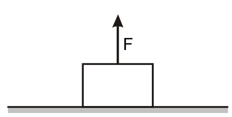
A) 150 J B) 500 J C) 250 J D) 1 kJ E) 1,5 kJ

46. Se muestra un bloque de 5 kg que sube con aceleración constante de modulo 4 m/s^2. Determine la cantidad de trabajo que realiza la tensión de módulo T cuando asciende 5 metros. (g = 10 m/s^2)



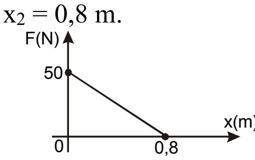
A) 250 J B) 500 J C) 350 J D) 1 kJ E) 1,5 kJ

47. La mano del hombre eleva lentamente (equilibrio casi estático) un bloque de 3 kg hasta una altura de 4 metros sobre el piso. Determine la cantidad de trabajo realizado por el hombre. (g = 10 m/s^2)



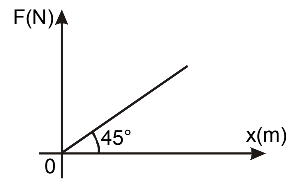
A) 100 J B) 110 J C) 120 J D) -120 J E) -140 J

48. Se muestra la variación de la fuerza con relación al desplazamiento del cuerpo sobre el eje "x". Determine la cantidad de trabajo hecho por la fuerza variable para un desplazamiento desde $x_1 = 0$ m, hasta $x_2 = 0{,}8$ m.



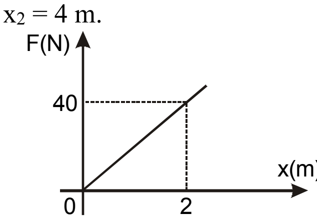
A) 40 J B) 20 J C) 50 J D) 1 kJ E) 2 kJ

49. Se muestra la variación de la fuerza con relación al desplazamiento del cuerpo sobre el eje "x". Determine la cantidad de trabajo hecho por la fuerza variable para un desplazamiento desde $x_1 = 0$ m, hasta $x_2 = 0,8$ m.



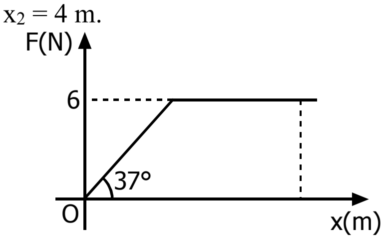
A) 40 mJ B) 320 mJ C) 50 mJ D) 18 mJ E) 26 mJ

50. Se muestra la variación de la fuerza con relación al desplazamiento del cuerpo sobre el eje "x". Determine la cantidad de trabajo hecho por la fuerza variable para un desplazamiento desde $x_1 = 0$ m, hasta $x_2 = 4$ m.



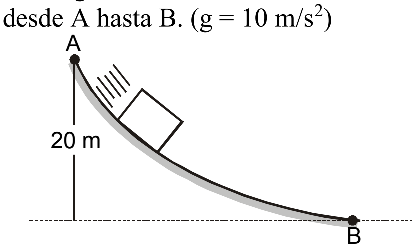
A) 40 J B) 20 J C) 50 J D) 40 J E) 160 J

51. Se muestra la variación de la fuerza con relación al desplazamiento del cuerpo sobre el eje "x". Determine la cantidad de trabajo hecho por la fuerza variable para un desplazamiento desde $x_1 = 0$ m, hasta $x_2 = 4$ m.



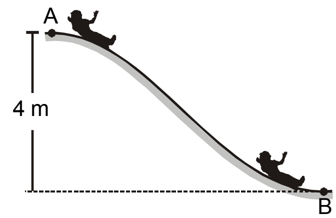
A) 42 J B) 84 J C) 50 J D) 40 J E) 160 J

52. Se muestra un bloque de 3 kg en movimiento. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad desde A hasta B. ($g = 10$ m/s^2)



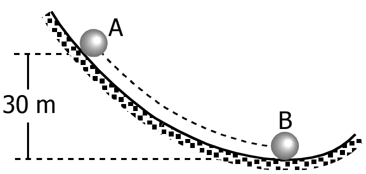
A) 400 J B) 500 J C) 600 J D) 40 J E) 160 J

53. Se muestra un niño de 30 kg en movimiento sobre un tobogán. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad desde A hasta B. ($g = 10$ m/s^2)



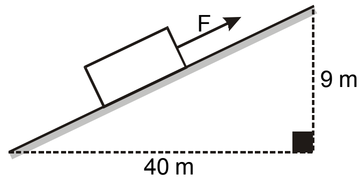
A) 1,2 kJ B) 500 J C) 600 J D) 1,4 kJ E) 120 J

54. Se muestra una esfera de 0,5 kg en movimiento sobre un tobogán. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad desde A hasta B. ($g = 10\ m/s^2$)



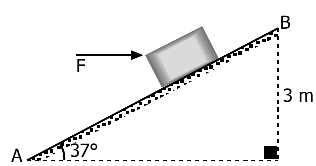
A) 400 J B) 500 J C) 300 J D) 30 J E) 150 J

55. Se muestra un bloque de 5 kg en movimiento sobre un plano inclinado. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad sobre el bloque, cuando asciende 9 m. ($g = 10\ m/s^2$)



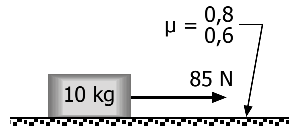
A) 450 J B) 500 J C) -300 J D) -350 J E) -450 J

56. Se muestra un bloque de 4 kg en movimiento sobre un plano inclinado. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de gravedad sobre el bloque, desde A hasta B. ($g = 10\ m/s^2$)



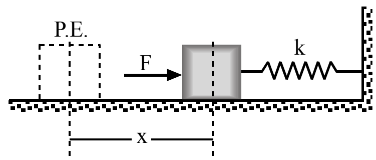
A) -450 J B) 500 J C) -120 J D) 120 J E) -150 J

57. Se muestra un bloque en movimiento sobre un plano horizontal áspero. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento para un desplazamiento de 10 metros hacia la derecha. ($g = 10\ m/s^2$)



A) -600 J B) -300 J C) -900 J D) 600 J E) 300 J

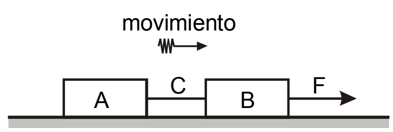
58. Se muestra un bloque acoplado a un resorte de constante elástica K = 200 N/m. Si la fuerza variable F logra deformar al resorte lentamente (equilibrio casi estático), desde $x_1 = 0$ m hasta $x_2 = 0,4$ m; determine la cantidad de trabajo que realiza la fuerza F.



P.E.: posición de equilibrio

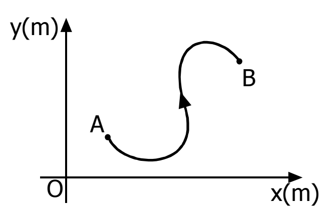
A) 16 J B) 32 J C) 90 J D) 60 J E) 50 J

59. Se muestra los bloques A = 2 kg y B = 3 kg, en movimiento sobre un plano horizontal liso. Si el módulo de la fuerza es F = 40 N, determine la cantidad de trabajo que realiza el módulo de la tensión en la cuerda C, sobre el bloque B, para un desplazamiento de 10 m hacia la derecha.



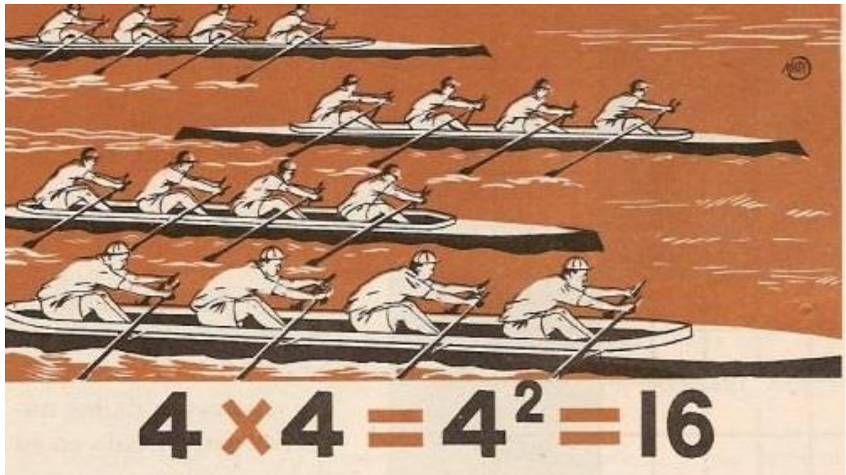
A) 160 J B) -320 J C) 90 J D) 60 J E) -160 J

60. Una partícula se desplaza desde A = (2 m; 3 m) hasta B = (6 m; 8 m) por acción de la fuerza F = (10 N; 20 N). Determine la cantidad de trabajo que realiza la fuerza sobre la partícula desde A hasta B.



A) 120 J B) 130 J C) 140 J D) 150 J E) -120 J

POTENCIA MECÁNICA



1. **CONCEPTO DE POTENCIA.** Si contratamos a una persona para que lave nuestra ropa sin indicarle el tiempo, ella lo podrá realizar en una hora, en un día o en un año, con tal de que lo lave todo. Pero si se compra el trabajo de un día y se quieren hacer las cosas lo más rápido posible, lo que pretendemos es conseguir una cantidad de trabajo por hora. Este es el lenguaje práctico de la industria.

   GOTA 1. La *potencia* es justamente esto, *la rapidez de hacer trabajo.*

   Albert Einstein dice: Las máquinas se seleccionan por la potencia que desarrollan. Si por ejemplo la máquina "A" tiene mayor potencia que la "B", lo que queremos decir es que:

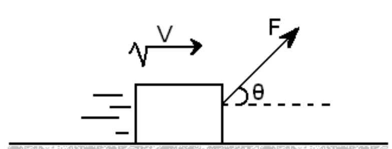
- En el mismo tiempo la máquina "A" desarrolla mayor cantidad de trabajo que la máquina "B".
- La máquina "A" realiza el mismo trabajo que la máquina "B" pero en menor tiempo.

$$Potencia = \frac{Cantidad\ de\ trabajo\ hecho}{Tiempo\ empleado} \qquad \ldots (1)$$

$$1\,watt = \frac{1\,joule}{1\,segundo}$$

La cantidad de potencia mecánica se mide en watt (abreviado W).

2. **POTENCIA MEDIA.** La potencia de un motor se puede determinar en función de la velocidad:



$$P = \frac{W^F}{t} = \frac{F.d.Cos\theta}{t}$$

$$P = F.\left(\frac{d}{t}\right).Cos\theta = F.V.Cos\theta$$

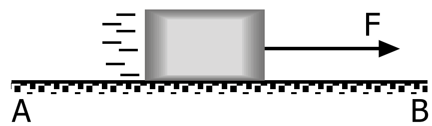
$$P = \vec{F} \bullet \vec{V} = F.V.Cos\theta \ldots (2)$$

θ = ángulo entre $\vec{F}$ y $\vec{V}$

t: tiempo transcurrido

3. CASOS PARTICULARES

Si θ = 0º, la potencia que desarrolla la fuerza es igual al producto de la fuerza por la rapidez.



$$P = F.V.\text{Cos}\,0º = F.V \ \ldots (3)$$

4. DEFINICIÓN VECTORIAL DE LA POTENCIA.

La potencia se define como el producto es calor de la fuerza por la velocidad. El valor de la potencia depende del ángulo que forma la fuerza y la velocidad.

$$P = \vec{F} \bullet \vec{V} \quad \Rightarrow \quad P = F.V.\text{Cos}\,\theta \ \ldots (4)$$

EJEMPLO 01: Cuando una lancha a motor se desplaza con velocidad constante la fuerza de resistencia del agua al desplazamiento es directamente proporcional a la velocidad. Si para mantener una rapidez de 36 km/h desarrolla una potencia de 3 kW, ¿Qué potencia (en kW) se requiere para mantener una rapidez de 72 km/h?

Resolución

PRIMER PASO. La fuerza de resistencia del agua es directamente proporcional a la velocidad:

$$F = K.V$$

SEGUNDO PASO. La potencia es: $P = F.V = (K.V).V = K.V^2$

$$K = \frac{P_A}{V_A^2} = \frac{P_B}{V_B^2} \quad \text{Reemplazando:} \quad \frac{3\ kW}{(36\,km/h)^2} = \frac{P_B}{(72\,km/h)^2}$$

Despejando: $P_B = 12\,kW$

Respuesta: la nueva potencia es 12 kilowatts.

5. POTENCIA CONTRA LA GRAVEDAD. La potencia de una bomba hidráulica, ascensor, grúa, etc., es decir la fuerza que actúa en contra de la fuerza de gravedad, se puede determinar en función a la altura.

$$P = \frac{F.d}{t} = \frac{m.g.h}{t} \ldots (5)$$

EJEMPLO 02: ¿Qué potencia útil tiene el motor (en kW) de una bomba que eleva 18 kilolitros de agua por cada hora desde un lago hasta una altura de 60 metros?

Resolución

En cada litro de agua existe 1 kilogramo de agua. Entonces tenemos 18 000 kilogramos de agua que eleva la bomba hidráulica cada 3 600 segundos.

$$P = \frac{m.g.h}{t} = \frac{18000.10.60}{3600} = 3000\ W$$

Respuesta: La potencia útil es 3 kW.

EJEMPLO 03: El motor de una bomba eleva 3,6 m^3 de agua hasta una altura de 40 m cada hora. Determine la potencia útil del motor (en watts). (g = 10 m/s^2)

Resolución

En cada litro de agua existe 1 kilogramo de agua. Un metro cúbico equivale a 1000 litros. Entonces tenemos 3 600 kilogramos de agua que eleva la bomba hidráulica cada 3 600 segundos.

$$P = \frac{m.g.h}{t} = \frac{3600.10.40}{3600} = 400\ W$$

Respuesta: La potencia útil del motor es 400 watts.

6. **EFICIENCIA.** El trabajo útil o salida de potencia de una máquina nunca es igual a la de entrada. Estas diferencias se deben en parte a la fricción, al calentamiento, al desgaste, la contaminación, a la deformación de las piezas del motor, etc.

La eficiencia nos expresa la razón entre lo útil y lo suministrado a una máquina:

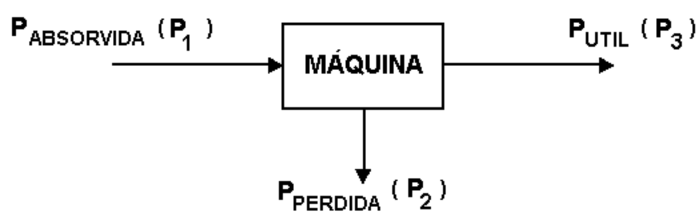
$$\eta = \frac{Potencia\ util}{Potencia\ entregada}.100\% \qquad \ldots (6)$$

$$0 \langle \eta \langle 1$$

La eficiencia expresa el grado de perfeccionamiento de una maquina o motor.

La potencia se pierde debido al calentamiento de las piezas, el ruido (sonido) y combustión del petróleo (producción de dióxido de carbono). La eficiencia es una cantidad adimensional. Su valor está comprendido entre cero y la unidad o entre 0 % y 100 %.

7. **PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA**



La potencia absorbida (entregada) es igual a la suma de la potencia útil, mas, la potencia perdida.

$$P_e = P_u + P_p \qquad \ldots. (6)$$

No existe ninguna maquina térmica o motor de eficiencia 100 %. Es imposible construir una maquina o motor de eficiencia 100 %.

EJEMPLO 01: Determine la eficiencia de una máquina, sabiendo que la potencia perdida equivale al 25 % de la potencia útil.

Resolución

PRIMER PASO. La potencia absorbida (entregada) es igual a la suma de la potencia útil, más, la potencia perdida.

$$P_e = P_u + P_p$$

SEGUNDO PASO. Reemplazando: $P_e = P_u + \frac{1}{4} P_u$

$$P_e = \frac{4}{5} P_u$$

TERCER PASO. La eficiencia nos expresa la razón entre lo útil y lo suministrado a una máquina:

$$n = \frac{P_{UTIL}}{P_{ENTREGADA}} \Rightarrow n = \frac{P_u}{\frac{5}{4} P_u} = \frac{4}{5}$$

Respuesta: la eficiencia de la máquina es 0,8 u 80%.

EJEMPLO 02: El motor de una bomba de agua de eficiencia 0,75 eleva 1 800 litros de agua cada hora hasta una altura de 30 m. Determine la potencia que entrega el motor (en watts). (g = 10 m/s^2)

A) 150 B) 190 C) 200 D) 220 E) 240

Resolución

PRIMER PASO. En cada litro de agua existe 1 kilogramo de agua. Entonces tenemos 1 800 kilogramos de agua que eleva la bomba hidráulica cada 3 600 segundos.

$$P_{UTIL} = \frac{m.g.h}{t} = \frac{1\,800.10.30}{3600} = 150\ W$$

SEGUNDO PASO. De la definición de eficiencia:

$$n = \frac{P_{UTIL}}{P_{ENTREGADA}} \Rightarrow 0,75 = \frac{150\ W}{P_{ENTREGADA}}$$

Resolviendo: $P_{ENTREGADA} = 200\ W$

Respuesta: La potencia entregada es 200 watts.

8. UNIDAD DE TRABAJO Y ENERGÍA

La cantidad de trabajo (en joule), es igual al producto de la potencia (en watt) por el intervalo de tiempo transcurrido (en segundo).

El kilowatt es una unidad de potencia que equivale a mil (1 000) watts, y el kilowatthora es una unidad que por naturaleza le corresponde al trabajo, pero es más usada como unidad de energía eléctrica. Un **kilowatthora** (kW.h) corresponde a 1 000 W liberados continuamente durante una hora. Así pues, se tendrá que:

$W = P.\,t$ … (7)

1 kW.h = (1 000 W) (3 600 s) = 3,6. 10^6 J

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. El motor de un bote tiene una potencia de 3 kilowatts y lo lleva a velocidad constante de 2,5 m/s. ¿Cuál es la fuerza de resistencia del agua que se opone al movimiento?

RESOLUCION

PRIMER PASO. Si el bote se mueve con velocidad constante, entonces la fuerza resultante en la dirección del movimiento es nula. La fuerza del motor de igual a la fuerza de resistencia del agua.

SEGUNDO PASO. La potencia de un motor se puede determinar en función de la velocidad.

$$P = F \bullet V \;\Rightarrow\; 3000\,W = (F).\left(2{,}5\,\frac{m}{s}\right) \;\Rightarrow\; F = 1200\ newtons$$

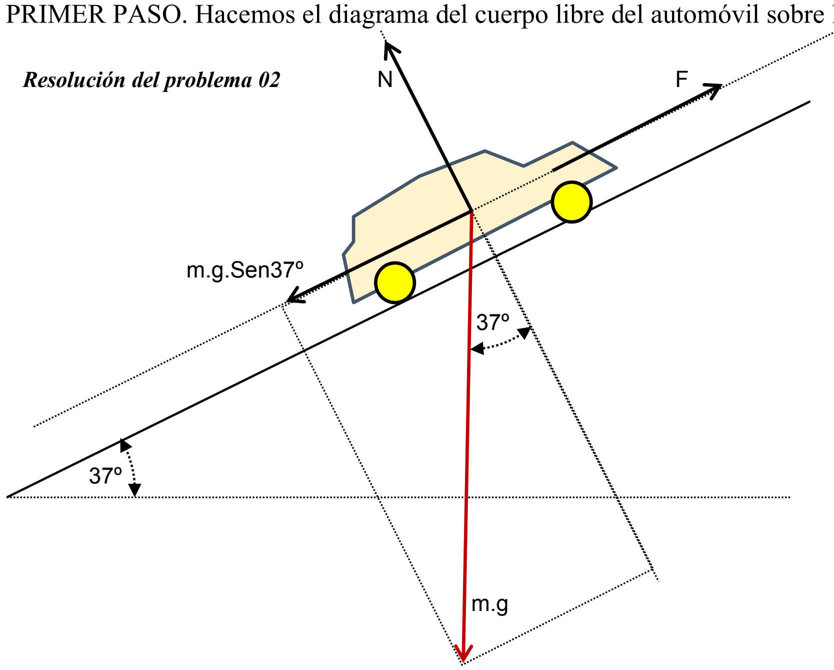
Respuesta: la fuerza de resistencia del agua es $1,2\ kN$.

2. Se tiene un automóvil de 1000 kg subiendo por una pista inclinada y rugosa que forma 37º con la horizontal. Dicho vehículo tiene un motor de 60 kW de potencia. Suponga que la fuerza del motor se transmite a las cuatro ruedas. ¿A qué velocidad pude subir por la pista inclinada?

$\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama del cuerpo libre del automóvil sobre la pista inclinada.



SEGUNDO PASO. La fuerza que desarrolla el motor, es igual a la componente del peso paralelo al plano inclinado, debido a su movimiento con velocidad constante.

$$F = m.g.Sen37º = (1000).(10).\left(\frac{3}{5}\right) = 6000\,N$$

TERCER PASO: La potencia de un motor se puede determinar en función de la velocidad.

$$P = F \bullet V \;\Rightarrow\; 60\,000\,W = (6\,000\,N).(V) \;\Rightarrow\; V = 10\,\frac{m}{s}$$

Respuesta: la velocidad tiene valor de 10 m/s.

3. Un obrero levanta cajas de 3 kg cada uno, sobre una plataforma de altura 2 metros respecto del piso a razón de 10 cajas por minuto. Calcular la potencia mecánica que desarrolla el obrero. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

RESOLUCION

PRIMER PASO. La potencia es la rapidez con que se realiza trabajo mecánico. Es la relación de trabajo realizado por cada unidad de tiempo.

SEGUNDO PASO. El obrero en cada minuto levanta una carga 30 kilogramos.

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{F \bullet d}{\Delta t} = \frac{m.g.h}{\Delta t}$$

$$P = \frac{(30).(10).(2)}{60} = 10\,watts$$

Respuesta: la potencia mecánica del obrero es 10 W.

4. ¿Qué potencia tiene el motor de una bomba hidráulica que eleva 9 000 litros de agua por cada hora desde un lago hasta una altura de 60m metros? $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

RESOLUCION

PRIMER PASO. La potencia mecánica es la rapidez con que se realiza trabajo mecánico.

SEGUNDO PASO. En cada hora la bomba hidráulica eleva una carga de 9000 kg. La densidad del agua es 1 kg por cada litro.

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{F \bullet d}{\Delta t} = \frac{m.g.h}{\Delta t}$$

$$P = \frac{(9000).(10).(60)}{3600} = 1500\,watts$$

Respuesta: la potencia mecánica del motor es 1,5 kW.

5. ¿Cuál es la potencia de una máquina que levanta un martillo de 2000 N de peso a 1,5 m altura 3 veces en un minuto? Si su rendimiento es del 75 %.

RESOLUCION

PRIMER PASO. La potencia mecánica es la rapidez con que se realiza trabajo mecánico.

SEGUNDO PASO. Calculo de la potencia útil. La máquina eleva el martillo1,5 m en 20 segundos.

$$P_U = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P_U = \frac{F \bullet d}{\Delta t} = \frac{m.g.h}{\Delta t}$$

$$P_U = \frac{(2000).(10).(1,5)}{20} = 150\,watts$$

TERCER PASO. Cálculo de la potencia entregada por la máquina.

$$P_E = \frac{P_U}{\eta} \Rightarrow P_E = \frac{150\,W}{0,75} = 200\ W$$

Respuesta: la potencia mecánica de la máquina es 200 watts.

6. Determinar la potencia del motor de un ascensor cuando levanta una cabina con un peso total de 16 kN a la velocidad de 3,6 km/h, sabiendo que la eficiencia del motor es 80 %.

RESOLUCION

PRIMER PASO. La potencia mecánica es la rapidez con que se realiza trabajo mecánico.

SEGUNDO PASO. Si la cabina se desplaza a velocidad constante, el motor desarrolla una fuerza de 16 kN. La fuerza del motor es igual a la fuerza de gravedad.

TERCER PASO. La potencia útil del motor será:

$$P_U = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P_U = \frac{F \bullet d}{\Delta t} = F \bullet \left(\frac{d}{\Delta t}\right) = F \bullet V$$

$$P_U = (16000\,N) \bullet \left(1\,\frac{m}{s}\right) = 16000\,watts$$

CUARTO PASO. Cálculo de la potencia entregada por el motor.

$$P_E = \frac{P_U}{\eta} \Rightarrow P_E = \frac{16000\,W}{0,8} = 20000\ W$$

Respuesta: la potencia mecánica del motor es 20 kilowatts.

7. La eficiencia de un motor es 70 %. Si se sabe que puede efectuar un trabajo útil de 280 J. ¿Qué cantidad de trabajo se pierde en vencer ciertas resistencias?

RESOLUCION

PRIMER PASO. La eficiencia de un motor, también se define, como la relación del trabajo útil entre el trabajo entregado.

$$W_E = W_U + W_P \Rightarrow \eta = \frac{W_U}{W_E}$$

Cálculo del trabajo entregado:

$$W_E = \frac{W_U}{\eta} \Rightarrow W_E = \frac{280\,J}{0,7} = 400\,J$$

SEGUNDO PASO. Cálculo del trabajo perdido:

$$400 = 280 + W_P \Rightarrow W_P = 120\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo que se pierde es 120 joules.

8. Calcular la eficiencia de una máquina, sabiendo que la potencia perdida equivale al 20 % de la potencial útil.

RESOLUCION

PRIMER PASO. Principio de conservación de la energía:

$$P_E = P_U + P_P \Rightarrow P_E = P_U + \left(\frac{1}{4}\right)P_U = \left(\frac{5}{4}\right)P_U$$

SEGUNDO PASO. La eficiencia de un motor, también se define, como la relación del trabajo útil entre el trabajo entregado.

$$\eta = \frac{P_U}{P_E} \Rightarrow \eta = \frac{P_U}{\left(\frac{5}{4}\right)P_U} = \frac{4}{5} = 0,8$$

Respuesta: la eficiencia es 80 %

9. Cuando un avión desarrolla velocidad constante, la fuerza de resistencia del aire es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad. Si para mantener la velocidad de 36 km/min desarrolla una potencia de 300 kW, ¿Qué potencia se requiere para mantener una velocidad de 72 km/min?

RESOLUCION

PRIMER PASO. La fuerza desarrollada por el motor, es igual a la fuerza de resistencia del aire. El avión se mueve con velocidad constante.

SEGUNDO PASO. La fuerza de resistencia del aire es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad del cuerpo. $F = K.(V)^2 \Leftrightarrow K : constante$

TERCER PASO. La potencia es igual al producto de la fuerza por la velocidad.

$$P = F.V \Rightarrow P = (K.V^2).V = K.(V)^3$$

CUARTO PASO: La potencia desarrollada por el motor es directamente proporcional al cubo de la velocidad.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(V_1)^3}{(V_2)^3} \Rightarrow \frac{300}{P_2} = \frac{(36)^3}{(72)^3} \Rightarrow P_2 = 2\,400\,kW$$

Respuesta: la potencia que requiere es 2400 kilowatts.

10. Un horno eléctrico libera energía calorífica a razón 50 $\frac{joules}{segundo}$. ¿Qué cantidad de energía en kilocalorías libera en 8 minutos? (1,0 J = 0,24 calorías)

Resolución

PRIMER PASO. Si cada minuto equivale a 60 segundos, el tiempo transcurrido es 480 segundos. $W = P.\Delta t = 50\frac{joules}{segundo}.480\ segundos = 24\,000\,J$

SEGUNDO PASO. Pero cada joule equivale a 0,24 calorías.

$$W = 24\,000\ joule.\frac{0,24\,caloria}{1\,joule} = 5\,760\ calorias$$

La cantidad de energía es: 5 760 calorías.

Respuesta: En 8 minutos libera 5,76 kilocalorías

11. Cuando una lancha a motor se desplaza con velocidad constante la fuerza de resistencia del agua al desplazamiento es directamente proporcional a la velocidad. Si para mantener una rapidez de 36 km/h desarrolla una potencia de 3 kW, ¿Qué potencia (en kW) se requiere para mantener una rapidez de 72 km/h?

Resolución

PRIMER PASO. La fuerza de resistencia del agua es directamente proporcional a la velocidad: $F = K.V$

La potencia es: $P = F.V = (K.V).V = K.V^2$

SEGUNDO PASO. La potencia es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad.

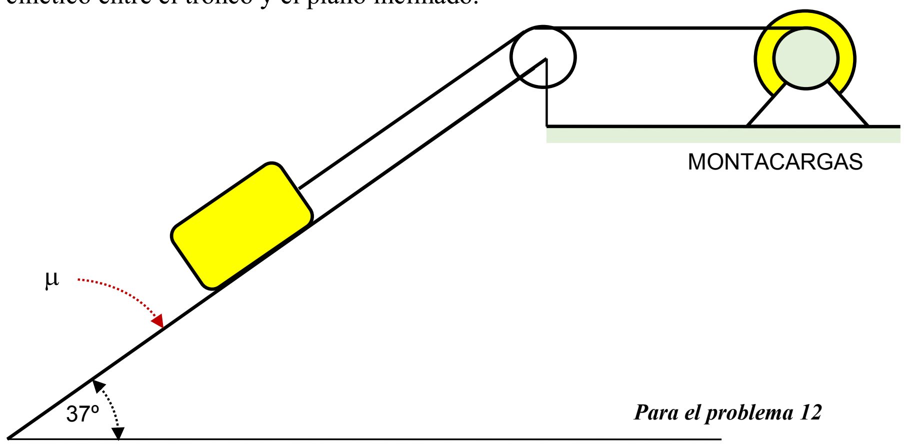
$$K = \frac{P_A}{V_A^2} = \frac{P_B}{V_B^2}$$

Reemplazando: $\frac{3\ kW}{(36\,km/h)^2} = \frac{P_B}{(72\,km/h)^2}$

Despejando: $P_B = 12\,kW$

Respuesta: la nueva potencia es 12 kilowatts.

12. El montacargas mostrado arrastra un tronco de 250 kg lentamente sobre una pendiente de 37º con velocidad de 3 m/s. Si la potencia útil del motor es 9kW, determinar el coeficiente de rozamiento cinético entre el tronco y el plano inclinado.



Para el problema 12

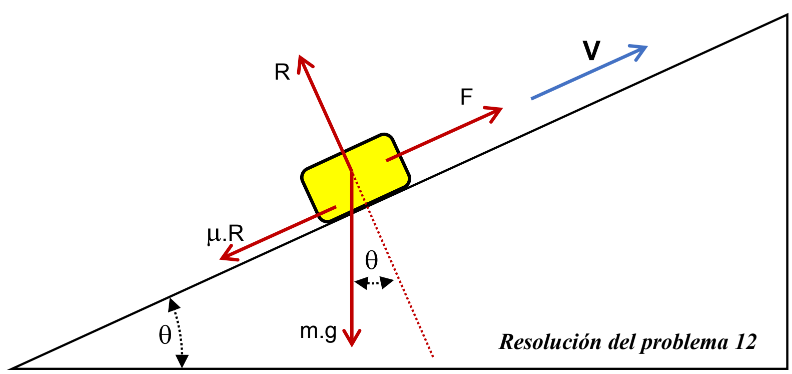
RESOLUCION

PRIMER PASO. La tensión **T** en la cuerda es igual a la fuerza **F** que ejerce el motor. El tronco sube con mueve con velocidad constante. $(T = F)$

SEGUNDO PASO. Cálculo de la potencia útil del motor.

$$P_U = F \bullet V \quad \Rightarrow \quad 9000\,W = F.\left(3\,\frac{m}{s}\right) \Rightarrow \quad F = 3000\,N$$

TERCER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del tronco.



Resolución del problema 12

CUARTO PASO: La fuerza resultante en el eje perpendicular al movimiento es nula:
$R = m.g.\mathrm{Cos}\,\theta$

QUINTO PASO: La fuerza resultante en el eje del movimiento es nula:
$F = m.g.Sen\theta + \mu.R$

$F = m.g.Sen\theta + \mu.m.g.\mathrm{Cos}\,\theta$

Reemplazando los datos:

$$3000 = (250).(10).\left(\frac{3}{5}\right) + (\mu).(250).(10).\left(\frac{4}{5}\right) \quad \Rightarrow \quad \mu = 0,75$$

Respuesta: el coeficiente de rozamiento cinético es 0,75

13. El motor de una bomba eleva 3,6 m^3 de agua hasta una altura de 40 m cada hora. Determine la potencia útil del motor (en watts). (g = 10 m/s^2)

Resolución

PRIMER PASO. En cada litro de agua existe 1 kilogramo de agua. Un metro cúbico equivale a 1000 litros. Entonces tenemos 3 600 kilogramos de agua que eleva la bomba hidráulica cada 3 600 segundos.

SEGUNDO PASO. La potencia se define como la rapidez con que se realiza trabajo.

$$P = \frac{m.g.h}{t} = \frac{3600.10.40}{3600} = 400\ W$$

Respuesta: La potencia útil del motor es 400 watts.

14. ¿Qué potencia útil tiene el motor (en kW) de una bomba que eleva 18 kilolitros de agua por cada hora desde un lago hasta una altura de 60 metros?

Resolución

PRIMER PASO. En cada litro de agua existe 1 kilogramo de agua. Entonces tenemos 18 000 kilogramos de agua que eleva la bomba hidráulica cada 3 600 segundos.

SEGUNDO PASO. La potencia se define como la rapidez con que se realiza trabajo.

$$P = \frac{m.g.h}{t} = \frac{(18000).(10).(60)}{3600} = 3000\ W$$

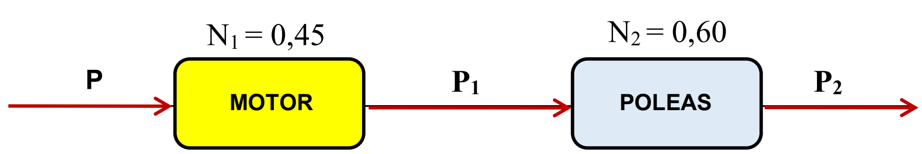
Respuesta: La potencia útil es 3 kW.

15. Un motor cuya eficiencia es 45% está conectado a un sistema de poleas cuya eficiencia es 60%. ¿Qué potencia habrá que suministrar al motor para que el sistema de poleas haga subir un bloque de 270 N de peso con velocidad constante de 5 m/s?

RESOLUCION

PRIMER PASO. La potencia útil $\mathbf{P_2}$ del sistema de poleas es:

$$P_2 = F \bullet V \quad \Rightarrow \quad P_2 = (270\,N) \bullet \left(5\,\frac{m}{s}\right) = 1350 W$$



SEGUNDO PASO. Cálculo de la potencia entregada $\mathbf{P_1}$ en el proceso:

$$P_E = \frac{P_U}{N} \quad \Rightarrow P_1 = \frac{P_2}{N_2} = \frac{1350}{0,6} = 2250\ W$$

TERCER PASO. Cálculo de la potencia entregada **P** en el proceso:

$$P_E = \frac{P_U}{N} \quad \Rightarrow P = \frac{P_1}{N_1} = \frac{2250}{0,45} = 5000\ W$$

Respuesta: La potencia entregada al motor es 5 kilowatts.

16. El motor de una bomba de agua de eficiencia 0,75 eleva 1 800 litros de agua cada hora hasta una altura de 30 m. Determine la potencia que entrega el motor (en watts).
(g = 10 m/s^2)

Resolución

PRIMER PASO. En cada litro de agua existe 1 kilogramo de agua. Entonces tenemos 1 800 kilogramos de agua que eleva la bomba hidráulica cada 3 600 segundos.

$$P_{UTIL} = \frac{m.g.h}{t} = \frac{1\,800.10.30}{3600} = 150\ W$$

SEGUNDO PASO. De la definición de eficiencia:

$$n = \frac{P_{UTIL}}{P_{ENTREGADA}} \Rightarrow 0,75 = \frac{150\ W}{P_{ENTREGADA}}$$

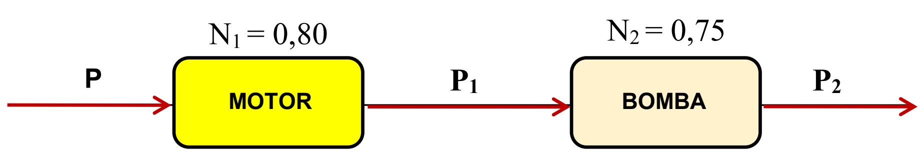
Resolviendo: $P_{ENTREGADA} = 200\ W$

Respuesta: La potencia entregada es 200 watts.

17. Un motor eléctrico cuya eficiencia es el 80 % requiere una potencia de 6 kW para impulsar una bomba centrifuga cuya eficiencia es 75 %. Si la bomba impulsa el agua hasta un tanque de un edificio, situado en la azotea, a razón de 180 litros/min. Determinar la altura entre el reservorio y la azotea. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La bomba impulsa 180 kg de agua al tanque en cada minuto. Si **P** es la potencia entregada al motor, la potencia útil **P_2** de la bomba tiene la siguiente forma:



$P_2 = N_1 \bullet N_2 \bullet P \quad \Rightarrow \quad P_2 = (0,8)\bullet(0,75)\bullet(6000W) = 3600W$

$P_2 = 3600W$

SEGUNDO PASO. La potencia se define como trabajo realizado en cada unidad de tiempo.

$$P_2 = \frac{m.g.h}{\Delta t} \Rightarrow 3600 = \frac{(180).(10).(h)}{60} \Rightarrow h = 120\,m$$

Respuesta: La altura que asciende el agua es 120 metros.

18. Un horno eléctrico libera energía calorífica a razón 50 $\frac{calorias}{segundo}$. ¿Qué cantidad de energía en kilojoules libera en 5 minutos? (1 caloría = 4,2 J)

Resolución

PRIMER PASO. Si cada minuto equivale a 60 segundos, el tiempo transcurrido es 300 segundos.

$$W = P.\Delta t = 50\frac{calorias}{segundo}.300\ segundos = 1500\,calorias$$

SEGUNDO PASO. Pero cada caloría equivale a 4,2 joules.

$$W = 1500\,calorias.\frac{4,2\ joules}{1\,caloria} = 6300\,J$$

La cantidad de energía es: 6 300 joules.

Respuesta: En 5 minutos libera 6,3 kJ

19. ¿Cuál es la potencia desarrollada por una fuerza F que actúa sobre un cuerpo de 40 kg que le hace variar su velocidad desde 10 m/s hasta 20 m/s en 1 minuto?

RESOLUCION

PRIMER PASO. Teorema de la energía cinética. El trabajo realizado por la fuerza F es igual a la variación de la energía cinética que experimenta el cuerpo.

SEGUNDO PASO. Aplicación de la fórmula:

$$W^F = \frac{1}{2}.m.\left(V_2^2 - V_1^2\right) \Rightarrow W^F = \frac{1}{2}.m.\left(V_2 - V_1\right)\bullet\left(V_2 + V_1\right)$$

$$W^F = \frac{1}{2}.40.(10)\bullet(30) = 6\,000\,J$$

TERCER PASO. Cálculo de la potencia desarrollada por la fuerza F:

$$P = \frac{W^F}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{6\,000\,J}{60\,s} = 100\ watts$$

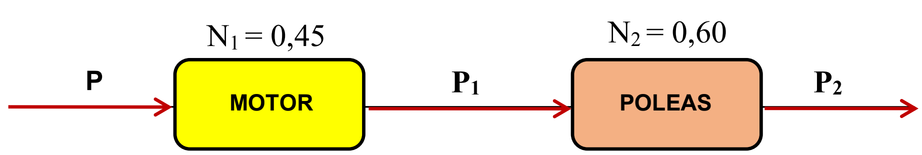
Respuesta: la potencia desarrollada es 100 W.

20. Un motor cuya eficiencia es 45% está conectado a un sistema de poleas cuya eficiencia es 60%. ¿Qué potencia habrá que suministrar al motor para que el sistema de poleas haga subir un bloque de 270 N de peso con velocidad constante de 5 m/s?

RESOLUCION

PRIMER PASO. La potencia útil **P₂** del sistema de poleas es:

$$P_2 = F\bullet V \Rightarrow P_2 = (270\,N)\bullet\left(5\,\frac{m}{s}\right) = 1350\,W$$

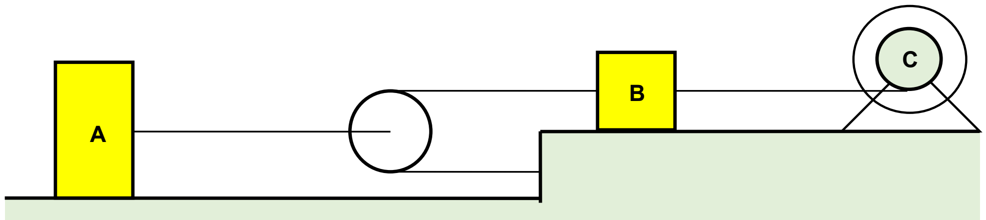


SEGUNDO PASO. Si **P** es la potencia entregada al motor, la potencia útil **P₂** de la bomba tiene la siguiente forma:

$$P = \frac{P_2}{N_1\bullet N_2} \Rightarrow P = \frac{1350\,W}{(0{,}45).(0{,}60)} = 5\,000\ W$$

Respuesta: La potencia entregada al motor es 5 kilowatts.

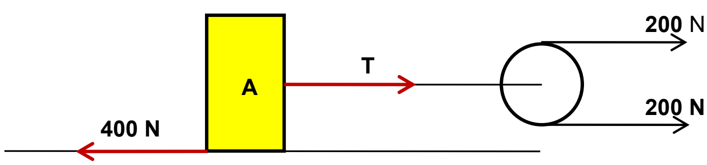
21. Calcular la potencia que se debe entregar al motor representado por **C**, si su eficiencia es 90%, para que los bloques **A** y **B** se 1000 N y 4000 N se muevan con velocidades constantes de 5 m/s y 10 m/s respectivamente. Existe rozamiento cinético en las superficies en contacto. Coeficiente de rozamiento cinético 0,4.



RESOLUCION

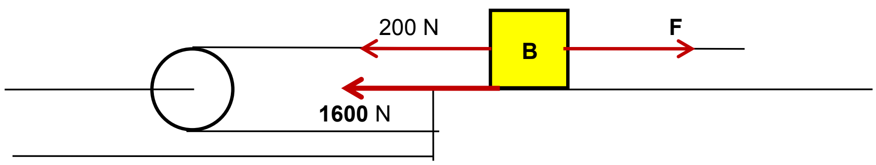
PRIMER PASO. De la primera ley de Newton, si los bloques A y B se mueven con velocidades constantes, la fuerza resultante sobre los cuerpos es nula.

SEGUNDO PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque A.



$$\Sigma F_X = 0 \quad \Rightarrow \quad T = 400\,N$$

TERCER PASO. Haciendo el diagrama de cuerpo libre del bloque B.



$$\Sigma F_X = 0 \quad \Rightarrow \quad F = 1800\,N$$

CUARTO PASO. Cálculo de la potencia útil que desarrolla el motor C.

$$P_U = F \bullet V \quad \Rightarrow \quad P_U = (1800\,N).\left(10\,\frac{m}{s}\right) \Rightarrow P_U = 18\,000\,W$$

QUINTO PASO. Calculo de la potencia entregada al motor.

$$P_E = \frac{P_U}{\eta} = \frac{18\ kW}{0,9} = 20\ kW$$

Respuesta: la potencia entregada al motor es 20 kilowatts.

22. Un horno eléctrico libera energía calorífica a razón 50 $\frac{joules}{segundo}$. ¿Qué cantidad de energía en kilocalorías libera en 8 minutos? (1,0 J = 0,24 calorías)

Resolución

PRIMER PASO. Si cada minuto equivale a 60 segundos, el tiempo transcurrido es 480 segundos.

$$W = P.\Delta t = 50\frac{joules}{segundo}.480\ segundos = 24\,000\,J$$

SEGUNDO PASO. Pero cada joule equivale a 0,24 calorías.

$$W = 24\,000\ joule.\frac{0,24\,caloria}{1\,joule} = 5\,760\ calorias$$

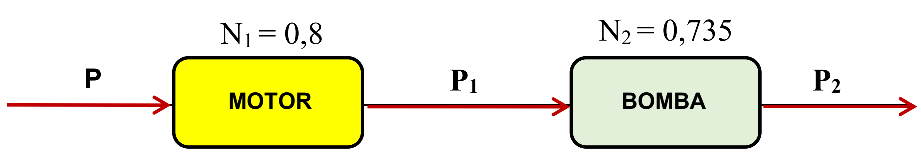
La cantidad de energía es: 5 760 calorías.

Respuesta: En 8 minutos libera 5,76 kilocalorías

23. Un motor eléctrico cuya eficiencia es el 80 % requiere una potencia de 3 kW para impulsar una bomba centrifuga cuya eficiencia es 73,5%. Si la bomba impulsa el agua hasta un tanque de un edificio, situado en la azotea, a razón de 0,44 m^3/min. Determinar la altura entre el reservorio y la azotea.

RESOLUCION

PRIMER PASO. La bomba impulsa 540 kg de agua al tanque en cada minuto. Si **P** es la potencia entregada al motor, la potencia útil **P₂** de la bomba tiene la siguiente forma:



$$P_2 = N_1 \bullet N_2 \bullet P \quad \Rightarrow \quad P_2 = (0,8)\bullet(0,735)\bullet(3000W) = 1764W$$

$$P_2 = 1764W$$

SEGUNDO PASO. La potencia se define como trabajo realizado en cada unidad de tiempo.

$$P_2 = \frac{m.g.h}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad 1764 = \frac{(540).(9,8).(h)}{60} \quad \Rightarrow \quad h = 20\,m$$

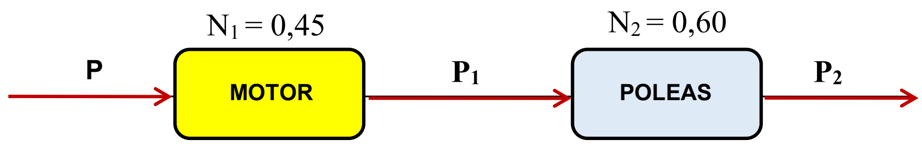
Respuesta: La altura que asciende el agua es 20 metros.

24. Un motor cuya eficiencia es 45% está conectado a un sistema de poleas cuya eficiencia es 60%. ¿Qué potencia habrá que suministrar al motor para que el sistema de poleas haga subir un bloque de 270 N de peso con velocidad constante de 5 m/s?

RESOLUCION

PRIMER PASO. La potencia útil $\mathbf{P_2}$ del sistema de poleas es:

$$P_2 = F \bullet V \quad \Rightarrow \quad P_2 = (270\,N) \bullet \left(5\,\frac{m}{s}\right) = 1350\,W$$



SEGUNDO PASO. Cálculo de la potencia entregada $\mathbf{P_1}$ en el proceso:

$$P_E = \frac{P_U}{N} \quad \Rightarrow \quad P_1 = \frac{P_2}{N_2} = \frac{1350}{0,6} = 2250\ W$$

TERCER PASO. Cálculo de la potencia entregada **P** en el proceso:

$$P_E = \frac{P_U}{N} \quad \Rightarrow \quad P = \frac{P_1}{N_1} = \frac{2250}{0,45} = 5000\ W$$

Respuesta: La potencia entregada al motor es 5 kilowatts.

25. Dos lanchas con potencias 3 kW y 12 kW desarrollan las velocidades de 36 km/h y 72 km/h, respectivamente. ¿Qué velocidad desarrollaran si lo enganchamos?

RESOLUCION

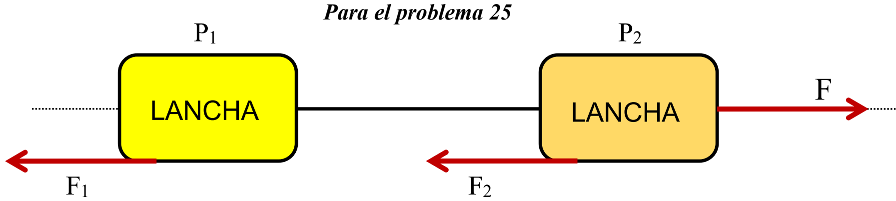
PRIMER PASO. Calculamos la fuerza desarrollada por cada motor.

$$F = \frac{P}{V} \quad \Rightarrow \quad F_1 = \frac{3000\ W}{10\ \frac{m}{s}} = 300\,N$$

$$F = \frac{P}{V} \quad \Rightarrow \quad F_2 = \frac{12000\ W}{20\ \frac{m}{s}} = 600\,N$$

SEGUNDO PASO. Analizamos al sistema formado por las dos lanchas enganchadas.

Para el problema 25



TERCER PASO. Analizando el sistema, la fuerza neta será: $F = F_1 + F_2 = 900\,N$

La potencia neta es: $P = P_1 + P_2 = 15000\,watts$

$$P = F \bullet V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{P}{F} = \frac{15000\,W}{900\,N} = \frac{50}{3}\left(m.s^{-1}\right) = 60\ \frac{km}{h}$$

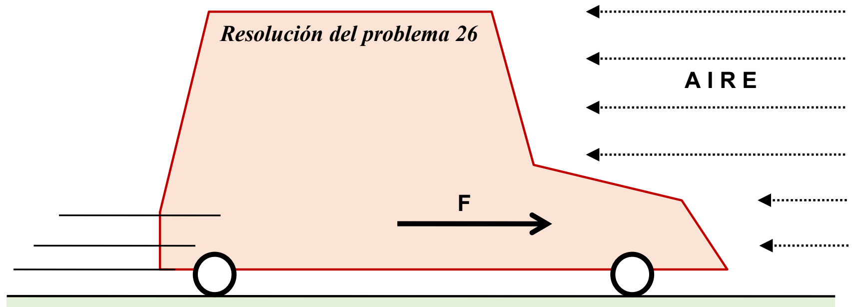
Respuesta: la velocidad del sistema es 60 km/h

26. Un automóvil que tiene un motor de 9 kW se mueve en línea recta sobre un plano horizontal alcanzando una velocidad máxima 108 km/h. Determinar la fuerza resultante máxima que ejerce el aire sobre el automóvil. Despreciar las pérdidas de energía debido al rozamiento.

RESOLUCION

PRIMER PASO. El motor del automóvil realiza trabajo mecánico en virtud a la variación de su "energía interna" cuando quema el combustible, según las leyes termodinámicas.

SEGUNDO PASO. El trabajo realizado por la fuerza del aire es negativo. Cuando el automóvil alcanza la velocidad máxima se mueve con velocidad constante, por consiguiente, el trabajo neto es nulo.



TERCER PASO. La fuerza desarrollada por el motor, es igual, a la fuerza del aire.

$$P = F \bullet V \quad \Rightarrow \quad 9000\ W = (F).\left(30\frac{m}{s}\right) \quad \Rightarrow \quad F = 300\ newtons$$

Respuesta: La fuerza del aire tiene el valor de 300 N.

27. Cuando una lancha a motor se desarrolla con velocidad constante, la fuerza de resistencia del agua es directamente proporcional a la velocidad. Si para mantener la velocidad de 36 km/h desarrolla una potencia de 3 kW, ¿Qué potencia se requiere para mantener una velocidad de 108 km/h?

RESOLUCION

PRIMER PASO. La fuerza desarrollada por el motor, es igual a la fuerza de resistencia del agua. La lancha se mueve con velocidad constante.

SEGUNDO PASO. La fuerza de resistencia del agua es directamente proporcional a la velocidad del cuerpo. $F = K.V \quad \Leftrightarrow \quad K : cons\tan te$

TERCER PASO. La potencia es igual al producto de la fuerza por la velocidad.

$$P = F.V \quad \Rightarrow \quad P = (K.V).V = K.(V)^2$$

CUARTO PASO: La potencia desarrollada por el motor es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad.

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(V_1)^2}{(V_2)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{P_2} = \frac{(10)^2}{(30)^2} \quad \Rightarrow \quad P_2 = 27\,kW$$

Respuesta: la potencia que requiere es 27 kilowatts.

28. Un horno eléctrico libera energía calorífica a razón 50 $\frac{calorias}{segundo}$. ¿Qué cantidad de energía en kilojoules libera en 5 minutos? (1 caloría = 4,2 J)

Resolución
PRIMER PASO. Si cada minuto equivale a 60 segundos, el tiempo transcurrido es 300 segundos.

$$W = P.\Delta t = 50\frac{calorias}{segundo}.300\ segundos = 1500\,calorias$$

SEGUNDO PASO. Pero cada caloría equivale a 4,2 joules.

$$W = 1500\,calorias.\frac{4,2\,joules}{1\,caloria} = 6300\,J$$

La cantidad de energía es: 6 300 joules.
Respuesta: En 5 minutos libera 6,3 kJ

29. Cuando un avión desarrolla velocidad constante, la fuerza de resistencia del aire es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad. Si para mantener la velocidad de **V** desarrolla una potencia de **P**, ¿Qué potencia se requiere para mantener el doble de la velocidad?
RESOLUCION
PRIMER PASO. La fuerza desarrollada por el motor, es igual a la fuerza de resistencia del aire. El avión se mueve con velocidad constante.
SEGUNDO PASO. La fuerza de resistencia del aire es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad del cuerpo. $F = K.(V)^2 \Leftrightarrow K: constante$
TERCER PASO. La potencia es igual al producto de la fuerza por la velocidad.

$$P = F.V \Rightarrow P = (K.V^2).V = K.(V)^3$$

CUARTO PASO: La potencia desarrollada por el motor es directamente proporcional al cubo de la velocidad.

$$\frac{P}{P_2} = \frac{(V)^3}{(2V)^3} \Rightarrow \frac{P}{P_2} = \frac{1}{8} \Rightarrow P_2 = 8.P$$

Respuesta: la potencia que requiere es 8 veces la potencia inicial.

30. ¿Cuál es la potencia desarrollada por una fuerza F que actúa sobre un cuerpo de 50 kg que le hace variar su velocidad de 16 m/s a 20 m/s en 10 segundos?
RESOLUCION
PRIMER PASO. Teorema de la energía cinética. El trabajo realizado por la fuerza F es igual a la variación de la energía cinética que experimenta el cuerpo.
SEGUNDO PASO. Aplicación de la fórmula:

$$W^F = \frac{1}{2}.m.(V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow W^F = \frac{1}{2}.m.(V_2 - V_1)\bullet(V_2 + V_1)$$

$$W^F = \frac{1}{2}.50.(4)\bullet(36) = 3600\,J$$

TERCER PASO. Cálculo de la potencia desarrollada por la fuerza F:

$$P = \frac{W^F}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{3600\,J}{10\,s} = 360\ watts$$

Respuesta: la potencia desarrollada es 360 W.

31. Determine la eficiencia de una máquina, sabiendo que la potencia perdida equivale al 25 % de la potencia útil.
Resolución

32. PRIMER PASO. La potencia absorbida (entregada) es igual a la suma de la potencia útil, más, la potencia perdida.

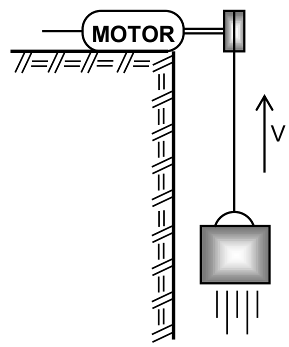
$$P_e = P_u + P_p \qquad P_e = P_u + \frac{1}{4}P_u \Rightarrow P_e = \left(\frac{5}{4}\right).P_u$$

SEGUNDO PASO. La eficiencia nos expresa la razón entre lo útil y lo suministrado a una máquina:

$$n = \frac{P_{UTIL}}{P_{ENTREGADA}} \Rightarrow n = \frac{P_u}{\frac{5}{4}P_u} = \frac{4}{5}$$

Respuesta: la eficiencia de la máquina es 0,8 u 80%.

33. El motor eléctrico mostrado es capaz de elevar un bloque de 150 kg con rapidez constante de 2,0 m/s, si su eficiencia es del 80%. Determine la potencia eléctrica (en kW) entregada al motor. $g = 10\,m.s^{-2}$



A) 6,25 B) 5,85 C) 3,75 D) 1,65 E) 1,25

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cálculo de la potencia útil desarrollada por el motor:

$$P_U = F \bullet V \Rightarrow P_U = (m.g) \bullet V$$

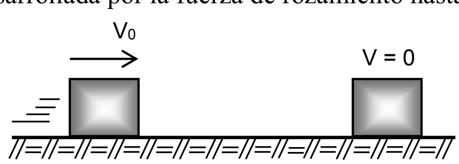
$$P_U = m.g.V = (150).(10).(2) = 3000\,watts$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de la potencia entregada al motor:

$$P_E = \frac{P_U}{\eta} \Rightarrow P_E = \frac{3000\ W}{0,8} = 3750\,watts$$

Respuesta: la potencia entregada al motor es 3,75 kilowatts.

34. Un bloque de 2,0 kg es lanzado horizontalmente sobre una superficie áspera de coeficiente de rozamiento cinético 0,5 con una rapidez de 20 m/s. Si el bloque tiene M.R.U.V, determine la potencia media (en watts) desarrollada por la fuerza de rozamiento hasta detenerse.



A) –100 B) +100 C) –80 D) +80 E) – 60

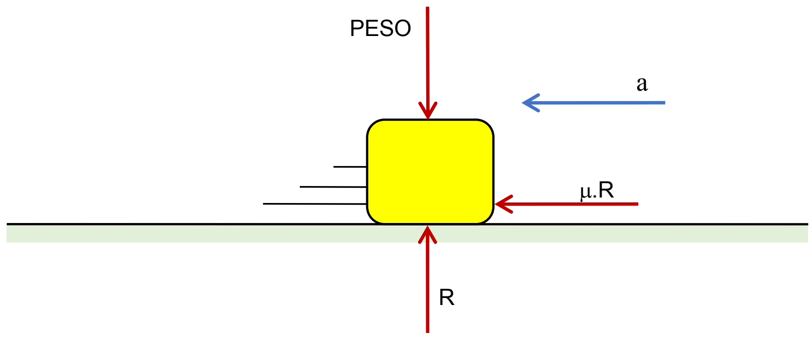
RESOLUCION

PRIMER PASO. Teorema de la energía cinética. El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento, es igual, a la variación de la energía cinética que experimenta el cuerpo.

SEGUNDO PASO. Aplicación de la fórmula:

$$W^F = \frac{1}{2}.m.\left(V_2^2 - V_1^2\right) \Rightarrow W^F = \frac{1}{2}.m.\left(V_2 - V_1\right) \bullet \left(V_2 + V_1\right)$$

$$W^F = \frac{1}{2}.2.\left(-20\right) \bullet \left(20\right) = -400 \, joules$$



TERCER PASO. Cálculo de la fuerza de rozamiento:

$$a = \mu.g \Rightarrow a = (0,5).(10) = 5\,m.s^{-2}$$

CUARTO PASO. Cálculo de la distancia que recorre aplicando las leyes del M.R.U.V:

$$\left(V_F\right)^2 = \left(V_0\right)^2 - 2.a.d \Rightarrow 0 = (20)^2 - 2.(5).d \Rightarrow d = 40\,m$$

QUINTO PASO. Cálculo del tiempo transcurrido aplicando las leyes del M.R.U.V:

$$V_F = V_0 - a.t \Rightarrow 0 = 20 - 5.(t) \Rightarrow t = 4\ s$$

SEXTO PASO. Cálculo de la potencia desarrollada por la fuerza de rozamiento.

$$P = \frac{W^{FRICCION}}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{-400\,J}{4\,s} = -100\ watts$$

Respuesta: la potencia desarrollada es -100 W.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. En la construcción se sube un balde de arena de 30 kg con rapidez constante de 3 m/s. Determinar la potencia que consume el motor que mueve el balde. (g = 10 m/s^2)
a) 90 W b) 180 c) 450 d) 900 e) 1 000

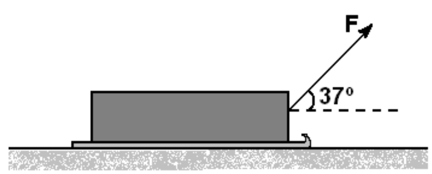
2. Un hombre de 60 kg sube corriendo por las escaleras hasta la azotea de un edificio de 200 m de alto tardándose 4 minutos. Calcule la potencia que desarrolló el hombre. (g = 10 m/s^2)
a) 500 W b) 600 c) 700 d) 800 e) 900

3. Una bomba de agua extrae cada 3 minutos 900 litros de agua desde una profundidad de 150 m. Calcule la potencia del motor. (g = 10 m/s^2)
a) 5,5 kW b) 6,0 c) 6,5 d) 7,0 e) 7,5

4. Un hombre de 60 kg sube por las escaleras de un edificio de 20 m de altura en 4 minutos. ¿Qué potencia desarrolló el hombre? (g = 10 m/s^2)
a) 80 W b) 90 c) 50 d) 120 e) 49

5. El motor de una grúa levanta con rapidez constante un bloque metálico de 100 kg a una altura de 20 m en 5 segundos. ¿Cuál es la potencia del motor en kW? (g = 10 m/s^2)
a) 2 kW b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

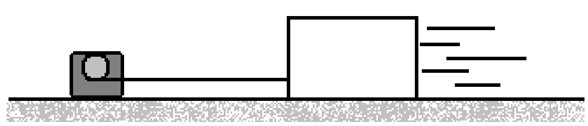
6. Un trineo es arrastrado por una fuerza constante de módulo F = 500 N sobre un piso de hielo. Calcular la potencia hecha por la fuerza cuando el trineo se desliza con rapidez constante de 5 m/s.



a) 210 W b) 140 W c) 160 W d) 180 W e) 200 W

7. ¿Cuál es la potencia de un motor (en watts) que acciona una bomba que saca 36 litros de agua por minuto de un pozo que tiene 30 m de profundidad? (g = 10 m/s^2)
a) 110 h) 200 c) 180 d) 225 e) 180

8. El bloque pesa 300 N y es jalado a velocidad constante a razón de 5 m/s. Calcular la potencia desarrollada por el motor. Coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el piso es 0,6.



a) 600 W b) 150 c) 300 d) 900 e) 750

9. Un ascensor eleva una carga total de 700 kg con rapidez constante de 3 m/s. Determinar la potencia que consume el motor del ascensor. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 21 kW b) 18 c) 45 d) 90 e) 2,1

10. Un hombre de 72 kg sube corriendo por las escaleras hasta la azotea de un edificio de 100 m de alto tardándose 5 minutos. Calcule la potencia que desarrolló el hombre. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 300 W b) 200 c) 240 d) 250 e) 340

11. Una máquina pierde, por medio de calor, 60 W. Si la potencia aprovechable llega a ser 140 W, ¿cuál es la eficiencia de dicha máquina?

a) 50% 6) 70% c) 75% d) 80% e) 85%

12. Un motor eléctrico disipa 60 J de energía en forma de calor mientras aprovecha 20 J como trabajo útil. Calcular la eficiencia de este motor.

a) 10% b) 15% c) 20% d) 25% e) 30%

13. Una grúa eleva hasta una altura de 3 m una carga de 800 N. Determinar la eficiencia del elevador, si en esta tarea consume 3 kJ.

a) 40% b) 50% c) 60% d) 70% e) 80%

14. Un ascensor eleva una carga total de 800 kg con rapidez constante de 2,5 m/s. Determinar la potencia que consume el motor del ascensor. ($g = 9{,}8\ m/s^2$)

a) 20 kW b) 18,6 c) 19,6 d) 21 e) 2,1

15. Determine la eficiencia de una máquina sabiendo que la potencia perdida equivale al 20% de la potencia útil.

a) 5/6 b) 3/4 c) 2/7 d) 1/2 e) 3/7

16. Un motor levanta un bloque de 50 N con una velocidad constante de 3 m/s, para ello requiere de 0,25 kW para su funcionamiento. ¿Cuál es su eficiencia?

a) 40% b) 50% c) 60% d) 75% e) 80%

17. Determine la eficiencia de una bomba hidráulica que consume 25 kilowatts, que lleva agua a un tanque que está a 60 metros de altura a razón de 2 kilolitros en cada minuto. ($g = 10\ m/s^2$)

A) 0,5 B) 0,6 C) 0,7 D) 0,8 E) 0,9

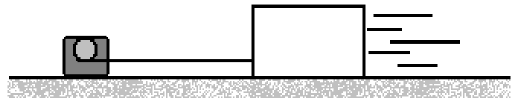
18. Una bomba hidráulica de eficiencia 80 % eleva 180 litros de agua por cada 5 minutos, desde un lago hasta una altura de 30 metros. Determine la potencia (en W) que consume el motor de la bomba hidráulica. ($g = 10\ m/s^2$)

A) 180 B) 300 C) 225 D) 200 E) 216

19. ¿Cuál es la potencia de un motor (en kW) que acciona una bomba que saca 36 kilolitros de agua por hora de un pozo que tiene 15 m de profundidad? ($g = 10\ m/s^2$)

a) 1,5 h) 2 c) 2,5 d) 2,25 e) 1,8

20. El bloque pesa 600 N y es jalado a velocidad constante a razón de 3 m/s. Calcular la potencia desarrollada por el motor. Coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el piso es 0,4.



a) 600 W b) 150 c) 300 d) 900 e) 720

21. Un bloque de 200 kg se desplaza horizontalmente con una rapidez constante de 10 m/s sobre una superficie rugosa ($\mu_k = 0{,}8$) por acción de una fuerza horizontal $\vec{F}$. Determine la potencia (en kW) desarrollada por la fuerza constante "F". ($g = 10 \ N/kg$)

A)80 B)64 C)62 D)40 E)16

22. Un bloque de 2 kg parte del reposo y realiza M.R.U.V con aceleración constante 0,5 m/s^2. Para el instante $t = 10 \ s$, calcular la potencia instantánea (en watts)

A)1,5 B)5,0 C)2,5 D)3,0 E)3,5

23. Determine la eficiencia de una bomba hidráulica que consume 25 kilowatts, que lleva agua a un tanque que está a 90 metros de altura a razón de 1 kilolitro en cada minuto. (g = 10 m/s^2)

A) 0,5 B) 0,6 C) 0,7 D) 0,8 E) 0,9

24. Marcar falso (F) o verdadero (V), respecto a la potencia mecánica.
I. La energía se puede medir en kilowatthora (kW-h)
II. La potencia mecánica es la rapidez con que se realiza trabajo mecánico.
III. La potencia mecánica se mide en watt (abreviado es W)

A) VVF B) FVV C) VFV D) VVV E) VFF

25. Marcar falso (F) o verdadero (V), respecto a la eficiencia.
I. No existe ninguna máquina o motor de eficiencia 100%.
II. La eficiencia señala el grado de perfeccionamiento de una máquina o motor.
III. La eficiencia es una cantidad adimensional.

A) VVF B) FVV C) VFV D) VVV E) VFF

26. Una máquina recibe una cantidad de trabajo de 300 J, de los cuales pierde 60 J. Determine la eficiencia de la máquina.

A) 0,60 B) 0,70 C) 0,80 D) 0,85 E) 0,90

27. Una máquina de eficiencia 75 % realiza un trabajo útil de 1,8 kJ en un minuto. Determine la potencia (en watts) entrega la máquina.

A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

28. El motor de un automóvil recibe 10 galones de gasolina de los cuales pierde 3 galones debido al calentamiento, sonido y combustión. Determine la eficiencia del motor.

A) 0,60 B) 0,70 C) 0,80 D) 0,85 E) 0,90

29. Desde una altura de 5 metros se abandona un cuerpo de masa 2 kg. Determine la potencia realizada por la fuerza de gravedad (en watts) hasta que el cuerpo llegue al piso. (g = 10 m/s^2)

A) 100 B) 120 C) 30 D) 80 E) 90

30. El motor de un bote desarrolla una potencia de 3 kW y lo lleva con rapidez de 2,5 (m/s). ¿Cuál es la fuerza de resistencia del agua (en kN) que se opone al movimiento del bote?
A) 1,00 B) 1,20 C) 0,30 D) 0,80 E) 0,90

31. El motor de una lancha le hace desarrollar a esta una velocidad de 36 km/h venciendo la fuerza de resistencia del agua de 3 kN que se opone al movimiento del bote. Determinar la potencia desarrollada por el motor (en kW).
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

32. Determinar la potencia (en kW) del motor de un ascensor cuando levanta la cabina con un peso total de 15 kN con velocidad 1,2 (m/s).
A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 25

33. El motor de un ascensor de eficiencia 80 % eleva verticalmente una carga total de 6 kN con rapidez de 4 m/s. Determinar la potencia (en kW) que entrega el motor. ($g = 10$ m/s^2)
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

34. ¿Qué potencia útil tiene el motor (en kW) de una bomba que eleva 18 kilolitros de agua por cada hora desde un lago hasta una altura de 60 metros? ($g = 10$ m/s^2)
A) 2,8 B) 2,9 C) 3,0 D) 3,1 E) 3,2

35. El motor de una bomba eleva 3,6 m^3 de agua hasta una altura de 40 m cada hora. Determine la potencia útil del motor (en watts). ($g = 10$ m/s^2)
A) 410 B) 420 C) 430 D) 400 E) 390

36. El motor de una bomba de agua de eficiencia 0,75 eleva 1 800 litros de agua cada hora hasta una altura de 30 m. Determine la potencia que entrega el motor (en watts). ($g = 10$ m/s^2)
A) 150 B) 190 C) 200 D) 220 E) 240

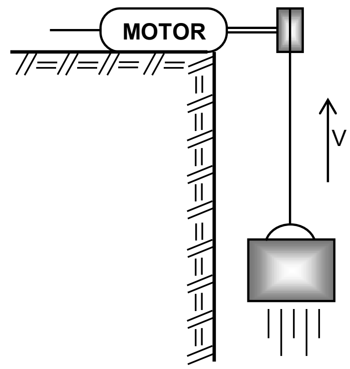
37. Un motor tiene una eficiencia de 80 % y consume una potencia constante de 10 kW. ¿En cuántos segundos efectuará un trabajo de 20 kJ?
A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

38. En una casa se requiere elevar agua hasta una altura de 10 m, para ello se utiliza una bomba hidráulica cuya eficiencia es 40%, si la bomba es capaz de elevar 600 litros de agua en 1 minuto, calcular la potencia que entrega la bomba (en kW). $(g = 10 \ N/kg)$
A)1 B)2 C)2,5 D)6 E)60

39. En un edificio se requiere elevar agua hasta una altura de 30 m, para ello se utiliza una bomba hidráulica cuya eficiencia es 80%, si la bomba es capaz de elevar 6000 litros de agua en cada hora, calcular la potencia que entrega la bomba (en watts). $(g = 10 \ N/kg)$
A)600 B)625 C)250 D)650 E)680

40. En un edificio se requiere elevar agua hasta una altura de 30 m, para ello se utiliza una bomba hidráulica cuya eficiencia es 75%, si la bomba es capaz de elevar 600 litros de agua en 1 minuto, calcular la potencia que entrega la bomba (en kW). $(g = 10 \ N/kg)$
A) 1 B) 2 C) 2,5 D) 6 E) 4

41. El motor eléctrico mostrado es capaz de elevar un bloque de 600 kg con rapidez constante de 0,8 m/s, si su eficiencia es del 75%. Determine la potencia eléctrica (en kW) entregada al motor. $\left(g = 10\ m/s^2\right)$



A) 6,25 B) 5,85 C) 3,75 D) 1,65 E) 6,40

42. Una máquina realiza una cantidad de trabajo neto de 600 J cada 20 segundos. Determinar la potencia que desarrolla la máquina (en watts).

a) 600 W b) 60 c) 20 d) 70 e) 30

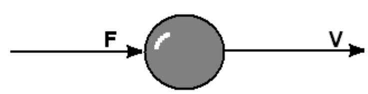
43. Un martillo mecánico realiza una cantidad de trabajo neto de 1200 J cada 50 segundos. Determinar la potencia que desarrolla la máquina (en watts).

a) 24 W b) 60 c) 20 d) 70 e) 30

44. Una bomba de agua realiza una cantidad de trabajo neto de 720 J cada minuto. Determinar la potencia que desarrolla la bomba (en watts).

a) 24 W b) 60 c) 20 d) 12 e) 30

45. La esfera se mueve con rapidez constante de 2,5 m/s por acción de la fuerza de valor F = 40 N. Determine la potencia desarrollada por la fuerza "F" en watts.



a) 50 W b) 250 c) 200 d) 150 e) 100

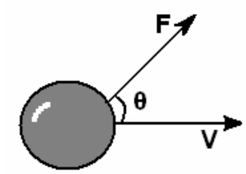
46. ¿Qué potencia consume el motor de un automóvil cuando se desplaza a razón de 72 km/h venciendo una fuerza de resistencia de 180 N?

a) 5,1 kW b) 5,2 c) 5,4 d) 3,6 e) 5,8

47. Un niño levanta un libro de 0,8 kg hasta una altura de 1,2 m tardándose 5 segundos. ¿Qué potencia fue desarrollada por el niño? (g = 10 m/s²)

a) 1,92 W b) 1,54 W c) 3,35 W d) 4,25 e) 5,68 W

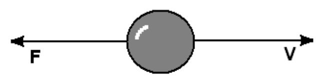
48. La fuerza "F" de valor 50 N desarrolla una potencia de 300 W. si la rapidez instantánea es V = 10 m/s, ¿cuál es la medida del ángulo "θ"?



a) 30° b) 53° c) 37° d) 45° e) 60°

49. La potencia de una plancha es de 800 W. ¿Qué trabajo efectúa en 5 minutos?
a) 190 kJ b) 210 c) 360 d) 350 e) 240

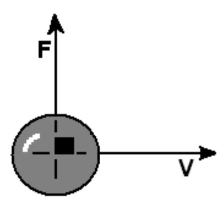
50. Encontrar el valor de la rapidez "V" si en el instante mostrado el valor de la fuerza es F = 15 N y la potencial instantánea es -450 W.



a) 35 m/s b) 20 c) 25 d) 40 e) 30

51. La potencia del motor de una licuadora doméstica es de 60 W. ¿Qué trabajo efectúa en 10 minutos?
a) 19 kJ b) 21 c) 36 d) 35 e) 37

52. Determine la potencia de la fuerza "F" de valor 40 N, en el instante que la esfera tiene rapidez de V = 15 m/s.



a) -10 W b) 600 c) 30 d) 300 e) 0

53. ¿Cuál es la potencia de un motor que lleva 100 litros de agua por minuto a una altura de 6 m? (g = 9,8 m/s^2)
a) 98 W b) 60 c) 100 d) 196 e) 490

54. Una persona de 50 kg sube por una cuesta de 37° de inclinación con velocidad de 9 km/h. ¿Qué potencia desarrolla la persona? (g = 10 m/s^2)
a) 600 W b) 750 c) 800 d) 1 500 e) 1 600

55. Una persona de 700 N de peso sube por una pendiente de 75% con velocidad constante de 18 km/h. ¿Qué potencia desarrolla la persona? (g = 9,8 m/s^2)
a) 700 W b) 1 500 c) 3 000 d) 2 100 e) 3 600

56. Una máquina transportadora, en el transcurso de 40 segundos eleva una carga de 160 kg hasta una altura de 2 m. ¿Qué potencia desarrolla la máquina? (g = 10 m/s^2)

a) 80 W b) 90 c) 100 d) 110 e) 120

57. ¿Cuál es la potencia de un hombre al andar sobre un pantano?, si durante dos minutos da 40 pasos y con cada paso realiza 30 J de trabajo.

a) 10 W b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

58. La potencia del motor de un ventilador doméstico es de 35 W. ¿Qué trabajo efectúa en 10 minutos?

a) 19 kJ b) 21 c) 23 d) 25 e) 27

59. ¿Cuál es la potencia de un motor (en watts) que acciona una bomba que saca 180 litros de agua por minuto de un pozo que tiene 30 m de profundidad? (g = 10 m/s^2). Considere la densidad del agua, $\delta_{AGUA} = 1 \frac{kg}{litro}$

a) 990 h) 200 c) 180 d) 900 e) 180

60. ¿Qué potencia tiene el motor de una bomba (en HP) que eleva 18 000 litros de agua por hora de un pozo que tiene 30 m de profundidad? Considere g = 10 m/s^2 y 1 HP = 746 watts.
(Examen UNI 1987 – I)

A) 10 B) 3 C) 1,5 D) 2 E) 1,6

61. Determine la eficiencia de una bomba hidráulica que consume 4 kilowatts, que lleva agua a un tanque que está a 6 metros de altura a razón de 2 m^3 en cada minuto. (g = 10 m/s^2)
(Examen UNI 1999 – I)

A) 0,5 B) 0,6 C) 0,7 D) 0,8 E) 0,9

62. Una bomba hidráulica de eficiencia 80 % eleva 180 litros de agua por cada 5 minutos, desde un lago hasta una altura de 30 metros. Determine la potencia (en W) que consume el motor de la bomba hidráulica. (g = 10 m/s^2) (Examen UNI 2000 – I)

A) 180 B) 300 **C**) 225 D) 200 E) 216

63. Un motor eléctrico de 60% de eficiencia requiere de 4 kW para impulsar una bomba centrífuga de 75,5% de rendimiento, la cual a su vez bombea agua hacia el tanque de un edificio situado en su azotea, a razón de 0,48 m^3/min. Determinar, en metros, la altura aproximada del edificio. (g = 10 m/s^2)

A) 20,05 B) 22,05 C) 25,05 D) 27,55 E) 30,05

64. Marcar falso (F) o verdadero (V), respecto a la potencia mecánica.
I. La energía se puede medir en kilowatthora (kW-h)
II. La potencia mecánica es la rapidez con que se realiza trabajo mecánico.
III. La potencia mecánica se mide en watt (abreviado es W)

A) VVF B) FVV C)VFV D) VVV E) VFF

65. Marcar falso (F) o verdadero (V), respecto a la eficiencia.
I. No existe ninguna máquina o motor de eficiencia 100%.
II. La eficiencia señala el grado de perfeccionamiento de una máquina o motor.
III. La eficiencia es una cantidad adimensional.
A) VVF B) FVV C)VFV D) VVV E) VFF

66. Una máquina recibe una cantidad de trabajo de 300 J, de los cuales pierde 60 J. Determine la eficiencia de la máquina.
A) 0,60 B) 0,70 C) 0,80 D) 0,85 E) 0,90

67. Una máquina de eficiencia 75 % realiza un trabajo útil de 1,8 kJ en un minuto. Determine la potencia (en watts) entrega la máquina.
A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

68. El motor de un automóvil recibe 10 galones de gasolina de los cuales pierde 3 galones debido al calentamiento, sonido y combustión. Determine la eficiencia del motor.
A) 0,60 B) 0,70 C) 0,80 D) 0,85 E) 0,90

69. Desde una altura de 5 metros se abandona un cuerpo de masa 2 kg. Determine la potencia realizada por la fuerza de gravedad (en watts) hasta que el cuerpo llegue al piso. ($g = 10\ m/s^2$)
A) 100 B) 120 C) 30 D) 80 E) 90

70. El motor de un bote desarrolla una potencia de 3 kW y lo lleva con velocidad de 2,5 **i** (m/s). ¿Cuál es la fuerza de resistencia del agua (en kN) que se opone al movimiento del bote?
A) -1,2 **i** B) -1,4 **i** C) -1,6 **i** D) -1,8 **i** E) -2,2 **i**

71. El motor de una lancha le hace desarrollar a esta una velocidad de 36 **i** (km/h) venciendo la fuerza de resistencia del agua de -3**i** kN que se opone al movimiento del bote. Determinar la potencia desarrollada por el motor (en kW).
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

72. Determinar la potencia (en kW) del motor de un ascensor cuando levanta la cabina con un peso total de 15 kN con velocidad 1,2 **j** (m/s).
A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 25

73. El motor de un ascensor de eficiencia 80 % eleva verticalmente una carga total de 6 kN con rapidez de 4 m/s. Determinar la potencia (en kW) que entrega el motor. ($g = 10\ m/s^2$)
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

74. Un ascensor sube con velocidad constante de 1,25 **j** m/s. Determine su masa total (en kg), si se sabe que su motor entrega una potencia de 2,5 HP.
(1 HP = 746 watts) ($g = 10\ m/s^2$)
A) 375 B) 149,2 C) 342,5 D) 125 E) 242

75. ¿Qué potencia útil tiene el motor (en kW) de una bomba que eleva 18 kilolitros de agua por cada hora desde un lago hasta una altura de 60metros?
A) 2,8 B) 2,9 C) 3,0 D) 3,1 E) 3,2

76. El motor de una bomba eleva 3,6 m^3 de agua hasta una altura de 40 m cada hora. Determine la potencia útil del motor (en watts). ($g = 10\ m/s^2$)
A) 410 B) 420 C) 430 D) 400 E) 390

77. El motor de una bomba de agua de eficiencia 0,75 eleva 1 800 litros de agua cada hora hasta una altura de 30 m. Determine la potencia que entrega el motor (en watts). ($g = 10\ m/s^2$)
A) 150 B) 190 C) 200 D) 220 E) 240

78. Un horno eléctrico libera energía calorífica a razón 50 $\dfrac{calorias}{segundo}$. ¿Qué cantidad de energía en kilojoules libera en 5 minutos? (1 caloría = 4,2 J)
A) 60 B) 61 C) 62 D) 63 E) 64

79. Un motor que tiene una potencia útil de 180 W eleva cargas hasta una cierta altura funcionando durante 10 horas. Si su eficiencia es 90 %, calcule la energía que consume en dicho tiempo (en kW-h)
A) 3 B) 2 C) 3 D) 1,8 E) 2,2

80. Un horno eléctrico libera energía calorífica a razón 50 $\dfrac{joules}{segundo}$. ¿Qué cantidad de energía en kilocalorías libera en 8 minutos? (1 J = 0,24 calorías)
A) 4,76 B) 5,76 C) 6,76 D) 7,76 E) 8,76

81. Un proyectil se dispara con una velocidad de 40 **j** m/s, si su masa es de 5 kg, calcule la potencia (en W) que desarrolla su peso en los primeros 5 segundos de su movimiento. ($g = 10\ m/s^2$)
A) -750 B) 250 C) - 250 D) 25 E) 800

82. Un motor tiene una eficiencia de 80 % y consume una potencia constante de 10 kW. ¿En que tiempo efectuará un trabajo de 20 kJ?
A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

83. Un bloque de 40 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. ¿Qué potencia útil (en W) debe consumir para que, en 10 segundos, alcance una rapidez de 40 m/s?
A) 1,6 B) 1 600 C) 160 D) 320 E) 230

84. Un ciclista cuyo peso total tiene un valor de 800 N, sube con rapidez constante de 36 km/h sobre un plano inclinado que forma 30° con la horizontal. Desprecie la fuerza de resistencia del aire. Determinar la potencia desarrollada por el ciclista (en kW).
A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5

85. * Una escalera automática tiene una pendiente de 37° y una rapidez media de 2 m/s. Si se desea que transporte simultáneamente 50 personas con un peso promedio de valor 700 N cada una. ¿Qué potencia se le debe suministrar al motor (en HP) cuya eficiencia es 8 0 %. Considere 1 HP = 750 watts.
A) 70 B) 56 C) 180 D) 100 E) 45

86. ¿Cuál es la potencia desarrollada (en watts) por una fuerza horizontal que actúa sobre un cuerpo de masa 50 kg, haciéndole variar su rapidez de 16 m/s a 20 m/s en 10 segundos?
A) 300 B) 320 C) 340 D) 360 E) 380

87. Cuando una lancha a motor se desplaza con velocidad constante la fuerza de resistencia del agua al desplazamiento es directamente proporcional a la velocidad. Si para mantener una rapidez de 36 km/h desarrolla una potencia de 3 kW, ¿Qué potencia (en kW) se requiere para mantener una rapidez de 72 km/h?
A) 10 B) 15 C) 12 D) 25 E) 13

88. Determine la eficiencia de una máquina, sabiendo que la potencia perdida equivale al 25 % de la potencia útil.
A) 60 % B) 70 % C) 75 % D) 80 % E) 85 %

89. La eficiencia de un motor es 70 %, si se sabe que puede efectuar un trabajo útil de 280 joules, ¿Qué cantidad de trabajo (en J) se pierde en vencer ciertas resistencias?
A) 115 B) 118 C) 120 D) 122 E) 125

90. El motor de un motor desarrolla una potencia de 9 kW y se mueve con velocidad 108 **i** (km/h). Desprecie las pérdidas de energía debido al rozamiento. Determinar la fuerza resultante (en N) que ejerce el aire sobre el camión.
A) -320 **i** B) -310 **i** C) -300 **i** D) -290 **i** E) -280 **i**

91. Una terma eléctrica de potencia 2 kW funciona durante 2 horas cada día. Si el costo de cada kilowatthora es $ 0,50 USA, ¿cuánto (en $) se pagará en 30 días?
A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 90

92. Aproximadamente qué potencia (en HP) tiene el motor de una bomba que eleva 18 mil litros de agua por hora de un pozo que tiene 30 metros de profundidad.
Considere: 1 HP = 746 watts, $g = 10\ m/s^2$.
A) 10 B) 3 C) 1,5 D) 2 E) 1,6

93. Un motor que tiene una potencia útil de 80 kW eleva cargas hasta una cierta altura funcionando durante 50 horas. Si su eficiencia es 80 %. Determine la energía que consume en dicho tiempo (en MWh).
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

94. El motor de un automóvil desarrolla una potencia de 20 HP cuando el automóvil tiene una rapidez de 50 km/h. Si la fuerza de resistencia al avance es proporcional a la rapidez, ¿qué potencia (en HP) desarrollará el motor cuando el auto tenga rapidez de 100 km/h?
A) 20 B) 40 C) 5 D) 10 E) 80

95. El motor de un automóvil desarrolla una potencia de 80 HP cuando el automóvil tiene una rapidez de 90 km/h. Si la fuerza de resistencia al avance es proporcional al cuadrado de la rapidez, ¿Qué potencia desarrolla el motor cuando el auto lleva una rapidez constante de 45 km/h?
A) 20 B) 40 C) 5 D) 10 E) 80

96. Desde una altura de 20 metros se abandona un cuerpo de masa 0,2 kg. Determine la potencia realizada por la fuerza de gravedad (en watts) hasta que el cuerpo llegue al piso. ($g = 10\ m/s^2$)
A) 16 B) 20 C) 30 D) 18 E) 22

97. * Un automóvil de 1 500 kg acelera uniformemente desde el reposo hasta adquirir una rapidez de 10 m/s, en 3 s. Calcular:
I. La potencia promedio (en kW) entregada por el motor en los primeros 3 segundos, y
II. La potencia (en kW) instantánea entregada por el motor en t = 2 s.
A) 35 y 4,5 B) 25 y 33,3 C) 25 y 1,9 D) 10 y 1,5 E) 8 y 2,5

98. Calcule la eficiencia de una máquina, sabiendo que la potencia perdida es la cuarta parte de la potencia útil.
A) 70 % B) 50 % C) 60 % D) 80 % E) 40 %

99. Calcule la potencia desarrollada por una fuerza de módulo F, sobre un cuerpo de 50 kg, si su rapidez varía de 16 m/s a 20 m/s en 10 s.
A) 400 W B) 350 W C) 380 W D) 450 W E) 360 W

100. La eficiencia de una máquina es 0,7 y se sabe que la cantidad de trabajo útil es de 280 J, ¿Qué cantidad de trabajo se pierde?
A) 280 W B) 200 W C) 150 W D) 120 W E) 185 W

101. Determine la potencia en watts requerida para levantar un piano de 250 kg una altura de 20 m al cabo de 1 minuto en equilibrio.
A) 346,6 B) 25,7 C) 45,8 D) 745,2 E) 833,3

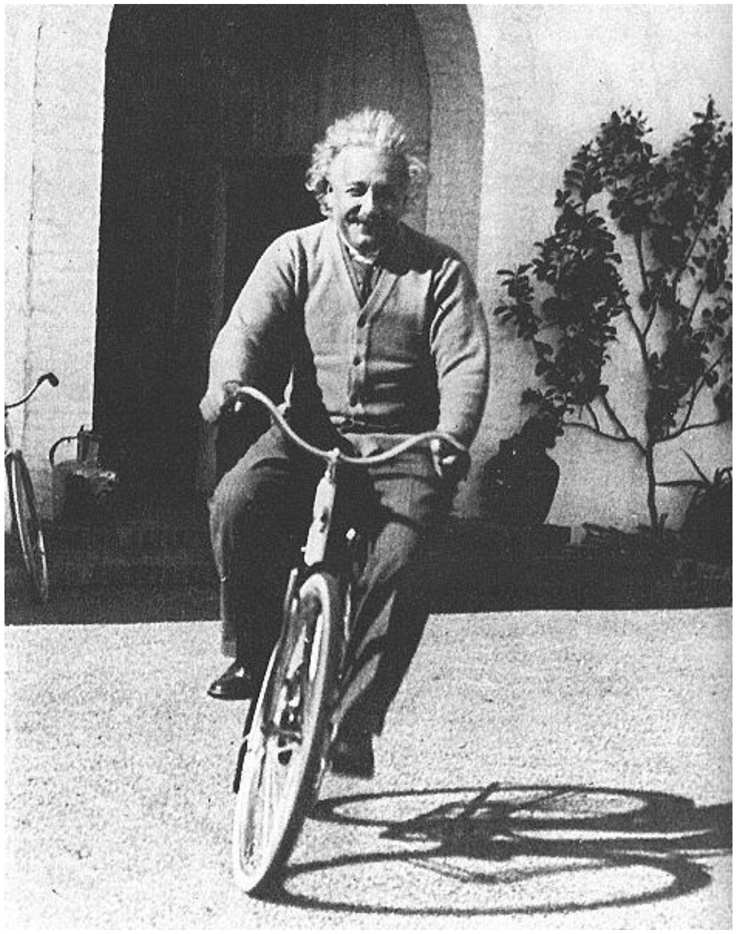
102. La fuerza necesaria para remolcar un bote con rapidez constante, es proporcional a su velocidad. Si cuando alcanza una rapidez de 2 m/s se requiere 100 W, determine la potencia necesaria para alcanzar una rapidez de 6 m/s.
A) 100 W B) 200 W C) 300 W D) 600 W E) 900 W

103. Un cuerpo de 4 kg se deja en libertad desde una altura de 5 m. determine el valor de la potencia media, desarrollada por la fuerza de gravedad durante toda la caída.
A) 100 W B) 200 W C) 300 W D) 400 W E) 500 W

104. Una esfera de 3 kg cae desde una altura de 10 m hacia la superficie terrestre con una rapidez constante de 2 m/s, debido a la resistencia del aire. ¿Qué potencia desarrolla la resistencia del aire sobre la esfera?
A) 50 W B) 60 W C) 70 W D) 90 W E) 110 W

105. Una canastilla con 30 kg de cemento, se eleva verticalmente mediante un motor con rapidez constante de 10 m/s. ¿Cuál es la potencia del motor?
A) 3 kW B) 4 kW C) 2 kW D) 1 kW E) 5 kW

ENERGÍA MECÁNICA



1. CONCEPTO DE ENERGÍA.

La **energía** es uno de los conceptos más importantes de la Física, y tal vez el término "energía" es uno de los que más se utilizan ahora en nuestro lenguaje cotidiano. Así, a pesar de que es muy difícil de definir, en pocas palabras, lo que es energía, ya estamos acostumbrados a emplear esta palabra y ya se tiene, por tanto, cierta comprensión de su significado. En la Física el concepto suele introducirse diciendo que "**la energía representa la capacidad de realizar trabajo**". Así, diremos que un cuerpo posee energía cuando es capaz de realizar trabajo. Por ejemplo, una persona es capaz de realizar trabajo de levantar un bloque debido a la "energía" que le proporcionan los alimentos que ingiere. Del mismo modo, el vapor de agua de una caldera posee "energía", puesto que es capaz de efectuar trabajo de mover las turbinas de una planta de generación eléctrica.

Como la **energía** se puede relacionar con el **trabajo**, también es una cantidad escalar. En consecuencia, la energía se mide con las mismas unidades de trabajo, es decir la energía se mide en **joules**.

2. ENERGÍA CINÉTICA (E_K)

Es la magnitud física escalar que sirve para expresar la medida cuantitativa del movimiento mecánico de los cuerpos o partículas en virtud a su **velocidad** respecto de un sistema de referencia.

GOTA 1. La energía cinética es relativa.

La cantidad de energía cinética está dada por la siguiente ecuación:

$$E_K = \frac{m.V^2}{2}$$

Está dada pues por el semiproducto de la masa del cuerpo por el cuadrado de la velocidad.

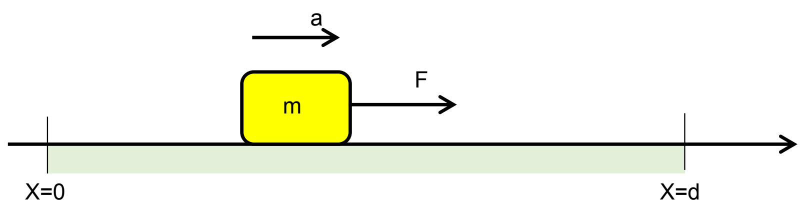
Unidades:

m: masa del cuerpo (kg)

v: módulo de la velocidad o rapidez (m/s)

E_k: energía cinética (J)

DEMOSTRACIÓN. El trabajo realizado por la fuerza constante F es igual a la energía cinética que ad quiere el cuerpo de masa "m" después de un desplazamiento "d".



$$E_C = W_{A\to B}^{F} = F.d = (m.a).d$$

$$E_C = (m).(a.d) \quad \Leftrightarrow \quad M.R.U.V: a.d = \frac{(V_F)^2 - (V_0)^2}{2}$$

$$E_C = \frac{m.(V_F)^2}{2} - \frac{m.(V_0)^2}{2} \quad donde: V_0 = 0 \;\; y \;\; V_F = V$$

$$E_C = \frac{m.(V)^2}{2} \quad \ldots (1)$$

GOTA 2. La energía cinética es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad.

EJEMPLO 01: Calcule la cantidad de energía cinética asociada a un automóvil de 1 000 kg con una rapidez de 20 m/s.

Resolución

Cálculo de la cantidad de energía cinética:

$$E_k = \frac{m.v^2}{2} \Rightarrow E_k = \frac{1000.(20)^2}{2} = 200\,000 J$$

$$E_k = 200\, k\, J$$

Respuesta: la cantidad de energía cinética es 200 kJ.

EJEMPLO 02: Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una piedra de 200 gramos con una rapidez de 3 m/s.

Resolución
La masa se reemplaza en kilogramos: m = 200 gramos = 0,2 kg
Cálculo de la cantidad de energía cinética:

$$E_k = \frac{m.v^2}{2} \Rightarrow E_k = \frac{0,2.(3)^2}{2} = 0,9\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía cinética es 0,9 J.

3. ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA (E_{pg})

Es la magnitud física escalar definida como la capacidad que tiene un cuerpo para realizar trabajo mecánico en virtud a su posición dentro del campo gravitatorio, respecto de un sistema de referencia, entonces la energía potencial es relativa.

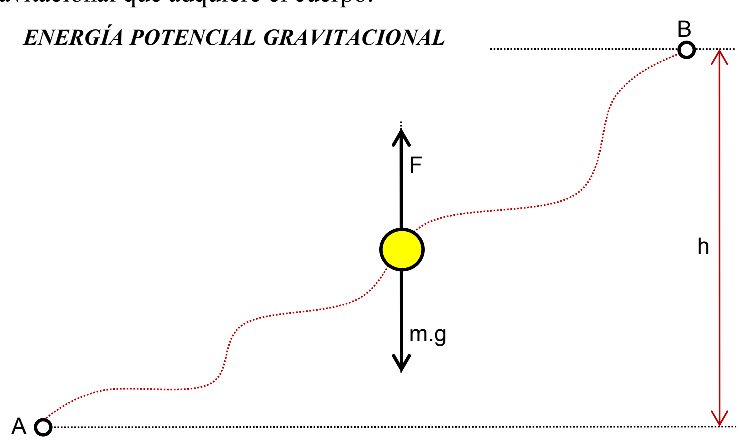
$E_{pg} = m.g.h$

La cantidad de energía potencial gravitatoria es igual al producto la fuerza de gravedad (mg) por la altura (h).

Unidades:
m : masa del cuerpo (kg)
g : módulo de la aceleración de la gravedad (en m/s^2)
h : altura o distancia vertical (m)
E_{pg} : energía potencial (J)

DEMOSTRACIÓN. El trabajo hecho por una fuerza constante F para trasladar un cuerpo de masa "m" lentamente desde abajo hasta arriba, ascendiendo una altura "h", es igual a la energía potencial gravitacional que adquiere el cuerpo.

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL



$$E_{pg} = W_{A \to B}^{F} = F.d = +(m.g).h$$

$$E_{pg} = +m.g.h \quad \textbf{... (2)}$$

Observación:
Si la altura "h" es tomada por debajo de la línea de referencia, la energía potencial gravitatoria será negativa.

EJEMPLO 01: Calcule la cantidad de energía potencial gravitatoria de una roca de 2 toneladas que se encuentra a 200 m de la superficie terrestre. (g = 10 m/s^2)
Resolución
La masa se reemplaza en kilogramos: m = 2 Tn = 2 000 kg. Cálculo de la cantidad de energía potencial:

$$E_{pg} = m.g.h \;\Rightarrow\; E_{pg} = 2\,000.10.200 = 4\,000\,000\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía potencial gravitatoria es 4 M J.

EJEMPLO 02: Calcule la cantidad de energía potencial gravitatoria de una pelota de 400 gramos que se encuentra a 2,5 cm de la superficie terrestre. (g = 10 m/s^2)

Resolución
la masa se mide en kilogramos: m = 0,4 kg y la altura en metros: h= 0,025 m. Cálculo de la cantidad de energía potencial:

$$E_{pg} = m.g.h \;\Rightarrow\; E_{pg} = 0{,}4.10.0{,}025 = 0{,}1\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía potencial gravitatoria es 0,1 J.

4. ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA (E_{PE})

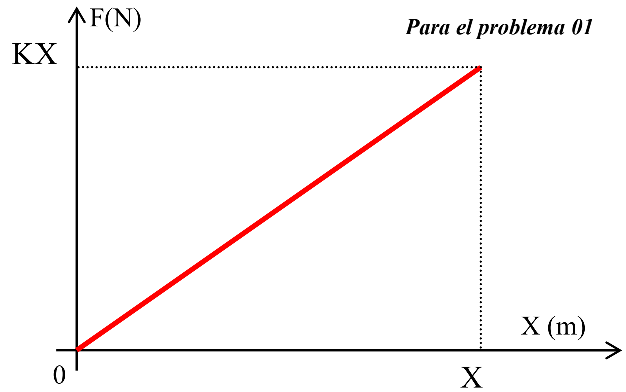
Es la magnitud física escalar, que nos expresa aquella energía de los cuerpos elásticos (resortes) cuando se les deforma parcialmente al estirarse o comprimirse longitudinalmente.

$$E_{pe} = \frac{K.x^2}{2}$$

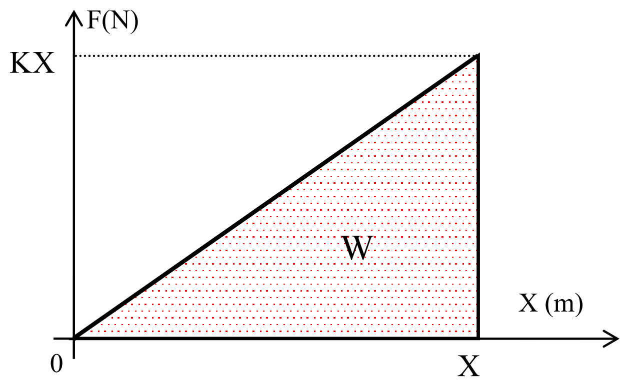
La cantidad de energía potencial elástica acumulada por el resorte, es directamente proporcional al cuadrado de la deformación "x" del resorte.

Unidades:
K : constante elástica, depende del material y de la forma del resorte.
x : deformación del resorte por alargamiento o aplastamiento (m)
E_{pe} : energía elástica (J)

DEMOSTRACIÓN. Al estirar un resorte una longitud X, la fuerza externa varía desde cero, hasta F = KX. Calcular la cantidad de trabajo desarrollado sobre el resorte.



RESOLUCIÓN



PRIMER PASO: El módulo de la fuerza varía linealmente, desde 0 hasta KX. La cantidad de trabajo hecho sobre el resorte es igual al producto de la fuerza media, por la distancia "d".

$$F_{media} = \frac{F_{inicial} + F_{final}}{2} = \frac{0 + KX}{2} = \frac{KX}{2}$$

$$d = X_{final} - X_{inicial} = X - 0 = X$$

La cantidad de trabajo es:

$$W_{i\to f}^{F} = F_{MEDIA}.d = \frac{KX}{2}.(X) = \frac{KX^2}{2}$$

La cantidad de trabajo hecho es numéricamente al área bajo el segmento de recta (en general bajo la curva) cuando la fuerza varía en función de la posición sobre el eje X.

$$W_{i\to f}^{F} = Area_{\triangle} = \frac{base\ .\ altura}{2}$$

Reemplazando los datos:

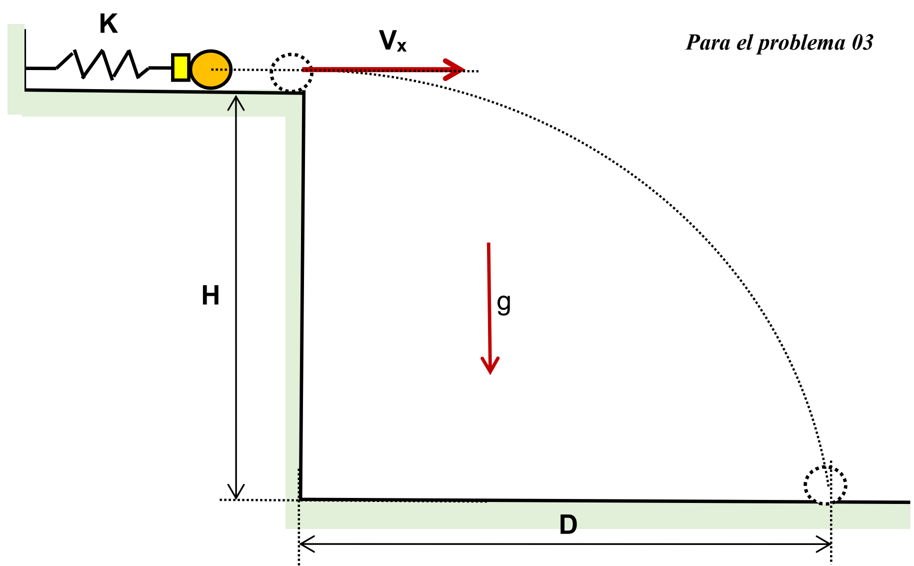
$$W_{i\to f}^{F} = \frac{(X)(KX)}{2} = \frac{KX^2}{2} \quad \ldots (3)$$

EJEMPLO 02: Calcule la cantidad de energía potencial elástica asociada a un resorte de constante elástica 1 000 N/m que se encuentra deformada 20 cm.
Resolución
La cantidad de energía elástica es directamente proporcional a la deformación del resorte:

$$E_{pe} = \frac{K.x^2}{2} = \frac{(1000N/m).(0,2m)^2}{2} = 20\,J$$

Respuesta: la cantidad de energía potencial elástica es 20 joules.

EJEMPLO 03. Se muestra el instante en que el resorte de constante elástica K= 200 N/m se encuentra comprimido X=20 cm. Sabiendo que la esfera de 1 kg es impulsada horizontalmente desde la altura H = 10 m, determine el alcance horizontal "D". Desprecie toda forma de rozamiento. $\left(g = 10\ m/s^2\right)$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Principio de conservación de la energía mecánica. La energía potencial elástica se transforma en energía cinética.

$$E_{ELASTICA} = E_{CINETICA} \Rightarrow \frac{K.(X)^2}{2} = \frac{m.(V_X)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$\frac{(200).(0,2)^2}{2} = \frac{(1).(V_X)^2}{2} \Rightarrow V_X = 2\sqrt{2}\ \frac{m}{s}$$

La esfera sale disparada horizontalmente.

SEGUNDO PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical la rapidez inicial es nula. Cálculo del tiempo de vuelo:

$$V_{0y} = 0\ \frac{m}{s}$$

$$H=\frac{g.t^2}{2} \Rightarrow 10=\frac{(10).t^2}{2} \Rightarrow t=\sqrt{2}\ s$$

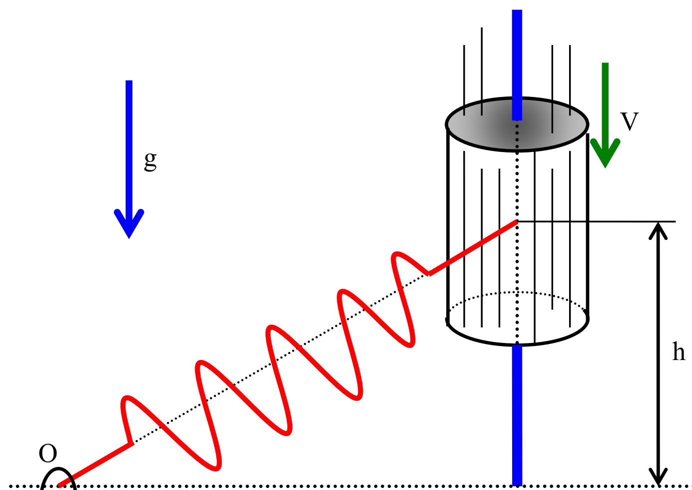
TERCER PASO: En el eje horizontal la rapidez es constante. Aplicamos el M.R.U.

$$D=V_X \bullet t_V \Rightarrow D=\left(2\sqrt{2}\right)\bullet\left(\sqrt{2}\right) \Rightarrow D=4\ m$$

Respuesta: el alcance horizontal es 4 metros.

5. ENERGÍA MECÁNICA (EM)

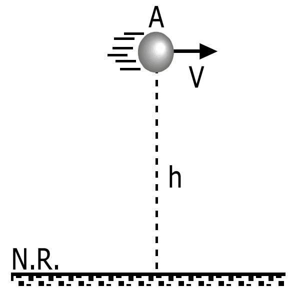
La energía mecánica de una partícula o un sistema de partículas en cada instante de tiempo es igual a la suma de la cantidad de energía cinética más la cantidad de energía potencial (gravitatoria y/o elástica), respecto de un sistema de referencia.



En la figura, el cilindro de masa "m" se mueve sobre una guía vertical (barra) con velocidad "V", asociado a un resorte de constante elástica "K" cuya longitud cambia en cada instante, entonces el sistema (masa + resorte) tiene energía potencial (gravitatoria y elástica) y energía cinética respecto del sistema de referencia "O".

$$EM = E_K + E_P \Rightarrow EM=\frac{m.V^2}{2}+m.g.h+\frac{K.x^2}{2} \qquad \text{…. (4)}$$

EJEMPLO 01: Se muestra una partícula de 200 gramos en movimiento, con rapidez 4 m/s y a 3 metros del piso en un instante. Determine la cantidad de energía mecánica de la partícula respecto del nivel de referencia. (g = 10 m/s^2)



Resolución
La masa se mide en kilogramos, m = 0,2 kg. Cálculo de la cantidad de energía mecánica:

$$EM = \frac{m.V^2}{2} + m.g.h \;\Rightarrow\; EM = \frac{0{,}2.(4)^2}{2} + 0{,}2.10.3 = 7{,}6\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía mecánica es 7,6 J.

EJEMPLO 02: Un avión de papel de 50 gramos tiene rapidez 8 m/s en el instante que se encuentra a 3 metros del piso. Determine la cantidad de energía mecánica (en J) del avión respecto del piso. (g = 10 m/s^2)

Resolución
La masa se mide en kilogramos, m = 0,05 kg. Cálculo de la cantidad de energía mecánica:

$$EM = \frac{m.V^2}{2} + m.g.h \;\Rightarrow\; EM = \frac{0{,}05.(8)^2}{2} + 0{,}05.10.3 = 3{,}1\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía mecánica es 3,1 J.

6. PRINCIPIO GENERAL DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

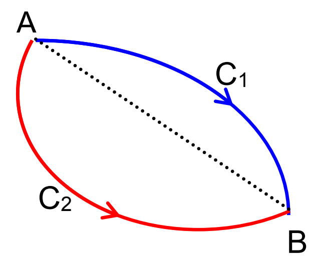
La energía se puede transformar de una forma a otra, pero no puede ser creada ni destruida. De manera que la energía total es constante.

“La energía no se crea ni se destruye sólo se transforma”
Principio de conservación de la masa:

“La masa no se crea ni se destruye sólo se redistribuye”
Acerca de la materia, los filósofos Demócrito y Leucipo decían:

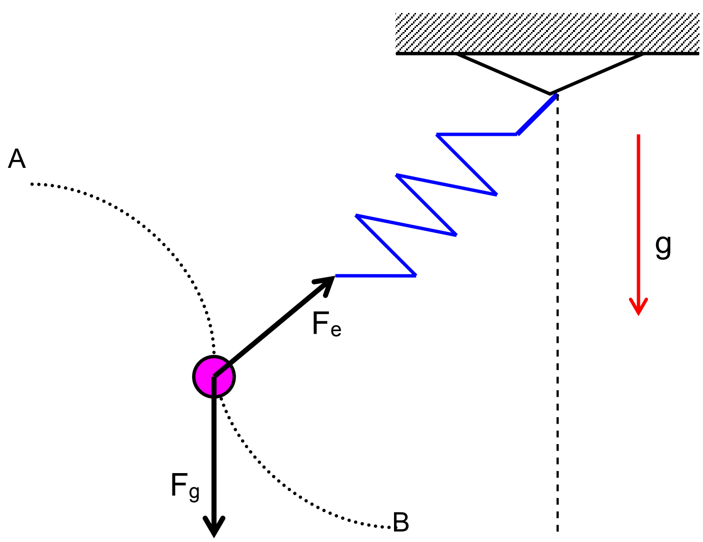
“Nada se crea de la nada y nada se destruye sin dejar nada”.

7. FUERZA CONSERVATIVA: Si el trabajo realizado por una fuerza sobre un cuerpo, entre dos puntos A y B, no depende de la trayectoria que el cuerpo sigue para ir desde A hasta B, entonces la fuerza es conservativa. Por ejemplo: la fuerza de gravedad, fuerza elástica y fuerza eléctrica son conservativas.



$$W_{A\to B}^{C_1} = W_{A\to B}^{C_2}$$

8. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA:

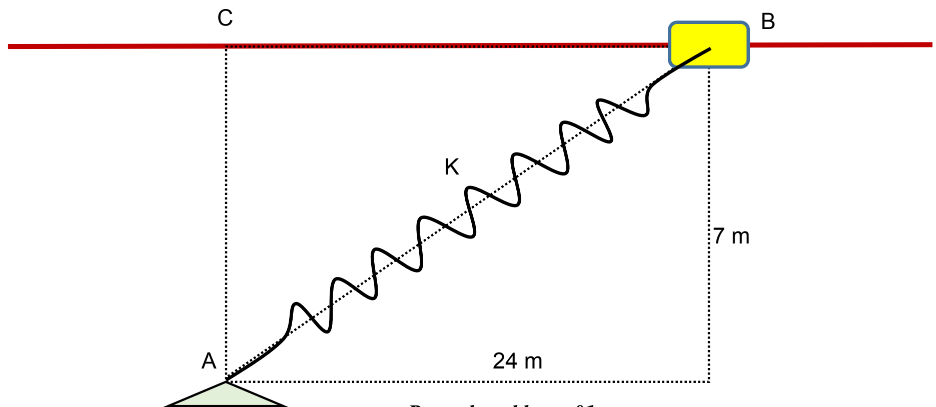


Si sólo fuerzas conservativas actúan sobre un cuerpo en movimiento, su energía mecánica total permanece constante para cualquier punto de su trayectoria.

$$EM(en\ A) = EM(en\ B)$$

$$m.g.h_A + \frac{m.V_A^2}{2} + \frac{K.X_A^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.V_B^2}{2} + \frac{K.X_B^2}{2}$$

EJEMPLO 01. Se muestra un resorte AB de constante de elasticidad $K = 4N.m^{-1}$ y está unido a un collar en B de 99 kg, el cual se mueve libremente a lo largo de la varilla horizontal. La longitud natural del resorte es 5 m $(X = 0)$ Si el collar se deja en libertad desde el reposo en la



Para el problema 01

posición B, determinar la máxima velocidad que alcanza el collar.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Calculo de la deformación del resorte en las posiciones inicial B y posición final C.

X_0: longitud natural = 5 m.

X_B: deformación inicial = 20 m

X_C: deformación final = 2 m

SEGUNDO PASO: Consideramos el sistema de dos cuerpos, formado por el collar y el resorte.

TERCER PASO: La energía cinética del collar será máximo, cuando la energía potencial sea mínima, por consiguiente, cuando pasa por su posición de equilibrio en C.

CUARTO CASO. Principio de conservación de la energía mecánica entre los puntos B y C. Tomando como línea de referencia a la varilla horizontal.

$$E_C(B) + E_P(B) = E_C(C) + E_P(C)$$

$$0 + \frac{1}{2}.K.(X_B)^2 = \frac{1}{2}.m.(V)^2 + \frac{1}{2}.K.(X_C)^2$$

Despejando:

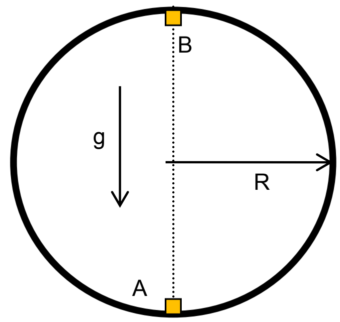
$$V = \sqrt{\frac{K.(X_B^2 - X_C^2)}{m}}$$

Reemplazando:

$$V = \sqrt{\frac{4.(20^2 - 2^2)}{99}} = 4\ \frac{m}{s}$$

Respuesta: la máxima rapidez es 4 m/s

EJEMPLO 02. Un bloque de masa "m" se mueve dentro de un aro situado en un plano vertical. En el punto más alto B su rapidez es 4 m/s y en el punto más bajo A es de 6 m/s. Si se desprecia la fricción entre la pista circunferencial y el bloque, calcular el radio del aro (en m). (g = 10 m/s^2)



Para el problema 02

A) 0,1 B) 0, 2 C) 0,4 D) 0,5 E) 2

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por A. La altura que asciende es: $h_B = 2R$

$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

$$0 + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.(2R) + \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; \frac{(V_A)^2}{2} = g.(2R) + \frac{(V_B)^2}{2}$$

Reemplazamos:

$$\frac{(6)^2}{2} = (10).(2R) + \frac{(4)^2}{2} \;\Rightarrow\; R = 0,5\ m$$

Respuesta: el radio de curvatura es 0,5 metro.

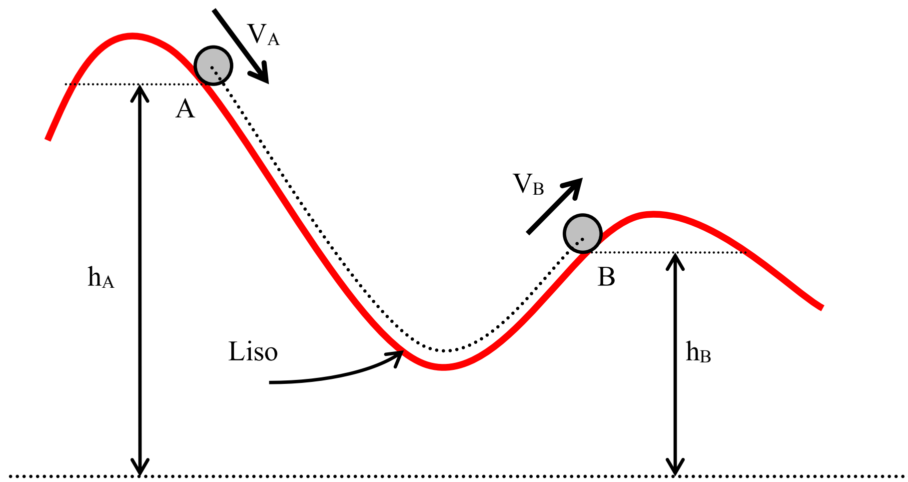
9. FUERZA NO CONSERVATIVA:

La fuerza cuyo trabajo realizado sobre un cuerpo, depende de la trayectoria o camino recorrido por el cuerpo se denomina "fuerza disipativa", o "fuerza no conservativa". Un ejemplo típico de fuerza no conservativa es la fuerza de rozamiento. Si se hace desplazar un cuerpo sobre una superficie, llevándolo desde el punto A hasta el punto B, el trabajo realizado por la fricción tendrá valores distintos, de acuerdo al camino seguido.

$$W_{A\to B}^{C_1} \neq W_{A\to B}^{C_2}$$

10. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

"Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".



$$EM(inicial) = EM(final)$$
$$EM(en\ A) = EM(en\ B) \quad \ldots (5)$$
$$E_K(A) + E_P(A) = E_K(B) + E_P(B)$$

PRIMER CASO: Cuando no participa el resorte:

$$m.g.h_A + \frac{m.V_A^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.V_B^2}{2} \quad \ldots (6)$$

SEGUNDO CASO: Cuando en el sistema participa un resorte:

$$EM(en\ A) = EM(en\ B)$$

$$m.g.h_A + \frac{m.V_A^2}{2} + \frac{K.X_A^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.V_B^2}{2} + \frac{K.X_B^2}{2} \quad \ldots . (7)$$

Se recomienda trazar la línea de referencia o nivel de referencia horizontal, en la posición más baja por donde la partícula (cuerpo) pasa durante su movimiento, para evitar en lo posible la energía potencial negativa.

EJEMPLO 01. Se lanza un bloque horizontalmente con velocidad V= 20 m/s. Determine la altura máxima que alcanza el bloque mostrado, si no existe fricción durante el movimiento.

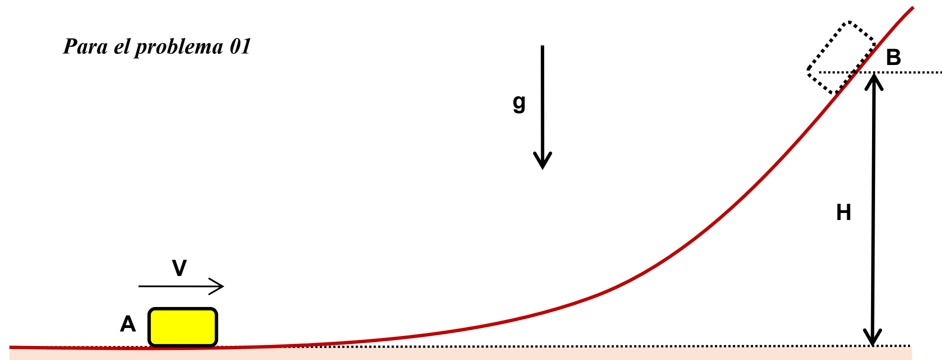
$$\left(g = 10\ m/s^2\right)$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica entre los puntos A y B, respecto de la línea horizontal que pasa por el punto A.

Para el problema 01



$$EM\left(en\,A\right)=EM\left(en\,B\right)\;\Rightarrow\; m.g.h_A+\frac{m.\left(V_A\right)^2}{2}=m.g.h_B+\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

Simplificando la masa:

$$g.h_A+\frac{\left(V_A\right)^2}{2}=g.h_B+\frac{\left(V_B\right)^2}{2}$$

TERCER PASO: Respecto del nivel de referencia, la altura de A es nula. La velocidad en el punto B es nula cuando el cuerpo alcanza su máxima altura.

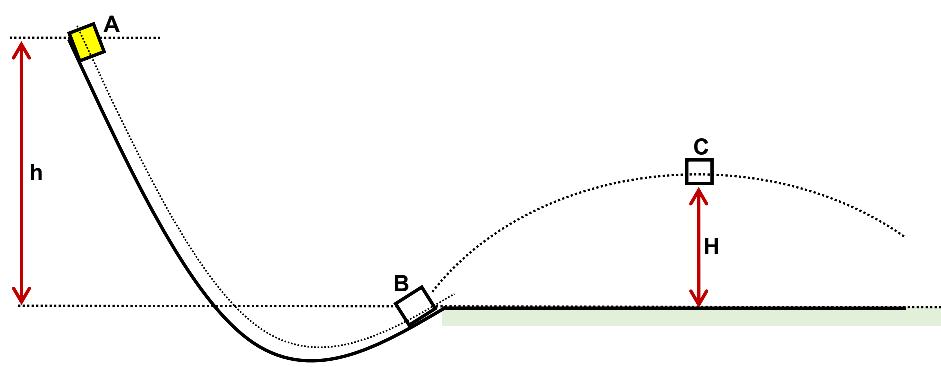
$$h_A=0\quad V_B=0$$

Reemplazando:

$$\left(10\right).\left(0\right)+\frac{\left(20\right)^2}{2}=\left(10\right).\left(H\right)+\frac{\left(0\right)^2}{2}\;\Rightarrow\; H=20\ m$$

Respuesta: la altura máxima es 20 m.

EJEMPLO 02. Un bloque parte del reposo en A, resbala por la rampa AB. Si cuando pasa por el punto C su velocidad es 4 m/s con dirección horizontal. Calcular la altura máxima H que alcanza en su movimiento parabólico. Desprecie toda forma de rozamiento. Donde h=5 m. $\left(g=10\,m.s^{-2}\right)$



Para el problema 02

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en C. El nivel de referencia pasa por el punto B. La velocidad inicial en el punto A es nula.

$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,C) \Rightarrow m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_C + \frac{m.(V_C)^2}{2}$$

$$g.h_A + 0 = g.h_C + \frac{(V_C)^2}{2} \Rightarrow g.h = g.H + \frac{(V_C)^2}{2} \Rightarrow H = h - \frac{(V_C)^2}{2g}$$

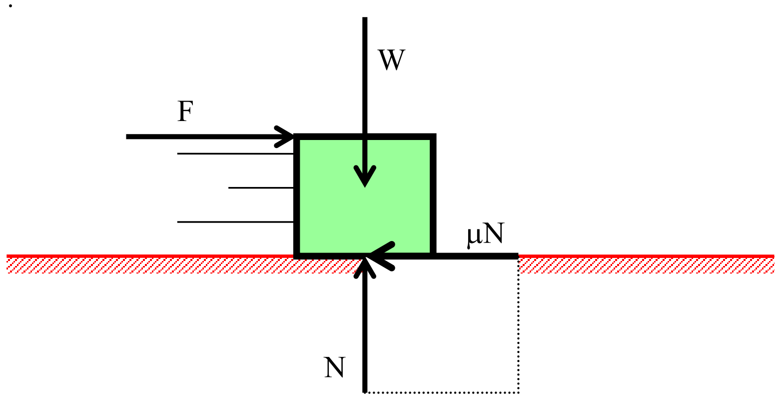
Reemplazando:

$$H = h - \frac{(V_C)^2}{2g} \Rightarrow H = 5 - \frac{(4)^2}{2(10)} = 4,2\ m$$

Respuesta: La altura máxima que alcanza es 4,2 m.

11. TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA MECÁNICA

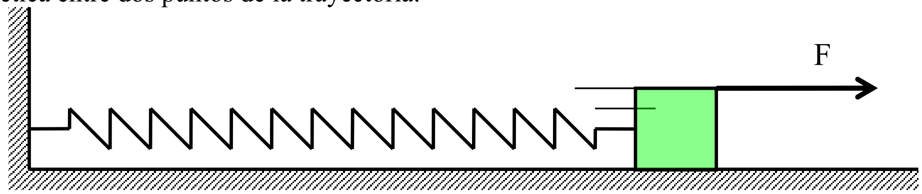
"La cantidad de trabajo realizado por las **fuerzas diferentes** a la fuerza de gravedad (peso) y a la fuerza elástica, sobre un cuerpo o sistema de partículas, es igual a la variación de la energía mecánica".



$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{friccion} = \Delta EM \qquad \ldots (8)$$

12. TEOREMA DE LA ENERGÍA CINÉTICA

La cantidad de trabajo neto, realizado por todas las fuerzas, es igual a la variación de la energía cinética entre dos puntos de la trayectoria.



$$W^{NETO} = \Delta E_K = \frac{m.V_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2} \quad \ldots (9)$$

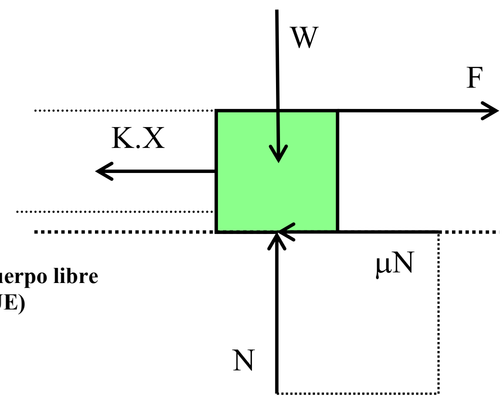


Diagrama del cuerpo libre (BLOQUE)

Otra forma de expresar:

$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{friccion} + W^{PESO} + W^{RESORTE} = \Delta E_K$$

$$W^F + W^N + W^f + W^P + W^R = \Delta E_K$$

Se recomienda utilizar este teorema en los problemas, en reemplazo del teorema del trabajo y la energía mecánica.

EJEMPLO 01: Un cuerpo de masa 0,4 kg cambia su rapidez de 20 m/s a 10 m/s. Determine la cantidad de trabajo neto (en J) realizado sobre el cuerpo por fuerzas externas.

RESOLUCIÓN

Aplicamos el teorema de la energía cinética:

$$W^{NETO} = \frac{m.V_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2}$$

$$W^{NETO} = \frac{0,4.(10)^2}{2} - \frac{0,4.(20)^2}{2} = 20 - 80 = -60\,J$$

Respuesta: La cantidad de trabajo neto es -60 J.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

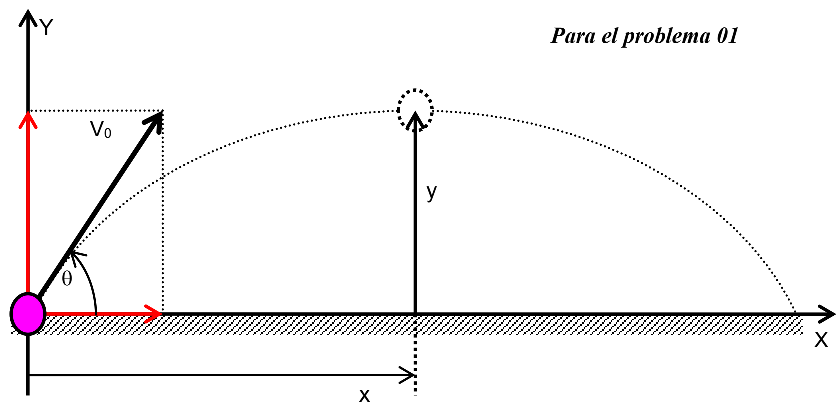
1. Al lanzar una esfera de 2 kg con ángulo de elevación de 37º con la horizontal, se realiza un trabajo de 225 J. ¿Al cabo de cuánto tiempo regresa al piso? (g=10 m/s²)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El trabajo realizado para lanzar la esfera, es igual a la variación de la energía cinética.

$$E_C = W^{externo} \Rightarrow \frac{m.(V_0)^2}{2} = W^{externo}$$

Para el problema 01



Reemplazando:

$$\frac{(2).(V_0)^2}{2} = 225 \Rightarrow (V_0)^2 = 225 \Rightarrow V_0 = 15\,\frac{m}{s}$$

SEGUNDO PASO. En un plano cartesiano descomponemos la velocidad de lanzamiento:

$$V_0 = 15\,\frac{m}{s} \Rightarrow \vec{V}_0 = (15 \bullet \text{Cos}\,37º)i + (15 \bullet Sen37º)j \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\vec{V}_0 = (12)i + (9)j \left[\frac{m}{s}\right] \Rightarrow V_{0y} = 9\,\frac{m}{s}$$

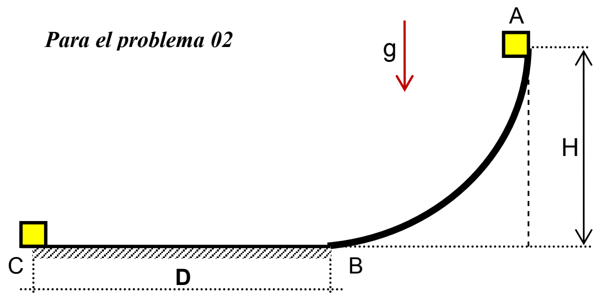
TERCER PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical se cumplen las ecuaciones de caída libre vertical.

$$h = V_{0y} \bullet t - \frac{g \bullet t^2}{2} \Rightarrow 0 = 9.t - 5.t^2 \Rightarrow t = 1,8\,s$$

Respuesta: el tiempo de vuelo de la esfera es 1,8 segundos.

2. Un bloque pequeño de masa "m" se deja caer libremente desde A sobre una superficie AB en forma de arco deslizándose sin fricción, hasta llegar a la superficie horizontal BC rugosa con coeficiente de rozamiento cinético 0,5. Donde H = 2 m. La distancia D (en m) que recorre el bloque antes de detenerse es: (g = 10 m/s²)

Para el problema 02



A) 3 m B) 1 m C) 4 m D) 5 m E) 2 m

RESOLUCIÓN

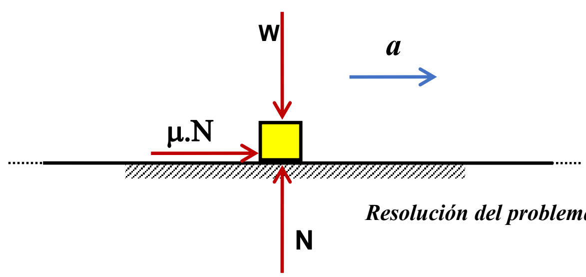
PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por BC.

$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

La velocidad en A es nula. La altura en B en nula. Luego reemplazamos:

$$m.g.H = \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; (V_B)^2 = 2g.H$$



Resolución del problema 02

TERCER PASO: Realizamos el D.C.L del bloque, la fuerza de rozamiento cinético actúa sobre el bloque oponiéndose al movimiento rectilíneo, en el tramo BC. Aplicamos la ley de aceleración. La fuerza resultante en el eje vertical en nula:

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; N = W \;\Rightarrow\; N = m.g$$

Segunda ley de Newton o ley de aceleración

$$F = m.a \;\Rightarrow\; \mu.N = m.a \;\Rightarrow\; \mu.(m.g) = m.a \;\Rightarrow a = \mu.g$$

CUARTO PASO: Analizamos el M.R.U.V en el plano horizontal. La velocidad en el punto C es nula.

$$(V_C)^2 = (V_B)^2 - 2.a.D \;\Rightarrow\; (0)^2 = 2gH - 2.(\mu.g).D$$

Reduciendo:

$$2gH = 2.(\mu.g).D \;\Rightarrow\; D = \frac{H}{\mu} = \frac{2\,m}{0,5} = 4\;m$$

Respuesta: la distancia máxima que avanza es 4 m.

OBSERVACIÓN: si no existe rozamiento el bloque se detiene en el infinito.

3. Un bloque asociado a un resorte K = 100 N/m, es abandonado cuando el resorte está deformado 30 cm. La fuerza de rozamiento cinético de módulo 5 N actúa sobre el bloque durante su movimiento. Determine la cantidad de energía cinética del bloque en el instante que su deformación del resorte es 10 cm por segunda vez.

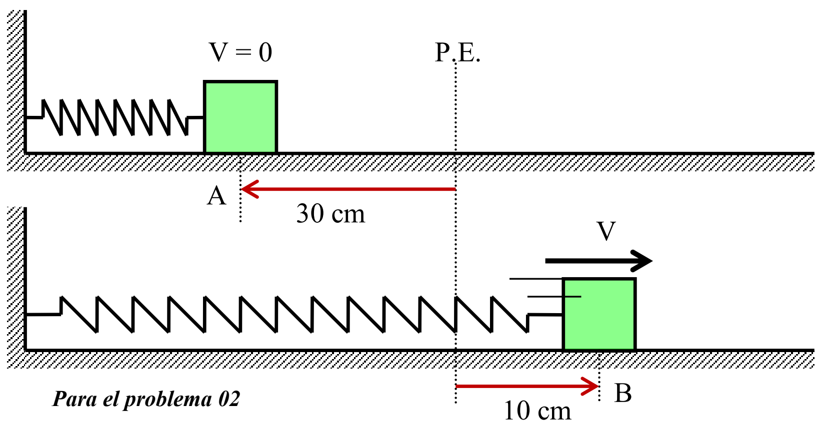
Resolución

PRIMER PASO: Fijamos nuestro sistema de referencia en el plano horizontal. Existe rozamiento.

SEGUNDO PASO: Entonces aplicamos el Teorema del trabajo y la energía mecánica.

$$W_{A\to B}^{FRICCION} = EM(en\ B) - EM(en\ A)$$

$$-f_k.d_{AB} = \frac{m.V_B^2}{2} + \frac{K.X_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2} - \frac{K.X_A^2}{2}$$



Para el problema 02

Reemplazando:

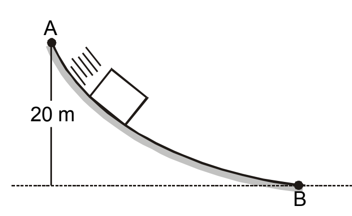
$$-(5).(0,4) = E_k(B) + \frac{100.(0,1)^2}{2} - 0 - \frac{100.(0,3)^2}{2}$$

Resolviendo: $E_k(B) = 2,0\ J$

Respuesta: la energía cinética es 2,0 J.

4. Se abandona un bloque de 4 kg en la posición A y pasa por B con rapidez de 15 m/s. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento desde A hasta B.

(g = 10 m/s^2)



Resolución
Cálculo de la cantidad de energía mecánica en el punto A:

$$EM(A)=\frac{m.V_A^2}{2}+m.g.h_A$$

$$EM(A)=\frac{4.(0)^2}{2}+4.10.20=800\ J$$

Cálculo de la cantidad de energía mecánica en el punto B:

$$EM(B)=\frac{m.V_B^2}{2}+m.g.h_B$$

$$EM(B)=\frac{4.(15)^2}{2}+4.10.(0)=450\ J$$

Teorema del trabajo y la energía mecánica:

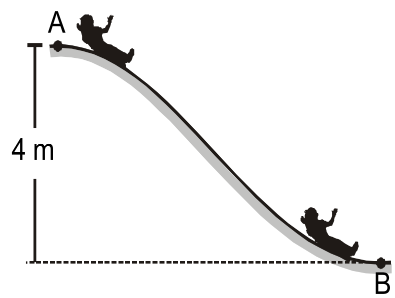
$$W_{A\to B}^{FRICCION}=EM(B)-EM(A)$$

Reemplazando tenemos que:

$$W_{A\to B}^{FRICCION}=450\ J-800\ J=-350\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho por la fuerza de rozamiento es -350 J.

5. Se abandona un niño de 20 kg en la posición A de un tobogán y pasa por B con rapidez de 6 m/s. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento desde A hasta B. (g = 10 m/s^2)



Resolución
Cálculo de la cantidad de energía mecánica en el punto A:

$$EM(A)=\frac{m.V_A^2}{2}+m.g.h_A$$

$$EM(A)=\frac{20.(0)^2}{2}+20.10.4=800\ J$$

Cálculo de la cantidad de energía mecánica en el punto B:

$$EM(B)=\frac{m.V_B^2}{2}+m.g.h_B$$

$$EM(B)=\frac{20.(6)^2}{2}+20.10.(0)=360\ J$$

Teorema del trabajo y la energía mecánica:

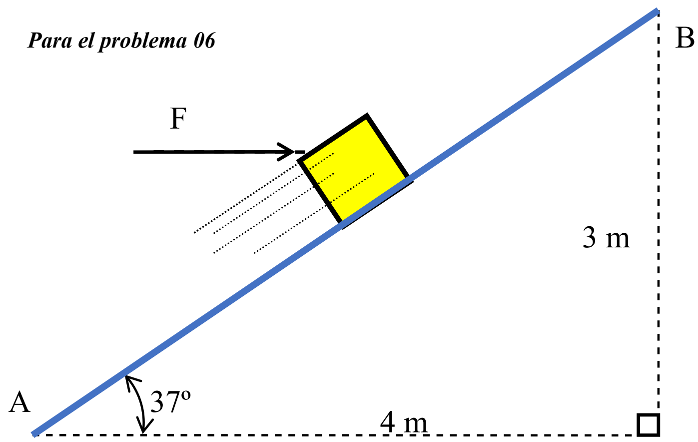
$$W_{A\to B}^{FRICCION} = EM(B) - EM(A)$$

Reemplazando tenemos que:

$$W_{A\to B}^{FRICCION} = 360\ J - 800\ J = -440\ J$$

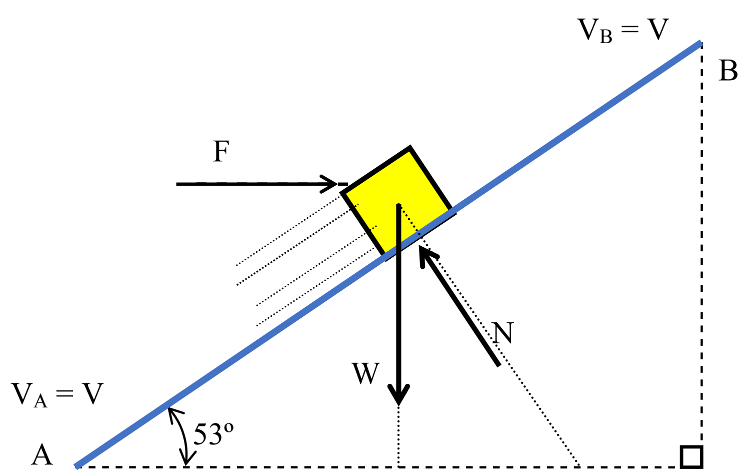
Respuesta: la cantidad de trabajo hecho por la fuerza de rozamiento es -440 J.

6. Se muestra un bloque de 3 kg que sube lentamente sobre el plano inclinado. Calcular la cantidad de trabajo que realiza la fuerza **F** constante desde A hasta B. No hay rozamiento. (g = 10 m/s^2)



Resolución

Previamente realizamos el diagrama del cuerpo libre del bloque. Ahora aplicamos el teorema de la energía cinética. Si el bloque sube **lentamente**, entonces la variación de la energía cinética es NULA.



$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{PESO} = \Delta E_K$$

$$W^{Fuerza\ externa} + 0 - m.g.h = 0$$

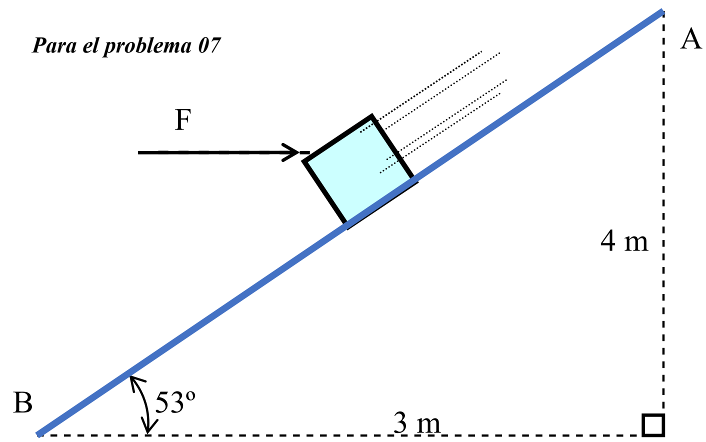
$$W^{Fuerza\ externa} + 0 - 3.10.3 = 0$$

Resolviendo:

$$W_{A\to B}^{F.\,EXTERNA} = 90\ J$$

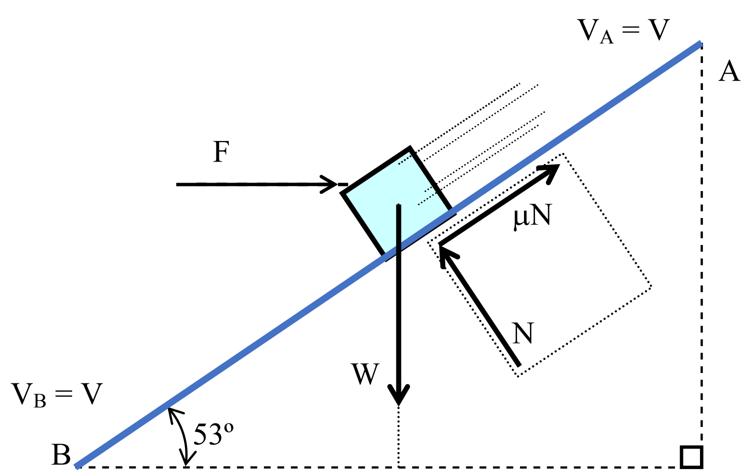
Respuesta: la cantidad de trabajo que realiza la fuerza externa desde A hasta B es 90 J.

7. Un bloque de 10 kg se encuentra sobre un plano inclinado rugoso, sobre el actúa una fuerza constante, horizontal, de módulo F = 50 N. Si el bloque desciende sobre el plano 5 metros, lentamente, determine la cantidad de trabajo que realiza la fuerza de rozamiento. (g = 10 m/s^2)



Resolución

Previamente realizamos el diagrama del cuerpo libre del bloque. Ahora aplicamos el teorema de la energía cinética. Si el bloque sube **lentamente**, entonces la variación de la energía cinética es NULA.



$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{friccion} + W^{PESO} = \Delta E_K$$

$$-F_x.d_x + 0 + W^{friccion} + m.g.h = 0$$

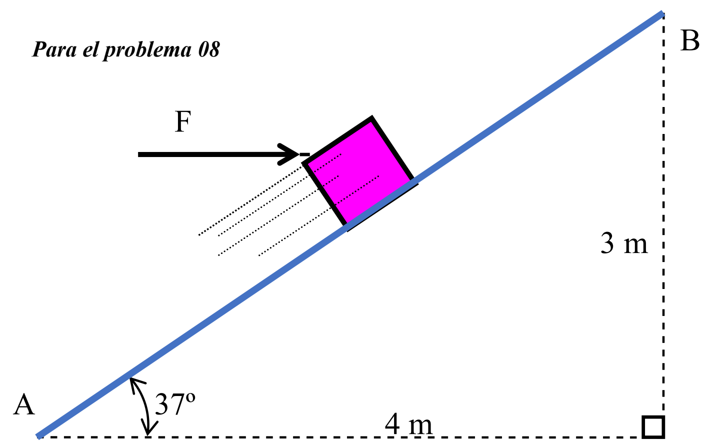
$$-50.3 + 0 + W^{friccion} + 10.10.4 = 0$$

Resolviendo: $W^{friccion} = -250\ J$

Respuesta: la cantidad de trabajo que realiza la fuerza de fricción desde A hasta B es -250 J.

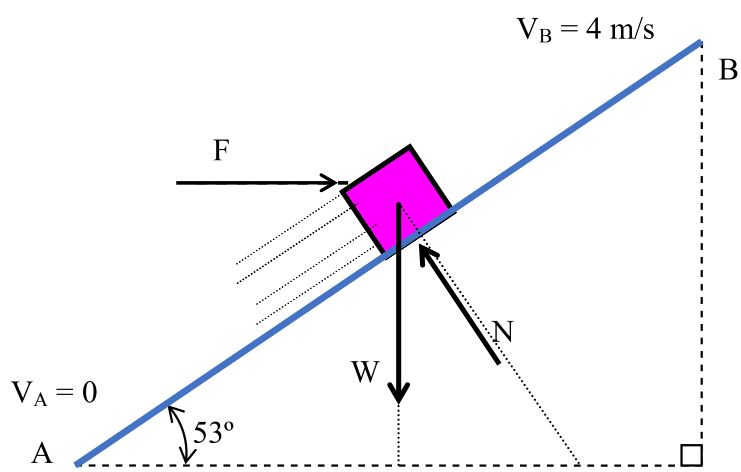
8. Se muestra un bloque de 3 kg que sube sobre el plano inclinado. Inicia su movimiento desde el reposo en la posición A y llega a la posición B con rapidez de 4 m/s. Calcular la cantidad de trabajo que realiza la fuerza **F** constante desde A hasta B. No hay rozamiento. ($g = 10\ m/s^2$)

Para el problema 08



Resolución

Previamente realizamos el diagrama del cuerpo libre del bloque. Ahora aplicamos el teorema de la energía cinética.



$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{PESO} = \frac{m.V_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2}$$

$$W^{F.\ externa} + 0 - m.g.h = \frac{m.V_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2}$$

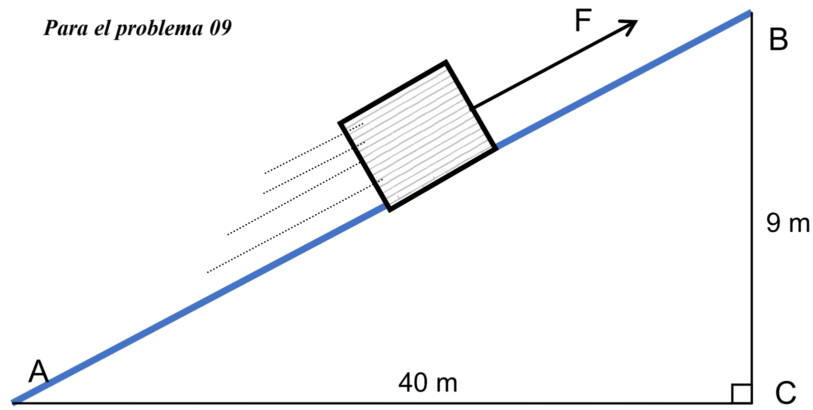
$$W^{F.\,externa} + 0 - 3.10.3 = \frac{3.(4)^2}{2} - \frac{3.(0)^2}{2}$$

$$W^{F.\,externa} = 66\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo que realiza la fuerza externa desde hasta B es 66 J.

9. Se muestra un bloque de 2 kg que sale desde el reposo y llega arriba con rapidez 20 m/s. Si la fuerza constante tiene módulo F = 20 N, determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en el tramo mostrado. (g = 10 m/s^2)

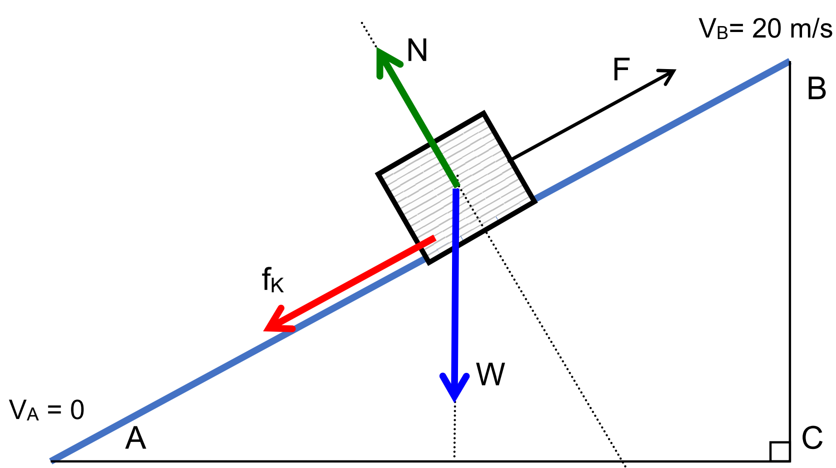
Para el problema 09



A) -360 J B) -100 J C) -240 J D) -200 kJ E) 360 J

Resolución

Previamente realizamos el diagrama del cuerpo libre del bloque. La distancia AB es 41 metros. Ahora aplicamos el teorema de la energía cinética.



$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{friccion} + W^{PESO} = \Delta E_K$$

$$F.d_{AB} + 0 + W^{friccion} - m.g.h = \frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2}$$

$$(20).(41)+0+W^{friccion}-(2).(10).(9)=\frac{2.(20)^2}{2}-0$$

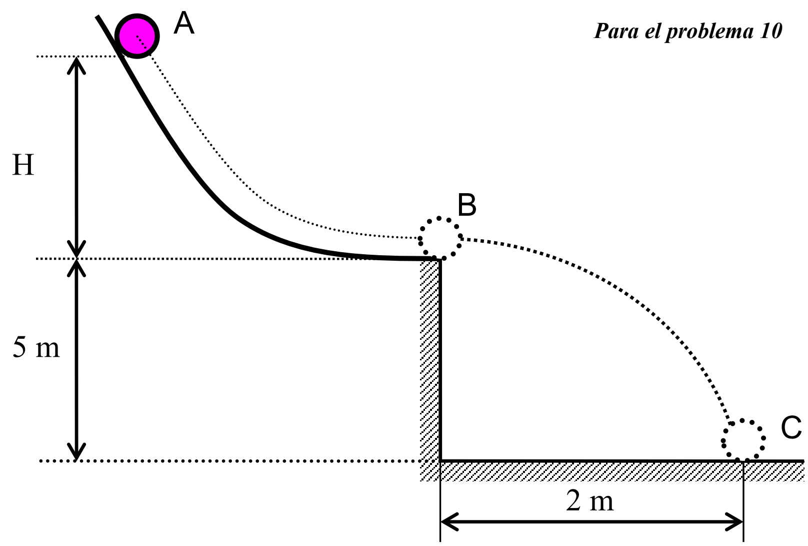
Resolviendo:

$$W^{friccion}=-240\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo que realiza la fuerza de fricción desde A hasta B es -240 J.

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado es, $\frac{KX^2}{2}$

10. En la posición A se suelta un bloque sobre una rampa, libre de rozamiento. Abandona la rampa en la posición B con dirección horizontal, describiendo luego una trayectoria parabólica hasta llegar al piso en C. Determine la altura H.



Para el problema 10

Resolución

PRIMER PASO: Analizamos el movimiento parabólico en el tramo BC. En B la velocidad es horizontal.

Eje y; caída libre:

$$h=\frac{g.t^2}{2} \Rightarrow 5=\frac{10.t^2}{2} \Rightarrow t=1{,}0\ s$$

Eje x; M.R.U:

$$V_X=\frac{d}{t} \Rightarrow V_X=\frac{2{,}0\ m}{1{,}0\ s}=2\ m.s^{-1}$$

SEGUNDO PASO: No hay rozamiento, entonces aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica entre los puntos Ay B. Fijamos como línea de referencia, a la línea horizontal que pasa por el punto B.

$$m.g.h_A+\frac{m.V_A^2}{2}=m.g.h_B+\frac{m.V_B^2}{2}$$

$$m.(10).H+\frac{m.(0)^2}{2}=m.(10).(0)+\frac{m.(2)^2}{2}$$

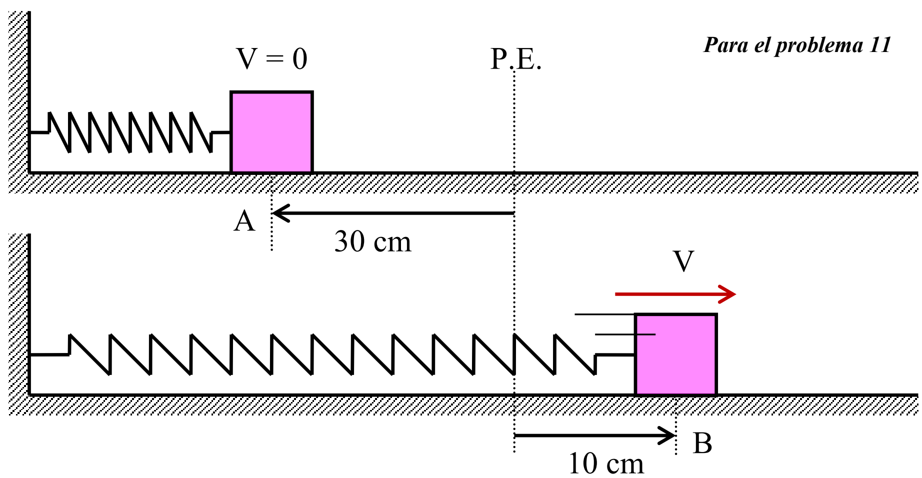
Resolviendo tenemos: H = 0,2 m

Respuesta: la altura H mide 0,2 m

11. Un bloque de 2,0 kg que se encuentra asociado a un resorte de constante elástica K = 100 N/m, se suelta (reposo) cuando el resorte está estirado 30 cm. Sabiendo que no hay rozamiento, determine la rapidez del bloque cuando el resorte se encuentra estirado 10 cm por segunda vez.

Resolución

PRIMER PASO: Fijamos nuestro sistema de referencia en el plano horizontal. No hay rozamiento, entonces la energía mecánica se conserva en el tiempo: EM (A) = EM (B)



SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica, considerando a la fuerza elástica (fuerza conservativa).

$$\frac{m.V_A^2}{2}+\frac{K.X_A^2}{2}=\frac{m.V_B^2}{2}+\frac{K.X_B^2}{2}$$

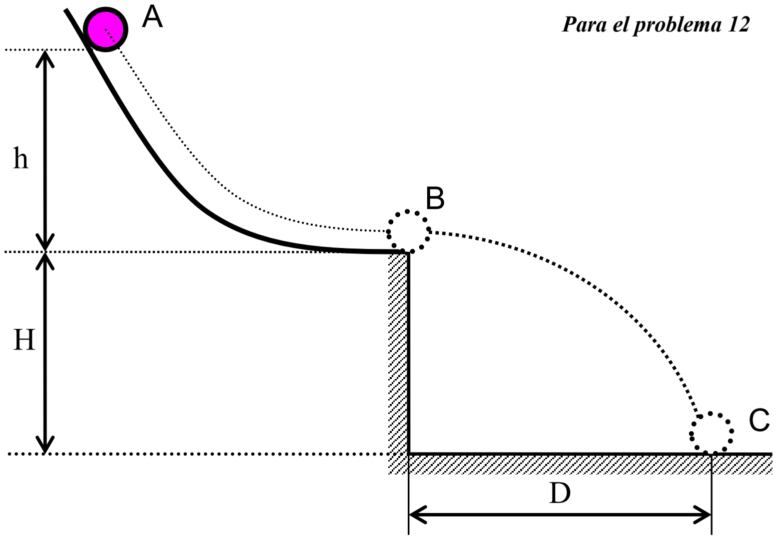
Reemplazando:

$$0+\frac{(100).(0,3)^2}{2}=+\frac{2.(V)^2}{2}+\frac{(100).(0,1)^2}{2}$$

Resolviendo: V= 2 m/s

Respuesta: la rapidez del bloque es 2 m/s.

12. Se abandona una esfera de hielo en A, se desliza sin rozamiento y abandona la rampa en dirección horizontal, describiendo luego un movimiento parabólico. Sabiendo que H = 3 m y h = 3 m, determinar el desplazamiento horizontal "D" $\left(g = 10\ m/s^2\right)$



Para el problema 12

A) 4 m B) 3 m C) 6 m D) 8 m E) 9 m

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Principio de conservación de la energía mecánica. En el tramo desde A hasta B. La línea de referencia pasa por el punto B.

$$EM(A) = EM(B) \Rightarrow m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$g.h_A = \frac{(V_B)^2}{2} \Rightarrow (10).(3) = \frac{(V_B)^2}{2} \Rightarrow V_B = 2\sqrt{15}\ \frac{m}{s}$$

La esfera sale disparada horizontalmente por el punto B.

SEGUNDO PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical la rapidez inicial es nula. Cálculo del tiempo de vuelo:

$$V_{0y} = 0\ \frac{m}{s}$$

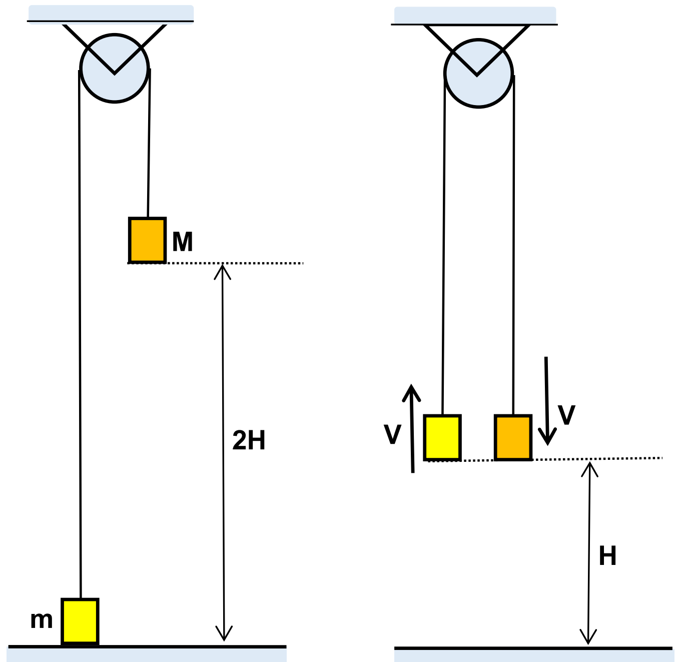
$$H = \frac{g.t^2}{2} \Rightarrow 3 = \frac{(10).t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{3}{5}}\ s$$

TERCER PASO: En el eje horizontal la rapidez es constante. Aplicamos el M.R.U.

$$D = V_X \bullet t_V \Rightarrow D = \left(2\sqrt{15}\right) \bullet \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right) \Rightarrow D = 6\ m$$

Respuesta: el alcance horizontal es 6 metros.

13. Si el sistema se mueve a partir del reposo, ¿Cuál es el módulo de la velocidad de los bloques al cruzarse? (g = 10 m/s^2)



ANTES **DESPUÉS**

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: “Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo”.

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial y final.

$$EM(antes) = EM(despues)$$

$$M.g.(2H) = M.g.H + m.g.H + \frac{M(V)^2}{2} + \frac{m(V)^2}{2}$$

Reduciendo:

$$M.g.(H) - m.g.(H) = \frac{(M+m)(V)^2}{2}$$

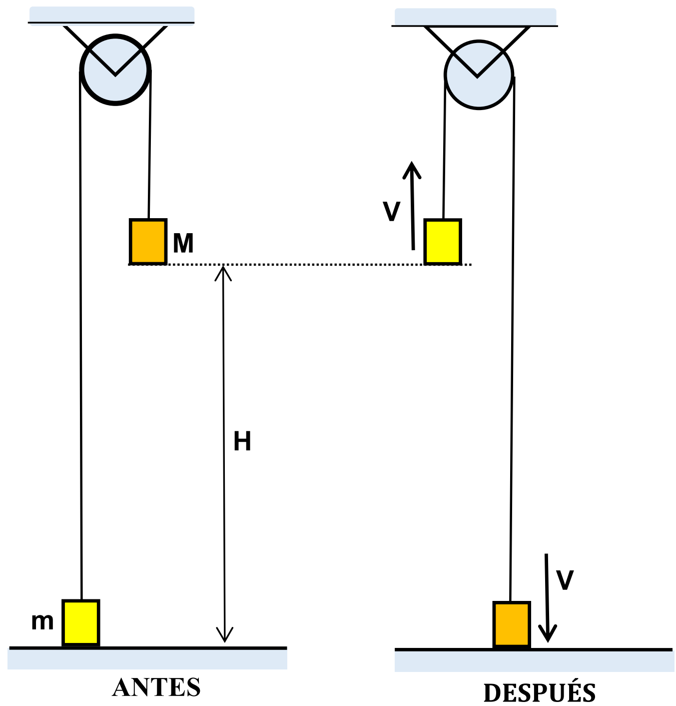
La rapidez es:

$$V = \sqrt{\frac{2g.H(M-m)}{M+m}}$$

TERCER PASO: Si los bloques tienen la misma masa no existe movimiento.

$$(m = M)$$

14. En el sistema mostrado, la polea es ideal. Si el bloque de masa M parte del reposo, calcular el valor de la velocidad (en m/s) con que el bloque M llegará al piso.



$M = 6\ kg$, $m = 4\,kg$, $H = 4\,m$ $(g = 10\ \ N/kg)$

A) 6 B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) 4 E) 2

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial y final.

$$EM(antes) = EM(despues)$$

$$M.g.(H) = m.g.H + \frac{M(V)^2}{2} + \frac{m(V)^2}{2}$$

Reduciendo:

$$(M - m).g.(H) = \frac{(M + m).(V)^2}{2}$$

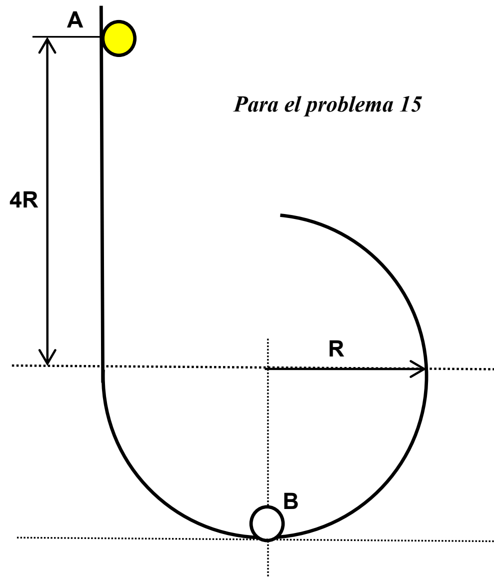
La rapidez es:

$$V = \sqrt{\frac{2g.H(M - m)}{M + m}}$$

Reemplazando: V = 4m/s

TERCER PASO: Si los bloques tienen la misma masa no existe movimiento. (m = M)

15. Para el movimiento de la esfera pequeña de 0,5 kg. No hay rozamiento. Calcular el valor de la fuerza de reacción normal sobre la esfera en el punto B de la superficie cilíndrica de radio R = 1 m. ($g = 10\ m/s^2$)



Para el problema 15

A) 12 N B) 55 C) 15 D) 20 E) 10

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

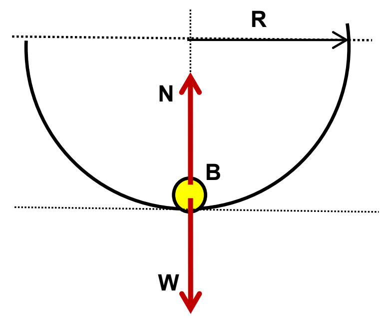
SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por B.

$$EM\left(en\,A\right) = EM\left(en\,B\right) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.\left(V_A\right)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

La velocidad inicial en A es nula y la altura en B en nula. Luego reemplazamos:

$$m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2} \Rightarrow m.(10).(5R) = \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Resolución del problema 15



$$(10).(5R) = \frac{(V_B)^2}{2} \Rightarrow V_B = \sqrt{100.R} \Rightarrow V_B = \sqrt{100.(1)} = 10\ \frac{m}{s}$$

La rapidez en B es

$$V_B = 10\ \frac{m}{s}$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B.

$$F_C = m.a_C \Rightarrow N - W = \frac{m.(V_B)^2}{R} \Rightarrow N = m.g + \frac{m.(V_B)^2}{R}$$

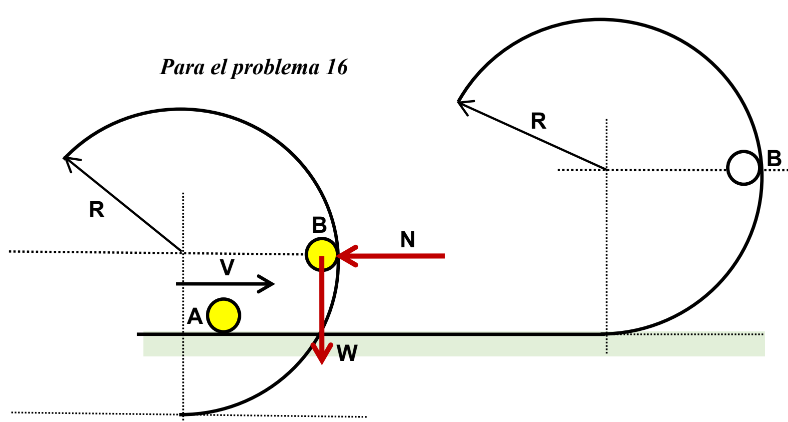
Reemplazando:

$$N = (0,5).(10) + \frac{(0,5).(10)^2}{(1)} = 55\ newtons$$

Respuesta: el valor de la fuerza normal es 55 newtons.

16. Se muestra el lanzamiento de una esfera de 0,5 kg en la posición A con rapidez de V=20 m/s. Si el radio del rizo es 2 m, determine la fuerza de reacción normal en la posición B sobre la esfera. (g = 10 m/s^2)

Para el problema 16



Resolución del problema 16

A) 30 N B) 60 N C) 90 N D) 70 N E) 80 N

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por A.

$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

La altura en A en nula. Luego reemplazamos:

$$\frac{m.(V_B)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; \frac{m.(20)^2}{2} = m.(10).(R) + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

$$\frac{(20)^2}{2} = (10).(2) + \frac{(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; (V_B)^2 = 360\ m^2.s^{-2}$$

La rapidez en B es

$$V_B = 6\sqrt{10}\ \frac{m}{s}$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B.

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; N = \frac{m.(V_B)^2}{R}$$

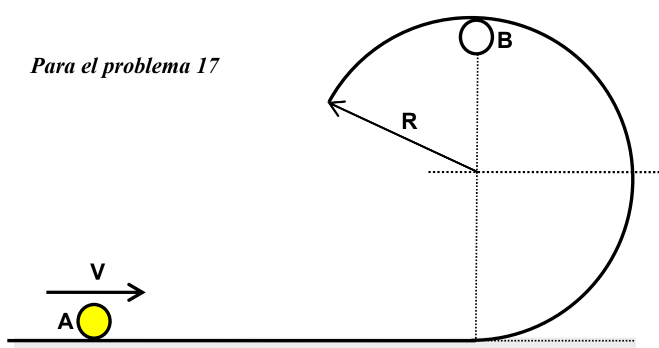
Reemplazando:

$$N = \frac{(0,5).(360)}{2} \;\Rightarrow\; N = 90\ newtons$$

Respuesta: el valor de la fuerza normal es 30 newtons.

17. Se muestra el lanzamiento de una esfera de 0,5 kg en la posición A con rapidez de V=20 m/s. Si el radio del rizo es 2 m, determine la fuerza de reacción normal en la posición B sobre la esfera. (g = 10 m/s^2)

Para el problema 17

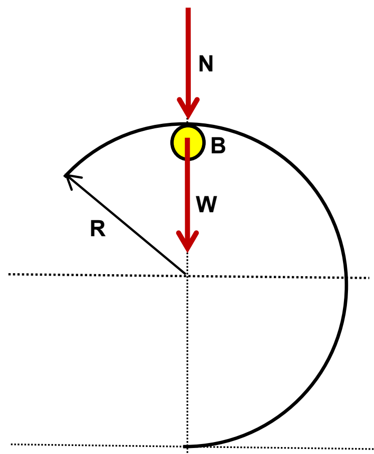


A) 30 N B) 60 N C) 90 N D) 70 N E) 80 N

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por A.



Resolución del problema 17

$$EM\left(en\,A\right) = EM\left(en\,B\right) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.\left(V_A\right)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

La altura en A en nula. Luego reemplazamos:

$$\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.\left(V_B\right)^2}{2} \;\Rightarrow\; \frac{m.\left(20\right)^2}{2} = m.\left(10\right).\left(2R\right) + \frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

$$\frac{\left(20\right)^2}{2} = \left(10\right).\left(4\right) + \frac{\left(V_B\right)^2}{2} \;\Rightarrow\; \left(V_B\right)^2 = 320\ m^2.s^{-2}$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B.

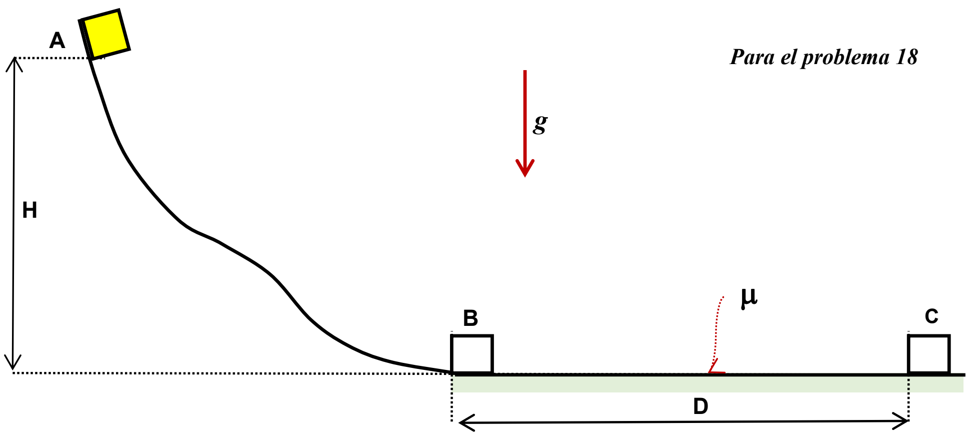
$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; N + W = \frac{m.\left(V_B\right)^2}{R} \;\Rightarrow\; N = \frac{m.\left(V_B\right)^2}{R} - m.g$$

Reemplazando:

$$N = \frac{\left(0,5\right).\left(320\right)}{2} - \left(0,5\right).\left(10\right) = 75\,newtons$$

Respuesta: el valor de la fuerza normal es 75 newtons.

18. Si el bloque de masa "m" se deja en libertad en el A sobre una superficie áspera, donde hay rozamiento solo en el tramo horizontal BC, el coeficiente de rozamiento cinético en el tramo recto horizontal es 0,5. ¿qué distancia horizontal D alcanza hasta detenerse? (g = 10 m/s^2)



Para el problema 18

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por BC.

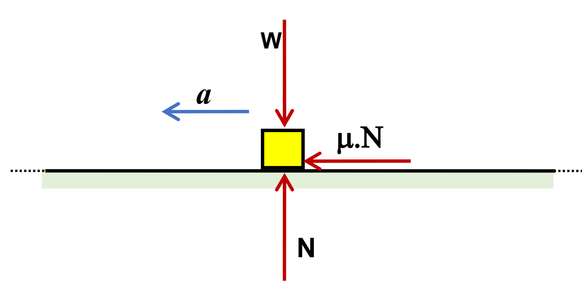
$$EM\left(en\ A\right)=EM\left(en\ B\right)\ \Rightarrow\ m.g.h_A+\frac{m.\left(V_A\right)^2}{2}=m.g.h_B+\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

La velocidad en A es nula. La altura en B en nula. Luego reemplazamos:

$$m.g.H=\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}\ \Rightarrow\ \left(V_B\right)^2=2g.H \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO: Realizamos el DCL del bloque, la fuerza de rozamiento cinético actúa sobre el bloque oponiéndose al movimiento rectilíneo, en el tramo BC. Aplicamos la ley de aceleración.

Resolución del problema 18



La fuerza resultante en el eje vertical en nula:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W \Rightarrow N = m.g$$

Segunda ley de Newton o ley de aceleración

$$F = m.a \Rightarrow \mu.N = m.a \Rightarrow \mu.(m.g) = m.a \Rightarrow a = \mu.g$$

CUARTO PASO: Analizamos el M.R.U.V en el plano horizontal. La velocidad en el punto C es nula.

$$(V_C)^2 = (V_B)^2 - 2.a.D \Rightarrow (0)^2 = 2gH - 2.(\mu.g).D$$

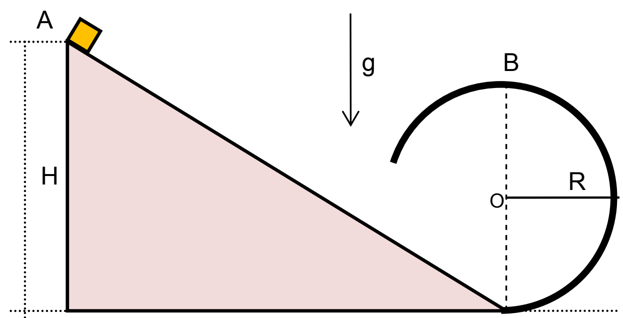
Reduciendo:

$$2gH = 2.(\mu.g).D \Rightarrow D = \frac{H}{\mu}$$

Respuesta: la distancia máxima que avanza es, $\frac{H}{\mu}$

OBSERVACIÓN: si no existe rozamiento el bloque se detiene en el infinito.

19. Un carro de masa "m" se abandona en la posición A. Determinar la altura mínima H, tal que, el móvil puede pasar por el rizo en B. Desprecie el rozamiento y considere R el radio del rizo.

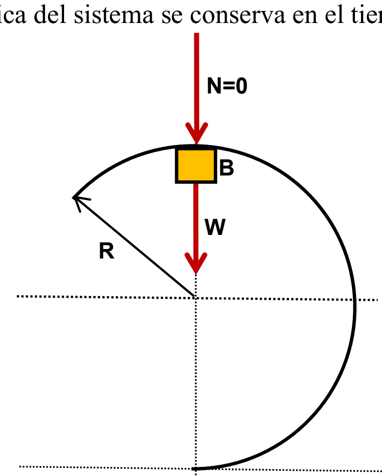


Para el problema 19

A) 2,5R B) 2R C) 3R D) 4R E) 5R

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".



Resolución del problema 19

SEGUNDO PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B. La velocidad es mínima en B cuando la reacción normal del rizo es nula.

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; N + W = \frac{m.(V_B)^2}{R} \;\Rightarrow\; 0 + m.g = \frac{m.(V_B)^2}{R}$$

La velocidad mínima en B es:

$$(V_B)^2 = g.R \Rightarrow V_B = \sqrt{g.R}$$

TERCER PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por B. La altura que desciende es:

$$h_A = (H - 2R)$$

$$EM(en\,A) = EM(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

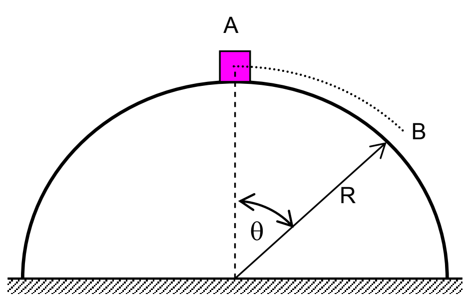
La velocidad inicial en A es nula y la altura en B en nula. Luego reemplazamos:

$$m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; m.g.(H - 2R) = \frac{m.(g.R)}{2}$$

$$(H - 2R) = \frac{R}{2} \;\Rightarrow\; H = \frac{5}{2}R$$

Respuesta: La altura mínima es,
$H_{\min} = 2,5R$

20. Un bloque pequeño de masa "m", se encuentra sobre la superficie hemisférica como se muestra en la figura. El cuerpo resbala a partir del reposo desde A, sabiendo que no hay rozamiento, determine la medida del ángulo θ que determina la posición donde el bloque abandona la superficie hemisférica.



Para el problema 20

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por B. La altura que desciende es: $h_B = H = R - R.\text{Cos}\,\theta = R(1-\text{Cos}\,\theta)$

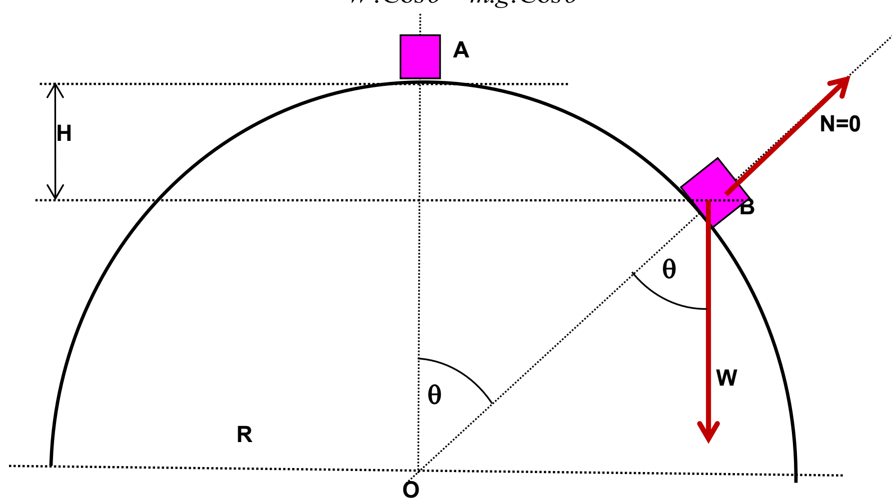
$$EM(en\,A) = EM(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

$$m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; g.R.(1-\text{Cos}\,\theta) = \frac{(V_B)^2}{2}$$

$$(V_B)^2 = 2g.R.(1-\text{Cos}\,\theta) \;\Rightarrow\; V_B = \sqrt{2g.R.(1-\text{Cos}\,\theta)}$$

TERCER PASO: Si el bloque abandona la superficie cilíndrica en la posición B, la reacción normal es nula N=0. La componente radial del peso es,

$$W.\text{Cos}\,\theta = m.g.\text{Cos}\,\theta$$



Resolución del problema 20

Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B.

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; W.\text{Cos}\,\theta - N = \frac{m.(V_B)^2}{R} \;\Rightarrow\; m.g.\text{Cos}\,\theta - 0 = \frac{m.(V_B)^2}{R}$$

Reemplazando:

$$m.g.\text{Cos}\,\theta = \frac{m.(V_B)^2}{R} \;\Rightarrow\; m.g.\text{Cos}\,\theta = \frac{m.R.(1-\text{Cos}\,\theta)}{R}$$

Reduciendo:

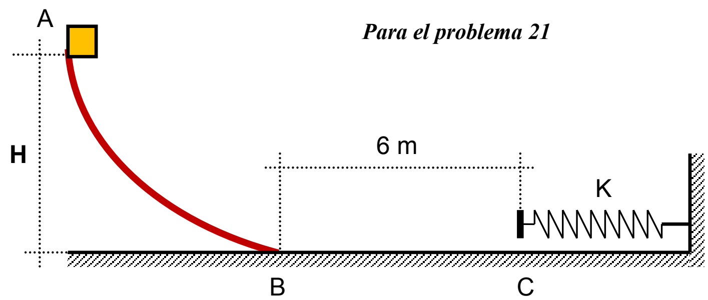
$$\text{Cos}\,\theta = 2(1-\text{Cos}\,\theta) \;\Rightarrow \text{Cos}\,\theta = \frac{2}{3} \;\Rightarrow\; \theta = arc\,\text{Cos}\left(\frac{2}{3}\right)$$

Respuesta: la medida del ángulo es, 18,2º

21. Un bloque de 10 kg se deja caer en A desde una altura de H=11,1 m, tal como se muestra. Debido al resorte de constante elástica K = 2000 N/m el bloque comienza a subir y bajar repetitivamente hasta que finalmente se detiene. La trayectoria sólo presenta fricción en el tramo BC y el resorte queda comprimido por primera vez 0,9 m con respecto al sentido del movimiento del bloque. La posición y distancia donde se detiene el bloque es:

($g = 10\ m/s^2$)

Para el problema 21



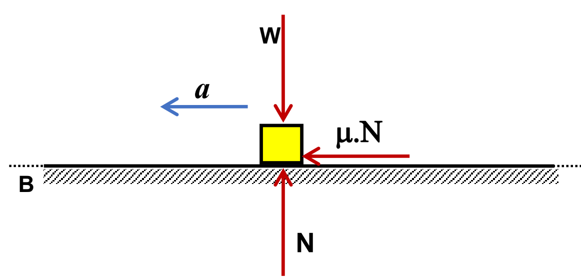
A) De C a B; 1,8 m de C.
B) De B a C; 4,2 m de B.
C) De C a B; 1,8 m de B.
D) De B a C; 4,2 m de C.
E) De C a B; 4,2 m de B.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: “El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica que experimenta el SEGUNDO PASO: Realizamos el DCL del bloque, la fuerza de rozamiento cinético actúa sobre el bloque oponiéndose al movimiento rectilíneo, en el tramo BC. Aplicamos la ley de aceleración. La fuerza resultante en el eje vertical en nula:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W \Rightarrow N = m.g$$

Resolución del problema 21



Segunda ley de Newton o ley de aceleración

$$F = m.a \Rightarrow \mu.N = m.a \Rightarrow \mu.(m.g) = m.a \Rightarrow a = \mu.g$$

TERCER PASO: El trabajo hecho por la fuerza de rozamiento en el tramo de B a C (por primera vez) es igual a la variación de la energía mecánica desde A hasta B, cuando se detiene el bloque, comprimiendo al resorte. La línea de referencia pasa por BC. La velocidad en A es nula.

$$W^{FRICCION} = EM(en\ C) - EM(en\ A) = E_{pe}(en\ C) - E_{pg}(en\ A)$$

$$W^{FRICCION} = \left(\frac{K.X^2}{2}\right) - (m.g.H) \Rightarrow W^{FRICCION} = \frac{2000.(0,9)^2}{2} - (10).(10).(11,1)$$

$$W^{FRICCION} = \frac{2000.(0,9)^2}{2} - (10).(10).(11,1) = -300\,J$$

C

Es decir, pierde entre BC 300 J, y de regreso pierde 300 J, pierde entre BC 300 J por segunda vez, así sucesivamente.
CUARTO PASO: En "N" veces agota la energía mecánica inicial en A:

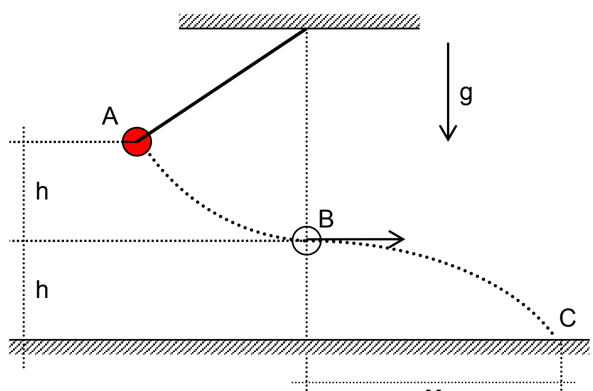
$$N = \frac{m.g.H}{300} = \frac{(10).(10).(11,1)}{300} = 3,7 = 3 + 0,7$$

El bloque va de BC, más de CB, más de a BC, mas 0,7 de 6 m de C a B.

$$x = (0,7) \bullet (6m) = 4,2\ m$$

Respuesta: E) De C a B; 4,2 m de B.

22. La esfera de un péndulo se suelta desde una altura 2h respecto del piso. En el punto más bajo de su trayectoria circunferencial se rompe el hilo del péndulo. La distancia horizontal "x" que recorre la esfera en su trayectoria parabólica desde que se rompe el hilo hasta que llega al piso es:



Para el problema 22

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".
SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por B. La velocidad en A es nula. La altura que desciende es: $h_A = h$. La altura de B es nula.

$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

$$m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; (V_B)^2 = 2g.h \;\Rightarrow\; V_B = \sqrt{2g.h}$$

La velocidad en B tiene dirección horizontal.
TERCER PASO: Analizamos el movimiento de caída libre parabólico en el tramo de B a C. La componente vertical de la velocidad en B es nula.
Eje vertical: Caída libre vertical. Cálculo del tiempo de vuelo.

$$h = \frac{g.t^2}{2} \;\Rightarrow\; t_V = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

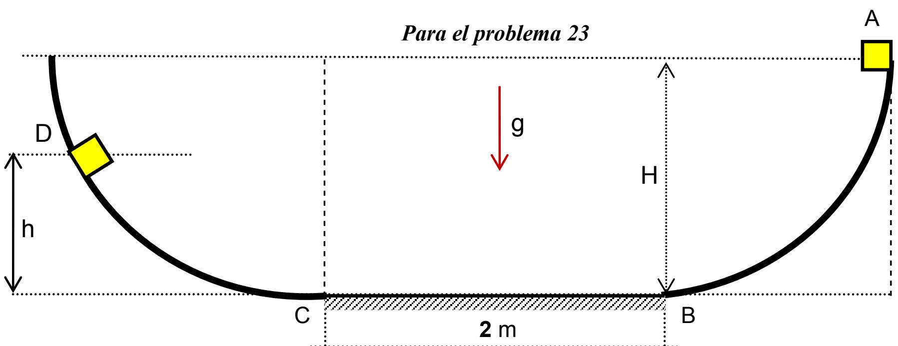
En el eje horizontal se cumple las leyes del movimiento rectilíneo uniforme M.R.U.

$$d = (V_x)\bullet(t_V) \Rightarrow \ X = \left(\sqrt{2g.h}\right)\bullet\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}\right) = 2h$$

Respuesta: el alcance horizontal es 2h.

23. Un bloque parte de la posición A sin velocidad inicial y se desliza por el camino mostrado. ¿Hasta qué altura máxima asciende el bloque en D? sí solo existe rozamiento en el tramo horizontal BC. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el piso es 0,4. $\left(g = 9{,}8\ m.s^{-2}\right)$

Para el problema 23



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: "El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica que experimenta el SEGUNDO PASO: Realizamos el DCL del bloque, la fuerza de rozamiento cinético actúa sobre el bloque oponiéndose al movimiento rectilíneo, en el tramo BC. Aplicamos la ley de aceleración. La fuerza resultante en el eje vertical en nula:

$$\Sigma F_y = 0 \ \Rightarrow \ N = W \ \Rightarrow \ N = m.g$$

Segunda ley de Newton o ley de aceleración

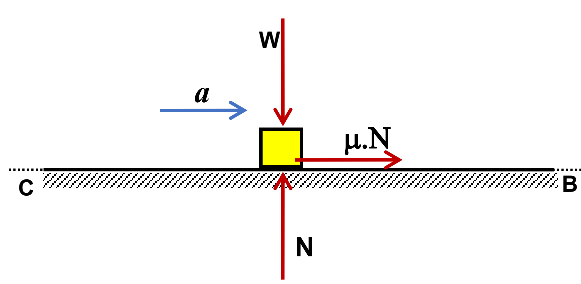
$$F = m.a \ \Rightarrow \ \mu.N = m.a \ \Rightarrow \ \mu.(m.g) = m.a \ \Rightarrow a = \mu.g$$

TERCER PASO: El trabajo hecho por la fuerza de rozamiento en el tramo de B a C (por primera vez) es igual a la variación de la energía mecánica desde A hasta B, cuando se detiene el bloque, comprimiendo al resorte. La línea de referencia pasa por BC. La velocidad en A es nula.

$$W^{FRICCION} = EM\,(en\ D) - EM\,(en\ A) = E_{pg}\,(en\ D) - E_{pg}\,(en\ A)$$

$$-f_C \bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H \ \ \Rightarrow \ -\mu.N \bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H$$

Resolución del problema 23



Reemplazando la fuerza normal:

$$-\mu.(m.g)\bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H$$

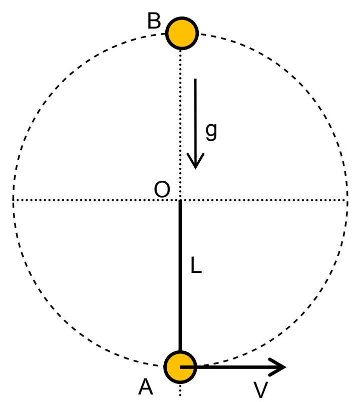
$$-\mu.\bullet d_{BC} = h - H \quad \Rightarrow \quad h = H - \mu.\bullet d_{BC}$$

Reemplazando:

$$h = 1-(0,4)\bullet(2m) = 0,2\ m$$

Respuesta: la máxima altura que es asciende es 0,2 m.

24. Se muestra un péndulo de masa "m" y longitud L. Determinar la rapidez mínima V que de tener en su posición de equilibrio A, tal que, puede describir por lo menos una vuelta en el plano vertical.



Para el problema 24

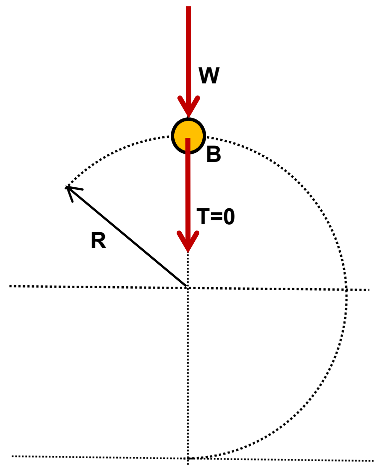
A) $\sqrt{5.g.L}$ B) $\sqrt{3.g.L}$ C) $4.\sqrt{3gL}$ D) $5.\sqrt{gL}$ E) $\sqrt{g.L}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B. La velocidad en B es mínima cuando el valor de la tensión es nulo.

$$F_C = m.a_C \Rightarrow N + W = \frac{m.(V_B)^2}{R} \Rightarrow 0 + m.g = \frac{m.(V_B)^2}{R}$$



Resolución del problema 24

La velocidad mínima en B es: $(V_B)^2 = g.R \Rightarrow V_B = \sqrt{g.R}$ …. (1)

TERCER PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por A. La altura que asciende es: $h_B = 2R = 2L$

$$EM(en\,A) = EM(en\,B) \Rightarrow m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

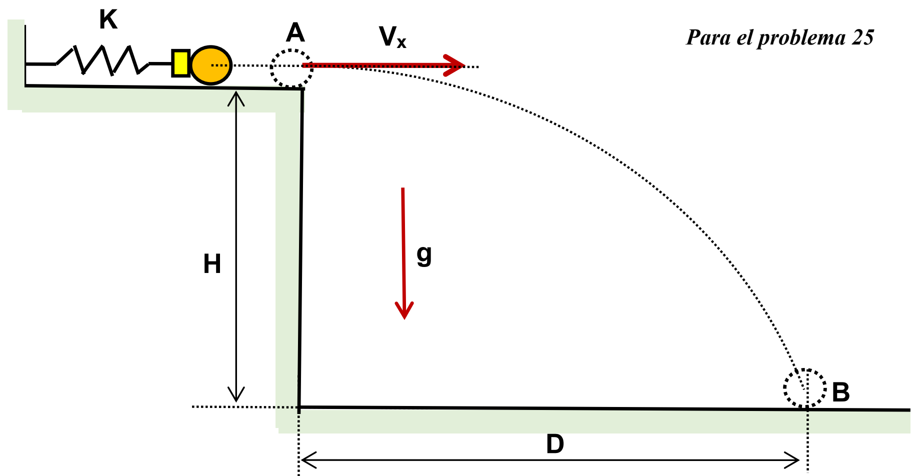
La altura en A en nula. Luego reemplazamos:

$$0 + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2} \Rightarrow \frac{(V_A)^2}{2} = g.h_B + \frac{(V_B)^2}{2}$$

$$\frac{(V_A)^2}{2} = g.(2R) + \frac{g.R}{2} \Rightarrow V_A = \sqrt{5.g.R}$$

Respuesta: La velocidad mínima es
$V_A = \sqrt{5.g.R}$

25. Una esfera de masa 2 kg está comprimiendo el resorte de constante K una longitud de X=10 cm. Cuando la esfera se suelta, desliza sobre la superficie horizontal lisa y efectúa un movimiento parabólico, llegando al piso con rapidez V= 6 m/s. Donde H = 1 m. Determine la constante elástica del resorte (en kN/m). (g = 10 m/s^2)



Para el problema 25

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical la rapidez inicial es nula $V_{0y} = 0 \frac{m}{s}$. Cálculo del tiempo de vuelo:

$$H = \frac{g.t^2}{2} \Rightarrow 1 = \frac{(10).t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{0,2}\ s$$

La componente vertical de la velocidad es:

$$V_Y = V_{0Y} + g.t \Rightarrow V_Y = 0 + (10).\left(\sqrt{0,2}\right) = \sqrt{20}\ \frac{m}{s}$$

La velocidad de impacto contra e piso es:

$$(V)^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2 \Rightarrow (6)^2 = (V_X)^2 + \left(\sqrt{20}\right)^2 \Rightarrow V_X = 4\ \frac{m}{s}$$

SEGUNDO PASO: Principio de conservación de la energía mecánica. La energía potencial elástica se transforma en energía cinética.

$$E_{ELASTICA} = E_{CINETICA} \Rightarrow \frac{K.(X)^2}{2} = \frac{m.(V_X)^2}{2}$$

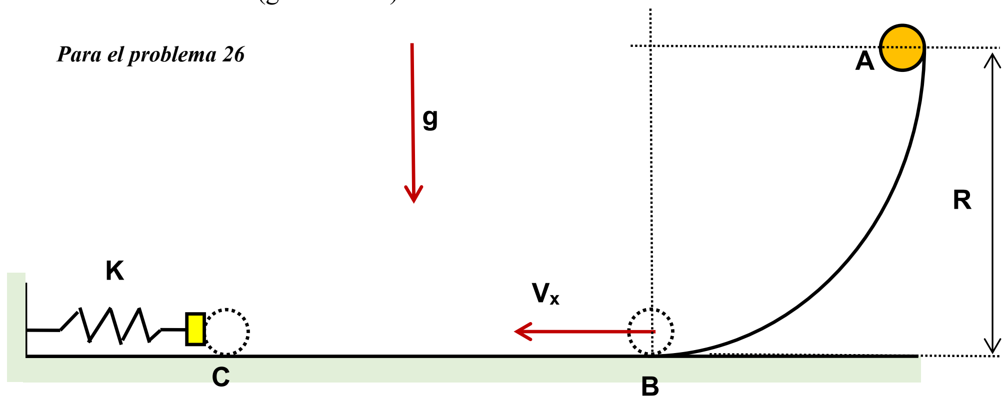
Reemplazando:

$$\frac{(K).(0,1)^2}{2} = \frac{(2).(4)^2}{2} \Rightarrow K = 3200\ \frac{N}{m}$$

Respuesta: la constante elástica es 3,2 kN/m

26. Una esfera de masa 5 kg se abandona en la posición A sobre una superficie cilíndrica de radio R = 4 m, sin rozamiento. Determinar la máxima deformación que experimenta el resorte de constante elástica K=100 N/cm. (g = 10 m/s^2)

Para el problema 26



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en C. El nivel de referencia pasa por B y C. La altura que desciende es: $h_A = R$

$$EM\left(en\ A\right) = EM\left(en\ C\right) \ \Rightarrow\ m.g.h_A + \frac{m.\left(V_A\right)^2}{2} = m.g.h_C + \frac{m.\left(V_C\right)^2}{2} + \frac{K.\left(X\right)^2}{2}$$

La velocidad inicial en A es nula y la altura en C en nula. La velocidad en C es nula. Luego reemplazamos:

$$m.g.R = \frac{K.\left(X\right)^2}{2} \ \Rightarrow\ X = \sqrt{\frac{2m.g.R}{K}}$$

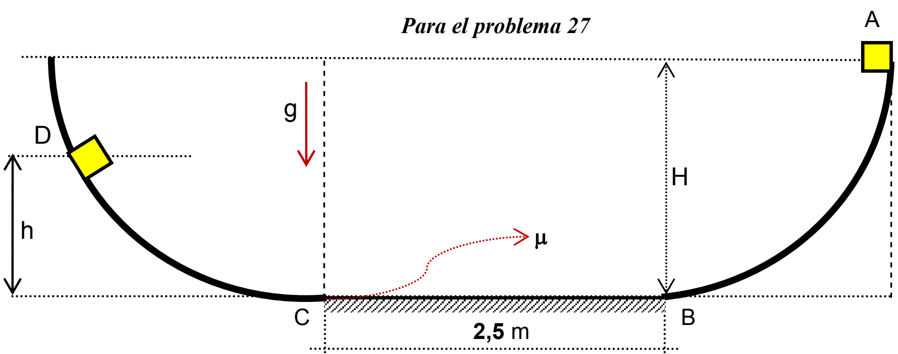
Reemplazando:

$$X_{\max} = \sqrt{\frac{2(5).(10).(4)}{10000}} = 0{,}2\ m$$

Respuesta: La deformación máxima es 0,2 m.

27. El bloque que se abandona en el punto "A". La máxima altura que alcanza hasta llegar al punto D es h = 1 m. Si solo hay rozamiento en el tramo recto BC de 2,5 metros. El radio de los arcos es H=2 m. Calcula el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie.

Para el problema 27



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica que experimenta el cuerpo".

SEGUNDO PASO: Realizamos el D.C.L del bloque, la fuerza de rozamiento cinético actúa sobre el bloque oponiéndose al movimiento rectilíneo, en el tramo BC. Aplicamos la ley de aceleración. La fuerza resultante en el eje vertical en nula:

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; N = W \;\Rightarrow\; N = m.g$$

Segunda ley de Newton o ley de aceleración:

$$F = m.a \;\Rightarrow\; \mu.N = m.a \;\Rightarrow\; \mu.(m.g) = m.a \;\Rightarrow a = \mu.g$$

TERCER PASO: El trabajo hecho por la fuerza de rozamiento en el tramo de B a C (por primera vez) es igual a la variación de la energía mecánica desde A hasta D, cuando se detiene el bloque. La línea de referencia pasa por BC. La velocidad en A es nula.

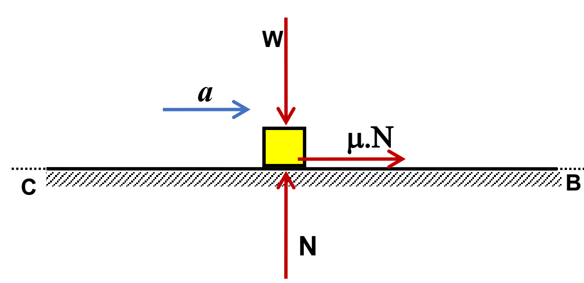
$$W^{FRICCION} = EM\,(en\ D) - EM\,(en\ A) = E_{pg}\,(en\ D) - E_{pg}\,(en\ A)$$

$$-f_C \bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H \;\Rightarrow\; -\mu.N \bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H$$

Reemplazando la fuerza normal: $-\mu.(m.g) \bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H$

$$-\mu.\bullet d_{BC} = h - H \;\Rightarrow\; \mu = \frac{H-h}{d_{BC}}$$

Resolución del problema 27



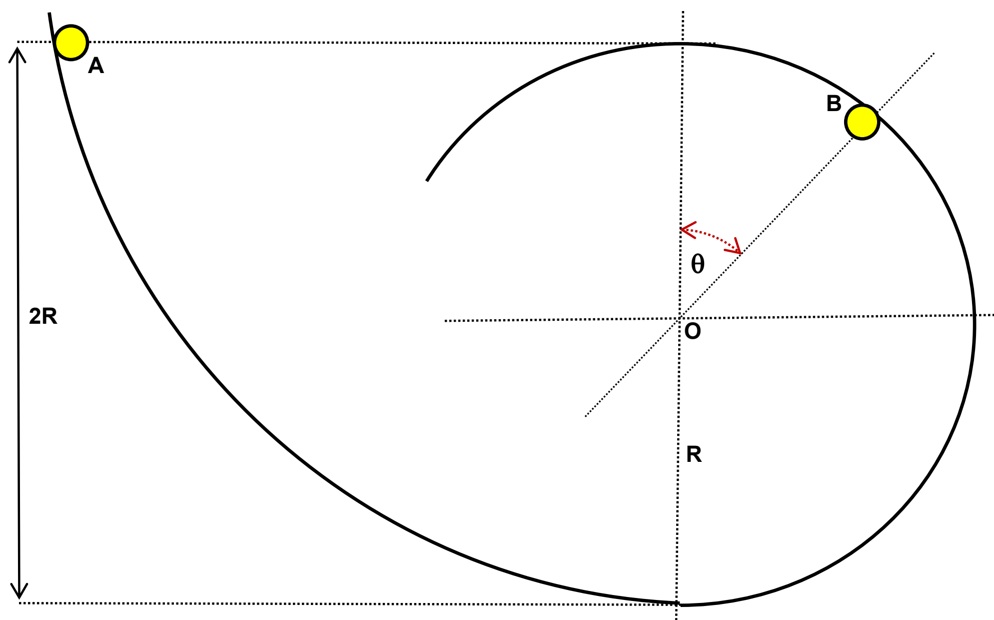
Reemplazando:

$$\mu = \frac{2-1}{2,5} = 0,4$$

Respuesta: el coeficiente de rozamiento cinético es 0,4.

28. Una esfera de masa "m" se abandona en la posición A. Determine la posición definida por el ángulo θ en el cual la esfera abandona la superficie cilíndrica de radio R.

Para el problema 28



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por el punto más bajo.

La altura de A es, $h_A = 2R$

La altura en B es, $h_B = R(1 + \text{Cos}\,\theta)$

$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$m.g.(2R)+0=m.g.R(1+\text{Cos}\,\theta)+\frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Despejando:

$$g.(2R)=g.R(1+\text{Cos}\,\theta)+\frac{(V_B)^2}{2}$$

La velocidad en el punto B:

$$(V_B)^2=2g.R.(1-\text{Cos}\,\theta)$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B. Cuando la esfera abandona la superficie cilíndrica la fuerza de reacción normal es nula. La componente radial del peso en el punto B es: $W.\text{Cos}\,\theta=m.g.\text{Cos}\,\theta$

$$F_C=m.a_C \;\Rightarrow\; N+W.\text{Cos}\,\theta=\frac{m.(V_B)^2}{R} \;\Rightarrow\; 0+m.g.\text{Cos}\,\theta=\frac{m.(V_B)^2}{R}$$

Reemplazando:

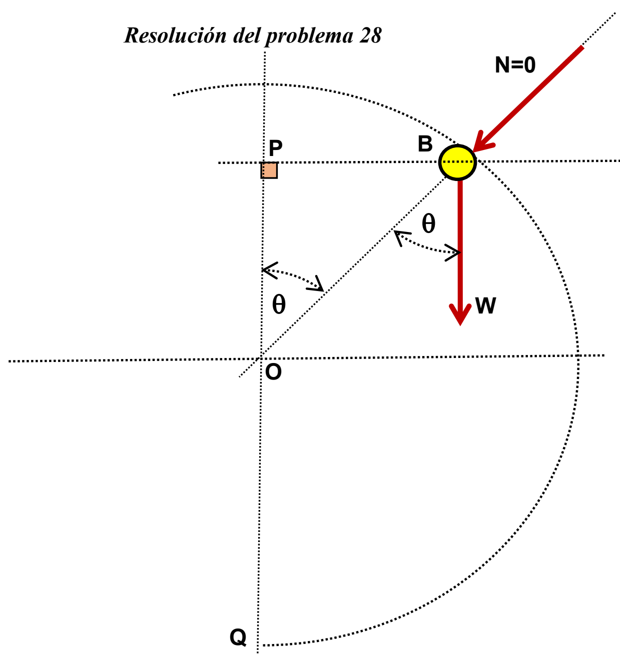
$$g.\text{Cos}\,\theta=\frac{2g.R.(1-\text{Cos}\,\theta)}{R} \;\Rightarrow\; \text{Cos}\,\theta=2-2\text{Cos}\,\theta$$

La medida del ángulo es:

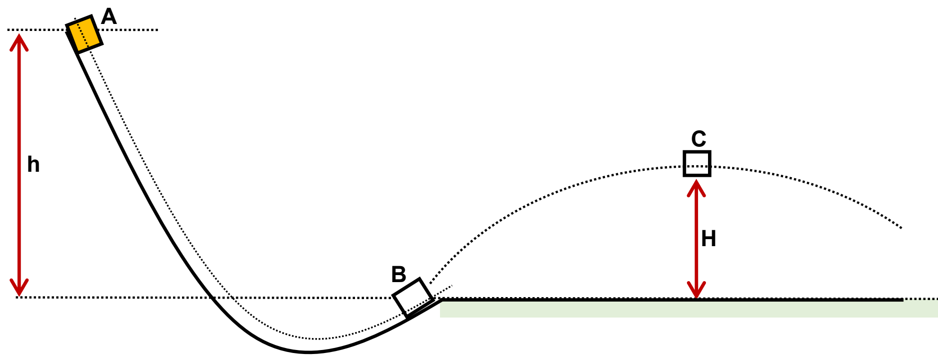
$$\text{Cos}\,\theta=\frac{2}{3} \;\Rightarrow\; \theta=48,2^{\circ}$$

Respuesta: la medida del ángulo es 48,2º

Resolución del problema 28



29. Un bloque parte del reposo en A, resbala por la rampa AB, y pierde entre A y B el 10 % de su energía mecánica por efecto del rozamiento. Si cuando pasa por el punto C su velocidad es 6 m/s con dirección horizontal. Calcular la altura máxima H que alcanza en su movimiento parabólico. Donde h=10 m. (g = 10 m/s^2)



Para el problema 29

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO: "El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica que experimenta el cuerpo".

SEGUNDO PASO: La energía mecánica en el punto B es el 90% de la energía mecánica en A. En la rampa se pierde energía por efecto del rozamiento.

$$EM(en\,B) = 90\%.EM(en\,A) \;\Rightarrow EM(en\,B) = 90\%.(m.g.h_A)$$

TERCER PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en B y final en C. El nivel de referencia pasa por el punto B.

$$EM(en\,B) = EM(en\,C) \;\Rightarrow 90\%.(m.g.h_A) = m.g.h_C + \frac{m.(V_C)^2}{2}$$

$$(0,9).(g.h_A) = g.h_C + \frac{(V_C)^2}{2} \;\Rightarrow\; (0,9).(10).(10) = (10).(H) + \frac{(6)^2}{2}$$

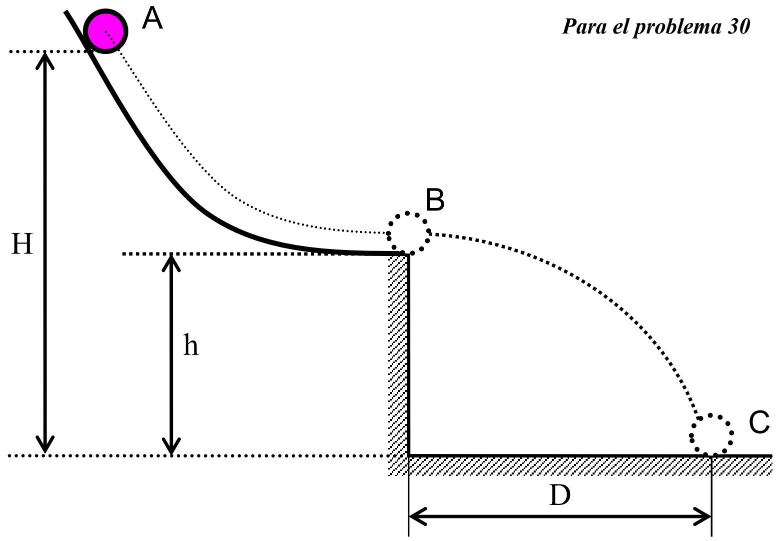
Reemplazando:

$$90 = 10.H + 18 \;\Rightarrow\; H = 7,2\ m$$

Respuesta: La altura máxima que alcanza es $7,2\ m$.

30. Se abandona una esfera de hielo en la posición A, se desliza sin rozamiento y abandona la rampa en B con dirección horizontal, describiendo luego un movimiento de caída libre parabólico. ¿Para qué valor de la altura "h" la esfera experimentará el máximo desplazamiento horizontal "D"? $\left(g = 10\ m/s^2\right)$

Para el problema 30



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Principio de conservación de la energía mecánica. En el tramo desde A hasta B. La línea de referencia pasa por el punto B. La altura que desciende es, $(H-h)$

$$EM(A) = EM(B) \Rightarrow m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$g.h_A = \frac{(V_B)^2}{2} \Rightarrow g.(H-h) = \frac{(V_B)^2}{2} \Rightarrow V_B = \sqrt{2.g.(H-h)}$$

La esfera sale disparada horizontalmente por el punto B.

TERCER PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical la rapidez inicial es nula $V_{0y} = 0\ \frac{m}{s}$. Cálculo del tiempo de vuelo:

$$h = \frac{g.t^2}{2} \Rightarrow t_V = \sqrt{\frac{2.h}{g}}$$

CUARTO PASO: En el eje horizontal la rapidez es constante. Aplicamos el M.R.U.

$$D = V_X \bullet t_V \Rightarrow D = \sqrt{2.g.(H-h)} \bullet \left(\sqrt{\frac{2.h}{g}}\right) \Rightarrow D = 2.\sqrt{(H-h) \bullet h}$$

QUINTO PASO: Si el producto de dos factores es máximo, entonces estos dos factores son iguales.

$$h = H - h \;\Rightarrow\; h = \frac{H}{2} \;\Rightarrow\; H = 2h$$

El alcance máximo es,

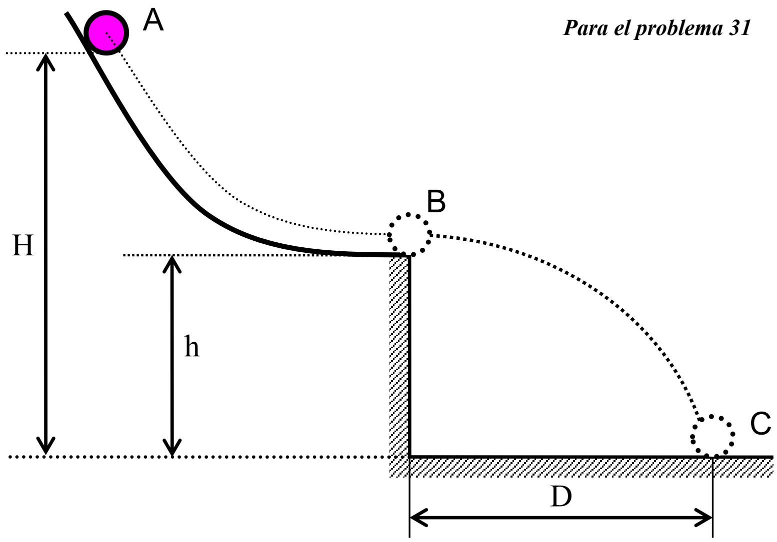
$$D_{\max} = 2.\sqrt{\left(H - \frac{H}{2}\right)\bullet\left(\frac{H}{2}\right)} = H$$

Respuesta: el alcance máximo es H.

31. Se abandona una esfera en la posición A desde una altura H = 4 m, se desliza sin rozamiento y abandona la rampa en B con dirección horizontal, describiendo luego un movimiento parabólico. Si la altura de B es h = 2 m, calcular el desplazamiento horizontal "D" para el movimiento de caída libre parabólico. (g = 10 m/s^2)

A) 0,2 m   B) 4   C) 6   D) 8   E) ninguna

Para el problema 31



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Principio de conservación de la energía mecánica. En el tramo desde A hasta B. La línea de referencia pasa por el punto B. La altura que desciende es, $(H-h)$

$$EM(A) = EM(B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$g.h_A = \frac{(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; g.(H-h) = \frac{(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; V_B = \sqrt{2.g.(H-h)}$$

La esfera sale disparada horizontalmente por el punto B.

TERCER PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical la rapidez inicial es nula $V_{0y} = 0\ \dfrac{m}{s}$. Cálculo del tiempo de vuelo:

$$h = \frac{g.t^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t_V = \sqrt{\frac{2.h}{g}}$$

CUARTO PASO: En el eje horizontal la rapidez es constante. Aplicamos el M.R.U.

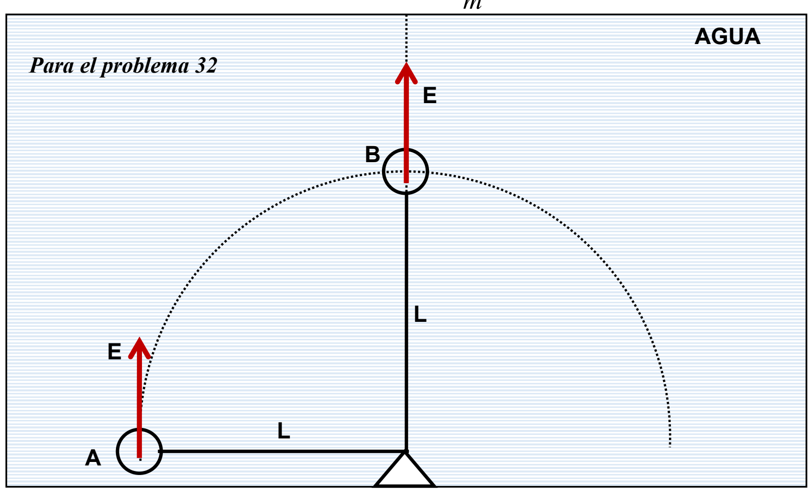
$$D = V_X \bullet t_V \;\Rightarrow\; D = \sqrt{2.g.(H-h)} \bullet \left(\sqrt{\frac{2.h}{g}}\right) \;\Rightarrow\; D = 2.\sqrt{(H-h)\bullet h}$$

Reemplazando los datos: $D = 2.\sqrt{(4-2)\bullet 2} = 4\ m$

Respuesta: el alcance horizontal es 4 metros.

32. Una esfera de densidad 0,25 g/cm^3 y volumen 1 litro se encuentra unido a una cuerda de largo L en el fondo del recipiente que contiene agua. Si se suelta la esfera en la posición A, describe una circunferencia. Desprecie la viscosidad del agua. Determine el valor de la tensión en la cuerda cuando alcanza su máxima altura. (g = 10 m/s^2)

$$D_{agua} = 1000\ \frac{kg}{m^3}$$



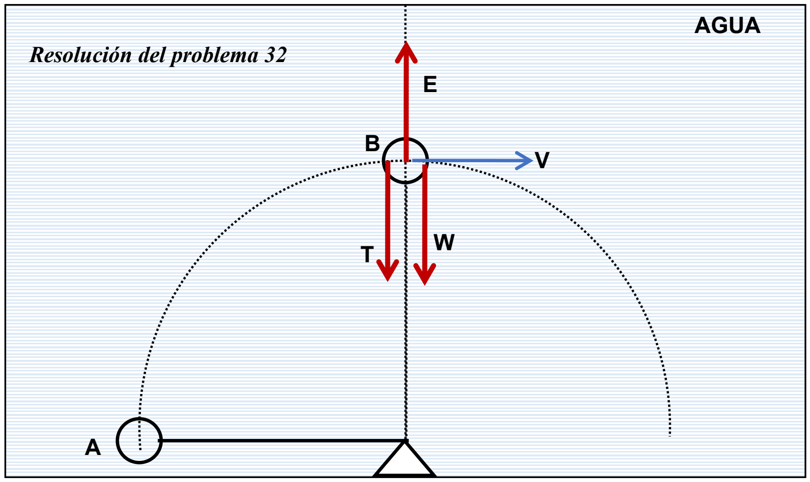
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Principio de Arquímedes. La fuerza de Empuje es igual al producto de densidad de agua, por la gravedad, por el volumen sumergido. $\left(1m^3 = 1000\ litros\right)$

$$E = D_{AGUA} \bullet g \bullet V_{SUMERGIDO} = (1000).(10).\left(1\bullet 10^{-3}\right) = 10\ N$$

SEGUNDO PASO: El peso de la esfera es igual al producto de la densidad del cuerpo, por la gravedad, por el volumen neto.

$$W = (250)\bullet(10)\bullet\left(10^{-3}\right) = 2,5\ N$$



TERCER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica. "El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B".

$$W^{E} = EM\left(en\,B\right) - EM\left(en\,A\right)$$

$$E.L = \left(m.g.L + \frac{1}{2}.m.V_B^2\right) - \left(0\right) \;\Rightarrow\; E.L = W.L + \frac{1}{2}.\left(\frac{W}{g}\right).V_B^2$$

$$\left(D_{AGUA}.g.V\right).L = \left(D_{CUERPO}.g.V\right).L + \frac{1}{2}.\left(\frac{D_{CUERPO}.g.V}{g}\right).V_B^2$$

Simplificando:

$$\left(D_{AGUA}\right).L = \left(D_{CUERPO}\right).L + \frac{1}{2}.\left(\frac{D_{CUERPO}}{g}\right).V_B^2$$

$$V_B^2 = 2.g.L.\left(\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}} - 1\right) \;\Rightarrow\; V_B = \sqrt{2.g.L.\left(\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}} - 1\right)}$$

CUARTO PASO: Aplicamos la ley de aceleración, al movimiento circunferencial en el punto B.

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; T + W - E = \left(\frac{W}{g}\right).\left(\frac{V_B^2}{L}\right)$$

$$T + W - E = \left(\frac{W}{g}\right).\left(\frac{V_B^2}{L}\right) \;\Rightarrow\; T = E - W + \left(\frac{W}{g}\right).\left(\frac{V_B^2}{L}\right)$$

$$T = E - W + \left(\frac{W}{g}\right).\frac{2.g.L.\left(\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}} - 1\right)}{L} = E - W + 2W.\left(\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}} - 1\right)$$

La tensión en la cuerda es:

$$T = E - 3W + 2W.\left(\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}}\right)$$

La otra forma:

$$T = E + W.\left(2\left[\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}}\right] - 3\right)$$

Reemplazamos los datos:

$$T = 2,5 + 10.\left(2\left[\frac{1000}{250}\right] - 3\right) = 2,5 + 10.(5) = 52,5\ N$$

Respuesta: el valor de la tensión es 52,5 N

La tensión es nula cuando: $D_{AGUA} = D_{CUERPO}$

33. Una esfera de densidad 0,25 g/cm^3 y volumen 1 litro se encuentra en el fondo del recipiente que contiene agua a una profundidad de 5 m. Si se suelta la esfera en la posición A, asciende verticalmente, sale del agua y sube en el aire. Determine la máxima altura. (g = 10 m/s^2) $\left(D_{agua} = 1000\ kg.m^{-3}\right)$

RESOLUCIÓN

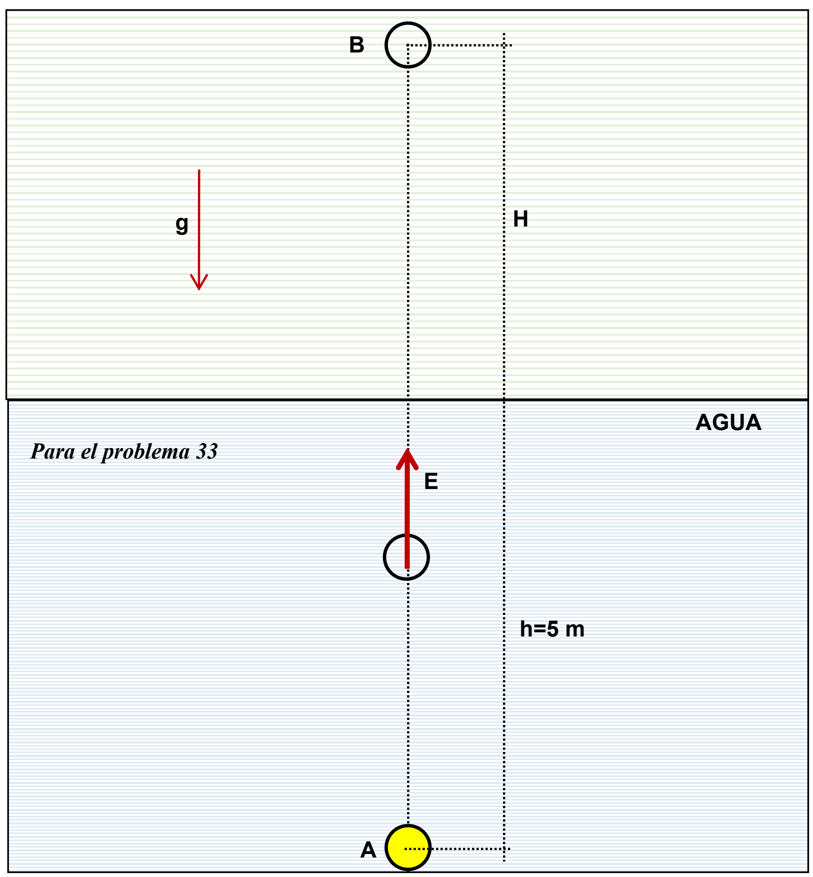
PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: "El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B".

SEGUNDO PASO. Cálculo de la fuerza de empuje, y el peso de la esfera:

$$E = D_{AGUA}.g.V_{SUMERGIDO} = (1000).(10).\left(10^{-3}\right) = 10\ N$$

$$W = D_{CUERPO}.g.V_{NETO} = (250).(10).\left(10^{-3}\right) = 2,5\ N$$

TERCER PASO: Aplicamos el teorema del teorema del trabajo y la energía mecánico.



$$W^F = EM(en\,B) - EM(en\,A)$$

$$W^F = E_{pg}(B) + E_C(B) - E_{pg}(A) - E_C(A)$$

$$E \bullet h = W.(H+5) - (0) \;\Rightarrow\; (10).(5) = (2{,}5).(H+5) \;\Rightarrow\; H = 15\ m$$

Respuesta: la altura máxima que alcanza es 15 metros.

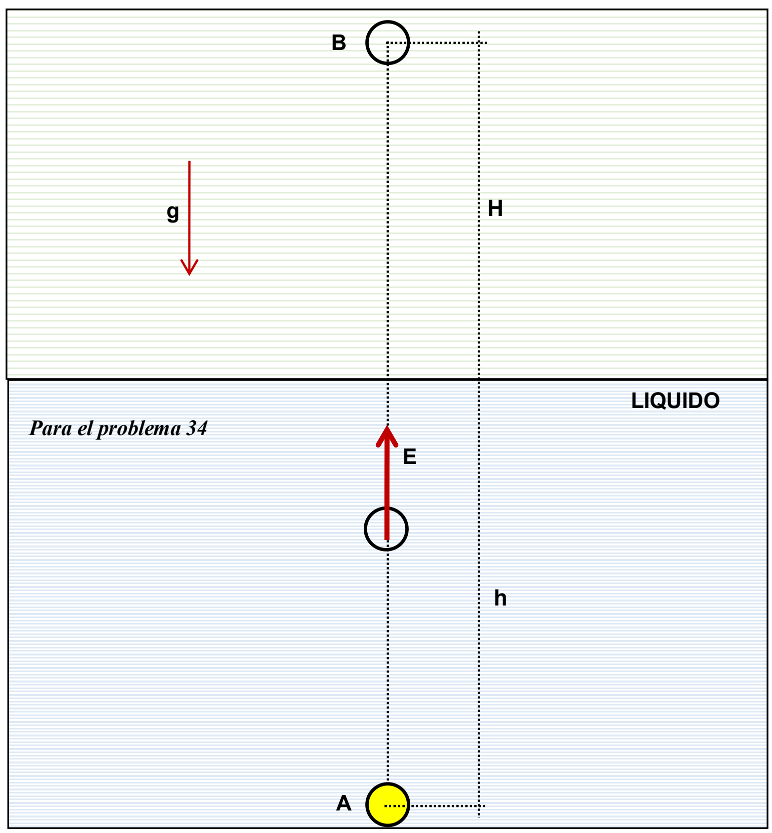
34. Una esfera de densidad δ y volumen **V** se encuentra en el fondo del recipiente que contiene agua a una profundidad de **h**. Si se suelta la esfera en la posición A, asciende verticalmente, sale del líquido ρ y sube en el aire. Determine la máxima altura **H**.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: "El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B".

SEGUNDO PASO. Cálculo de la fuerza de empuje, y el peso de la esfera:

$$E = D_{AGUA}.g.V_{SUMERGIDO} = (\rho).(g).(V) = \rho.g.V$$



$$W = D_{CUERPO}.g.V_{NETO} = (\delta).(g).(V) = \delta.g.V$$

TERCER PASO: Aplicamos el teorema del teorema del trabajo y la energía mecánico. La velocidad en A y en B es nula. La línea de referencia pasa por el punto A

$$W^F = EM(en\,B) - EM(en\,A)$$

$$W^F = E_{pg}(B) + E_C(B) - E_{pg}(A) - E_C(A)$$

$$E \bullet h = W.(H+5) - (0) \;\Rightarrow\; (\rho.g.V).(h) = (\delta.g.V).(H+h)$$

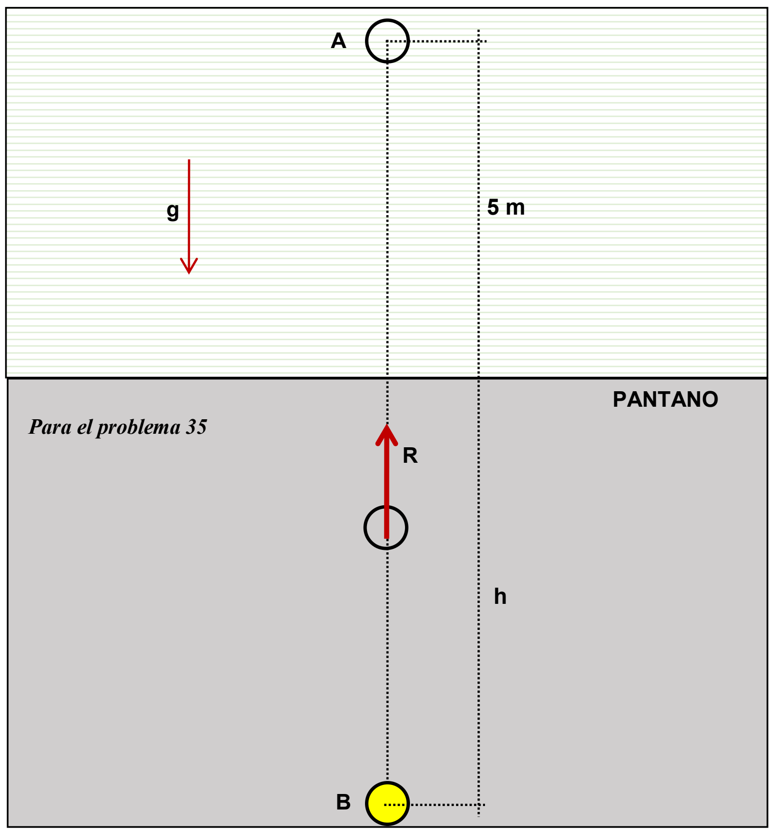
$$\rho.h = \delta.(H+h) \;\Rightarrow\; H = \left(\frac{\rho}{\delta} - 1\right) \bullet h$$

OBSERVACIÓN: Si, $\delta = \rho$ entonces, la esfera no sale del líquido.

35. Una esfera cuyo peso es 10 N, se suelta desde la altura de 5 m sobre un pantano. La fuerza de resistencia media que ofrece el pantano al hundimiento de la esfera es 20 N. ¿Hasta qué profundidad llegara la esfera?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica. “El trabajo realizado por la resistencia **R**, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B”.



Para el problema 35

SEGUNDO PASO: Aplicamos el Teorema del trabajo y la energía mecánica. La velocidad inicial en A y la velocidad final en B son nulas. La línea de referencia pasa por B.

$$W^F = EM(en\,B) - EM(en\,A)$$

$$-F \bullet h = 0 - m.g.(h+5)$$

$$20.h = 10.(h+5) \;\Rightarrow\; h = 5\ m$$

Respuesta: la máxima profundidad es 5 metros.

36. Una esfera de densidad δ y volumen **V** se abandona desde la altura **H** sobre la superficie de un líquido ρ. Determine la profundidad máxima **h** que desciende en el líquido. $\left(\rho \rangle \delta\right)$

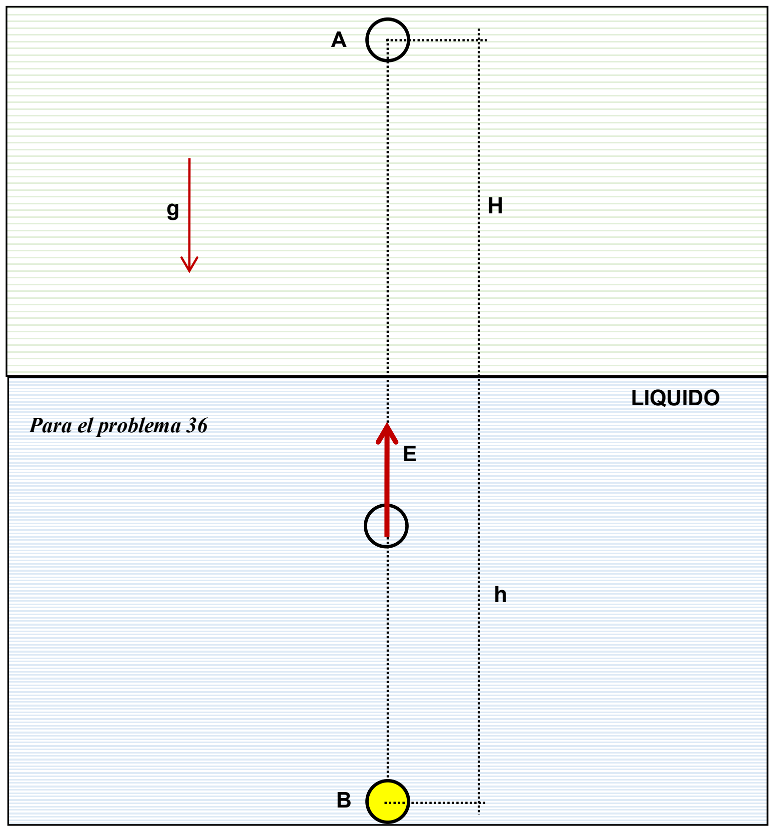
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: "El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B".

SEGUNDO PASO. Cálculo de la fuerza de empuje, y el peso de la esfera:

$$E = D_{AGUA}.g.V_{SUMERGIDO} = (\rho).(g).(V) = \rho.g.V$$

$$W = D_{CUERPO}.g.V_{NETO} = (\delta).(g).(V) = \delta.g.V$$



Para el problema 36

TERCER PASO: Aplicamos el teorema del teorema del trabajo y la energía mecánico. La velocidad en A y en B es nula. La línea de referencia pasa por el punto B.

$$W^F = EM\,(en\,B) - EM\,(en\,A)$$

$$W^F = E_{pg}(B) + E_C(B) - E_{pg}(A) - E_C(A)$$

$$-E \bullet h = 0 - W.(H+h) \Rightarrow -(\rho.g.V).(h) = -(\delta.g.V).(H+h)$$

$$\rho.h = \delta.(H+h) \Rightarrow \rho.h = \delta H + \delta.h$$

$$h.(\rho - \delta) = \delta.H \Rightarrow h = \frac{H}{\left(\dfrac{\rho}{\delta} - 1\right)}$$

OBSERVACIÓN: Si, δ = ρ la esfera desciende con velocidad constante hasta el fondo.

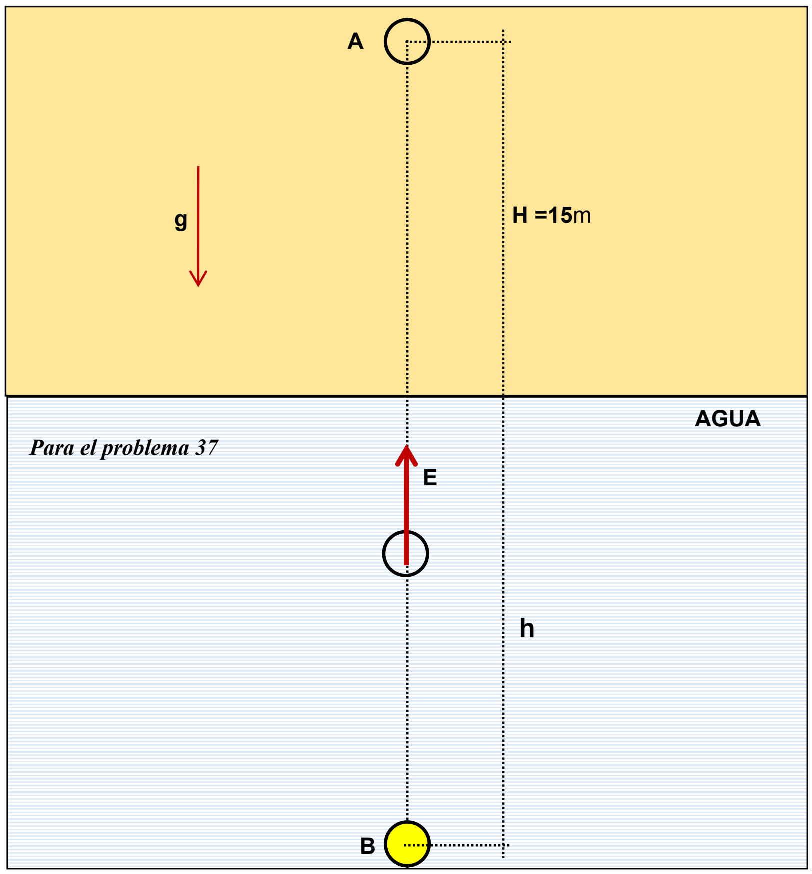
37. Una esfera de densidad 0,25 g/cm^3 y volumen 1 litro se encuentra a una altura H=15 m sobre la superficie del agua. Si se suelta la esfera en la posición A, ¿Qué profundidad máxima desciende la esfera en el agua? (g = 10 m/s^2)

$\left(D_{agua} = 1000\ kg.m^{-3}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: "El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B".

SEGUNDO PASO. Cálculo de la fuerza de empuje, y el peso de la esfera:



$$E = D_{AGUA}.g.V_{SUMERGIDO} = (1000).(10).\left(10^{-3}\right) = 10\ N$$

$$W = D_{CUERPO}.g.V_{NETO} = (250).(10).\left(10^{-3}\right) = 2,5\ N$$

TERCER PASO: Aplicamos el teorema del teorema del trabajo y la energía mecánico.

$$W^F = EM\,(en\,B) - EM\,(en\,A)$$

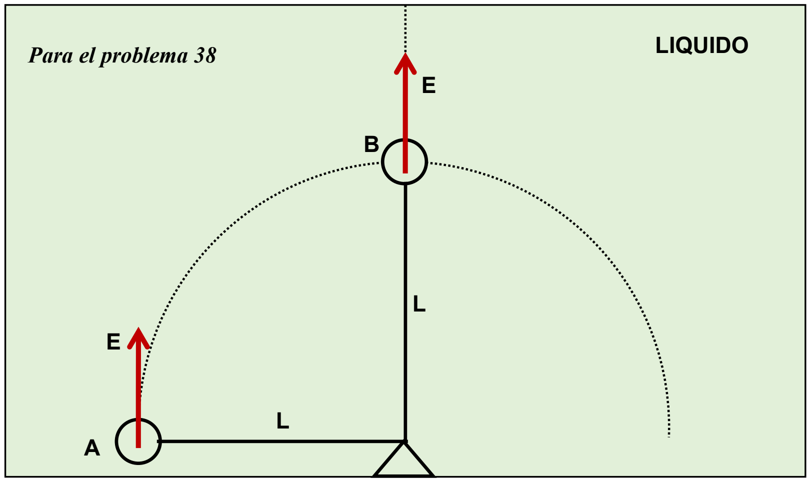
$$W^F = E_{pg}(B) + E_C(B) - E_{pg}(A) - E_C(A)$$

$$-E \bullet h = 0 - W.(H+h)$$

$$(10).(h) = (2,5).(15+h) \quad \Rightarrow \quad h = 5\ m$$

Respuesta: la profundidad máxima que alcanza es 5 metros.

38. Una esfera de densidad δ y volumen **V** se encuentra unido a una cuerda de largo L en el fondo del recipiente que contiene un líquido ρ. Si se suelta la esfera en la posición A, describe una circunferencia. Desprecie la viscosidad del líquido. Determine el valor de la velocidad de la esfera cuando alcanza su máxima altura.



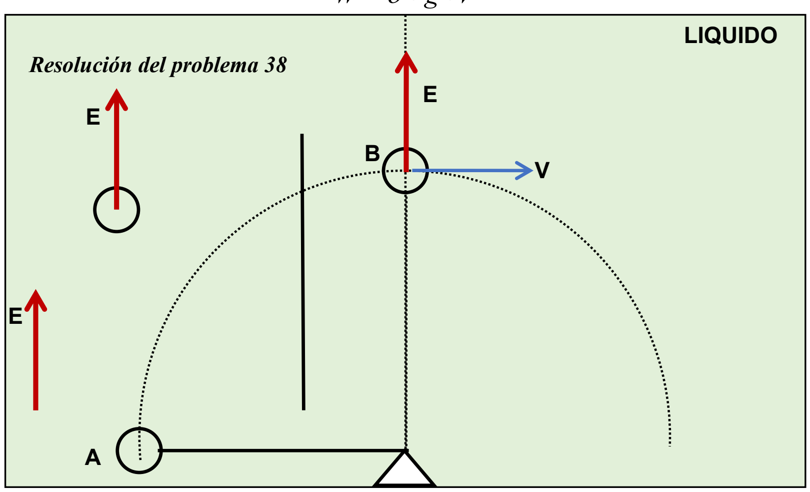
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Principio de Arquímedes. La fuerza de Empuje es igual al producto de densidad de agua, por la gravedad, por el volumen sumergido.

$$E = \rho \bullet g \bullet V$$

SEGUNDO PASO: El peso de la esfera es igual al producto de la densidad del cuerpo, por la gravedad, por el volumen neto.

$$W = \delta \bullet g \bullet V$$



TERCER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica. "El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B".

$$W^E = EM\left(en\,B\right) - EM\left(en\,A\right)$$

$$E.L = \left(m.g.L + \frac{1}{2}.m.V_B^2\right) - \left(0\right) \Rightarrow E.L = W.L + \frac{1}{2}.\left(\frac{W}{g}\right).V_B^2$$

$$(\rho.g.V).L=(\delta.g.V).L+\frac{1}{2}.\left(\frac{\delta.g.V}{g}\right).V_B^2$$

Simplificando:

$$(\rho).L=(\delta).L+\frac{1}{2}.\left(\frac{\delta}{g}\right).V_B^2 \;\Rightarrow\; (V_B)^2=2.g.L.\left(\frac{\rho}{\delta}-1\right)$$

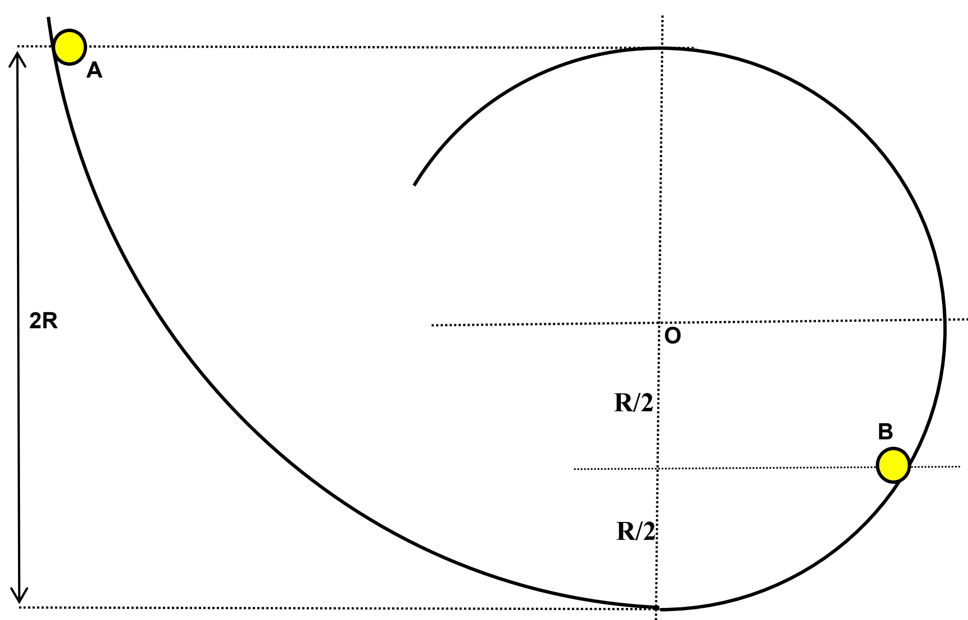
La velocidad en el punto más alto es:

$$V_B=\sqrt{2.g.L.\left(\frac{\rho}{\delta}-1\right)}$$

OBSERVACIÓN. La rapidez en B tiende a cero cuando:
$\delta=\rho$

39. Una esfera de 2 kg es abandonada en la posición A. Calcular el valor de la fuerza normal cuando pasa por la posición B, sobre una superficie cilíndrica de curvatura R. No existe rozamiento. $\left(g=10\ m.s^{-2}\right)$

Para el problema 39



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por el punto más bajo.

La altura de A es, $h_A=2R$

La altura en B es, $h_B = \frac{R}{2}$

$$EM\left(en\,A\right) = EM\left(en\,B\right) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.\left(V_A\right)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

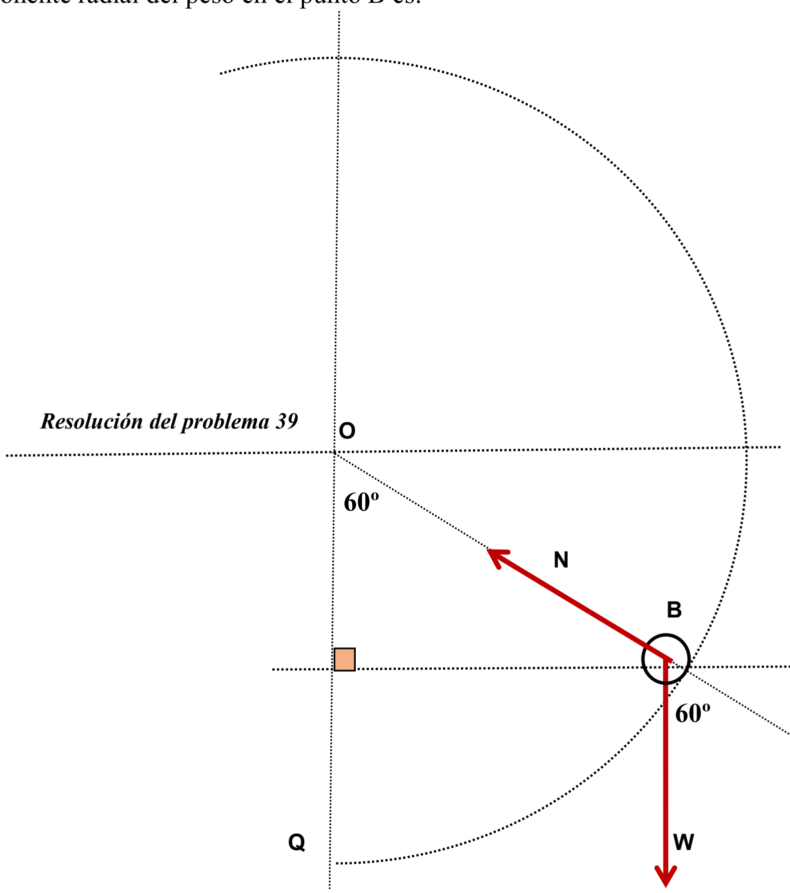
Reemplazando:

$$m.g.\left(2R\right) + 0 = m.g.\left(\frac{R}{2}\right) + \frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

La velocidad en el punto B:

$$\left(V_B\right)^2 = 3.g.R$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B. La componente radial del peso en el punto B es:



$$W.\text{Cos}\,60^{\text{o}} = \frac{m.g}{2}$$

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; N - W.\text{Cos}\,60^{\text{o}} = \frac{m.\left(V_B\right)^2}{R} \;\Rightarrow\; N - \frac{m.g}{2} = \frac{m.\left(3g.R\right)}{R}$$

Despejando:

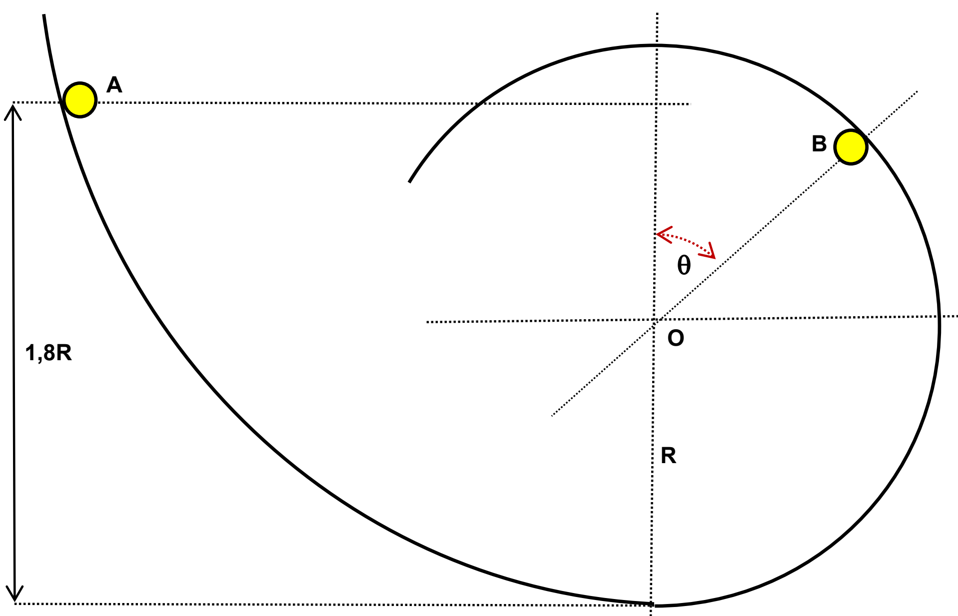
$$N = \left(\frac{7}{2}\right).m.g$$

Reemplazando: $$N=\left(\frac{7}{2}\right).(2).(10)=70\ newtons$$

Respuesta: el valor de la reacción norma e 70 N

40. Una esfera de masa "m" se abandona en la posición A. Determine la posición definida por el ángulo θ en el cual la esfera abandona la superficie cilíndrica de radio R.

Para el problema 40



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por el punto más bajo.

La altura de A es, $h_A=1,8R$

La altura en B es, $h_B=R\left(1+\mathrm{Cos}\,\theta\right)$

$$EM\left(en\ A\right)=EM\left(en\ B\right)\ \Rightarrow\ m.g.h_A+\frac{m.\left(V_A\right)^2}{2}=m.g.h_B+\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

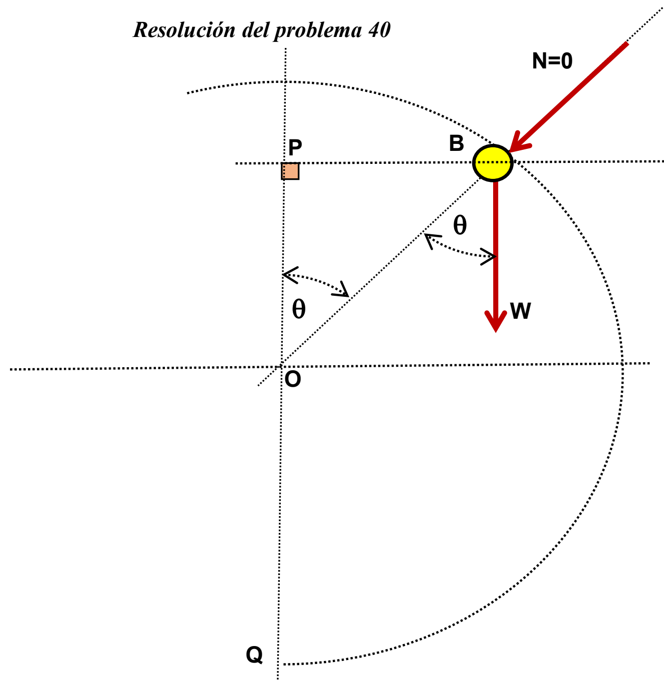
Reemplazando:

$$m.g.\left(1,8R\right)+0=m.g.R\left(1+\mathrm{Cos}\,\theta\right)+\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

Despejando:

$$g.(1,8R) = g.R(1+\text{Cos}\,\theta) + \frac{(V_B)^2}{2}$$

Resolución del problema 40



$$g.R(0,8-\text{Cos}\,\theta) = \frac{(V_B)^2}{2} \quad \Rightarrow \quad (V_B)^2 = 2g.R.(0,8-\text{Cos}\,\theta)$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B. Cuando la esfera abandona la superficie cilíndrica la fuerza de reacción normal es nula. La componente radial del peso en el punto B es: $W.\text{Cos}\,\theta = m.g.\text{Cos}\,\theta$

$$F_C = m.a_C \quad \Rightarrow \quad N + W.\text{Cos}\,\theta = \frac{m.(V_B)^2}{R} \quad \Rightarrow \quad 0 + m.g.\text{Cos}\,\theta = \frac{m.(V_B)^2}{R}$$

Reemplazando:

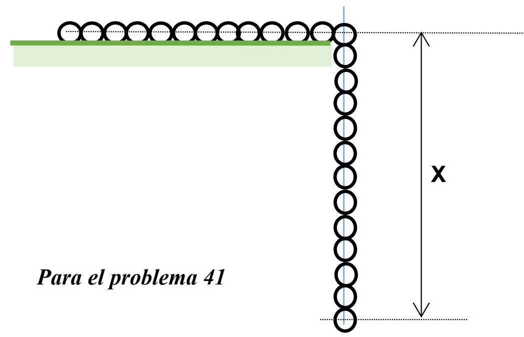
$$m.g.\text{Cos}\,\theta = \frac{m.2.g.R.(0,8-\text{Cos}\,\theta)}{R} \quad \Rightarrow \quad \text{Cos}\,\theta = 2(0,8-\text{Cos}\,\theta)$$

La medida del ángulo es:

$$\text{Cos}\,\theta = \frac{1,6}{3} = \frac{8}{15} \quad \Rightarrow \quad \theta = 57,8º$$

Respuesta: la medida del ángulo es 57,8º

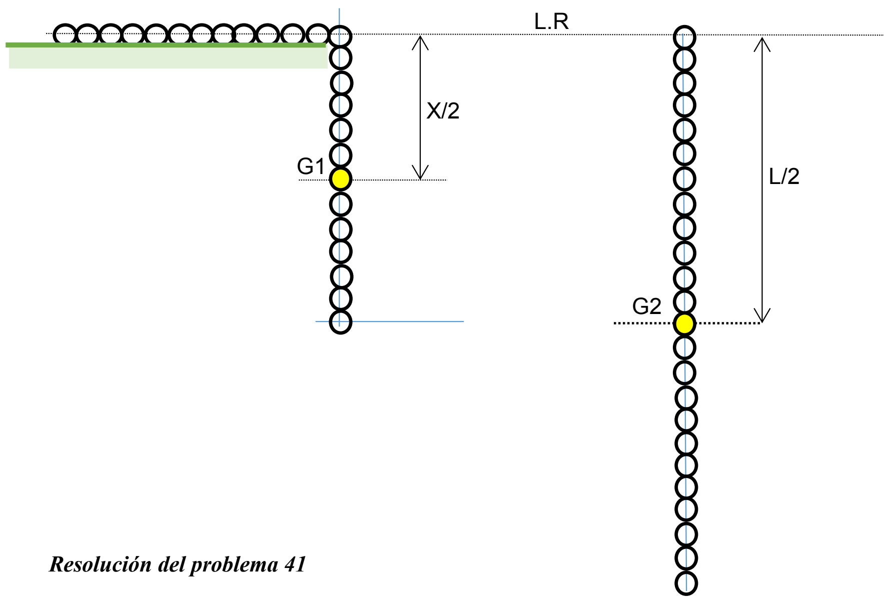
41. Una cadena uniforme de longitud L, se abandona sobre una superficie horizontal lisa, como se muestra. Calcular la velocidad de la cadena en el instante que el último eslabón se desprende de la superficie horizontal.



Para el problema 41

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El peso de cada parte de la cadena homogénea es directamente proporcional al largo. $W = K \bullet X$



Resolución del problema 41

SEGUNDO PASO. La energía potencial gravitatoria es negativa, cuando el centro de gravedad se encuentra debajo de la línea de referencia.

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM\left(inicial\right) = EM\left(final\right)$$

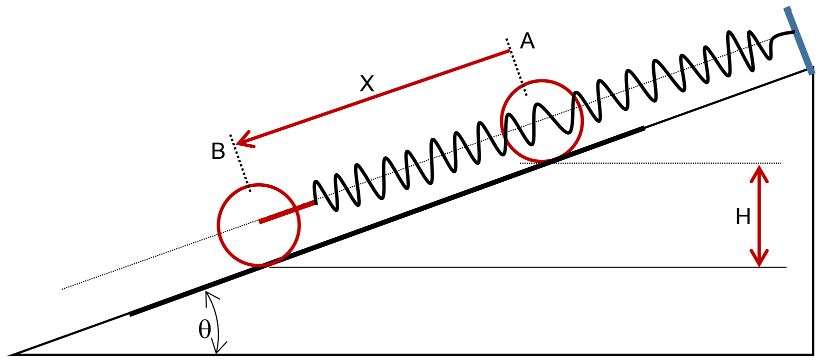
$$Ep\left(i\right) + E_C\left(i\right) = Ep\left(f\right) + E_C\left(f\right)$$

$$K.X\left(-\frac{X}{2}\right) + 0 = K.L\left(-\frac{L}{2}\right) + \frac{1}{2}.\left(\frac{K.L}{g}\right).V^2$$

La rapidez final de la cadena es: $V = \sqrt{\dfrac{\left(L^2 - X^2\right) \bullet g}{L}}$

CUARTO CASO. Si X = 0, la velocidad es nula.

42. Se suelta el rodillo cilíndrico de masa **M** unido a un resorte, desde la posición donde el resorte de constante de elasticidad **K** no está deformado (X=0) y el cilindro rueda sin resbalar sobre el plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal. Calcular la máxima deformación que experimenta el resorte.



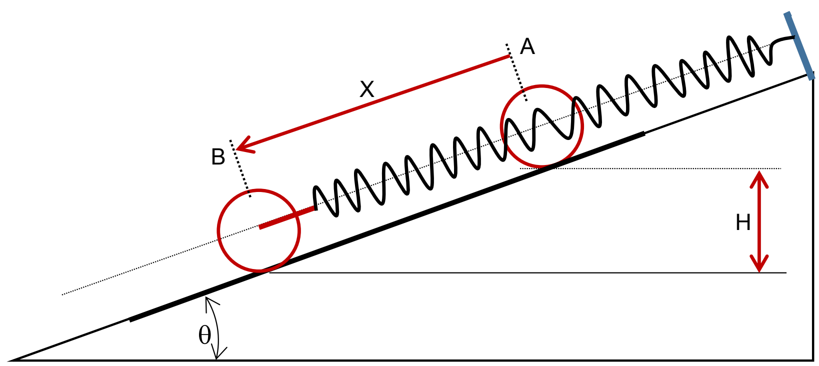
Para el problema 42

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cuando el resorte alcanza la máxima deformación (en la zona elástica) la velocidad del rodillo es nula, en ese instante.

SEGUNDO PASO. Sea X la máxima deformación del resorte, entonces la altura que desciende es,

$h = X.Sen\theta$



Para el problema 42

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica. Debe tenerse en cuenta que el rodillo no resbala, por lo tanto, no existe fuerza de rozamiento por deslizamiento.

$$Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

$$M.g.H + 0 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + 0 \Rightarrow M.g.(X.Sen\theta) = \frac{1}{2}.K(X)^2$$

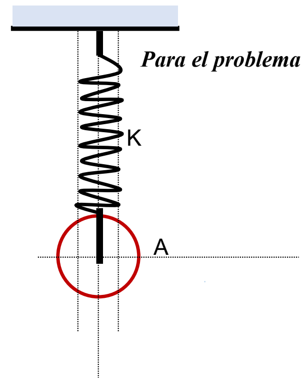
Despejando:

$$X_{max} = \frac{2.M.g.(Sen\theta)}{K}$$

CUARTO CASO: Demostrar que, en la posición de equilibrio, cuando la velocidad es máxima:

$$X = \frac{M.g.(Sen\theta)}{K}$$

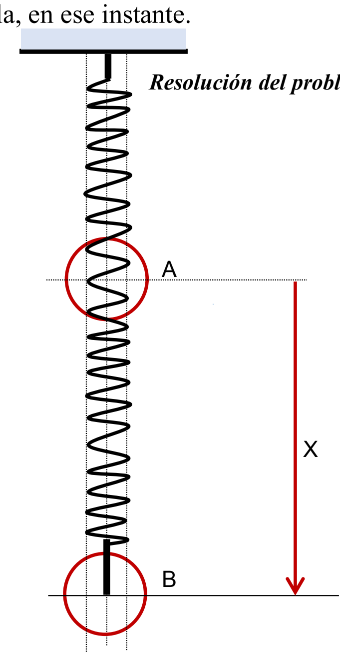
43. Se suelta la esfera de masa **M** unido a un resorte, desde la posición donde el resorte de constante de elasticidad **K** no está deformado (X=0). Calcular la máxima deformación que experimenta el resorte.



Para el problema 43

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cuando el resorte alcanza la máxima deformación (en la zona elástica) la velocidad de la esfera es nula, en ese instante.



Resolución del problema 43

SEGUNDO PASO. Sea X la máxima deformación del resorte, entonces la altura que desciende es, H=X.

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica, entre los puntos A y B.

$$Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

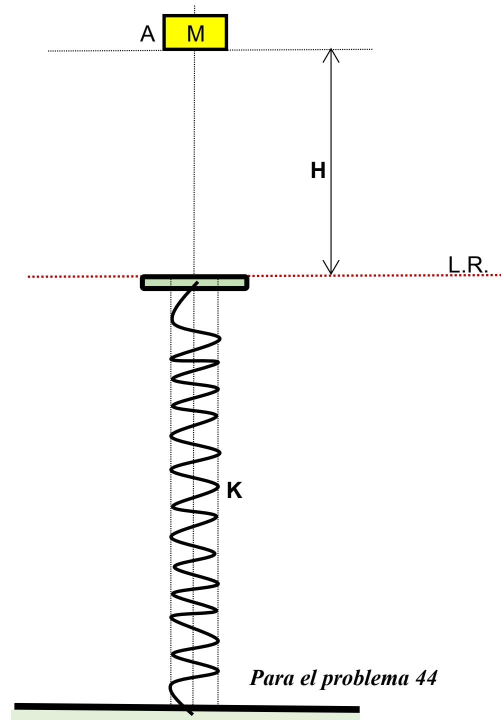
$$M.g.H + 0 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + 0 \Rightarrow M.g.(H) = \frac{1}{2}.K(H)^2$$

Despejando:

$$X_{\max} = \frac{2.M.g}{K}$$

CUARTO CASO: Demostrar que, en la posición de equilibrio, cuando la velocidad es máxima: $X = \dfrac{M.g}{K}$

44. Un bloque de masa M = 1 kg se deja en libertad como se muestra con H = 4 m. Si el resorte tiene una constante elástica K=100 N/m. Determinar la máxima deformación en el resorte. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



Para el problema 44

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Se reduce la máxima deformación en el resorte en el instante que el bloque se detiene instantáneamente, luego será impulsado hacia arriba.

SEGUNDO PASO. La energía potencial gravitatoria es negativa cuando el bloque se encuentra debajo de la línea de referencia.

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica.

$$Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

$$M.g.H + 0 = \left(-M.g.X + \frac{1}{2}.K.(X)^2\right) + 0$$

$$M.g.H = -M.g.X + \frac{1}{2}.K.(X)^2$$

$$40 = -10.X + 50.(X)^2 \quad \Rightarrow \quad 5.X^2 - X - 40 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$X = 1\ m$$

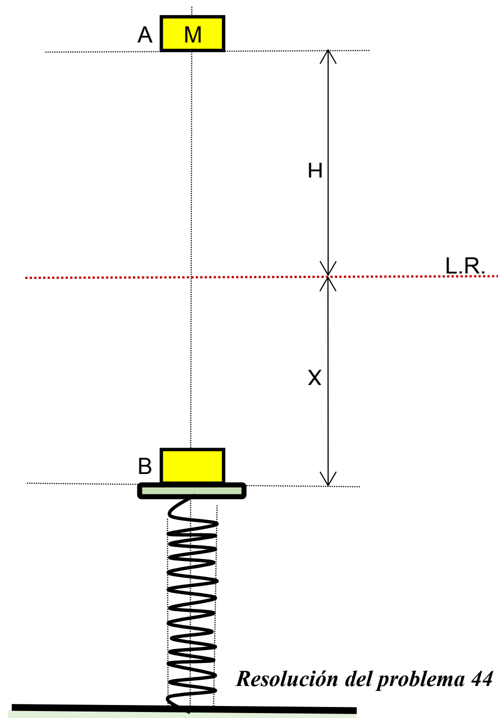
CUARTO PASO. Resolviendo la ecuación de segundo grado

$$\frac{1}{2}.K.(X)^2 - M.g.X - Mg.H = 0 \quad \Rightarrow a.(X)^2 + b.X + c = 0$$

$$a = \frac{1}{2}.K \;;\; b = -M.g \;;\; c = -M.g.H$$

Solución general de una ecuación de segundo grado:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Resolución del problema 44

Solución General:

$$X = \frac{M.g \pm \sqrt{(M.g)^2 + 2M.g.H.K}}{K}$$

Reemplazando los datos:

$$X = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 8000}}{100} \quad \Rightarrow \quad X = 1\ m$$

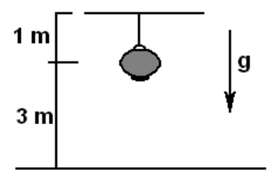
Respuesta. La máxima deformación en es resorte es 1 metro.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Una pelota de 500 gramos tiene energía cinética de 400 J. ¿Cuál es la rapidez de la pelota en m/s?
a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50

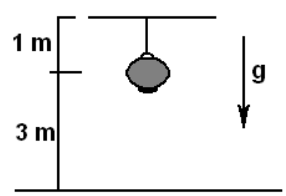
2. Se lanza una piedra de 100 gramos desde el suelo con velocidad de $\vec{v} = 30\hat{i} + 40\hat{j}\ (m/s)$ ¿Cuál es la cantidad de la energía cinética (en J) en el punto que alcanza la altura máxima respecto del suelo?
A) 80 B) 90 C) 100 D) 160 E) 45

3. Sabiendo que la lámpara tiene un peso de 20 N, ¿qué cantidad de energía potencial gravitatoria (en J) posee la lámpara respecto del piso? (g = 10 m/s^2)



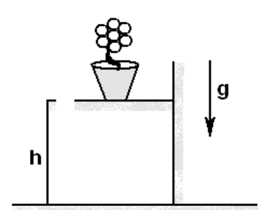
4.
a) 10 J b) 40 c) 60 d) 120 e) 90

5. Sabiendo que la lámpara tiene un peso de 20 N, ¿qué cantidad de energía potencial gravitatoria (en J) posee la lámpara respecto del techo? (g = 10 m/s^2)



a) 10 J b) -40 c) -10 d) -20 e) 20

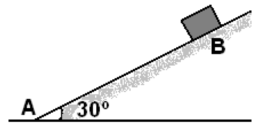
6. La maceta tiene una cantidad de energía potencial gravitatoria de 60 J respecto del piso. Si la altura es h = 3 m, ¿Cuál es la masa de la maceta en kg? (g = 10 m/s^2)



a) 8 b) 9 c) 2 d) 4 e) 6

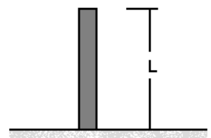
7. En un estante un libro de 0,5 kg se halla a 1,6 m del suelo. ¿Cuál es su cantidad de energía potencial (en J) con respecto al piso? (g = 10 m/s^2)
a) 4 J b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

8. ¿Cuánta energía potencial gravitatoria tiene el bloque de 5 kg en la posición "B" con relación a la horizontal que pasa por "A"? AB = 8 m. (g = 10 m/s^2)

9. 

a) 20 J   b) 200   c) 100   d) 500   e) 50

10. ¿Cuál es la longitud de la barra (en m) uniforme y homogénea mostrada de 10 kg, si su cantidad de energía gravitatoria respecto del piso es de 300 J? (g = 10 m/s^2)



a) 1 m   b) 3   c) 6   d) 4   e) 8

11. Un resorte de rigidez K = 100 N/cm se estira 2 cm por acción de una fuerza externa. Determinar la cantidad de energía potencial elástica (en J) almacenada en el resorte.
a) 4   b) 2   c) 20   d) 40   e) 50

12. La constante de rigidez de un muelle es de 20 N/cm. ¿Qué cantidad de energía (en J) almacena cuando el muelle es deformado en 10 cm?
a) 8   b) 10   c) 12   d) 16   e) 20

13. Calcule la cantidad de energía cinética (en kJ) asociada a un automóvil de 1000 kg con una rapidez de 40 m/s.
A) 350 kJ   B) 400 kJ   C) 800 kJ   D) 380 kJ   E) 250 kJ

14. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una piedra de 200 gramos con una rapidez de 10 m/s.
A) 9 J   B) 0,9 J   C) 10 J   D) 0,3 J   E) 0,09 J

15. Se lanza una piedra de 100 gramos desde el suelo con velocidad de $v = 40\hat{i} + 30\hat{j}\ (m/s)$ ¿Cuál es la cantidad de la energía cinética (en J) en el punto que alcanza la altura máxima respecto del suelo?
A) 80   B) 90   C) 100   D) 160   E) 45

16. Un móvil de masa m se mueve con velocidad constante V, con una energía cinética de 400 J. Determine la cantidad de energía cinética (en kJ) de otro móvil cuya masa es $\frac{m}{2}$ y su rapidez es el triple.
A) 1,8   B) 1,4   C) 2,3   D) 0,9   E) 3,6

17. Calcule la cantidad de energía cinética (en kJ) de una bala de fusil de masa 50 gramos que sale del cañón del arma con rapidez de 900 m/s. (g = 10 m/s^2)
A) 12,75   B) 15,25   C) 17,75   D) 20,25   E) 25,55

18. Calcule la cantidad de energía potencial elástica asociada a un resorte de constante elástica 1000 N/m que se encuentra deformada 20 cm.
A) 2 J   B) 20 J   C) 30 J   D) 25 J   E) 40 J

19. Un resorte de constante elástica K = 20 N/cm se encuentra estirado 10 cm. Determine la cantidad de energía potencial elástica almacenada en el resorte (en J):
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 20

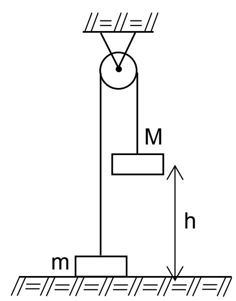
20. Se lanza un proyectil de 0,2 kilogramo desde el suelo con velocidad inicial $\vec{v} = 30\hat{i} + 40\hat{j}\ (m/s)$ ¿Cuál es la cantidad de la energía cinética (en J) en el punto que alcanza la altura máxima respecto del suelo?
A) 80 B) 90 C) 100 D) 160 E) 140

21. Se lanza un proyectil de 1 kilogramo de masa desde el suelo con velocidad inicial $\vec{v} = 3\hat{i} + 4\hat{j}\ (m/s)$ (m/s). ¿Cuál es la variación de la cantidad de energía cinética (en J) entre el punto de lanzamiento hasta que alcanza la altura máxima?
A) 8 B) -8 C) 16 D) -16 E) 14

22. Un bote se está desplazando con una energía cinética K. ¿Qué trabajo debe realizar el viento sobre las velas del bote para que este duplique su velocidad?
A) K B) 2K C) 3K D) 4K E) 5K

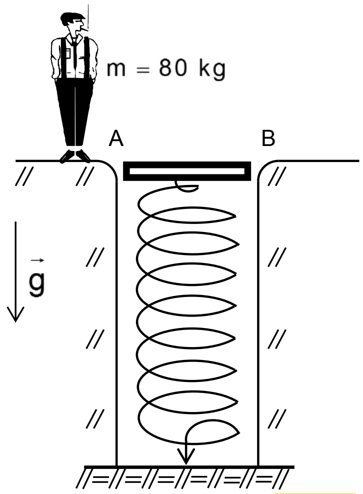
23. El muchacho de peso 600 N tira de la cuerda con una fuerza cuya magnitud se incrementa desde cero hasta que él quede suspendido en el aire. La constante de elasticidad del resorte es $K = 500\ N/m$. Calcular el trabajo realizado sobre el resorte (en J)
A) 180 B) 360 C) 540 D) 720 E) 900

24. En el sistema mostrado, $M = 6\ kg$, $m = 4\,kg$, $h = 4\,m$ y la polea es ideal. Si el bloque de masa M parte del reposo, calcular el valor de la velocidad (en m/s) con que el bloque M llegará al piso. $(g = 10\ N/kg)$



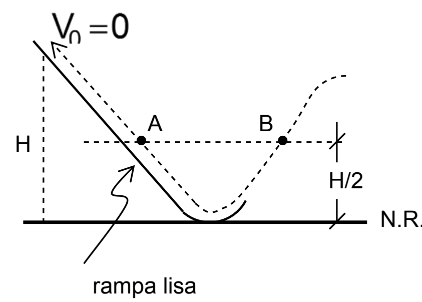
A) 6 B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) 4 E) 2

25. En la figura la persona de masa 80 kg se pasa a la plataforma AB sobre la parte superior de un resorte de constante $K = 1600\ K/m$. ¿Qué distancia d (en m) debe descender para que el trabajo de su peso sea de igual magnitud al trabajo de la fuerza del resorte?



A) 0,25 B) 0,50 C) 0,75 D) 1,00 E) 2,00

26. Una billa (esferita pequeña) cae desde el reposo como se indica en la figura. ¿Qué porcentaje de la energía mecánica inicial tiene dicho cuerpo en A y en B respectivamente?

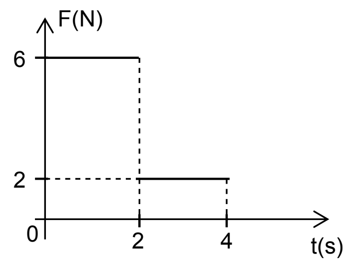


A)50% y 50% B)50% y 25% C)100% y 100%
D)100% y 50% E)50% y 100%

27. Se deja caer una piedra de 2 kg, bajo la acción de la gravedad, desde una altura de 20 m. Calcular la energía mecánica respecto del piso (en J) de ésta en el instante que su energía cinética es igual a 0,5 veces su energía potencial. ($g = 10\ m/s^2$)
A) 350 B) 300 C) 250 D) 200 E) 400

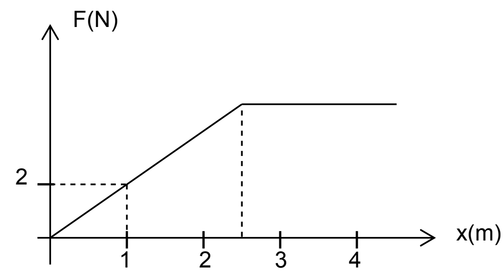
28. Una esferita se encuentra suspendida del extremo libre de un hilo muy largo. ¿Qué rapidez (en m/s) debe proporcionarse a la esferita para que ascienda hasta 1,8 metros? $(g = 10\ \ N/kg)$
A)1,5 B)5,0 C)2,5 D)6,0 E)3,5

29. Un cuerpo de 2 kg se mueve en una superficie plana y lisa con rapidez de 15 m/s. Si se le aplica una fuerza en la dirección del movimiento, cuyo módulo varía según se muestra en el gráfico, calcule el trabajo (en J) que realiza dicha fuerza desde que se aplica (t = 0), hasta t = 4 s.



A) 16 B) 64 C) 128 D) 304 E)376

30. Un bloque se desplaza horizontalmente sobre una superficie lisa bajo la acción de una fuerza que varía con la posición "x" según la gráfica. Calcule el trabajo hecho (en J) por la fuerza "F" para llevar este bloque desde $x = 0$, hasta $x = 4m$.



A)17,50 B)13,75 C)2,19 D)2,05 E)1,78

31. Se lanza un bloque de 2 kg sobre una mesa horizontal con una velocidad inicial de 3 m/s observándose que luego de desplazarse 2 m su velocidad se reduce a 1 m/s. Determinar la cantidad de trabajo hecho por la fuerza de fricción (en J).
A) 5 B) 9 C) 8 D) –8 E) 0

32. Sobre la Energía Potencial, indique las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F)
I. El concepto de Energía Potencial se utiliza cuando la fuerza que actúa es conservativa.
II. El Trabajo realizado por una fuerza conservativa es igual al cambio en la energía potencial independiente de la trayectoria.
III. Una fuerza es conservativa si produce cambios en la energía mecánica independientemente de su trayectoria.
A) VVF B)FFF C) VFF D) FVF E) VVV

33. Suponga una persona de 75 kg viajando dentro de un auto a 72 km/h y sin cinturón de seguridad. De pronto se produce un accidente de tránsito y la persona salió disparada con consecuencias fatales, esto es debido a que equivale caer verticalmente desde una altura de (en m). (g = 10 m/s^2)
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

34. Un resorte de rigidez K = 20 N/cm se estira 4 cm por acción de una fuerza externa. Determinar la cantidad de energía potencial elástica (en J) almacenada en el resorte.
a) 1,6 b) 16 c) 20 d) 40 e) 160

35. La constante de rigidez de un muelle es de 40 N/cm. ¿Qué cantidad de energía (en J) almacena cuando el muelle es deformado en 5 cm?

a) 2,5 b) 10 c) 12 d) 5 e) 20

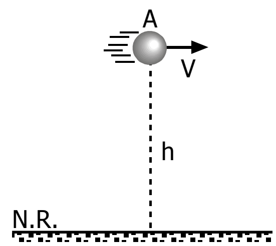
36. Calcule la cantidad de energía cinética (en kJ) asociada a un automóvil de 2 toneladas con una rapidez de 30 m/s.

A) 350 B) 900 C) 800 D) 380 E) 250

37. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una piedra de 50 gramos con una rapidez de 20 m/s.

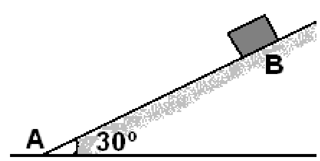
A) 9 J B) 0,9 J C) 10 J D) 0,3 J E) 0,09 J

38. Se muestra una partícula de 200 gramos en movimiento, con rapidez 4 m/s y a 3 metros del piso en un instante. Determine la cantidad de energía mecánica (en J) de la partícula respecto del nivel de referencia. ($g = 10\ m/s^2$)



A) 7,6 B) 6,6 C) 5,6 D) 4,6 E) 3,6

39. ¿Cuánta energía potencial gravitatoria (en J) tiene el bloque de 10 kg en la posición "B" con relación a la horizontal que pasa por "A"? AB = 10 m. ($g = 10\ m/s^2$)

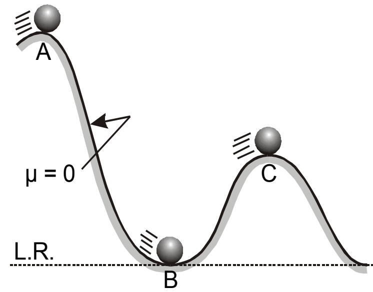


a) 20 J b) 200 c) 100 d) 500 e) 50

40. Desde 5 m de altura se abandona una esfera de 2 kg, ¿Cuál será su energía cinética cuando llega al piso? ($g = 10\ m/s^2$)

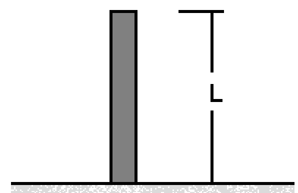
A) 200 B) 400 C) 100 D) 310 E) 98

41. Se muestra el movimiento de un pequeño bloque cuya rapidez cambia $V_A = 4$ m/s; $V_B = 30$ m/s; $V_C = 20$ m/s. Sabiendo que no hay rozamiento, determine la diferencia de alturas entre A y C. ($g = 10\ m/s^2$)



A) 19,2 m B) 13,2 m C) 18 m D) 20 m E) 3,2 m

42. ¿Cuál es la longitud de la barra (en m) uniforme y homogénea mostrada de 8 kg, si su cantidad de energía gravitatoria respecto del piso es de 200 J? ($g = 10\ m/s^2$)



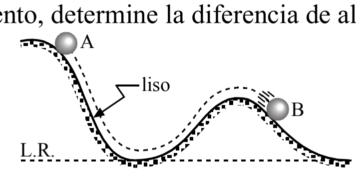
a) 5 b) 3 c) 6 d) 4 e) 2,5

43. Un avión de papel de 50 gramos tiene rapidez 8 m/s en el instante que se encuentra a 3 metros del piso. Determine la cantidad de energía mecánica (en J) del avión respecto del piso. ($g = 10\ m/s^2$)
A) 2,1 B) 3,1 C) 4,1 D) 31 E) 41

44. Se lanza desde el piso la esfera de 2 kg hacia arriba con rapidez de 20 m/s. Calcular el valor de la energía potencial gravitacional (en J) en el punto que alcanza su altura máxima respecto del suelo. ($g = 10\ m/s^2$)
45. A) 200 B) 400 C) 0 D) 310 E) 410

46. Un cuerpo de masa 0,4 kg cambia su rapidez de 20 m/s a 10 m/s. Determine la cantidad de trabajo neto (en J) realizado sobre el cuerpo por fuerzas externas.
A) -100 B) -20 C) -30 D) -60 E) 60

47. Se muestra el movimiento de un pequeño bloque cuya rapidez cambia $V_A = 2$ m/s; $V_B = 10$ m/s. Sabiendo que no hay rozamiento, determine la diferencia de alturas entre A y B. ($g = 10\ m/s^2$)



A) 4,8 m B) 5,2 m C) 1,8 m D) 8,3 m E) 3,2 m

48. Suponga una persona de 75 kg viajando dentro de un auto a 30 m/s y sin cinturón de seguridad. De pronto se produce un accidente de tránsito y la persona salió disparada con consecuencias fatales, esto es debido a que equivale caer verticalmente desde una altura de (en m). (g = 10 m/s^2)
A) 35 B) 45 C) 20 D) 25 E) 30

49. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una motocicleta de 300 kg con una rapidez de 20 m/s. Dar la respuesta e kilojoules (kJ).
a) 600 b) 6 c) 200 d) 50 e) 60

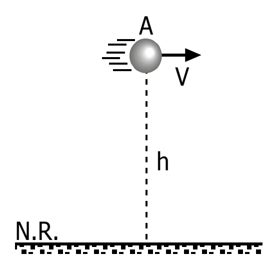
50. Calcule la cantidad de energía potencial gravitatoria (en kJ) de una roca de 200 kg que se encuentra a 50 m de la superficie terrestre. (g = 9,8 m/s^2)
a) 50 b) 100 c) 98 d) 980 e) 49

51. Calcule la cantidad de energía potencial elástica asociada a un resorte de constante elástica 800 N/m que se encuentra deformada 10 cm.
a) 4 J b) 3 c) 2 d) 1 e) 1,8

52. Calcule la cantidad de energía potencial elástica (en J) asociada a un resorte de constante elástica 600 N/m que se encuentra deformada 5 cm.
a) 0,45 J b) 3 c) 2 d) 0,75 e) 1,85

53. Calcule la cantidad de energía potencial elástica (en J) asociada a un resorte de constante elástica 40 N/cm que se encuentra deformada 10 cm.
a) 45 J b) 30 c) 20 d) 50 e) 85

54. Se muestra una partícula de 100 gramos en movimiento, con rapidez 4 m/s y a 3 metros del piso en un instante. Determine la cantidad de energía mecánica (en J) de la partícula respecto del nivel de referencia. (g = 10 m/s^2)



a) 54 J b) 36 c) 3,8 d) 24 e) 38

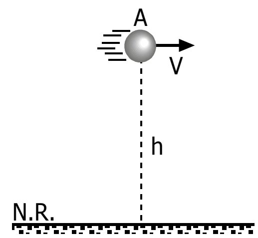
55. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a un automóvil de 1 000 kg con una rapidez de 20 m/s. Dar la respuesta e kilojoules (kJ).
a) 2000 b) 20 c) 200 d) 24 e) 18

56. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una piedra de 400 gramos con una rapidez de 5 m/s.
a) 5 J b) 4 J c) 3 J d) 2 J e) 1 J

57. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una bola de 100 gramos con una rapidez de 6 m/s.
a) 5,2 J b) 4,1 J c) 3,8 J d) 2,8 J e) 1,8 J

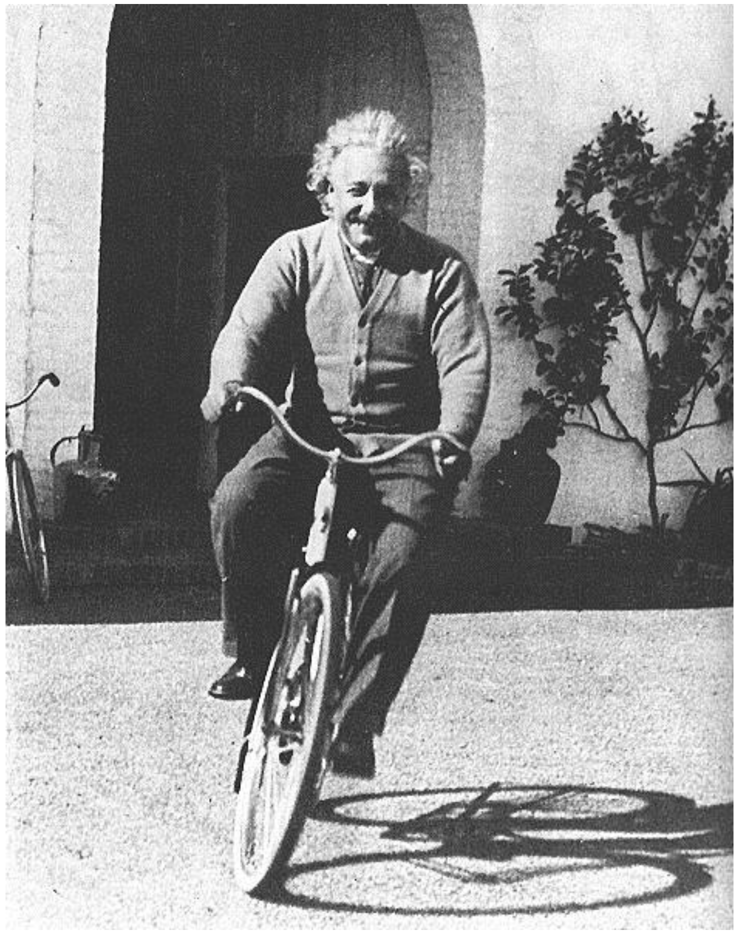
58. Calcule la cantidad de energía potencial gravitatoria (en J) de una pelota de 200 gramos que se encuentra a 25 cm de la superficie terrestre. ($g = 10\ m/s^2$)
a) 0,5 J b) 0,6 c) 3,0 d) 2,4 e) 1,8

59. Se muestra un dron de 500 gramos en movimiento, con rapidez 20 m/s y a 30 metros del piso en un instante. Determine la cantidad de energía mecánica (en J) de del dron respecto del nivel de referencia. ($g = 10\ m/s^2$)



a) 540 J b) 360 c) 380 d) 240 e) 250

ENERGÍA MECÁNICA



1. CONCEPTO DE ENERGÍA.

La **energía** es uno de los conceptos más importantes de la Física, y tal vez el término "energía" es uno de los que más se utilizan ahora en nuestro lenguaje cotidiano. Así, a pesar de que es muy difícil de definir, en pocas palabras, lo que es energía, ya estamos acostumbrados a emplear esta palabra y ya se tiene, por tanto, cierta comprensión de su significado. En la Física el concepto suele introducirse diciendo que "**la energía representa la capacidad de realizar trabajo**". Así, diremos que un cuerpo posee energía cuando es capaz de realizar trabajo. Por ejemplo, una persona es capaz de realizar trabajo de levantar un bloque debido a la "energía" que le proporcionan los alimentos que ingiere. Del mismo modo, el vapor de agua de una caldera posee "energía", puesto que es capaz de efectuar trabajo de mover las turbinas de una planta de generación eléctrica.

Como la **energía** se puede relacionar con el **trabajo**, también es una cantidad escalar. En consecuencia, la energía se mide con las mismas unidades de trabajo, es decir la energía se mide en **joules**.

2. ENERGÍA CINÉTICA (E_K)

Es la magnitud física escalar que sirve para expresar la medida cuantitativa del movimiento mecánico de los cuerpos o partículas en virtud a su **velocidad** respecto de un sistema de referencia.

GOTA 1. La energía cinética es relativa.

La cantidad de energía cinética está dada por la siguiente ecuación:

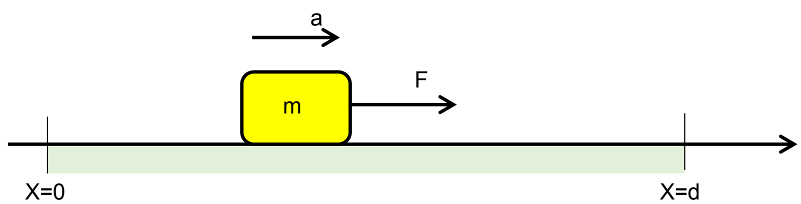
$$E_K = \frac{m.V^2}{2}$$

Está dada pues por el semiproducto de la masa del cuerpo por el cuadrado de la velocidad.

Unidades:

m: masa del cuerpo (kg)
v: módulo de la velocidad o rapidez (m/s)
E_k: energía cinética (J)

DEMOSTRACIÓN. El trabajo realizado por la fuerza constante F es igual a la energía cinética que ad quiere el cuerpo de masa "m" después de un desplazamiento "d".



$$E_C = W_{A\to B}^{F} = F.d = (m.a).d$$

$$E_C = (m).(a.d) \quad \Leftrightarrow \quad M.R.U.V : a.d = \frac{(V_F)^2 - (V_0)^2}{2}$$

$$E_C = \frac{m.(V_F)^2}{2} - \frac{m.(V_0)^2}{2} \quad donde : V_0 = 0 \;\; y \;\; V_F = V$$

$$E_C = \frac{m.(V)^2}{2} \quad \text{.... (1)}$$

GOTA 2. La energía cinética es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad.

EJEMPLO 01: Calcule la cantidad de energía cinética asociada a un automóvil de 1 000 kg con una rapidez de 20 m/s.

Resolución

Cálculo de la cantidad de energía cinética:

$$E_k = \frac{m.v^2}{2} \Rightarrow E_k = \frac{1000.(20)^2}{2} = 200\ 000 J$$

$$E_k = 200\ k J$$

Respuesta: la cantidad de energía cinética es 200 kJ.

EJEMPLO 02: Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una piedra de 200 gramos con una rapidez de 3 m/s.

Resolución
La masa se reemplaza en kilogramos: m = 200 gramos = 0,2 kg
Cálculo de la cantidad de energía cinética:

$$E_k = \frac{m.v^2}{2} \Rightarrow E_k = \frac{0{,}2.(3)^2}{2} = 0{,}9\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía cinética es 0,9 J.

3. ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA (E_{pg})

Es la magnitud física escalar definida como la capacidad que tiene un cuerpo para realizar trabajo mecánico en virtud a su posición dentro del campo gravitatorio, respecto de un sistema de referencia, entonces la energía potencial es relativa.

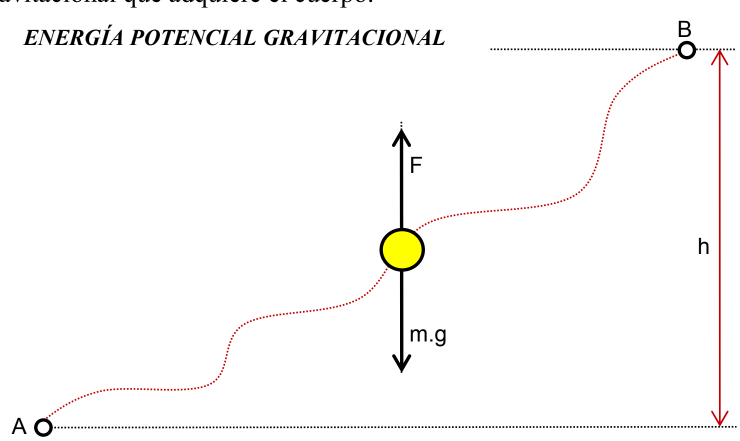
$E_{pg} = m.g.h$

La cantidad de energía potencial gravitatoria es igual al producto la fuerza de gravedad (mg) por la altura (h).

Unidades:
m : masa del cuerpo (kg)
g : módulo de la aceleración de la gravedad (en m/s^2)
h : altura o distancia vertical (m)
E_{pg} : energía potencial (J)

DEMOSTRACIÓN. El trabajo hecho por una fuerza constante F para trasladar un cuerpo de masa "m" lentamente desde abajo hasta arriba, ascendiendo una altura "h", es igual a la energía potencial gravitacional que adquiere el cuerpo.

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITACIONAL



$$E_{pg} = W^F_{A\to B} = F.d = +(m.g).h$$

$$E_{pg} = +m.g.h \quad \ldots (2)$$

Observación:
Si la altura "h" es tomada por debajo de la línea de referencia, la energía potencial gravitatoria será negativa.

EJEMPLO 01: Calcule la cantidad de energía potencial gravitatoria de una roca de 2 toneladas que se encuentra a 200 m de la superficie terrestre. (g = 10 m/s^2)
Resolución
La masa se reemplaza en kilogramos: m = 2 Tn = 2 000 kg. Cálculo de la cantidad de energía potencial:

$$E_{pg} = m.g.h \;\Rightarrow\; E_{pg} = 2\,000.10.200 = 4\,000\,000\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía potencial gravitatoria es 4 M J.

EJEMPLO 02: Calcule la cantidad de energía potencial gravitatoria de una pelota de 400 gramos que se encuentra a 2,5 cm de la superficie terrestre. (g = 10 m/s^2)

Resolución
la masa se mide en kilogramos: m = 0,4 kg y la altura en metros: h= 0,025 m. Cálculo de la cantidad de energía potencial:

$$E_{pg} = m.g.h \;\Rightarrow\; E_{pg} = 0{,}4.10.0{,}025 = 0{,}1\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía potencial gravitatoria es 0,1 J.

4. ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA (E_{PE})

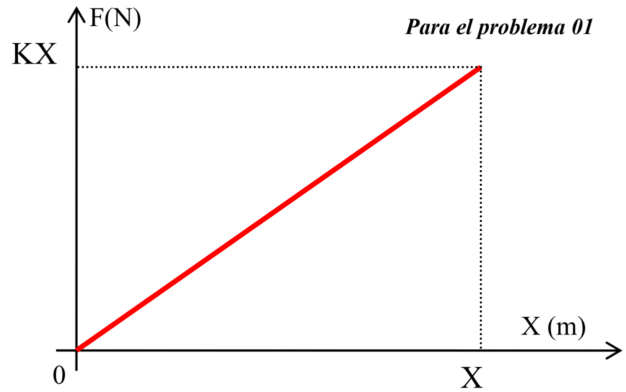
Es la magnitud física escalar, que nos expresa aquella energía de los cuerpos elásticos (resortes) cuando se les deforma parcialmente al estirarse o comprimirse longitudinalmente.

$$E_{pe} = \frac{K.x^2}{2}$$

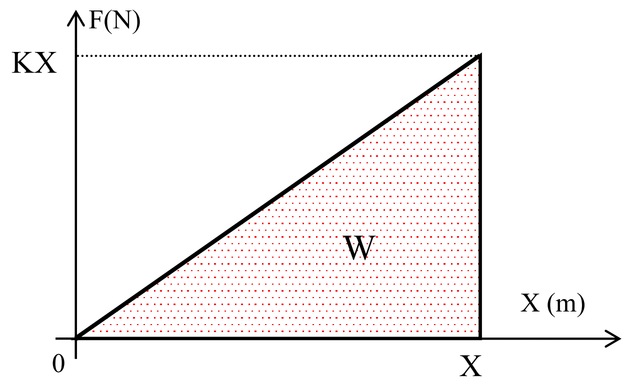
La cantidad de energía potencial elástica acumulada por el resorte, es directamente proporcional al cuadrado de la deformación "x" del resorte.

Unidades:
K : constante elástica, depende del material y de la forma del resorte.
x : deformación del resorte por alargamiento o aplastamiento (m)
E_{pe} : energía elástica (J)

DEMOSTRACIÓN. Al estirar un resorte una longitud X, la fuerza externa varía desde cero, hasta F = KX. Calcular la cantidad de trabajo desarrollado sobre el resorte.



RESOLUCIÓN



PRIMER PASO: El módulo de la fuerza varía linealmente, desde 0 hasta KX. La cantidad de trabajo hecho sobre el resorte es igual al producto de la fuerza media, por la distancia "d".

$$F_{media} = \frac{F_{inicial} + F_{final}}{2} = \frac{0 + KX}{2} = \frac{KX}{2}$$

$$d = X_{final} - X_{inicial} = X - 0 = X$$

La cantidad de trabajo es:

$$W_{i \to f}^{F} = F_{MEDIA}.d = \frac{KX}{2}.(X) = \frac{KX^2}{2}$$

La cantidad de trabajo hecho es numéricamente al área bajo el segmento de recta (en general bajo la curva) cuando la fuerza varía en función de la posición sobre el eje X.

$$W_{i \to f}^{F} = Area_{\triangle} = \frac{base\ .\ altura}{2}$$

Reemplazando los datos:

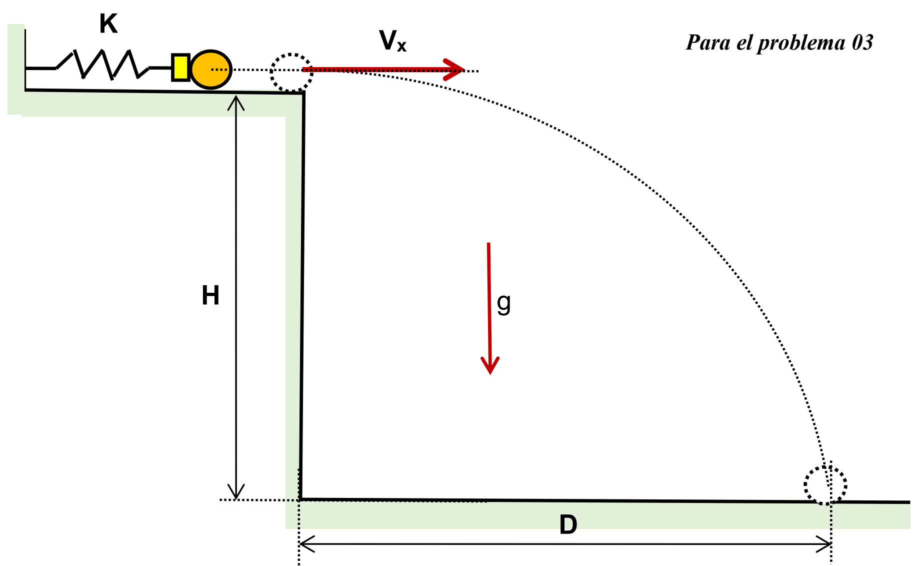
$$W_{i \to f}^{F} = \frac{(X)(KX)}{2} = \frac{KX^2}{2} \quad \ldots (3)$$

EJEMPLO 02: Calcule la cantidad de energía potencial elástica asociada a un resorte de constante elástica 1 000 N/m que se encuentra deformada 20 cm.
Resolución
La cantidad de energía elástica es directamente proporcional a la deformación del resorte:

$$E_{pe} = \frac{K.x^2}{2} = \frac{(1000N/m).(0,2m)^2}{2} = 20\,J$$

Respuesta: la cantidad de energía potencial elástica es 20 joules.

EJEMPLO 03. Se muestra el instante en que el resorte de constante elástica K= 200 N/m se encuentra comprimido X=20 cm. Sabiendo que la esfera de 1 kg es impulsada horizontalmente desde la altura H = 10 m, determine el alcance horizontal "D". Desprecie toda forma de rozamiento. $\left(g = 10\ m/s^2\right)$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Principio de conservación de la energía mecánica. La energía potencial elástica se transforma en energía cinética.

$$E_{ELASTICA} = E_{CINETICA} \Rightarrow \frac{K.(X)^2}{2} = \frac{m.(V_X)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$\frac{(200).(0,2)^2}{2} = \frac{(1).(V_X)^2}{2} \Rightarrow V_X = 2\sqrt{2}\ \frac{m}{s}$$

La esfera sale disparada horizontalmente.

SEGUNDO PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical la rapidez inicial es nula. Cálculo del tiempo de vuelo:

$$V_{0y} = 0\ \frac{m}{s}$$

$$H=\frac{g.t^2}{2} \Rightarrow 10=\frac{(10).t^2}{2} \Rightarrow t=\sqrt{2}\ s$$

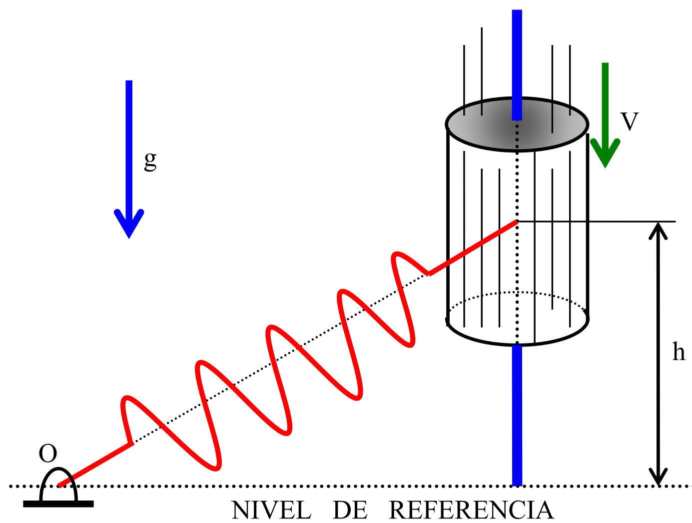
TERCER PASO: En el eje horizontal la rapidez es constante. Aplicamos el M.R.U.

$$D=V_X \bullet t_V \Rightarrow D=\left(2\sqrt{2}\right)\bullet\left(\sqrt{2}\right) \Rightarrow D=4\ m$$

Respuesta: el alcance horizontal es 4 metros.

5. ENERGÍA MECÁNICA (EM)

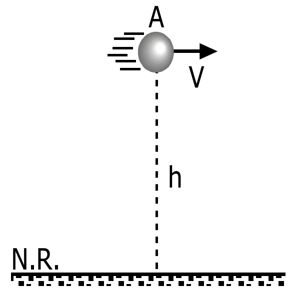
La energía mecánica de una partícula o un sistema de partículas en cada instante de tiempo es igual a la suma de la cantidad de energía cinética más la cantidad de energía potencial (gravitatoria y/o elástica), respecto de un sistema de referencia.



En la figura, el cilindro de masa "m" se mueve sobre una guía vertical (barra) con velocidad "V", asociado a un resorte de constante elástica "K" cuya longitud cambia en cada instante, entonces el sistema (masa + resorte) tiene energía potencial (gravitatoria y elástica) y energía cinética respecto del sistema de referencia "O".

$$EM = E_K + E_P \Rightarrow EM=\frac{m.V^2}{2}+m.g.h+\frac{K.x^2}{2} \qquad \text{.... (4)}$$

EJEMPLO 01: Se muestra una partícula de 200 gramos en movimiento, con rapidez 4 m/s y a 3 metros del piso en un instante. Determine la cantidad de energía mecánica de la partícula respecto del nivel de referencia. (g = 10 m/s^2)



Resolución
La masa se mide en kilogramos, m = 0,2 kg. Cálculo de la cantidad de energía mecánica:

$$EM = \frac{m.V^2}{2} + m.g.h \;\Rightarrow\; EM = \frac{0,2.(4)^2}{2} + 0,2.10.3 = 7,6\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía mecánica es 7,6 J.

EJEMPLO 02: Un avión de papel de 50 gramos tiene rapidez 8 m/s en el instante que se encuentra a 3 metros del piso. Determine la cantidad de energía mecánica (en J) del avión respecto del piso. (g = 10 m/s^2)

Resolución
La masa se mide en kilogramos, m = 0,05 kg. Cálculo de la cantidad de energía mecánica:

$$EM = \frac{m.V^2}{2} + m.g.h \;\Rightarrow\; EM = \frac{0,05.(8)^2}{2} + 0,05.10.3 = 3,1\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía mecánica es 3,1 J.

6. PRINCIPIO GENERAL DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

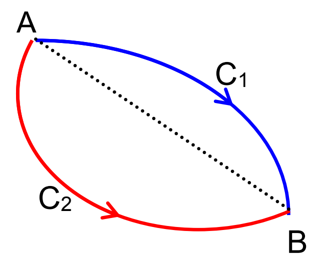
La energía se puede transformar de una forma a otra, pero no puede ser creada ni destruida. De manera que la energía total es constante.

"La energía no se crea ni se destruye sólo se transforma"
Principio de conservación de la masa:

"La masa no se crea ni se destruye sólo se redistribuye"
Acerca de la materia, los filósofos Demócrito y Leucipo decían:

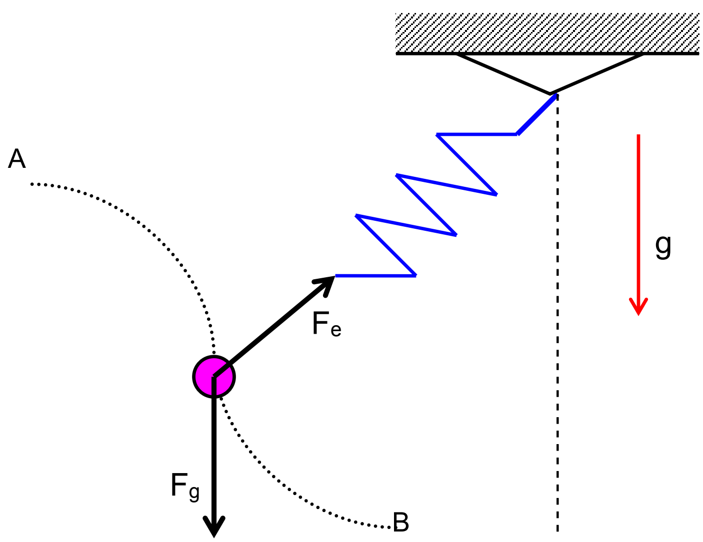
"Nada se crea de la nada y nada se destruye sin dejar nada".

7. **FUERZA CONSERVATIVA:** Si el trabajo realizado por una fuerza sobre un cuerpo, entre dos puntos A y B, no depende de la trayectoria que el cuerpo sigue para ir desde A hasta B, entonces la fuerza es conservativa. Por ejemplo: la fuerza de gravedad, fuerza elástica y fuerza eléctrica son conservativas.



$$W_{A\to B}^{C_1} = W_{A\to B}^{C_2}$$

8. **PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA:**

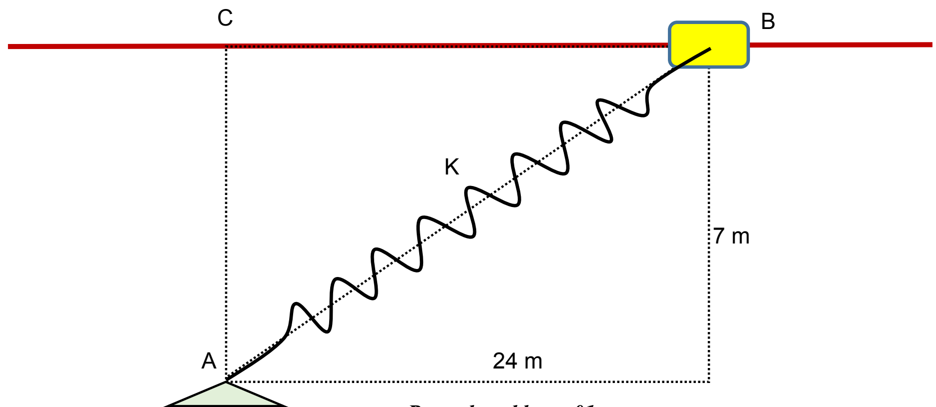


Si sólo fuerzas conservativas actúan sobre un cuerpo en movimiento, su energía mecánica total permanece constante para cualquier punto de su trayectoria.

$$EM(en\ A) = EM(en\ B)$$

$$m.g.h_A + \frac{m.V_A^2}{2} + \frac{K.X_A^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.V_B^2}{2} + \frac{K.X_B^2}{2}$$

EJEMPLO 01. Se muestra un resorte AB de constante de elasticidad $K = 4N.m^{-1}$ y está unido a un collar en B de 99 kg, el cual se mueve libremente a lo largo de la varilla horizontal. La longitud natural del resorte es 5 m $(X = 0)$ Si el collar se deja en libertad desde el reposo en la



Para el problema 01

posición B, determinar la máxima velocidad que alcanza el collar.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Calculo de la deformación del resorte en las posiciones inicial B y posición final C.

X_0: longitud natural = 5 m.

X_B: deformación inicial = 20 m

X_C: deformación final = 2 m

SEGUNDO PASO: Consideramos el sistema de dos cuerpos, formado por el collar y el resorte.

TERCER PASO: La energía cinética del collar será máximo, cuando la energía potencial sea mínima, por consiguiente, cuando pasa por su posición de equilibrio en C.

CUARTO CASO. Principio de conservación de la energía mecánica entre los puntos B y C. Tomando como línea de referencia a la varilla horizontal.

$$E_C(B) + E_P(B) = E_C(C) + E_P(C)$$

$$0 + \frac{1}{2}.K.(X_B)^2 = \frac{1}{2}.m.(V)^2 + \frac{1}{2}.K.(X_C)^2$$

Despejando:

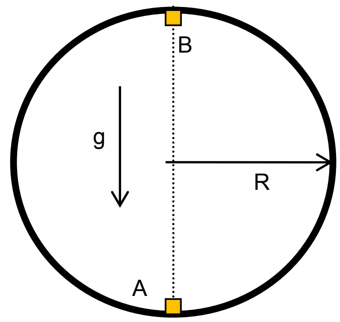
$$V = \sqrt{\frac{K.\left(X_B^2 - X_C^2\right)}{m}}$$

Reemplazando:

$$V = \sqrt{\frac{4.\left(20^2 - 2^2\right)}{99}} = 4\ \frac{m}{s}$$

Respuesta: la máxima rapidez es 4 m/s

EJEMPLO 02. Un bloque de masa "m" se mueve dentro de un aro situado en un plano vertical. En el punto más alto B su rapidez es 4 m/s y en el punto más bajo A es de 6 m/s. Si se desprecia la fricción entre la pista circunferencial y el bloque, calcular el radio del aro (en m). ($g = 10\ m/s^2$)



Para el problema 02

A) 0,1 B) 0, 2 C) 0,4 D) 0,5 E) 2

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por A. La altura que asciende es: $h_B = 2R$

$$EM\left(en\ A\right) = EM\left(en\ B\right) \Rightarrow m.g.h_A + \frac{m.\left(V_A\right)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

$$0 + \frac{m.\left(V_A\right)^2}{2} = m.g.\left(2R\right) + \frac{m.\left(V_B\right)^2}{2} \Rightarrow \frac{\left(V_A\right)^2}{2} = g.\left(2R\right) + \frac{\left(V_B\right)^2}{2}$$

Reemplazamos:

$$\frac{\left(6\right)^2}{2} = \left(10\right).\left(2R\right) + \frac{\left(4\right)^2}{2} \Rightarrow R = 0,5\ m$$

Respuesta: el radio de curvatura es 0,5 metro.

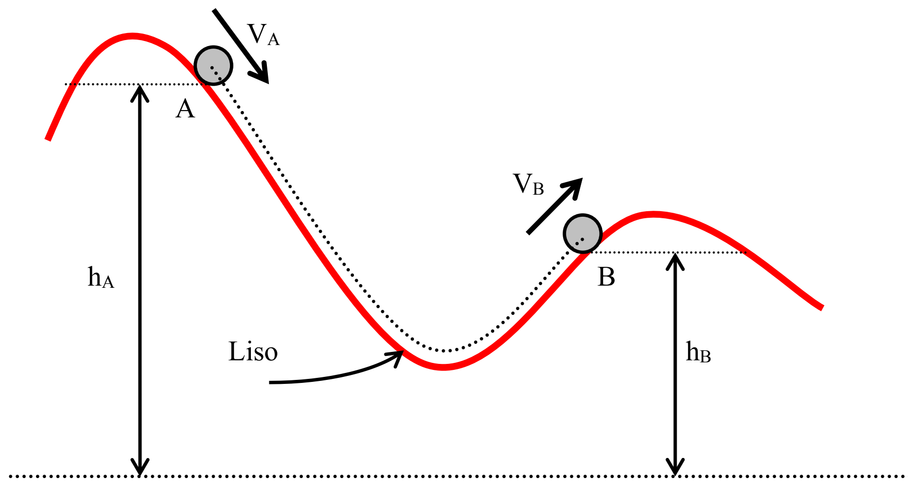
9. FUERZA NO CONSERVATIVA:

La fuerza cuyo trabajo realizado sobre un cuerpo, depende de la trayectoria o camino recorrido por el cuerpo se denomina "fuerza disipativa", o "fuerza no conservativa". Un ejemplo típico de fuerza no conservativa es la fuerza de rozamiento. Si se hace desplazar un cuerpo sobre una superficie, llevándolo desde el punto A hasta el punto B, el trabajo realizado por la fricción tendrá valores distintos, de acuerdo al camino seguido.

$$W_{A \to B}^{C_1} \neq W_{A \to B}^{C_2}$$

10. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA

"Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".



$$EM(inicial) = EM(final)$$
$$EM(en\ A) = EM(en\ B) \quad \ldots (5)$$
$$E_K(A) + E_P(A) = E_K(B) + E_P(B)$$

PRIMER CASO: Cuando no participa el resorte:

$$m.g.h_A + \frac{m.V_A^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.V_B^2}{2} \quad \ldots (6)$$

SEGUNDO CASO: Cuando en el sistema participa un resorte:

$$EM(en\ A) = EM(en\ B)$$

$$m.g.h_A + \frac{m.V_A^2}{2} + \frac{K.X_A^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.V_B^2}{2} + \frac{K.X_B^2}{2} \quad \ldots. (7)$$

Se recomienda trazar la línea de referencia o nivel de referencia horizontal, en la posición más baja por donde la partícula (cuerpo) pasa durante su movimiento, para evitar en lo posible la energía potencial negativa.

EJEMPLO 01. Se lanza un bloque horizontalmente con velocidad V= 20 m/s. Determine la altura máxima que alcanza el bloque mostrado, si no existe fricción durante el movimiento.

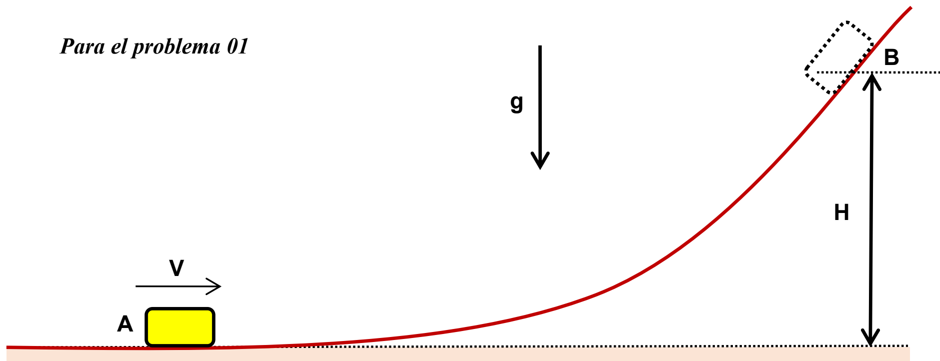
$$\left(g = 10\ m/s^2\right)$$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: “Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo”.

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica entre los puntos A y B, respecto de la línea horizontal que pasa por el punto A.

Para el problema 01



$$EM\left(en\,A\right)=EM\left(en\,B\right)\;\Rightarrow\; m.g.h_A+\frac{m.\left(V_A\right)^2}{2}=m.g.h_B+\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

Simplificando la masa:

$$g.h_A+\frac{\left(V_A\right)^2}{2}=g.h_B+\frac{\left(V_B\right)^2}{2}$$

TERCER PASO: Respecto del nivel de referencia, la altura de A es nula. La velocidad en el punto B es nula cuando el cuerpo alcanza su máxima altura.

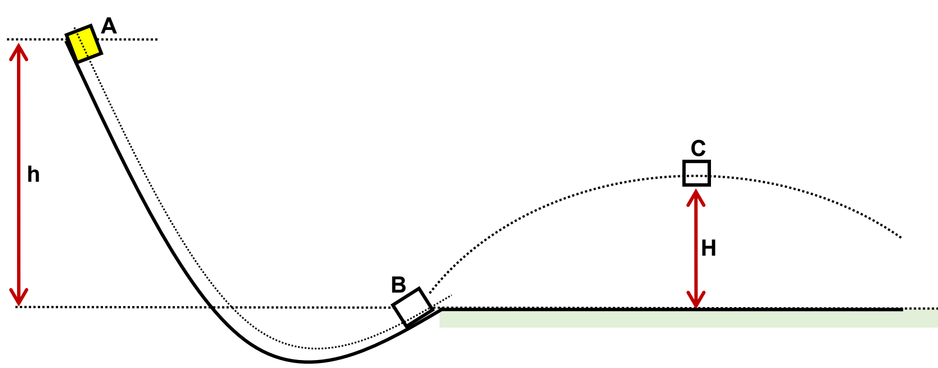
$$h_A=0 \quad V_B=0$$

Reemplazando:

$$\left(10\right).\left(0\right)+\frac{\left(20\right)^2}{2}=\left(10\right).\left(H\right)+\frac{\left(0\right)^2}{2}\;\Rightarrow\; H=20\ m$$

Respuesta: la altura máxima es 20 m.

EJEMPLO 02. Un bloque parte del reposo en A, resbala por la rampa AB. Si cuando pasa por el punto C su velocidad es 4 m/s con dirección horizontal. Calcular la altura máxima H que alcanza en su movimiento parabólico. Desprecie toda forma de rozamiento. Donde h=5 m. $\left(g=10\,m.s^{-2}\right)$



Para el problema 02

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en C. El nivel de referencia pasa por el punto B. La velocidad inicial en el punto A es nula.

$$EM\left(en\,A\right)=EM\left(en\,C\right)\ \Rightarrow\ m.g.h_A+\frac{m.\left(V_A\right)^2}{2}=m.g.h_C+\frac{m.\left(V_C\right)^2}{2}$$

$$g.h_A+0=g.h_C+\frac{\left(V_C\right)^2}{2}\ \Rightarrow\ g.h=g.H+\frac{\left(V_C\right)^2}{2}\ \Rightarrow\ H=h-\frac{\left(V_C\right)^2}{2g}$$

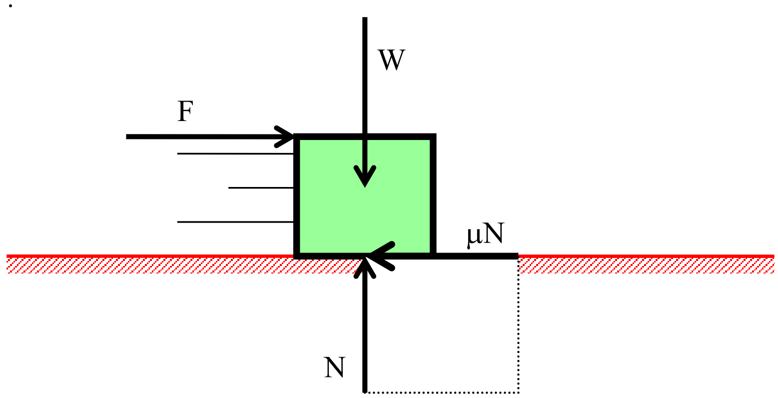
Reemplazando:

$$H=h-\frac{\left(V_C\right)^2}{2g}\ \Rightarrow\ H=5-\frac{\left(4\right)^2}{2\left(10\right)}=4,2\ m$$

Respuesta: La altura máxima que alcanza es 4,2 m.

11. TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA MECÁNICA

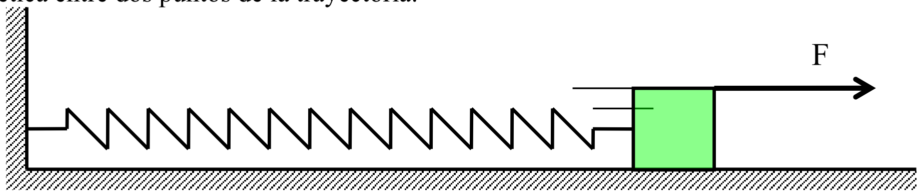
"La cantidad de trabajo realizado por las **fuerzas diferentes** a la fuerza de gravedad (peso) y a la fuerza elástica, sobre un cuerpo o sistema de partículas, es igual a la variación de la energía mecánica".



$$W^{Fuerza\ externa}+W^{Normal}+W^{friccion}=\Delta EM \qquad \ldots (8)$$

12. TEOREMA DE LA ENERGÍA CINÉTICA

La cantidad de trabajo neto, realizado por todas las fuerzas, es igual a la variación de la energía cinética entre dos puntos de la trayectoria.



$$W^{NETO} = \Delta E_K = \frac{m.V_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2} \quad \text{.... (9)}$$

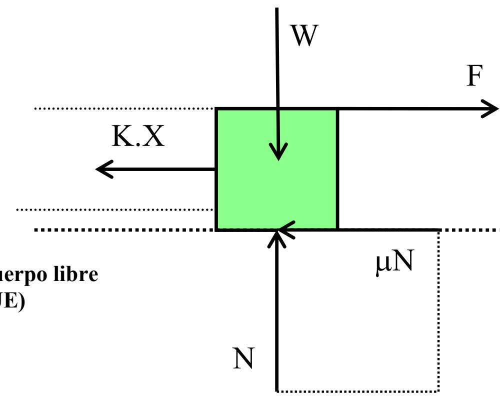


Diagrama del cuerpo libre (BLOQUE)

Otra forma de expresar:

$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{friccion} + W^{PESO} + W^{RESORTE} = \Delta E_K$$

$$W^F + W^N + W^f + W^P + W^R = \Delta E_K$$

Se recomienda utilizar este teorema en los problemas, en reemplazo del teorema del trabajo y la energía mecánica.

EJEMPLO 01: Un cuerpo de masa 0,4 kg cambia su rapidez de 20 m/s a 10 m/s. Determine la cantidad de trabajo neto (en J) realizado sobre el cuerpo por fuerzas externas.

RESOLUCIÓN

Aplicamos el teorema de la energía cinética:

$$W^{NETO} = \frac{m.V_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2}$$

$$W^{NETO} = \frac{0,4.(10)^2}{2} - \frac{0,4.(20)^2}{2} = 20 - 80 = -60\,J$$

Respuesta: La cantidad de trabajo neto es -60 J.

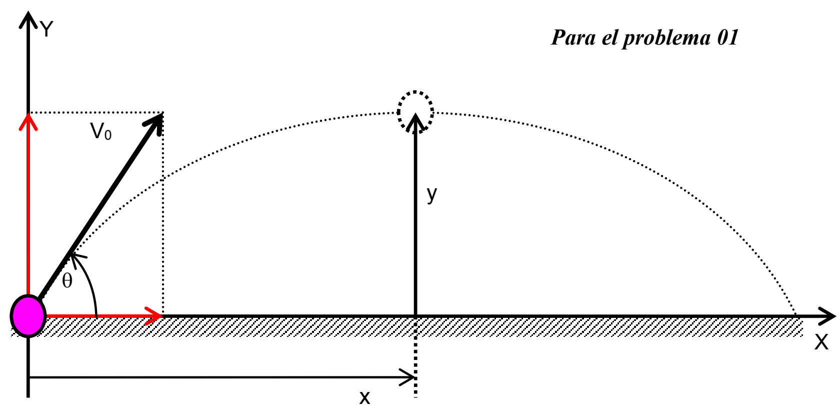
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Al lanzar una esfera de 2 kg con ángulo de elevación de 37º con la horizontal, se realiza un trabajo de 225 J. ¿Al cabo de cuánto tiempo regresa al piso? (g=10 m/s²)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El trabajo realizado para lanzar la esfera, es igual a la variación de la energía cinética.

$$E_C = W^{externo} \Rightarrow \frac{m.(V_0)^2}{2} = W^{externo}$$



Para el problema 01

Reemplazando:

$$\frac{(2).(V_0)^2}{2} = 225 \Rightarrow (V_0)^2 = 225 \Rightarrow V_0 = 15\ \frac{m}{s}$$

SEGUNDO PASO. En un plano cartesiano descomponemos la velocidad de lanzamiento:

$$V_0 = 15\ \frac{m}{s} \Rightarrow \vec{V}_0 = (15 \bullet \text{Cos}\,37º)i + (15 \bullet Sen37º)j\ \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\vec{V}_0 = (12)i + (9)j\ \left[\frac{m}{s}\right] \Rightarrow V_{0y} = 9\ \frac{m}{s}$$

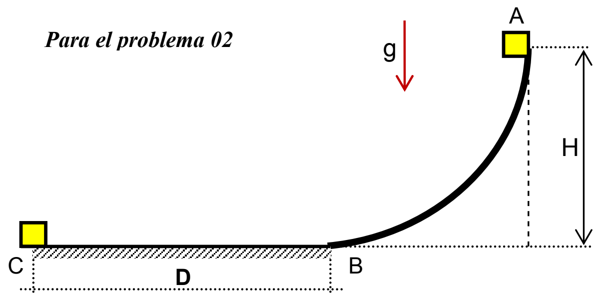
TERCER PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical se cumplen las ecuaciones de caída libre vertical.

$$h = V_{0y} \bullet t - \frac{g \bullet t^2}{2} \Rightarrow 0 = 9.t - 5.t^2 \Rightarrow t = 1,8\,s$$

Respuesta: el tiempo de vuelo de la esfera es 1,8 segundos.

2. Un bloque pequeño de masa "m" se deja caer libremente desde A sobre una superficie AB en forma de arco deslizándose sin fricción, hasta llegar a la superficie horizontal BC rugosa con coeficiente de rozamiento cinético 0,5. Donde H = 2 m. La distancia D (en m) que recorre el bloque antes de detenerse es: (g = 10 m/s²)

Para el problema 02



A) 3 m B) 1 m C) 4 m D) 5 m E) 2 m

RESOLUCIÓN

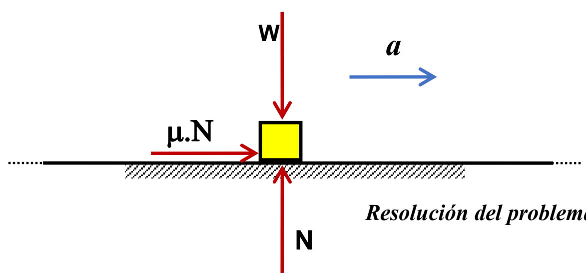
PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por BC.

$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

La velocidad en A es nula. La altura en B en nula. Luego reemplazamos:

$$m.g.H = \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; (V_B)^2 = 2g.H$$



Resolución del problema 02

TERCER PASO: Realizamos el D.C.L del bloque, la fuerza de rozamiento cinético actúa sobre el bloque oponiéndose al movimiento rectilíneo, en el tramo BC. Aplicamos la ley de aceleración. La fuerza resultante en el eje vertical en nula:

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; N = W \;\Rightarrow\; N = m.g$$

Segunda ley de Newton o ley de aceleración

$$F = m.a \;\Rightarrow\; \mu.N = m.a \;\Rightarrow\; \mu.(m.g) = m.a \;\Rightarrow a = \mu.g$$

CUARTO PASO: Analizamos el M.R.U.V en el plano horizontal. La velocidad en el punto C es nula.

$$(V_C)^2 = (V_B)^2 - 2.a.D \;\Rightarrow\; (0)^2 = 2gH - 2.(\mu.g).D$$

Reduciendo:

$$2gH = 2.(\mu.g).D \;\Rightarrow\; D = \frac{H}{\mu} = \frac{2\,m}{0,5} = 4\;m$$

Respuesta: la distancia máxima que avanza es 4 m.

OBSERVACIÓN: si no existe rozamiento el bloque se detiene en el infinito.

3. Un bloque asociado a un resorte K = 100 N/m, es abandonado cuando el resorte está deformado 30 cm. La fuerza de rozamiento cinético de módulo 5 N actúa sobre el bloque durante su movimiento. Determine la cantidad de energía cinética del bloque en el instante que su deformación del resorte es 10 cm por segunda vez.

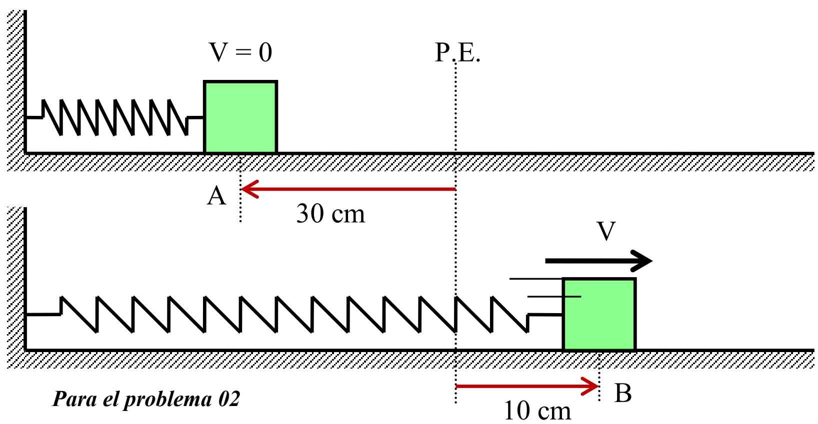
Resolución

PRIMER PASO: Fijamos nuestro sistema de referencia en el plano horizontal. Existe rozamiento.

SEGUNDO PASO: Entonces aplicamos el Teorema del trabajo y la energía mecánica.

$$W_{A\to B}^{FRICCION} = EM(en\ B) - EM(en\ A)$$

$$-f_k.d_{AB} = \frac{m.V_B^2}{2} + \frac{K.X_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2} - \frac{K.X_A^2}{2}$$



Para el problema 02

Reemplazando:

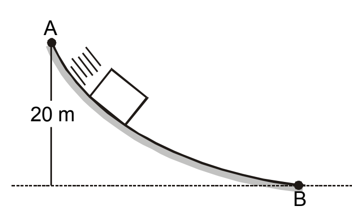
$$-(5).(0,4) = E_k(B) + \frac{100.(0,1)^2}{2} - 0 - \frac{100.(0,3)^2}{2}$$

Resolviendo: $E_k(B) = 2,0\ J$

Respuesta: la energía cinética es 2,0 J.

4. Se abandona un bloque de 4 kg en la posición A y pasa por B con rapidez de 15 m/s. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento desde A hasta B.

(g = 10 m/s^2)



Resolución
Cálculo de la cantidad de energía mecánica en el punto A:

$$EM(A) = \frac{m.V_A^2}{2} + m.g.h_A$$

$$EM(A) = \frac{4.(0)^2}{2} + 4.10.20 = 800\ J$$

Cálculo de la cantidad de energía mecánica en el punto B:

$$EM(B) = \frac{m.V_B^2}{2} + m.g.h_B$$

$$EM(B) = \frac{4.(15)^2}{2} + 4.10.(0) = 450\ J$$

Teorema del trabajo y la energía mecánica:

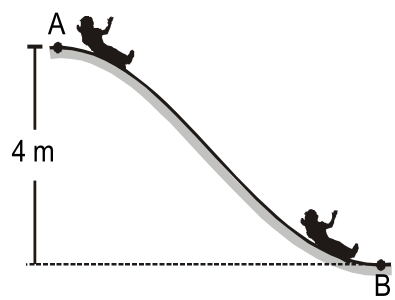
$$W_{A\to B}^{FRICCION} = EM(B) - EM(A)$$

Reemplazando tenemos que:

$$W_{A\to B}^{FRICCION} = 450\ J - 800\ J = -350\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho por la fuerza de rozamiento es -350 J.

5. Se abandona un niño de 20 kg en la posición A de un tobogán y pasa por B con rapidez de 6 m/s. Determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento desde A hasta B. ($g = 10\ m/s^2$)



Resolución
Cálculo de la cantidad de energía mecánica en el punto A:

$$EM(A) = \frac{m.V_A^2}{2} + m.g.h_A$$

$$EM(A) = \frac{20.(0)^2}{2} + 20.10.4 = 800\ J$$

Cálculo de la cantidad de energía mecánica en el punto B:

$$EM(B) = \frac{m.V_B^2}{2} + m.g.h_B$$

$$EM(B) = \frac{20.(6)^2}{2} + 20.10.(0) = 360\ J$$

Teorema del trabajo y la energía mecánica:

$$W_{A\to B}^{FRICCION} = EM(B) - EM(A)$$

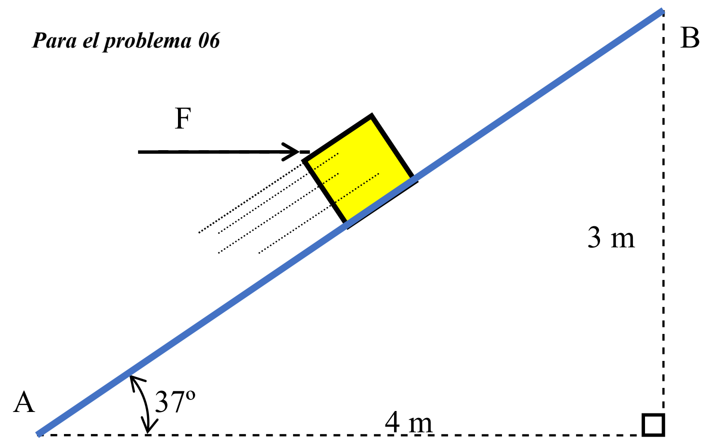
Reemplazando tenemos que:

$$W_{A\to B}^{FRICCION} = 360\ J - 800\ J = -440\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo hecho por la fuerza de rozamiento es -440 J.

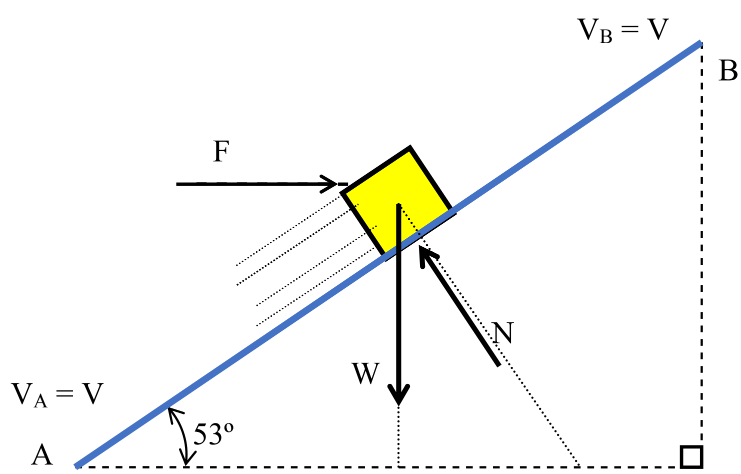
6. Se muestra un bloque de 3 kg que sube lentamente sobre el plano inclinado. Calcular la cantidad de trabajo que realiza la fuerza **F** constante desde A hasta B. No hay rozamiento. (g = 10 m/s^2)

Para el problema 06



Resolución

Previamente realizamos el diagrama del cuerpo libre del bloque. Ahora aplicamos el teorema de la energía cinética. Si el bloque sube **lentamente**, entonces la variación de la energía cinética es NULA.



$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{PESO} = \Delta E_K$$

$$W^{Fuerza\ externa} + 0 - m.g.h = 0$$

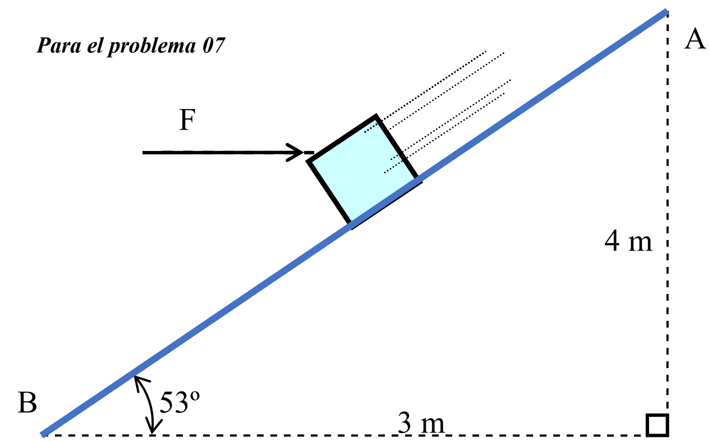
$$W^{Fuerza\ externa} + 0 - 3.10.3 = 0$$

Resolviendo:

$$W_{A\to B}^{F.\,EXTERNA} = 90\ J$$

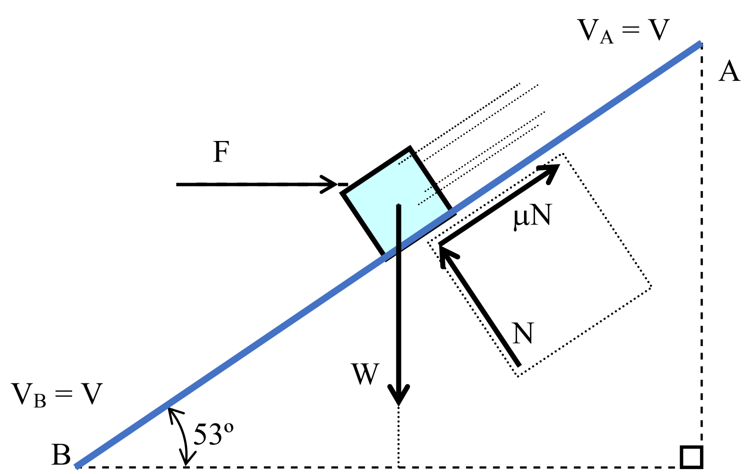
Respuesta: la cantidad de trabajo que realiza la fuerza externa desde A hasta B es 90 J.

7. Un bloque de 10 kg se encuentra sobre un plano inclinado rugoso, sobre el actúa una fuerza constante, horizontal, de módulo F = 50 N. Si el bloque desciende sobre el plano 5 metros, lentamente, determine la cantidad de trabajo que realiza la fuerza de rozamiento. (g = 10 m/s^2)



Resolución

Previamente realizamos el diagrama del cuerpo libre del bloque. Ahora aplicamos el teorema de la energía cinética. Si el bloque sube **lentamente**, entonces la variación de la energía cinética es NULA.



$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{friccion} + W^{PESO} = \Delta E_K$$

$$-F_x.d_x + 0 + W^{friccion} + m.g.h = 0$$

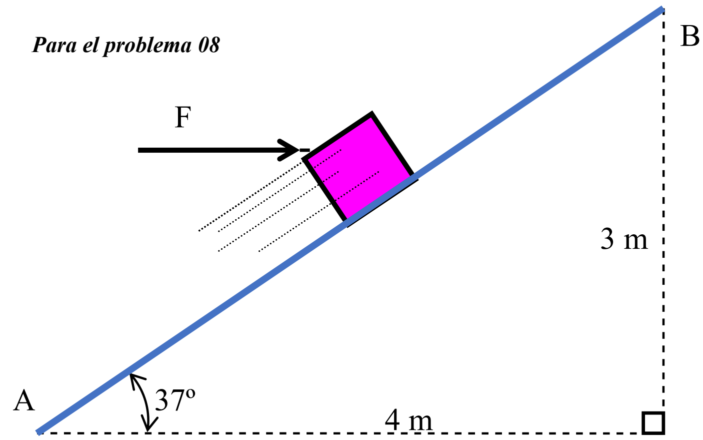
$$-50.3 + 0 + W^{friccion} + 10.10.4 = 0$$

Resolviendo: $W^{friccion} = -250\ J$

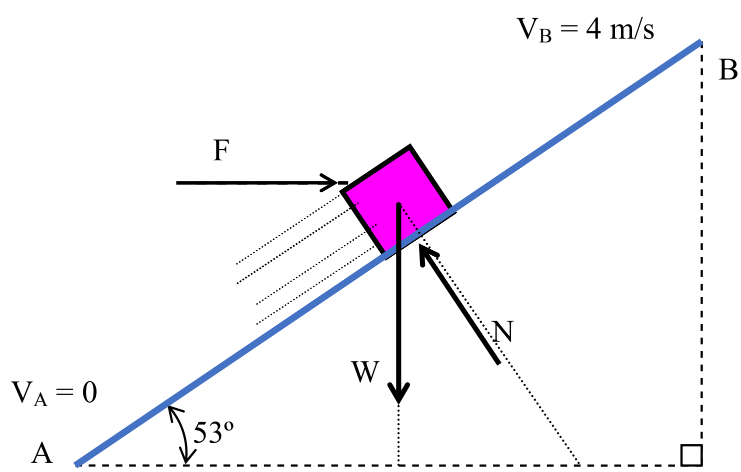
Respuesta: la cantidad de trabajo que realiza la fuerza de fricción desde A hasta B es -250 J.

8. Se muestra un bloque de 3 kg que sube sobre el plano inclinado. Inicia su movimiento desde el reposo en la posición A y llega a la posición B con rapidez de 4 m/s. Calcular la cantidad de trabajo que realiza la fuerza **F** constante desde A hasta B. No hay rozamiento. ($g = 10\ m/s^2$)

Para el problema 08



Resolución
Previamente realizamos el diagrama del cuerpo libre del bloque. Ahora aplicamos el teorema de la energía cinética.



$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{PESO} = \frac{m.V_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2}$$

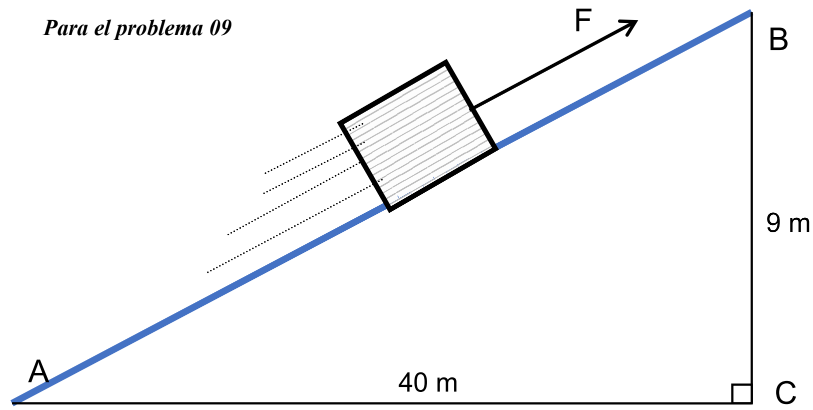
$$W^{F.\ externa} + 0 - m.g.h = \frac{m.V_B^2}{2} - \frac{m.V_A^2}{2}$$

$$W^{F.\,externa} + 0 - 3.10.3 = \frac{3.(4)^2}{2} - \frac{3.(0)^2}{2}$$

$$W^{F.\,externa} = 66\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo que realiza la fuerza externa desde hasta B es 66 J.

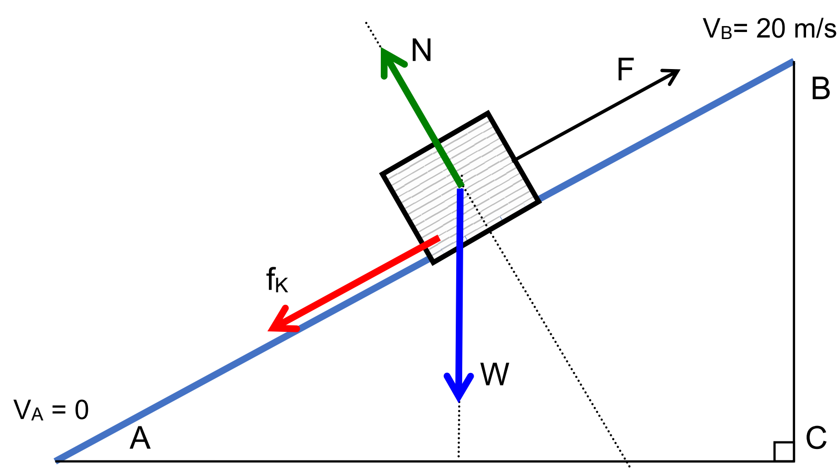
9. Se muestra un bloque de 2 kg que sale desde el reposo y llega arriba con rapidez 20 m/s. Si la fuerza constante tiene módulo F = 20 N, determine la cantidad de trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en el tramo mostrado. (g = 10 m/s^2)



A) -360 J B) -100 J C) -240 J D) -200 kJ E) 360 J

Resolución

Previamente realizamos el diagrama del cuerpo libre del bloque. La distancia AB es 41 metros. Ahora aplicamos el teorema de la energía cinética.



$$W^{Fuerza\ externa} + W^{Normal} + W^{friccion} + W^{PESO} = \Delta E_K$$

$$F.d_{AB} + 0 + W^{friccion} - m.g.h = \frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2}$$

$$(20).(41)+0+W^{friccion}-(2).(10).(9)=\frac{2.(20)^2}{2}-0$$

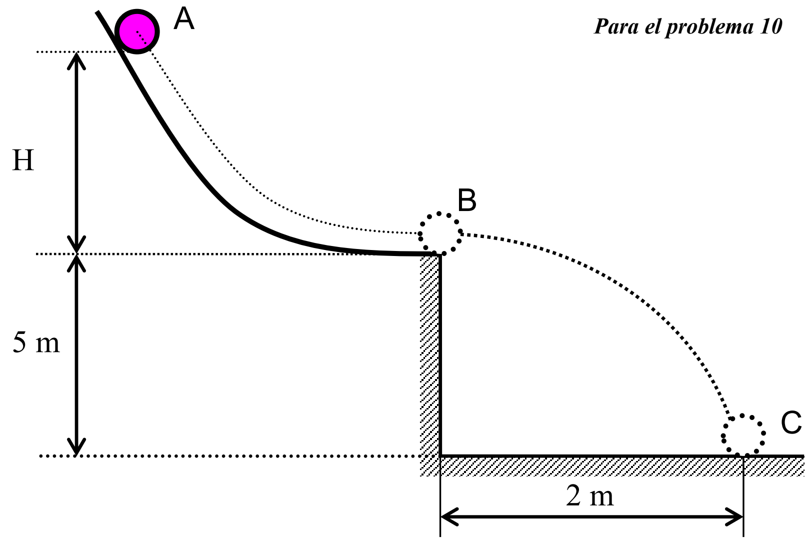
Resolviendo:

$$W^{friccion}=-240\ J$$

Respuesta: la cantidad de trabajo que realiza la fuerza de fricción desde A hasta B es -240 J.

Respuesta: la cantidad de trabajo realizado es, $\frac{KX^2}{2}$

10. En la posición A se suelta un bloque sobre una rampa, libre de rozamiento. Abandona la rampa en la posición B con dirección horizontal, describiendo luego una trayectoria parabólica hasta llegar al piso en C. Determine la altura H.



Para el problema 10

Resolución

PRIMER PASO: Analizamos el movimiento parabólico en el tramo BC. En B la velocidad es horizontal.

Eje y; caída libre:

$$h=\frac{g.t^2}{2}\ \Rightarrow\ 5=\frac{10.t^2}{2}\ \Rightarrow\ t=1{,}0\ s$$

Eje x; M.R.U:

$$V_X=\frac{d}{t}\ \Rightarrow\ V_X=\frac{2{,}0\ m}{1{,}0\ s}=2\ m.s^{-1}$$

SEGUNDO PASO: No hay rozamiento, entonces aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica entre los puntos Ay B. Fijamos como línea de referencia, a la línea horizontal que pasa por el punto B.

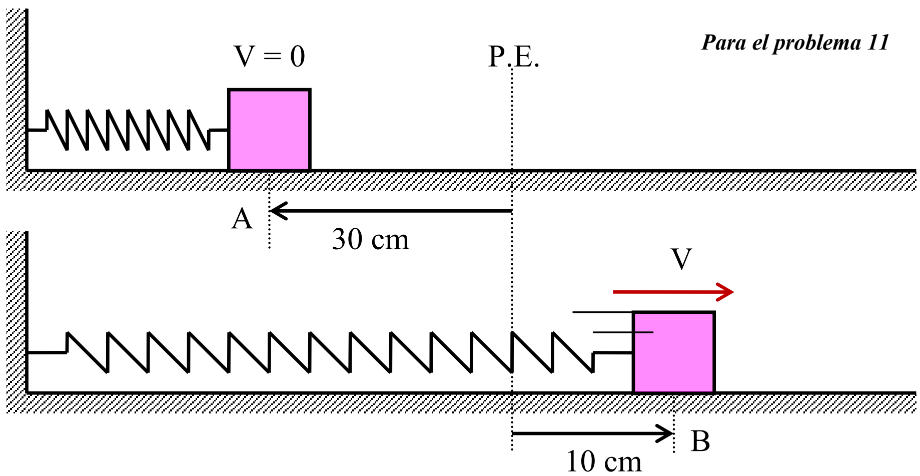
$$m.g.h_A+\frac{m.V_A^2}{2}=m.g.h_B+\frac{m.V_B^2}{2}$$

$$m.(10).H + \frac{m.(0)^2}{2} = m.(10).(0) + \frac{m.(2)^2}{2}$$

Resolviendo tenemos: H = 0,2 m
Respuesta: la altura H mide 0,2 m

11. Un bloque de 2,0 kg que se encuentra asociado a un resorte de constante elástica K = 100 N/m, se suelta (reposo) cuando el resorte está estirado 30 cm. Sabiendo que no hay rozamiento, determine la rapidez del bloque cuando el resorte se encuentra estirado 10 cm por segunda vez.

Resolución
PRIMER PASO: Fijamos nuestro sistema de referencia en el plano horizontal. No hay rozamiento, entonces la energía mecánica se conserva en el tiempo: EM (A) = EM (B)



Para el problema 11

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica, considerando a la fuerza elástica (fuerza conservativa).

$$\frac{m.V_A^2}{2} + \frac{K.X_A^2}{2} = \frac{m.V_B^2}{2} + \frac{K.X_B^2}{2}$$

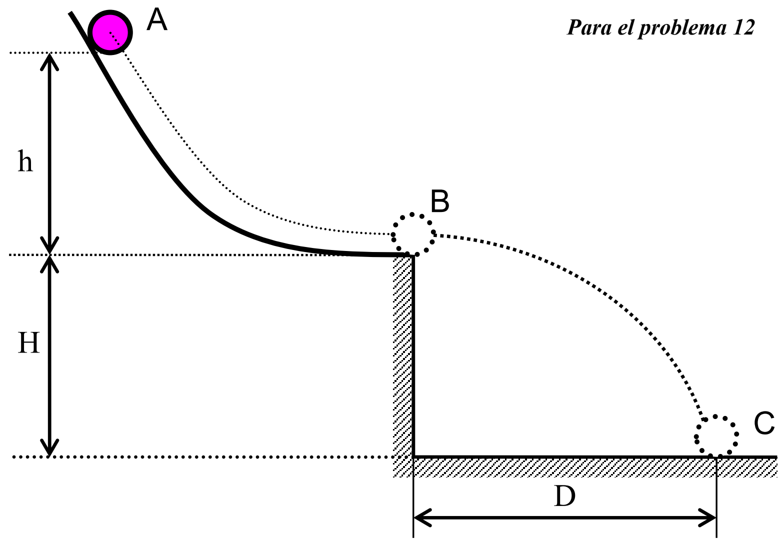
Reemplazando:

$$0 + \frac{(100).(0,3)^2}{2} = + \frac{2.(V)^2}{2} + \frac{(100).(0,1)^2}{2}$$

Resolviendo: V= 2 m/s

Respuesta: la rapidez del bloque es 2 m/s.

12. Se abandona una esfera de hielo en A, se desliza sin rozamiento y abandona la rampa en dirección horizontal, describiendo luego un movimiento parabólico. Sabiendo que H = 3 m y h = 3 m, determinar el desplazamiento horizontal "D" $\left(g = 10\ m/s^2\right)$



Para el problema 12

A) 4 m B) 3 m C) 6 m D) 8 m E) 9 m

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Principio de conservación de la energía mecánica. En el tramo desde A hasta B. La línea de referencia pasa por el punto B.

$$EM(A) = EM(B) \Rightarrow m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$g.h_A = \frac{(V_B)^2}{2} \Rightarrow (10).(3) = \frac{(V_B)^2}{2} \Rightarrow V_B = 2\sqrt{15}\ \frac{m}{s}$$

La esfera sale disparada horizontalmente por el punto B.

SEGUNDO PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical la rapidez inicial es nula. Cálculo del tiempo de vuelo:

$$V_{0y} = 0\ \frac{m}{s}$$

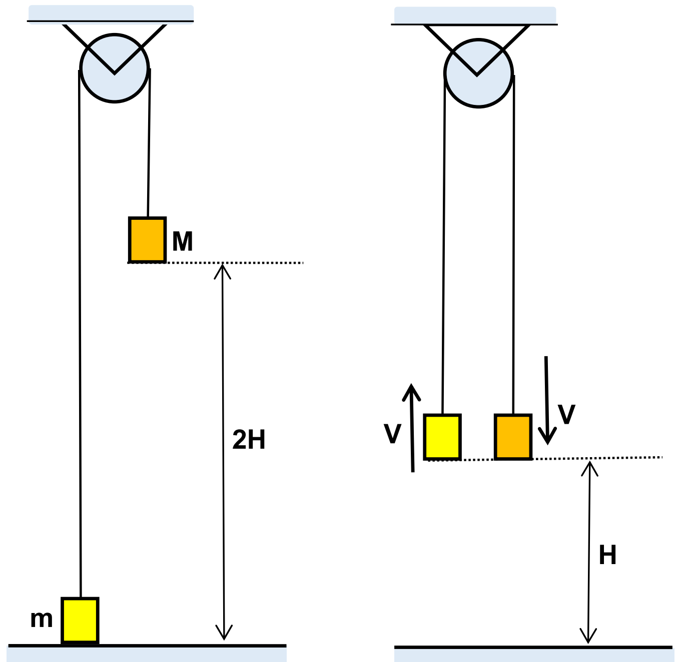
$$H = \frac{g.t^2}{2} \Rightarrow 3 = \frac{(10).t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{3}{5}}\ s$$

TERCER PASO: En el eje horizontal la rapidez es constante. Aplicamos el M.R.U.

$$D = V_X \bullet t_V \Rightarrow D = \left(2\sqrt{15}\right) \bullet \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right) \Rightarrow D = 6\ m$$

Respuesta: el alcance horizontal es 6 metros.

13. Si el sistema se mueve a partir del reposo, ¿Cuál es el módulo de la velocidad de los bloques al cruzarse? (g = 10 m/s^2)



ANTES

DESPUÉS

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial y final.

$$EM(antes) = EM(despues)$$

$$M.g.(2H) = M.g.H + m.g.H + \frac{M(V)^2}{2} + \frac{m(V)^2}{2}$$

Reduciendo:

$$M.g.(H) - m.g.(H) = \frac{(M+m)(V)^2}{2}$$

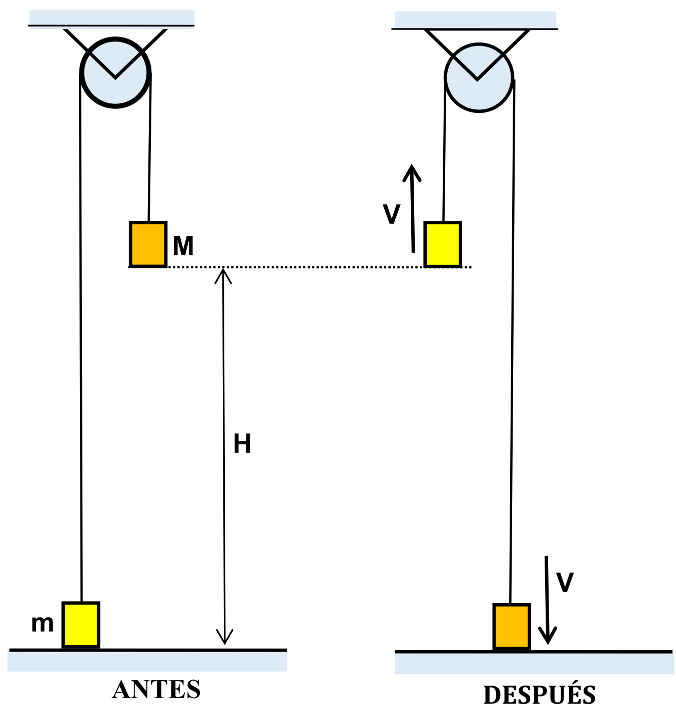
La rapidez es:

$$V = \sqrt{\frac{2g.H(M-m)}{M+m}}$$

TERCER PASO: Si los bloques tienen la misma masa no existe movimiento.

$$(m = M)$$

14. En el sistema mostrado, la polea es ideal. Si el bloque de masa M parte del reposo, calcular el valor de la velocidad (en m/s) con que el bloque M llegará al piso.



$M = 6\ kg$, $m = 4\,kg$, $H = 4\,m$ $(g = 10\ \ N/kg)$

A) 6 B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) 4 E) 2

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial y final.

$$EM(antes) = EM(despues)$$

$$M.g.(H) = m.g.H + \frac{M(V)^2}{2} + \frac{m(V)^2}{2}$$

Reduciendo:

$$(M - m).g.(H) = \frac{(M + m).(V)^2}{2}$$

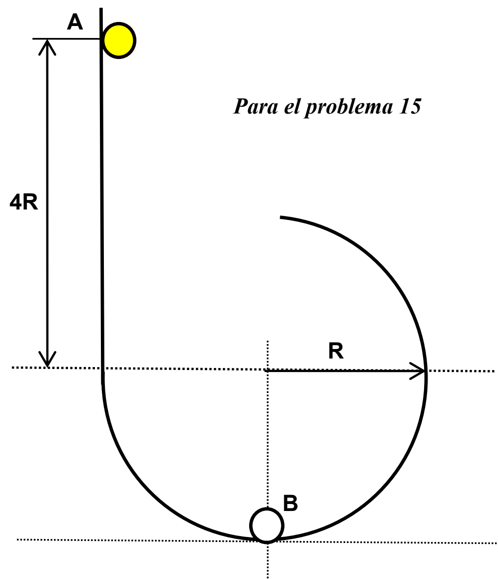
La rapidez es:

$$V = \sqrt{\frac{2g.H(M - m)}{M + m}}$$

Reemplazando: V = 4m/s

TERCER PASO: Si los bloques tienen la misma masa no existe movimiento. (m = M)

15. Para el movimiento de la esfera pequeña de 0,5 kg. No hay rozamiento. Calcular el valor de la fuerza de reacción normal sobre la esfera en el punto B de la superficie cilíndrica de radio R = 1 m. (g = 10 m/s^2)



Para el problema 15

A) 12 N B) 55 C) 15 D) 20 E) 10

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

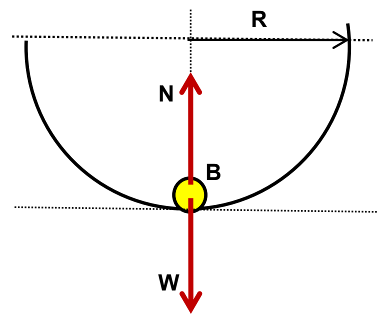
SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por B.

$$EM\left(en\,A\right)=EM\left(en\,B\right)\;\Rightarrow\; m.g.h_A+\frac{m.\left(V_A\right)^2}{2}=m.g.h_B+\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

La velocidad inicial en A es nula y la altura en B en nula. Luego reemplazamos:

$$m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2} \Rightarrow m.(10).(5R) = \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Resolución del problema 15



$$(10).(5R) = \frac{(V_B)^2}{2} \Rightarrow V_B = \sqrt{100.R} \Rightarrow V_B = \sqrt{100.(1)} = 10\ \frac{m}{s}$$

La rapidez en B es

$$V_B = 10\ \frac{m}{s}$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B.

$$F_C = m.a_C \Rightarrow N - W = \frac{m.(V_B)^2}{R} \Rightarrow N = m.g + \frac{m.(V_B)^2}{R}$$

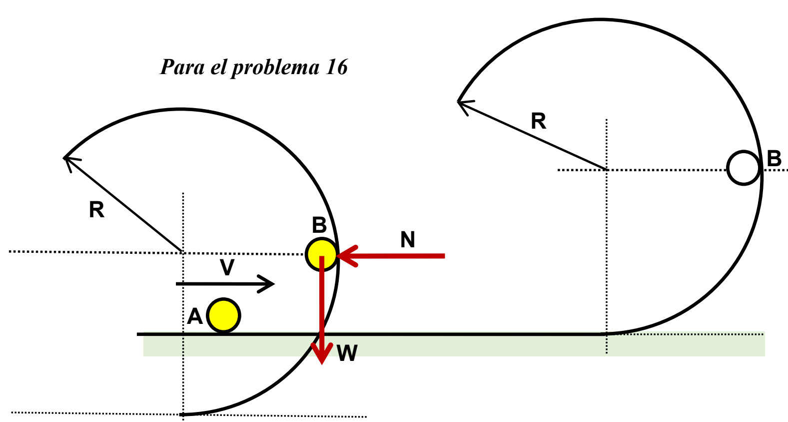
Reemplazando:

$$N = (0,5).(10) + \frac{(0,5).(10)^2}{(1)} = 55\ newtons$$

Respuesta: el valor de la fuerza normal es 55 newtons.

16. Se muestra el lanzamiento de una esfera de 0,5 kg en la posición A con rapidez de V=20 m/s. Si el radio del rizo es 2 m, determine la fuerza de reacción normal en la posición B sobre la esfera. (g = 10 m/s^2)

Para el problema 16



Resolución del problema 16

A) 30 N B) 60 N C) 90 N D) 70 N E) 80 N

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por A.

$$EM\left(en\ A\right)=EM\left(en\ B\right)\ \Rightarrow\ m.g.h_A+\frac{m.\left(V_A\right)^2}{2}=m.g.h_B+\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

La altura en A en nula. Luego reemplazamos:

$$\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}=m.g.h_B+\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}\ \Rightarrow\ \frac{m.\left(20\right)^2}{2}=m.\left(10\right).\left(R\right)+\frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

$$\frac{\left(20\right)^2}{2}=\left(10\right).\left(2\right)+\frac{\left(V_B\right)^2}{2}\ \Rightarrow\ \left(V_B\right)^2=360\ m^2.s^{-2}$$

La rapidez en B es

$$V_B=6\sqrt{10}\ \frac{m}{s}$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B.

$$F_C=m.a_C\ \Rightarrow\ N=\frac{m.\left(V_B\right)^2}{R}$$

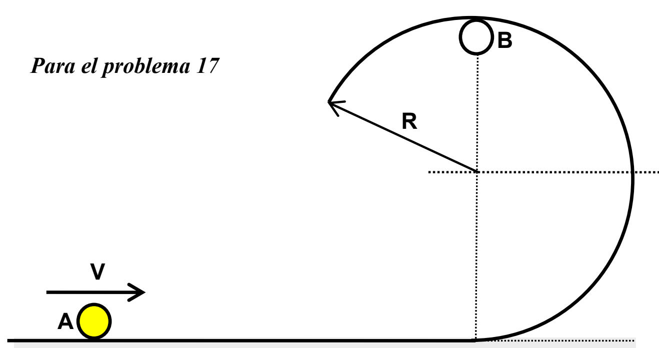
Reemplazando:

$$N=\frac{\left(0,5\right).\left(360\right)}{2}\ \Rightarrow\ N=90\ newtons$$

Respuesta: el valor de la fuerza normal es 30 newtons.

17. Se muestra el lanzamiento de una esfera de 0,5 kg en la posición A con rapidez de V=20 m/s. Si el radio del rizo es 2 m, determine la fuerza de reacción normal en la posición B sobre la esfera. (g = 10 m/s^2)

Para el problema 17

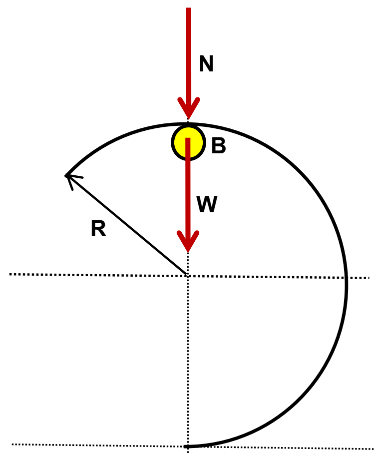


A) 30 N B) 60 N C) 90 N D) 70 N E) 80 N

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por A.



Resolución del problema 17

$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

La altura en A en nula. Luego reemplazamos:

$$\frac{m.(V_B)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; \frac{m.(20)^2}{2} = m.(10).(2R) + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

$$\frac{(20)^2}{2} = (10).(4) + \frac{(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; (V_B)^2 = 320\ m^2.s^{-2}$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B.

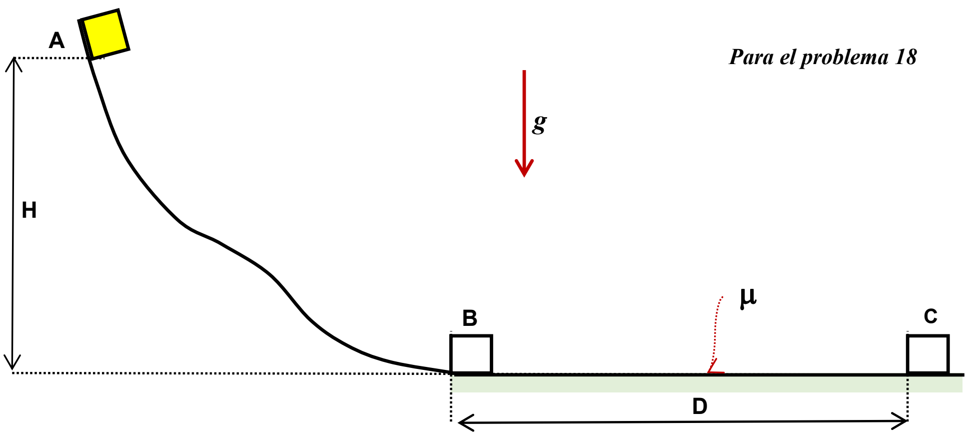
$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; N + W = \frac{m.(V_B)^2}{R} \;\Rightarrow\; N = \frac{m.(V_B)^2}{R} - m.g$$

Reemplazando:

$$N = \frac{(0,5).(320)}{2} - (0,5).(10) = 75\,newtons$$

Respuesta: el valor de la fuerza normal es 75 newtons.

18. Si el bloque de masa “m” se deja en libertad en el A sobre una superficie áspera, donde hay rozamiento solo en el tramo horizontal BC, el coeficiente de rozamiento cinético en el tramo recto horizontal es 0,5. ¿qué distancia horizontal D alcanza hasta detenerse? (g = 10 m/s^2)



Para el problema 18

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: “Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo”.

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por BC.

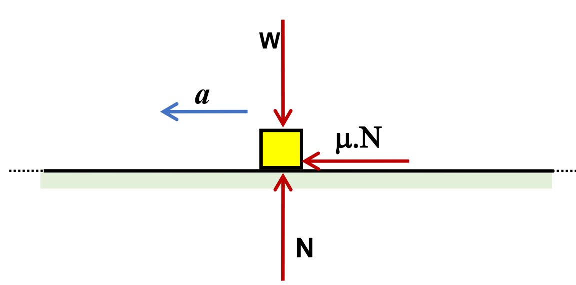
$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

La velocidad en A es nula. La altura en B en nula. Luego reemplazamos:

$$m.g.H = \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; (V_B)^2 = 2g.H \qquad \ldots (1)$$

TERCER PASO: Realizamos el DCL del bloque, la fuerza de rozamiento cinético actúa sobre el bloque oponiéndose al movimiento rectilíneo, en el tramo BC. Aplicamos la ley de aceleración.

Resolución del problema 18



La fuerza resultante en el eje vertical en nula:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = W \Rightarrow N = m.g$$

Segunda ley de Newton o ley de aceleración

$$F = m.a \Rightarrow \mu.N = m.a \Rightarrow \mu.(m.g) = m.a \Rightarrow a = \mu.g$$

CUARTO PASO: Analizamos el M.R.U.V en el plano horizontal. La velocidad en el punto C es nula.

$$(V_C)^2 = (V_B)^2 - 2.a.D \Rightarrow (0)^2 = 2gH - 2.(\mu.g).D$$

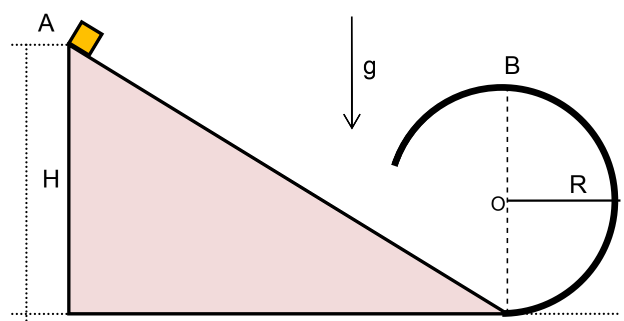
Reduciendo:

$$2gH = 2.(\mu.g).D \Rightarrow D = \frac{H}{\mu}$$

Respuesta: la distancia máxima que avanza es, $\frac{H}{\mu}$

OBSERVACIÓN: si no existe rozamiento el bloque se detiene en el infinito.

19. Un carro de masa "m" se abandona en la posición A. Determinar la altura mínima H, tal que, el móvil puede pasar por el rizo en B. Desprecie el rozamiento y considere R el radio del rizo.

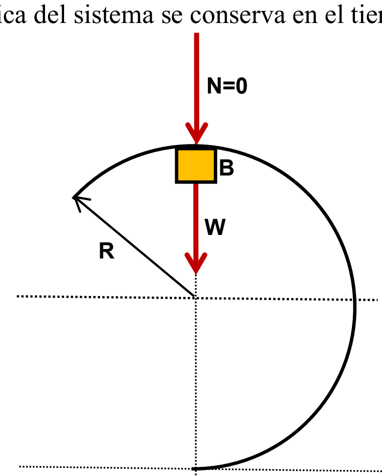


Para el problema 19

A) 2,5R B) 2R C) 3R D) 4R E) 5R

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".



Resolución del problema 19

SEGUNDO PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B. La velocidad es mínima en B cuando la reacción normal del rizo es nula.

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; N + W = \frac{m.(V_B)^2}{R} \;\Rightarrow\; 0 + m.g = \frac{m.(V_B)^2}{R}$$

La velocidad mínima en B es:

$$(V_B)^2 = g.R \Rightarrow V_B = \sqrt{g.R}$$

TERCER PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por B. La altura que desciende es:

$$h_A = (H - 2R)$$

$$EM(en\,A) = EM(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

La velocidad inicial en A es nula y la altura en B en nula. Luego reemplazamos:

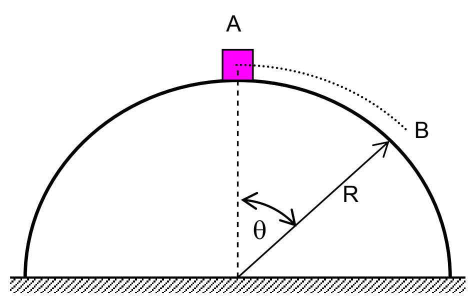
$$m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; m.g.(H - 2R) = \frac{m.(g.R)}{2}$$

$$(H - 2R) = \frac{R}{2} \;\Rightarrow\; H = \frac{5}{2}R$$

Respuesta: La altura mínima es,

$H_{\min} = 2,5R$

20. Un bloque pequeño de masa "m", se encuentra sobre la superficie hemisférica como se muestra en la figura. El cuerpo resbala a partir del reposo desde A, sabiendo que no hay rozamiento, determine la medida del ángulo θ que determina la posición donde el bloque abandona la superficie hemisférica.



Para el problema 20

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por B. La altura que desciende es: $h_B = H = R - R.\text{Cos}\,\theta = R(1-\text{Cos}\,\theta)$

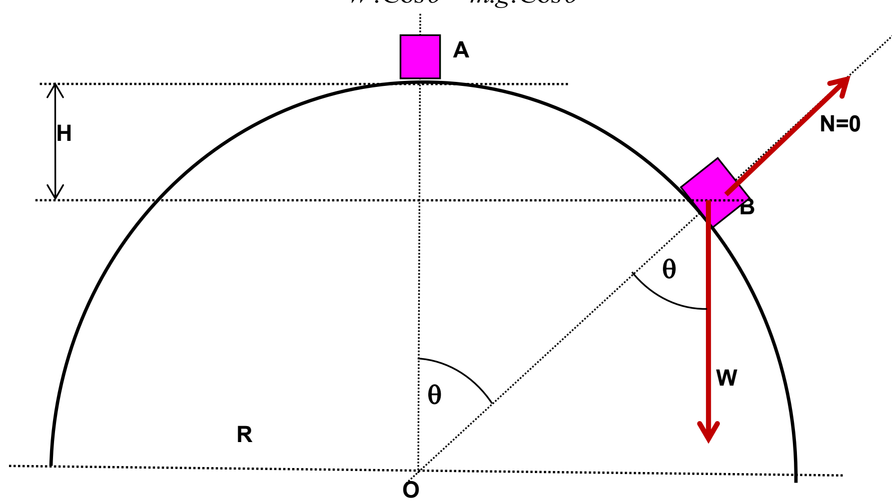
$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

$$m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; g.R.(1-\text{Cos}\,\theta) = \frac{(V_B)^2}{2}$$

$$(V_B)^2 = 2g.R.(1-\text{Cos}\,\theta) \;\Rightarrow\; V_B = \sqrt{2g.R.(1-\text{Cos}\,\theta)}$$

TERCER PASO: Si el bloque abandona la superficie cilíndrica en la posición B, la reacción normal es nula N=0. La componente radial del peso es,

$$W.\text{Cos}\,\theta = m.g.\text{Cos}\,\theta$$



Resolución del problema 20

Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B.

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; W.\text{Cos}\,\theta - N = \frac{m.(V_B)^2}{R} \;\Rightarrow\; m.g.\text{Cos}\,\theta - 0 = \frac{m.(V_B)^2}{R}$$

Reemplazando:

$$m.g.\text{Cos}\,\theta = \frac{m.(V_B)^2}{R} \;\Rightarrow\; m.g.\text{Cos}\,\theta = \frac{m.R.(1-\text{Cos}\,\theta)}{R}$$

Reduciendo:

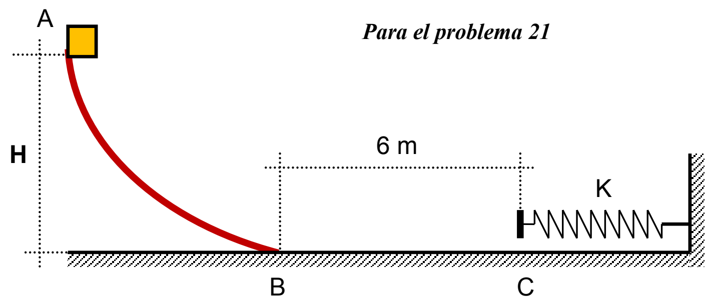
$$\text{Cos}\,\theta = 2(1-\text{Cos}\,\theta) \;\Rightarrow \text{Cos}\,\theta = \frac{2}{3} \;\Rightarrow\; \theta = arc\,\text{Cos}\left(\frac{2}{3}\right)$$

Respuesta: la medida del ángulo es, 18,2º

21. Un bloque de 10 kg se deja caer en A desde una altura de H=11,1 m, tal como se muestra. Debido al resorte de constante elástica K = 2000 N/m el bloque comienza a subir y bajar repetitivamente hasta que finalmente se detiene. La trayectoria sólo presenta fricción en el tramo BC y el resorte queda comprimido por primera vez 0,9 m con respecto al sentido del movimiento del bloque. La posición y distancia donde se detiene el bloque es:

($g = 10\ m/s^2$)

Para el problema 21



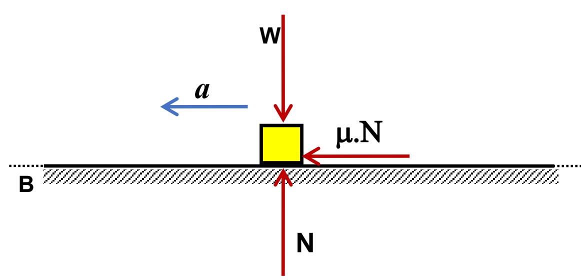
A) De C a B; 1,8 m de C. B) De B a C; 4,2 m de B. C) De C a B; 1,8 m de B.
D) De B a C; 4,2 m de C. E) De C a B; 4,2 m de B.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: "El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica que experimenta el SEGUNDO PASO: Realizamos el DCL del bloque, la fuerza de rozamiento cinético actúa sobre el bloque oponiéndose al movimiento rectilíneo, en el tramo BC. Aplicamos la ley de aceleración. La fuerza resultante en el eje vertical en nula:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = W \quad \Rightarrow \quad N = m.g$$

Resolución del problema 21



Segunda ley de Newton o ley de aceleración

$$F = m.a \quad \Rightarrow \quad \mu.N = m.a \quad \Rightarrow \quad \mu.(m.g) = m.a \quad \Rightarrow a = \mu.g$$

TERCER PASO: El trabajo hecho por la fuerza de rozamiento en el tramo de B a C (por primera vez) es igual a la variación de la energía mecánica desde A hasta B, cuando se detiene el bloque, comprimiendo al resorte. La línea de referencia pasa por BC. La velocidad en A es nula.

$$W^{FRICCION} = EM(en\ C) - EM(en\ A) = E_{pe}(en\ C) - E_{pg}(en\ A)$$

$$W^{FRICCION} = \left(\frac{K.X^2}{2}\right) - (m.g.H) \quad \Rightarrow \quad W^{FRICCION} = \frac{2000.(0,9)^2}{2} - (10).(10).(11,1)$$

$$W^{FRICCION} = \frac{2000.(0,9)^2}{2} - (10).(10).(11,1) = -300\,J$$

C

Es decir, pierde entre BC 300 J, y de regreso pierde 300 J, pierde entre BC 300 J por segunda vez, así sucesivamente.
CUARTO PASO: En "N" veces agota la energía mecánica inicial en A:

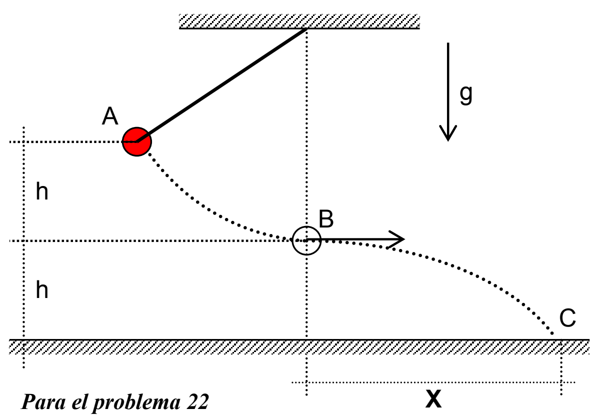
$$N = \frac{m.g.H}{300} = \frac{(10).(10).(11,1)}{300} = 3,7 = 3 + 0,7$$

El bloque va de BC, más de CB, más de a BC, mas 0,7 de 6 m de C a B.

$$x = (0,7) \bullet (6m) = 4,2\ m$$

Respuesta: E) De C a B; 4,2 m de B.

22. La esfera de un péndulo se suelta desde una altura 2h respecto del piso. En el punto más bajo de su trayectoria circunferencial se rompe el hilo del péndulo. La distancia horizontal "x" que recorre la esfera en su trayectoria parabólica desde que se rompe el hilo hasta que llega al piso es:



Para el problema 22

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".
SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por B. La velocidad en A es nula. La altura que desciende es: $h_A = h$. La altura de B es nula.

$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \ \Rightarrow \ m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

$$m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2} \ \Rightarrow \ (V_B)^2 = 2g.h \ \Rightarrow \ V_B = \sqrt{2g.h}$$

La velocidad en B tiene dirección horizontal.
TERCER PASO: Analizamos el movimiento de caída libre parabólico en el tramo de B a C. La componente vertical de la velocidad en B es nula.
Eje vertical: Caída libre vertical. Cálculo del tiempo de vuelo.

$$h = \frac{g.t^2}{2} \ \Rightarrow \ t_V = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

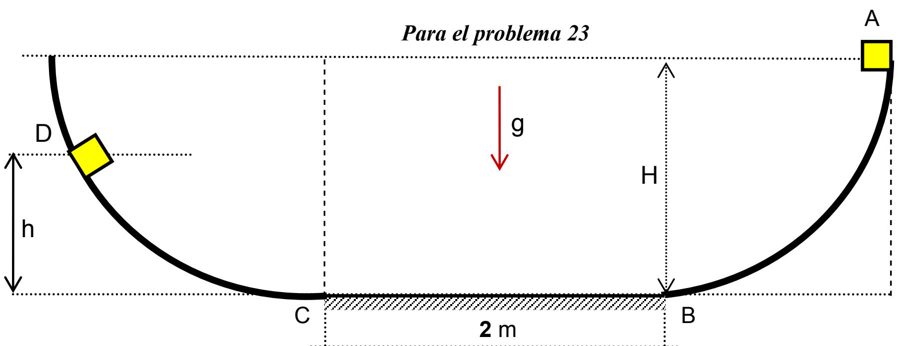
En el eje horizontal se cumple las leyes del movimiento rectilíneo uniforme M.R.U.

$$d = (V_x) \bullet (t_V) \Rightarrow \quad X = \left(\sqrt{2g.h}\right) \bullet \left(\sqrt{\frac{2h}{g}}\right) = 2h$$

Respuesta: el alcance horizontal es 2h.

23. Un bloque parte de la posición A sin velocidad inicial y se desliza por el camino mostrado. ¿Hasta qué altura máxima asciende el bloque en D? sí solo existe rozamiento en el tramo horizontal BC. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el piso es 0,4. $\left(g = 9{,}8\ m.s^{-2}\right)$

Para el problema 23



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: "El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica que experimenta el SEGUNDO PASO: Realizamos el DCL del bloque, la fuerza de rozamiento cinético actúa sobre el bloque oponiéndose al movimiento rectilíneo, en el tramo BC. Aplicamos la ley de aceleración. La fuerza resultante en el eje vertical en nula:

$$\Sigma F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N = W \quad \Rightarrow \quad N = m.g$$

Segunda ley de Newton o ley de aceleración

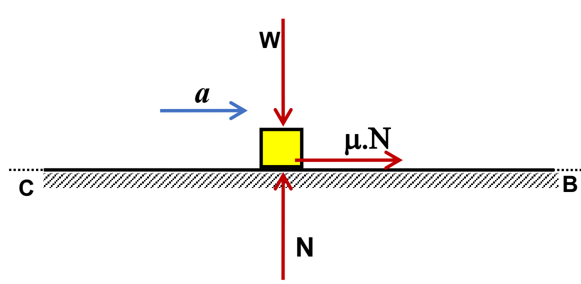
$$F = m.a \quad \Rightarrow \quad \mu.N = m.a \quad \Rightarrow \quad \mu.(m.g) = m.a \quad \Rightarrow a = \mu.g$$

TERCER PASO: El trabajo hecho por la fuerza de rozamiento en el tramo de B a C (por primera vez) es igual a la variación de la energía mecánica desde A hasta B, cuando se detiene el bloque, comprimiendo al resorte. La línea de referencia pasa por BC. La velocidad en A es nula.

$$W^{FRICCION} = EM\,(en\ D) - EM\,(en\ A) = E_{pg}\,(en\ D) - E_{pg}\,(en\ A)$$

$$-f_C \bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H \quad \Rightarrow \quad -\mu.N \bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H$$

Resolución del problema 23



Reemplazando la fuerza normal:

$$-\mu.(m.g)\bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H$$

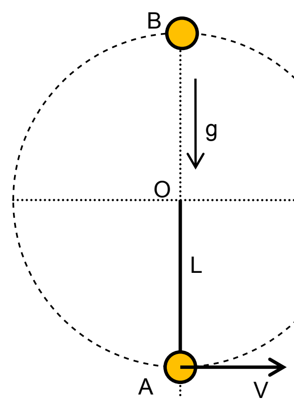
$$-\mu.\bullet d_{BC} = h - H \quad \Rightarrow \quad h = H - \mu.\bullet d_{BC}$$

Reemplazando:

$$h = 1 - (0,4)\bullet(2\,m) = 0,2\ m$$

Respuesta: la máxima altura que es asciende es 0,2 m.

24. Se muestra un péndulo de masa "m" y longitud L. Determinar la rapidez mínima V que de tener en su posición de equilibrio A, tal que, puede describir por lo menos una vuelta en el plano vertical.



Para el problema 24

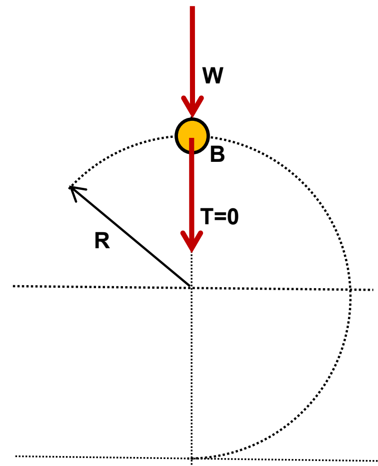
A) $\sqrt{5.g.L}$ B) $\sqrt{3.g.L}$ C) $4.\sqrt{3gL}$ D) $5.\sqrt{gL}$ E) $\sqrt{g.L}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B. La velocidad en B es mínima cuando el valor de la tensión es nulo.

$$F_C = m.a_C \Rightarrow N + W = \frac{m.(V_B)^2}{R} \Rightarrow 0 + m.g = \frac{m.(V_B)^2}{R}$$



Resolución del problema 24

La velocidad mínima en B es: $(V_B)^2 = g.R \Rightarrow V_B = \sqrt{g.R}$ …. (1)

TERCER PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por A. La altura que asciende es: $h_B = 2R = 2L$

$$EM(en\,A) = EM(en\,B) \Rightarrow m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

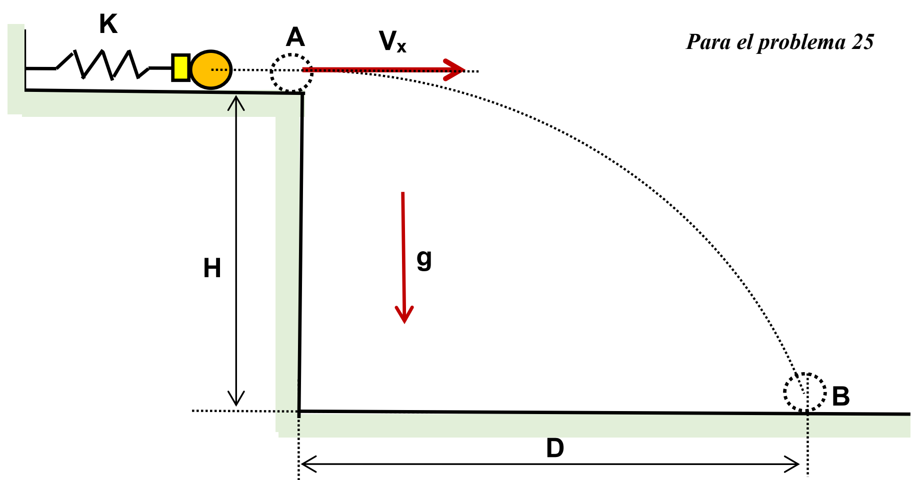
La altura en A en nula. Luego reemplazamos:

$$0 + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2} \Rightarrow \frac{(V_A)^2}{2} = g.h_B + \frac{(V_B)^2}{2}$$

$$\frac{(V_A)^2}{2} = g.(2R) + \frac{g.R}{2} \Rightarrow V_A = \sqrt{5.g.R}$$

Respuesta: La velocidad mínima es
$V_A = \sqrt{5.g.R}$

25. Una esfera de masa 2 kg está comprimiendo el resorte de constante K una longitud de X=10 cm. Cuando la esfera se suelta, desliza sobre la superficie horizontal lisa y efectúa un movimiento parabólico, llegando al piso con rapidez V= 6 m/s. Donde H = 1 m. Determine la constante elástica del resorte (en kN/m). (g = 10 m/s^2)



Para el problema 25

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical la rapidez inicial es nula $V_{0y} = 0\ \dfrac{m}{s}$. Cálculo del tiempo de vuelo:

$$H = \frac{g.t^2}{2} \Rightarrow 1 = \frac{(10).t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{0,2}\ s$$

La componente vertical de la velocidad es:

$$V_Y = V_{0Y} + g.t \Rightarrow V_Y = 0 + (10).\left(\sqrt{0,2}\right) = \sqrt{20}\ \frac{m}{s}$$

La velocidad de impacto contra e piso es:

$$(V)^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2 \Rightarrow (6)^2 = (V_X)^2 + \left(\sqrt{20}\right)^2 \Rightarrow V_X = 4\ \frac{m}{s}$$

SEGUNDO PASO: Principio de conservación de la energía mecánica. La energía potencial elástica se transforma en energía cinética.

$$E_{ELASTICA} = E_{CINETICA} \Rightarrow \frac{K.(X)^2}{2} = \frac{m.(V_X)^2}{2}$$

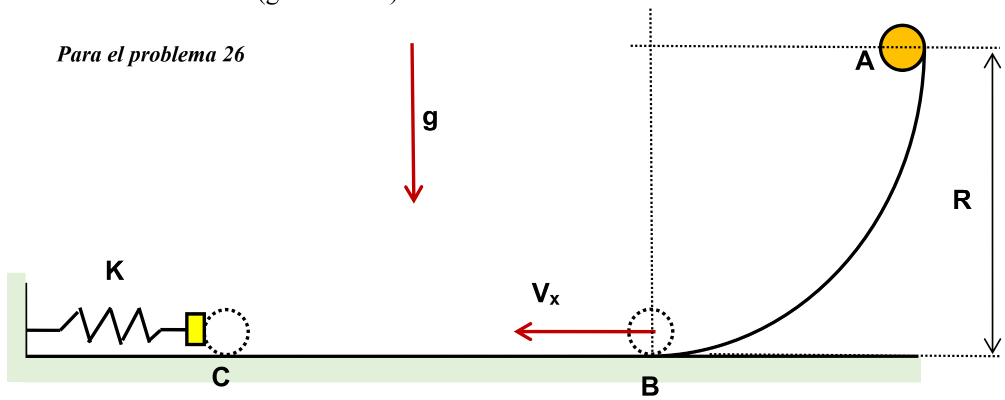
Reemplazando:

$$\frac{(K).(0,1)^2}{2} = \frac{(2).(4)^2}{2} \Rightarrow K = 3200\ \frac{N}{m}$$

Respuesta: la constante elástica es 3,2 kN/m

26. Una esfera de masa 5 kg se abandona en la posición A sobre una superficie cilíndrica de radio R = 4 m, sin rozamiento. Determinar la máxima deformación que experimenta el resorte de constante elástica K=100 N/cm. (g = 10 m/s^2)

Para el problema 26



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en C. El nivel de referencia pasa por B y C. La altura que desciende es: $h_A = R$

$$EM\left(en\ A\right) = EM\left(en\,C\right) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.\left(V_A\right)^2}{2} = m.g.h_C + \frac{m.\left(V_C\right)^2}{2} + \frac{K.\left(X\right)^2}{2}$$

La velocidad inicial en A es nula y la altura en C en nula. La velocidad en C es nula. Luego reemplazamos:

$$m.g.R = \frac{K.\left(X\right)^2}{2} \quad \Rightarrow \quad X = \sqrt{\frac{2m.g.R}{K}}$$

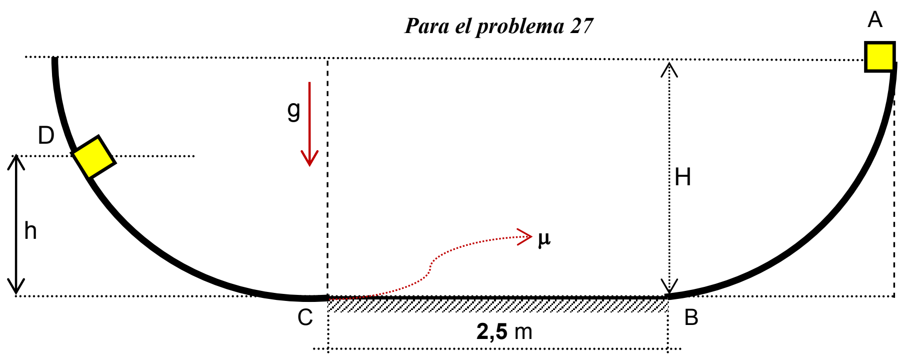
Reemplazando:

$$X_{\max} = \sqrt{\frac{2(5).(10).(4)}{10000}} = 0,2\ m$$

Respuesta: La deformación máxima es 0,2 m.

27. El bloque que se abandona en el punto "A". La máxima altura que alcanza hasta llegar al punto D es h = 1 m. Si solo hay rozamiento en el tramo recto BC de 2,5 metros. El radio de los arcos es H=2 m. Calcula el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie.

Para el problema 27



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica que experimenta el cuerpo".

SEGUNDO PASO: Realizamos el D.C.L del bloque, la fuerza de rozamiento cinético actúa sobre el bloque oponiéndose al movimiento rectilíneo, en el tramo BC. Aplicamos la ley de aceleración. La fuerza resultante en el eje vertical en nula:

$$\Sigma F_y = 0 \;\Rightarrow\; N = W \;\Rightarrow\; N = m.g$$

Segunda ley de Newton o ley de aceleración:

$$F = m.a \;\Rightarrow\; \mu.N = m.a \;\Rightarrow\; \mu.(m.g) = m.a \;\Rightarrow a = \mu.g$$

TERCER PASO: El trabajo hecho por la fuerza de rozamiento en el tramo de B a C (por primera vez) es igual a la variación de la energía mecánica desde A hasta D, cuando se detiene el bloque. La línea de referencia pasa por BC. La velocidad en A es nula.

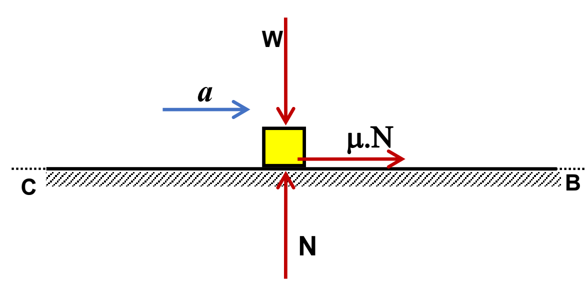
$$W^{FRICCION} = EM\left(en\ D\right) - EM\left(en\ A\right) = E_{pg}\left(en\ D\right) - E_{pg}\left(en\ A\right)$$

$$-f_C \bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H \;\Rightarrow\; -\mu.N \bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H$$

Reemplazando la fuerza normal: $-\mu.(m.g) \bullet d_{BC} = m.gh - m.g.H$

$$-\mu.\bullet d_{BC} = h - H \;\Rightarrow\; \mu = \frac{H-h}{d_{BC}}$$

Resolución del problema 27



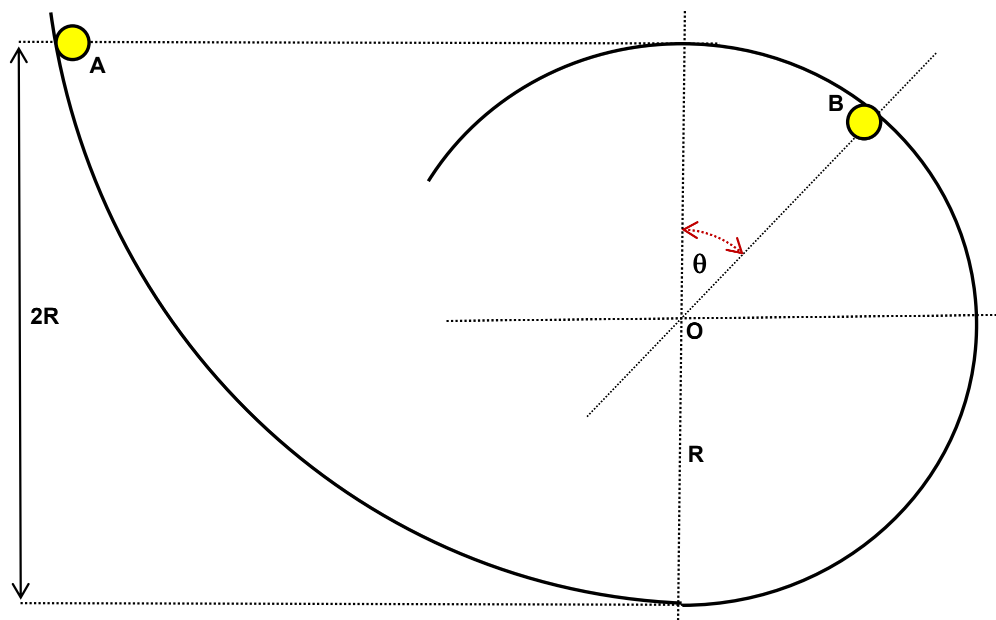
Reemplazando:

$$\mu = \frac{2-1}{2,5} = 0,4$$

Respuesta: el coeficiente de rozamiento cinético es 0,4.

28. Una esfera de masa "m" se abandona en la posición A. Determine la posición definida por el ángulo θ en el cual la esfera abandona la superficie cilíndrica de radio R.

Para el problema 28



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por el punto más bajo.

La altura de A es, $h_A = 2R$

La altura en B es, $h_B = R(1 + \text{Cos}\,\theta)$

$$EM\,(en\,A) = EM\,(en\,B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$m.g.(2R)+0=m.g.R(1+\text{Cos}\,\theta)+\frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Despejando:

$$g.(2R)=g.R(1+\text{Cos}\,\theta)+\frac{(V_B)^2}{2}$$

La velocidad en el punto B:

$$(V_B)^2=2g.R.(1-\text{Cos}\,\theta)$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B. Cuando la esfera abandona la superficie cilíndrica la fuerza de reacción normal es nula. La componente radial del peso en el punto B es: $W.\text{Cos}\,\theta=m.g.\text{Cos}\,\theta$

$$F_C=m.a_C \;\Rightarrow\; N+W.\text{Cos}\,\theta=\frac{m.(V_B)^2}{R} \;\Rightarrow\; 0+m.g.\text{Cos}\,\theta=\frac{m.(V_B)^2}{R}$$

Reemplazando:

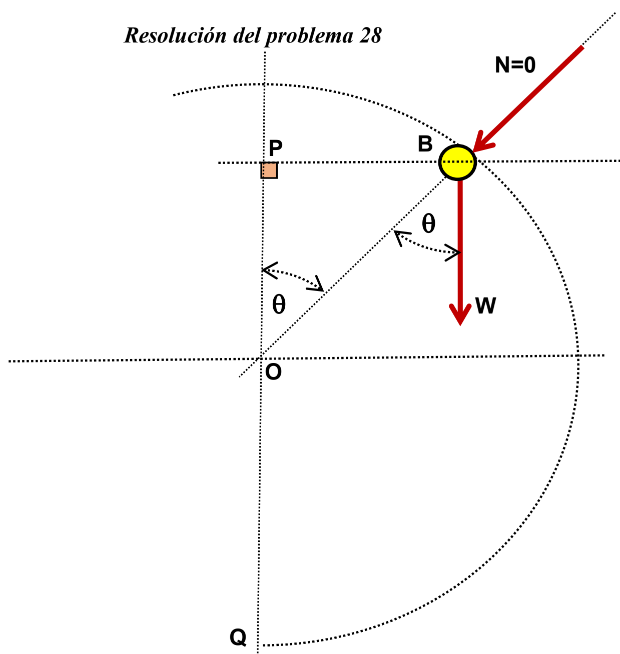
$$g.\text{Cos}\,\theta=\frac{2g.R.(1-\text{Cos}\,\theta)}{R} \;\Rightarrow\; \text{Cos}\,\theta=2-2\text{Cos}\,\theta$$

La medida del ángulo es:

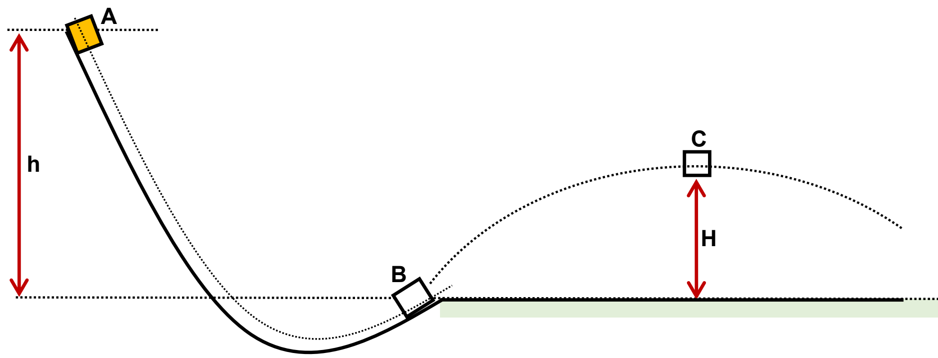
$$\text{Cos}\,\theta=\frac{2}{3} \;\Rightarrow\; \theta=48,2^{\circ}$$

Respuesta: la medida del ángulo es 48,2º

Resolución del problema 28



29. Un bloque parte del reposo en A, resbala por la rampa AB, y pierde entre A y B el 10 % de su energía mecánica por efecto del rozamiento. Si cuando pasa por el punto C su velocidad es 6 m/s con dirección horizontal. Calcular la altura máxima H que alcanza en su movimiento parabólico. Donde h=10 m. (g = 10 m/s^2)



Para el problema 29

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica que experimenta el cuerpo".

SEGUNDO PASO: La energía mecánica en el punto B es el 90% de la energía mecánica en A. En la rampa se pierde energía por efecto del rozamiento.

$$EM(en\,B) = 90\%.EM(en\,A) \Rightarrow EM(en\,B) = 90\%.(m.g.h_A)$$

TERCER PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en B y final en C. El nivel de referencia pasa por el punto B.

$$EM(en\,B) = EM(en\,C) \Rightarrow 90\%.(m.g.h_A) = m.g.h_C + \frac{m.(V_C)^2}{2}$$

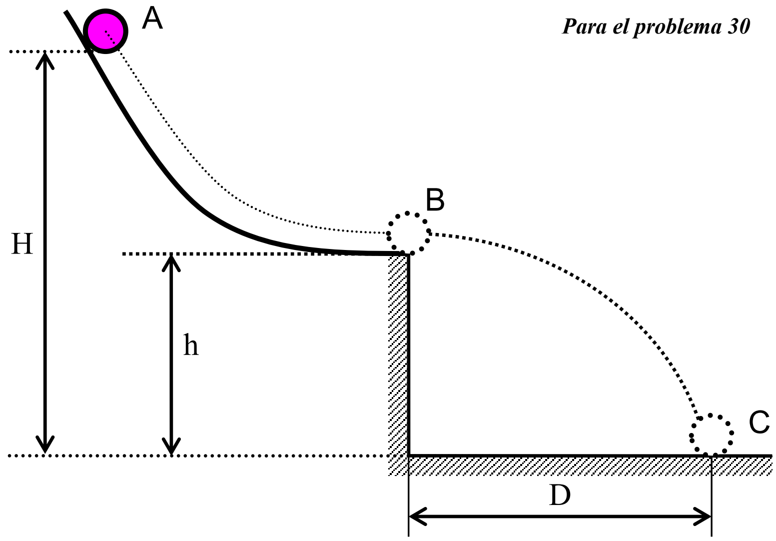
$$(0,9).(g.h_A) = g.h_C + \frac{(V_C)^2}{2} \Rightarrow (0,9).(10).(10) = (10).(H) + \frac{(6)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$90 = 10.H + 18 \Rightarrow H = 7,2\ m$$

Respuesta: La altura máxima que alcanza es $7,2\ m$.

30. Se abandona una esfera de hielo en la posición A, se desliza sin rozamiento y abandona la rampa en B con dirección horizontal, describiendo luego un movimiento de caída libre parabólico. ¿Para qué valor de la altura "h" la esfera experimentará el máximo desplazamiento horizontal "D"? $\left(g = 10\ m/s^2\right)$



Para el problema 30

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Principio de conservación de la energía mecánica. En el tramo desde A hasta B. La línea de referencia pasa por el punto B. La altura que desciende es, $(H-h)$

$$EM(A) = EM(B) \Rightarrow m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$g.h_A = \frac{(V_B)^2}{2} \Rightarrow g.(H-h) = \frac{(V_B)^2}{2} \Rightarrow V_B = \sqrt{2.g.(H-h)}$$

La esfera sale disparada horizontalmente por el punto B.

TERCER PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical la rapidez inicial es nula $V_{0y} = 0\ \frac{m}{s}$. Cálculo del tiempo de vuelo:

$$h = \frac{g.t^2}{2} \Rightarrow t_V = \sqrt{\frac{2.h}{g}}$$

CUARTO PASO: En el eje horizontal la rapidez es constante. Aplicamos el M.R.U.

$$D = V_X \bullet t_V \Rightarrow D = \sqrt{2.g.(H-h)} \bullet \left(\sqrt{\frac{2.h}{g}}\right) \Rightarrow D = 2.\sqrt{(H-h) \bullet h}$$

QUINTO PASO: Si el producto de dos factores es máximo, entonces estos dos factores son iguales.

$$h = H - h \;\Rightarrow\; h = \frac{H}{2} \;\Rightarrow\; H = 2h$$

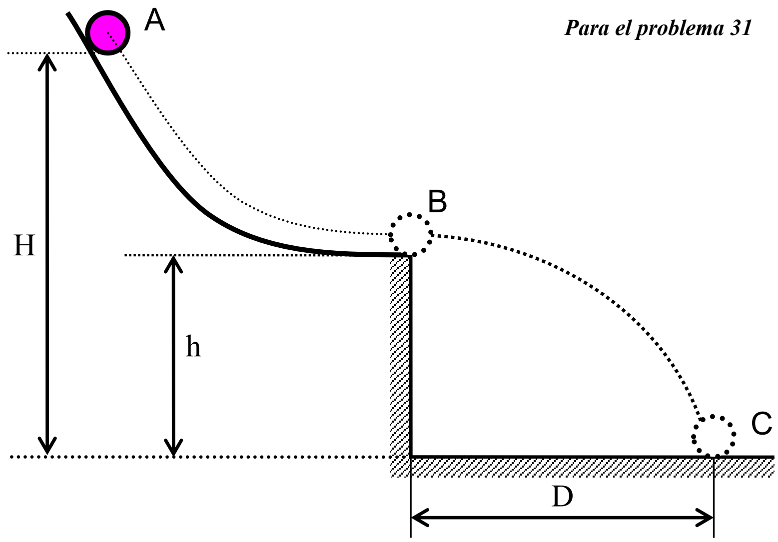
El alcance máximo es,

$$D_{max} = 2.\sqrt{\left(H - \frac{H}{2}\right)\bullet\left(\frac{H}{2}\right)} = H$$

Respuesta: el alcance máximo es H.

31. Se abandona una esfera en la posición A desde una altura H = 4 m, se desliza sin rozamiento y abandona la rampa en B con dirección horizontal, describiendo luego un movimiento parabólico. Si la altura de B es h = 2 m, calcular el desplazamiento horizontal "D" para el movimiento de caída libre parabólico. (g = 10 m/s^2)

A) 0,2 m B) 4 C) 6 D) 8 E) ninguna



Para el problema 31

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Principio de conservación de la energía mecánica. En el tramo desde A hasta B. La línea de referencia pasa por el punto B. La altura que desciende es, $(H - h)$

$$EM(A) = EM(B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A = \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Reemplazando:

$$g.h_A = \frac{(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; g.(H-h) = \frac{(V_B)^2}{2} \;\Rightarrow\; V_B = \sqrt{2.g.(H-h)}$$

La esfera sale disparada horizontalmente por el punto B.

TERCER PASO: Analizamos el movimiento parabólico. En el eje vertical la rapidez inicial es nula $V_{0y} = 0\ \frac{m}{s}$. Cálculo del tiempo de vuelo:

$$h = \frac{g.t^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t_V = \sqrt{\frac{2.h}{g}}$$

CUARTO PASO: En el eje horizontal la rapidez es constante. Aplicamos el M.R.U.

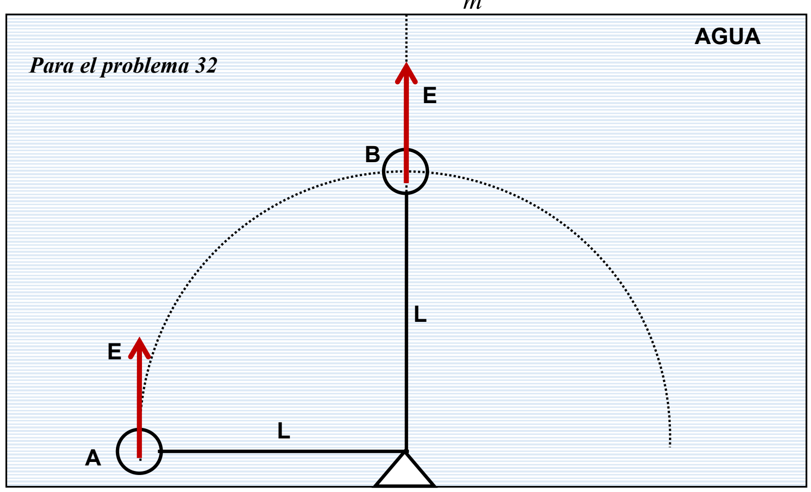
$$D = V_X \bullet t_V \;\Rightarrow\; D = \sqrt{2.g.(H-h)} \bullet \left(\sqrt{\frac{2.h}{g}}\right) \;\Rightarrow\; D = 2.\sqrt{(H-h)\bullet h}$$

Reemplazando los datos: $D = 2.\sqrt{(4-2)\bullet 2} = 4\ m$

Respuesta: el alcance horizontal es 4 metros.

32. Una esfera de densidad 0,25 g/cm^3 y volumen 1 litro se encuentra unido a una cuerda de largo L en el fondo del recipiente que contiene agua. Si se suelta la esfera en la posición A, describe una circunferencia. Desprecie la viscosidad del agua. Determine el valor de la tensión en la cuerda cuando alcanza su máxima altura. (g = 10 m/s^2)

$$D_{agua} = 1000\ \frac{kg}{m^3}$$



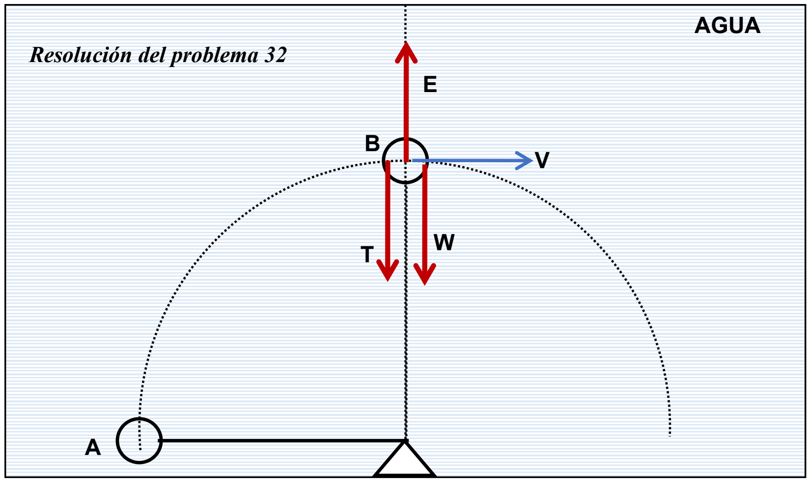
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Principio de Arquímedes. La fuerza de Empuje es igual al producto de densidad de agua, por la gravedad, por el volumen sumergido. $(1m^3 = 1000\ litros)$

$$E = D_{AGUA} \bullet g \bullet V_{SUMERGIDO} = (1000).(10).(1\bullet 10^{-3}) = 10\ N$$

SEGUNDO PASO: El peso de la esfera es igual al producto de la densidad del cuerpo, por la gravedad, por el volumen neto.

$$W = (250)\bullet(10)\bullet(10^{-3}) = 2{,}5\ N$$



TERCER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica. “El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B”.

$$W^{E} = EM(en\,B) - EM(en\,A)$$

$$E.L = \left(m.g.L + \frac{1}{2}.m.V_B^2\right) - (0) \;\Rightarrow\; E.L = W.L + \frac{1}{2}.\left(\frac{W}{g}\right).V_B^2$$

$$(D_{AGUA}.g.V).L = (D_{CUERPO}.g.V).L + \frac{1}{2}.\left(\frac{D_{CUERPO}.g.V}{g}\right).V_B^2$$

Simplificando:

$$(D_{AGUA}).L = (D_{CUERPO}).L + \frac{1}{2}.\left(\frac{D_{CUERPO}}{g}\right).V_B^2$$

$$V_B^2 = 2.g.L.\left(\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}} - 1\right) \;\Rightarrow\; V_B = \sqrt{2.g.L.\left(\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}} - 1\right)}$$

CUARTO PASO: Aplicamos la ley de aceleración, al movimiento circunferencial en el punto B.

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; T + W - E = \left(\frac{W}{g}\right).\left(\frac{V_B^2}{L}\right)$$

$$T + W - E = \left(\frac{W}{g}\right).\left(\frac{V_B^2}{L}\right) \;\Rightarrow\; T = E - W + \left(\frac{W}{g}\right).\left(\frac{V_B^2}{L}\right)$$

$$T = E - W + \left(\frac{W}{g}\right).\frac{2.g.L.\left(\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}} - 1\right)}{L} = E - W + 2W.\left(\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}} - 1\right)$$

La tensión en la cuerda es:

$$T = E - 3W + 2W.\left(\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}}\right)$$

La otra forma:

$$T = E + W.\left(2\left[\frac{D_{AGUA}}{D_{CUERPO}}\right] - 3\right)$$

Reemplazamos los datos:

$$T = 2,5 + 10.\left(2\left[\frac{1000}{250}\right] - 3\right) = 2,5 + 10.(5) = 52,5\ N$$

Respuesta: el valor de la tensión es 52,5 N

La tensión es nula cuando: $D_{AGUA} = D_{CUERPO}$

33. Una esfera de densidad 0,25 g/cm^3 y volumen 1 litro se encuentra en el fondo del recipiente que contiene agua a una profundidad de 5 m. Si se suelta la esfera en la posición A, asciende verticalmente, sale del agua y sube en el aire. Determine la máxima altura. (g = 10 m/s^2) $\left(D_{agua} = 1000\ kg.m^{-3}\right)$

RESOLUCIÓN

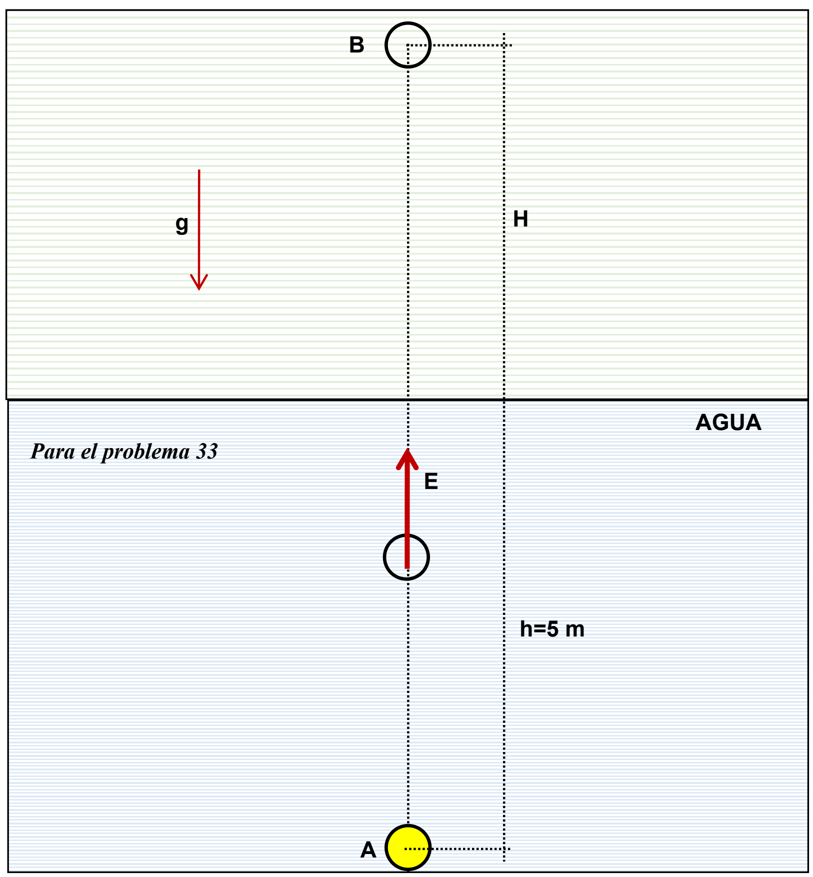
PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: "El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B".

SEGUNDO PASO. Cálculo de la fuerza de empuje, y el peso de la esfera:

$$E = D_{AGUA}.g.V_{SUMERGIDO} = (1000).(10).(10^{-3}) = 10\ N$$

$$W = D_{CUERPO}.g.V_{NETO} = (250).(10).(10^{-3}) = 2,5\ N$$

TERCER PASO: Aplicamos el teorema del teorema del trabajo y la energía mecánico.



$$W^F = EM(en\,B) - EM(en\,A)$$

$$W^F = E_{pg}(B) + E_C(B) - E_{pg}(A) - E_C(A)$$

$$E \bullet h = W.(H+5) - (0) \;\Rightarrow\; (10).(5) = (2{,}5).(H+5) \;\Rightarrow\; H = 15\ m$$

Respuesta: la altura máxima que alcanza es 15 metros.

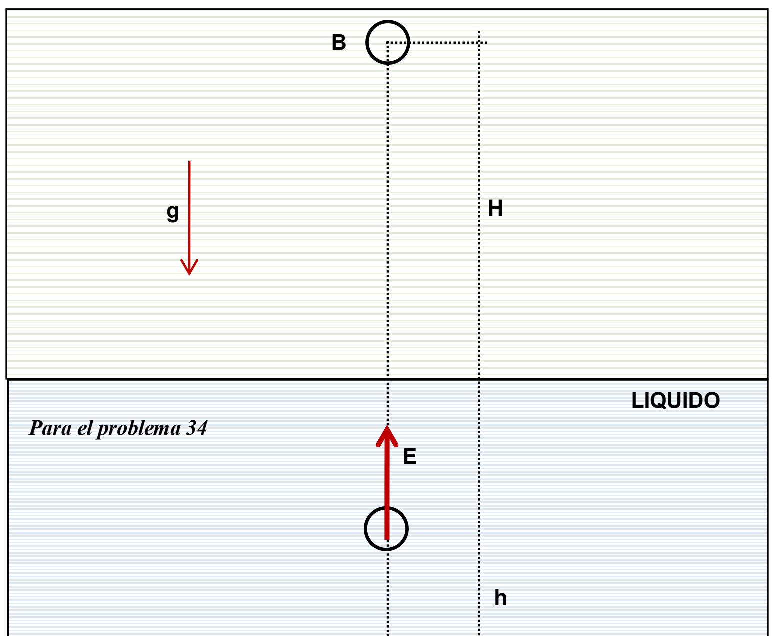
34. Una esfera de densidad δ y volumen **V** se encuentra en el fondo del recipiente que contiene agua a una profundidad de **h**. Si se suelta la esfera en la posición A, asciende verticalmente, sale del líquido ρ y sube en el aire. Determine la máxima altura **H**.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: “El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B”.

SEGUNDO PASO. Cálculo de la fuerza de empuje, y el peso de la esfera:

$$E = D_{AGUA}.g.V_{SUMERGIDO} = (\rho).(g).(V) = \rho.g.V$$



$$W = D_{CUERPO}.g.V_{NETO} = (\delta).(g).(V) = \delta.g.V$$

TERCER PASO: Aplicamos el teorema del teorema del trabajo y la energía mecánico. La velocidad en A y en B es nula. La línea de referencia pasa por el punto A

$$W^F = EM(en\,B) - EM(en\,A)$$

$$W^F = E_{pg}(B) + E_C(B) - E_{pg}(A) - E_C(A)$$

$$E \bullet h = W.(H+5) - (0) \;\Rightarrow\; (\rho.g.V).(h) = (\delta.g.V).(H+h)$$

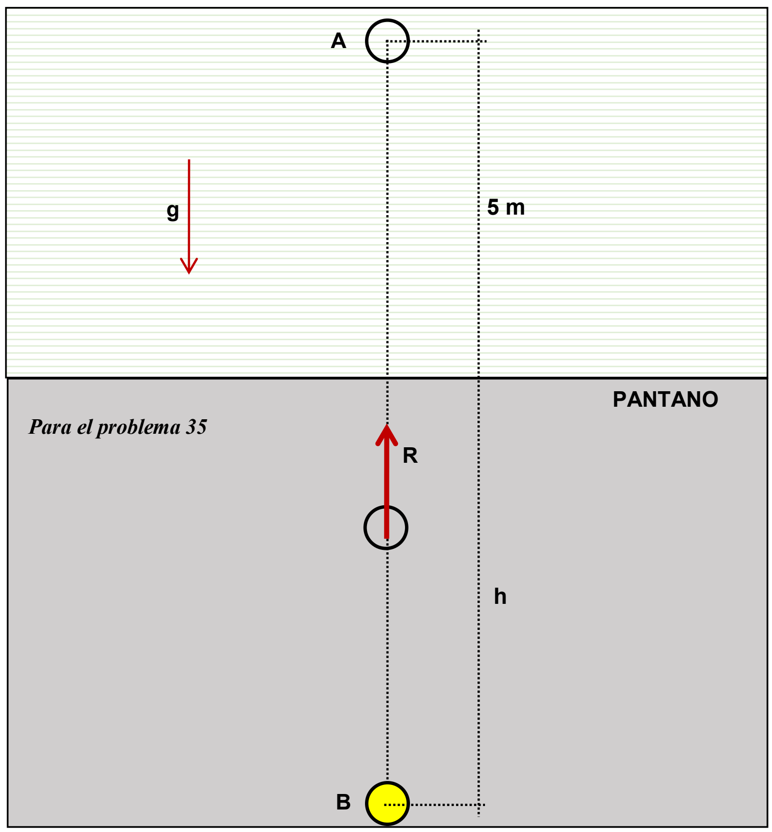
$$\rho.h = \delta.(H+h) \;\Rightarrow\; H = \left(\frac{\rho}{\delta} - 1\right) \bullet h$$

OBSERVACIÓN: Si, $\delta = \rho$ entonces, la esfera no sale del líquido.

35. Una esfera cuyo peso es 10 N, se suelta desde la altura de 5 m sobre un pantano. La fuerza de resistencia media que ofrece el pantano al hundimiento de la esfera es 20 N. ¿Hasta qué profundidad llegara la esfera?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica. "El trabajo realizado por la resistencia **R**, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B".



Para el problema 35

SEGUNDO PASO: Aplicamos el Teorema del trabajo y la energía mecánica. La velocidad inicial en A y la velocidad final en B son nulas. La línea de referencia pasa por B.

$$W^F = EM(en\,B) - EM(en\,A)$$

$$-F \bullet h = 0 - m.g.(h+5)$$

$$20.h = 10.(h+5) \;\Rightarrow\; h = 5\ m$$

Respuesta: la máxima profundidad es 5 metros.

36. Una esfera de densidad δ y volumen **V** se abandona desde la altura **H** sobre la superficie de un líquido ρ. Determine la profundidad máxima **h** que desciende en el líquido. $(\rho \rangle \delta)$

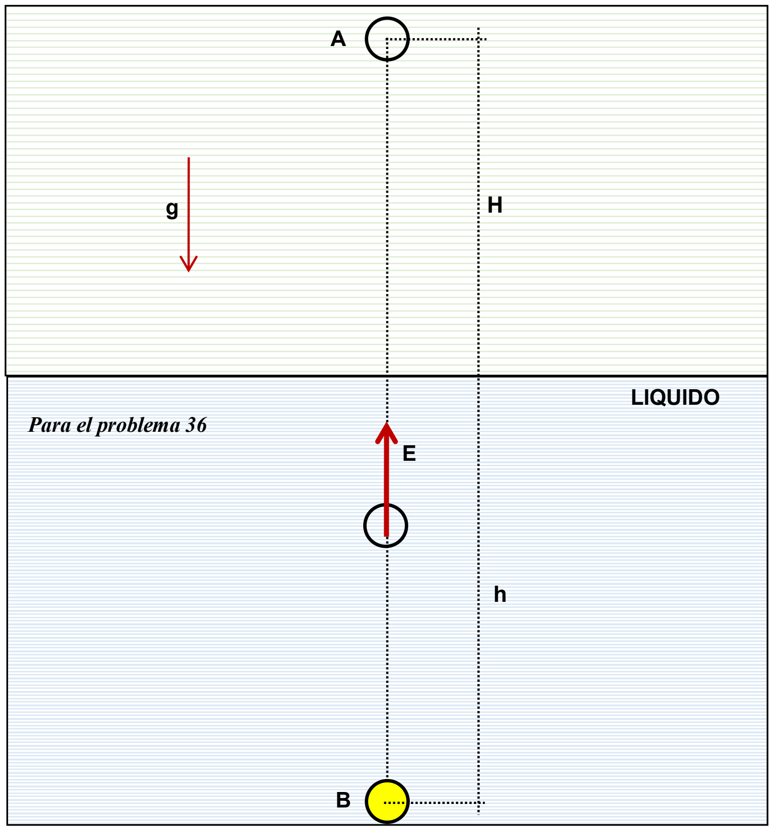
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: “El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B”.

SEGUNDO PASO. Cálculo de la fuerza de empuje, y el peso de la esfera:

$$E = D_{AGUA}.g.V_{SUMERGIDO} = (\rho).(g).(V) = \rho.g.V$$

$$W = D_{CUERPO}.g.V_{NETO} = (\delta).(g).(V) = \delta.g.V$$



Para el problema 36

TERCER PASO: Aplicamos el teorema del teorema del trabajo y la energía mecánico. La velocidad en A y en B es nula. La línea de referencia pasa por el punto B.

$$W^F = EM\,(en\,B) - EM\,(en\,A)$$

$$W^F = E_{pg}(B) + E_C(B) - E_{pg}(A) - E_C(A)$$

$$-E \bullet h = 0 - W.(H+h) \;\Rightarrow\; -(\rho.g.V).(h) = -(\delta.g.V).(H+h)$$

$$\rho.h = \delta.(H+h) \;\Rightarrow\; \rho.h = \delta H + \delta.h$$

$$h.(\rho - \delta) = \delta.H \quad\Rightarrow\quad h = \frac{H}{\left(\dfrac{\rho}{\delta} - 1\right)}$$

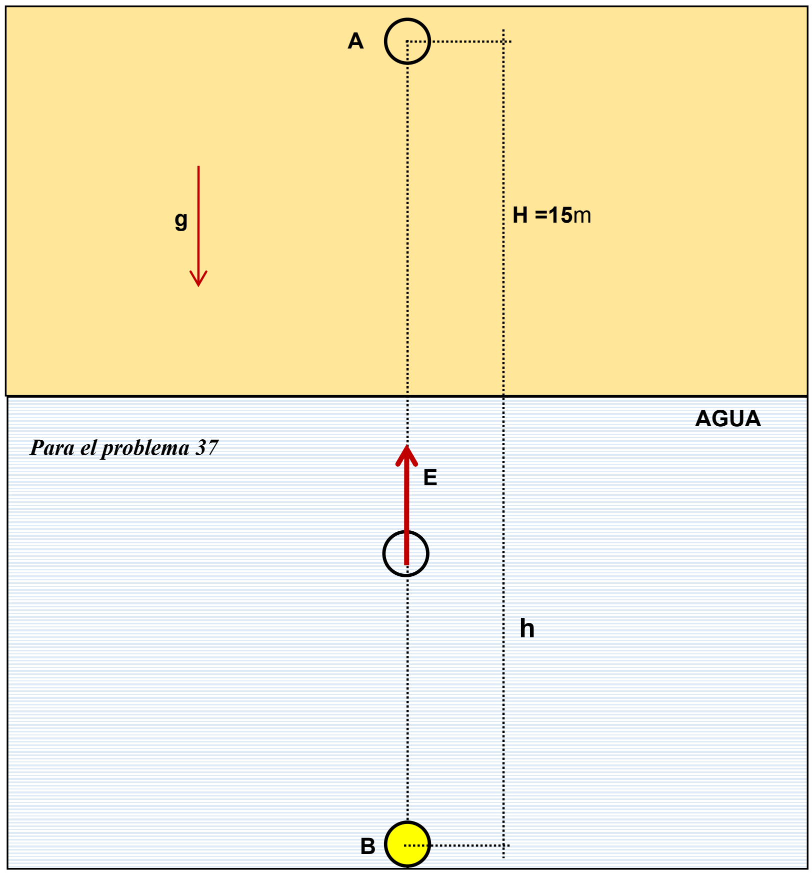
OBSERVACIÓN: Si, δ = ρ la esfera desciende con velocidad constante hasta el fondo.

37. Una esfera de densidad 0,25 g/cm^3 y volumen 1 litro se encuentra a una altura H=15 m sobre la superficie del agua. Si se suelta la esfera en la posición A, ¿Qué profundidad máxima desciende la esfera en el agua? (g = 10 m/s^2)
$\left(D_{agua} = 1000\ kg.m^{-3}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica: "El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B".

SEGUNDO PASO. Cálculo de la fuerza de empuje, y el peso de la esfera:



$$E = D_{AGUA}.g.V_{SUMERGIDO} = (1000).(10).\left(10^{-3}\right) = 10\ N$$

$$W = D_{CUERPO}.g.V_{NETO} = (250).(10).\left(10^{-3}\right) = 2,5\ N$$

TERCER PASO: Aplicamos el teorema del teorema del trabajo y la energía mecánico.

$$W^F = EM\,(en\,B) - EM\,(en\,A)$$

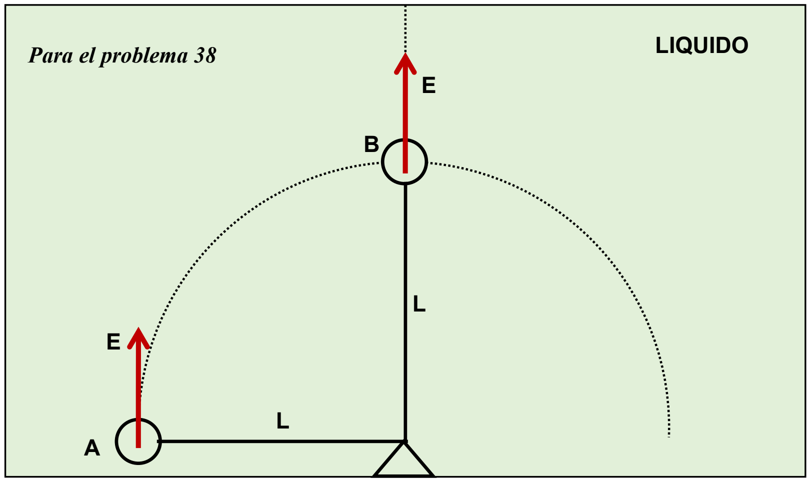
$$W^F = E_{pg}(B) + E_C(B) - E_{pg}(A) - E_C(A)$$

$$-E \bullet h = 0 - W.(H+h)$$

$$(10).(h) = (2,5).(15+h) \Rightarrow h = 5\ m$$

Respuesta: la profundidad máxima que alcanza es 5 metros.

38. Una esfera de densidad δ y volumen **V** se encuentra unido a una cuerda de largo L en el fondo del recipiente que contiene un líquido ρ. Si se suelta la esfera en la posición A, describe una circunferencia. Desprecie la viscosidad del líquido. Determine el valor de la velocidad de la esfera cuando alcanza su máxima altura.



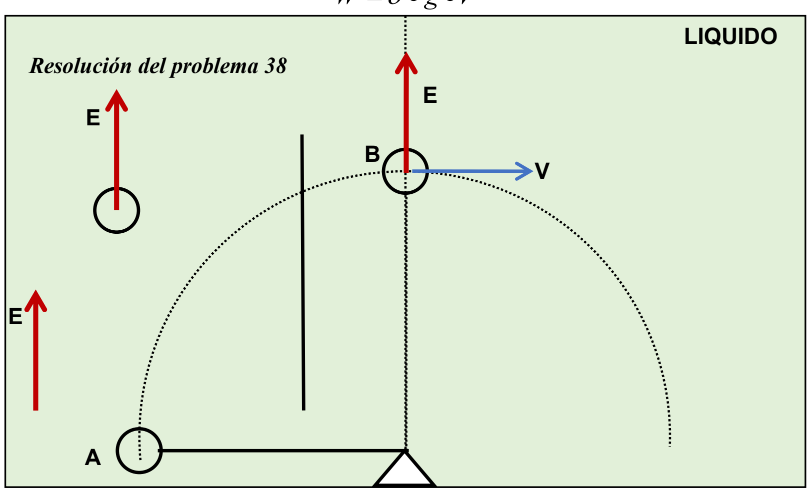
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Principio de Arquímedes. La fuerza de Empuje es igual al producto de densidad de agua, por la gravedad, por el volumen sumergido.

$$E = \rho \bullet g \bullet V$$

SEGUNDO PASO: El peso de la esfera es igual al producto de la densidad del cuerpo, por la gravedad, por el volumen neto.

$$W = \delta \bullet g \bullet V$$



TERCER PASO: Teorema del trabajo y la energía mecánica. "El trabajo realizado por la fuerza de empuje E, es igual a la variación de la energía mecánica entre los puntos A y B".

$$W^E = EM\left(en\,B\right) - EM\left(en\,A\right)$$

$$E.L = \left(m.g.L + \frac{1}{2}.m.V_B^2\right) - \left(0\right) \;\Rightarrow\; E.L = W.L + \frac{1}{2}.\left(\frac{W}{g}\right).V_B^2$$

$$\left(\rho.g.V\right).L=\left(\delta.g.V\right).L+\frac{1}{2}.\left(\frac{\delta.g.V}{g}\right).V_B^2$$

Simplificando:

$$\left(\rho\right).L=\left(\delta\right).L+\frac{1}{2}.\left(\frac{\delta}{g}\right).V_B^2 \;\Rightarrow\; \left(V_B\right)^2=2.g.L.\left(\frac{\rho}{\delta}-1\right)$$

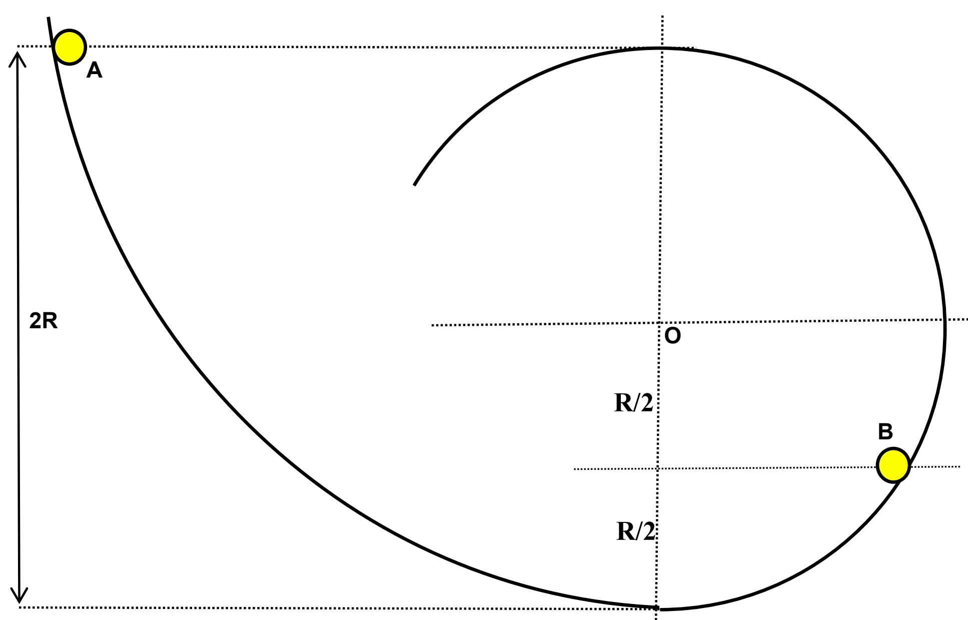
La velocidad en el punto más alto es:

$$V_B=\sqrt{2.g.L.\left(\frac{\rho}{\delta}-1\right)}$$

OBSERVACIÓN. La rapidez en B tiende a cero cuando:
$\delta=\rho$

39. Una esfera de 2 kg es abandonada en la posición A. Calcular el valor de la fuerza normal cuando pasa por la posición B, sobre una superficie cilíndrica de curvatura R. No existe rozamiento. $\left(g=10\ m.s^{-2}\right)$

Para el problema 39



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: “Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo”.

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por el punto más bajo.

La altura de A es, $h_A=2R$

La altura en B es, $h_B = \dfrac{R}{2}$

$$EM\left(en\,A\right) = EM\left(en\,B\right) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.\left(V_A\right)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

Reemplazando:

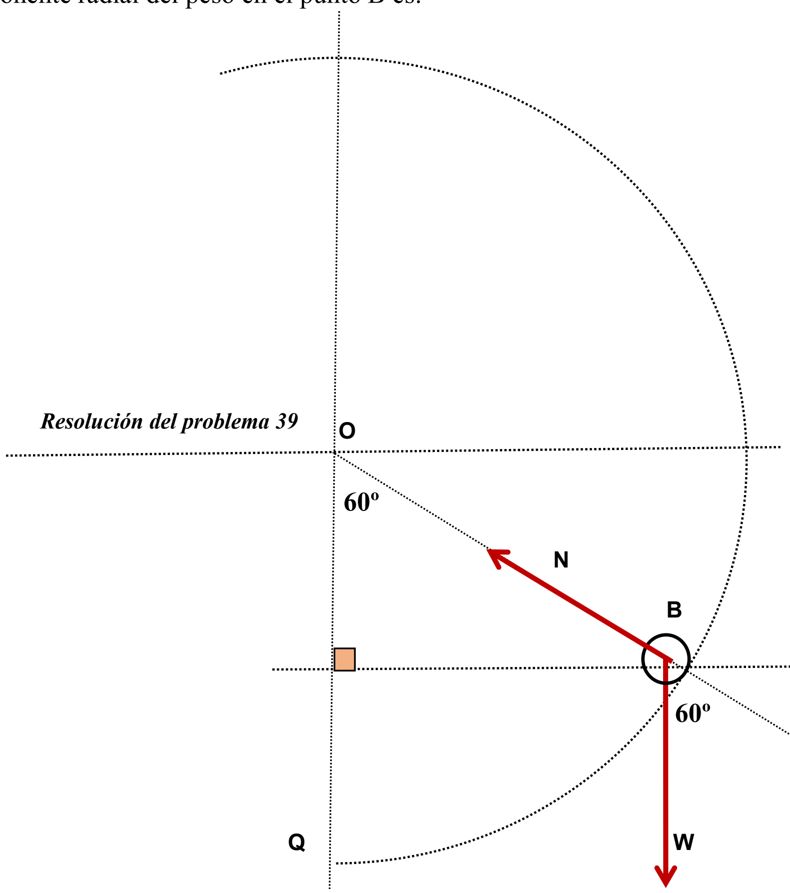
$$m.g.\left(2R\right) + 0 = m.g.\left(\frac{R}{2}\right) + \frac{m.\left(V_B\right)^2}{2}$$

La velocidad en el punto B:

$$\left(V_B\right)^2 = 3.g.R$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B. La componente radial del peso en el punto B es:

Resolución del problema 39



$$W.\mathrm{Cos}\,60º = \frac{m.g}{2}$$

$$F_C = m.a_C \;\Rightarrow\; N - W.\mathrm{Cos}\,60º = \frac{m.\left(V_B\right)^2}{R} \;\Rightarrow\; N - \frac{m.g}{2} = \frac{m.\left(3g.R\right)}{R}$$

Despejando:

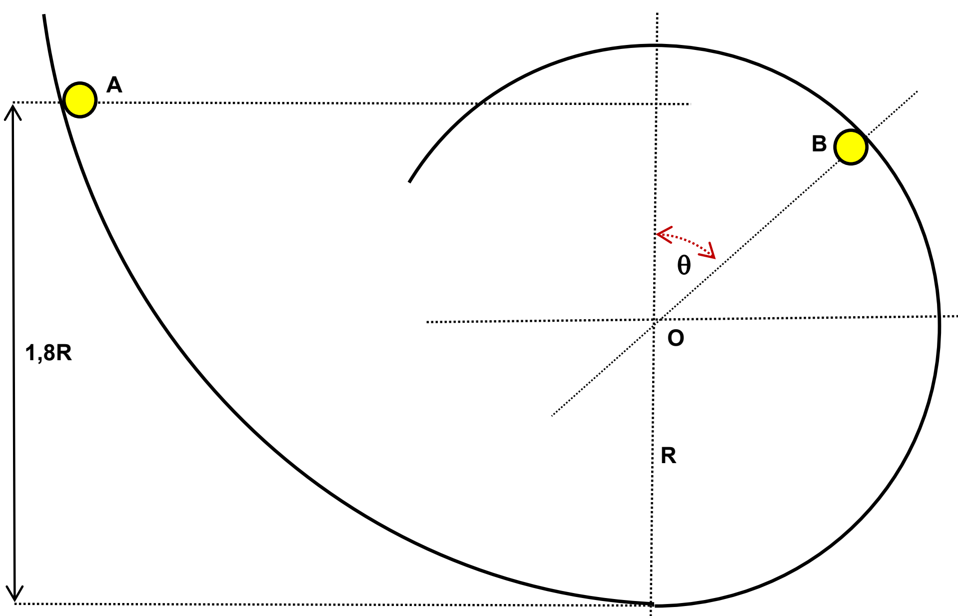
$$N = \left(\frac{7}{2}\right).m.g$$

Reemplazando:
$$N = \left(\frac{7}{2}\right).(2).(10) = 70\ newtons$$

Respuesta: el valor de la reacción norma e 70 N

40. Una esfera de masa "m" se abandona en la posición A. Determine la posición definida por el ángulo θ en el cual la esfera abandona la superficie cilíndrica de radio R.

Para el problema 40



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: "Si la única fuerza que realiza trabajo sobre una partícula o sistema de partículas, es su propio peso (fuerza de gravedad) y/o la fuerza elástica y libre de todo tipo de rozamiento, entonces la energía mecánica del sistema se conserva en el tiempo".

SEGUNDO PASO: Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica para los estados inicial en A y final en B. El nivel de referencia pasa por el punto más bajo.

La altura de A es, $h_A = 1,8R$

La altura en B es, $h_B = R(1 + \text{Cos}\,\theta)$

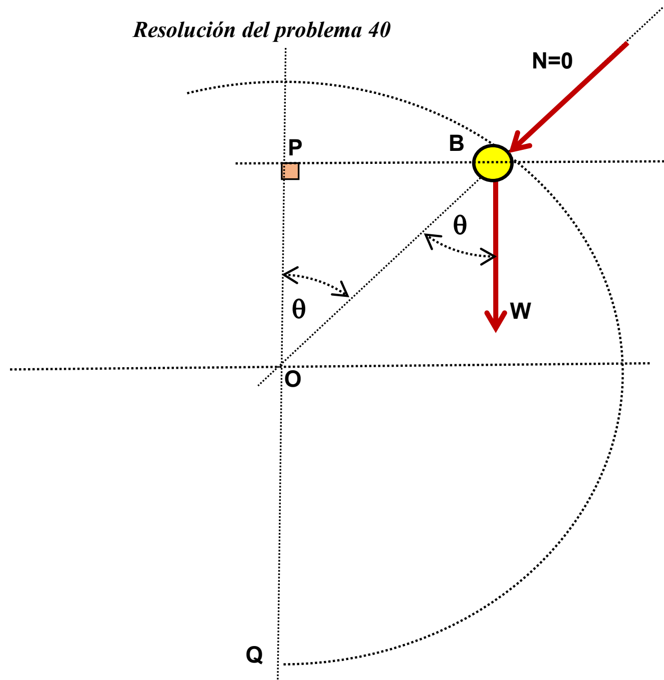
$$EM\,(en\ A) = EM\,(en\ B) \;\Rightarrow\; m.g.h_A + \frac{m.(V_A)^2}{2} = m.g.h_B + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Reemplazando:
$$m.g.(1,8R) + 0 = m.g.R(1 + \text{Cos}\,\theta) + \frac{m.(V_B)^2}{2}$$

Despejando:

$$g.(1,8R) = g.R(1+\text{Cos}\,\theta) + \frac{(V_B)^2}{2}$$

Resolución del problema 40



$$g.R(0,8-\text{Cos}\,\theta) = \frac{(V_B)^2}{2} \quad \Rightarrow \quad (V_B)^2 = 2g.R.(0,8-\text{Cos}\,\theta)$$

TERCER PASO: Aplicamos la ley de la aceleración al movimiento circunferencial en el punto B. Cuando la esfera abandona la superficie cilíndrica la fuerza de reacción normal es nula. La componente radial del peso en el punto B es: $W.\text{Cos}\,\theta = m.g.\text{Cos}\,\theta$

$$F_C = m.a_C \quad \Rightarrow \quad N + W.\text{Cos}\,\theta = \frac{m.(V_B)^2}{R} \quad \Rightarrow \quad 0 + m.g.\text{Cos}\,\theta = \frac{m.(V_B)^2}{R}$$

Reemplazando:

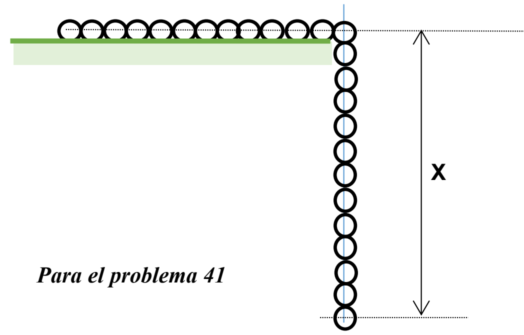
$$m.g.\text{Cos}\,\theta = \frac{m.2.g.R.(0,8-\text{Cos}\,\theta)}{R} \quad \Rightarrow \quad \text{Cos}\,\theta = 2(0,8-\text{Cos}\,\theta)$$

La medida del ángulo es:

$$\text{Cos}\,\theta = \frac{1,6}{3} = \frac{8}{15} \quad \Rightarrow \quad \theta = 57,8^\circ$$

Respuesta: la medida del ángulo es 57,8º

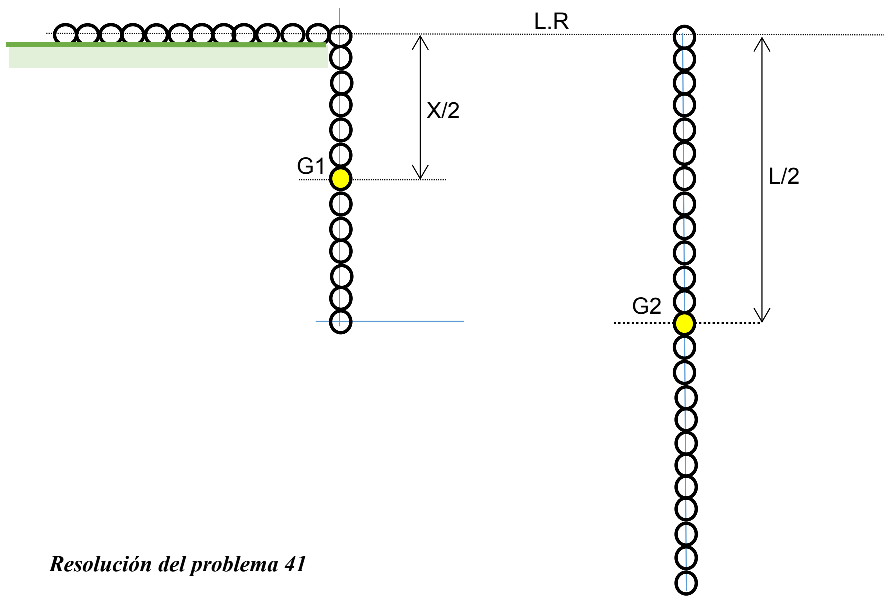
41. Una cadena uniforme de longitud L, se abandona sobre una superficie horizontal lisa, como se muestra. Calcular la velocidad de la cadena en el instante que el último eslabón se desprende de la superficie horizontal.



Para el problema 41

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El peso de cada parte de la cadena homogénea es directamente proporcional al largo. $W = K \bullet X$



Resolución del problema 41

SEGUNDO PASO. La energía potencial gravitatoria es negativa, cuando el centro de gravedad se encuentra debajo de la línea de referencia.

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(inicial) = EM(final)$$

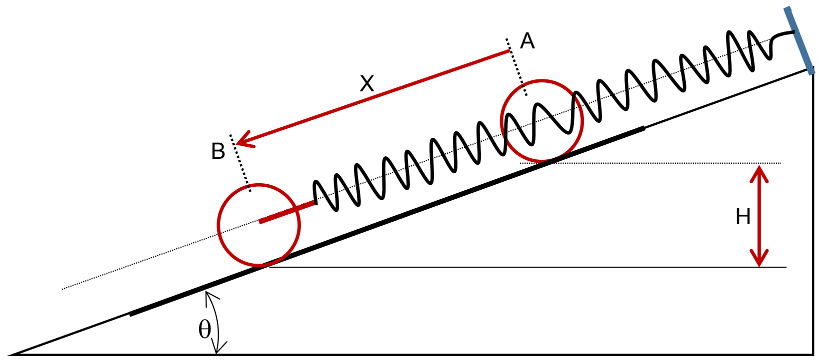
$$Ep(i) + E_C(i) = Ep(f) + E_C(f)$$

$$K.X\left(-\frac{X}{2}\right) + 0 = K.L\left(-\frac{L}{2}\right) + \frac{1}{2}.\left(\frac{K.L}{g}\right).V^2$$

La rapidez final de la cadena es: $V = \sqrt{\frac{(L^2 - X^2) \bullet g}{L}}$

CUARTO CASO. Si X = 0, la velocidad es nula.

42. Se suelta el rodillo cilíndrico de masa **M** unido a un resorte, desde la posición donde el resorte de constante de elasticidad **K** no está deformado (X=0) y el cilindro rueda sin resbalar sobre el plano inclinado que forma un ángulo θ con la horizontal. Calcular la máxima deformación que experimenta el resorte.



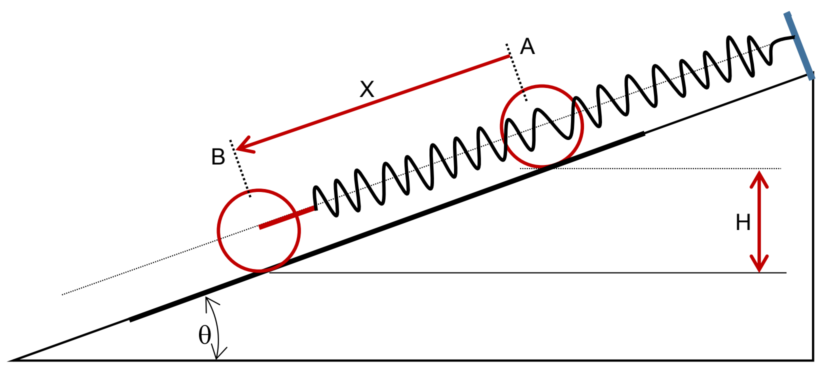
Para el problema 42

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cuando el resorte alcanza la máxima deformación (en la zona elástica) la velocidad del rodillo es nula, en ese instante.

SEGUNDO PASO. Sea X la máxima deformación del resorte, entonces la altura que desciende es,

$h = X.Sen\theta$



Para el problema 42

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica. Debe tenerse en cuenta que el rodillo no resbala, por lo tanto, no existe fuerza de rozamiento por deslizamiento.

$$Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

$$M.g.H + 0 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + 0 \;\Rightarrow\; M.g.(X.Sen\theta) = \frac{1}{2}.K(X)^2$$

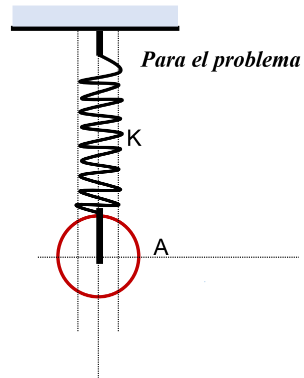
Despejando:

$$X_{\max} = \frac{2.M.g.(Sen\theta)}{K}$$

CUARTO CASO: Demostrar que, en la posición de equilibrio, cuando la velocidad es máxima:

$$X = \frac{M.g.(Sen\theta)}{K}$$

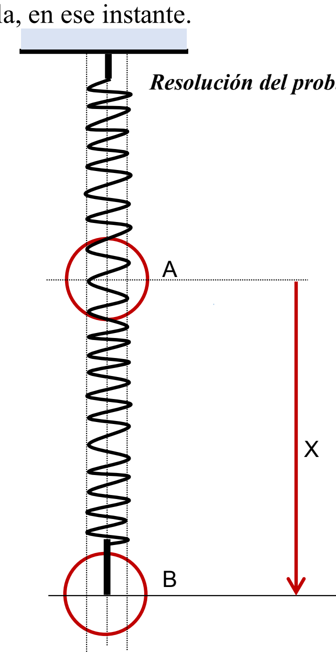
43. Se suelta la esfera de masa **M** unido a un resorte, desde la posición donde el resorte de constante de elasticidad **K** no está deformado (X=0). Calcular la máxima deformación que experimenta el resorte.



Para el problema 43

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Cuando el resorte alcanza la máxima deformación (en la zona elástica) la velocidad de la esfera es nula, en ese instante.



Resolución del problema 43

SEGUNDO PASO. Sea X la máxima deformación del resorte, entonces la altura que desciende es, H=X.

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica, entre los puntos A y B.

$$Ep(A)+Ec(A)=Ep(B)+Ec(B)$$

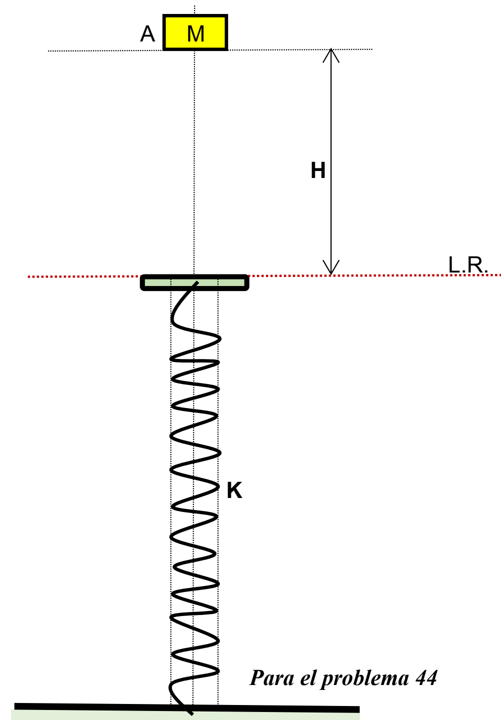
$$M.g.H+0=\frac{1}{2}.K.(X)^2+0 \;\Rightarrow\; M.g.(H)=\frac{1}{2}.K(H)^2$$

Despejando:

$$X_{\max}=\frac{2.M.g}{K}$$

CUARTO CASO: Demostrar que, en la posición de equilibrio, cuando la velocidad es máxima: $X = \dfrac{M.g}{K}$

44. Un bloque de masa M = 1 kg se deja en libertad como se muestra con H = 4 m. Si el resorte tiene una constante elástica K=100 N/m. Determinar la máxima deformación en el resorte. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$



Para el problema 44

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Se reduce la máxima deformación en el resorte en el instante que el bloque se detiene instantáneamente, luego será impulsado hacia arriba.

SEGUNDO PASO. La energía potencial gravitatoria es negativa cuando el bloque se encuentra debajo de la línea de referencia.

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica.

$$Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

$$M.g.H + 0 = \left(-M.g.X + \frac{1}{2}.K.(X)^2\right) + 0$$

$$M.g.H = -M.g.X + \frac{1}{2}.K.(X)^2$$

$$40 = -10.X + 50.(X)^2 \quad \Rightarrow \quad 5.X^2 - X - 40 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$X = 1\ m$$

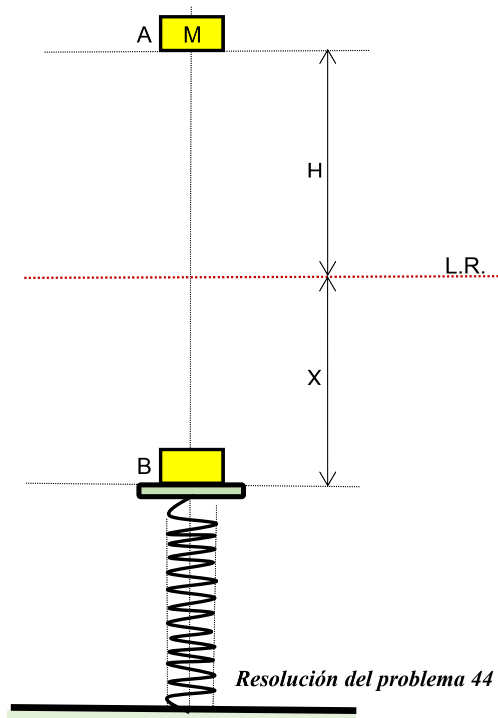
CUARTO PASO. Resolviendo la ecuación de segundo grado

$$\frac{1}{2}.K.(X)^2 - M.g.X - Mg.H = 0 \quad \Rightarrow a.(X)^2 + b.X + c = 0$$

$$a = \frac{1}{2}.K \;\; ; \;\; b = -M.g \;\; ; \;\; c = -M.g.H$$

Solución general de una ecuación de segundo grado:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Resolución del problema 44

Solución General:

$$X = \frac{M.g \pm \sqrt{(M.g)^2 + 2M.g.H.K}}{K}$$

Reemplazando los datos:

$$X = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 8000}}{100} \quad \Rightarrow \quad X = 1\ m$$

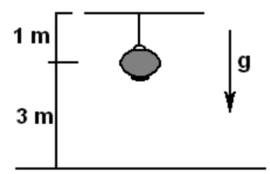
Respuesta. La máxima deformación en es resorte es 1 metro.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Una pelota de 500 gramos tiene energía cinética de 400 J. ¿Cuál es la rapidez de la pelota en m/s?
a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50

2. Se lanza una piedra de 100 gramos desde el suelo con velocidad de $\vec{v} = 30\hat{\imath} + 40\hat{\jmath}\ (m/s)$ ¿Cuál es la cantidad de la energía cinética (en J) en el punto que alcanza la altura máxima respecto del suelo?
A) 80 B) 90 C) 100 D) 160 E) 45

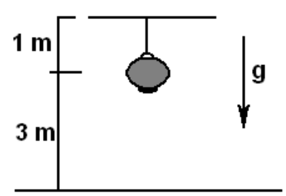
3. Sabiendo que la lámpara tiene un peso de 20 N, ¿qué cantidad de energía potencial gravitatoria (en J) posee la lámpara respecto del piso? (g = 10 m/s^2)



4.

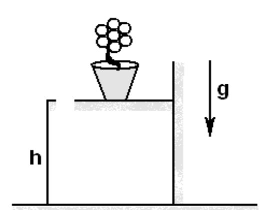
a) 10 J b) 40 c) 60 d) 120 e) 90

5. Sabiendo que la lámpara tiene un peso de 20 N, ¿qué cantidad de energía potencial gravitatoria (en J) posee la lámpara respecto del techo? (g = 10 m/s^2)



a) 10 J b) -40 c) -10 d) -20 e) 20

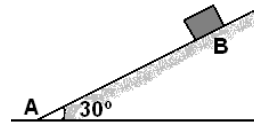
6. La maceta tiene una cantidad de energía potencial gravitatoria de 60 J respecto del piso. Si la altura es h = 3 m, ¿Cuál es la masa de la maceta en kg? (g = 10 m/s^2)



a) 8 b) 9 c) 2 d) 4 e) 6

7. En un estante un libro de 0,5 kg se halla a 1,6 m del suelo. ¿Cuál es su cantidad de energía potencial (en J) con respecto al piso? (g = 10 m/s^2)
a) 4 J b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

8. ¿Cuánta energía potencial gravitatoria tiene el bloque de 5 kg en la posición "B" con relación a la horizontal que pasa por "A"? AB = 8 m. (g = 10 m/s^2)



9.
a) 20 J b) 200 c) 100 d) 500 e) 50

10. ¿Cuál es la longitud de la barra (en m) uniforme y homogénea mostrada de 10 kg, si su cantidad de energía gravitatoria respecto del piso es de 300 J? (g = 10 m/s^2)

a) 1 m b) 3 c) 6 d) 4 e) 8

11. Un resorte de rigidez K = 100 N/cm se estira 2 cm por acción de una fuerza externa. Determinar la cantidad de energía potencial elástica (en J) almacenada en el resorte.
a) 4 b) 2 c) 20 d) 40 e) 50

12. La constante de rigidez de un muelle es de 20 N/cm. ¿Qué cantidad de energía (en J) almacena cuando el muelle es deformado en 10 cm?
a) 8 b) 10 c) 12 d) 16 e) 20

13. Calcule la cantidad de energía cinética (en kJ) asociada a un automóvil de 1000 kg con una rapidez de 40 m/s.
A) 350 kJ B) 400 kJ C) 800 kJ D) 380 kJ E) 250 kJ

14. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una piedra de 200 gramos con una rapidez de 10 m/s.
A) 9 J B) 0,9 J C) 10 J D) 0,3 J E) 0,09 J

15. Se lanza una piedra de 100 gramos desde el suelo con velocidad de $v = 40\hat{i} + 30\hat{j}\ (m/s)$ ¿Cuál es la cantidad de la energía cinética (en J) en el punto que alcanza la altura máxima respecto del suelo?
A) 80 B) 90 C) 100 D) 160 E) 45

16. Un móvil de masa m se mueve con velocidad constante V, con una energía cinética de 400 J. Determine la cantidad de energía cinética (en kJ) de otro móvil cuya masa es $\frac{m}{2}$ y su rapidez es el triple.
A) 1,8 B) 1,4 C) 2,3 D) 0,9 E) 3,6

17. Calcule la cantidad de energía cinética (en kJ) de una bala de fusil de masa 50 gramos que sale del cañón del arma con rapidez de 900 m/s. (g = 10 m/s^2)
A) 12,75 B) 15,25 C) 17,75 D) 20,25 E) 25,55

18. Calcule la cantidad de energía potencial elástica asociada a un resorte de constante elástica 1000 N/m que se encuentra deformada 20 cm.
A) 2 J B) 20 J C) 30 J D) 25 J E) 40 J

19. Un resorte de constante elástica K = 20 N/cm se encuentra estirado 10 cm. Determine la cantidad de energía potencial elástica almacenada en el resorte (en J):

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 20

20. Se lanza un proyectil de 0,2 kilogramo desde el suelo con velocidad inicial $\vec{v} = 30\hat{\imath} + 40\hat{\jmath}\ (m/s)$ ¿Cuál es la cantidad de la energía cinética (en J) en el punto que alcanza la altura máxima respecto del suelo?

A) 80 B) 90 C) 100 D) 160 E) 140

21. Se lanza un proyectil de 1 kilogramo de masa desde el suelo con velocidad inicial $\vec{v} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}\ (m/s)$ (m/s). ¿Cuál es la variación de la cantidad de energía cinética (en J) entre el punto de lanzamiento hasta que alcanza la altura máxima?

A) 8 B) -8 C) 16 D) -16 E) 14

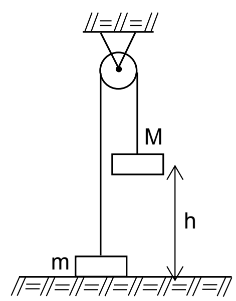
22. Un bote se está desplazando con una energía cinética K. ¿Qué trabajo debe realizar el viento sobre las velas del bote para que este duplique su velocidad?

A) K B) 2K C) 3K D) 4K E) 5K

23. El muchacho de peso 600 N tira de la cuerda con una fuerza cuya magnitud se incrementa desde cero hasta que él quede suspendido en el aire. La constante de elasticidad del resorte es $K = 500\ N/m$. Calcular el trabajo realizado sobre el resorte (en J)

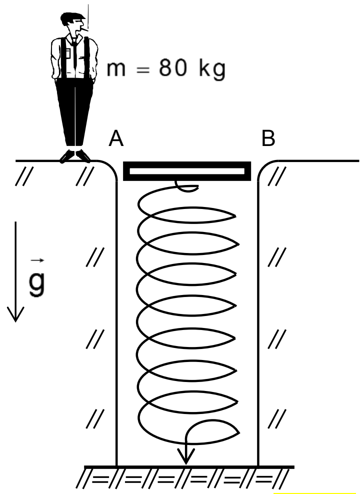
A) 180 B) 360 C) 540 D) 720 E) 900

24. En el sistema mostrado, $M = 6\ kg$, $m = 4 kg$, $h = 4 m$ y la polea es ideal. Si el bloque de masa M parte del reposo, calcular el valor de la velocidad (en m/s) con que el bloque M llegará al piso. $(g = 10\ N/kg)$



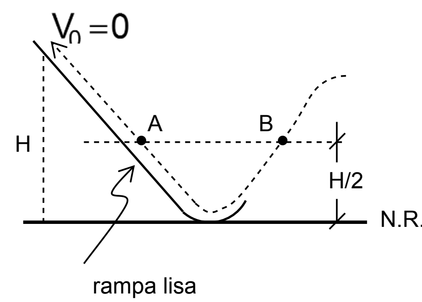
A) 6 B) 8 C) $6\sqrt{2}$ D) 4 E) 2

25. En la figura la persona de masa 80 kg se pasa a la plataforma AB sobre la parte superior de un resorte de constante $K = 1600\ K/m$. ¿Qué distancia d (en m) debe descender para que el trabajo de su peso sea de igual magnitud al trabajo de la fuerza del resorte?



A) 0,25 B) 0,50 C) 0,75 D) 1,00 E) 2,00

26. Una billa (esferita pequeña) cae desde el reposo como se indica en la figura. ¿Qué porcentaje de la energía mecánica inicial tiene dicho cuerpo en A y en B respectivamente?

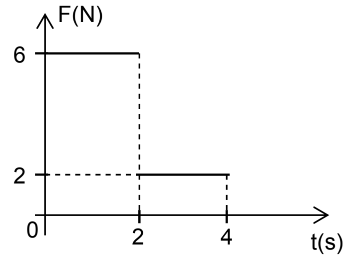


A)50% y 50% B)50% y 25% C)100% y 100%
D)100% y 50% E)50% y 100%

27. Se deja caer una piedra de 2 kg, bajo la acción de la gravedad, desde una altura de 20 m. Calcular la energía mecánica respecto del piso (en J) de ésta en el instante que su energía cinética es igual a 0,5 veces su energía potencial. (g = 10 m/s^2)
A) 350 B) 300 C) 250 D) 200 E) 400

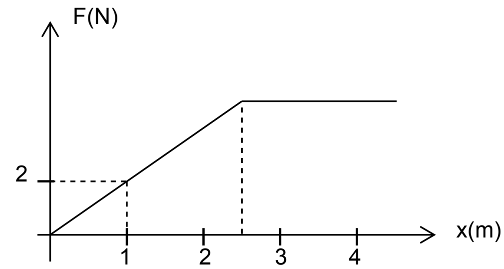
28. Una esferita se encuentra suspendida del extremo libre de un hilo muy largo. ¿Qué rapidez (en m/s) debe proporcionarse a la esferita para que ascienda hasta 1,8 metros? $(g = 10 \ N/kg)$
A)1,5 B)5,0 C)2,5 D)6,0 E)3,5

29. Un cuerpo de 2 kg se mueve en una superficie plana y lisa con rapidez de 15 m/s. Si se le aplica una fuerza en la dirección del movimiento, cuyo módulo varía según se muestra en el gráfico, calcule el trabajo (en J) que realiza dicha fuerza desde que se aplica (t = 0), hasta t = 4 s.



A) 16 B) 64 C) 128 D) 304 E)376

30. Un bloque se desplaza horizontalmente sobre una superficie lisa bajo la acción de una fuerza que varía con la posición "x" según la gráfica. Calcule el trabajo hecho (en J) por la fuerza "F" para llevar este bloque desde $x = 0$, hasta $x = 4m$.



A)17,50 B)13,75 C)2,19 D)2,05 E)1,78

31. Se lanza un bloque de 2 kg sobre una mesa horizontal con una velocidad inicial de 3 m/s observándose que luego de desplazarse 2 m su velocidad se reduce a 1 m/s. Determinar la cantidad de trabajo hecho por la fuerza de fricción (en J).
A) 5 B) 9 C) 8 D) –8 E) 0

32. Sobre la Energía Potencial, indique las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F)
I. El concepto de Energía Potencial se utiliza cuando la fuerza que actúa es conservativa.
II. El Trabajo realizado por una fuerza conservativa es igual al cambio en la energía potencial independiente de la trayectoria.
III. Una fuerza es conservativa si produce cambios en la energía mecánica independientemente de su trayectoria.
A) VVF B)FFF C) VFF D) FVF E) VVV

33. Suponga una persona de 75 kg viajando dentro de un auto a 72 km/h y sin cinturón de seguridad. De pronto se produce un accidente de tránsito y la persona salió disparada con consecuencias fatales, esto es debido a que equivale caer verticalmente desde una altura de (en m). ($g = 10$ m/s^2)
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

34. Un resorte de rigidez K = 20 N/cm se estira 4 cm por acción de una fuerza externa. Determinar la cantidad de energía potencial elástica (en J) almacenada en el resorte.
a) 1,6 b) 16 c) 20 d) 40 e) 160

35. La constante de rigidez de un muelle es de 40 N/cm. ¿Qué cantidad de energía (en J) almacena cuando el muelle es deformado en 5 cm?

a) 2,5 b) 10 c) 12 d) 5 e) 20

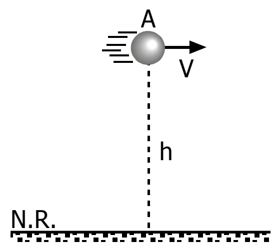
36. Calcule la cantidad de energía cinética (en kJ) asociada a un automóvil de 2 toneladas con una rapidez de 30 m/s.

A) 350 B) 900 C) 800 D) 380 E) 250

37. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una piedra de 50 gramos con una rapidez de 20 m/s.

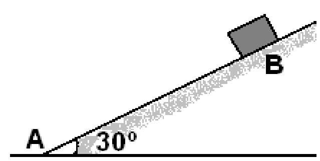
A) 9 J B) 0,9 J C) 10 J D) 0,3 J E) 0,09 J

38. Se muestra una partícula de 200 gramos en movimiento, con rapidez 4 m/s y a 3 metros del piso en un instante. Determine la cantidad de energía mecánica (en J) de la partícula respecto del nivel de referencia. ($g = 10\ m/s^2$)



A) 7,6 B) 6,6 C) 5,6 D) 4,6 E) 3,6

39. ¿Cuánta energía potencial gravitatoria (en J) tiene el bloque de 10 kg en la posición "B" con relación a la horizontal que pasa por "A"? AB = 10 m. ($g = 10\ m/s^2$)

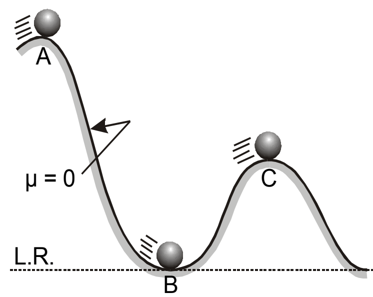


a) 20 J b) 200 c) 100 d) 500 e) 50

40. Desde 5 m de altura se abandona una esfera de 2 kg, ¿Cuál será su energía cinética cuando llega al piso? ($g = 10\ m/s^2$)

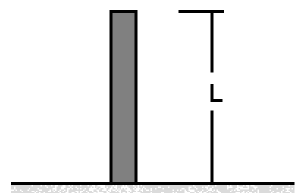
A) 200 B) 400 C) 100 D) 310 E) 98

41. Se muestra el movimiento de un pequeño bloque cuya rapidez cambia $V_A = 4$ m/s; $V_B = 30$ m/s; $V_C = 20$ m/s. Sabiendo que no hay rozamiento, determine la diferencia de alturas entre A y C. ($g = 10\ m/s^2$)



A) 19,2 m B) 13,2 m C) 18 m D) 20 m E) 3,2 m

42. ¿Cuál es la longitud de la barra (en m) uniforme y homogénea mostrada de 8 kg, si su cantidad de energía gravitatoria respecto del piso es de 200 J? ($g = 10\ m/s^2$)



a) 5 b) 3 c) 6 d) 4 e) 2,5

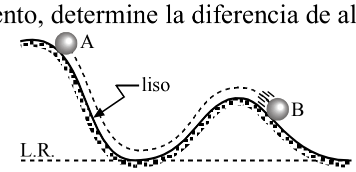
43. Un avión de papel de 50 gramos tiene rapidez 8 m/s en el instante que se encuentra a 3 metros del piso. Determine la cantidad de energía mecánica (en J) del avión respecto del piso. ($g = 10\ m/s^2$)
A) 2,1 B) 3,1 C) 4,1 D) 31 E) 41

44. Se lanza desde el piso la esfera de 2 kg hacia arriba con rapidez de 20 m/s. Calcular el valor de la energía potencial gravitacional (en J) en el punto que alcanza su altura máxima respecto del suelo. ($g = 10\ m/s^2$)

45. A) 200 B) 400 C) 0 D) 310 E) 410

46. Un cuerpo de masa 0,4 kg cambia su rapidez de 20 m/s a 10 m/s. Determine la cantidad de trabajo neto (en J) realizado sobre el cuerpo por fuerzas externas.
A) -100 B) -20 C) -30 D) -60 E) 60

47. Se muestra el movimiento de un pequeño bloque cuya rapidez cambia $V_A = 2$ m/s; $V_B = 10$ m/s. Sabiendo que no hay rozamiento, determine la diferencia de alturas entre A y B. ($g = 10\ m/s^2$)



A) 4,8 m B) 5,2 m C) 1,8 m D) 8,3 m E) 3,2 m

48. Suponga una persona de 75 kg viajando dentro de un auto a 30 m/s y sin cinturón de seguridad. De pronto se produce un accidente de tránsito y la persona salió disparada con consecuencias fatales, esto es debido a que equivale caer verticalmente desde una altura de (en m). ($g = 10$ m/s^2)
A) 35 B) 45 C) 20 D) 25 E) 30

49. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una motocicleta de 300 kg con una rapidez de 20 m/s. Dar la respuesta e kilojoules (kJ).
a) 600 b) 6 c) 200 d) 50 e) 60

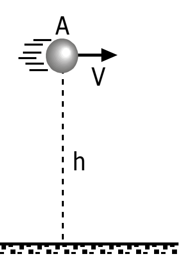
50. Calcule la cantidad de energía potencial gravitatoria (en kJ) de una roca de 200 kg que se encuentra a 50 m de la superficie terrestre. ($g = 9{,}8$ m/s^2)
a) 50 b) 100 c) 98 d) 980 e) 49

51. Calcule la cantidad de energía potencial elástica asociada a un resorte de constante elástica 800 N/m que se encuentra deformada 10 cm.
a) 4 J b) 3 c) 2 d) 1 e) 1,8

52. Calcule la cantidad de energía potencial elástica (en J) asociada a un resorte de constante elástica 600 N/m que se encuentra deformada 5 cm.
a) 0,45 J b) 3 c) 2 d) 0,75 e) 1,85

53. Calcule la cantidad de energía potencial elástica (en J) asociada a un resorte de constante elástica 40 N/cm que se encuentra deformada 10 cm.
a) 45 J b) 30 c) 20 d) 50 e) 85

54. Se muestra una partícula de 100 gramos en movimiento, con rapidez 4 m/s y a 3 metros del piso en un instante. Determine la cantidad de energía mecánica (en J) de la partícula respecto del nivel de referencia. ($g = 10$ m/s^2)



a) 54 J b) 36 c) 3,8 d) 24 e) 38

55. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a un automóvil de 1 000 kg con una rapidez de 20 m/s. Dar la respuesta e kilojoules (kJ).
a) 2000 b) 20 c) 200 d) 24 e) 18

56. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una piedra de 400 gramos con una rapidez de 5 m/s.
a) 5 J b) 4 J c) 3 J d) 2 J e) 1 J

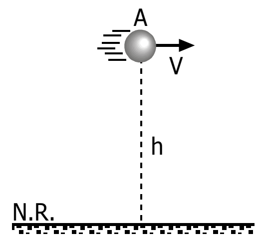
57. Calcule la cantidad de energía cinética asociada a una bola de 100 gramos con una rapidez de 6 m/s.

a) 5,2 J b) 4,1 J c) 3,8 J d) 2,8 J e) 1,8 J

58. Calcule la cantidad de energía potencial gravitatoria (en J) de una pelota de 200 gramos que se encuentra a 25 cm de la superficie terrestre. ($g = 10\ m/s^2$)

a) 0,5 J b) 0,6 c) 3,0 d) 2,4 e) 1,8

59. Se muestra un dron de 500 gramos en movimiento, con rapidez 20 m/s y a 30 metros del piso en un instante. Determine la cantidad de energía mecánica (en J) de del dron respecto del nivel de referencia. ($g = 10\ m/s^2$)



a) 540 J b) 360 c) 380 d) 240 e) 250

CANTIDAD DE MOVIMIENTO

1. **INTRODUCCIÓN:** Existen dos grandes leyes de la conservación: el de la **energía** y el de la **cantidad de movimiento**, siendo ambos las dos medidas del movimiento. La **energía cinética** es una cantidad física escalar cuya transmisión es temporal y se hace vía del **trabajo**. La energía resulta ser la medición más genérica del movimiento, y el trabajo es la medida de su variación. La **cantidad de movimiento** es una magnitud física vectorial cuya transmisión es instantánea y se hace por vía del **impulso**. La cantidad de movimiento resulta ser la medida directa del movimiento mecánico, y el impulso es la medida de la variación.

2. **CANTIDAD DE MOVIMIENTO:** Esta magnitud física se conoce el lenguaje moderno como "Momentum Lineal". Isaac Newton definió a la cantidad de movimiento como el producto de la **masa** del cuerpo por su **velocidad**, por consiguiente, la dirección de la cantidad de movimiento es el mismo que el de la velocidad en cada instante.

$$\vec{p} = m.\vec{V} \ldots (1)$$

$$Unidad : 1kg.\frac{m}{s} = 1N.s$$

Con la cantidad de movimiento, el concepto de inercia (masa) adopta una naturaleza vectorial debido a la inclusión de la velocidad.

EJEMPLO 01. ¿Cuál es el momentum lineal de un Mercedes Benz 300E de 1500 kg que viaja a

115,00 km/h?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. El momentum lineal se define como el producto de la masa por la velocidad. La masa es 1500 kg y la velocidad es 31,944 m/s.

SEGUNDO PASO. Aplicamos la definición de cantidad de movimiento.

$$\|\vec{p}\| = m.\|\vec{v}\| \quad \Rightarrow \quad \|\vec{p}\| = (1500\ kg).(31,944\, m.s^{-1})$$

$$\|\vec{p}\| = 47916,667\, N.s$$

Respuesta: el valor de la cantidad de movimiento es $47,9\, kN.s$

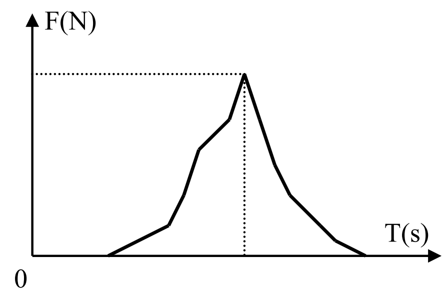
3. IMPULSO: El impulso nos indica el grado de efectividad que posee una fuerza para poner el movimiento a un cuerpo o para detenerlo, en un intervalo de tiempo definido. Es decir, el impulso es aquella magnitud física vectorial que se define como el producto de la fuerza resultante por el intervalo de tiempo relativamente pequeño. La dirección del impulso es el mismo de la fuerza resultante.

$$\vec{I} = \vec{F}_r.\Delta t \ldots (2)$$

$$Unidad : 1 N.s$$

Cuando damos una patada a una pelota, la interacción del pie con la pelota se hace en un intervalo de tiempo pequeño, menor a un segundo.

4. **GRAFICA FUERZA VERSUS TIEMPO**: En toda grafica fuerza versus tiempo, el área bajo la curva nos da el valor del Impulso.



$$\vec{I} = Area\ bajo\ la\ curva$$

5. TEOREMA DEL IMPULSO Y LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO: El impulso que recibe un cuerpo le produce una variación en su cantidad de movimiento.

De la segunda ley de Newton:

$$\vec{F}_r = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_r = m.\left(\frac{V_F - V_0}{\Delta t}\right)$$

Relación entre el Impulso y la cantidad de movimiento:

$$\vec{F}_r.\Delta t = m.\vec{V}_F - m.\vec{V}_0 \quad \Rightarrow \quad \vec{I}_r = \vec{p}_f - \vec{p}_0$$

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}$$

El impulso que recibe un cuerpo produce un cambio en la cantidad del movimiento.

EJEMPLO 01. Un arma de fuego dispara 12 balas/segundo en un blanco. Las balas de 0,014 kg salen con velocidad de 731 m/s. ¿Cuál es la fuerza media necesaria para mantener quieta la pistola?
RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. El impulso se define como el cambio del momentum lineal:

$$\vec{I} = m.\vec{V}_F - m.\vec{V}_0 \quad \ldots (1)$$

Si la bola está inicialmente en reposo $\left(\vec{V}_0 = \vec{0}\right)$ entonces:

$$\vec{I} = m.\vec{V}_F \quad \ldots (2)$$

SEGUNDO PASO. El arma dispara 12 balas en un intervalo de 1 segundo.

$$\left\|\vec{I}\right\| = m.\left\|\vec{V}_F\right\| \quad \Rightarrow \quad \left\|\vec{I}\right\| = (12x0,014\,kg).\left(731\,m.s^{-1}\right)$$

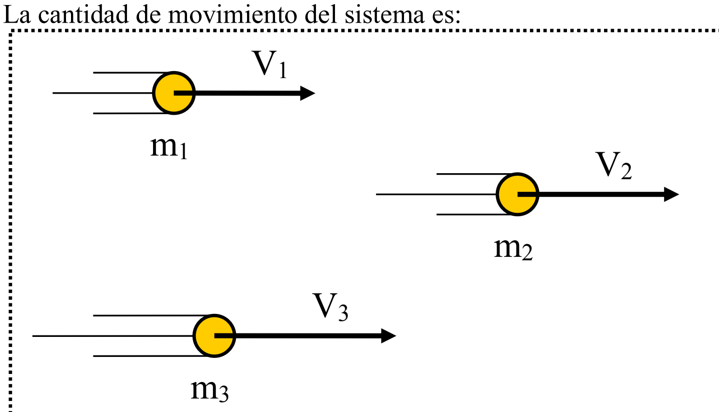
$$\left\|\vec{I}\right\| = 112,808\ N.s$$

TERCER PASO. el impulso se define como el producto de la fuerza media que ejerce la mano sobre la pistola por el intervalo de tiempo.

$$\vec{I} = \vec{F}_m.\Delta t \quad \Rightarrow \quad \left\|\vec{F}_m\right\| = \frac{\left\|\vec{I}\right\|}{\Delta t} = \frac{112,808\ N.s}{1,0\,s} = 112,808\ N$$

Respuesta. El valor de la fuerza media entre la mano y la pistola es 112,808 N. Del principio de acción y reacción, la fuerza media actúa sobre las balas y sobre el arma (repercusión). Las fuerzas siempre aparecen por pares.

6.CANTIDAD DE MOVIMIENTO DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS: Un sistema de partículas o de cuerpos, está compuesto por dos o más cuerpos que tienen movimientos independientes. La cantidad de movimiento del sistema es:



$$\vec{p}_{total} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$$

$$\vec{p}_{total} = m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 + m_3.\vec{V}_3$$

7. SISTEMA AISLADO: Se dice que un sistema de partículas o cuerpos está asilado, si estas no interaccionan con otros fuera del sistema, por consiguiente, la fuerza resultante debido a fuerzas externas es igual a cero. La fuerza resultante debido a fuerzas internas siempre es igual a cero, debido a la ley de acción y reacción (tercera ley de Newton) las fuerzas aparecen por pares, acción y reacción.

$$\sum \vec{F}_{internas} = \vec{0} \quad y \quad \sum \vec{F}_{externas} = \vec{0}$$

8.PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO: Si la resultante de **fuerzas externas** que actúan sobre el sistema de partículas o cuerpos es NULA, entonces la cantidad de movimiento total se conserva en el tiempo.

Si la fuerza resultante es nula: $\vec{F}_r = \vec{0}$

Relación entre el Impulso y la cantidad de movimiento:

$$\vec{I} = \vec{F}_r.\Delta t = m.\vec{V}_F - m.\vec{V}_0 = \vec{0}$$

$$\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_0 = \vec{0}$$

$$\vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final}$$

Si la fuerza resultante sobre un sistema de cuerpo es nula, entonces la cantidad de movimiento no cambia en el tiempo.

EJEMPLO. Un cañón de masa 360 kg inicialmente en reposo dispara una bala de masa 1,2 kg con una velocidad 240 **i** (m/s). ¿Con que velocidad retrocede el cañón?

Resolución

Despreciando la fuerza de rozamiento en el piso, consideramos al cañón un sistema aislado. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{despues}$$

$$0 = M_{cañon}.V_{cañon} - m_{bala}.V_{bala}$$

$$0 = (360).V_{cañon} - (1,2).(240)$$

$$V_{cañon} = 0,8\ \tfrac{m}{s}$$

Respuesta: la rapidez con que retrocede el cañón es 0,8 m/s.

9. TEOREMA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO DE UN SISTEMA DE CUERPOS: El momentum lineal de un sistema de cuerpos es igual a la suma vectorial del momentum lineal respecto de una de ellas y el producto de la masa total del sistema por la velocidad de dicha partícula.

$$\vec{p}_{sistema} = \vec{p}_{sistema/n} + m_{sistema}.\vec{V}_n$$

Demostración

Consideremos un sistema formado por tres cuerpos:

$$\vec{p}_{sistema/3} = \vec{p}_{1/3} + \vec{p}_{2/3}$$

$$\vec{p}_{sistema/3} = m_1.\vec{V}_{1/3} + m_2.\vec{V}_{2/3}$$

$$\vec{p}_{sistema/3} = m_1.\left(\vec{V}_1 - \vec{V}_3\right) + m_2.\left(\vec{V}_2 - \vec{V}_3\right)$$

$$\vec{p}_{sistema/3} = m_1.\vec{V}_1 - m_1.\vec{V}_3 + m_2.\vec{V}_2 - m_2.\vec{V}_3$$

$$\vec{p}_{sistema/3} = m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 - \left(m_1.\vec{V}_3 + m_2.\vec{V}_3\right)$$

$$\vec{p}_{sistema/3} = m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 - (m_1 + m_2).\vec{V}_3$$

$$\vec{p}_{sistema/3} = m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 + m_3.\vec{V}_3 - (m_1 + m_2 + m_3).\vec{V}_3$$

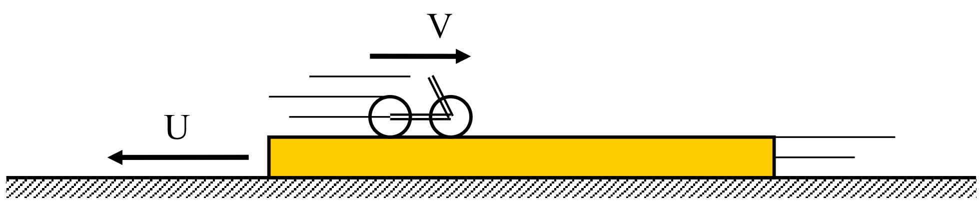
$$\vec{p}_{sistema/3} = \left(m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 + m_3.\vec{V}_3\right) - (m_1 + m_2 + m_3).\vec{V}_3$$

$$\vec{p}_{sistema/3} = \vec{p}_{sistema} - m_{sistema}.\vec{V}_3$$

$$\vec{p}_{sistema} = \vec{p}_{sistema/3} + m_{sistema}.\vec{V}_3$$

EJEMPLO: Un motociclista de masa 100 kg se encuentra inicialmente en reposo sobre una tabla áspera de masa 900 kg y esta se encuentra apoyada sobre una superficie horizontal perfectamente lisa. Si el motociclista comienza a moverse y el velocímetro de éste marca 20 km/h, determine la rapidez de la tabla respecto de la Tierra.

Resolución



El momentum lineal de un sistema de cuerpos es igual a la suma vectorial del momentum lineal respecto de una de ellas y el producto de la masa total del sistema por la velocidad de dicha partícula.

$$\vec{p}_{sistema} = \vec{p}_{sistema/n} + m_{sistema}.\vec{V}_n$$

Principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{despues}$$

$$0 = m_1.V_{1/2} + (m_1 + m_2).V_2$$

$V_{1/2}$: rapidez del motociclista (m_1) respecto de la tabla (m_2).

$$0 = m_1.V_{1/2} + (m_1 + m_2).(-U)$$

$$U = \left(\frac{m}{m+M}\right).V_{1/2}$$

Reemplazando los datos tenemos que:

$$U = 2\ \tfrac{km}{h}$$

Respuesta: la tabla retrocede con rapidez de 2 km/h.

10. IMPULSO Y TRABAJO.

Todo cuerpo modificara definitivamente su cantidad de movimiento, cuando sobre el se manifiesta una fuerza resultante que puede actuar sobre él. Cuando el intervalo de tiempo es relativamente pequeño casi instantáneo, se dice que el cuerpo recibe un impulso y cuando la fuerza actúa durante un intervalo de tiempo considerable, entonces la fuerza estará realizando un trabajo sobre el cuerpo, por consiguiente, modificará su energía cinética.

11. CUANTIZACIÓN GENERAL DEL MOVIMIENTO.

Un cuerpo o partícula de masa "m" y velocidad $\vec{v}$ donde la magnitud física, escalar o vectorial depende de "n".

$$\Delta = \frac{m.(\vec{v})^n}{n!} \quad n = \{0;1;2;3;4;...\}$$

(1) Principio de conservación de la masa $n = 0$. Cantidad escalar.

$$\Delta = \frac{m.(\vec{v})^n}{n!} \quad n = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta = m$$

(2) Principio de conservación de la cantidad de movimiento $n = 1$. Cantidad vectorial.

$$\Delta = \frac{m.(\vec{v})^n}{n!} \quad n = 1 \quad \Rightarrow \quad \Delta = m.\vec{v}$$

(3) Principio de conservación de la energía $n = 2$. Cantidad escalar.

$$\Delta = \frac{m.(\vec{v})^n}{n!} \quad n = 2 \quad \Rightarrow \quad \Delta = \frac{m.(\vec{v})^2}{2}$$

(4) Principio de conservación de la "plus energía" $n = 3$. Cantidad vectorial.

$$\Delta = \frac{m.(\vec{v})^n}{n!} \quad n = 3 \quad \Rightarrow \quad \Delta = \frac{m.(\vec{v})^3}{6}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. ¿Cuál es el mayor? el momentum lineal de un Cadillac de 1654 kg que viaja a 32 km/h o de un Mazda de 1061 kg que viaja a 47 km/h.

RESOLUCION

PRIMER PASO. El momentum lineal se define como el producto de la masa por la velocidad. $\vec{p} = m.\vec{v}$

SEGUNDO PASO: Para el Cadillac:

$$\|\vec{p}\| = m.\|\vec{v}\| \quad \Rightarrow \quad \|\vec{p}\| = (1645\ kg).(32\, km.h^{-1})$$

$$\|\vec{p}\| = 52\,640 \frac{kg.km}{h}$$

TERCER PASO. Para el Mazda:

$$\|\vec{p}\| = m.\|\vec{v}\| \quad \Rightarrow \quad \|\vec{p}\| = (1061\ kg).(47\, km.h^{-1})$$

$$\|\vec{p}\| = 49\,867 \frac{kg.km}{h}$$

Respuesta. El valor del momentum lineal del Cadillac es mayor que el momentum lineal del Mazda.

2. Un detector de partículas subatómicas mide directamente el momentum lineal de una partícula de masa $1,2 \bullet 10^{-32}\ kg$. ¿Cuál era el valor de la velocidad en ese instante? Si el valor del momentum lineal es $1,82 \bullet 10^{-26}\ N.s$.

RESOLUCION

PRIMER PASO. El momentum lineal se define como el producto de la masa por la velocidad. $\vec{p} = m.\vec{v}$

SEGUNDO PASO: Para el Cadillac:

$$\|\vec{p}\| = m.\|\vec{v}\| \quad \Rightarrow \quad \|\vec{v}\| = \frac{\|\vec{p}\|}{m}$$

$$\|\vec{v}\| = \frac{1,82 \bullet 10^{-26}\ N.s}{1,2 \bullet 10^{-32}\ kg} = 1\ 516\ 666,667\ \frac{m}{s}$$

Respuesta: el valor de la velocidad es $1,5 \bullet 10^{6}\ m.s^{-1}$

3. Un martillo de 1,2 kg golpea un clavo a una velocidad de valor 20 m/s y rebota al 80% de su velocidad. La fuerza de resistencia del clavo es 8000 N. ¿Cuánto tiempo está en contacto el martillo con la cabeza del clavo?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La velocidad de rebote es el 80% de 20 m/s, es 16 m/s. Las velocidades inicial y final tienen sentidos opuestos. $\vec{V}_0 = 20(-j)\ m.s^{-1} \quad y \quad \vec{V}_F = 16(+j)\ m.s^{-1}$

SEGUNDO PASO. El impulso se define como el cambio del momentum lineal.

$$\vec{I} = m.\vec{V}_F - m.\vec{V}_0 \quad \Rightarrow \quad \vec{I} = (1,2).(16\ j) - (1,2).(-20\ j)$$

$$\vec{I} = 43,2\ (j)\ N.s \quad \Rightarrow \quad \|\vec{I}\| = 43,2\ N.s$$

TERCER PASO. El impulso se define como el producto de la fuerza media que ejerce el bate sobre la pelota por el intervalo de tiempo.

$$\vec{I} = \vec{F}_m.\Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\|\vec{I}\|}{\|\vec{F}_m\|} = \frac{43,2\ N.s}{8000\,N} = 5,4 \bullet 10^{-3}\ s$$

Respuesta. El intervalo de tiempo en contacto es 5,4 milisegundo.

4. Un jugador de hockey sobre hielo de 78 kg ubicado sin fricción sobre una placa de hielo, tira horizontalmente una bola 1 kg con velocidad de valor 3 m/s. ¿Con que velocidad retrocede el jugador de hockey?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Si la fuerza resultante sobre el conjunto, jugador de hockey y la bola, es nula, entonces el momentum lineal se conserva.

SEGUNDO PASO. Consideremos que la velocidad final de la bola es, $\vec{u}_1 = 3\left(i\right) m.s^{-1}$ y el jugador retrocede.

$$\vec{p}_{ANTES} = \vec{p}_{DESPUES} \quad \Rightarrow \vec{0} = m_1.\vec{u}_1 + m_2.\vec{u}_2$$

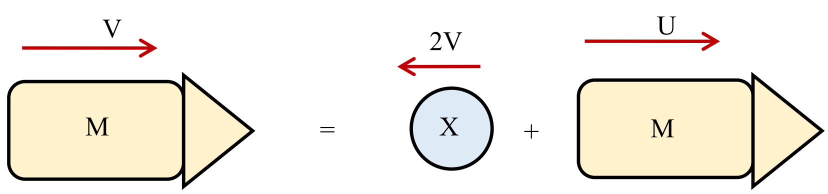
$$0 = (1).(3) + (78).(-u_2) \quad \Rightarrow \quad u_2 = \frac{3}{78} = 0,038\ m.s^{-1}$$

Respuesta. El jugador de hockey retrocede con velocidad de 0,038 m/s.

5. ¿Qué masa de combustible es necesario arrojar con rapidez 3V con respecto al cohete de masa M? para que su velocidad aumente desde V hasta 1,1V.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. La velocidad relativa del combustible es 3V respecto del cohete.



Resolución del problema 05

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento.

$$\vec{p}\left(antes\right) = \vec{p}\left(despues\right) \quad \Rightarrow m_1.\vec{v}_1 = m_2.\vec{v}_2 + m_3.\vec{v}_3$$

$$(M).(V) = (X).(-2V) + (M - X).(1{,}1V) \quad \Rightarrow 3{,}1X.V = 0{,}1M.V$$

Resolviendo la ecuación: $X = \dfrac{M}{31}$

6. ¿Cuál es el momentum lineal de la pelota de golf de 46,0 gramos justamente antes de que choque con el suelo cuando se deja de caer desde una altura de 1,36 m?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. En el movimiento de caída libre vertical, la velocidad de inicial es nula.

$$\left(V_{FY}\right)^2 = \left(V_{0Y}\right)^2 + 2.g.h \quad \Rightarrow \quad \left(V_{FY}\right)^2 = 0 + 2.(9,8).(1,36)$$

$$\left(V_{FY}\right)^2 = 26,656\ m^2.s^{-2} \quad \Rightarrow \quad \left(V_{FY}\right) = 5,163\ m.s^{-1}$$

SEGUNDO PASO. El momentum lineal se define como el producto de la masa por la velocidad: $\vec{p} = m.\vec{v}$

$$\|\vec{p}_Y\| = m.\|\vec{v}_Y\| \quad \Rightarrow \quad \|\vec{p}_Y\| = (0{,}046\ kg).(5{,}163\,m.s^{-1})$$

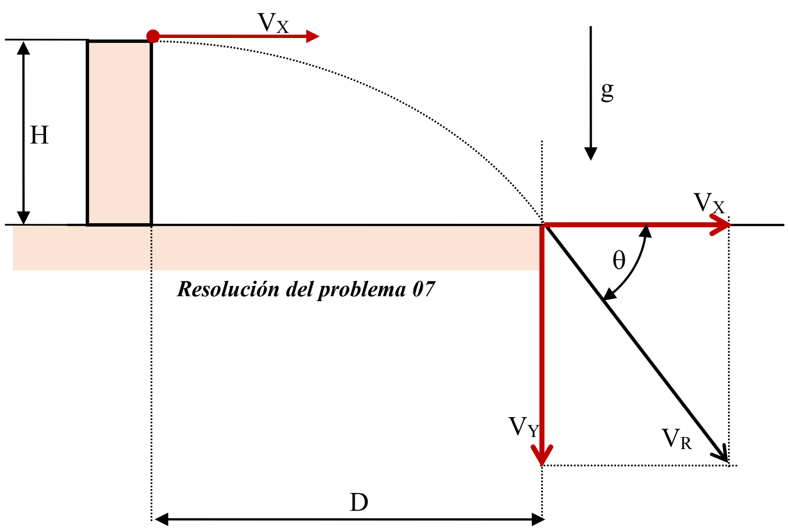
$$\|\vec{p}_Y\| = 0{,}237\ N.s$$

Respuesta: el valor del momentum lineal es $0{,}237\ N.s$

7. Una pelota de beisbol de 0,145 kg es lanzada horizontalmente a 3,38 m/s desde una altura de 3,67 m sobre el nivel del suelo. ¿Cuál es el momentum de la bola inmediatamente después de ser lanzada? ¿Cuál es el momentum es la bola juntamente antes del choque contra el suelo?

RESOLUCION

PRIMER PASO. Planteamiento del problema.



Resolución del problema 07

SEGUNDO PASO. El momentum lineal se define como el producto de la masa por la velocidad: $\vec{p} = m.\vec{v}$

$$\|\vec{p}_X\| = m.\|\vec{v}_X\| \quad \Rightarrow \quad \|\vec{p}_X\| = (0{,}145\ kg).(3{,}38\,m.s^{-1})$$

$$\|\vec{p}_X\| = 0{,}4901\ N.s$$

TERCER PASO. Cálculo de la velocidad final en la vertical:

$$(V_{FY})^2 = (V_{0Y})^2 + 2.g.h \quad \Rightarrow \quad (V_{FY})^2 = 0 + 2.(9{,}8).(3{,}67)$$

$$(V_{FY})^2 = 71{,}932\ m^2.s^{-2} \quad \Rightarrow \quad (V_{FY}) = 8{,}48\ m.s^{-1}$$

La velocidad resultante instante antes del impacto es:

$$(V_R)^2 = (V_X)^2 + (V_{FY})^2 \quad \Rightarrow \quad (V_R)^2 = (3{,}38)^2 + (8{,}48)^2$$

$$(V_R) = \sqrt{(3{,}38)^2 + (8{,}48)^2} = 9{,}13\ m.s^{-1}$$

CUARTO PASO. El valor de la cantidad de movimiento instante antes de chocar con el suelo:

$$\|\vec{p}\| = m.\|\vec{v}_R\| \quad \Rightarrow \quad \|\vec{p}\| = (10{,}145\ kg).(9{,}13\,m.s^{-1}) = 1{,}32\ N.s$$

Respuesta: el valor de la cantidad de movimiento es $1,32\ N.s$

8. Demuestre que el momentum lineal "p" de un fotón se puede expresar en términos de la energía total "E" y la velocidad de la luz "C". $p = \frac{E}{C}$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Relación entre la energía E y la masa de un fotón en movimiento.

$$E = m.C^2 \quad \Rightarrow \quad m = \frac{E}{C^2} \quad \ldots (1)$$

SEGUNDO PASO. El momentum lineal se define como el producto de la masa "m" por la velocidad "C".

$$p = m.C \quad \Rightarrow \quad p = \left(\frac{E}{C^2}\right).C \quad \Rightarrow \quad p = \frac{E}{C}$$

9. Una piedra A de masa (m) es dejada caer del reposo a una altura de 1,84 m. ¿De qué altura se debe dejar caer la piedra B de masa $(m/2)$ para que tenga el mismo momentum al chocar contra el suelo?

RESOLUCION

PRIMER PASO. Movimiento vertical de caída libre. La velocidad inicial de la piedra A es nula.

$$(V_{FY})^2 = (V_{0Y})^2 + 2.g.h \quad \Rightarrow \quad (V_{FY})^2 = 0 + 2.(9,8).(1,84)$$

$$(V_{FY})^2 = 36,064\ m^2.s^{-2} \quad \Rightarrow \quad (V_{FY}) = 6,005\ m.s^{-1}$$

SEGUNDO PASO. De la condición del problema. Tienen la misma cantidad de movimiento en el instante de chocar con el suelo.

$$p = m.V_{FY} \quad \Rightarrow \quad p = (m).(V_{FY}) = \left(\frac{m}{2}\right).(2.V_{FY})$$

La piedra B de masa $(m/2)$ entonces la velocidad final es el doble:

$$U = (2.V_{FY}) = 12,011\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Movimiento vertical de caída libre. La velocidad inicial de la piedra B es nula.

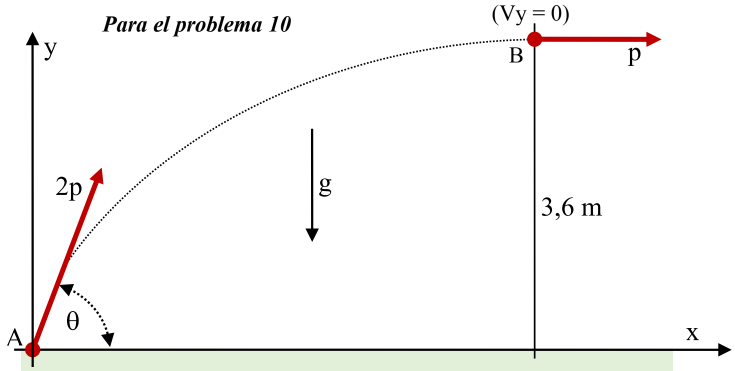
$$(U_{FY})^2 = (U_{0Y})^2 + 2.g.h \quad \Rightarrow \quad (12,011)^2 = 0 + 2.(9,8).(H)$$

$$144,264 = (19,6).(H) \quad \Rightarrow \quad H = 7,36\ m$$

Respuesta: Se debe dejar caer la piedra B desde una altura de 7,36 m.

10. Una piedra de 0,50 kg es lanzada hacia arriba en una trayectoria parabólica. La magnitud del momentum de la piedra en lo más alto de la trayectoria es la mitad de su valor de lanzamiento. ¿Con que ángulo respecto a la dirección horizontal se la lanza la piedra? Si la piedra alcanza una altura máxima de 3,6 m arriba del punto del cual partió, ¿Cuál es el momentum inicial?

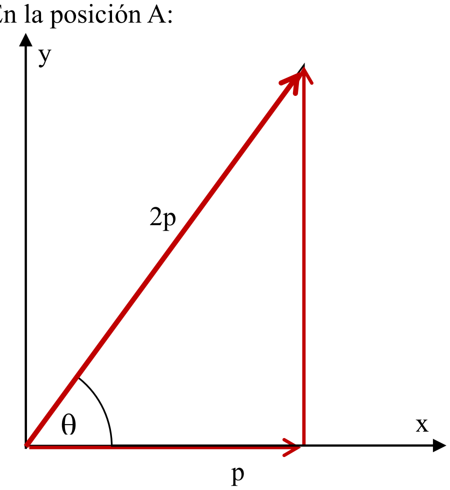
Para el problema 10



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Si la fuerza resultante en el eje horizontal es nula, entonces el momentum lineal en el eje horizontal se mantiene constante.

SEGUNDO PASO. En la posición A:



$$\text{Cos}\,\theta = \frac{p}{2p} \Rightarrow \text{Cos}\,\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^{\circ}$$

El ángulo del lanzamiento es 60º

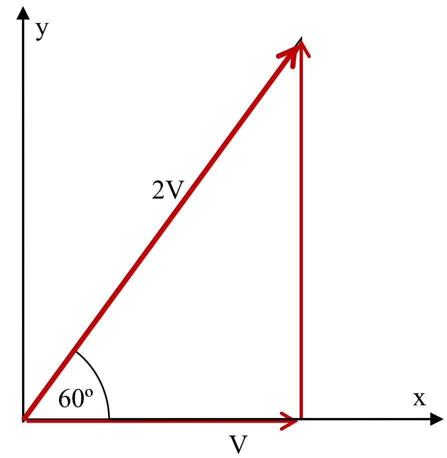
TERCER PASO. Aplicación de la ley de caída libre vertical. En el tramo de A hasta B.

$$\left(V_{FY}\right)^2 = \left(V_{0Y}\right)^2 - 2.g.h \Rightarrow 0 = \left(V\sqrt{3}\right)^2 - 2.(9,8).(3,6)$$

$$3\left(V\right)^2 = 70,56 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{70,56}{3}} = 4,85\ m.s^{-1}$$

CUARTO PASO. Cálculo del momentum lineal en el punto A:

$$\vec{p}_A = m.\left(\vec{V}_A\right) \Rightarrow \left\|\vec{p}_A\right\| = m.\left(2V\right)$$



$$\left\|\vec{p}_A\right\| = (0,50\ kg).(2x4,85\ m.s^{-1}) = 4,85\ N.s$$

Respuesta: El ángulo de lanzamiento es 60º. Y el valor del momentum de lanzamiento es $4,85\ N.s$

11. Un mazo libera un impulso de valor $8,83\ N.s$ a una bola de 0,44 kg inicialmente reposo. ¿Cuál es el valor de la velocidad de la bola inmediatamente después de haber sido golpeada?

RESOLUCION

PRIMER PASO. El impulso se define como el cambio del momentum lineal: $\vec{I} = m.\vec{V}_F - m.\vec{V}_0$

SEGUNDO PASO. Si la bola está inicialmente en reposo $(\vec{V}_0 = \vec{0})$ entonces:

$$\vec{I} = m.\vec{V}_F \quad \Rightarrow \quad \left\|\vec{V}_F\right\| = \frac{\left\|\vec{I}\right\|}{m} = \frac{8,83\ N.s}{0,44\ kg} = 20,07\, m.s^{-1}$$

Respuesta: La velocidad que adquiere después de ser golpeada es $20,07\, m.s^{-1}$

12. Una pelota de beisbol de 0,145 kg que viaja con rapidez 35,2 m/s es detenida en 0,163 segundo por la mano del receptor. ¿Cuál es la fuerza media en la mano del receptor?

RESOLUCION

PRIMER PASO. El impulso se define como el cambio del momentum lineal: $\vec{I} = m.\vec{V}_F - m.\vec{V}_0$

SEGUNDO PASO. Si la bola finalmente se detiene $(\vec{V}_F = \vec{0})$ entonces: $\vec{I} = -m.\vec{V}_0$

el signo negativo significa que la mano del hombre hace una fuerza contra el movimiento.

TERCER PASO. El impulso se define como el producto de la fuerza media por el intervalo de tiempo.

$$\vec{I} = \vec{F}_m.\Delta t \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_m.\Delta t = -m.\vec{V}_0 \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_m = -\frac{m.(\vec{V}_0)}{\Delta t}$$

$$\vec{F}_m = -\frac{(0,145).(35,2)}{0,163} = -31,31\ N$$

Respuesta. El valor de la fuerza media es 31,31 N. La fuerza media actúa sobre la mano del hombre y sobre la pelota (acción y reacción).

13. Un jugador de futbol de 68 kg patea una bola de 0,425 kg donde el valor de la velocidad es 13,7 m/s. El pie del jugador esta en contacto con la pelota durante 0,097 segundo. ¿Cuál es el valor de la fuerza media sobre la pelota?

RESOLUCION

PRIMER PASO. El impulso se define como el cambio del momentum lineal: $\vec{I} = m.\vec{V}_F - m.\vec{V}_0$ … (1)

Si la bola está inicialmente en reposo $\left(\vec{V}_0 = \vec{0}\right)$ entonces: $\vec{I} = m.\vec{V}_F$ … (2)

SEGUNDO PASO. El impulso se define como el producto de la fuerza media por el intervalo de tiempo.

$$\vec{I} = \vec{F}_m.\Delta t \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_m.\Delta t = m.\vec{V}_F \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_m = \frac{m.\left(\vec{V}_F\right)}{\Delta t} \quad \ldots (3)$$

TERCER PASO. Reemplazando los datos. El valor de la fuerza media es:

$$\left\|\vec{F}_m\right\| = \frac{(0,425\ kg).(13,7\, m.s^{-1})}{0,097\, s} = 60,026\ N$$

Respuesta. El valor de la fuerza media es 60,026 N. La fuerza media actúa sobre la pelota y sobre el pie del hombre, es decir se cumple la ley de acción y reacción.

14. Una pelota de beisbol de 0,14 kg con velocidad inicial de 28 m/s rebota con una velocidad de 34 m/s después de haber sido golpeada con un bate. Si la duración del contacto entre la bola y el bate fue 2,1 milisegundos., ¿Cuál fue el valor de la fuerza media entre la pelota y el bate?

RESOLUCION

PRIMER PASO. El impulso se define como el cambio del momentum lineal. Las velocidades inicial y final tienen sentidos opuestos. $\vec{V}_0 = 28(-i)\ m.s^{-1} \quad y \quad \vec{V}_F = 34(+i)\ m.s^{-1}$

$$\vec{I} = m.\vec{V}_F - m.\vec{V}_0 \quad \Rightarrow \quad \vec{I} = (0,14).(34\ i) - (0,14).(-28\ i)$$

$$\vec{I} = 8,68\ (i)\ N.s \quad \Rightarrow \quad \left\|\vec{I}\right\| = 8,68\ N.s$$

SEGUNDO PASO. El impulso se define como el producto de la fuerza media que ejerce el bate sobre la pelota por el intervalo de tiempo.

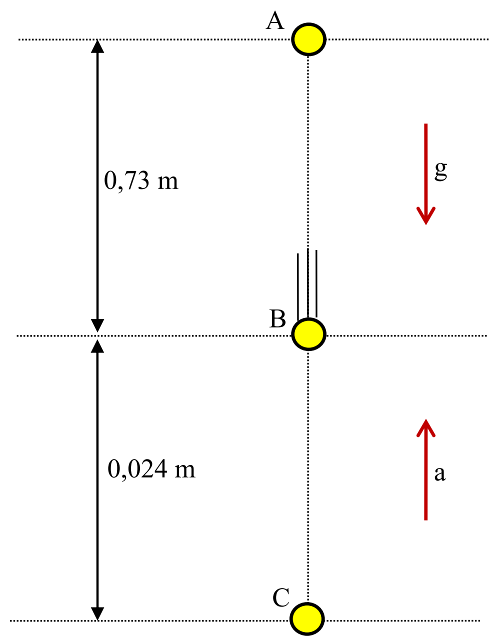
$$\vec{I} = \vec{F}_m.\Delta t \quad \Rightarrow \quad \left\|\vec{F}_m\right\| = \frac{\left\|\vec{I}\right\|}{\Delta t} = \frac{8,68\ N.s}{2,1 \bullet 10^{-3}\ s} = 4,13 \bullet 10^{3}\ N$$

Respuesta. El valor de la fuerza media entre la pelota y el base es 4,13 kN.

15. Cuando una bola de 0,64 kg se deja caer sobre su mano desde una altura de 0,73 m arriba de usted, su mano retrocede 2,4 cm antes de detenerse. ¿Cuál es la fuera media sobre su mano mientras detiene la bola?

RESOLUCION

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. La bola acelera en el tramo AB y desacelera en el tramo BC.



Resolución del problema 15

SEGUNDO PASO. La bola experimenta un movimiento de caída libre en el tramo AB. La velocidad inicial es nula.

$$(V_{FY})^2 = (V_{0Y})^2 + 2.g.h \quad \Rightarrow \quad (V_{FY})^2 = 0 + 2.(9,8).(0,73)$$

$$(V_B)^2 = 14,308\ m^2.s^{-2}$$

TERCER PASO. La bola experimenta un M.R.U.V en el tramo BC. La velocidad final es nula.

$$(V_C)^2 = (V_B)^2 - 2.a.h \quad \Rightarrow \quad 0 = (V_B)^2 - 2.a.h$$

$$a = \frac{(V_B)^2}{2h} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{14,308}{2(0,024)} = 298,08\ m.s^{-2}$$

CUARTO PASO. En el tramo BC la fuerza media que ejerce la mano sobre la bola es:

$$\vec{F}_m = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \left\|\vec{F}_m\right\| = m.\left\|\vec{a}\right\| = (0,64\,kg).(298,08\,m.s^{-2})$$

$$\left\|\vec{F}_m\right\| = 190,77\,N$$

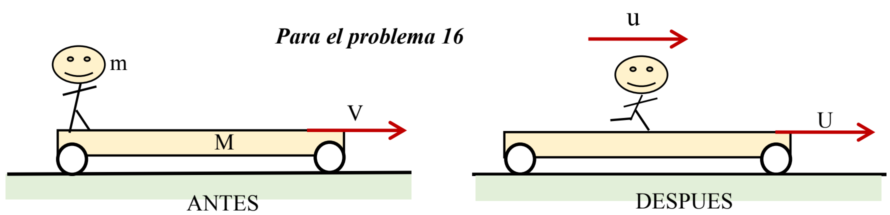
Respuesta. Del principio de acción y reacción, la fuerza media sobre la mano del hombre es 190,77 **N.**

16. Un hombre de masa "m" está parado sobre un carro de masa "M" (M = 9 m) que se mueve con una velocidad $\vec{v} = 15\,(i)m.s^{-1}$. Si el hombre comienza a moverse con velocidad $\vec{u}_{H/C} = 5\,(i)m.s^{-1}$ respecto del carrito, en la misma dirección y sentido. Calcular la mueva velocidad del carro que se mueve libre de rozamiento.

RESOLUCION

PRIMER PASO. Si la fuerza resultante sobre el conjunto, hombre y carro, es nula, entonces el momentum lineal se conserva.

Para el problema 16



SEGUNDO PASO. Consideremos que la velocidad final del sistema es,

$$\vec{u}_1 = \vec{u}_H + \vec{u}_{H/C} = 15(i) + 5(i) = 20(i)m.s^{-1}$$

$$\vec{p}_{ANTES} = \vec{p}_{DESPUES} \Rightarrow (m_1 + m_2).\vec{v} = m_1.\vec{u}_1 + m_2.\vec{u}_2$$

$$(M + m).V = (m).(U + u) + (M).(U)$$

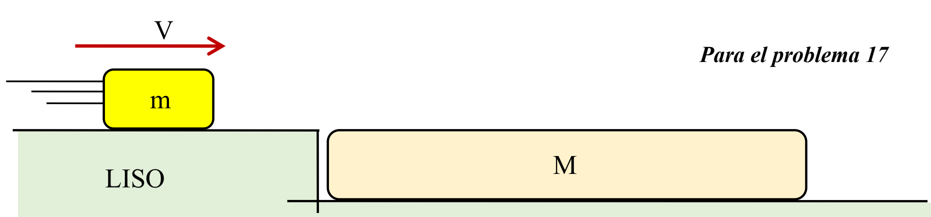
$$(10m).(15) = (m).(U + 5) + (9m).(U)$$

$$150 = U + 5 + 9U \Rightarrow U = 14,5\ m.s^{-1}$$

Respuesta. la mueva velocidad del carro es 14,5 m/s.

17. El bloque de masa "m" que se muestra se mueve inicialmente con velocidad $\vec{v} = 8\,(i)m.s^{-1}$ mientras que el bloque de masa M $(M = 3m)$ se encuentra en reposo. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre los bloques es 0,25. Las otras superficies son lisas. Determinar la distancia recorrida por el bloque "m" hasta el instante que termina de deslizarse sobre el bloque M. $\left(g = 10\ m.s^{-2}\right)$

Para el problema 17



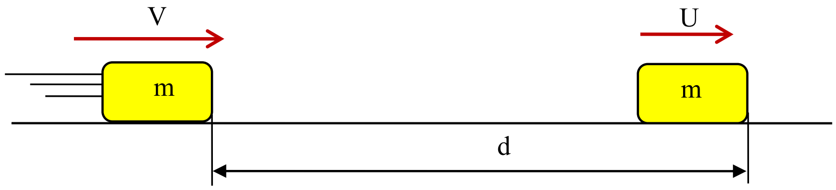
RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Principio de conservación del momentum lineal, del sistema formado por los bloques (m + M). La sumatoria de fuerzas externas sobre el sistema es nula.

$$\vec{p}_{ANTES} = \vec{p}_{DESPUES} \Rightarrow m.V = (m + M).U$$

$$m.(8) = (m + 3m).U \Rightarrow U = 2\ m.s^{-1}$$

SEGUNDO PASO. Teorema del trabajo y la energía mecánica, aplicado al bloque de masa "m".



Resolución del problema 17

$$W^{FRICCION} = EM(final) - EM(inicial)$$

$$-\mu_C.m.g.d = \frac{1}{2}.m.(U)^2 - \frac{1}{2}.m.(V)^2 \Rightarrow -\mu_C.g.d = \frac{1}{2}.(U)^2 - \frac{1}{2}.(V)^2$$

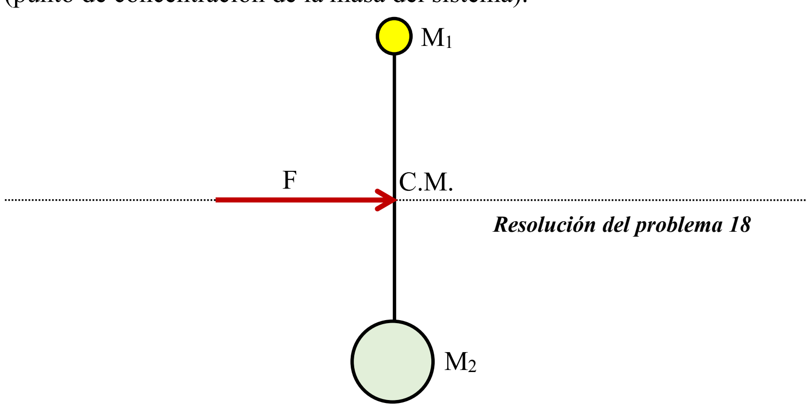
$$-(0,25).(10).d = \frac{1}{2}.(2)^2 - \frac{1}{2}.(8)^2 \Rightarrow d = 12\ m$$

Respuesta: el bloque de masa "m" recorre 12 metros hasta detenerse sobre el bloque de masa M (movimiento relativo).

18. Se tienen dos esferas de masas m_1 y m_2 unidas por una barra de masa despreciable sobre una superficie lisa horizontal. Si aplicamos un golpe con un martillo sobre el centro de masa de los dos cuerpos, ¿Se pondrán éstas a girar sobre el centro de masa?

RESOLUCION

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. La fuerza externa actúa en el centro de masa (punto de concentración de la masa del sistema).

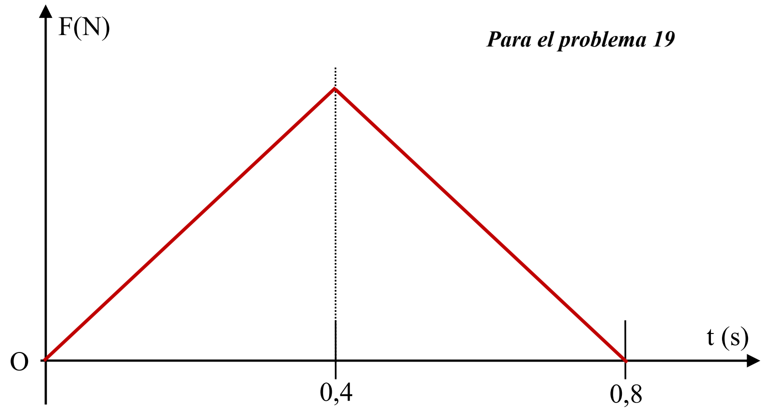


Resolución del problema 18

SEGUNDO PASO. Cómo las esferas se encuentran sobre una superficie horizontal lisa, entonces la única fuerza horizontal que actúa sobre el sistema es la componente horizontal de la fuerza F y pasa por el centro de masa C.M, entonces el Torque respecto al centro de masa es nulo, condición suficiente para que el sistema no gire con respecto al centro de masa y se trasladará en dirección de la componente horizontal de la fuerza F.

Respuesta. El sistema se traslada sin girar.

19. Una pelota de 0,5 kg, inflada con cierto gas, se encuentra inicialmente en reposo. Un niño le aplica la fuerza que varía con el tiempo como se muestra. Si después la pelota se mueve con velocidad de $\vec{v} = 20\,(i)\,m.s^{-1}$, determinar la fuerza máxima aplicada al cuerpo.



RESOLUCION

PRIMER PASO. El impulso es igual a la variación del momentum lineal:

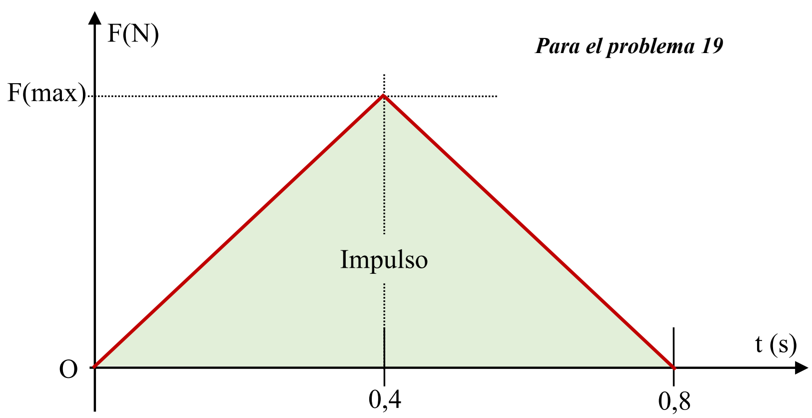
El impulso se define como el cambio del momentum lineal:

$$\vec{I} = m.\vec{V}_F - m.\vec{V}_0 \quad \ldots (1)$$

Si la bola está inicialmente en reposo $\left(\vec{V}_0 = \vec{0}\right)$ entonces:

$$\vec{I} = m.\vec{V}_F \quad \Rightarrow \quad \left\|\vec{I}\right\| = (0,5\,kg).(20\,m.s^{-1}) = 10\ N.s \ \ldots (2)$$

SEGUNDA PASO. El impulso es igual al área bajo la curva, en la gráfica fuerza versus tiempo. La fuerza será máxima en el instante $t = 0,4\,s$.



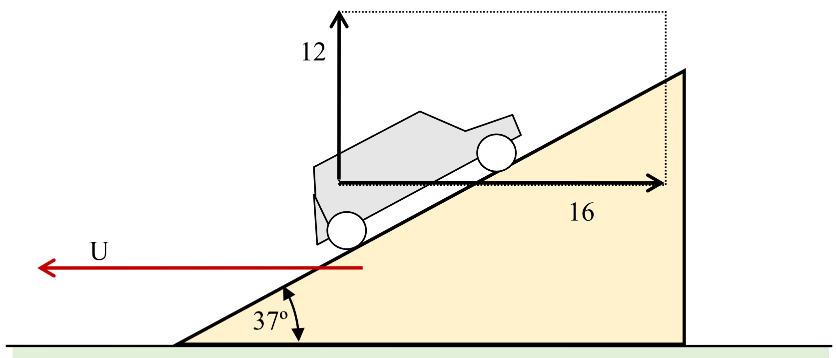
$$\left\|\vec{I}\right\| = \frac{b.h}{2} \quad \Rightarrow \quad 10\,N.s = \frac{(0,8\,s).(F_{\max})}{2} \quad \Rightarrow \quad F_{\max} = 25\,N$$

Respuesta. El valor de la fuerza máxima es 25 newtons.

20. Un automóvil de masa "m" se encuentra inicialmente en reposo sobre una cuña de masa M. El plano inclinado 37º con la horizontal. La cuña se encuentra apoyada sobre un piso liso. Si el automóvil comienza a subir sobre el plano inclinado, sin resbalar, y el velocímetro marca 20 km/h, ¿Cuál es el valor de la velocidad de la cuña respecto de la tierra? $(7M = 9m)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Consideremos es sistema físico formado por el automóvil y la cuña.



Resolución del problema 20

SEGUNDO PASO. La velocidad relativa, del automóvil sobre la cuña es:

$$\vec{V}_{AUTO/CUÑA} = (20.\text{Cos}37º;20.Sen37º) = 16(i) + 12(j)\ km.h^{-1}$$

TERCER CASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal en ele je X. Teorema de la velocidad relativa.

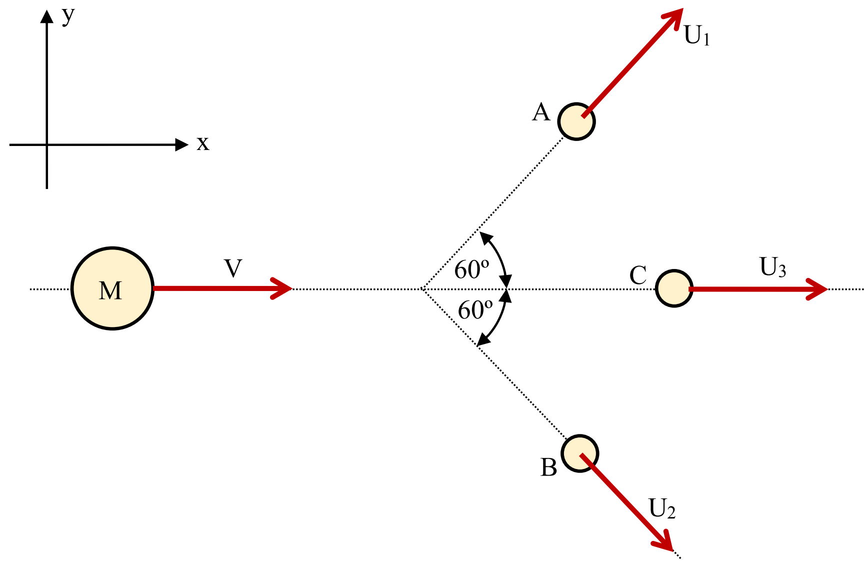
$$\vec{p}_{ANTES} = \vec{p}_{DESPUES} \quad \Rightarrow \quad 0 = m_1.\vec{v}_{1/2} + (m_1 + m_2).\vec{v}_2$$

$$0 = (m).(16) + (m + M).(-U) \quad \Rightarrow \quad U = \left(\frac{m}{m+M}\right).(16)$$

Reemplazando: $U = 7\ \ km.h^{-1}$

Respuesta: La velocidad de retroceso de la cuña es 7 km/h.

21. Una granada de guerra de masa M se desplaza a una velocidad $V = 500\,m.s^{-1}$, explotando luego en tres fragmentos A, B y C de masa iguales a $M/3$ cada uno. Sabiendo que inmediatamente después de la explosión los fragmentos se mueven en las direcciones mostradas, donde C se mueve con velocidad $U_3 = 1,2\,km/s$ en dirección horizontal, determinar la velocidad de los fragmentos A y B que forman ángulos de 60º con la línea horizontal.



RESOLUCION

PRIMER PASO. Aplicamos el principio de conservación del momentum lineal, instante antes e instante después de la explosión. Donde: $\frac{M}{3} = m_A = m_B = m_C$

SEGUNDO PASO. En el eje Y:

$$\vec{p}_Y(antes) = \vec{p}_Y(despues) \quad \Rightarrow \quad 0 = m_A.U_1.Sen60^o - m_B.U_2.Sen60^o$$

$$m_A = m_B \quad \Rightarrow \quad U_1 = U_2 = U$$

TERCER PASO. En el eje X:

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues)$$

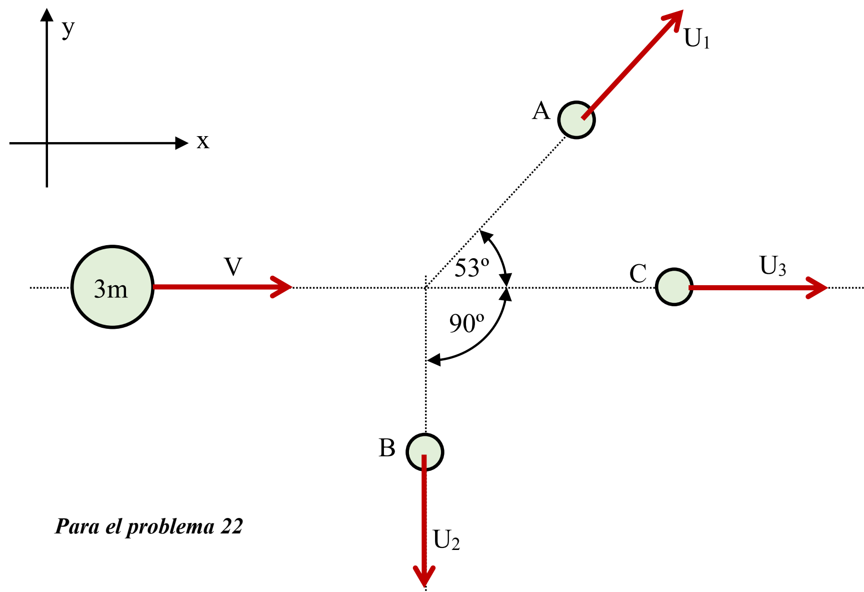
$$M.V = m_A.U_1.\text{Cos}\,60^o + m_B.U_2.\text{Cos}\,60^o + m_C.U_3$$

$$M.V = \left(\frac{M}{3}\right).U.\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{M}{3}\right).U.\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{M}{3}\right).U_3$$

$$3V = U + U_3 \quad \Rightarrow \quad 3(500) = U + (1200) \quad \Rightarrow \quad U = 300\,m.s^{-1}$$

Respuesta: Los fragmentos A y B se mueven con velocidad de valor 300 m/s cada uno.

22. Una granada de guerra de masa "3m" se desplaza con velocidad $V = 60\,m.s^{-1}$, explotando luego en tres fragmentos A, B y C de masa iguales a "m" cada uno. Sabiendo que inmediatamente de la explosión los fragmentos se mueven en las direcciones mostradas, donde A se mueve con velocidad $U_1 = 50\,m.s^{-1}$ formando 53º con la horizontal, determinar la velocidad de los fragmentos B y C.



Para el problema 22

RESOLUCION

PRIMER PASO. Aplicamos el principio de conservación del momentum lineal, instante antes e instante después de la explosión. Donde: $m = m_A = m_B = m_C$

SEGUNDO PASO. En el eje Y:

$$\vec{p}_Y(antes) = \vec{p}_Y(despues) \quad \Rightarrow \quad 0 = m_A.U_1.Sen53º - m_B.U_2$$

$$m_A = m_B \quad \Rightarrow \quad U_2 = \left(\frac{4}{5}\right)U_1$$

Reemplazando: $U_2 = \left(\frac{4}{5}\right).\left(50\,m.s^{-1}\right) \quad \Rightarrow \quad U_2 = 40\,m.s^{-1}$

TERCER PASO. En el eje X:

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues)$$

$$(3m).V = m_A.U_1.\text{Cos}\,53º + m_C.U_3$$

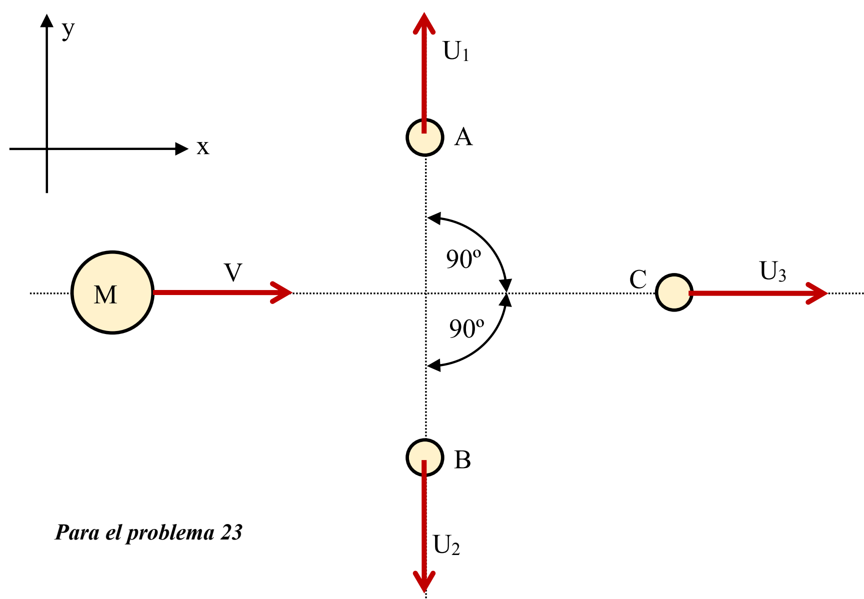
$$(3m).V = (m).U_1.\left(\frac{3}{5}\right) + (m).U_3$$

$$3(60) = \frac{3}{5}(50) + U_3 \quad \Rightarrow \quad U_3 = 150\ m.s^{-1}$$

Respuesta: Los fragmentos B y C se mueven con velocidad de valor 40 m/s y 150 m/s respectivamente.

23. Una granada de guerra de masa $M = 150\,g$ se desplaza con velocidad $V = 200\,m.s^{-1}$ explotando en tres fragmentos A (40 g), B (50 g) y C (60 g). Sabiendo que inmediatamente después de la explosión los fragmentos se mueven en las direcciones mostradas, donde B se mueve con velocidad $U_2 = 80\,m.s^{-1}$ en dirección vertical, determinar, determinar la velocidad de A y C.

RESOLUCION



Para el problema 23

PRIMER PASO. Aplicamos el principio de conservación del momentum lineal, instante antes e instante después de la explosión.

SEGUNDO PASO. En el eje Y:

$$\vec{p}_Y(antes) = \vec{p}_Y(despues) \;\Rightarrow\; 0 = m_A.U_1 - m_B.U_2$$

$$0 = (40).U_1 - (50).80 \;\Rightarrow\; U_1 = 100\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. En el eje X:

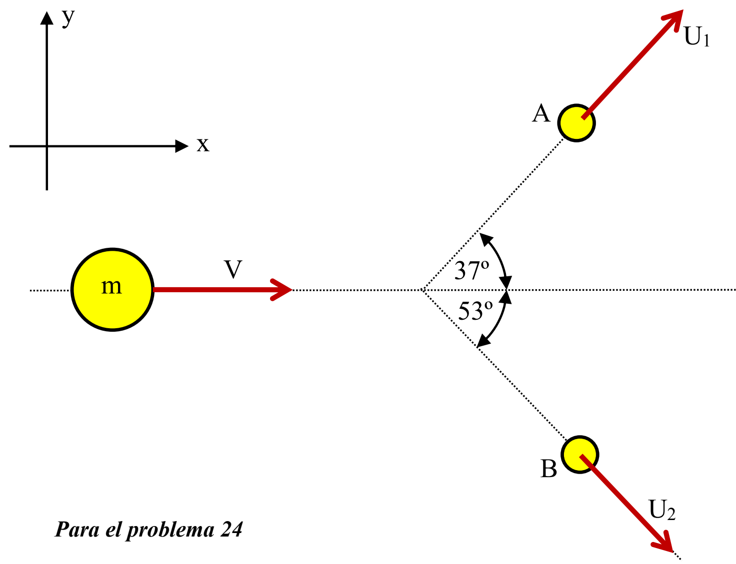
$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues)$$

$$(M).V = m_C.U_3 \;\Rightarrow\; (150).(200) = (60).U_3$$

Resolviendo la ecuación: $U_3 = 500\ m.s^{-1}$

Respuesta: Los fragmentos A y C se mueven con velocidad de valor 100 m/s y 500 m/s respectivamente.

24. Un proyectil de masa $m = 200\,g$ se desplaza con velocidad $V = 75\,m.s^{-1}$, explotando en dos fragmentos A (50 g) y B (150 g) respectivamente. Sabiendo que inmediatamente después de la explosión los fragmentos se mueven en direcciones mostradas, determinar la velocidad de los fragmentos A y B.



Para el problema 24

RESOLUCION

PRIMER PASO. Aplicamos el principio de conservación del momentum lineal, instante antes e instante después de la explosión. Donde: $m = 200\,g$; $m_A = 50\,g$; $m_B = 150\,g$

SEGUNDO PASO. En el eje Y:

$$\vec{p}_Y(antes) = \vec{p}_Y(despues)$$

$$0 = m_A.U_1.Sen37º - m_B.U_2.Sen53º$$

$$0 = (50).U_1.\left(\frac{3}{5}\right) - (150).U_2.\left(\frac{4}{5}\right) \quad \Rightarrow \quad U_1 = 4.U_2 \ \ldots \ (1)$$

TERCER PASO. En el eje X:

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues)$$

$$m.V = m_A.U_1.\text{Cos}\,37º + m_B.U_2.\text{Cos}\,53º$$

$$(200).(75) = (50).U_1.\left(\frac{4}{5}\right) + (150).U_2.\left(\frac{3}{5}\right)$$

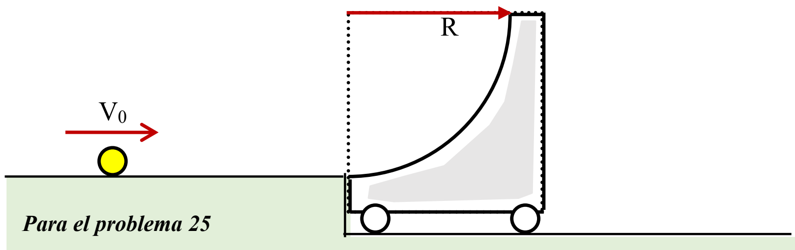
$$1500 = 4.U_1 + 9.U_2 \quad \ldots \ (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

$$1500 = 4.(4U_2) + 9.U_2 \quad \Rightarrow \quad U_2 = 60\,m.s^{-1} \quad y \quad U_1 = 240\,m.s^{-1}$$

Respuesta: Los fragmentos A y B se mueven con velocidad de valor 240 m/s y 60 m/s respectivamente.

25. Un cuerpo esférico de masa "m" que se mueve con velocidad $V_0 = 6\,m.s^{-1}$ hace contacto con la superficie superior de carro de masa "M" $(M = 5m)$ inicialmente en reposo. Desprecie toda forma de rozamiento. Determinar la velocidad de "m" cuando sale por la parte superior de la superficie cilíndrica de radio $R = 1{,}1\,m$. $(g = 10\,m.s^{-2})$

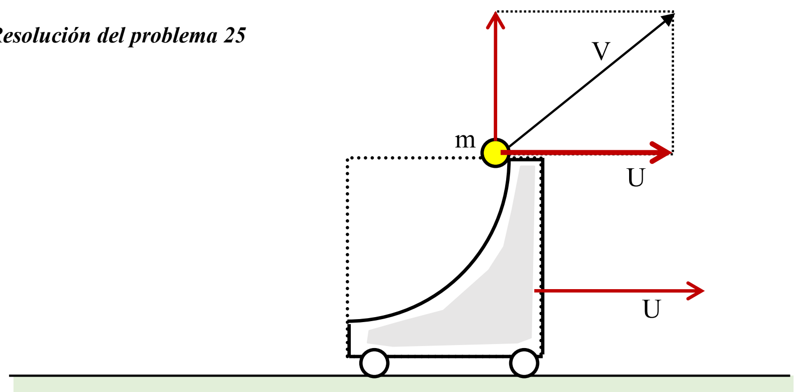


Para el problema 25

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Consideramos nuestro sistema físico a la esfera y al carro $(M + m)$.

Resolución del problema 25



SEGUNDO PASO. Conservación del momentum lineal, en el eje X.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_x(despues) \quad \Rightarrow \quad m.V_0 = (m + M).U$$

$$m.(6) = (6m).U \;\Rightarrow\; U = 1\; m.s^{-1}$$

"U" es la componente de la velocidad "V en el eje X, en el instante que la esfera abandona a la superficie cilíndrica de radio R.

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(antes) = EM(despues)$$

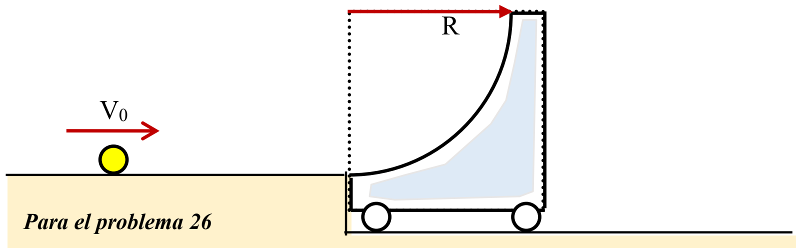
$$\frac{1}{2}.m.(V_0)^2 = \frac{1}{2}.M.(U)^2 + \frac{1}{2}.m.(V)^2 + m.g.R$$

$$\frac{1}{2}.m.(6)^2 = \frac{1}{2}.(5m).(1)^2 + \frac{1}{2}.m.(V)^2 + m.(10).(1{,}1)$$

Resolviendo la ecuación: $V = 3\; m.s^{-1}$

Respuesta: La esfera abandona la superficie cilíndrica con velocidad de valor 3 m/s.

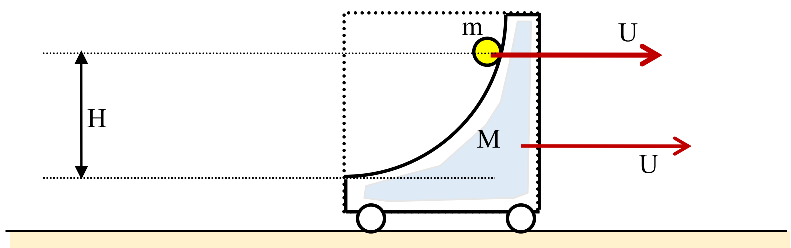
26. Una esfera de masa "m" se mueve horizontalmente con velocidad $V_0 = 5\,m.s^{-1}$ y hace contacto con la superficie superior del carro de masa "M" $(M = 4m)$ inicialmente en reposo. Despreciando toda forma de rozamiento, determinar la máxima altura que alcanza la esfera sobre el carro de masa "M". Radio de la superficie cilíndrica $R = 1{,}1\,m$. $(g = 10\,m.s^{-2})$



RESOLUCION

PRIMER PASO. Consideramos nuestro sistema físico a la esfera y al carro $(M + m)$. Cuando la esfera alcanza la máxima altura "H", la velocidad relativa de la esfera respecto del carro es nula, por consiguiente, ambos cuerpos tienen la misma velocidad "U respecto de la tierra, solamente en un instante.

Resolución del problema 26



SEGUNDO PASO. Conservación del momentum lineal, en el eje X.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_x(despues) \;\Rightarrow\; m.V_0 = (m + M).U$$

$$m.(5) = (5m).U \;\Rightarrow\; U = 1\ m.s^{-1}$$

"U" es la velocidad del carro en el eje X, en el instante que la esfera alcanza la máxima altura sobre la superficie cilíndrica de radio R.

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(antes) = EM(despues)$$

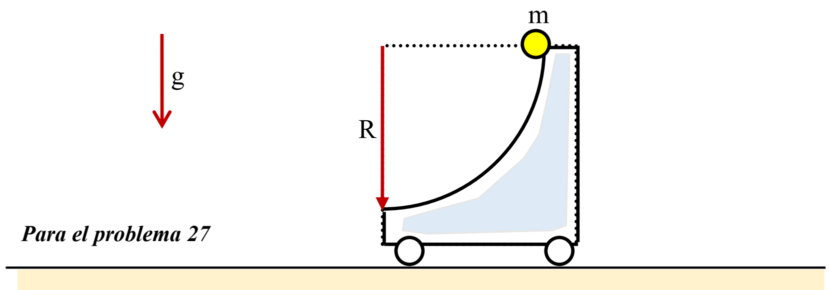
$$\frac{1}{2}.m.(V_0)^2 = \frac{1}{2}.M.(U)^2 + \frac{1}{2}.m.(U)^2 + m.g.H$$

$$\frac{1}{2}.m.(5)^2 = \frac{1}{2}.(4m).(1)^2 + \frac{1}{2}.m.(1)^2 + m.(10).(H)$$

$$12{,}5 = 2 + 0{,}5 + 10.(H) \;\Rightarrow\; H = 1\ m$$

Respuesta. La máxima altura que alcanza la esfera es 1 metro.

27. Una esfera de masa $m = 1kg$ se abandona en la parte superior de un bloque de masa $M = 2kg$ que se encuentra en reposo, como se muestra. Despreciando toda forma de rozamiento, determinar la velocidad de la esfera cuando abandona la superficie cilíndrica de radio $R = 0,3m$. $\left(g = 10 m.s^{-2}\right)$

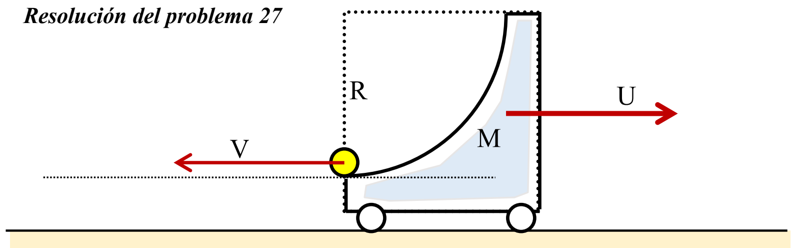


Para el problema 27

RESOLUCION

PRIMER PASO. Consideramos nuestro sistema físico a la esfera y al carro $(M + m)$. Cumple con las condiciones de un sistema aislado.

Resolución del problema 27



SEGUNDO PASO. Conservación del momentum lineal, en el eje X.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_x(despues) \quad \Rightarrow \quad 0 = M.U - m.V$$

$$U = \left(\frac{m}{M}\right).V \quad \Rightarrow \quad U = \left(\frac{1}{2}\right).V$$

"U" es la velocidad del carro en el eje X, en el instante que la esfera alcanza la máxima velocidad "V" sobre la superficie cilíndrica de radio R.

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(antes) = EM(despues)$$

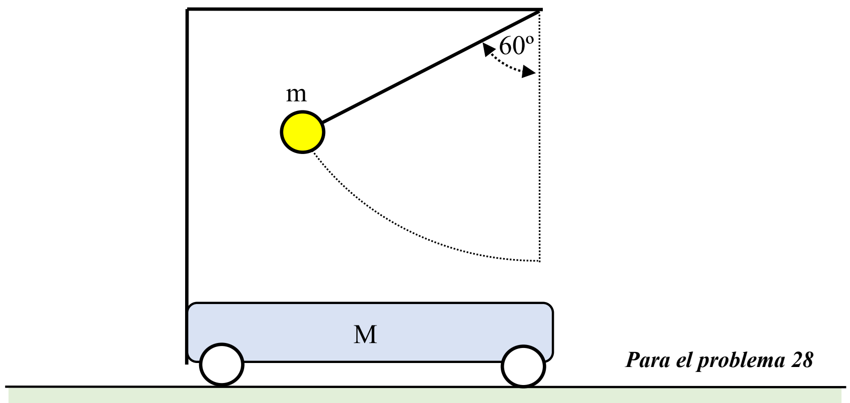
$$m.g.R = \frac{1}{2}.M.(U)^2 + \frac{1}{2}.m.(V)^2$$

$$(1).(10).(0,3) = \frac{1}{2}.(2).\left(\frac{V}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}.(1).(V)^2 \;\Rightarrow 3 = \frac{3}{4}.(V)^2$$

Resolviendo: $V = 2\ m.s^{-1}$

Respuesta. La esfera abandona el carro con rapidez de 2 m/s.

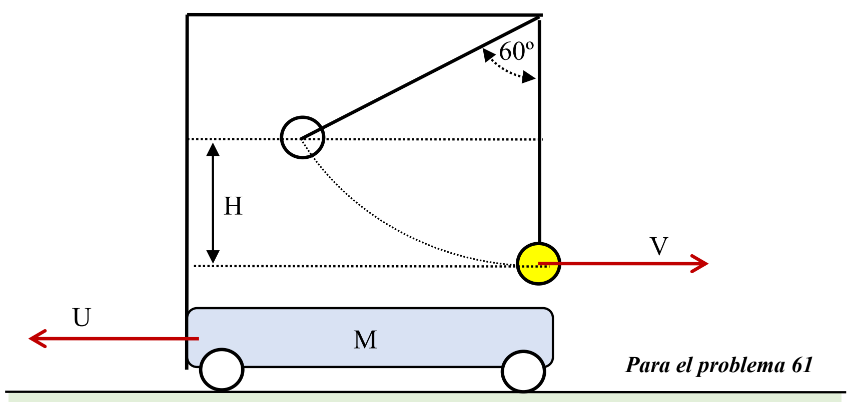
28. Un carro de masa "M" puede moverse sin fricción sobre un plano horizontal. En el techo de carro fue colgado una esfera de masa "m" $(M = 9m)$ unido a una cuerda de largo 1,0 metro. En el momento inicial el carro y la esfera están en reposo, y la cuerda fue inclinada un ángulo de 60º respecto de la vertical. Luego se suelta la esfera, ¿Cuál será la velocidad del carro en el instante que la cuerda está en posición vertical?



Para el problema 28

RESOLUCION

PRIMER PASO. Consideramos nuestro sistema físico, a la esfera y al carro $(M + m)$. Cumple con las condiciones de un sistema aislado.



Para el problema 61

SEGUNDO PASO. Conservación del momentum lineal, en el eje X.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_x(despues) \Rightarrow 0 = m.V - M.U$$

$$V = \left(\frac{M}{m}\right).U \quad \Rightarrow \quad V = \left(\frac{9m}{m}\right).U = 9.U$$

"U" es la velocidad del carro en el eje X, en el instante que la esfera alcanza la máxima velocidad "V".

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica. La altura que desciende la esfera es $H = 0,5\,m$

$$EM(antes) = EM(despues)$$

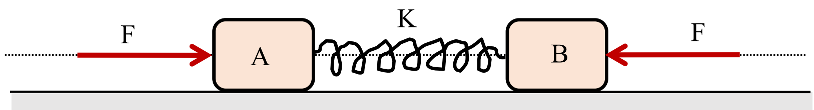
$$m.g.H=\frac{1}{2}.M.(U)^2+\frac{1}{2}.m.(V)^2$$

$$m.(10).(0,5)=\frac{1}{2}.(9m).(U)^2+\frac{1}{2}.m.(9U)^2 \Rightarrow 5=\frac{90}{2}.(U)^2$$

Resolviendo: $U=\frac{1}{3}\ m.s^{-1}$

Respuesta. Cuando la esfera llega a su posición más baja, la velocidad del carro es 0,333m/s.

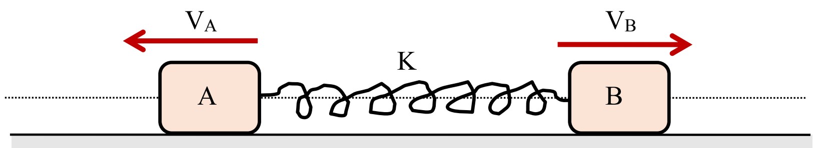
29. Se muestra dos bloques A y B de masas 1 kg y 2 kg respectivamente. Si se obliga a los bloques a aproximarse comprimiendo al resorte y luego se libera al sistema del reposo, se observa que el bloque B adquiere una velocidad máxima de 0,5 m/s. Suponiendo que la masa del resorte es despreciable y que se desprecia la fricción. ¿Cuál fue la energía potencial almacenada originalmente en el resorte?



Para el problema 29

RESOLUCION

PRIMER PASO. Consideramos el sistema $(A+resorte+B)$. Cumple con la condición de sistema aislado.



Resolución del problema 29

SEGUNDO PASO. Conservación del momentum lineal, en el eje X.

$$\vec{p}_X(antes)=\vec{p}_x(despues) \Rightarrow 0=m_B.V_B-m_A.V_A$$

$$0=(2\,kg).(0,5\,m.s^{-1})-(1\,kg).V_A \quad \Rightarrow \quad V_A=1\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(antes)=EM(despues)$$

$$E_{PE}=\frac{1}{2}.m_A.(V_A)^2+\frac{1}{2}.m_B.(V_B)^2+\frac{1}{2}.K.(X)^2$$

Si, $V_A\ y\ V_B$ es máximo, entonces la deformación en el resorte es nula $(X=0)$. La energía cinética del sistema es máxima.

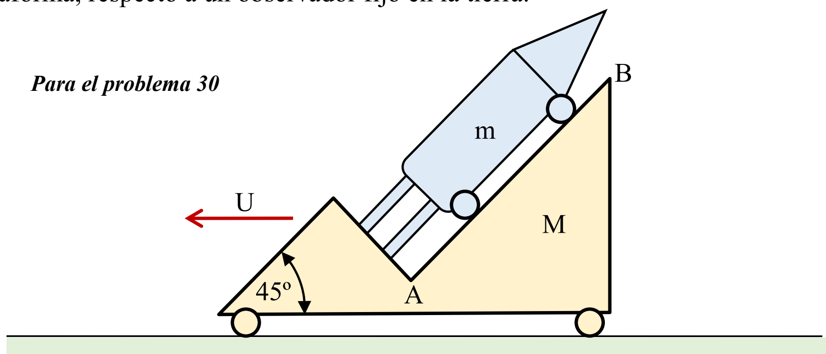
$$E_{PE}=\frac{1}{2}.m_A.(V_A)^2+\frac{1}{2}.m_B.(V_B)^2+0$$

$$E_{PE}=\frac{1}{2}.(1).(1)^2+\frac{1}{2}.(2).(0,5)^2=0,75\ J$$

Respuesta. La energía potencial elástica almacenada inicialmente es 0,75 joules.

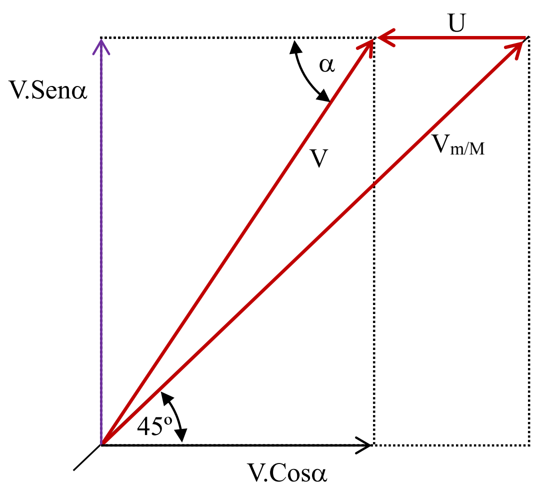
30. Se muestra una rampa AB de lanzamiento de cohetes, inclinada un ángulo de 45º respecto de la horizontal. El sistema esta inicialmente en reposo y el carro de masa "M" puede moverse libremente sobre una carrilera si fricción. La velocidad del carro después del lanzamiento es $\vec{u} = 160(-i)\ m.s^{-1}$. Calcular la velocidad con qué el cohete de masa "m" $(M = 3m)$ abandona la plataforma, respecto a un observador fijo en la tierra.

Para el problema 30



RESOLUCION

PRIMER PASO. hacemos el diagrama de velocidades del cohete, que tiene velocidad V cuando abandona la rampa, respecto de la tierra.



Resolución del problema 30

SEGUNDO PASO. Consideremos el sistema físico (carro + cohete), que cumple con la condición de sistema aislado. Aplicamos en principio de conservación lineal en el eje X.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_x(despues) \quad \Rightarrow \quad 0 = m.(V.\text{Cos}\,\alpha) - M.U$$

$$0 = m.(V.\text{Cos}\,\alpha) - (3m).U \quad \Rightarrow \quad (V.\text{Cos}\,\alpha) = 3.U \ \text{... (1)}$$

TERCER PASO. Diagrama de velocidades:

$$\text{Tan}\,45^{\circ} = \frac{V.Sen\alpha}{V.\text{Cos}\,\alpha + U} = 1 \quad \Rightarrow \quad (V.Sen\alpha) = (V.\text{Cos}\,\alpha) + U \ \ldots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2): $(V.Sen\alpha) = 4.U \quad \ldots (3)$

Dividiendo las ecuaciones (3) entre (1):

$$\text{Tan}\,\alpha = \frac{4.U}{3.U} = \frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 53^{\circ}$$

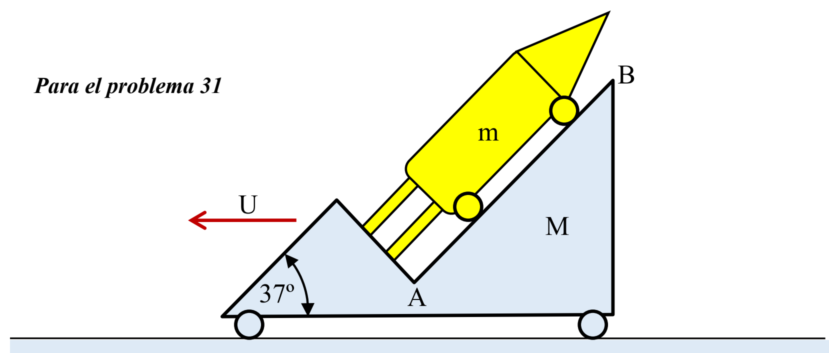
Reemplazando en la ecuación (3):

$$\left(V.\frac{4}{5}\right) = 4.\left(160\,m.s^{-1}\right) \quad \Rightarrow \quad V = 800\ m.s^{-1}$$

Respuesta. La velocidad de lanzamiento del cohete es 800 m/s formando un ángulo de 53º con la horizontal.

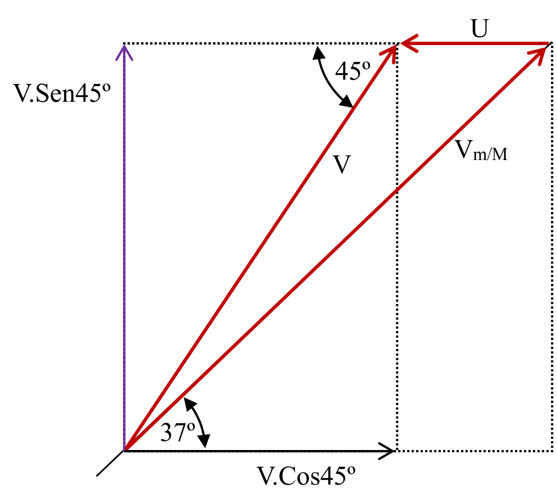
31. Se muestra una rampa AB de lanzamiento de cohetes, inclinada un ángulo de 37º respecto de la horizontal. El sistema está inicialmente en reposo y el carro de masa "M" puede moverse libremente sobre una carrilera si fricción. La velocidad del carro después del lanzamiento es U. La velocidad con qué el cohete de masa "m" abandona la plataforma está formando un ángulo de 45º, respecto a un observador fijo en la tierra. Calcular la relación entre las masas, $\left(\frac{m}{M}\right)$

Para el problema 31



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de velocidades del cohete, que tiene velocidad V cuando abandona la rampa, respecto de la tierra.



Resolución del problema 31

SEGUNDO PASO. Consideremos el sistema físico (carro + cohete), que cumple con la condición de sistema aislado. Aplicamos en principio de conservación lineal en el eje X.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_x(despues) \Rightarrow 0 = m.(V.\text{Cos}\,45^\circ) - M.U$$

$$0 = m.(V.\text{Cos}\,45^\circ) - (M).U \Rightarrow (V.\text{Cos}\,45^\circ) = \left(\frac{M}{m}\right).U \ \ldots (1)$$

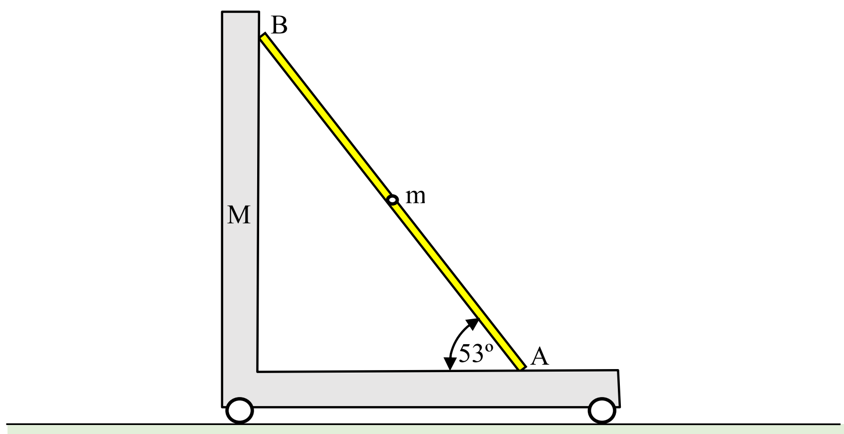
TERCER PASO. Diagrama de velocidades:

$$\text{Tan}\,37^\circ = \frac{V.Sen45^\circ}{V.\text{Cos}\,45^\circ + U} = \frac{3}{4} \Rightarrow (V.Sen45^\circ) = 3.U \ \ldots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2): $\left(\frac{M}{m}\right) = 3 \ \ldots (3)$

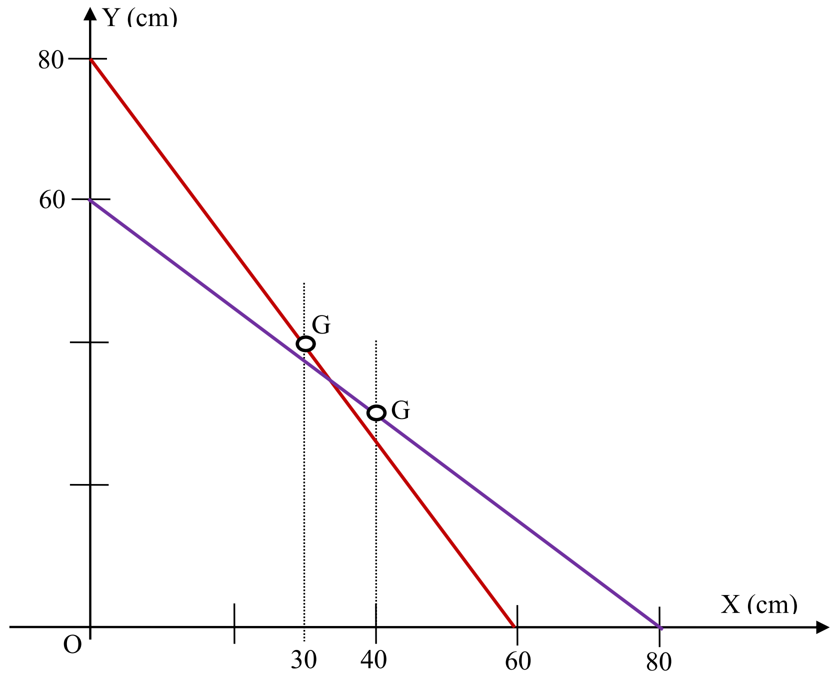
Respuesta. La relación entre la masa del cohete y la masa del carro es 1:3

32. El sistema mostrado se deja en libertad a partir del reposo, de la posición mostrada. Sabiendo que no existe rozamiento, calcular el deslizamiento que experimenta el carro de masa "M" hasta el instante en que la barra AB uniforme y homogénea de largo 1 metro, cambia de 53º a 37º respecto de la horizontal. La masa de la barra es "m" $(M = 4.m)$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Consideremos el sistema físico $(M + m)$. Satisface la condición de sistema aislado.



SEGUNDO PASO. Conservación del momentum lineal en el eje X, aplicando el teorema de la cantidad de movimiento (velocidad relativa). Sea U la velocidad del carro de masa "M".

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_x(despues) \quad \Rightarrow \quad 0 = m_1.(V_{1/2}) - (m_1 + m_2).U$$

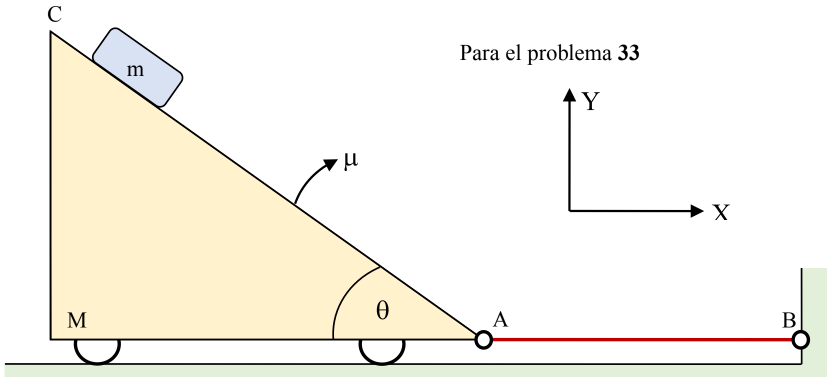
$$0 = (m).\left(\frac{10\,cm}{\Delta t}\right) - (5m).\left(\frac{X}{\Delta t}\right) \quad \Rightarrow \quad X = 2\ cm$$

TERCER PASO. El centro de masa G de la barra homogénea experimenta un desplazamiento de 10 cm respecto del carro, en el eje X. En general se cumple que:

$$X = \left(\frac{m}{m+M}\right).\left(\frac{L}{10}\right)$$

X es el desplazamiento horizontal del carro respecto de la tierra.

33. Se muestra un bloque un bloque de masa "m" que inicialmente parte del reposo desde la posición C, y se desliza hacia el punto B. El cable AB es perfectamente horizontal. Se observa que cuando el coeficiente de rozamiento cinético es 0,7 se tiene una tensión T_1 en la cuerda AB. Sin embargo, si el coeficiente de rozamiento cinético es 0,2 la tensión en la cuerda es T_2. No hay rozamiento entre la cuña y el piso horizontal. Calcular la medida del ángulo que forma el plano inclinado con la horizontal. Si: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{4}{9}$



RESOLUCIÓN

A) Calculo de la aceleración: $a_1 = g.\left(Sen\theta - \mu_C.\text{Cos}\,\theta\right)$

B) Calculo de la velocidad: $V_1 = \left(a_1\right).\left(\Delta t\right) = g.\left(Sen\theta - \mu_C.\text{Cos}\,\theta\right).\left(\Delta t\right)$

$$V_{1X} = g.\left(Sen\theta - \mu_C.\text{Cos}\,\theta\right).\left(\Delta t\right).\left(\text{Cos}\,\theta\right)$$

C) Cantidad de movimiento en el eje X:

$$p_{1X} = m.V_{1X} = m.g.\left(Sen\theta - \mu_C.\text{Cos}\,\theta\right).\left(\Delta t\right).\left(\text{Cos}\,\theta\right)$$

D) El impulso es igual al producto de la Fuerza por un intervalo de tiempo pequeño.

$$I = F.\Delta t \quad \Rightarrow \quad I_1 = T_1.\Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta p_{1X} = T_1.\Delta t$$

E) El impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento en el eje horizontal:

$$m.g.\left(Sen\theta - \mu_C.\text{Cos}\,\theta\right).\left(\Delta t\right).\left(\text{Cos}\,\theta\right) = T_1.\Delta t$$

$$m.g.\left(Sen\theta - \mu_{C1}.\text{Cos}\,\theta\right).\left(\text{Cos}\,\theta\right) = T_1$$

F) relacionando las dos tensiones:

$$m.g.\left(Sen\theta - \mu_{C2}.\text{Cos}\,\theta\right).\left(\text{Cos}\,\theta\right) = T_2$$

De la condición del problema:

$$\frac{\left(Sen\theta - \mu_{C1}.\text{Cos}\,\theta\right)}{\left(Sen\theta - \mu_{C2}.\text{Cos}\,\theta\right)} = \frac{T_1}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\left(Sen\theta - 0,7.\text{Cos}\,\theta\right)}{\left(Sen\theta - 0,2.\text{Cos}\,\theta\right)} = \frac{4}{9}$$

Cambio de variable: $\dfrac{x - 0,7.\sqrt{1-x^2}}{x - 0,2.\sqrt{1-x^2}} = \dfrac{4}{9}$

$Sen\theta = 0,74 \quad \Rightarrow \quad \theta = 47,7^{\circ}$

34. CONTINUARA.

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE.

1. *Según Albert Einstein la equivalencia entre la energía "E" y la masa "m" es: $E = m.c^2$, donde "c" es la velocidad de la luz. Un fotón tiene una energía E = h.f, donde "h" es la constante de Planck y "f" la frecuencia de la luz. Determinar el momentum del fotón.
A) h.f/c B) h.f.c C) h.c/f D) c.f/h E) $h.f/c^2$

2. El momentum lineal de una partícula cambia de 3 **i** N.s a 13 **i** N.s en 0,002 segundo. Halla el impulso que recibe la partícula.
A) 2 **i** N.s B) 0,2 **i** N.s C) 0,02 **i** N.s D) 0,002 **i** N.s E) 10 **i** N.s

3. El momentum lineal de una partícula cambia de 40 **i** N.s a 120 **i** N.s en 0,05 segundo. Halla el impulso que recibe la partícula.
A) 2 **i** N.s B) 80 **i** N.s C) 4 **i** N.s D) 5 **i** N.s E) 0,4 **i** N.s

4. Una partícula tiene momentum 3 **i** N.s y el 0,1 segundo cambia a 4 **j** N.s. Halla el impulso que recibe la partícula.
A) (4 **j** - 3 **i**) N.s B) (40 **j** + 30 **i**) N.s C) (-40 **j** - 30 **i**) N.s
D) (-4 **j** + 3 **i**) N.s E) (0,4 **j** - 03 **i**) N.s

5. Un martillo golpea, con una fuerza de 40 **i** N, a una pelota. Si la interacción dura 0,05 segundo. ¿Qué impulso recibe la pelota?
A) 2 **i** N.s B) 80 **i** N.s C) 4 **i** N.s D) 5 **i** N.s E) 0,4 **i** N.s

6. *Utilizando un "taco" Diego golpea, con una fuerza de 80 **i** N, a una bola de billar. Si la interacción dura 0,25 segundo. ¿Qué impulso recibe la bola?
A) 20 **i** N.s B) 80 **i** N.s C) 40 **i** N.s D) 50 **i** N.s E) 0,45 **i** N.s

7. Cuando una pelota choca frontalmente con una pared, recibe un impulso de 30 **i** N.s. Si la interacción dura 0,01 segundo, ¿calcula la fuerza que recibe la pelota para cambiar invertir su dirección?
A) 2 **i** kN.s B) 8 **i** kN.s C) 4 **i** kN.s D) 5 **i** kN.s E) 45 **i** kN.s

8. *Un hombre de masa 50 kg camina sobre una tabla de 200 kg y 5 m de largo. Sabiendo que la tabla puede moverse libremente sin rozamiento sobre un plano horizontal, determinar el desplazamiento del hombre respecto de la superficie de la Tierra, cuando se mueve sobre la tabla de extremo a extremo en la dirección del eje "+X".
A) 2 **i** m B) 3 **i** m C) 4 **i** m D) 5 **i** m E) 6 **i** m

9. Un satélite se mueve con velocidad 8 **i** km/s con respecto de la Tierra. Dejamos caer verticalmente una carga de 50 kg lanzándola horizontalmente del satélite. Calcular la velocidad del satélite después del lanzamiento de la carga, si la masa total (incluyendo la carga) es de 450 kg.
A) 9 **i** km/s B) 8 **i** km/s C) 10 **i** km/s D) 7 **i** km/s E) 6 **i** km/s

10. En la proa y en la popa de un bote de masa 70 kg, están sentados a una distancia de 8 metros una de otra, dos personas A (80 kg) y B (50 kg). Despreciando la resistencia del agua sobre el bote, ¿qué distancia se desplazará el bote si las personas se cambian de asiento?
A) 1,2 m B) 1,6 m C) 1,8 m D) 2 m E) 2,2 m

11. Una partícula con velocidad -40 **j** N.s impacta contra el piso y rebota con velocidad +40 **j** N.s, sabiendo que la interacción demora 0,02 segundo. ¿Qué impulso recibe la partícula?
A) 20 **j** N.s B) 80 **j** N.s C) 40 **j** N.s D) 50 **j** N.s E) 45 **j** N.

12. Una pelota con velocidad (30 **i** - 40 **j)** N.s impacta contra el piso y rebota con velocidad (20 **i** + 40 **j)** N.s, sabiendo que la interacción demora 0,02 segundo. ¿Qué impulso recibe la pelota?
A) (-10 **i** + 80 **j)** N.s B) (-30 **i** + 40 **j)** N.s C) (-10 **i** - 80 **j)** N.s
D) (-20 **i** + 40 **j)** N.s E) (30 **i** + 40 **j)** N.s

13. Un cuerpo de masa 0,5 kg se mueve con velocidad (30 **i** - 40 **j**) m/s. Determinar el momentum lineal del cuerpo.
A) (-15 **i** + 40 **j)** N.s B) (80 **i** + 60 **j)** N.s C) (15 **i** - 40 **j)** N.s
D) (-60 **i** + 80 **j)** N.s E) (30 **i** + 40 **j)** N.s

14. Una pelota de masa 0,25 kg se mueve con velocidad (60 **i** - 40 **j**) m/s. Determinar el momentum lineal de la pelota.
A) (15 **i** + 40 **j)** N.s B) (80 **i** + 60 **j)** N.s C) (30 **i** - 20 **j)** N.s
D) (15 **i** - 10 **j)** N.s E) (30 **i** - 40 **j)** N.s

15. Un proyectil de masa 200 gramos cambia su cantidad de movimiento de 40 **i** (N.s) a 30 **j** (N.s) en un intervalo de 0,3 segundos. Halle le módulo del impulso que recibe el proyectil.
A) 50 N.s B) 40 N.s C) 30 N.s D) 20 N.s E) 10 N.s

16. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. Si dos partículas de igual masa tienen la misma energía cinética, entonces también tienen la misma cantidad de movimiento lineal.
II. Si dos partículas en movimiento chocan entre si, la mayor energía recibe un impulso de mayor magnitud.
III. El impulso y el momentum lineal tienen las mismas unidades.
A) VVV B) VFF C) FVF D) FFV E) FFF

17. Un bloque de 1 kg se desliza sobre un plano liso inclinado 30° respecto de la horizontal. Halle la magnitud del impulso (en N.s) debido al peso del bloque, desde que parte del reposo hasta que se desplaza 10 m sobre el plano. $\vec{g} = -10\vec{j}(m/s^2)$
A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

18. A una partícula de 0,5 kg que tiene una cantidad de movimiento igual a 20 **j** N.s se le comunica un impulso igual a (10 **i** -10 **j)** N.s, determine aproximadamente la rapidez final (en m/s) que adquiere la partícula.
A) 14 B) 20 C) 28 D) 40 E) 32

19. Un fusil cuya masa es de 5 kg dispara una bala: Si la masa de la bala es de 5 gramos y sale del fusil con una rapidez de 600 m/s, la rapidez de retroceso de fusil (en m/s) es:
A) 0,6 B) 6,0 C) $0,6\sqrt{10}$ D) $3\sqrt{10}$ E) $6\sqrt{10}$

20. Un cohete se dispara verticalmente y cuando alcanza una altura de 1 km y una velocidad de 450 **j** (m/s), el cohete explota en tres fragmentos iguales, uno de ellos con velocidad de 300 **j** (m/s) y el otro con -180 **i** (m/s) justo después de la explosión. ¿Cuál es la velocidad del tercer fragmento en m/s justo después de la explosión?

A) 180**i** + 1050**j** B) 360**i** + 525**j** C) -180**i** + 525**j**
D) 360**i** - 1050**j** E) 240**i** + 820**j**

21. Desde una pequeña nave espacial de 100 kg en reposo en el espacio vacío e ingrávido, se dispara un proyectil de 5 kg con una velocidad 12 **i** + 16 **j** (m/s). Calcule la velocidad de la pequeña nave después del disparo (en m/s):
A) 1,2 **i** B) 0,12 **i** + 0,16 **j** C) -0,12 **i** - 0,16 **j**
D) -0,6 **i** - 0,8 **j** E) 0

22. Respecto del impulso señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. Al soltar una pelota, da varios rebotes en el piso, entonces el impulso de la fuerza debido al piso es constante.
II. El impulso debido de una fuerza media es el impulso de una fuerza constante.
III. Si una pelota rebota en una pared rígida sin rozamiento, entonces $\Delta\vec{p}$ es perpendicular a la pared.
A) VVV B) FVF C) FVV D) FFF E) FFV

23. Respecto de una bolita de ping-pong que es lanzada contra una pared y regresa, indique ¿cuál de las siguientes proposiciones es correcta?:
A) El impulso sobre la bolita es cero.
B) El impulso sobre la pared es cero.
C) El impulso sobre la pared es igual al impulso sobre la bolita.
D) El impulso sobre la bolita es mucho mayor que el impulso sobre la pared.
E) El impulso sobre la pared es igual en módulo al impulso sobre la bolita.

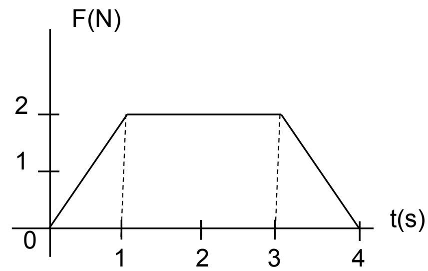
24. Sobre un cuerpo de 3 kg que se encuentra en reposo en el origen de coordenadas, actúa una fuerza que varía con el tiempo "t" (en segundos) de acuerdo con la ecuación:
F = (2+2t) **i** N. ¿Cuál es la rapidez (en m/s) del cuerpo cuando t = 3 s?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

25. *Un vagón abierto de 24 000 kg se desplaza sin fricción con rapidez de 8 m/s sobre una vía plana horizontal en un lugar donde llueve intensamente. El vagón está inicialmente vacío, si la lluvia cae verticalmente, la velocidad (en m/s) del vagón luego de recibir 40 000 kg de agua de lluvia, será:
A) 0,6 **i** B) 3,0 **i** C) 1,125 **i** D) -0,6 **i** E) -1 **i**

26. Un bloque de masa m_1 = m se desplaza sobre un plano horizontal sin fricción, con velocidad v_1 = 6 **i** m/s, luego colisiona contra un bloque m_2 = 2m que se encuentra en reposo. Si después del choque se encuentran unidos, determine la velocidad final (en m/s).
A) 6 **i** B) 1 **i** C) 2 **i** D) -6 **i** E) -1 **i**

27. Un proyectil de masa m_1 = m se dispara horizontalmente con velocidad v_1 = 600 **i** m/s, luego colisiona contra un bloque m_2 = 9m que se encuentra en reposo sobre un plano horizontal liso. Si después del choque el proyectil se adhiere al bloque, determine la velocidad final (en m/s).
A) 60 **i** B) 10 **i** C) 20 **i** D) -60 **i** E) -10 **i**

28. Sobre un cuerpo de masa de 2 kg inicialmente en reposo actúa una fuerza la cual varía con el transcurso del tiempo como se muestra en la figura. Determine el trabajo (en J) realizado por la fuerza al cabo de los 4 s que demora su acción.



A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

29. Un proyectil de masa m_1 = m se dispara horizontalmente con velocidad v_1 = 600 **i** m/s, luego colisiona contra un pájaro salvaje de masa m_2 = 9m que vuela con velocidad v_2 = -50 **i** m/s. Si después del choque el proyectil se adhiere al pájaro, determine la velocidad final (en m/s).

A) 20 **i** B) 10 **i** C) 15 **i** D) -15 **i** E) -10 **i**

30. Un pez espada de masa m_1 = m se desplaza en el agua con velocidad v_1 = 20 **i** m/s, luego colisiona contra un tiburón de masa m_2 = 9m que se mueve con velocidad v_2 = -50 **i** m/s. Si después del choque el pez espada se adhiere al tiburón, determine la velocidad final (en m/s).

A) 43 **i** B) 10 **i** C) 15 **i** D) -43 **i** E) -10 **i**

31. Un pez espada de masa m_1 = m se desplaza en el agua con velocidad v_1 = 20 **i** m/s, luego colisiona contra un tiburón de masa m_2 = 9m que se mueve con velocidad v_2 = -50 **i** m/s. Si después del choque el pez espada se adhiere al tiburón, determine la velocidad final (en m/s).

A) 43 **i** B) 10 **i** C) 15 **i** D) -43 **i** E) -10 **i**

32. Sobre un cuerpo de 0,5 kg en reposo en la superficie horizontal, se aplica una fuerza horizontal constante, la cual actúa 2 s, desplazando al cuerpo 4 m. ¿Cuál es la magnitud del impulso aplicado al cuerpo?

A) 2 N.s B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

33. Un policía de masa 80 kg se encuentra en reposo sobre patines en una pista de hielo y empieza a disparar su metralleta horizontalmente. Dispara 100 tiros. La masa de cada bala es de 0,050 kg y su velocidad al salir del arma 200 m/s, ¿cuál es la velocidad, en m/s, que adquiere el policía, suponiendo que todos los disparos salen en la misma dirección?

A) 12,5 B) 5,0 C) 10,0 D) 20,0 E) 40,0

34. Un vagón abierto de 24 toneladas se desliza sin fricción con una velocidad de 3,0 **i** (m/s) sobre una vía plana en un lugar donde llueve intensamente: El vagón esta inicialmente vacío; si la lluvia cae verticalmente, la velocidad (en m) del vagón luego de recibir 40 toneladas de agua de lluvia, será:

A) 0,6 **i** B) 1,125 **i** C) -0,125 **i** D) 2,5 **i** E) 1,5 **i**

35. Se lanza horizontalmente un cuerpo de 1 kg, desde el techo de un edificio. Si el impulso debido a la fuerza gravitacional desde su lanzamiento hasta el instante en que toca el suelo es $-20\,\vec{j}\,(N.s)$, determine la altura del edificio. $\vec{g} = -10\vec{j}(m/s^2)$

36. Un pato de 2 kg parado sobre una balsa de 10 kg se mueve (junto con la balsa) con una rapidez de 2,0 m/s. Si el pato repentinamente se eleva con una rapidez de 1,0 m/s con una dirección de 37º sobre la horizontal, determine la rapidez de la balsa (en m/s) inmediatamente después que el pato la abandona.

A) 2,24 B) 2,10 C) 1,86 D) 1,40 E) 1,36

37. Un motociclista de masa 100 kg se encuentra inicialmente en reposo sobre una tabla áspera de masa 900 kg y esta se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal perfectamente lisa. Si el motociclista comienza a moverse y el velocímetro de esta marca 20 km/h, halla la velocidad de la tabla respecto de la Tierra.

A) 9 km/h B) 6 km/h C) 4 km/h D) 2 km/h E) 0,2 km/h

38. Una granada de masa M se suelta a partir del reposo desde la azotea de un edificio de 20 m de altura. Si después de 1 segundo explota en dos pedazos iguales, sabiendo que uno de ellos disparado con velocidad de -40 **j** m/s, ¿cuál es la velocidad (en m/s) del segundo fragmento inmediatamente después de la explosión? (g = 10 m/s)

A) 10 **j** B) -20 **j** C) -10 **j** D) 15 **j** E) 20 **j**

39. Un policía de masa 80 kg se encuentra en reposo sobre patines en una pista de hielo y empieza a disparar con su metralleta en forma horizontal disparando en total 20 tiros. La masa de cada bala es 50 gramos, y sale del arma con velocidad de 200 **i** m/s. ¿Cuál es la velocidad (en m/s) que adquiere el policía, suponiendo que todos los disparos salen en la misma dirección?

A) -2,5 **i** B) -5 **i** C) -10 **i** D) -20 **i** E) -40 **i**

40. Dos cuerpos de masas $m_1 = 4kg$ y $m_2 = 1kg$ tienen la misma energía cinética. ¿Cuál es la relación de los módulos de la cantidad de movimiento $\frac{p_1}{p_2}$?

A) 1,5 B) 2,0 C) 2,5 D) 3,0 E) 3,5

41. Respecto del momentum lineal, marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:

( ) Si la fuerza externa resultante sobre un cuerpo es cero, entonces se conserva la cantidad de movimiento.

( ) El impulso es igual a cero, si el momentum lineal permanece constante.

( ) Si la fuerza externa resultante sobre un cuerpo es cero, entonces el centro de masa se encuentra en reposo o se mueve con velocidad constante.

A) FFF B) FVV C) VFV D) VVF E) VVV

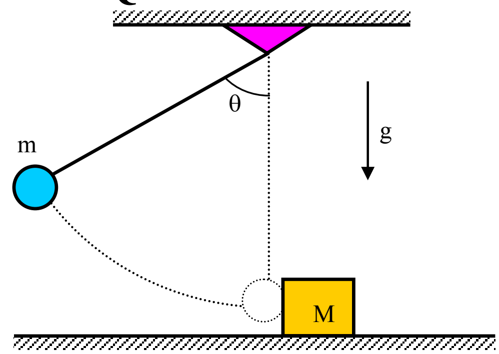
42. Respecto del momentum lineal, marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:
( ) El momentum lineal y el impulso tienen igual fórmula dimensional.
( ) El impulso es igual a la variación del momentum lineal.
( ) La cantidad de movimiento se mide en newton por segundo.
A) FFF B) FVV C) VFV D) VVF E) VVV

43. Las masas de dos cuerpos A y B son iguales. El cuerpo A cae desde una altura de 1 m y el de B desde 2 m; ambos regresas al punto de partida. Respecto a los impulsos que ambos experimentan al interaccionar con el piso, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. El impulso de la reacción normal es igual al impulso del peso en ambos casos.
II. El impulso de la reacción normal es mucho mayor que el impulso del peso en ambos casos.
III. El impulso de la reacción normal es aproximadamente igual al impulso de la fuerza resultante solo para el cuerpo B.
A) FFF B) VFF C) FVF D) FFV E) VVV

44. Respecto a la cantidad de movimiento de un sistema de partículas responda verdadero (V) o falso (F) según corresponda:
I. Sólo la resultante de fuerzas externas distintas es cero puede cambiar la cantidad del movimiento del sistema.
II. Las fuerzas internas no cambian la cantidad de movimiento del sistema por que la suma de fuerzas internas siempre es igual a cero.
III. La cantidad de movimiento de cada una de las partículas del sistema se mantiene constante.
A) VVV B) VVF C) VFV D) VFF E) FFF

45. Se dispara un proyectil haciendo un ángulo de 30° con la horizontal: Cuando el proyectil alcanza la altura máxima explota en dos fragmentos de masas iguales de tal forma que uno de ellos se mueve según la línea vertical hacia arriba. Si la explosión hace que la energía cinética inmediatamente después de la explosión es 210% de la energía cinética inicial, determine la dirección que sigue el otro fragmento respecto de la horizontal.
A) 8° B) 9° C) 10° D) 11° E) 12°

CHOQUES O COLISIONES



1. CONCEPTO: llamamos así a aquellos fenómenos de corta duración, y que se producen cada vez que dos cuerpos con movimiento relativo interaccionan por contacto, generándose entre ellos fuerzas impulsivas variables y muy intensas, las mismas que originan deformaciones y aceleraciones muy grandes, lo cual produce variaciones considerables en la velocidad de los cuerpos.

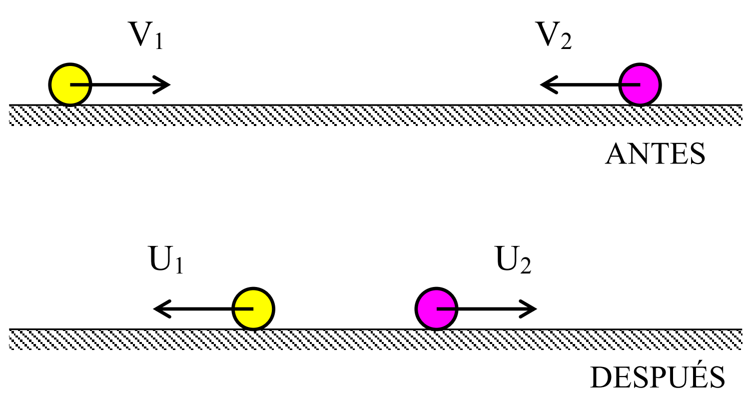
2. CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO: durante el choque se producen fuerzas internas muy grandes, de tal manera que las fuerzas externas como la fuerza de gravedad son despreciables. Por consiguiente, la cantidad de movimiento instante antes del choque es igual a la cantidad de movimiento instante después del choque.

$$\vec{P}_{antes\ del\ choque} = \vec{P}_{despues\ del\ choque}$$

3.COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN (e): es una cantidad adimensional (no tiene unidades) que cinemáticamente se define como la relación entre la velocidad relativa de alejamiento **después** del choque, entre, la velocidad relativa de acercamiento antes del choque.

$$e = \frac{\left\| Velocidad\ relativa\ de\ alejamiento \right\|}{\left\| Velocidad\ relativa\ de\ acercamiento \right\|}$$

Variación del valor de e: $0 \leq e \leq 1$



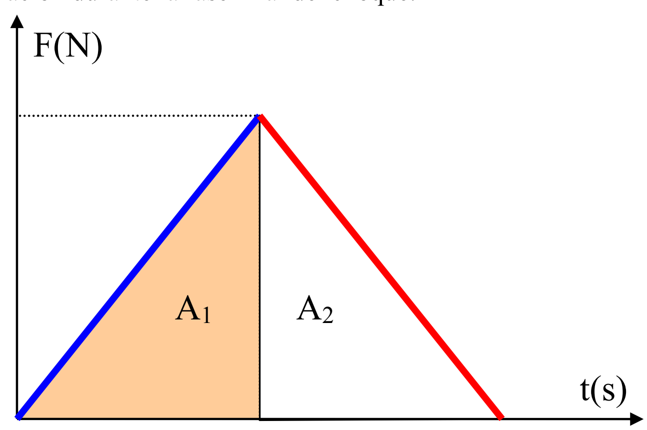
Para este caso particular: $$e = \frac{\|U_1 + U_2\|}{\|V_1 + V_2\|} \leq 1$$

TIPOS DE CHOQUES: el valor del coeficiente de restitución está íntimamente vinculado con la perdida de energía cinética durante el choque.

4. CHOQUE PERFECTAMENTE ELÁSTICO (e = 1): son aquellas en donde los cuerpos luego del choque conservan la misma energía cinética. Asimismo, la deformación experimental por los cuerpos durante el choque solo es temporal, observándose que cada uno recupera su forma original terminado el choque. Además, se verifica que:

$$e = \frac{A_2}{A_1} = 1$$

A_1: área de deformación durante la fase inicial del choque.
A_2: área de recuperación durante la fase final del choque.

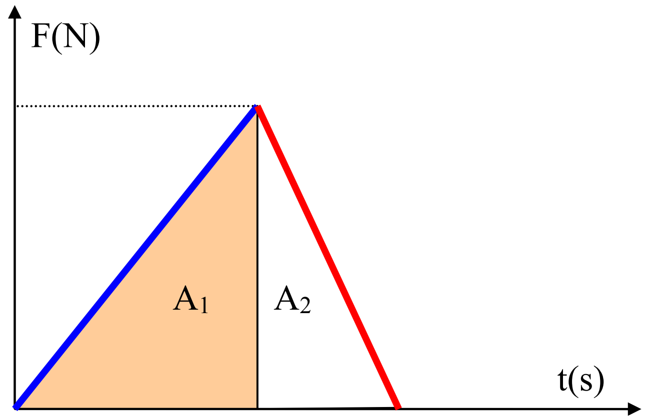


La ***energía cinética*** se conserva instante antes del choque e instante después del choque.

5. CHOQUE ELÁSTICO (e): en estos choques los cuerpos presentan deformaciones luego de su separación. Esto es una consecuencia del trabajo realizado por las fuerzas impulsivas, lo que conduce a una disminución de la energía cinética total de los cuerpos. Además, se verifica que:

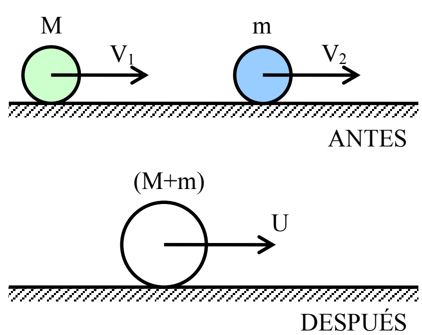
$$e = \frac{A_2}{A_1} < 1 \quad \Rightarrow \quad 0 < e < 1$$

A_1: área de deformación durante la fase inicial del choque.
A_2: área de recuperación durante la fase final del choque.



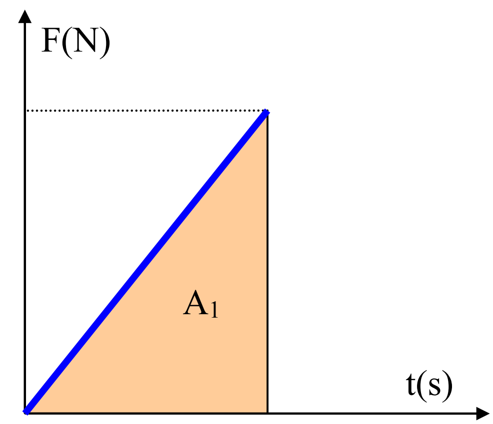
La ***energía cinética*** des pues del choque es menor que la energía cinética instante antes del choque. La energía cinética que se pierde se transforma en, la deformación de los cuerpos, sonido, calor y otras formas de energía.

6.CHOQUE PERFECTAMENTE INELÁSTICO (e = 0): se les llama también choques plásticos, y se caracterizan porque los cuerpos durante el choque reciben un trabajo por parte de las fuerzas internas que los obliga a mantenerse unidos y continuar su movimiento en esa forma. Esto nos sugiere que la energía cinética total de los cuerpos es menor después del choque, y ello debido a una fuga de energía bajo la forma de calor y en la deformación de los cuerpos. Además, se verifica que:



$$e = \frac{A_2}{A_1} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A_2 = 0$$

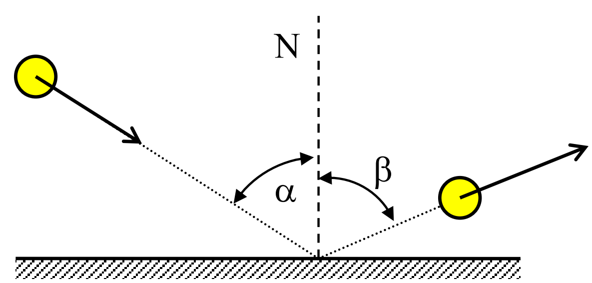
A_1: área de deformación durante la fase inicial del choque.
A_2: área de recuperación durante la fase final del choque.



La ***energía cinética*** que se pierde se invierte en la deformación de los cuerpos y en otras formas de energía como sonido y calo.

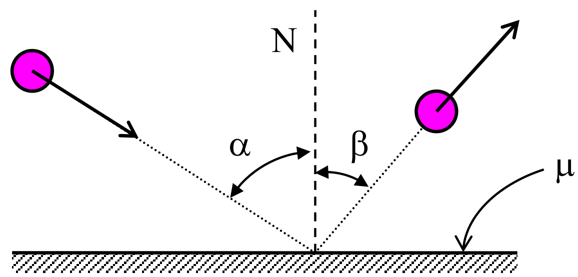
7.LEY DE REFLEXIÓN DE LOS CHOQUES: Durante el choque oblicuo de un cuerpo (pelota o partícula) con la superficie (pared, piso, plano inclinado) se verifica que el coeficiente de restitución depende "e", se relaciona con, los ángulos de incidencia y de reflexión respecto de la línea normal.
α: ángulo de incidencia respecto de la línea normal N.
β: ángulo de reflexión respecto de la línea normal N.

$$e = \frac{Tg\alpha}{Tg\beta} \leq 1$$



De la ecuación deducimos que el ángulo de incidencia es menor o igual al ángulo de reflexión cuando la superficie es lisa.

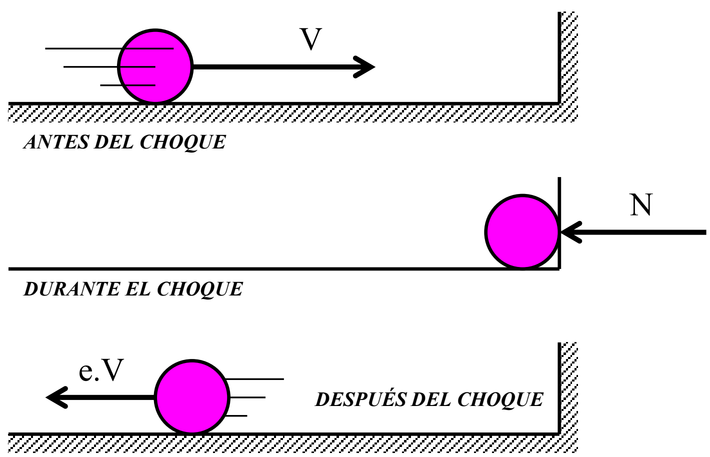
8. EL COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN Y LA FUERZA DE ROZAMIENTO: cuando el cuerpo (pelota) choca contra la superficie (piso) la fuerza de rozamiento hace que el ángulo de reflexión sea menor que el ángulo de incidencia, verificándose que:



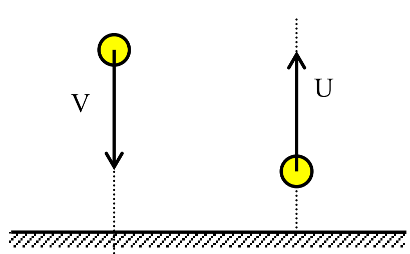
$$e = \frac{Tg\alpha - \mu}{Tg\beta + \mu} \leq 1$$

9. **CHOQUE FRONTAL CONTRA LA SUPERFICIE**: Cuando el cuerpo choca contra una superficie (pared, piso, plano inclinado) la rapidez de rebote (U) es igual al producto de la rapidez de incidencia (V) por el coeficiente de restitución (e). Verificándose que:

$U = e.V$



10. **ALTURA MÁXIMA DE REBOTE**: Si soltamos un cuerpo (pelota) desde una altura H, la atura máxima de rebote (h) es:



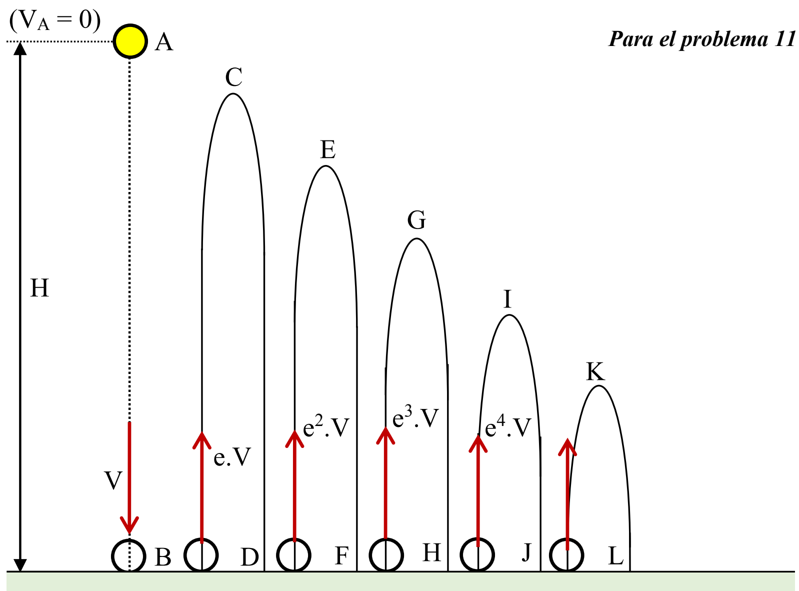
CHOQUE CONTRA EL PISO

$h = e^2.H$

al término del enésimo rebote la altura máxima que alcánzale cuerpo es: $h = e^{2n}.H$

11. TIEMPO DE REBOTE EN CAIDA LIBRE VERTICAL.

Desde una altura H, se deja caer una esfera la cual realiza sendos choques inelásticos en el piso, así sucesivamente hasta que se detiene. Si el coeficiente de restitución del choque es e. El tiempo que emplea la esfera desde que se soltó hasta que se detiene es:

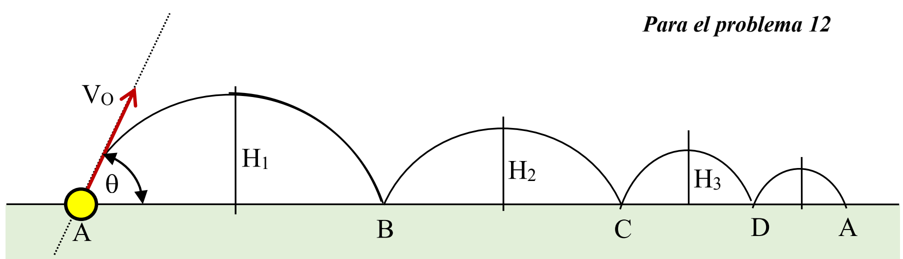


Para el problema 11

$$t_{TOTAL} = \sqrt{\frac{2H}{g}}.\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$$

12. ALCANCE HORIZONTAL DESPUÉS DE MUCHOS REBOTES.

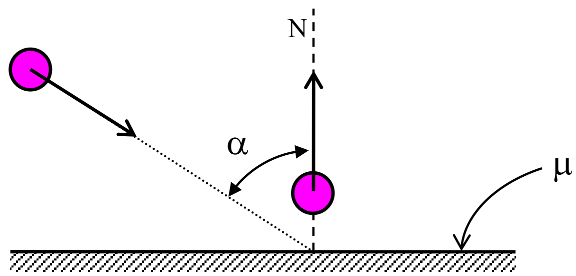
Se lanza una pelota con velocidad V_0 tal que forma un ángulo θ respecto de la horizontal. El coeficiente de restitución e. El alcance horizontal total, hasta que la pelota deja de rebotar es:



Para el problema 12

$$d_T = \frac{Sen2\theta.(V_0)^2}{(1-e).g}$$

13. REBOTE PERPENDICULAR. Una pelota rebota sobre una superficie horizontal tal como se muestra. Si el coeficiente de restitución es (e) y el coeficiente de fricción estático (μ), encuentre la relación entre el ángulo de incidencia (α) en función de $(e \text{ y } \mu)$.



$$\text{Tan}\,\alpha = \mu.(1+e)$$

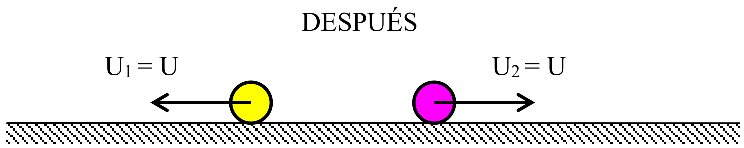
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

1. Dos deslizadores de masas m_1 y m_2 son libres de moverse sobre una superficie completamente lisa. Uno de ellos se encuentra en reposo y el otro se dirige hacia él. El choque es elástico, luego del cual los deslizadores tienen igual rapidez y direcciones opuestas. ¿Cuál es la relación $\frac{m_1}{m_2}$ entre las masas?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.

Para el problema 01



SEGUNDO PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

$$\Sigma\vec{p}(a.ch) = \Sigma\vec{p}(d.ch) \Rightarrow m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 = m_1.\vec{U}_1 + m_2.\vec{U}_2$$

$$m_1.V_1 + m_2.(0) = m_1.(-U) + m_2.(U)$$

$$m_1.V_1 = U.(m_2 - m_1) \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. El choque es perfectamente elástico $(e = 1)$

$$e = \frac{\|V.R(alejamiento)\|}{\|V.R(acercamiento)\|} \Rightarrow 1 = \frac{\|\vec{U}_2 - \vec{U}_1\|}{\|\vec{V}_1 - \vec{V}_2\|} = \frac{U - (-U)}{V_1 - 0}$$

$$1 = \frac{U + U}{V_1} \Rightarrow V_1 = 2U \quad \ldots (2)$$

CUARTO PASO. Resolviendo as ecuaciones (1) y (2):

$$m_1.(2U) = U.(m_2 - m_1) \Rightarrow 2.m_1 = m_2 - m_1$$

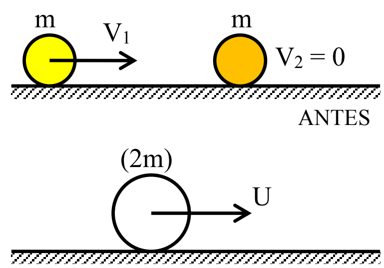
Resolviendo: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

2. Una esfera de 3 kg se mueve sobre una mesa lisa con velocidad de $4(i)\ m.s^{-1}$ y colisiona con otra de la misma masa que está en reposo. Si el choque es frontal y completamente inelástico (plástico). ¿Qué cantidad de calor se desprende durante el choque?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.

SEGUNDO PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.



Para el problema 02

$$\Sigma\vec{p}(a.ch)=\Sigma\vec{p}(d.ch) \Rightarrow m_1.\vec{V}_1+m_2.\vec{V}_2=(m_1+m_2).\vec{U}$$

$$(3).(4)+(3).(0)=(3+3).U \Rightarrow U=2\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía.

$$E_C(a.ch)=E_C(d.ch)+Q$$

$$\frac{1}{2}m_1.(V_1)^2+\frac{1}{2}m_1.(V_2)^2=\frac{1}{2}(m_1+m_2).(U)^2+Q$$

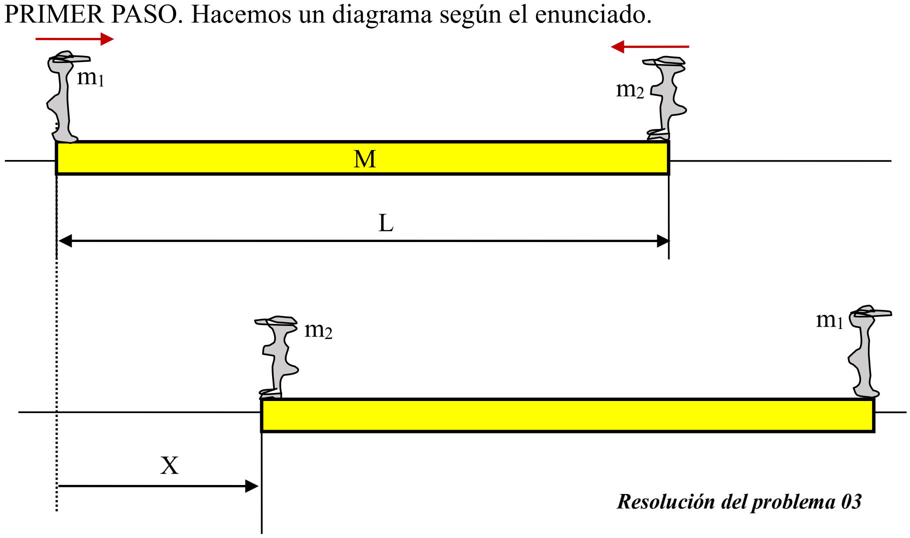
$$\frac{1}{2}(3).(4)^2+\frac{1}{2}(3).(0)^2=\frac{1}{2}(3+3).(2)^2+Q \Rightarrow Q=12\,J$$

Respuesta. Se desprende 12 J de energía en forma de calor.

3. Dos personas de masas $m_1\ y\ m_2$ se encuentran parados en los extremos sobre balsa de masa M y de largo L. Si las personas cambian de posición, ¿Cuál es el desplazamiento de la balsa?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama según el enunciado.



Resolución del problema 03

SEGUNDO PASO. Siendo el lago de aguas tranquilas, consideramos un sistema aislado al hombre más la tabla $(m_1 \ y \ M_1)$. Aplicamos el teorema de la cantidad de movimiento en función de velocidades relativas.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues)$$

$$\vec{0} = m_1.\vec{V}_{1/T} + m_2.\vec{V}_{2/T} + (m_1 + m_2 + M).\vec{V}_T$$

$$0 = m_1.\left(\frac{L}{\Delta t}\right) + m_2.\left(-\frac{L}{\Delta t}\right) + (m_1 + m_2 + M).\left(\frac{X}{\Delta t}\right)$$

$$0 = m_1.(L) + m_2.(-L) + (m_1 + m_2 + M).(X)$$

$$X = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M}\right).L$$

TERCER PASO. Analizamos los siguientes casos:

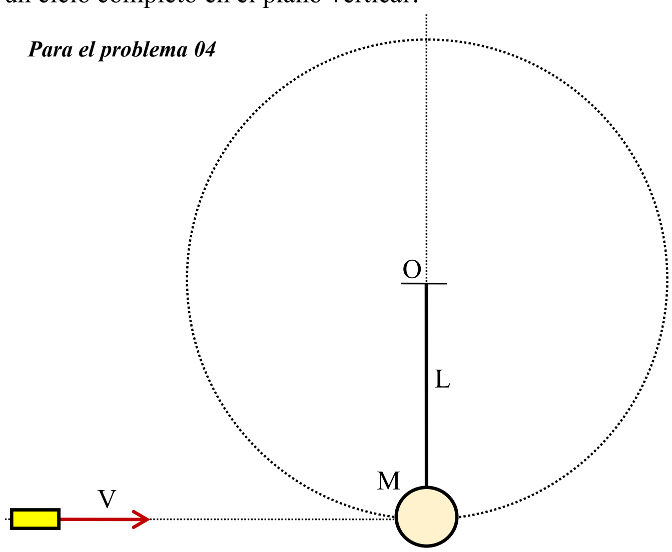
a) $Si: m_1 \langle \ m_2$ la balsa se mueve hacia la derecha.

b) $Si: m_1 \rangle \ m_2$ la balsa se mueve hacia la izquierda.

c) $Si: m_1 = m_2$ la balsa no se desplaza.

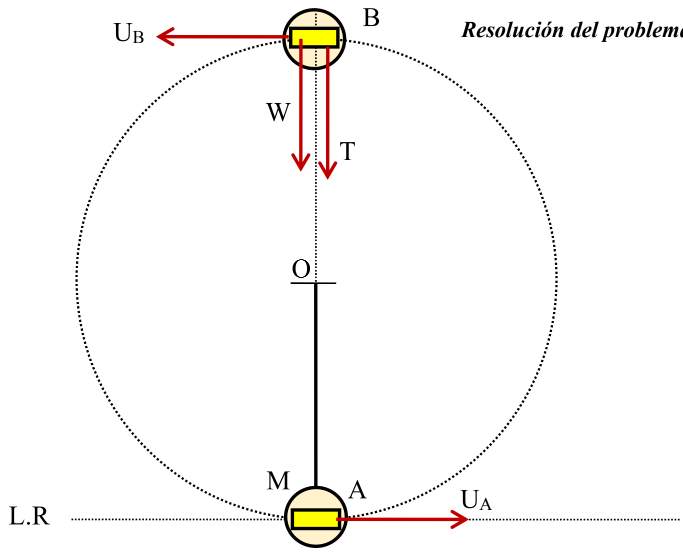
4. Una esfera de masa “M” pende de un hilo de longitud “L”, La esfera es golpeada horizontalmente por un proyectil de más a “m” y que se adhiere a ella. ¿Cuál debe ser la velocidad mínima del proyectil para que después de golpear la esfera, este alcance a realizar un ciclo completo en el plano vertical?

Para el problema 04



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del sistema formado por la esfera más el proyectil, en el punto más alto. $W = (M + m).g$



Resolución del problema 04

SEGUNDO PASO. Aplicamos la definición de la fuerza centrípeta en el punto "B",

$$F_C = (M+m).a_C \quad \Rightarrow \quad F_C = (M+m).\frac{(U_B)^2}{L}$$

$$W + T = (M+m).\frac{(U_B)^2}{L} \quad \Rightarrow \quad T = (M+m).\frac{(U_B^2 - g.L)}{L}$$

De la ecuación anterior se deduce que para:

a) $T \rangle 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 \rangle g.L$ entonces da una vuelta.

b) $T \langle 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 \langle g.L$ entonces no da una vuelta.

c) $T = 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 = g.L$ es un punto crítico.

Por lo tanto: en el punto B, $T = 0 \Rightarrow \quad U_B = \sqrt{g.L}$ … (1)

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica, inmediatamente después del choque inelástico $(e = 0)$

$$EM(en\,A) = EM(en\,B) \quad \Rightarrow \quad E_P(A) + E_C(A) = E_P(B) + E_C(B)$$

$$0 + \frac{1}{2}.(m+M).(U_A)^2 = (m+M).g.(2L) + \frac{1}{2}.(m+M).(U_B)^2 \quad \ldots (2)$$

$$\frac{1}{2}.(U_A)^2 = g.(2L) + \frac{1}{2}.(U_B)^2 \quad \Rightarrow \quad U_A = \sqrt{5.g.L} \quad \ldots (3)$$

CUARTO PASO. Principio de conservación del momentum lineal, en el instante antes e instante después del choque.

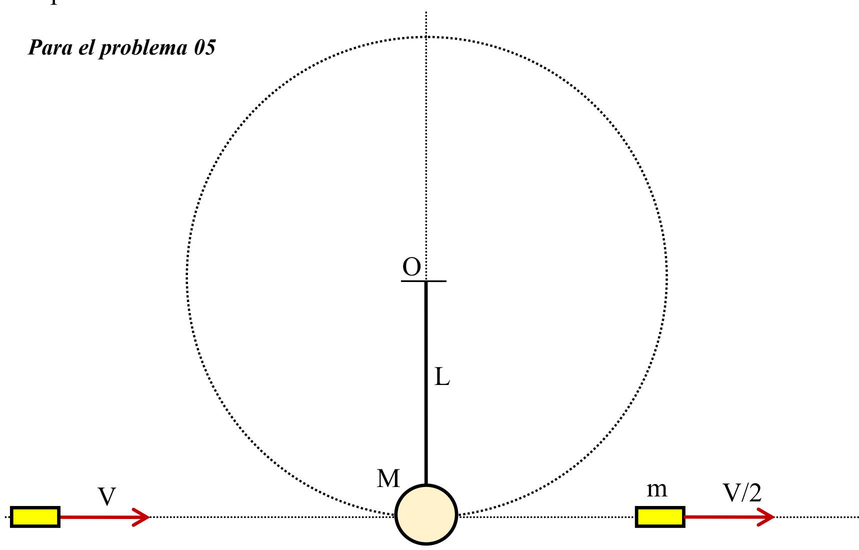
$$\vec{p}_{ANTES} = \vec{p}_{DESPUES} \quad \Rightarrow \quad m.V = (m+M).U_A$$

Reemplazando (3) en (4):

La velocidad mínima del proyectil es: $V_{MINIMA} = \dfrac{(m+M)\sqrt{5.g.L}}{m}$

5. Una bala de masa "m" con velocidad "V" pasa a través de la esfera de un péndulo de masa "M", saliendo con velocidad "V/2", tal como se muestra. La esfera pendular cuelga del extremo de la cuerda de largo "L". ¿Cuál es el menor valor de "V" par el cuál el péndulo completará una circunferencia?

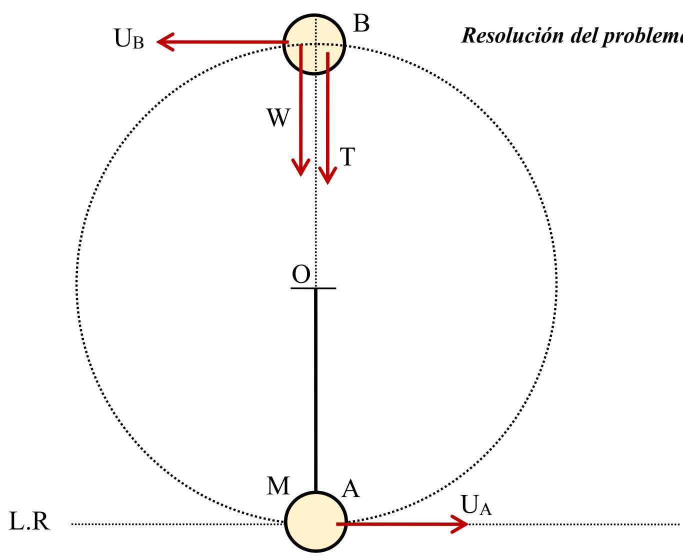
Para el problema 05



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del sistema formado por la esfera más el proyectil, en el punto más alto. $W = (M).g$

Resolución del problema 05



SEGUNDO PASO. Aplicamos la definición de la fuerza centrípeta en el punto "B",

$$F_C = (M).a_C \quad \Rightarrow \quad F_C = (M).\frac{(U_B)^2}{L}$$

$$W + T = (M).\frac{(U_B)^2}{L} \quad \Rightarrow \quad T = (M).\frac{(U_B^2 - g.L)}{L}$$

De la ecuación anterior se deduce que para:

a) $T \rangle\ 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 \rangle\ g.L$ entonces da una vuelta.

b) $T \langle\ 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 \langle\ g.L$ entonces no da una vuelta.

c) $T = 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 = g.L$ punto crítico.

Por lo tanto: en el punto B, $T = 0 \Rightarrow \quad U_B = \sqrt{g.L}$ … (1)

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica, inmediatamente después del choque.

$$EM(en\,A) = EM(en\,B) \quad \Rightarrow \quad E_P(A) + E_C(A) = E_P(B) + E_C(B)$$

$$0 + \frac{1}{2}.(M).(U_A)^2 = (M).g.(2L) + \frac{1}{2}.(M).(U_B)^2 \; \ldots (2)$$

$$\frac{1}{2}.(U_A)^2 = g.(2L) + \frac{1}{2}.(U_B)^2 \quad \Rightarrow \quad U_A = \sqrt{5.g.L} \; \ldots (3)$$

CUARTO PASO. Principio de conservación del momentum lineal, en el instante antes e instante después del choque.

$$\vec{p}_{ANTES} = \vec{p}_{DESPUES} \quad \Rightarrow \quad m.V = m.\left(\frac{V}{2}\right) + (M).U_A \; \ldots (4)$$

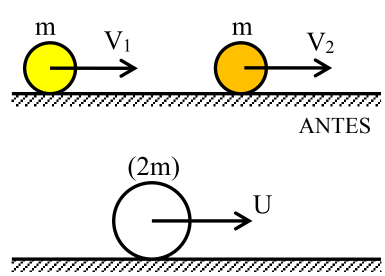
Reemplazando (3) en (4):

La velocidad mínima del proyectil es: $V_{MINIMA} = \left(\frac{2M}{m}\right)\sqrt{5.g.L}$

6. Una esfera de 3 kg se mueve sobre una mesa lisa con velocidad de $4(i)\ m.s^{-1}$ y colisiona con otra de la misma masa que está en la misma línea recta y se mueve con velocidad de $2(i)\ m.s^{-1}$. Si el choque es frontal y completamente inelástico (plástico). ¿Qué cantidad de calor se desprende durante el choque?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.



Para el problema 06

SEGUNDO PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

$$\Sigma\vec{p}(a.ch) = \Sigma\vec{p}(d.ch) \Rightarrow m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 = (m_1 + m_2).\vec{U}$$

$$(3).(4)+(3).(2) = (3+3).U \Rightarrow U = 3\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía.

$$E_C(a.ch) = E_C(d.ch) + Q$$

$$\frac{1}{2}m_1.(V_1)^2 + \frac{1}{2}m_1.(V_2)^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2).(U)^2 + Q$$

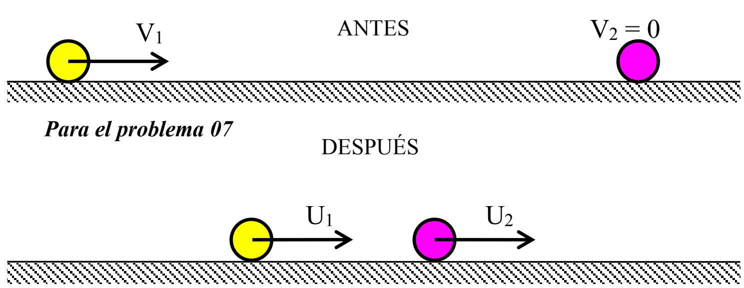
$$\frac{1}{2}(3).(4)^2 + \frac{1}{2}(3).(2)^2 = \frac{1}{2}(3+3).(3)^2 + Q \Rightarrow Q = 3\,J$$

Respuesta. Se desprende 3 J de energía en forma de calor.

7. Una esfera de 2 kg se desplaza con velocidad de $3(i)\ m.s^{-1}$ sobre una mesa sin fricción y colisiona frontalmente con otra idéntica y estacionaria. Sabiendo que el coeficiente de restitución entre las esferas es 0,6. ¿Qué cantidad de calor se desprende durante el choque?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.



Para el problema 07

SEGUNDO PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

$$\Sigma\vec{p}(a.ch) = \Sigma\vec{p}(d.ch) \Rightarrow m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 = m_1.\vec{U}_1 + m_2.\vec{U}_2$$

$$m.(3) + m.(0) = m.U_1 + m.U_2 \Rightarrow U_1 + U_2 = 3 \ \ldots\ (1)$$

TERCER PASO. El choque es perfectamente elástico $(e=1)$

$$e = \frac{\|V.R(alejamiento)\|}{\|V.R(acercamiento)\|} \Rightarrow 0,6 = \frac{\|\vec{U}_2 - \vec{U}_1\|}{\|\vec{V}_1 - \vec{V}_2\|} = \frac{U_2 - U_1}{V_1 - 0}$$

$$0,6 = \frac{U_2 - U_1}{3-0} \Rightarrow U_2 - U_1 = 1,8 \ \ldots\ (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

$$U_1 = 0,6\ m.s^{-1} \quad y \quad U_2 = 2,4\ m.s^{-1}$$

CUARTO PASO: Principio de conservación de la energía.

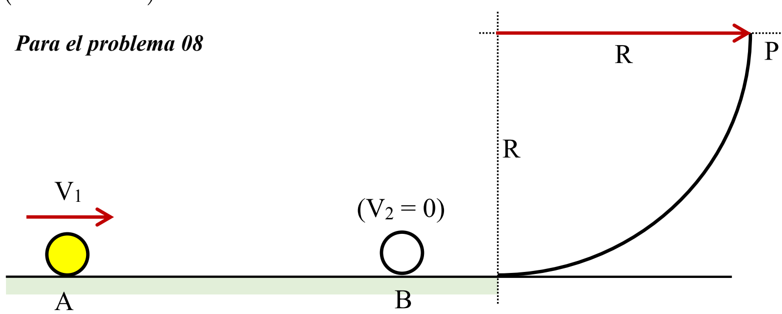
$$E_C(a.ch) = E_C(d.ch) + Q$$

$$\frac{1}{2}m_1.(V_1)^2+\frac{1}{2}m_2.(V_2)^2=\frac{1}{2}m_1.(U_1)^2+\frac{1}{2}m_2.(U_2)^2+Q$$
$$\frac{1}{2}(2).(3)^2+\frac{1}{2}(2).(0)^2=\frac{1}{2}(2).(0,6)^2+\frac{1}{2}(2).(2,4)^2+Q$$
$$9=0,36+5,76+Q \quad \Rightarrow \quad Q=2,88\,J$$

Respuesta. Se desprende 2,88 J de energía en forma de calor.

8. Se muestra dos esferas A y B idénticas y realizan un choque plástico. Calcular la mínima velocidad de la esfera A, talque después del choque lleguen a las justas al punto P. $R=5\,m$ $\left(g=10\ m.s^{-2}\right)$

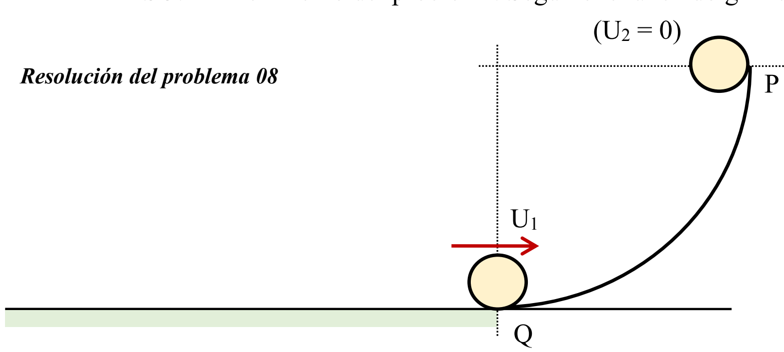
Para el problema 08



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.

Resolución del problema 08



SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM\left(en\,Q\right)=EM\left(en\,P\right) \quad \Rightarrow \quad E_C\left(en\,Q\right)=E_P\left(en\,P\right)$$
$$\frac{1}{2}.\left(m_1+m_2\right).\left(U_1\right)^2=\left(m_1+m_2\right).g.\left(R\right) \quad \Rightarrow \left(U_1\right)^2=2.g.\left(R\right)$$
$$\left(U_1\right)^2=2.(10).(5) \quad \Rightarrow \quad U_1=10\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

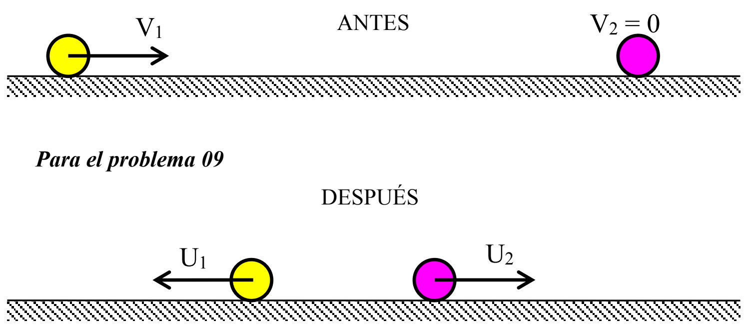
$$\Sigma\vec{p}\left(a.ch\right)=\Sigma\vec{p}\left(d.ch\right) \quad \Rightarrow \quad m_1.\vec{V}_1+m_2.\vec{V}_2=\left(m_1+m_2\right).\vec{U}_1$$
$$\left(m\right).\left(V_1\right)+\left(m\right).\left(0\right)=\left(m+m\right).\left(10\right) \quad \Rightarrow \quad V_1=20\ m.s^{-1}$$

Respuesta. La velocidad inicial de la esfera es A es 20 m/s.

9. Una esfera de masa $m_1 = m$ se mueve con velocidad $V_1 = 20(i)\ m.s^{-1}$ sobre una pista lisa y realiza un choque perfectamente elástico con otra esfera de masa $m_2 = 3m$ inicialmente en reposo. Calcular la velocidad del centro de masa de las esferas y las velocidades de las esferas después del choque.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.



Para el problema 09

SEGUNDO PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

$$\Sigma\vec{p}(a.ch) = \Sigma\vec{p}(d.ch) \Rightarrow m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 = m_1.\vec{U}_1 + m_2.\vec{U}_2$$

$$m.(20)+(3m).(0) = m.(-U_1)+(3m).(U_2) \Rightarrow 3.U_2 - U_1 = 20 \ \ldots (1)$$

TERCER PASO. El choque es perfectamente elástico $(e=1)$

$$e = \frac{\|V.R(alejamiento)\|}{\|V.R(acercamiento)\|} \Rightarrow 1 = \frac{\|\vec{U}_2 - \vec{U}_1\|}{\|\vec{V}_1 - \vec{V}_2\|} = \frac{U_2 + U_1}{V_1 - 0}$$

$$1 = \frac{U_2 + U_1}{20 - 0} \Rightarrow U_2 + U_1 = 20 \ \ldots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

$$U_1 = 10\ m.s^{-1} \quad y \quad U_2 = 10\ m.s^{-1}$$

CUARTO PASO. La velocidad del centro de masa antes de la colisión es:

$$\vec{V}_{CM} = \frac{m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2}{m_1 + m_2} = \frac{(m).(20)+(3m).(0)}{m+3m} = 5\ m.s^{-1}$$

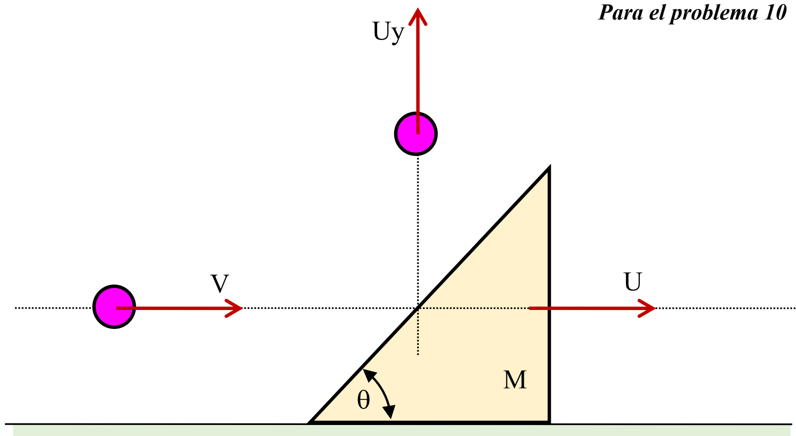
QUINTO PASO. La velocidad del centro de masa antes de la colisión es:

$$\vec{V}_{CM} = \frac{m_1.\vec{U}_1 + m_2.\vec{U}_2}{m_1 + m_2} = \frac{(m).(-10)+(3m).(10)}{m+3m} = 5\ m.s^{-1}$$

Respuesta. En todo sistema aislado, la velocidad del centro masa se mantiene constante.

10. Se muestra una cuña de masa M inicialmente en reposo. Si se lanza horizontalmente una esfera pequeña de masa “m”, determinar la medida del ángulo θ de tal manera que después del choque perfectamente elástico, la esfera rebota verticalmente. Desprecie toda forma de rozamiento. $(7.M = 16.m)$

Para el problema 10



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento en el eje horizontal.

$$\vec{p}_X(antes\,choque) = \vec{p}_X(despues\,choque)$$

$$m.V = M.U \quad \Rightarrow \quad V = \left(\frac{M}{m}\right).U \quad \ldots (1)$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos el principio de conservación de la energía cinética, por tratarse de un choque perfectamente elástico $(e = 1)$ tenemos:

$$E_C(antes\,choque) = E_C(despues\,choque)$$

$$\frac{1}{2}.m.(V)^2 = \frac{1}{2}.m.(U)^2 + \frac{1}{2}.M.(Uy)^2 \quad \ldots (2)$$

TERCER PASO. Reemplazando (1) en (2):

$$(Uy)^2 = \left(\frac{M}{m} - 1\right).\left(\frac{M}{m}\right).(U)^2 \quad \ldots (3)$$

CUARTO PASO. Definición del coeficiente de restitución (e), para coques frontales o perpendiculares, luego hay la necesidad de descomponer las velocidades y tomaremos como referencia la dirección perpendicular a la cuña.

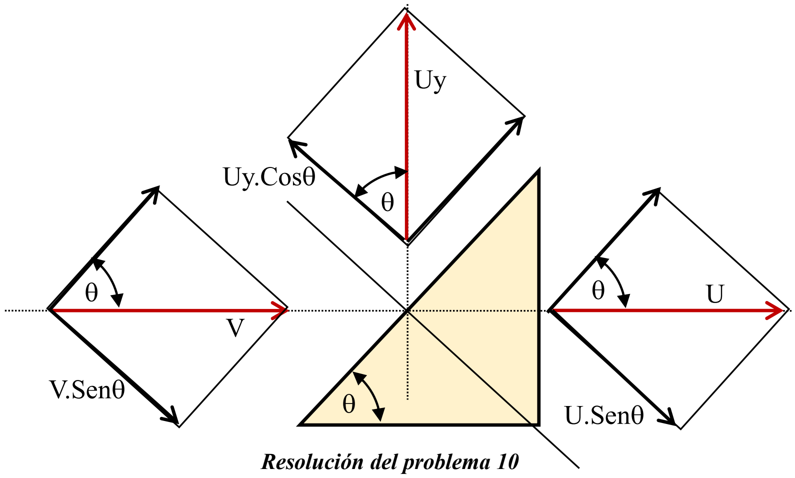
$$e = \frac{\|V.R(alejamiento)\|}{\|V.R(acercamiento)\|} \quad \Rightarrow \quad e = \frac{\|\vec{U}_2 - \vec{U}_1\|}{\|\vec{V}_1 - \vec{V}_2\|}$$

$$1 = \frac{Uy.\text{Cos}\,\theta + U.Sen\theta}{V.Sen\theta} \quad \Rightarrow \quad \text{Tan}\,\theta = \frac{Uy}{V - U} \quad \ldots (4)$$

Reemplazando (1) en (4):

$$\text{Tan}\,\theta = \sqrt{\frac{M}{M - m}} \quad \Rightarrow \quad \text{Tan}\,\theta = \sqrt{\frac{16}{16 - 7}} = \frac{4}{3}$$

Respuesta: La medida del ángulo es $\theta = 53^{\circ}$



Resolución del problema 10

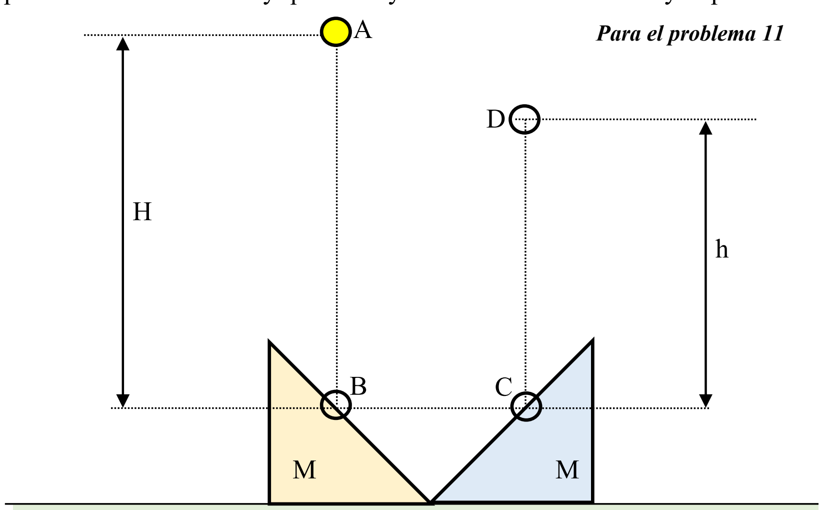
OBSERVACIÓN. Si la masa de la esfera es muy pequeña comparada con la masa de la cuña:

$$\text{Tan}\,\theta=\sqrt{\frac{1}{1-\dfrac{m}{M}}}\quad (m \ll M) \;\Rightarrow\; \text{Tan}\,\theta = 1 \;\Rightarrow\; \theta = 45^{\circ}$$

La pelota de masa muy pequeña comparada con la masa de la cuña, rebota en forma vertical.

11. En un plano horizontal descansan dos cuñas cuyos ángulos de inclinación son iguales a 45º y la masa de cada una de ellas es M. Desde una altura H cae libremente una esferita de masa "m"$(m \ll M)$, que choca primero a una cuña, luego la otra y rebota verticalmente hacia arriba. Encontrar la altura a la cual rebota la esferita. Tener en cuenta que ambos choques son perfectamente elásticos y que no hay fricción entre las cuñas y el plano horizontal.

Para el problema 11



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Por caída libre vertical, de la esfera instante antes del primer choque es:

$$V_0 = \sqrt{2.g.H} \quad \dots (1)$$

SEGUNDO PASO. La cantidad de movimiento se conserva en el eje X, en el primer choque.

$$\vec{p}_X\left(a.ch\right)=\vec{p}_X\left(d.ch\right)$$

$$0=m.V_1-M.U_1 \quad\Rightarrow\quad U_1=\left(\frac{m}{M}\right).V_1 \quad \ldots (2)$$

TERCER PASO. Aplicamos el principio de conservación de la energía cinética, por tratarse de un movimiento perfectamente elástico $(e=1)$ tenemos:

$$E_C\left(antes\, choque\right)=E_C\left(despues\, choque\right)$$

$$\frac{1}{2}.m.\left(V_0\right)^2=\frac{1}{2}.m.\left(V_1\right)^2+\frac{1}{2}.M.\left(U_1\right)^2 \quad \ldots (3)$$

CUARTO PASO. Reemplazamos (1) y (2) en (3):

$$\left(V_1\right)^2=\left(\frac{m+M}{M}\right).\left(2.g.H\right) \quad \ldots (4)$$

QUINTO PASO. La cantidad de movimiento se conserva en el eje X, en el segundo choque:

$$\vec{p}_X\left(a.ch\right)=\vec{p}_X\left(d.ch\right)$$

$$m.V_1=M.U_1 \quad\Rightarrow\quad U_2=\left(\frac{m}{M}\right).V_1 \quad \ldots (5)$$

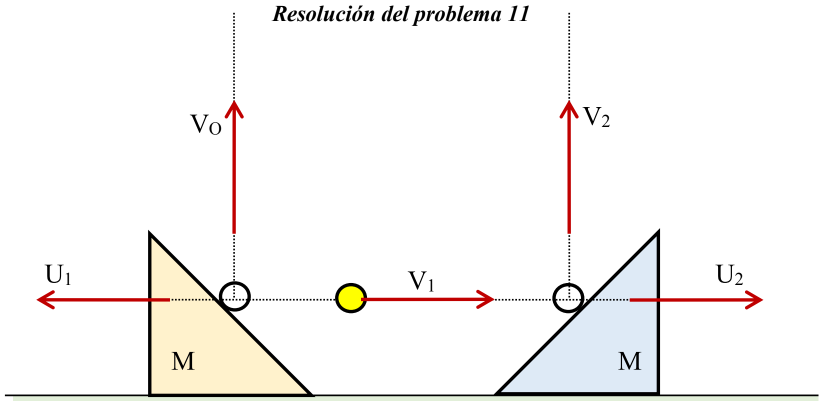
SEXTO PASO. Después del segundo choque la esfera tiene V_2 y alcanza una altura máxima "h" entonces deducimos que: $V_2=\sqrt{2.g.h}$

SÉPTIMO PASO. Aplicamos el principio de conservación de la energía cinética, para un choque perfectamente elástico.

$$E_C\left(antes\, choque\right)=E_C\left(despues\, choque\right)$$

$$\frac{1}{2}.m.\left(V_1\right)^2=\frac{1}{2}.m.\left(V_2\right)^2+\frac{1}{2}.M.\left(U_2\right)^2 \quad \ldots (7)$$

Resolución del problema 11



OCTAVO PASO. reemplazando (4), (5) y (6) en (7):

$$h=\left(\frac{M-m}{M+m}\right).H \quad\Rightarrow\quad h=\left(\frac{1-\frac{m}{M}}{1+\frac{m}{M}}\right).H$$

OBSERVACIÓN: Si la masa de la esfera es muy pequeña comparada con la masa de la cuña: $(m\ll M) \quad\Rightarrow\quad h\approx H$.

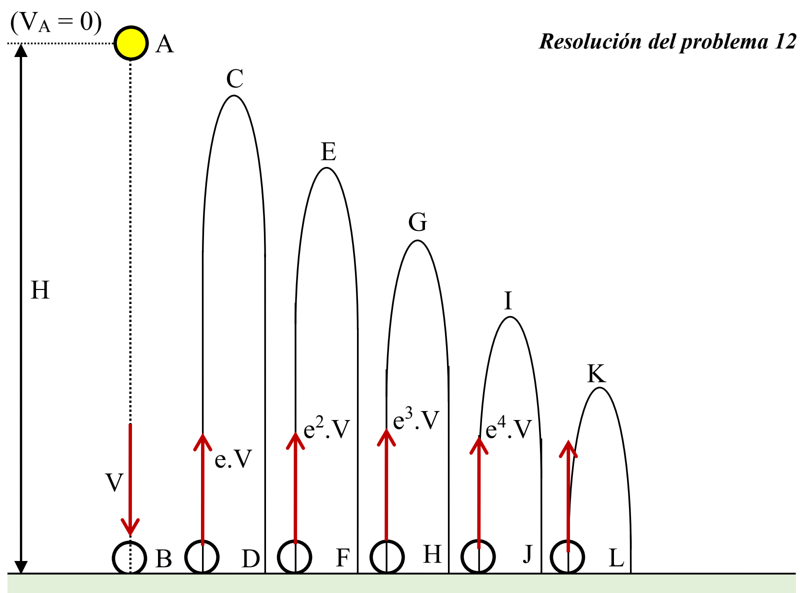
12. Desde una altura H, se deja caer una esfera la cual realiza sendos choques inelásticos en el piso, así sucesivamente hasta que se detiene. Si el coeficiente de restitución del choque es e. Determinar el tiempo que emplea la esfera desde que se soltó hasta que se detiene.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos lay leyes de caída libre en el tramo AB. La velocidad inicial de la esfera es nula:

$$\text{Tiempo de caída: } t_{AB} = \sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

Velocidad de impacto por primera vez: $V_B = g.t_{AB} \quad \Rightarrow \quad V_B = \sqrt{2.g.H}$



Resolución del problema 12

SEGUNDO PASO. Aplicamos lay leyes de caída libre en el tramo BC. La velocidad rebote de la esfera en B es: $V_{IB} = e.V_B \quad \Rightarrow \quad V_{IB} = e.\sqrt{2.g.H}$

$$V_{FC} = V_{IB} - g.t_{BC} \;\Rightarrow\; 0 = e.\sqrt{2gH} - g.t_{BC}$$

Tiempo de subida: $t_{BC} = e.\sqrt{\dfrac{2.H}{g}}$

TERCER PASO. Aplicamos lay leyes de caída libre en el tramo DE. La velocidad rebote de la esfera en D es: $V_{ID} = e.V_{IB} \quad \Rightarrow \quad V_{ID} = e^2.\sqrt{2.g.H}$

$$V_{FD} = V_{IC} - g.t_{CD} \;\Rightarrow\; 0 = e^2.\sqrt{2gH} - g.t_{CD}$$

Tiempo de subida: $t_{DE} = e^2.\sqrt{\dfrac{2.H}{g}}$

CUARTO PASO. Aplicamos lay leyes de caída libre en el tramo FG. Tiempo de subida:

$$t_{FG} = e^3.\sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

QUINTO PASO. Aplicamos lay leyes de caída libre en el tramo HI. Tiempo de subida:

$$t_{HI} = e^4.\sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

SEXTO PASO. Sumatoria de los tiempos:

$$t_{TOTAL} = t_{AB} + 2.t_{BC} + 2.t_{DE} + 2.t_{FG} + 2.t_{HI} + ...$$

$$t_{TOTAL} = \sqrt{\frac{2H}{g}} + 2.e\sqrt{\frac{2H}{g}} + 2.e^2\sqrt{\frac{2H}{g}} + 2.e^3\sqrt{\frac{2H}{g}} + 2.e^4\sqrt{\frac{2H}{g}} + ...$$

$$t_{TOTAL} = \sqrt{\frac{2H}{g}}.\left(1 + 2e^1 + 2e^2 + 2e^3 + 2e^4 + 2e^5 + 2e^6 + ...\right) \quad ... (1)$$

SÉPTIMO PASO. Artificio matemático. Progresión geométrica.

$$K = 1 + 2e^1 + 2e^2 + 2e^3 + 2e^4 + 2e^5 + 2e^6 + ...$$

$$K = 1 + 2e\left(1 + 2e^1 + 2e^2 + 2e^3 + 2e^4 + 2e^5 + 2e^6 + ...\right)$$

$$K = 1 + 2e\left(1 + \frac{2\left(e^1 + e^2 + e^3 + e^4 + e^5 + e^6 + ...\right)}{2}\right)$$

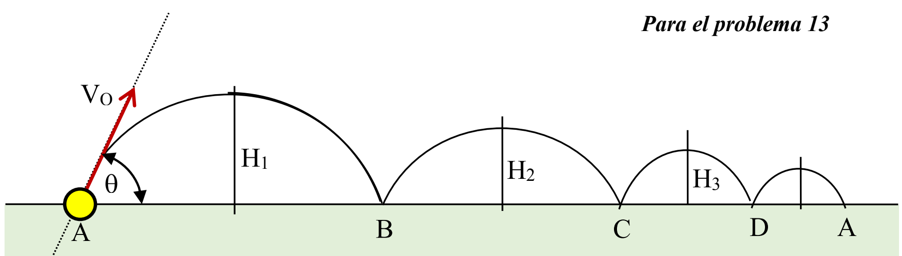
$$K = 1 + 2e.\left(1 + \frac{K-1}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad K = \frac{1+e}{1-e} \quad ... (2)$$

OCTAVO PASO. Reemplazando (2) en (1):

$$t_{TOTAL} = \sqrt{\frac{2H}{g}}.\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$$

13. Se lanza una pelota con velocidad V_0 tal que forma un ángulo θ respecto de la horizontal. Calcular el alcance horizontal total, hasta que la pelota deja de rebotar. El coeficiente de restitución e.

Para el problema 13



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Descomposición de la velocidad de lanzamiento.

$$\vec{V} = \left(V_0.\text{Cos}\,\theta; V_0.Sen\theta\right)$$

SEGUNDO PASO. En el movimiento horizontal se cumple las leyes del M.R.U:

$$d_T = V_X.t_T \quad \Rightarrow \quad d_T = \left(V_0.\text{Cos}\,\theta\right).t_T \quad ... (1)$$

TERCER PASO. Cálculo del tiempo total, son los tiempos en cada rebote en el movimiento parabólico.

$$t_T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 + ...$$

$$t_T = \frac{2}{g}\left(V_{y0}\right) + \frac{2}{g}\left(V_{y1}\right) + \frac{2}{g}\left(V_{y2}\right) + \frac{2}{g}\left(V_{y3}\right) + \frac{2}{g}\left(V_{y4}\right) + \frac{2}{g}\left(V_{y5}\right) + ...$$

$$t_T = \frac{2}{g}\left[\left(V_{y0}\right) + \left(V_{y1}\right) + \left(V_{y2}\right) + \left(V_{y3}\right) + \left(V_{y4}\right) + \left(V_{y5}\right) + ...\right] \ldots (2)$$

CUARTO PASO. Aplicamos el concepto del coeficiente de restitución en cada choque frontal con el suelo.

Primer rebote: $V_{y1} = e.V_{y0}$. Segundo rebote: $V_{y2} = e^2.V_{y0}$. Tercer rebote: $V_{y3} = e^3.V_{y0}$.

Cuarto rebote: $V_{y4} = e^4.V_{y0}$. Quinto rebote: $V_{y4} = e^5.V_{y0}$. … (3)

QUITO PASO. Reemplazamos (3) en (2):

$$t_T = \frac{2}{g}\left[\left(V_{y0}\right) + e\left(V_{y0}\right) + e^2\left(V_{y0}\right) + e^3\left(V_{y0}\right) + e^4\left(V_{y0}\right) + e^5\left(V_{y0}\right) + ...\right]$$

$$t_T = \frac{2\left(V_{y0}\right)}{g}\left[1 + e + e^2 + e^3 + e^4 + e^5 + ...\right] \quad \ldots (4)$$

SEXTO CASO. Artificio matemático. Progresión geométrica.

$$K = 1 + e + e^2 + e^3 + e^4 + e^5 + ...$$

$$K = 1 + e\left(1 + e + e^2 + e^3 + e^4 + e^5 + ...\right) \quad \Rightarrow \quad K = 1 + e.K$$

$$K = \frac{1}{1-e} \quad \ldots (5)$$

SÉPTIMO PASO. Reemplazamos (5) en (4):

$$t_T = \frac{2\left(V_{y0}\right)}{g}\left[\frac{1}{1-e}\right] \quad \Rightarrow \quad t_T = \frac{2.V_0.Sen\theta}{g\left(1-e\right)} \quad \ldots (6)$$

Reemplazamos en (1):

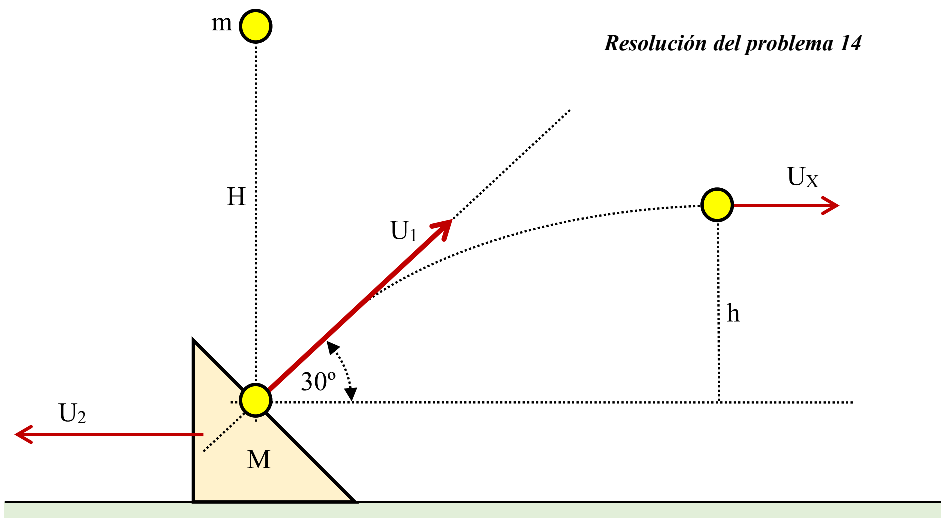
$$d_T = \left(V_0.\text{Cos}\,\theta\right).\left(\frac{2.V_0.Sen\theta}{g\left[1-e\right]}\right) = \frac{2.Sen\theta.\text{Cos}\,\theta.\left(V_0\right)^2}{\left(1-e\right).g}$$

El alcance total es: $d_T = \dfrac{Sen2\theta.\left(V_0\right)^2}{\left(1-e\right).g}$

14. En un plano horizontal descansa una cuña de masa M. Desde una altura H cae una esfera pequeña de masa "m" y después de golpear en forma elástica a la cuña, rebota formando un ángulo de 30º con la horizontal. ¿A qué altura máxima se elevará la esfera? Despreciar la fricción entre la cuña y el plano horizontal.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama según el enunciado.



SEGUNDO PASO. La cantidad de movimiento se conserva en el eje horizontal en el choque el choque.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_x(despues) \quad \Rightarrow \quad 0 = m.(U_1.\text{Cos}\,30^o) - M.U_2$$

$$U_2 = \left(\frac{m}{M}\right).(U_1.\text{Cos}\,30^o) \ \ldots \ (1)$$

TERCER PASO. Sabemos que la velocidad en la vertical de la esfera en el instante del choque es: $V_Y = \sqrt{2.g.H}$ ... (2)

CUARTO PASO. Aplicamos el principio de conservación de la energía cinética, por tratarse de un choque perfectamente elástico $(e = 1)$ tenemos:

$$E_C(antes\,choque) = E_C(despues\,choque)$$

$$\frac{1}{2}.m.(V_y)^2 = \frac{1}{2}.m.(U_1)^2 + \frac{1}{2}.M.(U_2)^2 \ \ldots \ (3)$$

Reemplazando (1) y (2) en (3):

$$\frac{1}{2}.m.(2gH) = \frac{1}{2}.m.(U_1)^2 + \frac{1}{2}.M.\left(\frac{m^2}{M^2}.U_2.\frac{3}{4}\right)$$

$$(U_1)^2 = \frac{4M}{4M+3m}.(2.g.H) \ \ldots \ (4)$$

QUINTO PASO. En un movimiento parabólico, la altura máxima que alcanza es:

$$h = \frac{(U_1)^2.(Sen30^o)^2}{2g} = \frac{4M(2gH)}{4M+3m}.\frac{\left(\frac{1}{4}\right)}{(2g)}$$

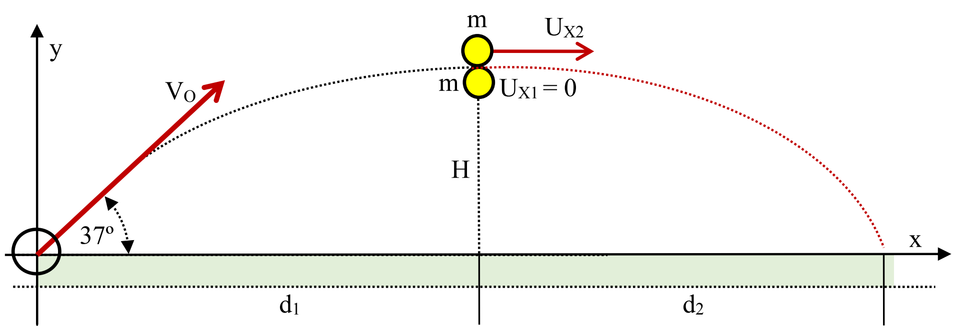
$$h = \left(\frac{M}{4M+3m}\right).H$$

OBSERVACIÓN. Para el cálculo de “h” no es necesario conocer el ángulo de inclinación de la cuña.

15. Un proyectil es disparado con velocidad de 25 m/s que forma un ángulo de 37º con la horizontal. En el punto más alto de su trayectoria explota en dos fragmentos iguales, uno de los cuales sale verticalmente. Calcular el alcance horizontal de cada fragmento cuando llegan al suelo. $\left(g = 10\, m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama según el enunciado.



Resolución del problema 15

SEGUNDO PASO. Descomponemos la velocidad de lanzamiento del proyectil de masa M.

$$\vec{V} = \left(V_0.\text{Cos}\,\theta; V_0.Sen\theta\right) = \left(25.\frac{4}{5}; 25.\frac{3}{5}\right) = (20;15)\, m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Cálculo de la altura máxima, instante antes de la explosión.

$$H = \frac{(Vy)^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{(15)^2}{20} = 11,25\ m$$

CUARTO PASO. Cálculo del tiempo de subida, instante antes de la explosión.

$$t_{SUBIDA} = \frac{Vy}{g} \quad \Rightarrow \quad t_{SUBIDA} = \frac{15}{10} = 1,5\, s$$

QUINTO PASO. Cálculo del desplazamiento horizontal, instante antes de la explosión.

$$d_1 = V_X.t \quad \Rightarrow \quad d_1 = \left(20\, m.s^{-1}\right).(1,5\, s) = 30\ m$$

SEXTO PASO. Analizando el instante de la explosión del proyectil. Principio de conservación de la cantidad de movimiento en el eje horizontal.

$$\vec{p}_X\,(a.ch) = \vec{p}_X\,(d.ch) \quad \Rightarrow \quad M.V_X = m.U_{X1} + m.U_{X2}$$

$$(2m).(20) = m.(0) + m.U_{X2} \quad \Rightarrow \quad U_{X2} = 40\, m.s^{-1}$$

El primer fragmento desciende en caída libre vertical y el segundo fragmento desciende en caída libre parabólico.

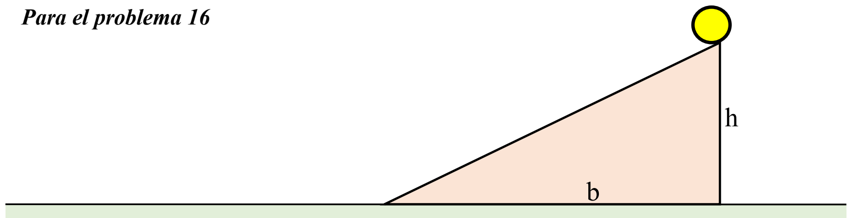
SÉPTIMO PASO. Analizando el movimiento parabólico del segundo fragmento. Conócenos el tiempo de caída libre, 1,5 segundos. Entonces el alcance horizontal es:

$$d_2 = U_{2X}.t \quad \Rightarrow \quad d_1 = \left(40\, m.s^{-1}\right).(1,5\, s) = 60\ m$$

OCTAVO PASO. Respecto del punto de lanzamiento, el segundo fragmento se desplaza en la horizontal: $d = d_1 + d_2 = 30 + 60 = 90\, m$

16. Una cuña de masa $M = 2\,kg$ reposa sobre un plano horizontal, desde el vértice superior se abandona una esfera de masa $m = 0,5\,kg$. Desprecie toda forma de rozamiento. Determinar el desplazamiento de la cuña cuando la esfera llega al piso.

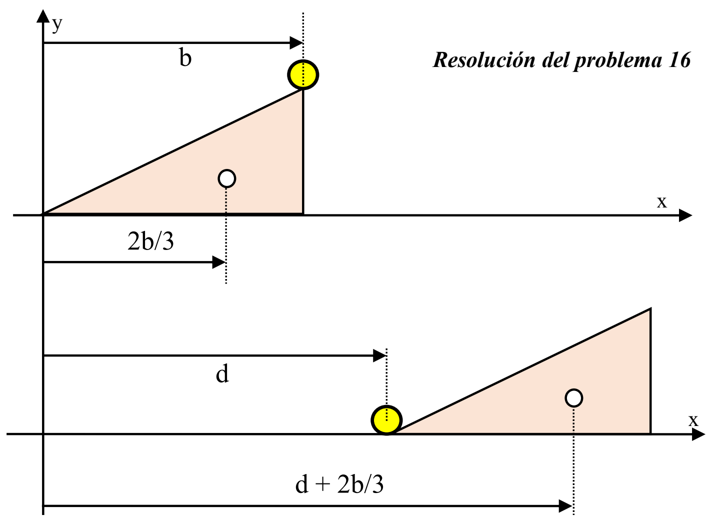
Para el problema 16



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Consideramos el sistema físico formado por la esfera y la cuña, y cumple con la condición de sistema aislado, entonces se conserva la cantidad de movimiento en el eje horizontal y el centro de masa se mantiene estacionario en eje horizontal.

SEGUNDO PASO. Hacemos el diagrama donde se muestra el centro de masa de cada cuerpo en estudio.



Resolución del problema 16

SEGUNDO PASO. El centro de masa se mantiene estacionario en eje horizontal.

$m_1.r_1 + m_2.r_2 = m_1.q_1 + m_2.q_2$

$$(m).(b)+(M).\left(\frac{2b}{3}\right)=(m).(d)+(M).\left(d+\frac{2b}{3}\right)$$

$$(m).(b)=(m).(d)+(M).(d) \quad \Rightarrow \quad d=\left(\frac{m}{m+M}\right).b \quad \dots (1)$$

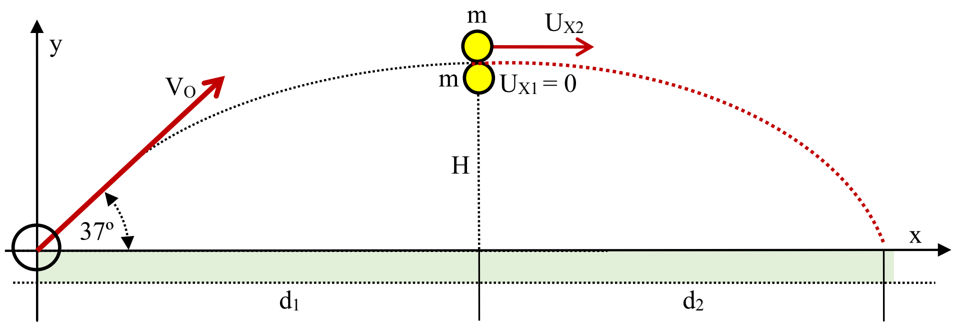
TERCER PASO. Reemplazando los datos en la ecuación (1):

$$d=\left(\frac{0,5}{0,5+2}\right).b \quad \Rightarrow \quad d=\left(\frac{1}{5}\right).b$$

17. Un proyectil es disparado con velocidad de 25 m/s que forma un ángulo de 37º con la horizontal. En el punto más alto de su trayectoria explota en dos fragmentos iguales, uno de los cuales sale verticalmente. Calcular el alcance horizontal de cada fragmento cuando llegan al suelo. $\left(g = 10\,m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama según el enunciado.



Resolución del problema 17

SEGUNDO PASO. Al explotar el proyectil, actúan solamente fuerzas internas, y estas fuerzas internas son muy grandes comparado con las fuerzas externas. El centro de masa en el eje horizontal, se mueve con velocidad constante. Si el proyectil no explota, la posición del centro de masa es el mismo hasta llegar al piso en el eje horizontal.

TERCER PASO. Descomponemos la velocidad de lanzamiento del proyectil de masa $\left(M = 2.m\right)$

$$\vec{V} = \left(V_0.\text{Cos}\,\theta ; V_0.Sen\theta\right) = \left(25.\frac{4}{5} ; 25.\frac{3}{5}\right) = \left(20;15\right)m.s^{-1}$$

CUARTO PASO. Cálculo de la posición del centro de masa en el eje horizontal, cuando el proyectil no explota y llega al piso.

$$X_{CM} = \frac{2Sen\theta.\text{Cos}\,\theta.\left(V_0\right)^2}{g} \quad \Rightarrow \quad X_{CM} = \frac{2.Sen37º.\text{Cos}\,37º.\left(25\right)^2}{10}$$

$$X_{CM} = \frac{2.\left(\frac{3}{5}\right).\left(\frac{4}{5}\right).\left(25\right)^2}{10} \quad \Rightarrow \quad X_{CM} = 60\,m$$

Entonces deducimos que: $d_1 = \dfrac{X_{CM}}{2} \quad \Rightarrow \quad d_1 = \dfrac{60\,m}{2} = 30\,m$

QUINTO PASO. Cálculo de la posición del centro de masa en el eje horizontal, cuando el proyectil explota y los fragmentos llegan al piso.

$$X_{CM} = \frac{m_1.x_1 + m_2.x_2}{m_1 + m_2} \quad \Rightarrow \quad 60 = \frac{\left(m\right).\left(d_1\right) + \left(m\right).\left(d_1 + d_2\right)}{m + m}$$

$$60 = \frac{\left(d_1\right) + \left(d_1 + d_2\right)}{2} \quad \Rightarrow \quad 60 = \frac{\left(30\right) + \left(30 + d_2\right)}{2}$$

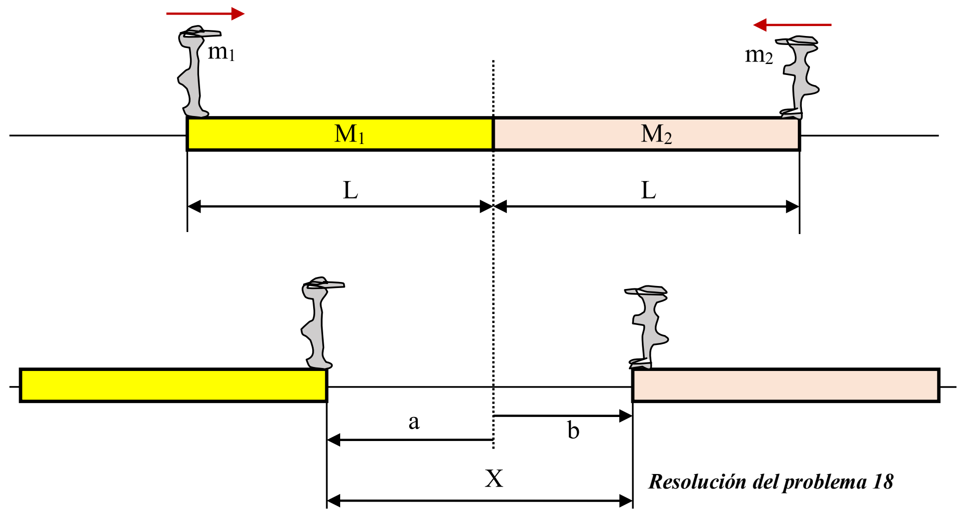
Resolviendo: $d_2 = 60\,m$

OBSERVACIÓN. El centro de masa del proyectil en el eje X, no cambia si el proyectil explota.

18. Dos personas de masas m_1 y m_2 se encuentran parados sobre dos tablas de masas M_1 y M_2 y del mismo tamaño de largo L. ¿Qué distancia separa a los hombres cuando estos caminan hasta llegar al extremo?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama según el enunciado.



Resolución del problema 18

SEGUNDO PASO. Siendo el lago de aguas tranquilas, consideramos un sistema aislado al hombre más la tabla $(m_1\ y\ M_1)$. Aplicamos el teorema de la cantidad ce movimiento en función de velocidades relativas.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \Rightarrow \vec{0} = m_1.\vec{V}_{1/T} + (m_1 + M_1).\vec{V}_T$$

$$0 = m_1.\left(\frac{L}{\Delta t}\right) + (m_1 + M_1).\left(-\frac{a}{\Delta t}\right) \Rightarrow a = \left(\frac{m_1}{m_1 + M_1}\right).L$$

TERCER PASO. Siendo el lago de aguas tranquilas, consideramos un sistema aislado al hombre más la tabla $(m_2\ y\ M_2)$. Aplicamos el teorema de la cantidad e movimiento en función de velocidades relativas.

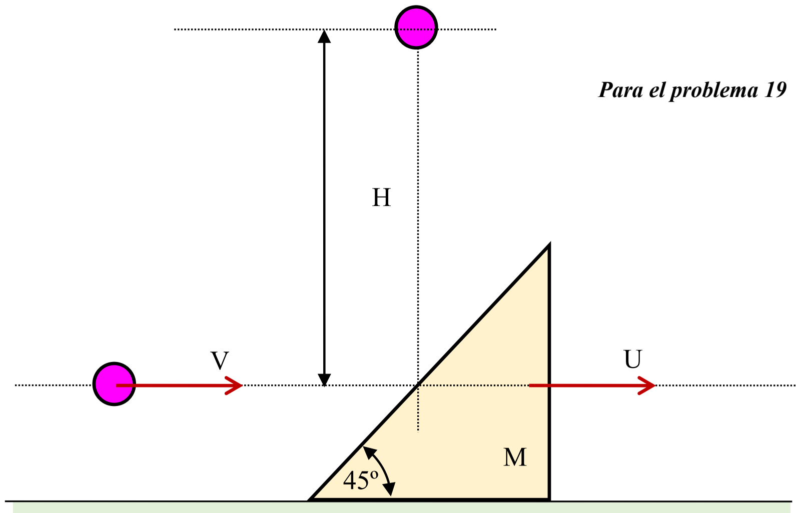
$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \Rightarrow \vec{0} = m_2.\vec{V}_{2/T} + (m_2 + M_2).\vec{V}_T$$

$$0 = m_2.\left(-\frac{L}{\Delta t}\right) + (m_2 + M_2).\left(\frac{b}{\Delta t}\right) \Rightarrow b = \left(\frac{m_2}{m_2 + M_2}\right).L$$

CUARTO PASO. La distancia de separación entre los hombres es:

$$X = a + b \Rightarrow \quad X = \left(\frac{m_1}{m_1 + M_1} + \frac{m_2}{m_2 + M_2}\right).L$$

19. Se muestra una cuña de masa M inicialmente en reposo. Si se lanza horizontalmente una esfera pequeña de masa "m", de tal manera que después del choque perfectamente elástico, la esfera rebota verticalmente. Desprecie toda forma de rozamiento. ¿Hasta qué altura máxima se elevará la esfera?



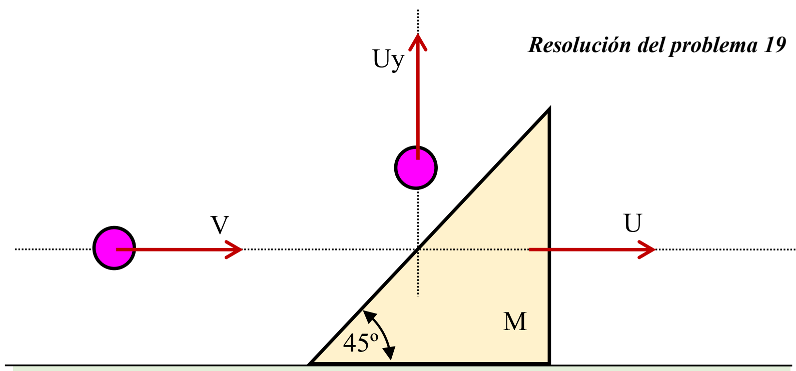
Para el problema 19

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento en el eje horizontal.

$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \quad \Rightarrow \quad m.V + M(0) = M.U$

$U = \left(\dfrac{m}{M}\right).V \quad \ldots (1)$



Resolución del problema 19

SEGUNDO PASO. Si el choque es perfectamente elástico, entonces se conserva la energía cinética instante antes del choque e instante después del choque:

$$\frac{1}{2}.m.(V)^2 = \frac{1}{2}.m.(Uy)^2 + \frac{1}{2}.M.(U)^2 \quad \ldots (2)$$

TERCER PASO. Reemplazando (1) en (2):

$$\frac{1}{2}.m.(V)^2 = \frac{1}{2}.m.(Uy)^2 + \frac{1}{2}.M.\left(\frac{mV}{M}\right)^2$$

$$(V)^2 = (Uy)^2 + \frac{m}{M}.(V)^2 \quad \Rightarrow \quad Uy = \sqrt{\frac{M-m}{M}}.(V) \quad \ldots (3)$$

CUARTO PASO. Asumiendo que la esfera después del choque inicia su movimiento vertical hacia arriba. Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(inicial) = EM(final) \quad \Rightarrow \quad Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

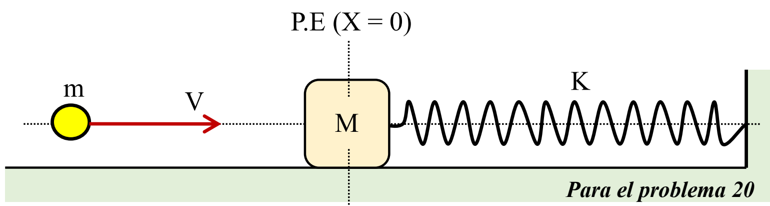
$$0 + \frac{1}{2}.m.(Uy)^2 = m.g.H + 0 \quad \Rightarrow \quad H = \frac{(Uy)^2}{2g} \quad \ldots (4)$$

QUINTO PASO. Reemplazando (3) en (4):

$$H = \left(\frac{M-m}{M}\right)\frac{(V)^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad H = \left(1 - \frac{m}{M}\right)\frac{(V)^2}{2g}$$

OBSERVACIÓN. Si la masa de la esfera es muy pequeña comparada con la masa de la cuña, $(m \ll M)$ entonces: $H = \dfrac{(V)^2}{2g}$

20. Se muestra el resorte de constante elástica $K = 10\ N.m^{-1}$ sujeto a un bloque de masa 50 gramos, es impactado por un proyectil de 50 gramos el cual se mueve horizontalmente con velocidad $\vec{V} = 2\ m.s^{-1}$. Desprecie toda forma de rozamiento. ¿Cuál es la máxima deformación del resorte?

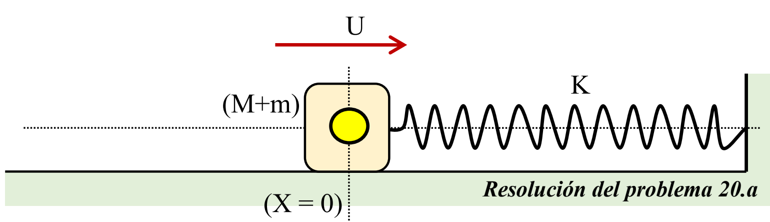


Para el problema 20

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama donde el proyectil se adhiere al bloque, y luego el sistema adquiere energía cinética y avanza hasta que el resorte lo detiene instantáneamente.

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento.

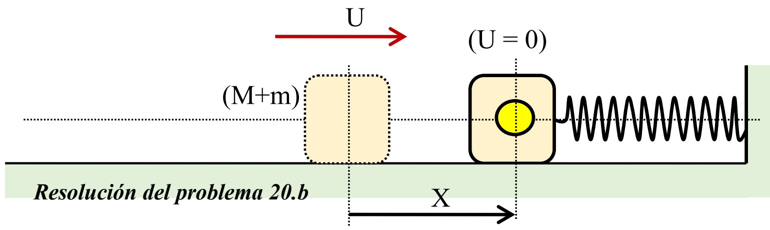


Resolución del problema 20.a

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \quad \Rightarrow \quad m.V = (M+m).U$$

$$U = \left(\frac{m}{m+M}\right).V \quad \Rightarrow \quad U = \frac{V}{2} = 1\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica inmediatamente después del choque plástico:



$$EM(inicial) = EM(final) \Rightarrow Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

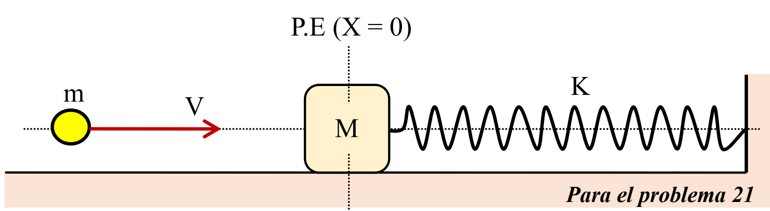
$$0 + \frac{1}{2}.(m+M).(U)^2 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + 0 \Rightarrow (m+M).(U)^2 = K.(X)^2$$

$$\left(\frac{m+M}{K}\right).(U)^2 = (X)^2 \Rightarrow X_{\max} = U.\sqrt{\frac{M+m}{K}}$$

Reemplazando: $X_{\max} = (1\ m.s^{-1}).\sqrt{\dfrac{0,1kg}{10\ N.m^{-1}}} = 0,1\ m$

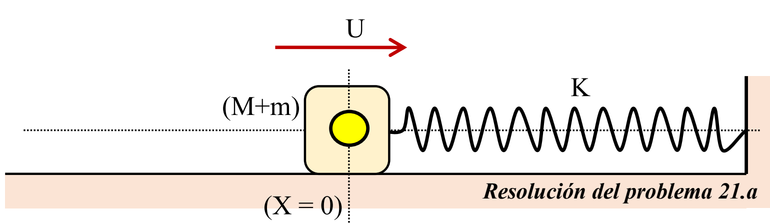
Respuesta. La máxima deformación es 10 centímetros.

21. Un proyectil de masa 100 gramos se dispara horizontalmente con velocidad de 500 m/s en dirección de un bloque de masa 900 gramos que se encuentra unido a un resorte de constante elástica $K = 400\ N.cm^{-1}$. Si el proyectil se incrusta al bloque, ¿Cuál es la máxima deformación que experimenta el resorte? Desprecie toda forma de rozamiento.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama donde el proyectil se adhiere al bloque, y luego el sistema adquiere energía cinética y avanza hasta que el resorte lo detiene instantáneamente.

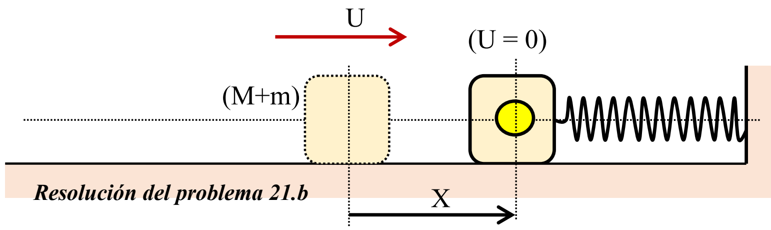


SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \Rightarrow m.V = (M+m).U$$

$$U = \left(\frac{m}{m+M}\right).V \Rightarrow U = \left(\frac{0,1}{1}\right).(500) = 50\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica inmediatamente después del choque plástico:



Resolución del problema 21.b

$$EM(inicial) = EM(final) \;\Rightarrow\; Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

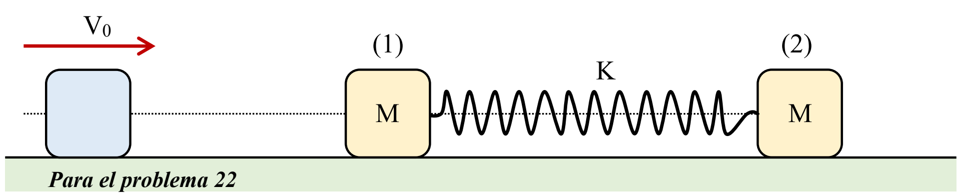
$$0 + \frac{1}{2}.(m+M).(U)^2 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + 0 \Rightarrow \;(m+M).(U)^2 = K.(X)^2$$

$$\left(\frac{m+M}{K}\right).(U)^2 = (X)^2 \quad \Rightarrow \quad X_{\max} = U.\sqrt{\frac{M+m}{K}}$$

Reemplazando: $X_{\max} = \left(50\ m.s^{-1}\right).\sqrt{\dfrac{1\ kg}{40\,000\ N.m^{-1}}} = 0,25\ m$

Respuesta. La máxima deformación es 25 centímetros.

22. Un bloque de masa $m_1 = 1,0\,kg$ se mueve cobre una superficie horizontal, sin rozamiento, con velocidad constante $V_O = 6\,m.s^{-1}$ acercándose a un sistema formado por dos bloques de masas iguales a $M = 2,0\,kg$ unidos por un resorte de constante elástica $K = 10^4\ N.m^{-1}$ inicialmente en reposo. Después del choque perfectamente elástico $(e = 1)$, determinar la máxima deformación del resorte de masa despreciable.

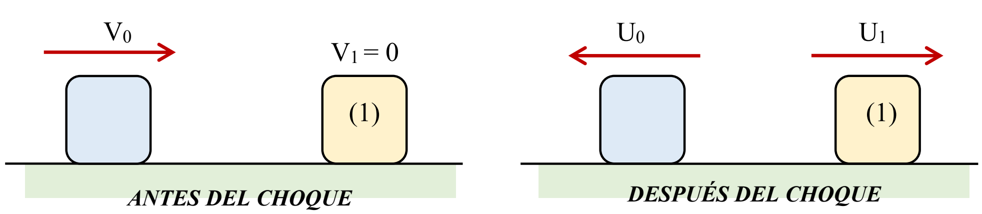


Para el problema 22

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Analizamos la interacción del bloque de masa "m" y el bloque (1) de masa M.

Resolución del problema 22.a



SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \quad \Rightarrow \quad m.(V_0) = m(-U_0) + M.(U_1)$$

$$(1).(6) = (1)(-U_0) + (2).(U_1) \quad \Rightarrow \quad U_0 = 2.U_1 - 6 \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. Definición del coeficiente de restitución:

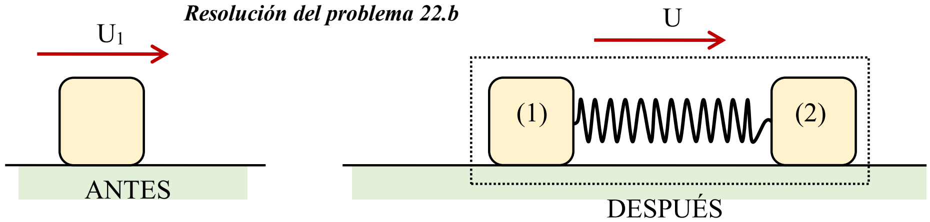
$$e = \frac{\left\| V.R(alejamiento) \right\|}{\left\| V.R(acercamiento) \right\|} \quad \Rightarrow \quad e = \frac{\left\| \vec{U}_2 - \vec{U}_1 \right\|}{\left\| \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \right\|}$$

$$1 = \frac{U_0 + U_1}{V_0} \quad \Rightarrow \quad U_0 + U_1 = V_0 \quad \Rightarrow \quad U_0 + U_1 = 6 \quad \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2): $U_1 = 4 \ m.s^{-1}$

CUARTO PASO. El bloque (1) de masa M transmite movimiento al bloque (2) mediante el resorte. Cuando la deformación en el resorte sea máxima, el sistema marchará con una misma velocidad, en un instante, por consiguiente, la velocidad relativa entre los bloques (1) y (2) será nula.

Resolución del problema 22.b



QUINTO PASO. Principio de conservación del momentum lineal, inmediatamente después del choque.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \quad \Rightarrow \quad M.(U_1) = (M + M)(U)$$

$$U_1 = 2.U \quad \Rightarrow \quad 4 = 2.U \quad \Rightarrow U = 2 \ m.s^{-1} \quad \ldots (4)$$

SEXTO PASO. Principio de conservación de la energía mecánica. Aplicamos inmediatamente después del choque.

$$EM(inicial) = EM(final) \quad \Rightarrow \quad Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

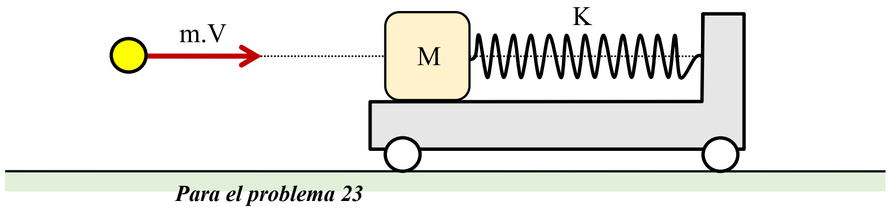
$$\frac{1}{2}.(M).(U_1)^2 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + \frac{1}{2}.(2M).(U)^2$$

$$(M).(U_1)^2 = K.(X)^2 + (2M).(U)^2$$

$$(2).(4)^2 = 10^4.(X)^2 + (4).(2)^2 \quad \Rightarrow \quad X = 0{,}04 \ m$$

Respuesta: La máxima deformación del resorte es 4 centímetros.

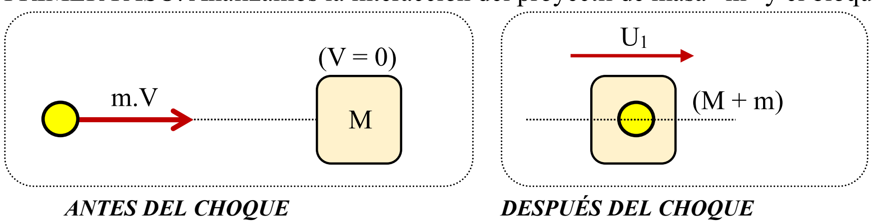
23. Un bloque de masa M se encuentra asociado a un carro de masa M_0 $(M_0 = 9.m)$ mediante un resorte ingrávido de constante elástica $K = 2 \bullet 10^4 \ N.m^{-1}$ inicialmente en reposo. Se dispara horizontalmente una bala de masa “m” con velocidad “V” $(m.V = 300 \, N.s)$. Si después del choque la bala queda incrustada en el bloque de masa M $(M = 8.m)$, determinar la máxima deformación del resorte.



Para el problema 23

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Analizamos la interacción del proyectil de masa "m" y el bloque de masa M.



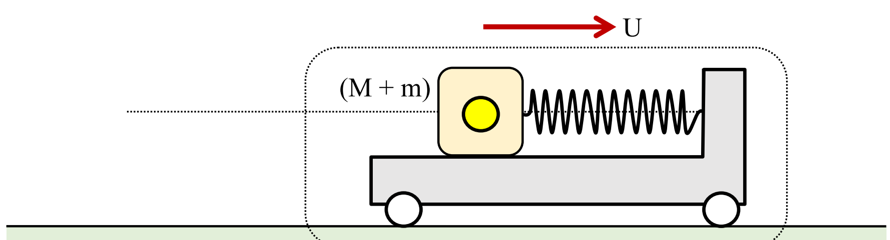
Resolución del problema 23.a

SEGUNDO PASO. Principio de conservación del momentum lineal.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \quad \Rightarrow \quad m.V = (m+M)(U_1)$$

$$U_1 = \left(\frac{m}{m+M}\right).V \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. La máxima deformación del resorte se establece cuando el conjunto tiene la misma velocidad, esto quiere decir que la velocidad del bloque M respecto del carro es nula.



Resolución del problema 23.b

CUARTO PASO. La cantidad de movimiento se conserva en el tiempo, entonces el momentum del proyectil antes del impacto es igual al momentum del sistema cuando la deformación es máxima.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \quad \Rightarrow \quad m.V = (m+M+M_0)(U)$$

$$U = \frac{m.V}{(m+M+M_0)} \quad \ldots (2)$$

QUINTO PASO. Principio de conservación de la energía, después del choque del proyectil y el bloque de masa M.

$$EM(inicial) = EM(final) \quad \Rightarrow \quad Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

$$\frac{1}{2}.(M+m).(U_1)^2 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + \frac{1}{2}.(m+M+M_0).(U)^2$$

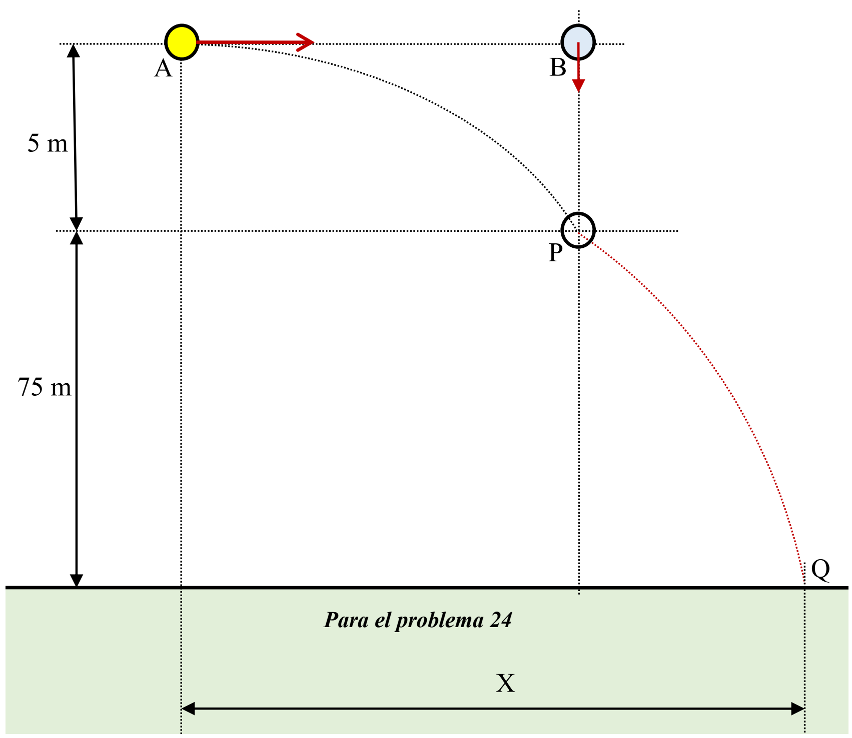
$$(M+m).(U_1)^2 = K.(X)^2 + (m+M+M_0).(U)^2 \quad \ldots (3)$$

Reemplazando (1) y (2) en (3):

$$X_{\max} = m.V.\sqrt{\frac{M_0}{(M+m).(M+m+M_0).K}}$$

Respuesta. La máxima deformación del resorte es 5 cm.

24. En el instante que la esfera A de masa "m" se lanza horizontalmente con una velocidad inicial de 10 m/s, la esfera B de igual masa es dejada caer de la posición mostrada. Si las esferas realizan un choque completamente inelástico, determinar la distancia X. $\left(g = 10\, m.s^{-2}\right)$



Para el problema 24

RESOLUCIÓN

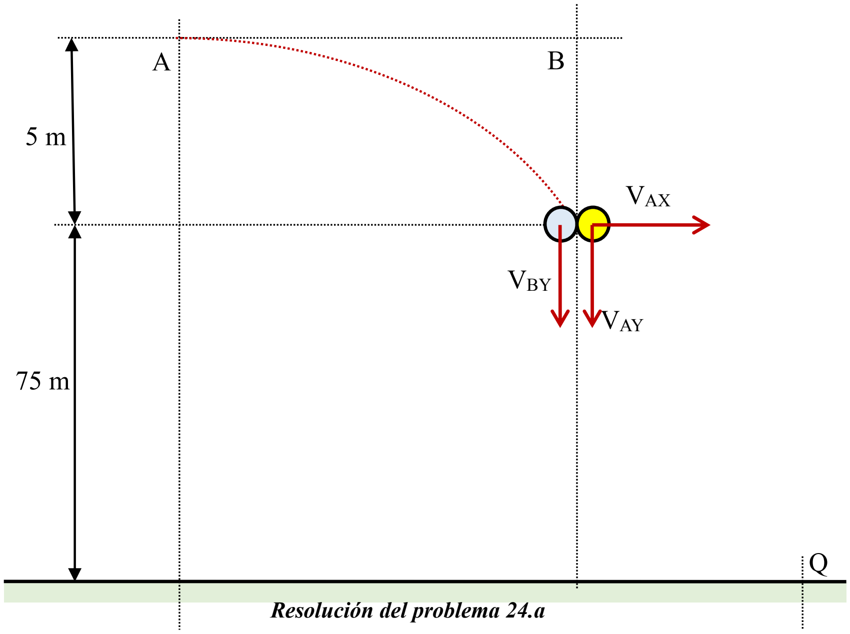
PRIMER PASO. En el instante antes del choque inelástico en el punto P. La esfera A tiene velocidad horizontal de 10 m/s y la velocidad vertical es 10 m/s. La velocidad de la esfera B es vertical de modulo 10 m/s.

SEGUNDO PASO. Caída libre vertical, aplicado al movimiento de la esfera la esfera B.

$$(V_{FY})^2 = (V_{0Y})^2 + 2g.h \Rightarrow (V_{FY})^2 = (0)^2 + 2(10).(5)$$

La velocidad vertical de la esfera B: $V_{BY} = 10\ m.s^{-1}$

Calculo del tiempo de caída libre vertical de la esfera B, instante antes del choque.

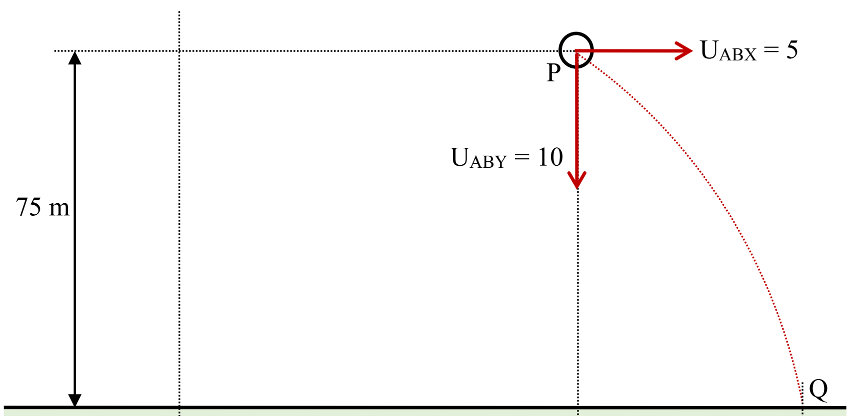


Resolución del problema 24.a

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2(5)}{10}} = 1\,s$$

TERCER PASO. Cálculo de la distancia horizontal para la esfera A, instante antes del choque, aplicando el M.R.U:

$$D = (V_{AX}).t \quad \Rightarrow \quad D = \left(10\ m.s^{-1}\right).(1s) = 10\,m$$



Resolución del problema 24.b

CUARTO PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento en el eje horizontal, instante antes del choque e instante después del choque.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \quad \Rightarrow \quad m.(V_{AX}) = (m+m)(U_{ABX})$$

$$m.(10) = (2m)(U_{ABX}) \quad \Rightarrow \quad U_{ABX} = 5\ m.s^{-1}$$

QUINTO PASO. Inmediatamente después del choque, de la esfera de masa $(2m)$, se inicia otro movimiento parabólico donde la velocidad inicial es horizontal de valor 5 m/s.
Analizando el movimiento parabólico de $(A+B)$.

$$h = V_{0y}.t + \frac{1}{2}.g.t^2 \quad \Rightarrow \quad 75 = (10).t + (5).t^2$$

$$15 = 2.t + t^2 \quad \Rightarrow \quad t = 3\,s$$

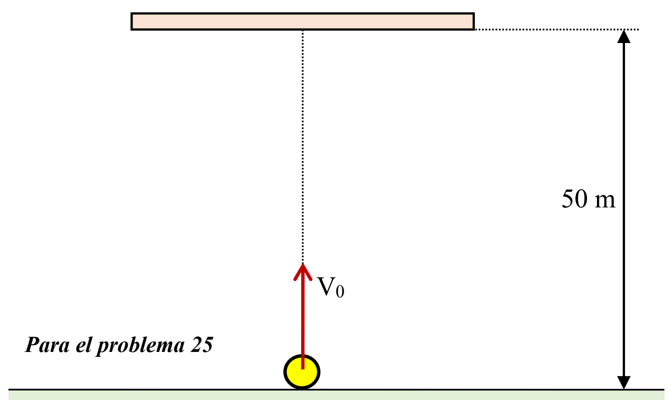
Analizando el movimiento en el eje horizontal de $(A+B)$:

$$d = V_x.t \quad \Rightarrow \quad d = (5\,m.s^{-1}).(3\,s) = 15\,m$$

Finalmente: $X = 10\,m + 15\,m = 25\,m$

Respuesta. El alcance horizontal es 25 metros.

25. En el instante que la plataforma es dejada caer de la posición mostrada, la esfera es lanzada verticalmente hacia arriba con velocidad $V_0 = 20.(j)\,m.s^{-1}$. Si la plataforma tiene masa triple de la esfera, determinar la velocidad que adquiere la esfera después de chocar elásticamente $(e=1)$ con la plataforma.



RESOLUCIÓN

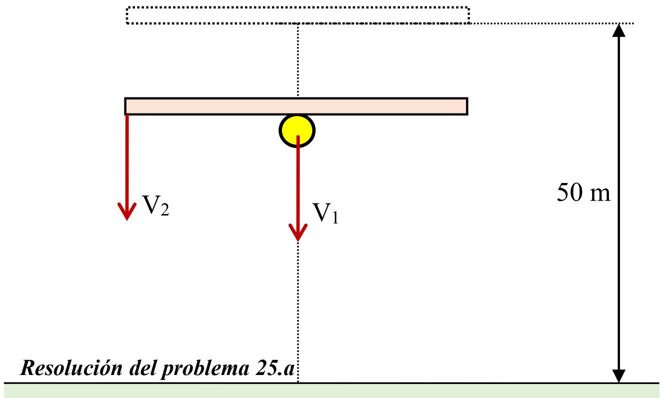
PRIMER PASO. Tiempo de encuentro. Tiempo que demoran en chocar la pelota con la plataforma.

$$t = \frac{h}{V_{IP} + V_0} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{50}{0+20} = 2,5\,s$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de las velocidades en el instante $t = 2,5\,s$

La velocidad de la esfera de la esfera instante antes del choque es $\vec{V}_1 = 5(-j)\,m.s^{-1}$.

La velocidad de la plataforma instantes del choque es $\vec{V}_2 = 25(-j)\,m.s^{-1}$



Resolución del problema 25.a

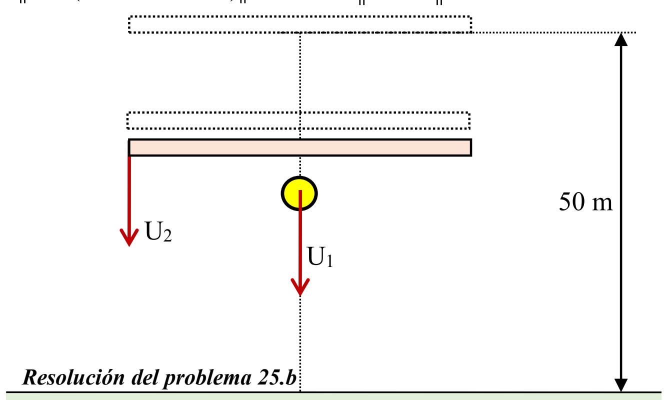
TERCER PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento, instante antes de choque e instante después del choque.

$$\vec{p}_y(antes) = \vec{p}_y(despues) \Rightarrow m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 = m_1.\vec{U}_1 + m_2.\vec{U}_2$$

$$(m).(5) + (3m).(25) = (m).U_1 + (3m).U_2 \quad \Rightarrow U_1 + 3.U_2 = 80 \ \ldots (1)$$

CUARTO PASO. Relación entre la velocidad relativa y el coeficiente de restitución. Choque perfectamente elástico.

$$e = \frac{\|V.R(alejamiento)\|}{\|V.R(acercamiento)\|} \Rightarrow e = \frac{\|\vec{U}_2 - \vec{U}_1\|}{\|\vec{V}_1 - \vec{V}_2\|}$$



Resolución del problema 25.b

$$1 = \frac{U_1 - U_2}{V_2 - V_1} \Rightarrow 1 = \frac{U_1 - U_2}{25 - 5} \Rightarrow U_1 - U_2 = 20 \ \ldots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

Respuesta: Las rapideces son: $U_1 = 35\,m.s^{-1} \quad y \quad U_2 = 15\,m.s^{-1}$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Una locomotora de 10 toneladas se dirige hacia un vagón de 40 toneladas en reposo para acoplarse a él, a una velocidad de 5 **i** m/s. Calcular la velocidad común después del choque.
A) 1 **i** m/s B) 1,5 **i** m/s C) 2 **i** m/s D) 2,5 **i** m/s E) 4,5 **i** m/s

2. Una locomotora de 10 toneladas se dirige hacia un vagón de 10 toneladas en reposo para acoplarse a él, a una velocidad de 12 **i** m/s. Calcular la velocidad común inmediatamente después del choque.
A) 6 **i** m/s B) 15 **i** m/s C) 9 **i** m/s D) 25 **i** m/s E) 45 **i** m/s

3. Un automóvil de 1 400 kg en reposo, es golpeado por detrás por un auto de 1000 kg cuya velocidad es de 24 **i** m/s, quedando enganchados. ¿Cuál es la velocidad (en m/s) de los carros enganchados después de la colisión?
A) 9 **i** B) 10 **i** C) 11 **i** D) 12 **i** E) 13 **i**

4. Una esfera de 1,0 kg con velocidad de 4**i** m/s experimenta una colisión frontal elástica con otra esfera idéntica a la primera, estacionaria. ¿A que distancia (en m) de la primera se encuentra la segunda esfera, 3 segundos después de la colisión?
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

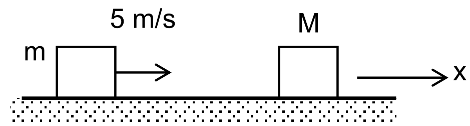
5. Una esfera de 1 kg se suelta de una altura de 2 m choca contra el piso y rebota hasta una altura de 1 m. Si la misma esfera se suelta de una altura de 4 m, ¿hasta que altura (en m) rebota?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. Un cuerpo de masa 0,1 kg viaja a lo largo de una pista horizontal con velocidad de 1,0 **i** m/s, y experimenta una colisión elástica con otra masa idéntica que estaba en reposo sobre la pista. Después del impacto:
A) La cantidad de movimiento total es igual que antes del impacto, pero la energía cinética es menor.
B) Se conserva la energía cinética, pero la cantidad de movimiento después del choque es menor que antes.
C) La cantidad de movimiento y la energía cinética son las mismas que antes del impacto.
D) La cantidad de movimiento se comparte por igual entre las masas después del impacto.
E) Todas las afirmaciones anteriores son falsas.

7. Se suelta una pelota desde una altura de 20 m. Encuentre la altura máxima que alcanza después del segundo choque y el tiempo que transcurre hasta alcanzar esta altura, si el coeficiente de restitución es e = 0,1.
A) 2 mm y 2,42 s B) 3,2 mm y 1,42 s C) 1,2 mm y 2,42 s
D) 4 mm y 2,42 s E) 2,0 m y 2,42 s

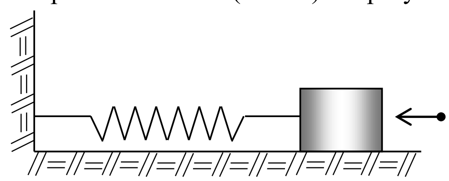
8. Dos deslizadores de masas m_1 y m_2 son libres de moverse sobre una superficie completamente lisa. Uno de ellos se encuentra en reposo y el otro se dirige hacia él. El choque es elástico, luego del cual los deslizadores tienen igual rapidez y direcciones opuestas. ¿Cuál es la relación $\frac{m_1}{m_2}$ entre las masas?
A) 2 B) 3 C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

9. En la figura, la masa m = 1,0 kg se mueve hacia la masa $M = 0,5\ kg$ que está en reposo. Calcule la velocidad (en m/s) relativa de m respecto de M después del choque, si éste es elástico $(e = 1)$.



A) $5\,\hat{i}$ B) $-2\,\hat{i}$ C) $-5\,\hat{i}$ D) $2\,\hat{i}$ E) $\vec{0}$

10. El resorte de la figura $(k = 10\ N/m)$ está ligado a un bloque de 50 g el cual es impactado inelásticamente por un proyectil de igual masa. Si la máxima deformación que experimenta el resorte es de 0,1 m, halle la rapidez horizontal (en m/s) del proyectil antes del impacto.



A) 1   B) 2   C) 3   D) 4   E) 5

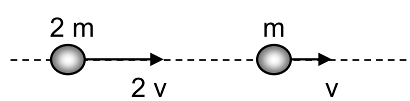
11. Se lanza una esferita A verticalmente hacia arriba con una rapidez de 20 m/s y en el mismo instante ser deja caer otra esferita B, idéntica a la esfera A, desde una altura de 40 m sobre el mismo vertical. Halle la rapidez de A (en m/s) inmediatamente después que colisiona elásticamente $(e = 1)$ con B.

A) 20   B) 25   C) 30   D) 35   E) 40

12. Un bloque A de masa 2 kg se desplaza con una velocidad $2\hat{i}$ m/s y choca frontalmente con otro bloque B de 3 kg en reposo. Si el bloque B adquiere la velocidad de 0,4 $\hat{i}$ m/s y el coeficiente de restitución es 0,4 determine (en m/s) la velocidad del bloque A después del choque.

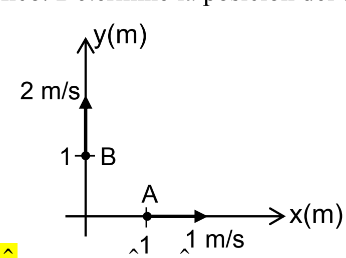
A) – 1,0   B) – 0,8   C) – 0,4   D) – 0,2   E) – 0,1

13. Entre las esferas de la figura se produce un choque completamente inelástico. Calcule la fracción (en %) de la energía cinética del sistema que se disipa en forma de calor.



A) 7,4   B) 9,5   C) 11,5   D) 12,5   E) 14,5

14. Dos partículas de igual masa forman un sistema aislado y se encuentran en las posiciones iniciales mostradas en el gráfico. Determine la posición del centro masa (en m) al cabo de 1 s.



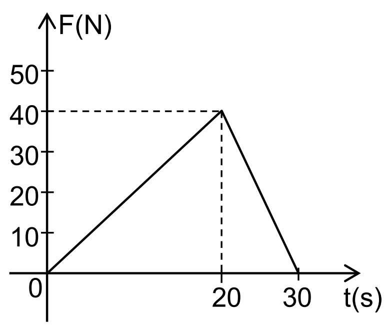
A) $\hat{i} + \hat{j}$ B) $\hat{i} + 1,5\hat{j}$ C) $2\hat{i} + 3\hat{j}$ D) $2\hat{i} + 4\hat{j}$ E) $\hat{i} + 5\hat{j}$

15. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. Una fuerza grande produce siempre un impulso mayor sobre un cuerpo que una fuerza pequeña.
II. Cuando una bola desciende una pendiente se conserva la cantidad de movimiento.
III. Si dos partículas tienen energías cinéticas iguales, sus cantidades de movimiento son necesariamente iguales.
A) VFV B) VFF C) FVV D) FVF E) FFF

16. Respecto del impulso y la cantidad de movimiento, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. El impulso y la fuerza que la genera, siempre tienen el mismo vector unitario.
II. La variación de la cantidad de movimiento de una partícula y la fuerza resultante que la provoca, no siempre tienen el mismo vector unitario.
III. Si una partícula cambia su cantidad de movimiento, la magnitud de este cambio, nunca puede ser mayor que la magnitud de la cantidad de movimiento inicial de la partícula.
A) VVV B) FFF C) VFF D) VVF E) VFV

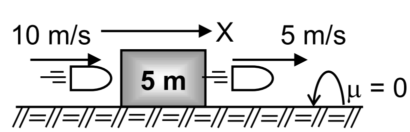
17. Un cuerpo de 10 kg, inicialmente en reposo, se encuentra en una superficie horizontal que no tiene rozamiento. En un instante dado, actúa sobre el cuerpo una fuerza horizontal, cuya intensidad varía con el tiempo, de acuerdo con el diagrama. Determine la rapidez final del cuerpo en m/s.

A) 40
B) 50
C) 60
D) 70
E) 80



18. Una esferita de masa $m = 0,01$ kg cae libre y verticalmente impactando sobre una balanza con una velocidad de 15 m/s, rebotando con la misma rapidez, dirección vertical hacia arriba. Si el contacto (esferita y balanza) demora 10 ms, determine el registro promedio (en N) de la balanza (g = 10 m/s^2)
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

19. Un bloque de masa "5 m" en reposo sobre un piso liso es atravesado por un proyectil de masa "m", entrando y saliendo como se muestra. Halle la velocidad que adquiere el bloque (en m/s).



A) $1\,\hat{i}$ B) $1,5\,\hat{i}$ C) $2\,\hat{i}$ D) $2,5\,\hat{i}$ E) $3\,\hat{i}$

20. Se lanzan desde el suelo dos proyectiles (1) y (2) de masa $m_1 = m_2 = 2\text{kg}$. El primero con una velocidad $V_{10} = (10\,\hat{j}\,)m/s$ y el segundo con una velocidad $V_{20} = (4\,\hat{i} + 5\,\hat{j}\,)m/s$. ¿Cuál es la cantidad de movimiento del proyectil (1) (en $\frac{kg.m}{s}$) en el instante que (2) alcanza el punto más alto de su trayectoria?

A) $4\hat{j}$ B) $5\hat{j}$ C) $6\hat{j}$ D) $8\hat{j}$ E) $10\hat{j}$

21. Una partícula cuya masa es 0,1 kg tiene una cantidad de movimiento igual a $(x\,\hat{i} + y\,\hat{j})\,N.s$. Se le imparte un impulso igual a $(4\,\hat{i} - 8\,\hat{j})\,N.s$ lo cual provoca que su cantidad de movimiento cambie a $(4-x)\hat{i} + (4-y)\,\hat{j}\;\;N.s$, determine la velocidad inicial (en m/s) de la partícula.

A) $40\,\hat{i} - 60\,\hat{j}$ B) $60\,\hat{i} + 40\,\hat{j}$ C) $60\,\hat{i} + 60\,\hat{j}$
D) $60\,\hat{j}$ E) $60\,\hat{i}$

22. Se lanza un proyectil de 2 kg de masa desde el suelo con una velocidad $V_0 = (3\hat{i} + 2\,\hat{j})\,m/s$. Señale la veracidad (V) o la falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

I. La variación de la cantidad de movimiento, desde que se lanza hasta que alcanza el punto más alto de su trayectoria es: $\Delta\,p = (-4\,\hat{j})\,N.s$.

II. La cantidad de movimiento un instante antes de chocar con el suelo es $(4\hat{i} - 6\,\hat{j})\,N.s$.

III. La cantidad de movimiento a los 0,5 s de ser lanzado es $(6\hat{i} + 6\,\hat{j})\,N.s$.

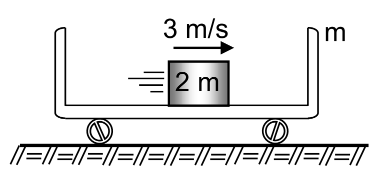
A) VVV B) FFV C) VFF D) FFF E) VVF

23. Un cañón de 500 kg dispara un proyectil de 2 kg con una velocidad de $v = (200\,\hat{i})\,m/s$. Determine la velocidad del cañón (en m/s) después del disparo.

A) $0{,}8\,\hat{i}$ B) $-0{,}8\,\hat{i}$ C) $-1{,}6\,\hat{i}$ D) $+1{,}6\,\hat{i}$ E) $-0{,}4\,\hat{i}$

24. Un bloque de masa "2m" se encuentra en movimiento con velocidad constante de 3 m/s sobre el piso liso de un carrito de masa "m", en reposo. Halle la rapidez (en m/s) del carrito después de la primera colisión elástica con el bloque.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



25. Dos bolas de billar de masas iguales viajan en la misma dirección y sentido a $v_1 = 7$ m/s y $v_2 = 3$ m/s. Si la bola m_1 choca con la bola m_2 elástica $(e=1)$ y frontalmente, cuál será la rapidez (en m/s) de la bola m_2 después del choque.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

26. Dos bloques de masas m_1 y m_2 son libres de moverse sobre una pista completamente lisa. Uno de ellos está en reposo (m_2) y el otro se dirige hacia él. El choque es elástico $(e=1)$, luego del cual tienen la misma rapidez y sentidos opuestos. ¿Cuál es la relación $\frac{m_1}{m_2}$ entre sus masas?

A) $\frac{1}{7}$ B) 1/5 C) 1/3 D) 1/2 E) 1

27. Se tienen dos partículas $m_1 = 1kg$ y $m_2 = 1kg$, experimentan un choque frontal, si durante el choque existe una pérdida de energía del 4%, calcule el coeficiente de restitución.
A) 0,78 B) 0,82 C) 0,89 D) 0,96 E) 0,98

28. Dos esferitas idénticas, una de ellas inicialmente en reposo, colisionan frontalmente. Después del choque la bolita que estuvo en reposo adquiere una energía cinética igual al 50% de la energía cinética total antes del choque. ¿Cuál es aproximadamente el coeficiente de restitución entre las esferas?
A) 0,00 B) 0,11 C) 0,21 D) 0,31 E) 0,41

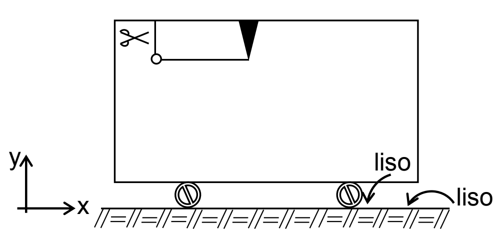
29. Un estudiante de 60 kg se deja caer desde una altura de 3,0 m. Calcule la magnitud del impulso en (N.s) ejercido por la fuerza de gravedad hasta llegar al suelo. $\left(g = 10\,m/s^2\right)$
A) 500,2 B) 464,8 C) 452,6 D) 444,2 E) 416,4

30. Una bailarina de ballet sobre hielo se mueve en línea recta con rapidez de 5 m/s. De pronto decide detenerse y pone en contacto con el piso la parte dentada del patín, logrando detenerse luego de 0,2 s. Si la masa de la bailarina es 50 kg, hallar la fuerza (tangente) promedio (en N) que el piso ejerce sobre ella durante el frenado.

A) – 1250 B) – 250 C) 125 D) 250 E) 1250

31. Una bolita se lanza desde el piso con una velocidad de 10 m/s y bajo un ángulo con la horizontal de 37º. Al llegar nuevamente al piso rebota con una velocidad de 8 m/s y bajo un ángulo con la horizontal de 30º. Si el choque con el piso dura 0,02 s y la masa de la bolita es 0,1 kg; hallar la magnitud del impulso (en N.s) entregado por el piso a la bolita.
A) 0,500 B) 0,700 C) 1,006 D) 1,502 E) ninguna

32. El sistema está inicialmente en reposo, si cortamos el hilo vertical, ¿qué ocurrirá?



A) El carrito inicia un movimiento hacia +x.
B) El carrito permanece en reposo por ser la fuerza neta nula.
C) La esfera, solo ella, iniciará un movimiento oscilatorio.
D) Solo el carrito experimentará un movimiento oscilatorio.
E) Ambos, la esfera y el carrito experimentarán movimientos oscilatorios.

33. Con relación a las siguientes proposiciones sobre la conservación de la cantidad de movimiento lineal, indicar verdadero (V) o falso (F):

I. Las fuerzas internas no cambian la cantidad de movimiento de un sistema de partículas.
II. Si una fuerza externa actúa sobre un sistema de partículas, entonces la cantidad de movimiento del sistema se conserva.
III. Si cambia la cantidad de movimiento de un sistema de partículas, la fuerza externa sobre el sistema es nula.

A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) VFF

34. Un hombre de 70 kg, está de pie en la parte trasera de una plataforma de 140 kg, que se mueve sin fricción sobre un lago congelado, con una velocidad de $4\hat{i}$ m/s; si el hombre empieza a moverse con una velocidad de $2\hat{i}$ m/s respecto de la plataforma. Calcule la velocidad de la plataforma (en m/s).

A) $-4,6\hat{i}$ B) $-3,4\hat{i}$ C) $2\hat{i}$ D) $3,4\hat{i}$ E) ninguna

35. Suponga que una persona de 80 kg lleva consigo un objeto de 20 kg y se deja caer libremente desde una altura de 245 m, si luego de recorrer 20 m, la persona imprime al objeto una velocidad tal que el objeto sale horizontalmente, con 3 m/s. ¿A qué distancia (en m) del punto original del impacto caerá la persona?

A) 1,25 B) 2,50 C) 3,75 D) 5,00 E) 6,25

36. Juanito y Pepito de 50 kg cada uno, están patinando sobre hielo, moviéndose uno hacia el encuentro del otro. Pepito lanza una pelota de 0,5 kg con una velocidad de $-4\hat{i}$ m/s, la cual es atrapada por Juanito quien se venía desplazando a razón de $2\hat{i}$ m/s. ¿Con qué velocidad (en m/s) se moverá Juanito luego de atrapar la pelota?

A) $0,8\,\hat{i}$ B) $1,0\,\hat{i}$ C) $1,85\,\hat{i}$ D) $2,25\,\hat{i}$ E) ninguna

37. Indique la veracidad (V) o falsedad (F), respecto al choque unidimensional de dos partículas si no hay fuerza externa sobre el sistema.

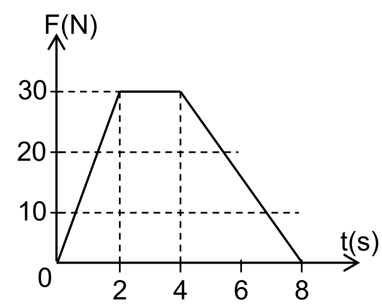
I. La cantidad de movimiento solo se conserva si el choque es elástico.
II. La energía cinética solo se conserva si el choque es elástico.
III. Si el choque es inelástico, las partículas siempre quedan unidas.

A) VVF B) FVV C) FVF D) FFV E) VFF

38. Una pelotita desde el reposo cae verticalmente al piso y rebota. La rapidez un instante antes del choque es V y un instante después del choque es 0,85V. Si la pelota se deja caer desde 1 m de altura, halle el coeficiente de restitución.
A) 0,55 B) 0,65 C) 0,75 D) 0,85 E) 0,95

39. Una partícula de 4 kg de masa que se mueve con una velocidad de $10\hat{i}$ m/s, choca con otra partícula de 5 kg que se encuentra en reposo. Si la primera partícula rebota con una velocidad de $-2\hat{i}$ m/s, determine el coeficiente de restitución.
A) 0,2 B) 0,4 C) 0,5 D) 0,6 E) ninguna

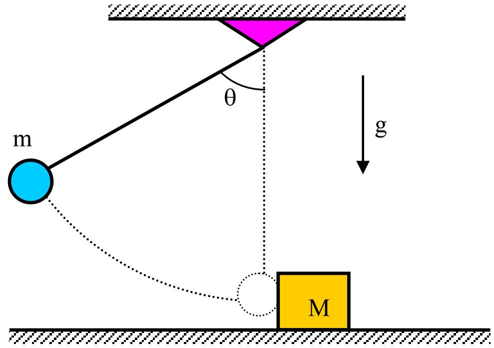
40. A un objeto inicialmente en reposo sobre una superficie lisa, se le aplica una fuerza horizontal cuyo módulo varía con el tiempo según la gráfica mostrada a) ¿Cuál es la magnitud del impulso? (en N.s) aplicada al objeto al cabo de 8 s? b) Determine la fuerza promedio (en N) aplicada al objeto durante los primeros 4 s.



A) 150 ; 22,5 B) 90 ; 25 C) 90 ; 20 D) 90 ; 25 E) 90 ; 22,5

41. Un vagón de ferrocarril de 5000 kg que viaja con una rapidez de 12,0 m/s choca contra otro idéntico que se encuentra en reposo. Debido al choque los vagones quedan enganchados. ¿Cuánta energía en 10^4 J se transforma en otras formas de energía a raíz de dicho choque?
A) 36 B) 32 C) 28 D) 20 E) 18

CHOQUES O COLISIONES



1. CONCEPTO: llamamos así a aquellos fenómenos de corta duración, y que se producen cada vez que dos cuerpos con movimiento relativo interaccionan por contacto, generándose entre ellos fuerzas impulsivas variables y muy intensas, las mismas que originan deformaciones y aceleraciones muy grandes, lo cual produce variaciones considerables en la velocidad de los cuerpos.

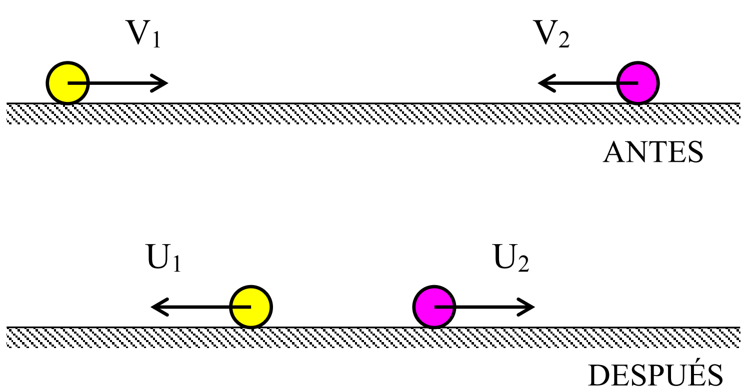
2. CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO: durante el choque se producen fuerzas internas muy grandes, de tal manera que las fuerzas externas como la fuerza de gravedad son despreciables. Por consiguiente, la cantidad de movimiento instante antes del choque es igual a la cantidad de movimiento instante después del choque.

$$\vec{P}_{antes\ del\ choque} = \vec{P}_{despues\ del\ choque}$$

3.COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN (e): es una cantidad adimensional (no tiene unidades) que cinemáticamente se define como la relación entre la velocidad relativa de alejamiento **después** del choque, entre, la velocidad relativa de acercamiento antes del choque.

$$e = \frac{\|Velocidad\ relativa\ de\ alejamiento\|}{\|Velocidad\ relativa\ de\ acercamiento\|}$$

Variación del valor de e: $0 \leq e \leq 1$



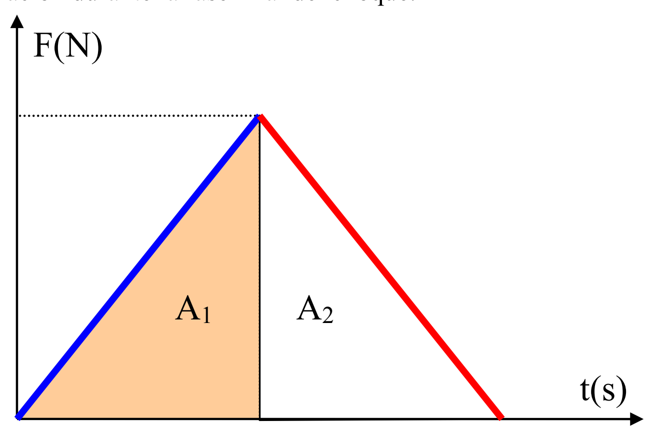
Para este caso particular: $$e = \frac{\|U_1 + U_2\|}{\|V_1 + V_2\|} \leq 1$$

TIPOS DE CHOQUES: el valor del coeficiente de restitución está íntimamente vinculado con la perdida de energía cinética durante el choque.

4. CHOQUE PERFECTAMENTE ELÁSTICO (e = 1): son aquellas en donde los cuerpos luego del choque conservan la misma energía cinética. Asimismo, la deformación experimental por los cuerpos durante el choque solo es temporal, observándose que cada uno recupera su forma original terminado el choque. Además, se verifica que:

$$e = \frac{A_2}{A_1} = 1$$

A_1: área de deformación durante la fase inicial del choque.
A_2: área de recuperación durante la fase final del choque.

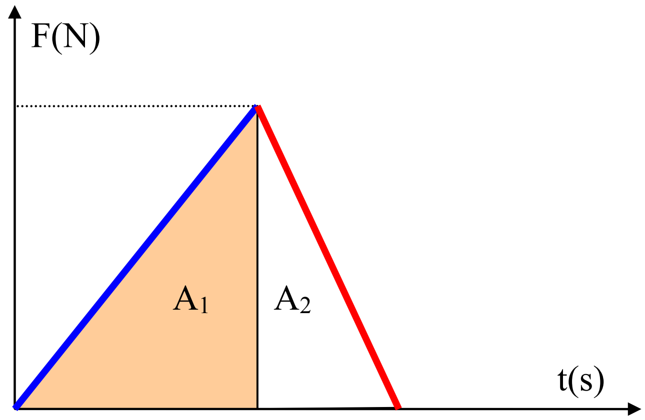


La ***energía cinética*** se conserva instante antes del choque e instante después del choque.

5. CHOQUE ELÁSTICO (e): en estos choques los cuerpos presentan deformaciones luego de su separación. Esto es una consecuencia del trabajo realizado por las fuerzas impulsivas, lo que conduce a una disminución de la energía cinética total de los cuerpos. Además, se verifica que:

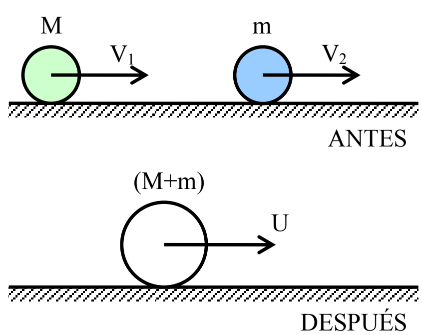
$$e = \frac{A_2}{A_1} < 1 \quad \Rightarrow \quad 0 < e < 1$$

A_1: área de deformación durante la fase inicial del choque.
A_2: área de recuperación durante la fase final del choque.



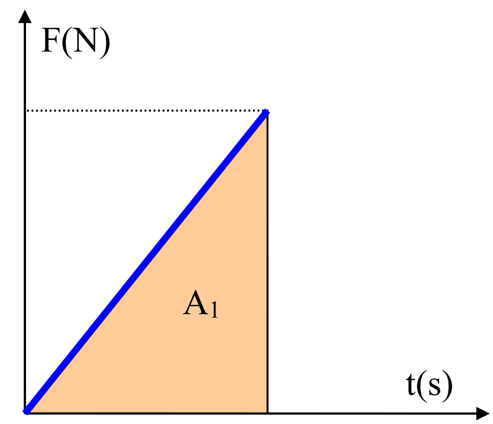
La ***energía cinética*** des pues del choque es menor que la energía cinética instante antes del choque. La energía cinética que se pierde se transforma en, la deformación de los cuerpos, sonido, calor y otras formas de energía.

6.CHOQUE PERFECTAMENTE INELÁSTICO (e = 0): se les llama también choques plásticos, y se caracterizan porque los cuerpos durante el choque reciben un trabajo por parte de las fuerzas internas que los obliga a mantenerse unidos y continuar su movimiento en esa forma. Esto nos sugiere que la energía cinética total de los cuerpos es menor después del choque, y ello debido a una fuga de energía bajo la forma de calor y en la deformación de los cuerpos. Además, se verifica que:



$$e = \frac{A_2}{A_1} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A_2 = 0$$

A_1: área de deformación durante la fase inicial del choque.
A_2: área de recuperación durante la fase final del choque.



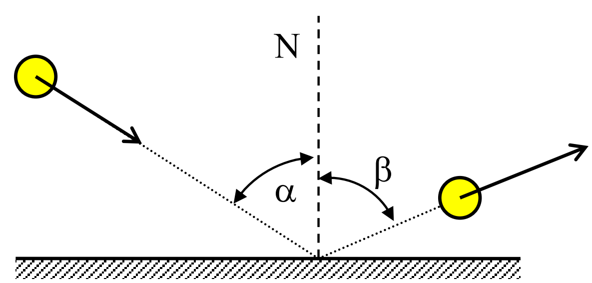
La ***energía cinética*** que se pierde se invierte en la deformación de los cuerpos y en otras formas de energía como sonido y calo.

7.LEY DE REFLEXIÓN DE LOS CHOQUES: Durante el choque oblicuo de un cuerpo (pelota o partícula) con la superficie (pared, piso, plano inclinado) se verifica que el coeficiente de restitución depende "e", se relaciona con, los ángulos de incidencia y de reflexión respecto de la línea normal.

α: ángulo de incidencia respecto de la línea normal N.

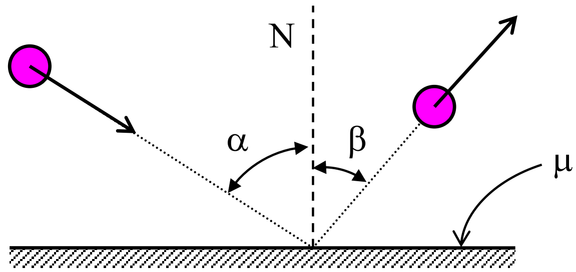
β: ángulo de reflexión respecto de la línea normal N.

$$e = \frac{Tg\alpha}{Tg\beta} \leq 1$$



De la ecuación deducimos que el ángulo de incidencia es menor o igual al ángulo de reflexión cuando la superficie es lisa.

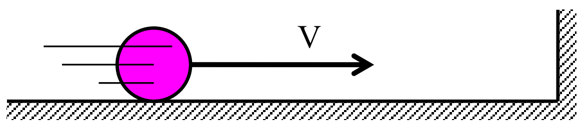
8. EL COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN Y LA FUERZA DE ROZAMIENTO: cuando el cuerpo (pelota) choca contra la superficie (piso) la fuerza de rozamiento hace que el ángulo de reflexión sea menor que el ángulo de incidencia, verificándose que:



$$e = \frac{Tg\alpha - \mu}{Tg\beta + \mu} \leq 1$$

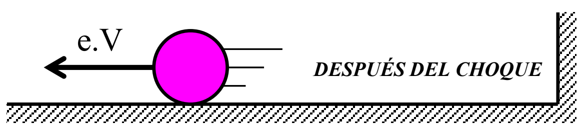
9. **CHOQUE FRONTAL CONTRA LA SUPERFICIE**: Cuando el cuerpo choca contra una superficie (pared, piso, plano inclinado) la rapidez de rebote (U) es igual al producto de la rapidez de incidencia (V) por el coeficiente de restitución (e). Verificándose que:

$$U = e.V$$



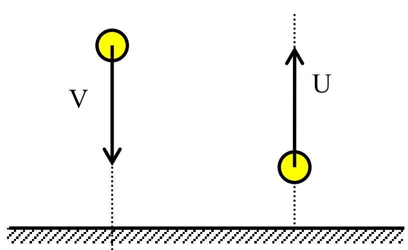
ANTES DEL CHOQUE

DURANTE EL CHOQUE



DESPUÉS DEL CHOQUE

10. **ALTURA MÁXIMA DE REBOTE**: Si soltamos un cuerpo (pelota) desde una altura H, la atura máxima de rebote (h) es:



CHOQUE CONTRA EL PISO

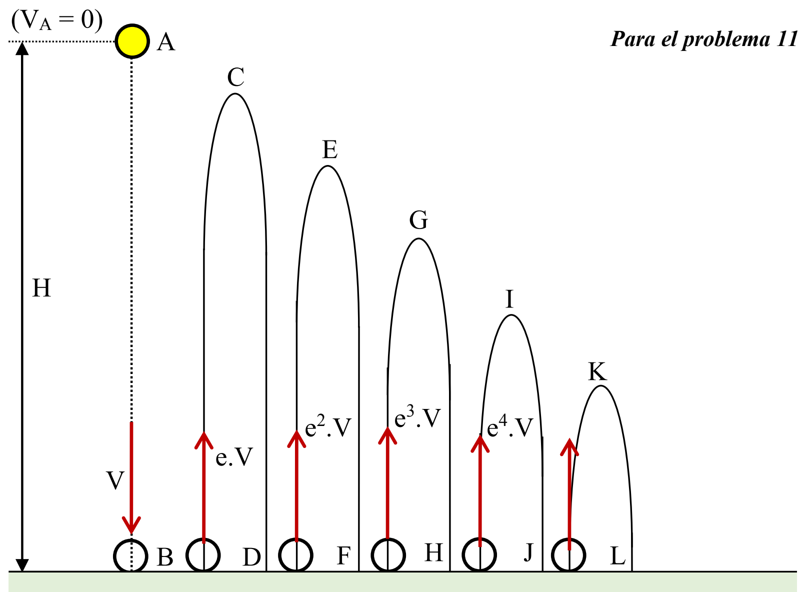
$$h = e^2.H$$

al término del enésimo rebote la altura máxima que alcánzale cuerpo es: $h = e^{2n}.H$

11. TIEMPO DE REBOTE EN CAIDA LIBRE VERTICAL.

Desde una altura H, se deja caer una esfera la cual realiza sendos choques inelásticos en el piso, así sucesivamente hasta que se detiene. Si el coeficiente de restitución del choque es e. El tiempo que emplea la esfera desde que se soltó hasta que se detiene es:

Para el problema 11

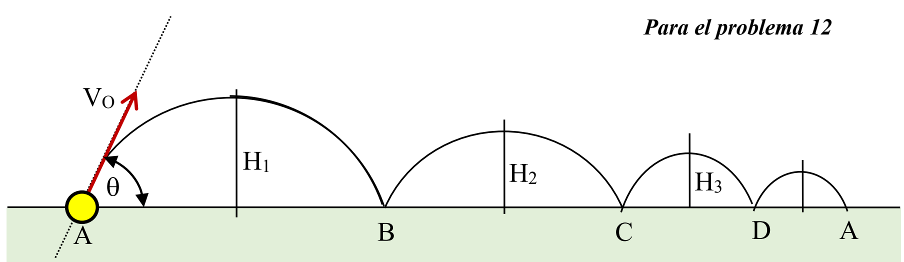


$$t_{TOTAL} = \sqrt{\frac{2H}{g}}.\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$$

12. ALCANCE HORIZONTAL DESPUÉS DE MUCHOS REBOTES.

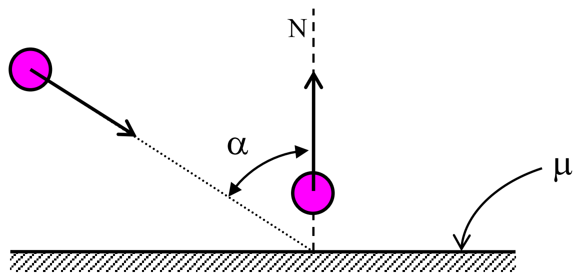
Se lanza una pelota con velocidad V_0 tal que forma un ángulo θ respecto de la horizontal. El coeficiente de restitución e. El alcance horizontal total, hasta que la pelota deja de rebotar es:

Para el problema 12



$$d_T = \frac{Sen2\theta.(V_0)^2}{(1-e).g}$$

13. REBOTE PERPENDICULAR. Una pelota rebota sobre una superficie horizontal tal como se muestra. Si el coeficiente de restitución es (e) y el coeficiente de fricción estático (μ), encuentre la relación entre el ángulo de incidencia (α) en función de $(e \ y \ \mu)$.



$$\operatorname{Tan}\alpha = \mu.(1+e)$$

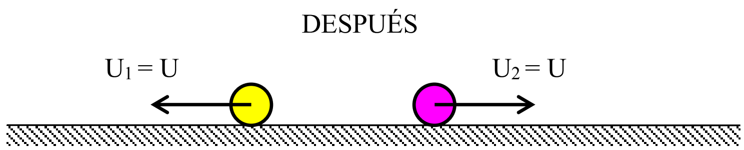
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

1. Dos deslizadores de masas m_1 y m_2 son libres de moverse sobre una superficie completamente lisa. Uno de ellos se encuentra en reposo y el otro se dirige hacia él. El choque es elástico, luego del cual los deslizadores tienen igual rapidez y direcciones opuestas. ¿Cuál es la relación $\frac{m_1}{m_2}$ entre las masas?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.

Para el problema 01



SEGUNDO PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

$$\Sigma\vec{p}(a.ch) = \Sigma\vec{p}(d.ch) \Rightarrow m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 = m_1.\vec{U}_1 + m_2.\vec{U}_2$$

$$m_1.V_1 + m_2.(0) = m_1.(-U) + m_2.(U)$$

$$m_1.V_1 = U.(m_2 - m_1) \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. El choque es perfectamente elástico $(e = 1)$

$$e = \frac{\|V.R(alejamiento)\|}{\|V.R(acercamiento)\|} \Rightarrow 1 = \frac{\|\vec{U}_2 - \vec{U}_1\|}{\|\vec{V}_1 - \vec{V}_2\|} = \frac{U - (-U)}{V_1 - 0}$$

$$1 = \frac{U + U}{V_1} \Rightarrow V_1 = 2U \quad \ldots (2)$$

CUARTO PASO. Resolviendo as ecuaciones (1) y (2):

$$m_1.(2U) = U.(m_2 - m_1) \Rightarrow 2.m_1 = m_2 - m_1$$

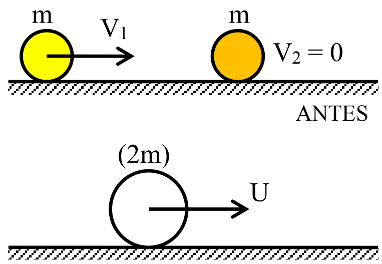
Resolviendo: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

2. Una esfera de 3 kg se mueve sobre una mesa lisa con velocidad de $4(i)\ m.s^{-1}$ y colisiona con otra de la misma masa que está en reposo. Si el choque es frontal y completamente inelástico (plástico). ¿Qué cantidad de calor se desprende durante el choque?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.

SEGUNDO PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.



Para el problema 02

$$\Sigma\vec{p}\left(a.ch\right)=\Sigma\vec{p}\left(d.ch\right) \quad\Rightarrow\quad m_1.\vec{V}_1+m_2.\vec{V}_2=\left(m_1+m_2\right).\vec{U}$$

$$\left(3\right).\left(4\right)+\left(3\right).\left(0\right)=\left(3+3\right).U \quad\Rightarrow\quad U=2\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía.

$$E_C\left(a.ch\right)=E_C\left(d.ch\right)+Q$$

$$\frac{1}{2}m_1.\left(V_1\right)^2+\frac{1}{2}m_1.\left(V_2\right)^2=\frac{1}{2}\left(m_1+m_2\right).\left(U\right)^2+Q$$

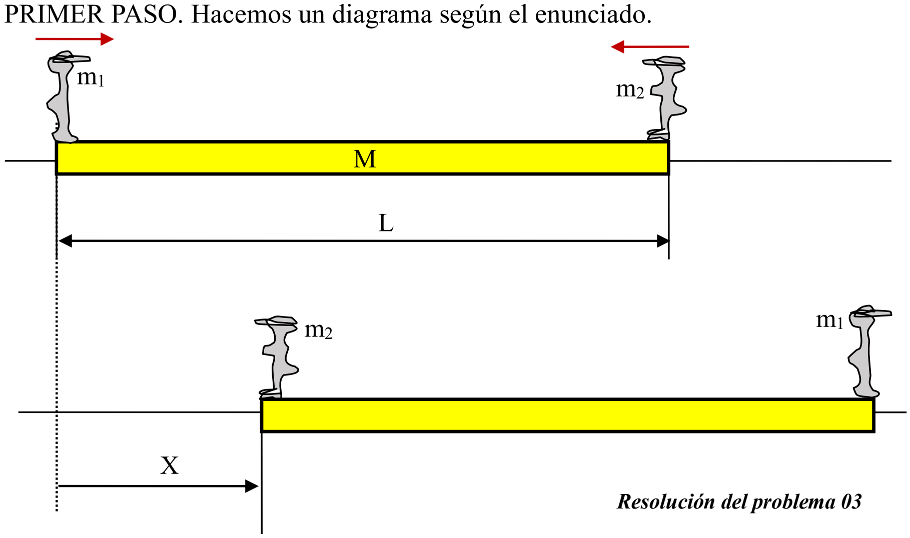
$$\frac{1}{2}\left(3\right).\left(4\right)^2+\frac{1}{2}\left(3\right).\left(0\right)^2=\frac{1}{2}\left(3+3\right).\left(2\right)^2+Q \quad\Rightarrow Q=12\,J$$

Respuesta. Se desprende 12 J de energía en forma de calor.

3. Dos personas de masas $m_1\ y\ m_2$ se encuentran parados en los extremos sobre balsa de masa M y de largo L. Si las personas cambian de posición, ¿Cuál es el desplazamiento de la balsa?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama según el enunciado.



Resolución del problema 03

SEGUNDO PASO. Siendo el lago de aguas tranquilas, consideramos un sistema aislado al hombre más la tabla $\left(m_1 \ y \ M_1\right)$. Aplicamos el teorema de la cantidad de movimiento en función de velocidades relativas.

$$\vec{p}_X\left(antes\right) = \vec{p}_X\left(despues\right)$$

$$\vec{0} = m_1.\vec{V}_{1/T} + m_2.\vec{V}_{2/T} + \left(m_1 + m_2 + M\right).\vec{V}_T$$

$$0 = m_1.\left(\frac{L}{\Delta t}\right) + m_2.\left(-\frac{L}{\Delta t}\right) + \left(m_1 + m_2 + M\right).\left(\frac{X}{\Delta t}\right)$$

$$0 = m_1.\left(L\right) + m_2.\left(-L\right) + \left(m_1 + m_2 + M\right).\left(X\right)$$

$$X = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M}\right).L$$

TERCER PASO. Analizamos los siguientes casos:

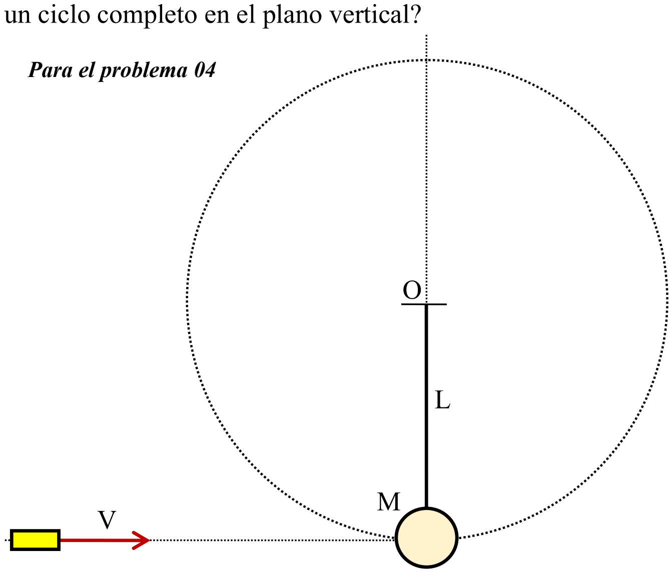
a) $Si: m_1 \langle \ m_2$ la balsa se mueve hacia la derecha.

b) $Si: m_1 \rangle \ m_2$ la balsa se mueve hacia la izquierda.

c) $Si: m_1 = m_2$ la balsa no se desplaza.

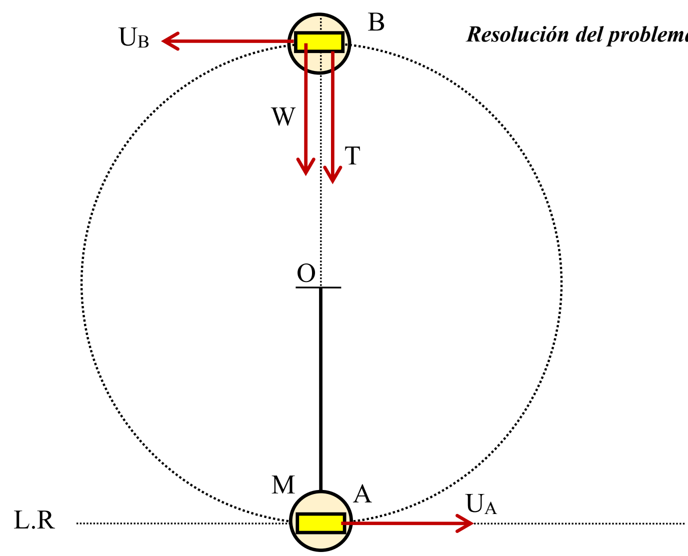
4. Una esfera de masa "M" pende de un hilo de longitud "L", La esfera es golpeada horizontalmente por un proyectil de más a "m" y que se adhiere a ella. ¿Cuál debe ser la velocidad mínima del proyectil para que después de golpear la esfera, este alcance a realizar un ciclo completo en el plano vertical?

Para el problema 04



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del sistema formado por la esfera más el proyectil, en el punto más alto. $W = \left(M + m\right).g$



Resolución del problema 04

SEGUNDO PASO. Aplicamos la definición de la fuerza centrípeta en el punto "B",

$$F_C = (M+m).a_C \quad \Rightarrow \quad F_C = (M+m).\frac{(U_B)^2}{L}$$

$$W + T = (M+m).\frac{(U_B)^2}{L} \quad \Rightarrow \quad T = (M+m).\frac{(U_B^2 - g.L)}{L}$$

De la ecuación anterior se deduce que para:

a) $T \rangle\, 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 \rangle\, g.L$ entonces da una vuelta.

b) $T \langle\, 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 \langle\, g.L$ entonces no da una vuelta.

c) $T = 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 = g.L$ es un punto crítico.

Por lo tanto: en el punto B, $T = 0 \Rightarrow \quad U_B = \sqrt{g.L}$ … (1)

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica, inmediatamente después del choque inelástico $(e = 0)$

$$EM(en\,A) = EM(en\,B) \quad \Rightarrow \quad E_P(A) + E_C(A) = E_P(B) + E_C(B)$$

$$0 + \frac{1}{2}.(m+M).(U_A)^2 = (m+M).g.(2L) + \frac{1}{2}.(m+M).(U_B)^2 \;\ldots (2)$$

$$\frac{1}{2}.(U_A)^2 = g.(2L) + \frac{1}{2}.(U_B)^2 \quad \Rightarrow \quad U_A = \sqrt{5.g.L} \;\ldots (3)$$

CUARTO PASO. Principio de conservación del momentum lineal, en el instante antes e instante después del choque.

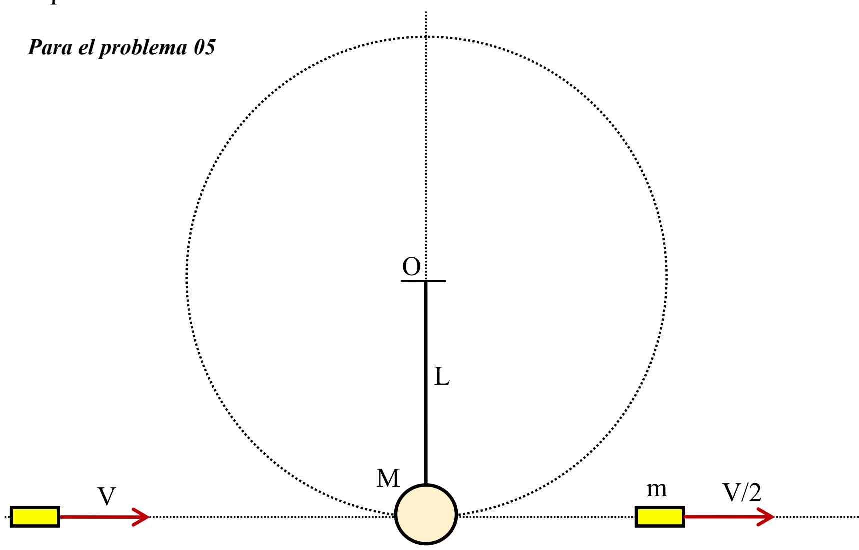
$$\vec{p}_{ANTES} = \vec{p}_{DESPUES} \quad \Rightarrow \quad m.V = (m+M).U_A$$

Reemplazando (3) en (4):

La velocidad mínima del proyectil es: $V_{MINIMA} = \dfrac{(m+M)\sqrt{5.g.L}}{m}$

5. Una bala de masa "m" con velocidad "V" pasa a través de la esfera de un péndulo de masa "M", saliendo con velocidad "V/2", tal como se muestra. La esfera pendular cuelga del extremo de la cuerda de largo "L". ¿Cuál es el menor valor de "V" par el cuál el péndulo completará una circunferencia?

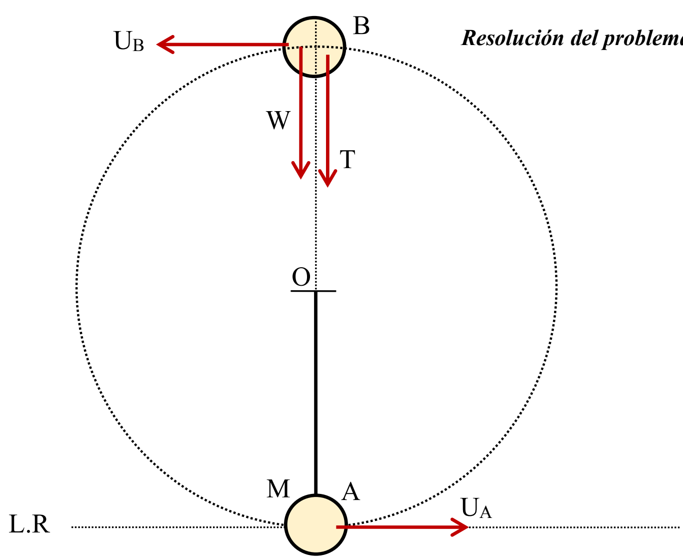
Para el problema 05



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos el diagrama de cuerpo libre del sistema formado por la esfera más el proyectil, en el punto más alto. $W = (M).g$

Resolución del problema 05



SEGUNDO PASO. Aplicamos la definición de la fuerza centrípeta en el punto "B",

$$F_C = (M).a_C \quad \Rightarrow \quad F_C = (M).\frac{(U_B)^2}{L}$$

$$W + T = (M).\frac{(U_B)^2}{L} \quad \Rightarrow \quad T = (M).\frac{(U_B^2 - g.L)}{L}$$

De la ecuación anterior se deduce que para:

a) $T \rangle 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 \rangle g.L$ entonces da una vuelta.

b) $T \langle 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 \langle g.L$ entonces no da una vuelta.

c) $T = 0 \Rightarrow \quad (U_B)^2 = g.L$ punto crítico.

Por lo tanto: en el punto B, $T = 0 \Rightarrow \quad U_B = \sqrt{g.L}$ … (1)

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica, inmediatamente después del choque.

$$EM(en\,A) = EM(en\,B) \quad \Rightarrow \quad E_P(A) + E_C(A) = E_P(B) + E_C(B)$$

$$0 + \frac{1}{2}.(M).(U_A)^2 = (M).g.(2L) + \frac{1}{2}.(M).(U_B)^2 \text{ … (2)}$$

$$\frac{1}{2}.(U_A)^2 = g.(2L) + \frac{1}{2}.(U_B)^2 \quad \Rightarrow \quad U_A = \sqrt{5.g.L} \text{ … (3)}$$

CUARTO PASO. Principio de conservación del momentum lineal, en el instante antes e instante después del choque.

$$\vec{p}_{ANTES} = \vec{p}_{DESPUES} \quad \Rightarrow \quad m.V = m.\left(\frac{V}{2}\right) + (M).U_A \text{ … (4)}$$

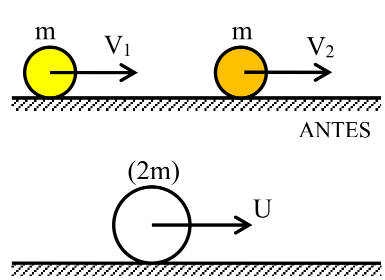
Reemplazando (3) en (4):

La velocidad mínima del proyectil es: $V_{MINIMA} = \left(\frac{2M}{m}\right)\sqrt{5.g.L}$

6. Una esfera de 3 kg se mueve sobre una mesa lisa con velocidad de $4(i)\ m.s^{-1}$ y colisiona con otra de la misma masa que está en la misma línea recta y se mueve con velocidad de $2(i)\ m.s^{-1}$. Si el choque es frontal y completamente inelástico (plástico). ¿Qué cantidad de calor se desprende durante el choque?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.



Para el problema 06

SEGUNDO PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

$$\Sigma\vec{p}(a.ch)=\Sigma\vec{p}(d.ch) \Rightarrow m_1.\vec{V}_1+m_2.\vec{V}_2=(m_1+m_2).\vec{U}$$

$$(3).(4)+(3).(2)=(3+3).U \Rightarrow U=3\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía.

$$E_C(a.ch)=E_C(d.ch)+Q$$

$$\frac{1}{2}m_1.(V_1)^2+\frac{1}{2}m_1.(V_2)^2=\frac{1}{2}(m_1+m_2).(U)^2+Q$$

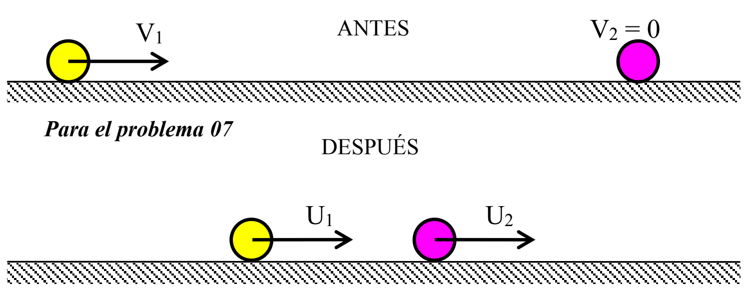
$$\frac{1}{2}(3).(4)^2+\frac{1}{2}(3).(2)^2=\frac{1}{2}(3+3).(3)^2+Q \Rightarrow Q=3\,J$$

Respuesta. Se desprende 3 J de energía en forma de calor.

7. Una esfera de 2 kg se desplaza con velocidad de $3(i)\ m.s^{-1}$ sobre una mesa sin fricción y colisiona frontalmente con otra idéntica y estacionaria. Sabiendo que el coeficiente de restitución entre las esferas es 0,6. ¿Qué cantidad de calor se desprende durante el choque?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.



Para el problema 07

SEGUNDO PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

$$\Sigma\vec{p}(a.ch)=\Sigma\vec{p}(d.ch) \Rightarrow m_1.\vec{V}_1+m_2.\vec{V}_2=m_1.\vec{U}_1+m_2.\vec{U}_2$$

$$m.(3)+m.(0)=m.U_1+m.U_2 \Rightarrow U_1+U_2=3 \ \ldots (1)$$

TERCER PASO. El choque es perfectamente elástico $(e=1)$

$$e=\frac{\|V.R(alejamiento)\|}{\|V.R(acercamiento)\|} \Rightarrow 0,6=\frac{\|\vec{U}_2-\vec{U}_1\|}{\|\vec{V}_1-\vec{V}_2\|}=\frac{U_2-U_1}{V_1-0}$$

$$0,6=\frac{U_2-U_1}{3-0} \Rightarrow U_2-U_1=1,8 \ \ldots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

$$U_1=0,6\ m.s^{-1} \quad y \quad U_2=2,4\ m.s^{-1}$$

CUARTO PASO: Principio de conservación de la energía.

$$E_C(a.ch)=E_C(d.ch)+Q$$

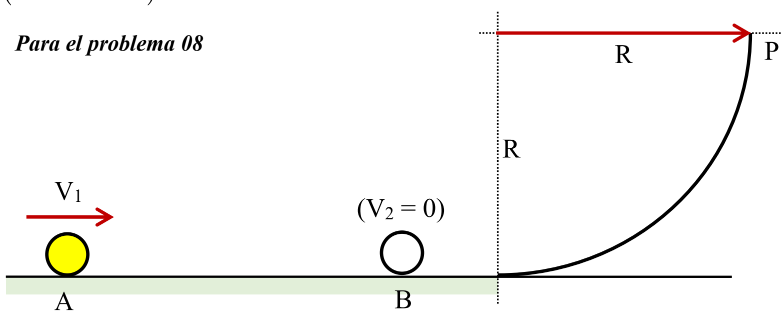
$$\frac{1}{2}m_1.(V_1)^2+\frac{1}{2}m_2.(V_2)^2=\frac{1}{2}m_1.(U_1)^2+\frac{1}{2}m_2.(U_2)^2+Q$$

$$\frac{1}{2}(2).(3)^2+\frac{1}{2}(2).(0)^2=\frac{1}{2}(2).(0,6)^2+\frac{1}{2}(2).(2,4)^2+Q$$

$$9=0,36+5,76+Q \quad \Rightarrow \quad Q=2,88\,J$$

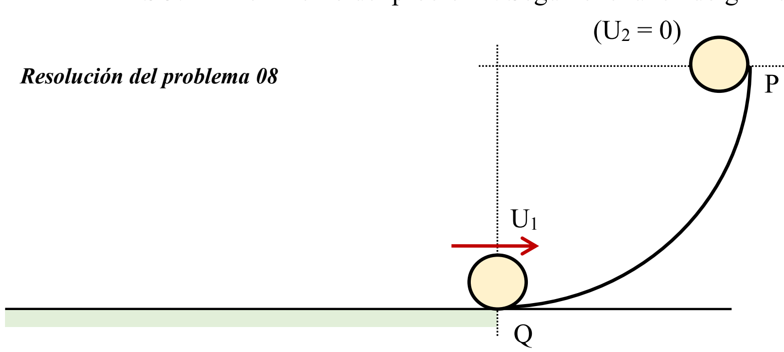
Respuesta. Se desprende 2,88 J de energía en forma de calor.

8. Se muestra dos esferas A y B idénticas y realizan un choque plástico. Calcular la mínima velocidad de la esfera A, talque después del choque lleguen a las justas al punto P. $R=5\,m$ $\left(g=10\ m.s^{-2}\right)$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.



SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM\,(en\,Q)=EM\,(en\,P) \quad \Rightarrow \quad E_C\,(en\,Q)=E_P\,(en\,P)$$

$$\frac{1}{2}.(m_1+m_2).(U_1)^2=(m_1+m_2).g.(R) \quad \Rightarrow \quad (U_1)^2=2.g.(R)$$

$$(U_1)^2=2.(10).(5) \quad \Rightarrow \quad U_1=10\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

$$\Sigma\vec{p}\,(a.ch)=\Sigma\vec{p}\,(d.ch) \quad \Rightarrow \quad m_1.\vec{V}_1+m_2.\vec{V}_2=(m_1+m_2).\vec{U}_1$$

$$(m).(V_1)+(m).(0)=(m+m).(10) \quad \Rightarrow \quad V_1=20\ m.s^{-1}$$

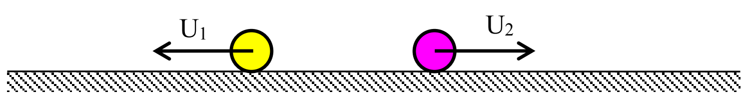
Respuesta. La velocidad inicial de la esfera es A es 20 m/s.

9. Una esfera de masa $m_1 = m$ se mueve con velocidad $V_1 = 20(i)\ m.s^{-1}$ sobre una pista lisa y realiza un choque perfectamente elástico con otra esfera de masa $m_2 = 3m$ inicialmente en reposo. Calcular la velocidad del centro de masa de las esferas y las velocidades de las esferas después del choque.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Planteamiento del problema. Según el enunciado graficamos.

Para el problema 09



SEGUNDO PASO. Sabiendo que no existe rozamiento. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

$$\Sigma\vec{p}(a.ch) = \Sigma\vec{p}(d.ch) \;\Rightarrow\; m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 = m_1.\vec{U}_1 + m_2.\vec{U}_2$$

$$m.(20) + (3m).(0) = m.(-U_1) + (3m).(U_2) \;\Rightarrow\; 3.U_2 - U_1 = 20 \ \ldots (1)$$

TERCER PASO. El choque es perfectamente elástico $(e = 1)$

$$e = \frac{\left\| V.R(alejamiento) \right\|}{\left\| V.R(acercamiento) \right\|} \;\Rightarrow\; 1 = \frac{\left\| \vec{U}_2 - \vec{U}_1 \right\|}{\left\| \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \right\|} = \frac{U_2 + U_1}{V_1 - 0}$$

$$1 = \frac{U_2 + U_1}{20 - 0} \;\Rightarrow\; U_2 + U_1 = 20 \ \ldots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

$$U_1 = 10\ m.s^{-1} \quad y \quad U_2 = 10\ m.s^{-1}$$

CUARTO PASO. La velocidad del centro de masa antes de la colisión es:

$$\vec{V}_{CM} = \frac{m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2}{m_1 + m_2} = \frac{(m).(20) + (3m).(0)}{m + 3m} = 5\ m.s^{-1}$$

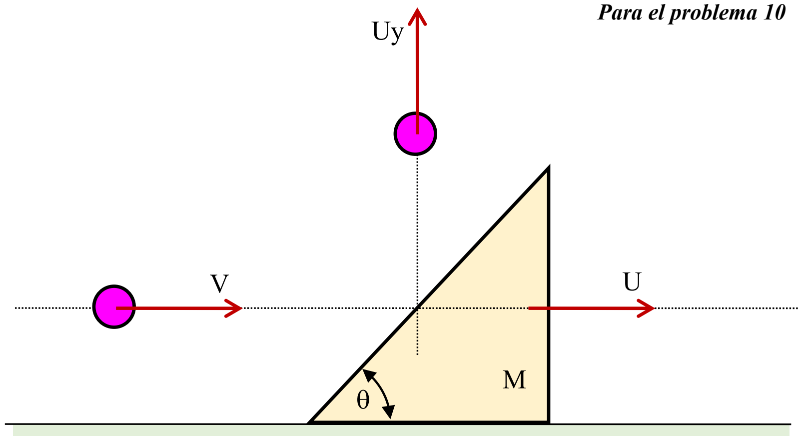
QUINTO PASO. La velocidad del centro de masa antes de la colisión es:

$$\vec{V}_{CM} = \frac{m_1.\vec{U}_1 + m_2.\vec{U}_2}{m_1 + m_2} = \frac{(m).(-10) + (3m).(10)}{m + 3m} = 5\ m.s^{-1}$$

Respuesta. En todo sistema aislado, la velocidad del centro masa se mantiene constante.

10. Se muestra una cuña de masa M inicialmente en reposo. Si se lanza horizontalmente una esfera pequeña de masa "m", determinar la medida del ángulo θ de tal manera que después del choque perfectamente elástico, la esfera rebota verticalmente. Desprecie toda forma de rozamiento. $(7.M = 16.m)$

Para el problema 10



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento en el eje horizontal.

$$\vec{p}_X(antes\,choque) = \vec{p}_X(despues\,choque)$$

$$m.V = M.U \quad \Rightarrow \quad V = \left(\frac{M}{m}\right).U \quad \ldots (1)$$

SEGUNDO PASO. Aplicamos el principio de conservación de la energía cinética, por tratarse de un choque perfectamente elástico $(e = 1)$ tenemos:

$$E_C(antes\,choque) = E_C(despues\,choque)$$

$$\frac{1}{2}.m.(V)^2 = \frac{1}{2}.m.(U)^2 + \frac{1}{2}.M.(Uy)^2 \quad \ldots (2)$$

TERCER PASO. Reemplazando (1) en (2):

$$(Uy)^2 = \left(\frac{M}{m} - 1\right).\left(\frac{M}{m}\right).(U)^2 \quad \ldots (3)$$

CUARTO PASO. Definición del coeficiente de restitución (e), para coques frontales o perpendiculares, luego hay la necesidad de descomponer las velocidades y tomaremos como referencia la dirección perpendicular a la cuña.

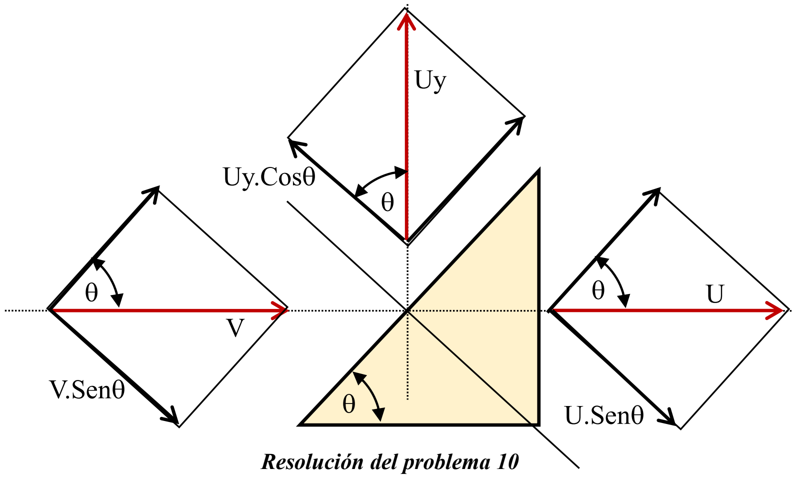
$$e = \frac{\left\| V.R(alejamiento) \right\|}{\left\| V.R(acercamiento) \right\|} \quad \Rightarrow \quad e = \frac{\left\| \vec{U}_2 - \vec{U}_1 \right\|}{\left\| \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \right\|}$$

$$1 = \frac{Uy.\mathrm{Cos}\,\theta + U.Sen\theta}{V.Sen\theta} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Tan}\,\theta = \frac{Uy}{V - U} \quad \ldots (4)$$

Reemplazando (1) en (4):

$$\mathrm{Tan}\,\theta = \sqrt{\frac{M}{M - m}} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Tan}\,\theta = \sqrt{\frac{16}{16 - 7}} = \frac{4}{3}$$

Respuesta: La medida del ángulo es $\theta = 53^{\circ}$



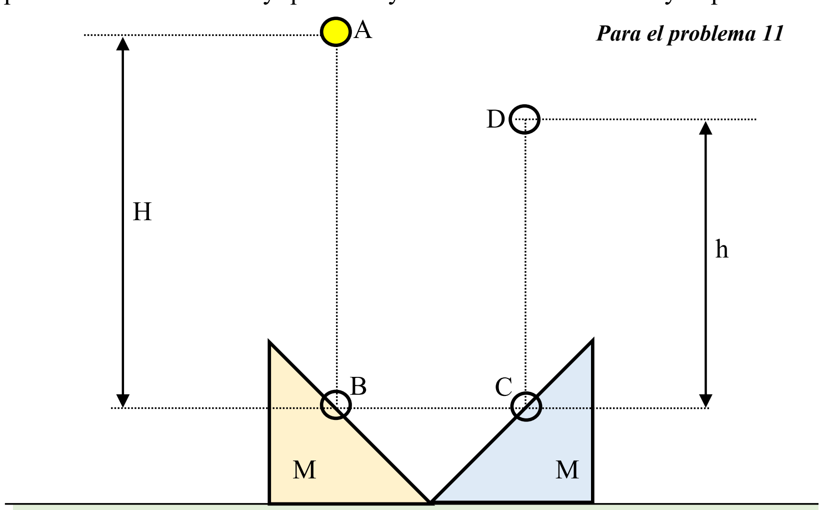
Resolución del problema 10

OBSERVACIÓN. Si la masa de la esfera es muy pequeña comparada con la masa de la cuña:

$$\operatorname{Tan}\theta = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{m}{M}}} \quad (m \ll M) \;\Rightarrow\; \operatorname{Tan}\theta = 1 \;\Rightarrow\; \theta = 45^{o}$$

La pelota de masa muy pequeña comparada con la masa de la cuña, rebota en forma vertical.

11. En un plano horizontal descansan dos cuñas cuyos ángulos de inclinación son iguales a 45º y la masa de cada una de ellas es M. Desde una altura H cae libremente una esferita de masa "m"$(m \ll M)$, que choca primero a una cuña, luego la otra y rebota verticalmente hacia arriba. Encontrar la altura a la cual rebota la esferita. Tener en cuenta que ambos choques son perfectamente elásticos y que no hay fricción entre las cuñas y el plano horizontal.



Para el problema 11

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Por caída libre vertical, de la esfera instante antes del primer choque es:

$$V_0 = \sqrt{2.g.H} \quad \ldots (1)$$

SEGUNDO PASO. La cantidad de movimiento se conserva en el eje X, en el primer choque.

$$\vec{p}_X(a.ch) = \vec{p}_X(d.ch)$$

$$0 = m.V_1 - M.U_1 \quad \Rightarrow \quad U_1 = \left(\frac{m}{M}\right).V_1 \quad \ldots (2)$$

TERCER PASO. Aplicamos el principio de conservación de la energía cinética, por tratarse de un movimiento perfectamente elástico $(e=1)$ tenemos:

$$E_C(antes\,choque) = E_C(despues\,choque)$$

$$\frac{1}{2}.m.(V_0)^2 = \frac{1}{2}.m.(V_1)^2 + \frac{1}{2}.M.(U_1)^2 \quad \ldots (3)$$

CUARTO PASO. Reemplazamos (1) y (2) en (3):

$$(V_1)^2 = \left(\frac{m+M}{M}\right).(2.g.H) \quad \ldots (4)$$

QUINTO PASO. La cantidad de movimiento se conserva en el eje X, en el segundo choque:

$$\vec{p}_X(a.ch) = \vec{p}_X(d.ch)$$

$$m.V_1 = M.U_1 \quad \Rightarrow \quad U_2 = \left(\frac{m}{M}\right).V_1 \quad \ldots (5)$$

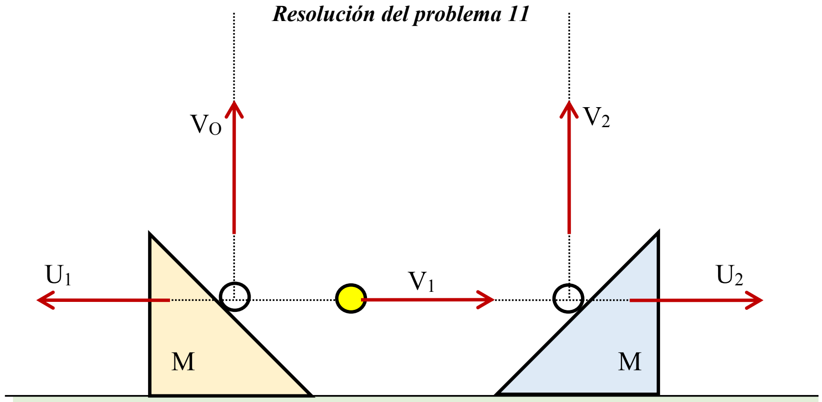
SEXTO PASO. Después del segundo choque la esfera tiene V_2 y alcanza una altura máxima "h" entonces deducimos que: $V_2 = \sqrt{2.g.h}$

SÉPTIMO PASO. Aplicamos el principio de conservación de la energía cinética, para un choque perfectamente elástico.

$$E_C(antes\,choque) = E_C(despues\,choque)$$

$$\frac{1}{2}.m.(V_1)^2 = \frac{1}{2}.m.(V_2)^2 + \frac{1}{2}.M.(U_2)^2 \quad \ldots (7)$$

Resolución del problema 11



OCTAVO PASO. reemplazando (4), (5) y (6) en (7):

$$h = \left(\frac{M-m}{M+m}\right).H \quad \Rightarrow \quad h = \left(\frac{1-\frac{m}{M}}{1+\frac{m}{M}}\right).H$$

OBSERVACIÓN: Si la masa de la esfera es muy pequeña comparada con la masa de la cuña: $(m \ll M) \quad \Rightarrow \quad h \approx H$.

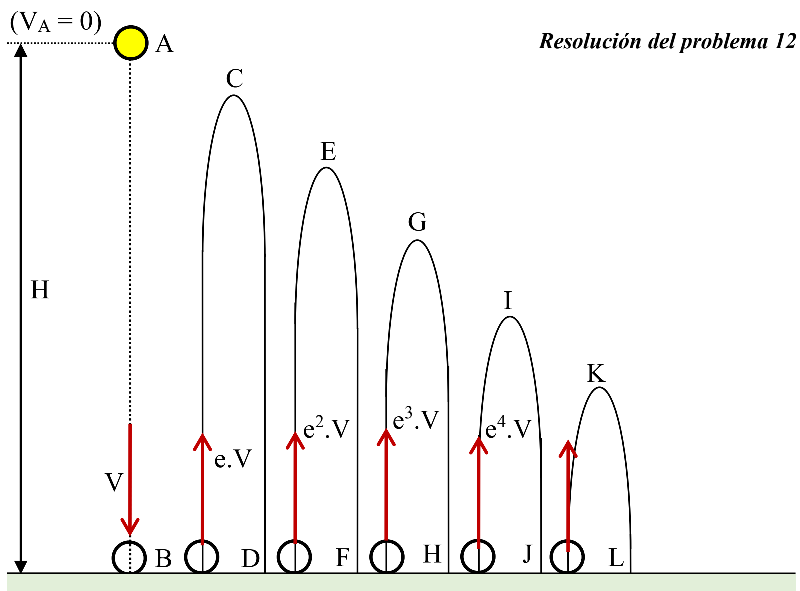
12. Desde una altura H, se deja caer una esfera la cual realiza sendos choques inelásticos en el piso, así sucesivamente hasta que se detiene. Si el coeficiente de restitución del choque es e. Determinar el tiempo que emplea la esfera desde que se soltó hasta que se detiene.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Aplicamos lay leyes de caída libre en el tramo AB. La velocidad inicial de la esfera es nula:

$$\text{Tiempo de caída: } t_{AB} = \sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

Velocidad de impacto por primera vez: $V_B = g.t_{AB} \Rightarrow V_B = \sqrt{2.g.H}$



Resolución del problema 12

SEGUNDO PASO. Aplicamos lay leyes de caída libre en el tramo BC. La velocidad rebote de la esfera en B es: $V_{IB} = e.V_B \Rightarrow V_{IB} = e.\sqrt{2.g.H}$

$$V_{FC} = V_{IB} - g.t_{BC} \Rightarrow 0 = e.\sqrt{2gH} - g.t_{BC}$$

Tiempo de subida: $t_{BC} = e.\sqrt{\frac{2.H}{g}}$

TERCER PASO. Aplicamos lay leyes de caída libre en el tramo DE. La velocidad rebote de la esfera en D es: $V_{ID} = e.V_{IB} \Rightarrow V_{ID} = e^2.\sqrt{2.g.H}$

$$V_{FD} = V_{IC} - g.t_{CD} \Rightarrow 0 = e^2.\sqrt{2gH} - g.t_{CD}$$

Tiempo de subida: $t_{DE} = e^2.\sqrt{\frac{2.H}{g}}$

CUARTO PASO. Aplicamos lay leyes de caída libre en el tramo FG. Tiempo de subida:

$$t_{FG} = e^3.\sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

QUINTO PASO. Aplicamos lay leyes de caída libre en el tramo HI. Tiempo de subida:

$$t_{HI} = e^4.\sqrt{\frac{2.H}{g}}$$

SEXTO PASO. Sumatoria de los tiempos:

$$t_{TOTAL} = t_{AB} + 2.t_{BC} + 2.t_{DE} + 2.t_{FG} + 2.t_{HI} + ...$$

$$t_{TOTAL} = \sqrt{\frac{2H}{g}} + 2.e\sqrt{\frac{2H}{g}} + 2.e^2\sqrt{\frac{2H}{g}} + 2.e^3\sqrt{\frac{2H}{g}} + 2.e^4\sqrt{\frac{2H}{g}} + ...$$

$$t_{TOTAL} = \sqrt{\frac{2H}{g}}.\left(1 + 2e^1 + 2e^2 + 2e^3 + 2e^4 + 2e^5 + 2e^6 + ...\right) \quad ... (1)$$

SÉPTIMO PASO. Artificio matemático. Progresión geométrica.

$$K = 1 + 2e^1 + 2e^2 + 2e^3 + 2e^4 + 2e^5 + 2e^6 + ...$$

$$K = 1 + 2e\left(1 + 2e^1 + 2e^2 + 2e^3 + 2e^4 + 2e^5 + 2e^6 + ...\right)$$

$$K = 1 + 2e\left(1 + \frac{2\left(e^1 + e^2 + e^3 + e^4 + e^5 + e^6 + ...\right)}{2}\right)$$

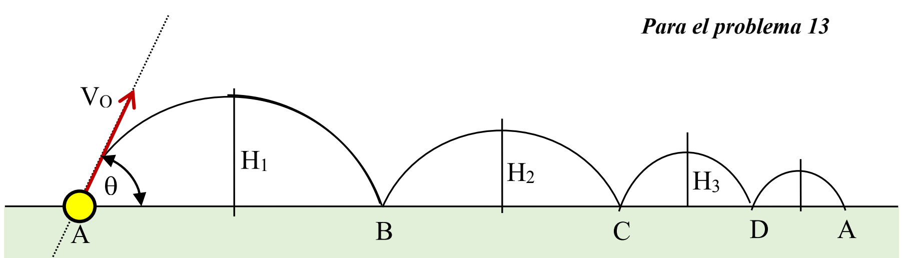
$$K = 1 + 2e.\left(1 + \frac{K-1}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad K = \frac{1+e}{1-e} \quad ... (2)$$

OCTAVO PASO. Reemplazando (2) en (1):

$$t_{TOTAL} = \sqrt{\frac{2H}{g}}.\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$$

13. Se lanza una pelota con velocidad V_0 tal que forma un ángulo θ respecto de la horizontal. Calcular el alcance horizontal total, hasta que la pelota deja de rebotar. El coeficiente de restitución e.

Para el problema 13



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Descomposición de la velocidad de lanzamiento.

$$\vec{V} = \left(V_0.\text{Cos}\,\theta; V_0.Sen\theta\right)$$

SEGUNDO PASO. En el movimiento horizontal se cumple las leyes del M.R.U:

$$d_T = V_X.t_T \quad \Rightarrow \quad d_T = \left(V_0.\text{Cos}\,\theta\right).t_T \quad ... (1)$$

TERCER PASO. Cálculo del tiempo total, son los tiempos en cada rebote en el movimiento parabólico.

$$t_T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 + ...$$

$$t_T = \frac{2}{g}\left(V_{y0}\right) + \frac{2}{g}\left(V_{y1}\right) + \frac{2}{g}\left(V_{y2}\right) + \frac{2}{g}\left(V_{y3}\right) + \frac{2}{g}\left(V_{y4}\right) + \frac{2}{g}\left(V_{y5}\right) + ...$$

$$t_T = \frac{2}{g}\left[\left(V_{y0}\right) + \left(V_{y1}\right) + \left(V_{y2}\right) + \left(V_{y3}\right) + \left(V_{y4}\right) + \left(V_{y5}\right) + ...\right] \ \ldots (2)$$

CUARTO PASO. Aplicamos el concepto del coeficiente de restitución en cada choque frontal con el suelo.

Primer rebote: $V_{y1} = e.V_{y0}$. Segundo rebote: $V_{y2} = e^2.V_{y0}$. Tercer rebote: $V_{y3} = e^3.V_{y0}$.

Cuarto rebote: $V_{y4} = e^4.V_{y0}$. Quinto rebote: $V_{y4} = e^5.V_{y0}$. … (3)

QUITO PASO. Reemplazamos (3) en (2):

$$t_T = \frac{2}{g}\left[\left(V_{y0}\right) + e\left(V_{y0}\right) + e^2\left(V_{y0}\right) + e^3\left(V_{y0}\right) + e^4\left(V_{y0}\right) + e^5\left(V_{y0}\right) + ...\right]$$

$$t_T = \frac{2\left(V_{y0}\right)}{g}\left[1 + e + e^2 + e^3 + e^4 + e^5 + ...\right] \ \ldots (4)$$

SEXTO CASO. Artificio matemático. Progresión geométrica.

$$K = 1 + e + e^2 + e^3 + e^4 + e^5 + ...$$

$$K = 1 + e\left(1 + e + e^2 + e^3 + e^4 + e^5 + ...\right) \ \Rightarrow \ K = 1 + e.K$$

$$K = \frac{1}{1-e} \ \ldots (5)$$

SÉPTIMO PASO. Reemplazamos (5) en (4):

$$t_T = \frac{2\left(V_{y0}\right)}{g}\left[\frac{1}{1-e}\right] \ \Rightarrow \ t_T = \frac{2.V_0.Sen\theta}{g\left(1-e\right)} \ \ldots (6)$$

Reemplazamos en (1):

$$d_T = \left(V_0.\text{Cos}\,\theta\right).\left(\frac{2.V_0.Sen\theta}{g\left[1-e\right]}\right) = \frac{2.Sen\theta.\text{Cos}\,\theta.\left(V_0\right)^2}{\left(1-e\right).g}$$

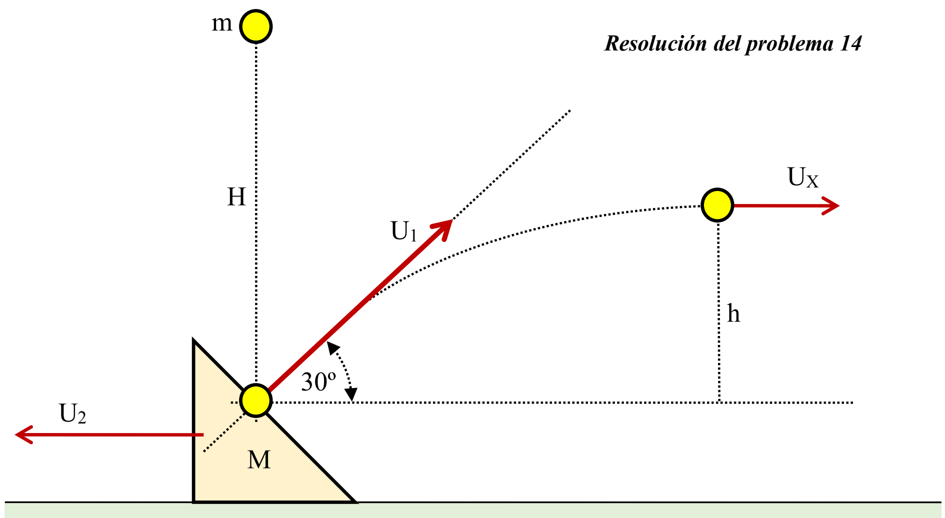
El alcance total es: $d_T = \dfrac{Sen2\theta.\left(V_0\right)^2}{\left(1-e\right).g}$

14. En un plano horizontal descansa una cuña de masa M. Desde una altura H cae una esfera pequeña de masa “m” y después de golpear en forma elástica a la cuña, rebota formando un ángulo de 30º con la horizontal. ¿A qué altura máxima se elevará la esfera? Despreciar la fricción entre la cuña y el plano horizontal.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama según el enunciado.

Resolución del problema 14



SEGUNDO PASO. La cantidad de movimiento se conserva en el eje horizontal en el choque el choque.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_x(despues) \Rightarrow 0 = m.(U_1.\text{Cos}\,30º) - M.U_2$$

$$U_2 = \left(\frac{m}{M}\right).(U_1.\text{Cos}\,30º) \quad \ldots \ (1)$$

TERCER PASO. Sabemos que la velocidad en la vertical de la esfera en el instante del choque es: $V_Y = \sqrt{2.g.H} \quad \ldots \ (2)$

CUARTO PASO. Aplicamos el principio de conservación de la energía cinética, por tratarse de un choque perfectamente elástico $(e = 1)$ tenemos:

$$E_C(antes\ choque) = E_C(despues\ choque)$$

$$\frac{1}{2}.m.(V_y)^2 = \frac{1}{2}.m.(U_1)^2 + \frac{1}{2}.M.(U_2)^2 \quad \ldots \ (3)$$

Reemplazando (1) y (2) en (3):

$$\frac{1}{2}.m.(2gH) = \frac{1}{2}.m.(U_1)^2 + \frac{1}{2}.M.\left(\frac{m^2}{M^2}.U_2.\frac{3}{4}\right)$$

$$(U_1)^2 = \frac{4M}{4M+3m}.(2.g.H) \quad \ldots \ (4)$$

QUINTO PASO. En un movimiento parabólico, la altura máxima que alcanza es:

$$h = \frac{(U_1)^2.(Sen30º)^2}{2g} = \frac{4M(2gH)}{4M+3m}.\frac{\left(\frac{1}{4}\right)}{(2g)}$$

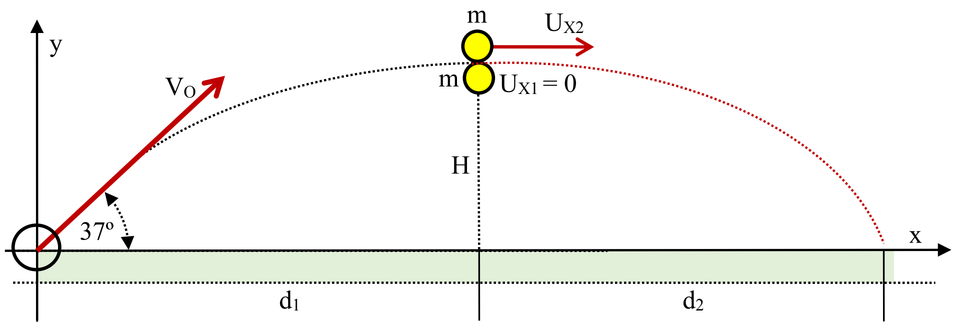
$$h = \left(\frac{M}{4M+3m}\right).H$$

OBSERVACIÓN. Para el cálculo de "h" no es necesario conocer el ángulo de inclinación de la cuña.

15. Un proyectil es disparado con velocidad de 25 m/s que forma un ángulo de 37º con la horizontal. En el punto más alto de su trayectoria explota en dos fragmentos iguales, uno de los cuales sale verticalmente. Calcular el alcance horizontal de cada fragmento cuando llegan al suelo. $\left(g = 10\, m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama según el enunciado.



Resolución del problema 15

SEGUNDO PASO. Descomponemos la velocidad de lanzamiento del proyectil de masa M.

$$\vec{V} = \left(V_0.\text{Cos}\,\theta; V_0.Sen\theta\right) = \left(25.\frac{4}{5}; 25.\frac{3}{5}\right) = \left(20;15\right) m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Cálculo de la altura máxima, instante antes de la explosión.

$$H = \frac{\left(Vy\right)^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad H = \frac{\left(15\right)^2}{20} = 11,25\ m$$

CUARTO PASO. Cálculo del tiempo de subida, instante antes de la explosión.

$$t_{SUBIDA} = \frac{Vy}{g} \quad \Rightarrow \quad t_{SUBIDA} = \frac{15}{10} = 1,5\,s$$

QUINTO PASO. Cálculo del desplazamiento horizontal, instante antes de la explosión.

$$d_1 = V_X.t \quad \Rightarrow \quad d_1 = \left(20\,m.s^{-1}\right).\left(1,5\,s\right) = 30\ m$$

SEXTO PASO. Analizando el instante de la explosión del proyectil. Principio de conservación de la cantidad de movimiento en el eje horizontal.

$$\vec{p}_X\left(a.ch\right) = \vec{p}_X\left(d.ch\right) \quad \Rightarrow \quad M.V_X = m.U_{X1} + m.U_{X2}$$

$$\left(2m\right).\left(20\right) = m.\left(0\right) + m.U_{X2} \quad \Rightarrow \quad U_{X2} = 40\,m.s^{-1}$$

El primer fragmento desciende en caída libre vertical y el segundo fragmento desciende en caída libre parabólico.

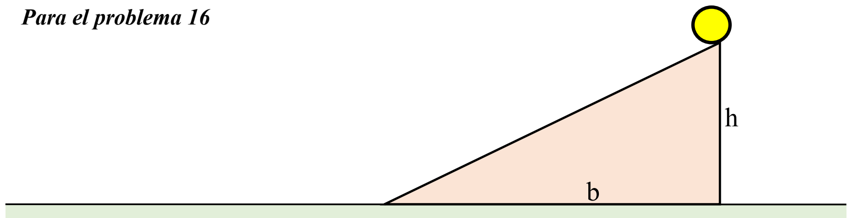
SÉPTIMO PASO. Analizando el movimiento parabólico del segundo fragmento. Conócenos el tiempo de caída libre, 1,5 segundos. Entonces el alcance horizontal es:

$$d_2 = U_{2X}.t \quad \Rightarrow \quad d_1 = \left(40\,m.s^{-1}\right).\left(1,5\,s\right) = 60\ m$$

OCTAVO PASO. Respecto del punto de lanzamiento, el segundo fragmento se desplaza en la horizontal: $d = d_1 + d_2 = 30 + 60 = 90\,m$

16. Una cuña de masa $M = 2\,kg$ reposa sobre un plano horizontal, desde el vértice superior se abandona una esfera de masa $m = 0{,}5\,kg$. Desprecie toda forma de rozamiento. Determinar el desplazamiento de la cuña cuando la esfera llega al piso.

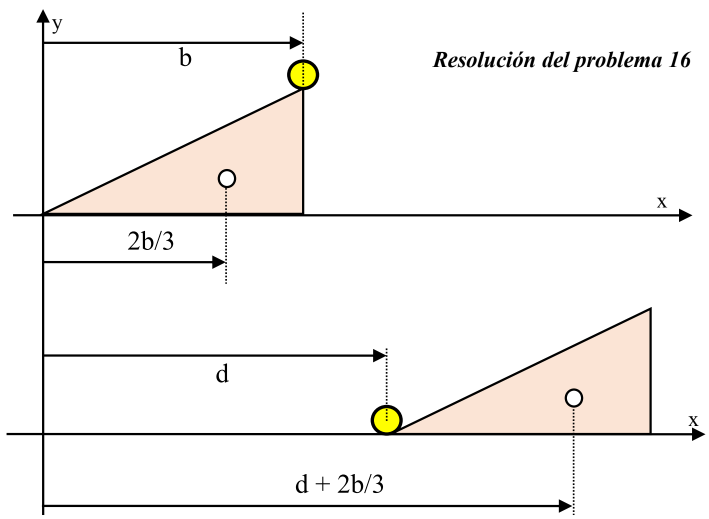
Para el problema 16



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Consideramos el sistema físico formado por la esfera y la cuña, y cumple con la condición de sistema aislado, entonces se conserva la cantidad de movimiento en el eje horizontal y el centro de masa se mantiene estacionario en eje horizontal.

SEGUNDO PASO. Hacemos el diagrama donde se muestra el centro de masa de cada cuerpo en estudio.



SEGUNDO PASO. El centro de masa se mantiene estacionario en eje horizontal.

$m_1.r_1 + m_2.r_2 = m_1.q_1 + m_2.q_2$

$$(m).(b) + (M).\left(\frac{2b}{3}\right) = (m).(d) + (M).\left(d + \frac{2b}{3}\right)$$

$$(m).(b) = (m).(d) + (M).(d) \quad \Rightarrow \quad d = \left(\frac{m}{m+M}\right).b \ \ldots (1)$$

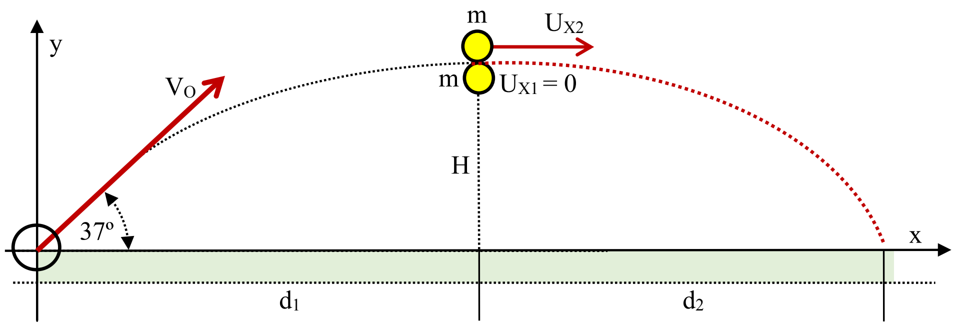
TERCER PASO. Reemplazando los datos en la ecuación (1):

$$d = \left(\frac{0{,}5}{0{,}5+2}\right).b \quad \Rightarrow \quad d = \left(\frac{1}{5}\right).b$$

17. Un proyectil es disparado con velocidad de 25 m/s que forma un ángulo de 37º con la horizontal. En el punto más alto de su trayectoria explota en dos fragmentos iguales, uno de los cuales sale verticalmente. Calcular el alcance horizontal de cada fragmento cuando llegan al suelo. $\left(g = 10\,m.s^{-2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama según el enunciado.



Resolución del problema 17

SEGUNDO PASO. Al explotar el proyectil, actúan solamente fuerzas internas, y estas fuerzas internas son muy grandes comparado con las fuerzas externas. El centro de masa en el eje horizontal, se mueve con velocidad constante. Si el proyectil no explota, la posición del centro de masa es el mismo hasta llegar al piso en el eje horizontal.

TERCER PASO. Descomponemos la velocidad de lanzamiento del proyectil de masa $\left(M = 2.m\right)$

$$\vec{V} = \left(V_0.\text{Cos}\,\theta; V_0.Sen\theta\right) = \left(25.\frac{4}{5}; 25.\frac{3}{5}\right) = \left(20;15\right)m.s^{-1}$$

CUARTO PASO. Cálculo de la posición del centro de masa en el eje horizontal, cuando el proyectil no explota y llega al piso.

$$X_{CM} = \frac{2Sen\theta.\text{Cos}\,\theta.\left(V_0\right)^2}{g} \quad \Rightarrow \quad X_{CM} = \frac{2.Sen37º.\text{Cos}\,37º.\left(25\right)^2}{10}$$

$$X_{CM} = \frac{2.\left(\frac{3}{5}\right).\left(\frac{4}{5}\right).\left(25\right)^2}{10} \quad \Rightarrow \quad X_{CM} = 60\,m$$

Entonces deducimos que: $d_1 = \frac{X_{CM}}{2} \quad \Rightarrow \quad d_1 = \frac{60\,m}{2} = 30\,m$

QUINTO PASO. Cálculo de la posición del centro de masa en el eje horizontal, cuando el proyectil explota y los fragmentos llegan al piso.

$$X_{CM} = \frac{m_1.x_1 + m_2.x_2}{m_1 + m_2} \quad \Rightarrow \quad 60 = \frac{\left(m\right).\left(d_1\right) + \left(m\right).\left(d_1 + d_2\right)}{m + m}$$

$$60 = \frac{\left(d_1\right) + \left(d_1 + d_2\right)}{2} \quad \Rightarrow \quad 60 = \frac{\left(30\right) + \left(30 + d_2\right)}{2}$$

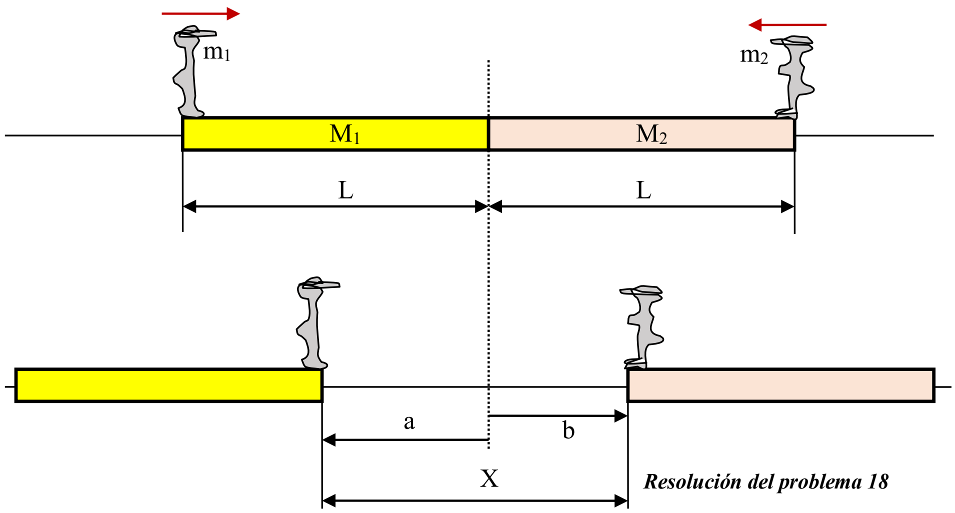
Resolviendo: $d_2 = 60\,m$

OBSERVACIÓN. El centro de masa del proyectil en el eje X, no cambia si el proyectil explota.

18. Dos personas de masas m_1 y m_2 se encuentran parados sobre dos tablas de masas M_1 y M_2 y del mismo tamaño de largo L. ¿Qué distancia separa a los hombres cuando estos caminan hasta llegar al extremo?

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama según el enunciado.



Resolución del problema 18

SEGUNDO PASO. Siendo el lago de aguas tranquilas, consideramos un sistema aislado al hombre más la tabla $(m_1\ y\ M_1)$. Aplicamos el teorema de la cantidad ce movimiento en función de velocidades relativas.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \Rightarrow \vec{0} = m_1.\vec{V}_{1/T} + (m_1 + M_1).\vec{V}_T$$

$$0 = m_1.\left(\frac{L}{\Delta t}\right) + (m_1 + M_1).\left(-\frac{a}{\Delta t}\right) \Rightarrow a = \left(\frac{m_1}{m_1 + M_1}\right).L$$

TERCER PASO. Siendo el lago de aguas tranquilas, consideramos un sistema aislado al hombre más la tabla $(m_2\ y\ M_2)$. Aplicamos el teorema de la cantidad e movimiento en función de velocidades relativas.

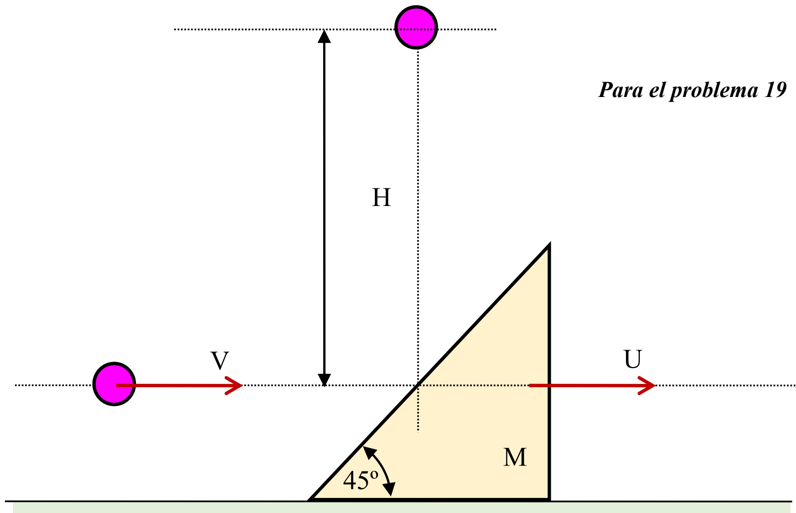
$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \Rightarrow \vec{0} = m_2.\vec{V}_{2/T} + (m_2 + M_2).\vec{V}_T$$

$$0 = m_2.\left(-\frac{L}{\Delta t}\right) + (m_2 + M_2).\left(\frac{b}{\Delta t}\right) \Rightarrow b = \left(\frac{m_2}{m_2 + M_2}\right).L$$

CUARTO PASO. La distancia de separación entre los hombres es:

$$X = a + b \Rightarrow \quad X = \left(\frac{m_1}{m_1 + M_1} + \frac{m_2}{m_2 + M_2}\right).L$$

19. Se muestra una cuña de masa M inicialmente en reposo. Si se lanza horizontalmente una esfera pequeña de masa “m”, de tal manera que después del choque perfectamente elástico, la esfera rebota verticalmente. Desprecie toda forma de rozamiento. ¿Hasta qué altura máxima se elevará la esfera?



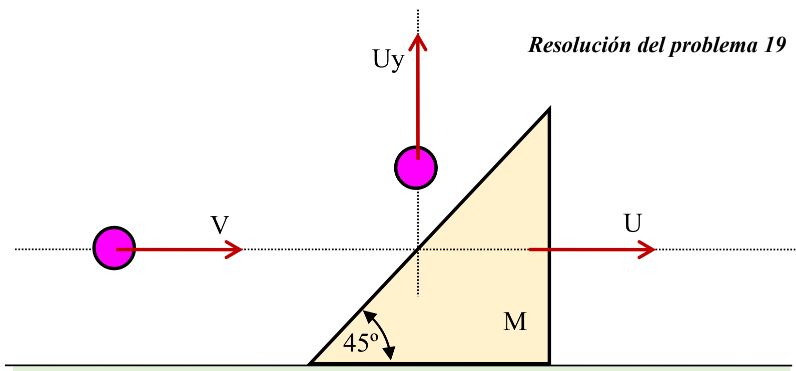
Para el problema 19

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento en el eje horizontal.

$$\vec{p}_X\left(antes\right)=\vec{p}_X\left(despues\right) \quad \Rightarrow \quad m.V+M(0)=M.U$$

$$U=\left(\frac{m}{M}\right).V \quad \ldots (1)$$



Resolución del problema 19

SEGUNDO PASO. Si el choque es perfectamente elástico, entonces se conserva la energía cinética instante antes del choque e instante después del choque:

$$\frac{1}{2}.m.\left(V\right)^2=\frac{1}{2}.m.\left(Uy\right)^2+\frac{1}{2}.M.\left(U\right)^2 \quad \ldots (2)$$

TERCER PASO. Reemplazando (1) en (2):

$$\frac{1}{2}.m.\left(V\right)^2=\frac{1}{2}.m.\left(Uy\right)^2+\frac{1}{2}.M.\left(\frac{mV}{M}\right)^2$$

$$\left(V\right)^2=\left(Uy\right)^2+\frac{m}{M}.\left(V\right)^2 \quad \Rightarrow \quad Uy=\sqrt{\frac{M-m}{M}}.\left(V\right) \quad \ldots (3)$$

CUARTO PASO. Asumiendo que la esfera después del choque inicia su movimiento vertical hacia arriba. Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica.

$$EM(inicial) = EM(final) \quad \Rightarrow \quad Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

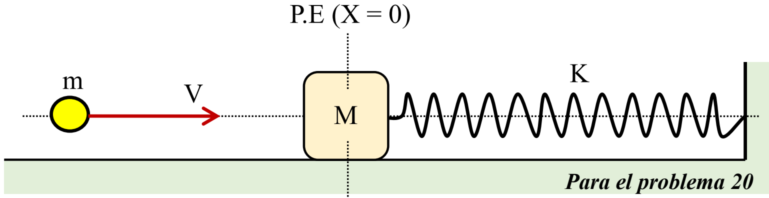
$$0 + \frac{1}{2}.m.(Uy)^2 = m.g.H + 0 \quad \Rightarrow \quad H = \frac{(Uy)^2}{2g} \quad \ldots (4)$$

QUINTO PASO. Reemplazando (3) en (4):

$$H = \left(\frac{M-m}{M}\right)\frac{(V)^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad H = \left(1 - \frac{m}{M}\right)\frac{(V)^2}{2g}$$

OBSERVACIÓN. Si la masa de la esfera es muy pequeña comparada con la masa de la cuña, $(m \ll M)$ entonces: $H = \dfrac{(V)^2}{2g}$

20. Se muestra el resorte de constante elástica $K = 10\ N.m^{-1}$ sujeto a un bloque de masa 50 gramos, es impactado por un proyectil de 50 gramos el cual se mueve horizontalmente con velocidad $\vec{V} = 2\ m.s^{-1}$. Desprecie toda forma de rozamiento. ¿Cuál es la máxima deformación del resorte?

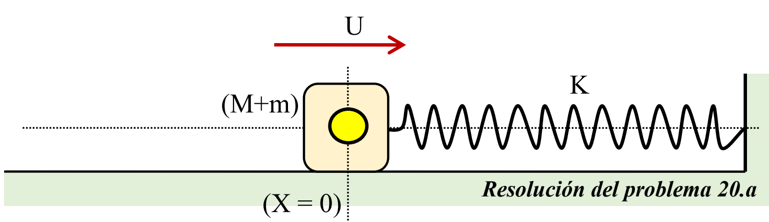


Para el problema 20

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama donde el proyectil se adhiere al bloque, y luego el sistema adquiere energía cinética y avanza hasta que el resorte lo detiene instantáneamente.

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento.

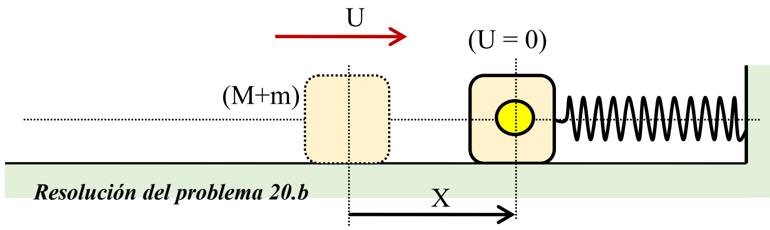


Resolución del problema 20.a

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \quad \Rightarrow \quad m.V = (M+m).U$$

$$U = \left(\frac{m}{m+M}\right).V \quad \Rightarrow \quad U = \frac{V}{2} = 1\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica inmediatamente después del choque plástico:



Resolución del problema 20.b

$$EM(inicial) = EM(final) \Rightarrow Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

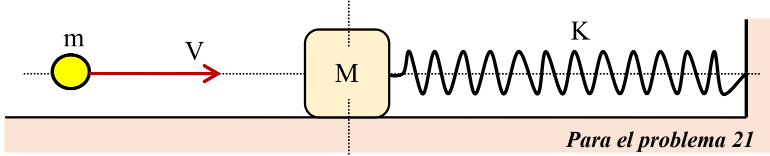
$$0 + \frac{1}{2}.(m+M).(U)^2 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + 0 \Rightarrow (m+M).(U)^2 = K.(X)^2$$

$$\left(\frac{m+M}{K}\right).(U)^2 = (X)^2 \Rightarrow X_{\max} = U.\sqrt{\frac{M+m}{K}}$$

Reemplazando: $X_{\max} = \left(1\ m.s^{-1}\right).\sqrt{\dfrac{0,1kg}{10\ N.m^{-1}}} = 0,1\ m$

Respuesta. La máxima deformación es 10 centímetros.

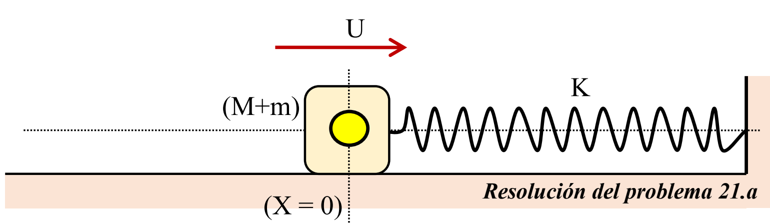
21. Un proyectil de masa 100 gramos se dispara horizontalmente con velocidad de 500 m/s en dirección de un bloque de masa 900 gramos que se encuentra unido a un resorte de constante elástica $K = 400\ N.cm^{-1}$. Si el proyectil se incrusta al bloque, ¿Cuál es la máxima deformación que experimenta el resorte? Desprecie toda forma de rozamiento.



Para el problema 21

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Hacemos un diagrama donde el proyectil se adhiere al bloque, y luego el sistema adquiere energía cinética y avanza hasta que el resorte lo detiene instantáneamente.



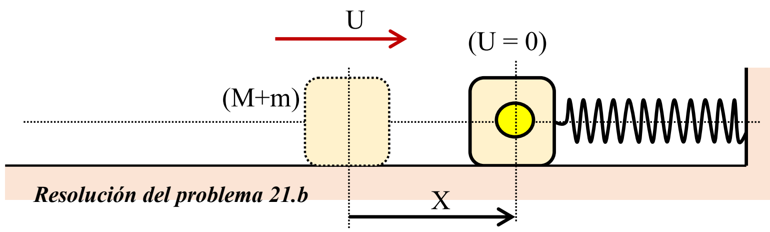
Resolución del problema 21.a

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \Rightarrow m.V = (M+m).U$$

$$U = \left(\frac{m}{m+M}\right).V \Rightarrow U = \left(\frac{0,1}{1}\right).(500) = 50\ m.s^{-1}$$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica inmediatamente después del choque plástico:



Resolución del problema 21.b

$$EM(inicial) = EM(final) \Rightarrow Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

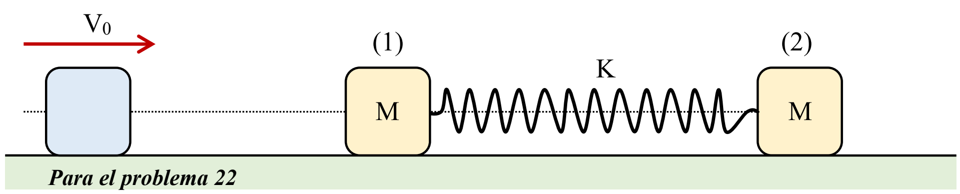
$$0 + \frac{1}{2}.(m+M).(U)^2 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + 0 \Rightarrow (m+M).(U)^2 = K.(X)^2$$

$$\left(\frac{m+M}{K}\right).(U)^2 = (X)^2 \Rightarrow X_{\max} = U.\sqrt{\frac{M+m}{K}}$$

Reemplazando: $X_{\max} = \left(50\ m.s^{-1}\right).\sqrt{\dfrac{1\ kg}{40000\ N.m^{-1}}} = 0,25\ m$

Respuesta. La máxima deformación es 25 centímetros.

22. Un bloque de masa $m_1 = 1,0\,kg$ se mueve cobre una superficie horizontal, sin rozamiento, con velocidad constante $V_O = 6\,m.s^{-1}$ acercándose a un sistema formado por dos bloques de masas iguales a $M = 2,0\,kg$ unidos por un resorte de constante elástica $K = 10^4\ N.m^{-1}$ inicialmente en reposo. Después del choque perfectamente elástico $(e=1)$, determinar la máxima deformación del resorte de masa despreciable.

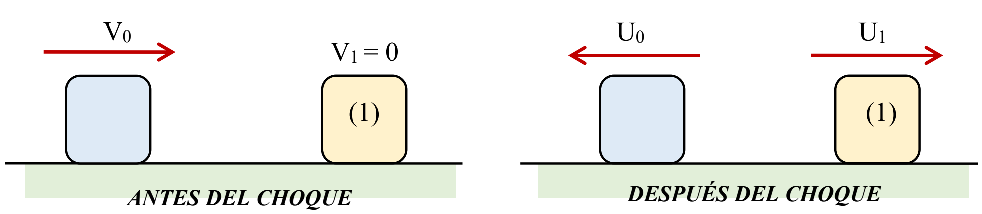


Para el problema 22

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Analizamos la interacción del bloque de masa "m" y el bloque (1) de masa M.

Resolución del problema 22.a



ANTES DEL CHOQUE *DESPUÉS DEL CHOQUE*

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \Rightarrow m.(V_0) = m(-U_0) + M.(U_1)$$

$$(1).(6) = (1)(-U_0) + (2).(U_1) \Rightarrow U_0 = 2.U_1 - 6 \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. Definición del coeficiente de restitución:

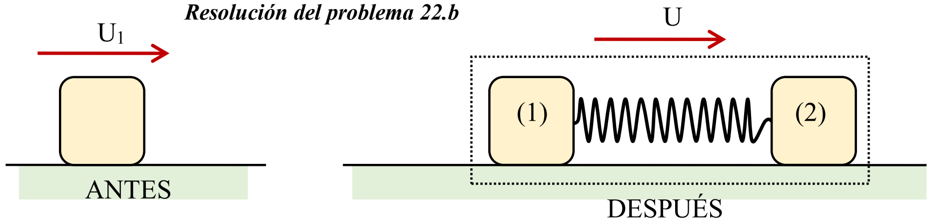
$$e = \frac{\|V.R(alejamiento)\|}{\|V.R(acercamiento)\|} \Rightarrow e = \frac{\|\vec{U}_2 - \vec{U}_1\|}{\|\vec{V}_1 - \vec{V}_2\|}$$

$$1 = \frac{U_0 + U_1}{V_0} \Rightarrow U_0 + U_1 = V_0 \Rightarrow U_0 + U_1 = 6 \quad \ldots (2)$$

Reemplazando (1) en (2): $U_1 = 4\ m.s^{-1}$

CUARTO PASO. El bloque (1) de masa M transmite movimiento al bloque (2) mediante el resorte. Cuando la deformación en el resorte sea máxima, el sistema marchará con una misma velocidad, en un instante, por consiguiente, la velocidad relativa entre los bloques (1) y (2) será nula.

Resolución del problema 22.b



QUINTO PASO. Principio de conservación del momentum lineal, inmediatamente después del choque.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \Rightarrow M.(U_1) = (M + M)(U)$$

$$U_1 = 2.U \Rightarrow 4 = 2.U \Rightarrow U = 2\ m.s^{-1} \quad \ldots (4)$$

SEXTO PASO. Principio de conservación de la energía mecánica. Aplicamos inmediatamente después del choque.

$$EM(inicial) = EM(final) \Rightarrow Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

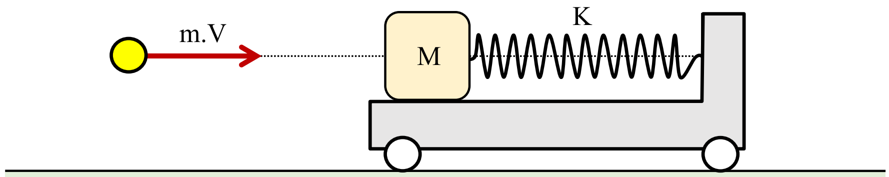
$$\frac{1}{2}.(M).(U_1)^2 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + \frac{1}{2}.(2M).(U)^2$$

$$(M).(U_1)^2 = K.(X)^2 + (2M).(U)^2$$

$$(2).(4)^2 = 10^4.(X)^2 + (4).(2)^2 \Rightarrow X = 0,04\ m$$

Respuesta: La máxima deformación del resorte es 4 centímetros.

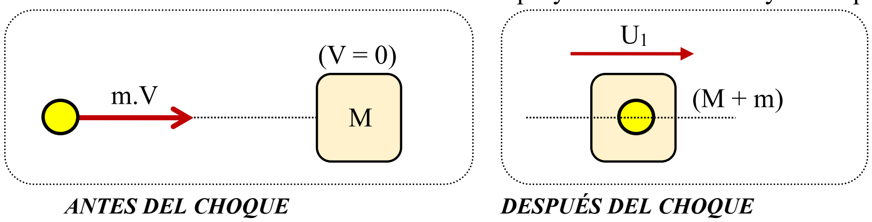
23. Un bloque de masa M se encuentra asociado a un carro de masa M_0 $(M_0 = 9.m)$ mediante un resorte ingrávido de constante elástica $K = 2\bullet10^4\ N.m^{-1}$ inicialmente en reposo. Se dispara horizontalmente una bala de masa "m" con velocidad "V" $(m.V = 300\,N.s)$. Si después del choque la bala queda incrustada en el bloque de masa M $(M = 8.m)$, determinar la máxima deformación del resorte.



Para el problema 23

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Analizamos la interacción del proyectil de masa "m" y el bloque de masa M.



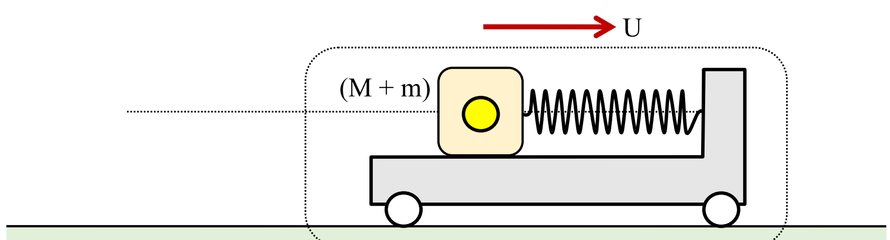
Resolución del problema 23.a

SEGUNDO PASO. Principio de conservación del momentum lineal.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \quad \Rightarrow \quad m.V = (m+M)(U_1)$$

$$U_1 = \left(\frac{m}{m+M}\right).V \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. La máxima deformación del resorte se establece cuando el conjunto tiene la misma velocidad, esto quiere decir que la velocidad del bloque M respecto del carro es nula.



Resolución del problema 23.b

CUARTO PASO. La cantidad de movimiento se conserva en el tiempo, entonces el momentum del proyectil antes del impacto es igual al momentum del sistema cuando la deformación es máxima.

$$\vec{p}_X(antes) = \vec{p}_X(despues) \quad \Rightarrow \quad m.V = (m+M+M_0)(U)$$

$$U = \frac{m.V}{(m+M+M_0)} \quad \ldots (2)$$

QUINTO PASO. Principio de conservación de la energía, después del choque del proyectil y el bloque de masa M.

$$EM(inicial) = EM(final) \quad \Rightarrow \quad Ep(A) + Ec(A) = Ep(B) + Ec(B)$$

$$\frac{1}{2}.(M+m).(U_1)^2 = \frac{1}{2}.K.(X)^2 + \frac{1}{2}.(m+M+M_0).(U)^2$$

$$(M+m).(U_1)^2 = K.(X)^2 + (m+M+M_0).(U)^2 \quad \dots (3)$$

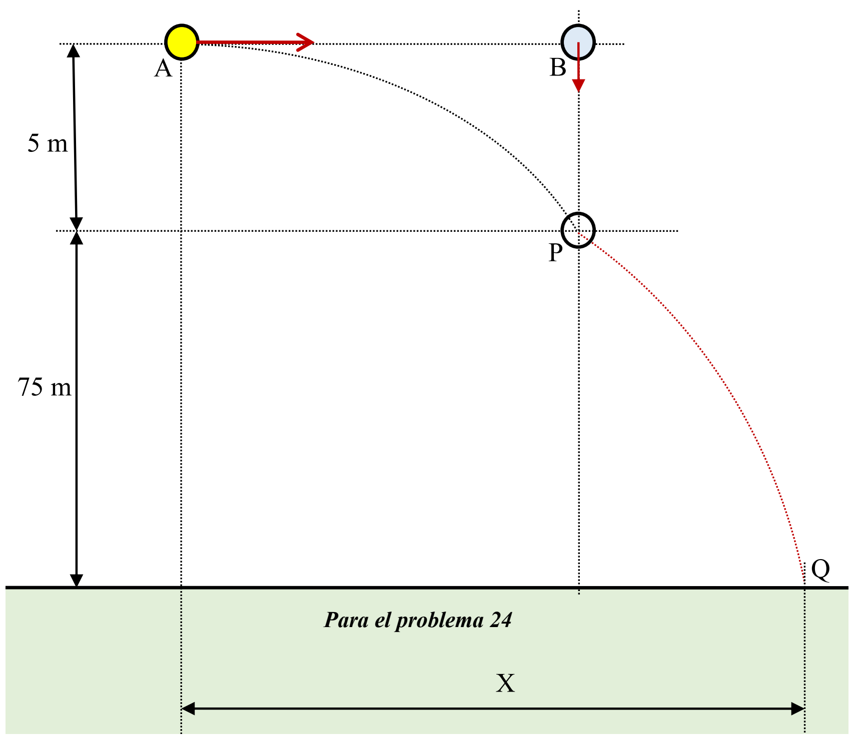
Reemplazando (1) y (2) en (3):

$$X_{\max} = m.V.\sqrt{\frac{M_0}{(M+m).(M+m+M_0).K}}$$

Respuesta. La máxima deformación del resorte es 5 cm.

24. En el instante que la esfera A de masa "m" se lanza horizontalmente con una velocidad inicial de 10 m/s, la esfera B de igual masa es dejada caer de la posición mostrada. Si las esferas realizan un choque completamente inelástico, determinar la distancia X.

$(g = 10\, m.s^{-2})$



Para el problema 24

RESOLUCIÓN

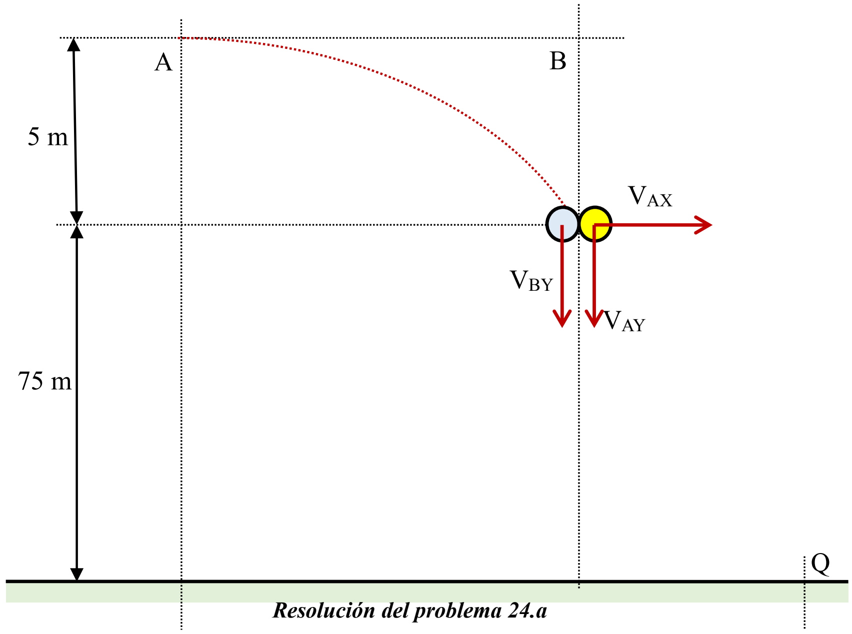
PRIMER PASO. En el instante antes del choque inelástico en el punto P. La esfera A tiene velocidad horizontal de 10 m/s y la velocidad vertical es 10 m/s. La velocidad de la esfera B es vertical de modulo 10 m/s.

SEGUNDO PASO. Caída libre vertical, aplicado al movimiento de la esfera la esfera B.

$$(V_{FY})^2 = (V_{0Y})^2 + 2g.h \Rightarrow \quad (V_{FY})^2 = (0)^2 + 2(10).(5)$$

La velocidad vertical de la esfera B: $V_{BY} = 10\ m.s^{-1}$

Calculo del tiempo de caída libre vertical de la esfera B, instante antes del choque.

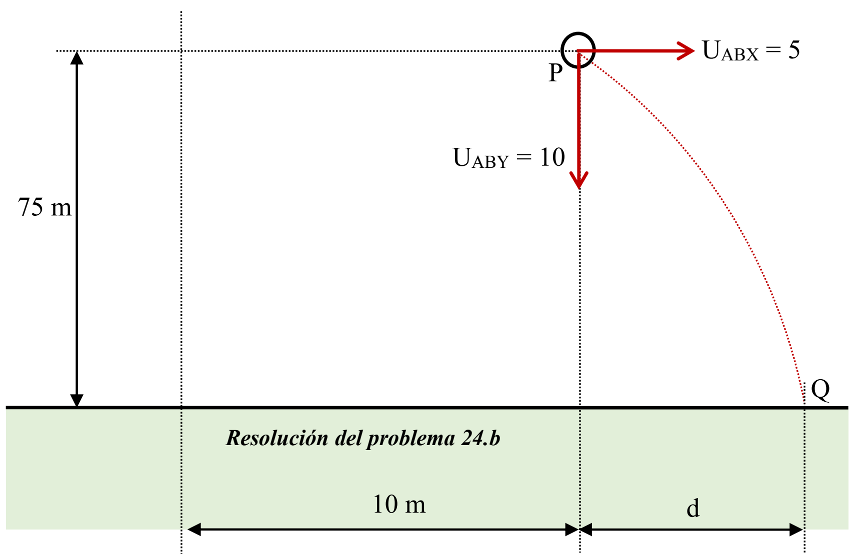


Resolución del problema 24.a

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \Rightarrow \quad t=\sqrt{\frac{2(5)}{10}}=1\,s$$

TERCER PASO. Cálculo de la distancia horizontal para la esfera A, instante antes del choque, aplicando el M.R.U:

$$D=(V_{AX}).t \quad \Rightarrow \quad D=\left(10\ m.s^{-1}\right).(1s)=10\,m$$



Resolución del problema 24.b

CUARTO PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento en el eje horizontal, instante antes del choque e instante después del choque.

$$\vec{p}_X\,(antes)=\vec{p}_X\,(despues) \quad \Rightarrow \quad m.(V_{AX})=(m+m)(U_{ABX})$$

$$m.(10)=(2m)(U_{ABX}) \quad \Rightarrow \quad U_{ABX}=5\ m.s^{-1}$$

QUINTO PASO. Inmediatamente después del choque, de la esfera de masa $(2m)$, se inicia otro movimiento parabólico donde la velocidad inicial es horizontal de valor 5 m/s.

Analizando el movimiento parabólico de $(A+B)$.

$$h=V_{0y}.t+\frac{1}{2}.g.t^2 \quad \Rightarrow \quad 75=(10).t+(5).t^2$$

$$15=2.t+t^2 \quad \Rightarrow \quad t=3s$$

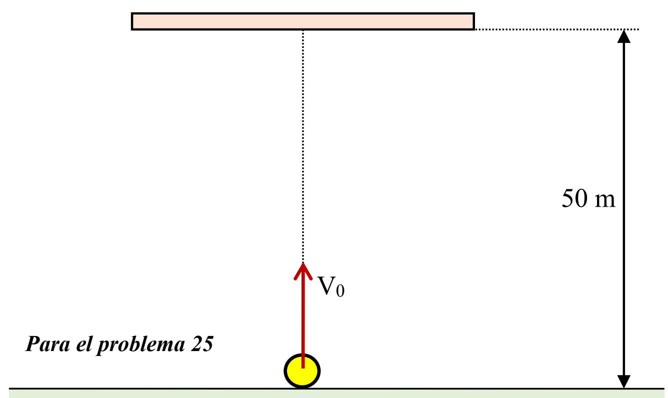
Analizando el movimiento en el eje horizontal de $(A+B)$:

$$d=V_x.t \quad \Rightarrow \quad d=(5m.s^{-1}).(3s)=15m$$

Finalmente: $X=10m+15m=25m$

Respuesta. El alcance horizontal es 25 metros.

25. En el instante que la plataforma es dejada caer de la posición mostrada, la esfera es lanzada verticalmente hacia arriba con velocidad $V_0=20.(j)m.s^{-1}$. Si la plataforma tiene masa triple de la esfera, determinar la velocidad que adquiere la esfera después de chocar elásticamente $(e=1)$ con la plataforma.



RESOLUCIÓN

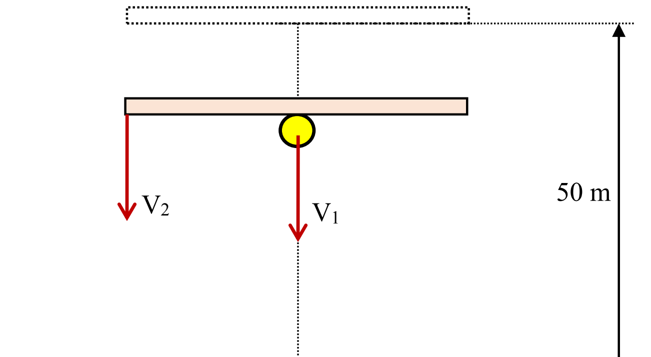
PRIMER PASO. Tiempo de encuentro. Tiempo que demoran en chocar la pelota con la plataforma.

$$t=\frac{h}{V_{IP}+V_0} \quad \Rightarrow \quad t=\frac{50}{0+20}=2,5s$$

SEGUNDO PASO. Cálculo de las velocidades en el instante $t=2,5s$

La velocidad de la esfera de la esfera instante antes del choque es $\vec{V}_1=5(-j)m.s^{-1}$.

La velocidad de la plataforma instantes del choque es $\vec{V}_2=25(-j)m.s^{-1}$



Resolución del problema 25.a

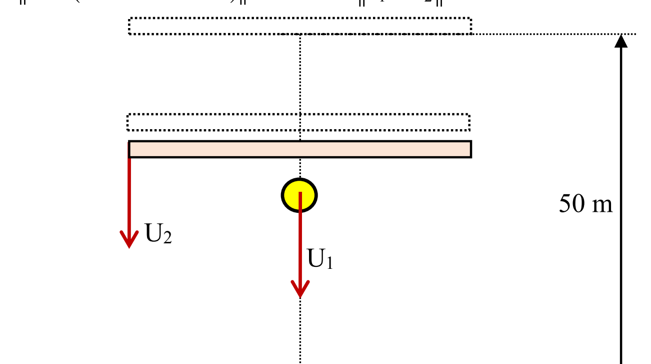
TERCER PASO. Principio de conservación de la cantidad de movimiento, instante antes de choque e instante después del choque.

$$\vec{p}_y(antes) = \vec{p}_y(despues) \quad \Rightarrow \quad m_1.\vec{V}_1 + m_2.\vec{V}_2 = m_1.\vec{U}_1 + m_2.\vec{U}_2$$

$$(m).(5) + (3m).(25) = (m).U_1 + (3m).U_2 \quad \Rightarrow U_1 + 3.U_2 = 80 \ \ldots (1)$$

CUARTO PASO. Relación entre la velocidad relativa y el coeficiente de restitución. Choque perfectamente elástico.

$$e = \frac{\left\| V.R(alejamiento) \right\|}{\left\| V.R(acercamiento) \right\|} \quad \Rightarrow \quad e = \frac{\left\| \vec{U}_2 - \vec{U}_1 \right\|}{\left\| \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \right\|}$$



Resolución del problema 25.b

$$1 = \frac{U_1 - U_2}{V_2 - V_1} \quad \Rightarrow \quad 1 = \frac{U_1 - U_2}{25 - 5} \quad \Rightarrow \quad U_1 - U_2 = 20 \ \ldots (2)$$

Resolviendo las ecuaciones (1) y (2):

Respuesta: Las rapideces son: $U_1 = 35\,m.s^{-1} \quad y \quad U_2 = 15\,m.s^{-1}$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Una locomotora de 10 toneladas se dirige hacia un vagón de 40 toneladas en reposo para acoplarse a él, a una velocidad de 5 **i** m/s. Calcular la velocidad común después del choque.
A) 1 **i** m/s B) 1,5 **i** m/s C) 2 **i** m/s D) 2,5 **i** m/s E) 4,5 **i** m/s

2. Una locomotora de 10 toneladas se dirige hacia un vagón de 10 toneladas en reposo para acoplarse a él, a una velocidad de 12 **i** m/s. Calcular la velocidad común inmediatamente después del choque.
A) 6 **i** m/s B) 15 **i** m/s C) 9 **i** m/s D) 25 **i** m/s E) 45 **i** m/s

3. Un automóvil de 1 400 kg en reposo, es golpeado por detrás por un auto de 1000 kg cuya velocidad es de 24 **i** m/s, quedando enganchados. ¿Cuál es la velocidad (en m/s) de los carros enganchados después de la colisión?
A) 9 **i** B) 10 **i** C) 11 **i** D) 12 **i** E) 13 **i**

4. Una esfera de 1,0 kg con velocidad de 4**i** m/s experimenta una colisión frontal elástica con otra esfera idéntica a la primera, estacionaria. ¿A que distancia (en m) de la primera se encuentra la segunda esfera, 3 segundos después de la colisión?
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

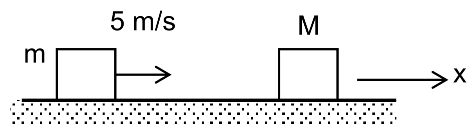
5. Una esfera de 1 kg se suelta de una altura de 2 m choca contra el piso y rebota hasta una altura de 1 m. Si la misma esfera se suelta de una altura de 4 m, ¿hasta que altura (en m) rebota?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. Un cuerpo de masa 0,1 kg viaja a lo largo de una pista horizontal con velocidad de 1,0 **i** m/s, y experimenta una colisión elástica con otra masa idéntica que estaba en reposo sobre la pista. Después del impacto:
A) La cantidad de movimiento total es igual que antes del impacto, pero la energía cinética es menor.
B) Se conserva la energía cinética, pero la cantidad de movimiento después del choque es menor que antes.
C) La cantidad de movimiento y la energía cinética son las mismas que antes del impacto.
D) La cantidad de movimiento se comparte por igual entre las masas después del impacto.
E) Todas las afirmaciones anteriores son falsas.

7. Se suelta una pelota desde una altura de 20 m. Encuentre la altura máxima que alcanza después del segundo choque y el tiempo que transcurre hasta alcanzar esta altura, si el coeficiente de restitución es e = 0,1.
A) 2 mm y 2,42 s B) 3,2 mm y 1,42 s C) 1,2 mm y 2,42 s
D) 4 mm y 2,42 s E) 2,0 m y 2,42 s

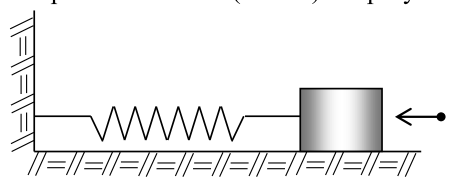
8. Dos deslizadores de masas m_1 y m_2 son libres de moverse sobre una superficie completamente lisa. Uno de ellos se encuentra en reposo y el otro se dirige hacia él. El choque es elástico, luego del cual los deslizadores tienen igual rapidez y direcciones opuestas. ¿Cuál es la relación $\frac{m_1}{m_2}$ entre las masas?
A) 2 B) 3 C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

9. En la figura, la masa m = 1,0 kg se mueve hacia la masa $M = 0,5$ kg que está en reposo. Calcule la velocidad (en m/s) relativa de m respecto de M después del choque, si éste es elástico $(e = 1)$.



A) $5\hat{i}$ B) $-2\hat{i}$ C) $-5\hat{i}$ D) $2\hat{i}$ E) $\vec{0}$

10. El resorte de la figura $(k = 10$ N/m$)$ está ligado a un bloque de 50 g el cual es impactado inelásticamente por un proyectil de igual masa. Si la máxima deformación que experimenta el resorte es de 0,1 m, halle la rapidez horizontal (en m/s) del proyectil antes del impacto.



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

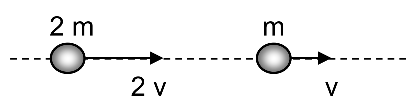
11. Se lanza una esferita A verticalmente hacia arriba con una rapidez de 20 m/s y en el mismo instante ser deja caer otra esferita B, idéntica a la esfera A, desde una altura de 40 m sobre el mismo vertical. Halle la rapidez de A (en m/s) inmediatamente después que colisiona elásticamente $(e = 1)$ con B.

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

12. Un bloque A de masa 2 kg se desplaza con una velocidad $2\hat{i}$ m/s y choca frontalmente con otro bloque B de 3 kg en reposo. Si el bloque B adquiere la velocidad de 0,4 $\hat{i}$ m/s y el coeficiente de restitución es 0,4 determine (en m/s) la velocidad del bloque A después del choque.

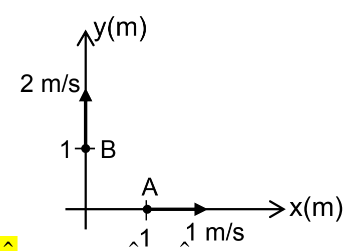
A) – 1,0 B) – 0,8 C) – 0,4 D) – 0,2 E) – 0,1

13. Entre las esferas de la figura se produce un choque completamente inelástico. Calcule la fracción (en %) de la energía cinética del sistema que se disipa en forma de calor.



A) 7,4 B) 9,5 C) 11,5 D) 12,5 E) 14,5

14. Dos partículas de igual masa forman un sistema aislado y se encuentran en las posiciones iniciales mostradas en el gráfico. Determine la posición del centro masa (en m) al cabo de 1 s.



A) $\hat{i} + \hat{j}$ B) $\hat{i} + 1,5\hat{j}$ C) $2\hat{i} + 3\hat{j}$ D) $2\hat{i} + 4\hat{j}$ E) $\hat{i} + 5\hat{j}$

15. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Una fuerza grande produce siempre un impulso mayor sobre un cuerpo que una fuerza pequeña.

II. Cuando una bola desciende una pendiente se conserva la cantidad de movimiento.

III. Si dos partículas tienen energías cinéticas iguales, sus cantidades de movimiento son necesariamente iguales.

A) VFV B) VFF C) FVV D) FVF E) FFF

16. Respecto del impulso y la cantidad de movimiento, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

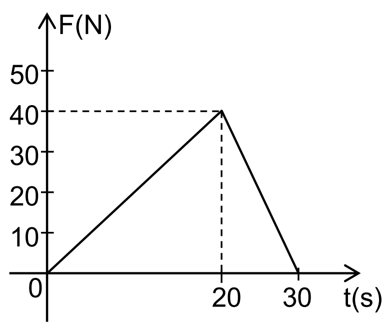
I. El impulso y la fuerza que la genera, siempre tienen el mismo vector unitario.

II. La variación de la cantidad de movimiento de una partícula y la fuerza resultante que la provoca, no siempre tienen el mismo vector unitario.

III. Si una partícula cambia su cantidad de movimiento, la magnitud de este cambio, nunca puede ser mayor que la magnitud de la cantidad de movimiento inicial de la partícula.

A) VVV B) FFF C) VFF D) VVF E) VFV

17. Un cuerpo de 10 kg, inicialmente en reposo, se encuentra en una superficie horizontal que no tiene rozamiento. En un instante dado, actúa sobre el cuerpo una fuerza horizontal, cuya intensidad varía con el tiempo, de acuerdo con el diagrama. Determine la rapidez final del cuerpo en m/s.



A) 40

B) 50

C) 60

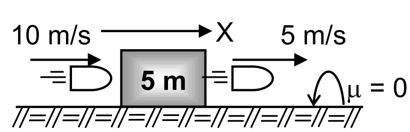
D) 70

E) 80

18. Una esferita de masa $m = 0,01$ kg cae libre y verticalmente impactando sobre una balanza con una velocidad de 15 m/s, rebotando con la misma rapidez, dirección vertical hacia arriba. Si el contacto (esferita y balanza) demora 10 ms, determine el registro promedio (en N) de la balanza ($g = 10$ m/s^2)

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

19. Un bloque de masa "5 m" en reposo sobre un piso liso es atravesado por un proyectil de masa "m", entrando y saliendo como se muestra. Halle la velocidad que adquiere el bloque (en m/s).



A) $1\,\hat{i}$ B) $1,5\,\hat{i}$ C) $2\,\hat{i}$ D) $2,5\,\hat{i}$ E) $3\,\hat{i}$

20. Se lanzan desde el suelo dos proyectiles (1) y (2) de masa $m_1 = m_2 = 2\text{kg}$. El primero con una velocidad $V_{10} = (10\,\hat{j}\,)m/s$ y el segundo con una velocidad $V_{20} = (4\,\hat{i} + 5\,\hat{j}\,)m/s$. ¿Cuál es la cantidad de movimiento del proyectil (1) (en $\frac{kg.m}{s}$) en el instante que (2) alcanza el punto más alto de su trayectoria?

A) $4\hat{j}$ B) $5\hat{j}$ C) $6\hat{j}$ D) $8\hat{j}$ E) $10\hat{j}$

21. Una partícula cuya masa es 0,1 kg tiene una cantidad de movimiento igual a $(x\,\hat{i}+y\,\hat{j})\,N.s$. Se le imparte un impulso igual a $(4\,\hat{i}-8\,\hat{j})\,N.s$ lo cual provoca que su cantidad de movimiento cambie a $(4-x)\hat{i}+(4-y)\,\hat{j}\;\;N.s$, determine la velocidad inicial (en m/s) de la partícula.

A) $40\,\hat{i}-60\,\hat{j}$ B) $60\,\hat{i}+40\,\hat{j}$ C) $60\,\hat{i}+60\,\hat{j}$
D) $60\,\hat{j}$ E) $60\,\hat{i}$

22. Se lanza un proyectil de 2 kg de masa desde el suelo con una velocidad $V_0=(3\hat{i}+2\,\hat{j})\,m/s$. Señale la veracidad (V) o la falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

I. La variación de la cantidad de movimiento, desde que se lanza hasta que alcanza el punto más alto de su trayectoria es: $\Delta\,p=(-4\,\hat{j})\,N.s$.

II. La cantidad de movimiento un instante antes de chocar con el suelo es $(4\hat{i}-6\,\hat{j})\,N.s$.

III. La cantidad de movimiento a los 0,5 s de ser lanzado es $(6\hat{i}+6\,\hat{j})\,N.s$.

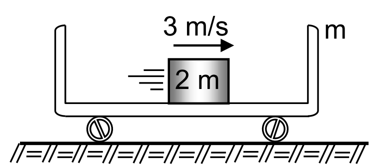
A) VVV B) FFV C) VFF D) FFF E) VVF

23. Un cañón de 500 kg dispara un proyectil de 2 kg con una velocidad de $v=(200\,\hat{i})\,m/s$. Determine la velocidad del cañón (en m/s) después del disparo.

A) $0{,}8\,\hat{i}$ B) $-0{,}8\,\hat{i}$ C) $-1{,}6\,\hat{i}$ D) $+1{,}6\,\hat{i}$ E) $-0{,}4\,\hat{i}$

24. Un bloque de masa "2m" se encuentra en movimiento con velocidad constante de 3 m/s sobre el piso liso de un carrito de masa "m", en reposo. Halle la rapidez (en m/s) del carrito después de la primera colisión elástica con el bloque.

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



25. Dos bolas de billar de masas iguales viajan en la misma dirección y sentido a $v_1=7$ m/s y $v_2=3$ m/s. Si la bola m_1 choca con la bola m_2 elástica $(e=1)$ y frontalmente, cuál será la rapidez (en m/s) de la bola m_2 después del choque.

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

26. Dos bloques de masas m_1 y m_2 son libres de moverse sobre una pista completamente lisa. Uno de ellos está en reposo (m_2) y el otro se dirige hacia él. El choque es elástico $(e=1)$, luego del cual tienen la misma rapidez y sentidos opuestos. ¿Cuál es la relación $\frac{m_1}{m_2}$ entre sus masas?

A) $\frac{1}{7}$ B) 1/5 C) 1/3 D) 1/2 E) 1

27. Se tienen dos partículas $m_1 = 1\text{kg}$ y $m_2 = 1\text{kg}$, experimentan un choque frontal, si durante el choque existe una pérdida de energía del 4%, calcule el coeficiente de restitución.
A) 0,78 B) 0,82 C) 0,89 D) 0,96 E) 0,98

28. Dos esferitas idénticas, una de ellas inicialmente en reposo, colisionan frontalmente. Después del choque la bolita que estuvo en reposo adquiere una energía cinética igual al 50% de la energía cinética total antes del choque. ¿Cuál es aproximadamente el coeficiente de restitución entre las esferas?
A) 0,00 B) 0,11 C) 0,21 D) 0,31 E) 0,41

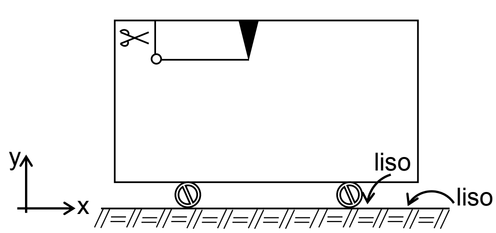
29. Un estudiante de 60 kg se deja caer desde una altura de 3,0 m. Calcule la magnitud del impulso en (N.s) ejercido por la fuerza de gravedad hasta llegar al suelo. $\left(g = 10\,m/s^2\right)$
A) 500,2 B) 464,8 C) 452,6 D) 444,2 E) 416,4

30. Una bailarina de ballet sobre hielo se mueve en línea recta con rapidez de 5 m/s. De pronto decide detenerse y pone en contacto con el piso la parte dentada del patín, logrando detenerse luego de 0,2 s. Si la masa de la bailarina es 50 kg, hallar la fuerza (tangente) promedio (en N) que el piso ejerce sobre ella durante el frenado.

A) – 1250 B) – 250 C) 125 D) 250 E) 1250

31. Una bolita se lanza desde el piso con una velocidad de 10 m/s y bajo un ángulo con la horizontal de 37º. Al llegar nuevamente al piso rebota con una velocidad de 8 m/s y bajo un ángulo con la horizontal de 30º. Si el choque con el piso dura 0,02 s y la masa de la bolita es 0,1 kg; hallar la magnitud del impulso (en N.s) entregado por el piso a la bolita.
A) 0,500 B) 0,700 C) 1,006 D) 1,502 E) ninguna

32. El sistema está inicialmente en reposo, si cortamos el hilo vertical, ¿qué ocurrirá?



A) El carrito inicia un movimiento hacia +x.
B) El carrito permanece en reposo por ser la fuerza neta nula.
C) La esfera, solo ella, iniciará un movimiento oscilatorio.
D) Solo el carrito experimentará un movimiento oscilatorio.
E) Ambos, la esfera y el carrito experimentarán movimientos oscilatorios.

33. Con relación a las siguientes proposiciones sobre la conservación de la cantidad de movimiento lineal, indicar verdadero (V) o falso (F):

I. Las fuerzas internas no cambian la cantidad de movimiento de un sistema de partículas.
II. Si una fuerza externa actúa sobre un sistema de partículas, entonces la cantidad de movimiento del sistema se conserva.
III. Si cambia la cantidad de movimiento de un sistema de partículas, la fuerza externa sobre el sistema es nula.

A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) VFF

34. Un hombre de 70 kg, está de pie en la parte trasera de una plataforma de 140 kg, que se mueve sin fricción sobre un lago congelado, con una velocidad de $4\hat{i}\ m/s$; si el hombre empieza a moverse con una velocidad de $2\hat{i}\ m/s$ respecto de la plataforma. Calcule la velocidad de la plataforma (en m/s).

A) $-4,6\hat{i}$ B) $-3,4\hat{i}$ C) $2\hat{i}$ D) $3,4\hat{i}$ E) ninguna

35. Suponga que una persona de 80 kg lleva consigo un objeto de 20 kg y se deja caer libremente desde una altura de 245 m, si luego de recorrer 20 m, la persona imprime al objeto una velocidad tal que el objeto sale horizontalmente, con 3 m/s. ¿A qué distancia (en m) del punto original del impacto caerá la persona?

A) 1,25 B) 2,50 C) 3,75 D) 5,00 E) 6,25

36. Juanito y Pepito de 50 kg cada uno, están patinando sobre hielo, moviéndose uno hacia el encuentro del otro. Pepito lanza una pelota de 0,5 kg con una velocidad de $-4\hat{i}\ m/s$, la cual es atrapada por Juanito quien se venía desplazando a razón de $2\hat{i}\ m/s$. ¿Con qué velocidad (en m/s) se moverá Juanito luego de atrapar la pelota?

A) $0,8\ \hat{i}$ B) $1,0\hat{i}$ C) $1,85\hat{i}$ D) $2,25\hat{i}$ E) ninguna

37. Indique la veracidad (V) o falsedad (F), respecto al choque unidimensional de dos partículas si no hay fuerza externa sobre el sistema.

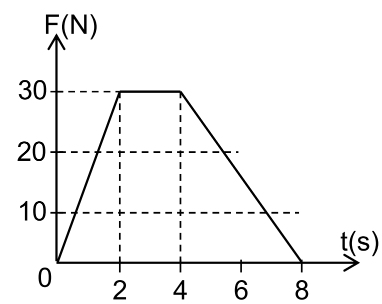
I. La cantidad de movimiento solo se conserva si el choque es elástico.
II. La energía cinética solo se conserva si el choque es elástico.
III. Si el choque es inelástico, las partículas siempre quedan unidas.

A) VVF B) FVV C) FVF D) FFV E) VFF

38. Una pelotita desde el reposo cae verticalmente al piso y rebota. La rapidez un instante antes del choque es V y un instante después del choque es 0,85V. Si la pelota se deja caer desde 1 m de altura, halle el coeficiente de restitución.
A) 0,55 B) 0,65 C) 0,75 D) 0,85 E) 0,95

39. Una partícula de 4 kg de masa que se mueve con una velocidad de $10\hat{i}$ m/s, choca con otra partícula de 5 kg que se encuentra en reposo. Si la primera partícula rebota con una velocidad de $-2\hat{i}$ m/s, determine el coeficiente de restitución.
A) 0,2 B) 0,4 C) 0,5 D) 0,6 E) ninguna

40. A un objeto inicialmente en reposo sobre una superficie lisa, se le aplica una fuerza horizontal cuyo módulo varía con el tiempo según la gráfica mostrada a) ¿Cuál es la magnitud del impulso? (en N.s) aplicada al objeto al cabo de 8 s? b) Determine la fuerza promedio (en N) aplicada al objeto durante los primeros 4 s.



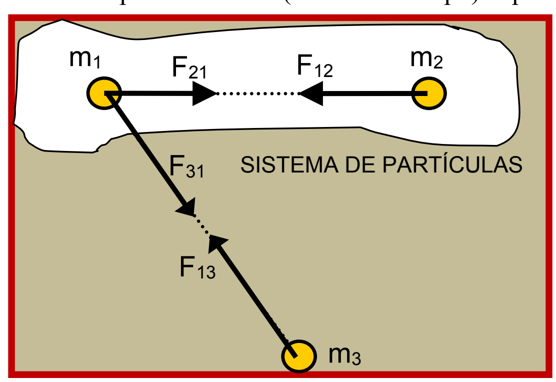
A) 150 ; 22,5 B) 90 ; 25 C) 90 ; 20 D) 90 ; 25 E) 90 ; 22,5

41. Un vagón de ferrocarril de 5000 kg que viaja con una rapidez de 12,0 m/s choca contra otro idéntico que se encuentra en reposo. Debido al choque los vagones quedan enganchados. ¿Cuánta energía en 10^4 J se transforma en otras formas de energía a raíz de dicho choque?
A) 36 B) 32 C) 28 D) 20 E) 18

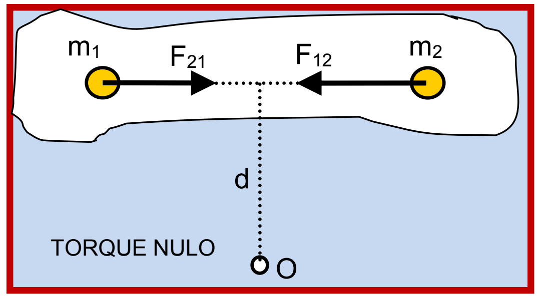
DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

	Cuerpo	*Posición del eje a*	*Momento de inercia*
1	*Cilindro hueco de paredes delgadas, radio R y masa M*	*El eje del cilindro*	$\left(\frac{1}{1}\right)M.R^2$
2	*Cilindro macizo (disco, polea) de radio R y masa M*	*El eje del cilindro*	$\left(\frac{1}{2}\right)M.R^2$
3	*Esfera maciza de radio R y masa M*	*Eje que pasa por el centro de la esfera*	$\left(\frac{2}{5}\right)M.R^2$
4	*Esfera de paredes delgadas de radio R y de masa M*	*Eje que pasa por el centro de la esfera*	$\left(\frac{2}{3}\right)M.R^2$
5	*Varilla delgada. Recta, de longitud L y de masa M*	*El eje es perpendicular a su varilla y pasa por el centro de masa*	$\left(\frac{1}{12}\right)M.L^2$
6	*La misma varilla*	*El eje es perpendicular a la varilla y pasa por un extremo*	$\left(\frac{1}{3}\right)M.L^2$
7			

1. SISTEMA MECÁNICO. Se llama sistema mecánico de puntos materiales o de cuerpos, a un sistema complejo en el cual la posición o el movimiento de cada punto material (o de cada cuerpo) depende de la posición y del movimiento de todos los demás. Consideraremos también a un cuerpo material como un sistema de partículas (puntos) materiales que forman este cuerpo. Un ejemplo clásico de un sistema mecánico es el sistema solar, en el cual todos los cuerpos están ligados entre sí por las fuerzas de atracción mutua. Como ejemplo de sistema mecánico también puede servir cualquier maquina o mecanismo, en el cual tos los cuerpos estén ligados por charnelas, barras, cables, correas, etc. (es decir, por ligaduras geométricas diferentes). En este caso, los cuerpos del sistema están sometidos a la acción de las fuerzas de presión o de tensión que se transmiten por intermedio de las ligaduras.



2. FUERZAS EXTERNAS Y FUERZAS INTERNAS. Las fuerzas que actúan sobre puntos materiales o cuerpos de un sistema pueden ser divididas en externas e internas. Se llaman ***fuerzas externas*** las fuerzas que actúan sobre puntos materiales del sistema por parte de otros puntos materiales o cuerpos fuera del sistema. Se llaman ***fuerzas internas*** las fuerzas que actúan sobre los puntos materiales del sistema por parte de otros puntos materiales que pertenecen a mismo sistema. Designaremos por F^e a las fuerzas externas y F^i a las fuerzas internas. Las fuerzas internas poseen las propiedades siguientes:



$[1]$ La suma de fuerzas de un sistema es nula.

En virtud a la tercera ley de la Dinámica, dos puntos materiales cualesquiera de un sistema actúan uno sobre el otro con fuerzas $\vec{F}_{12}^{i}$ y $\vec{F}_{21}^{i}$ iguales en módulo y sentidos opuestos, cuya suma es nula. Como para cada par de puntos del sistema se tiene un mismo resultado, tendremos: $\sum \vec{F}_{pq}^{i} = \vec{0}$

$[2]$ La suma de momentos de todas las fuerzas internas respecto de un centro o eje cualesquiera es nula. $\sum \vec{\tau}_{o}^{i} = \vec{0}$, Para cada par de fuerzas internas se cumple que: $F_{12}^{i}.d - F_{21}^{i}.d = 0$

Las fuerzas internas no realizan trabajo cuando el sistema corresponde a un cuerpo rígido. En el caso que el sistema pertenezca a un cuerpo elástico la distancia entre dos puntos materiales es variable, entonces estas fuerzas internas realizan trabajo mecánico.

3. MASA DE UN SISTEMA. El movimiento de un sistema depende no solamente de las fuerzas externas e internas, sino también de su masa total y de la distribución de masas. La masa de un sistema es igual a la suma aritmética de las masas de todos los puntos materiales o de todos los cuerpos que componen el sistema. $M = \sum m_k$

En un campo de gravedad homogéneo, para el cual el valor es constante $|\vec{g}| = constante$, el peso de cualquier partícula será proporcional a la masa.

4. CENTRO DE MASA. La distribución de masas de un cuerpo se juzga por la posición de su centro de gravedad. Transformemos las fórmulas que determinan el centro de gravedad, en uno que contenga la masa. $P_k = m_k.g$ y $P = M.g$

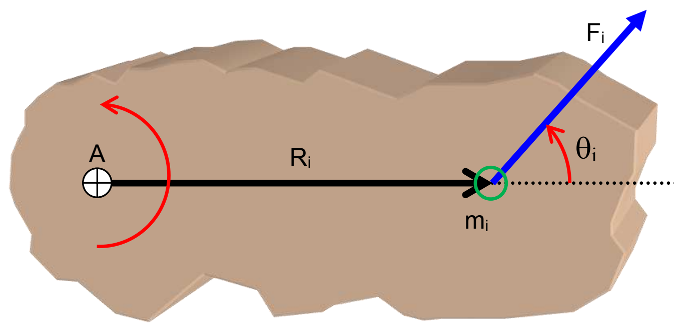
$$x_c = \frac{\sum p_k x_k}{P} = \frac{\sum m_k x_k}{M},$$
$$y_c = \frac{\sum p_k y_k}{P} = \frac{\sum m_k y_k}{M},$$
$$z_c = \frac{\sum p_k z_k}{P} = \frac{\sum m_k z_k}{M}$$

El punto geométrico $C = (x_c; y_c; z_c)$ se llama centro de masa o centro de inercia de un sistema mecánico.

Se define la posición del centro de inercia C por el radio vector $\vec{r}_C$ cuyas coordenadas se obtiene con la siguiente ecuación: $\vec{r}_C = \dfrac{\sum m_k . \vec{r}_k}{M}$

Cuando un cuerpo se encuentra dentro de un campo de gravedad homogéneo, la posición del centro de inercia coincide con la posición de del centro de gravedad, estas nociones no son idénticas. La noción de centro de gravedad, como punto por el cual pasa la línea de acción de la resultante de las fuerzas de gravedad, en realidad tiene sentido solamente para un cuerpo solido que se encuentra en un campo de gravedad homogéneo. La noción de centro de inercia, que caracteriza la distribución de masas dentro del sistema, tiene sentido para cualquier de puntos materiales o cuerpo materiales, además esta noción conserva su sentido independiente del hecho de que este sistema esté sometido a la acción de fuerza o no.

5. **CONCEPTO DE CUERPO RÍGIDO.** Un cuerpo rígido tiene forma y volumen constante, tal que al aplicarle fuerzas externas la distancia entre dos puntos interiores no cambia. Vamos a estudiar las causas de la rotación de un cuerpo sólido y rígido. Es evidente que para cada partícula de las cuales está hecho el cuerpo, podemos aplicar las leyes para la dinámica de Sir Isaac Newton.

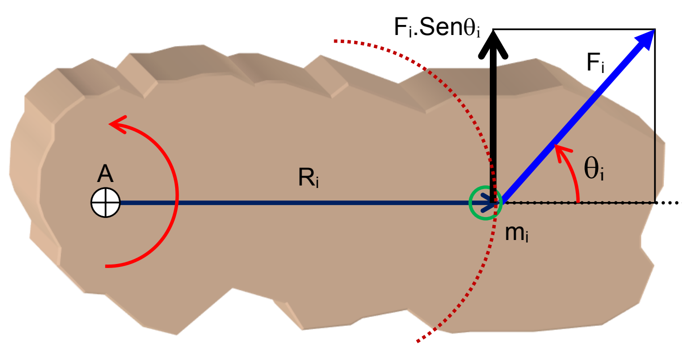


ROTACIÓN DEL CUERPO RÍGIDO

6. **LEY DE ACELERACIÓN PARA LA ROTACIÓN.** Supondremos que un cuerpo rígido puede girar con respecto de un punto o eje de rotación por acción de un conjunto de fuerzas. La segunda ley de Newton aplicada a una partícula de masa m_i, la fuerza tangencial a la trayectoria circunferencia:

$F_i.Sen\theta_i = m_i.a_i \ldots(1)$

Siendo la aceleración tangencial a_i, relacionando con el movimiento circunferencial uniformemente acelerado, la aceleración es: $a_i = \alpha.R_i$ donde α es la aceleración angular constante común a todas las partículas que componen el cuerpo rígido. Reemplazando en (1):



TORQUE RESPECTO DEL CENTRO DE GIRO “A”

$$F_i.Sen\theta_i = m_i.\alpha.R_i \ldots(2)$$

7. Multiplicamos ambos miembros por R_i tenemos;

$$F_i.R_i.Sen\theta_i = m_i.\alpha.R_i^2 \ldots (3)$$

Reconociendo el Torque aplicado al cuerpo rígido respecto del punto A.

$$\tau_i = F_i.R_i.Sen\theta_i \ldots (4)$$

Combinado las ecuaciones (3) y (4) tenemos que:

$$\tau_i = m_i.\alpha.R_i^2$$

Haciendo la sumatoria para todas las partículas que conforman el cuerpo rígido:

$$\sum_i \tau_i = \alpha.\sum_i m_i.R_i^2$$

GOTA 1. La aceleracion angular α es igual para todas las partículas.

GOTA 2. Llamaremos τ_0 es el momento total de las fuerzas respecto del punto A.

$$\tau_0 = \sum_i \tau_i$$

GOTA 3. El momento de inercia del cuerpo con respecto al eje que pasa por el punto A:

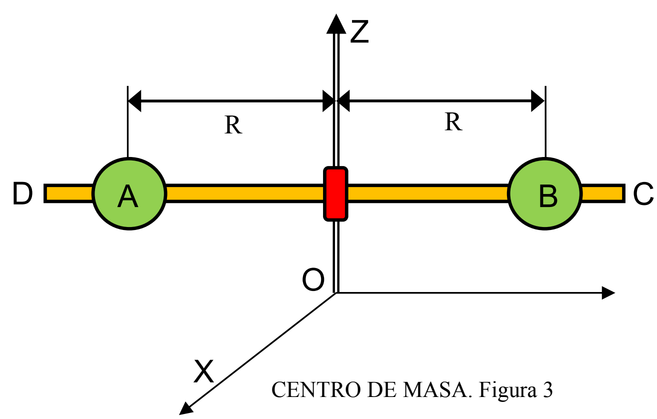
$$I = \sum_i m_i.R_i^2$$

GOTA 4. Finalmente, la relación entre el toque y la aceleración angular es:

$\tau_0 = I.\alpha$ o de la forma vectorial $\vec{\tau}_0 = I.\vec{\alpha}$

GOTA 5. Comparando con la ley de aceleración entre la fuerza y la aceleración tangencial: $\vec{F}_R = m.\vec{a}$

8. MOMENTO DE INERCIA.



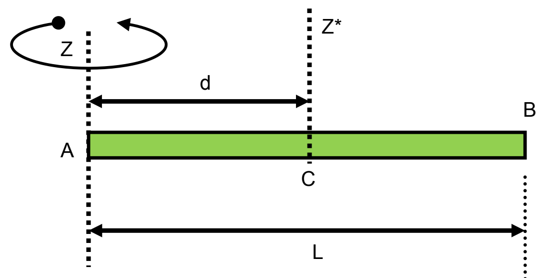
CENTRO DE MASA. Figura 3

La posición del centro de masa no caracteriza completamente la distribución de las masas del sistema. Por ejemplo (figura 3), si la distancia R del eje Oz a cada una de las bolas iguales A y B aumenta en una misma magnitud, la posición del centro de masa del sistema no variará, pero la distribución de masas será diferente, lo que influirá sobre el movimiento del sistema (teniendo todas las demás condiciones iguales, la rotación alrededor del eje Oz será más lenta). Por eso, en la Mecánica se introduce una característica más de la distribución de masa que es el momento de inercia. Se llama momento de inercia de un cuerpo (sistema) respecto de un eje dado Oz (momento axial de inercia) una magnitud escalar igual a la suma de todos los productos de las masas de todos los puntos del cuerpo (sistema) por los cuadrados de las distancias a este eje.

$$I_Z = \sum_i m_i . R_i^2$$

El momento de inercia de un cuerpo (o de un sistema) respecto de cualquier eje es de una cantidad positiva y no equivale a cero. El momento axial de inercia, durante el movimiento de rotación del cuerpo, desempeña el mismo papel que la **masa** durante el movimiento de traslación. Es decir, que el ***momento axial de inercia*** es la medida de la ***inercia*** del cuerpo durante el movimiento de rotación.

9. CÁLCULO DEL MOMENTO DE INERCIA.



BARRA DELGADA QUE GIRA RESPECTO DEL EJE Az

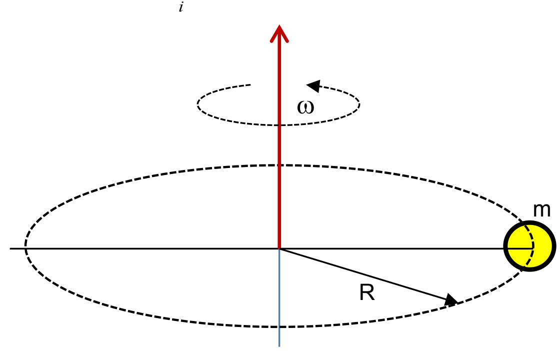
La inercia es una cualidad de la materia, y el momento de la inercia es el aspecto cuantitativo de la inercia de rotación. El momento de inercia del cuerpo con respecto al eje que pasa por el punto A es:

$$I_A = \sum_i m_i . R_i^2$$

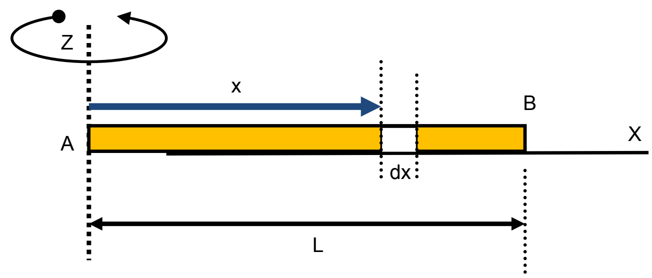
Un mismo cuerpo rígido tiene diferentes momentos de inercia, es decir es relativo, depende del eje de rotación.

(1) Para masas discontinuas. Se calcula el momento de inercia en forma individual. $I_i = m_i . R_i^2$
El momento de inercia total es la suma de todos estos momentos de inercia individuales.

$$I = \sum_i m_i . R_i^2$$



(2) Para masas continuas. Consideremos que la masa está distribuida en forma continua en cierto volumen. Veamos algunos ejemplos:



BARRA DELGADA QUE GIRA RESPECTO DEL EJE Az

[1.] **Una barra delgada de longitud L y de masa M.**

Calculemos el momento de inercia con respecto al eje Az dirigido perpendicularmente a la barra en el extremo A. Dibujamos el eje coordenado Ax a lo largo de la barra AB. Consideramos una barra de masa M y longitud L. La densidad lineal de masa es

$\rho = \dfrac{M}{L} = \dfrac{dm}{dx}$ Entonces, para un segmento elemental cualquiera de longitud dx el diferencial de masa es $dm = \rho.dx$

El momento de inercia de la barra AB respecto del Az que pasa por el extremo A es:

$$I_A = \int_O^L x^2.dm = \rho.\int_O^L x^2.dx \quad \text{simplificando: } I_A = \rho.\frac{L^3}{3} = \frac{1}{3}M.L^2$$

[2.] **Anillo circular delgado y homogéneo de radio R y de masa M.** Hallemos el momento de inercia respecto del eje Cz dirigido perpendicularmente al plano del anillo y que pasa por su centro. Como todos los puntos del anillo se encuentran a la misma distancia R del eje Cz, se tiene la siguiente ecuación:

$I = \sum_i m_i.R_i^2$ donde la distancia R_i es constante.

$I = R^2.\sum_i m_i$ donde la sumatoria de masas es igual a la masa total del anillo delgado;

$\sum_i m_i = M$ finalmente, el momento de inercia del anillo respecto del eje Cz es;

$$I_C = M.R^2$$

[3.] **Placa circular homogéneo de radio R y de masa M.** Calcularemos el momento de inercia de una placa circular respecto del eje Cz perpendicular a la placa y que pasa por su centro.

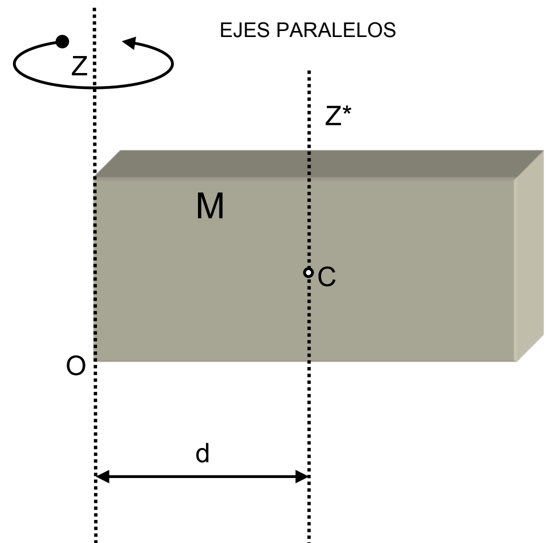
$$I_C = \frac{1}{2}M\,R^2$$

[4.] Es evidente que se obtendrá la misma fórmula para el momento de inercia $I_z = \dfrac{1}{2}M\,R^2$ de un cilindro circular homogéneo de masa M y de radio R respecto de su eje Cz.

Los momentos de inercia de cuerpos no homogéneos y de cuerpos de perfiles complicados pueden ser determinados experimentalmente con ayuda de instrumentos correspondientes.

10. TEOREMA DE HUYGENS. MOMENTOS DE INERCIA DE UN CUERPO RÍGIDO RESPECTO DE EJES PARALELOS.

Cristian Huygens (1629-1695) científico holandés, mecánico, físico y astrónomo. Inventó el primer reloj de péndulo. Estudió las oscilaciones del péndulo físico e introdujo la noción de momento de inercia de un cuerpo.



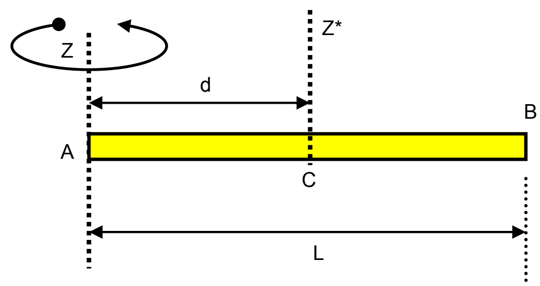
"El momento de inercia de un cuerpo respecto del eje dado es igual al momento de inercia de un eje paralelo al primero y que pasa por el centro de masas (C) del cuerpo, sumado al producto de la masa de todo el cuerpo por el cuadrado de la distancia entre los ejes.

$$I_{OZ} = I_{CZ*} + M.d^2$$

De la formula anterior deducimos que $I_{OZ} \geq I_{CZ*}$

Por consiguiente, si tomamos todos los ejes en la misma dirección, el momento de inercia mínimo será respecto del eje que pasa por el centro de masas C.

EJEMPLO 01. Determinar el momento de inercia de una barra delgada de masa M y longitud L, respecto del eje CZ^* perpendicular a la barra y que pasa por su centro de masas C.



BARRA DELGADA QUE GIRA RESPECTO DEL EJE Az

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Tracemos por el extremo A de la barra un eje AZ y por el centro de masas un eje paralelo AZ^*, entonces la fórmula tiene la siguiente forma:

$$I_{AZ} = I_{CZ^*} + M.d^2$$

En este caso $d = \frac{L}{2}$, donde: $I_{AZ} = \frac{1}{3}M.L^2$

SEGUNDO PASO. Entonces el momento de inercia respecto del centro de masa C, es: $I_{CZ^*} = I_{AZ} - M.d^2$ reemplazando tenemos que:

$$I_{CZ^*} = \frac{1}{3}ML^2 - \frac{1}{4}M.L^2$$

Respecto del centro de masa:

$$I_{CZ^*} = \frac{1}{12}M.L^2$$

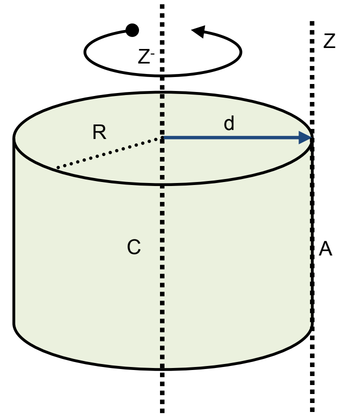
EJEMPLO 02. Determinar el momento de inercia de un cilindro de masa M y radio de base R, respecto del eje AZ que para por su generatriz.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Tracemos por el centro de masas C un eje paralelo AZ^* y por la generatriz un eje AZ y escribimos la ecuación:

$$I_{AZ} = I_{CZ^*} + M.d^2$$

En este caso $d = R$, donde: $I_{CZ^*} = \frac{1}{2}M\,R^2$



CILINDRO QUE GIRA Cz

SEGUNDO PASO. Reemplazando estos valores en el teorema de Huygens obtendremos:

$$I_{AZ} = \frac{1}{2}M.R^2 + M.R^2$$

$$I_{AZ} = \frac{3}{2}M.R^2$$

OBSERVACIÓN. Es importante señalar que la rueda de una bicicleta o la llanta de un automóvil gira sin deslizar sobre una pista, en este caso el eje de rotación es tangente a la pista.

11. ENERGÍA CINÉTICA DE ROTACIÓN. La energía cinética de un cuerpo rígido es la suma de las energías cinéticas de todas las partículas, por tanto:

$$E_C = \sum \frac{1}{2} m_i . v_i^2$$

pero para un cuerpo que gira la velocidad tangencial en función de la velocidad angular es:

$$v_i = \omega . r_i$$

Reemplazando en la ecuación anterior tenemos que: $E_C = \sum \frac{1}{2} m_i . \omega^2 . r_i^2$

Pero la velocidad angular es constante: $E_C = \frac{1}{2} \omega^2 . \sum m_i . r_i^2$

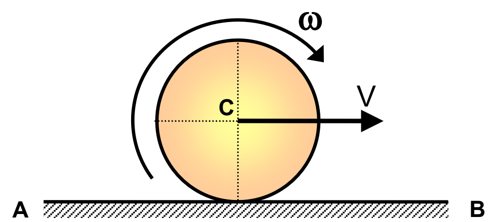
El momento de inercia de un cuerpo rígido que gira es: $I = \sum m_i . r_i^2$

Finalmente, la energía de rotación es: $E_C = \frac{1}{2} . I . \omega^2$

12. ENERGÍA CINÉTICA DE ROTACIÓN Y TRASLACIÓN COMBINADAS.

Cuando un disco, cilindro, aro u otro cuerpo solido semejante experimenta traslación y rotación sin deslizamiento, la energía cinética tiene dos componentes, la energía cinética de traslación del centro de masa y la energía cinética de rotación respecto de del centro de masa C.

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.m.v^2 + \frac{1}{2}.I_C.\omega^2$$



ENERGÍA CINÉTICA TOTAL

GOTA 1. Analicemos la ***traslación pura*** sin rotación de una rueda, en este caso todos los puntos del cuerpo rígido tienen la misma velocidad respecto de la tierra.

$$E_{TRASLACION} = \frac{1}{2}.m.v^2$$

GOTA 2. Ahora analicemos la ***rotación pura*** de una rueda, el centro de rotación "C" no tiene velocidad de traslación, pero todos los puntos del cuerpo rígido tienen igual velocidad angular y los puntos periféricos tienen movimiento circunferencial uniforme.

$$E_{ROTACION} = \frac{1}{2}.I_C.\omega^2$$

Otra forma, si analizamos el movimiento de rotación y traslación respecto de la línea tangente AB, el momento de inercia se toma respecto de la línea AB.

GOTA 3. La energía cinética de rotación respecto de la línea paralela al plano es:

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.\left(I_{AB}\right).\omega^2$$

donde el momento de inercia es:

$$I_{AB} = I_C + M.d^2 \text{ reemplazando } I_{AB} = I_C + M.R^2$$

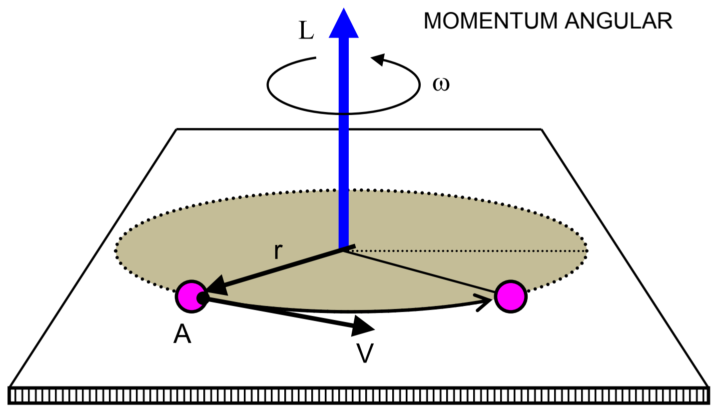
$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.\left(I_C + M.R^2\right).\omega^2$$

reemplazando

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.\left(I_C\right).\omega_C^2 + \frac{1}{2}.\left(M\right).v_C^2$$

13. MOMENTUM ANGULAR $(\vec{L})$**.** Se define momentum angular o momento angular de una partícula de masa m_i y velocidad v_i con respecto a un punto O, a la cantidad definida como el producto vectorial de la posición r_i por la cantidad de movimiento p_i.

$\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i$



el módulo del momentum angular es: $L_i = r_i.p_i.Sen(\alpha_i)$

pero $\vec{p}_i = m_i.\vec{v}_i$ entonces la ecuación es: $L_i = r_i.m_i.v_i.Sen(\alpha_i)$

Si se tiene varias partículas, el momentum angular total será la suma vectorial de los momentum angulares individuales.

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i$$

En el caso de un cuerpo rígido, la velocidad v_i es siempre perpendicular a la posición r_i, por tanto:

$L_i = r_i.m_i.v_i$ además, sabemos que $v_i = \omega.r_i$ entonces la ecuación es:

$$L_i = \omega.m_i.r_i^2$$

vectorialmente $\vec{L}_i$ se encuentra en la dirección del eje de rotación.

Y el momentum angular total es: $L = \sum \omega.m_i.r_i^2 = \omega\left(\sum m_i.r_i^2\right)$

Identificando el momento de inercia: $I = \sum m_i.r_i^2$

GOTA 1. El momentum angular es: $\vec{L} = I.\vec{\omega}$.

GOTA 2. Analogía con el momentum lineal: $\vec{p} = m.\vec{v}$

14. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTUM ANGULAR.

De la segunda ley de Newton o ley de aceleración angular se deduce que: $\tau_0 = I.\alpha = I.\left(\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}\right)$

se puede expresar como:

$$\tau_0.\Delta t = I.\Delta\omega = \Delta(I.\omega)$$

$$\tau_0.\Delta t = \Delta L$$

El ***impulse angular*** $\vec{J}$ es una cantidad física vectorial que se define como el producto del torque resultante $\vec{\tau}_0$ por el intervalo de tiempo Δt.

$$\vec{J} = \vec{\tau}_0.\Delta t$$

El impulso angular ejercido sobre un cuerpo, es igual a la variación del momentum angular:

$$\vec{J} = \vec{\tau}_0.\Delta t = \Delta\vec{L}$$

Si el torque resultante es **cero** entonces no hay variación del momentum angular:

Si $\vec{\tau}_0 = \vec{0}$ entonces $\Delta\vec{L} = \vec{0}$

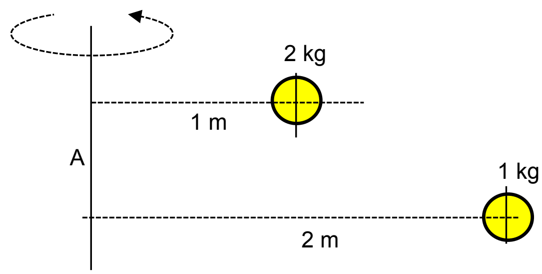
$$\vec{L}_{INICIAL} = \vec{L}_{FINAL}$$

GOTA 3. Esta ley es válida aun cuando el momento de Inercia **I** es variable.

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_2 \Rightarrow I_1.\vec{\omega}_1 = I_2.\vec{\omega}_2$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

PROBLEMA 01. Determinar el momento de inercia del sistema de partículas respecto del eje que pasa por en punto A.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La inercia es una cualidad de la materia, y el momento de la inercia es el aspecto cuantitativo de la inercia de rotación. El momento de inercia del cuerpo con respecto al eje que pasa por el punto A es:

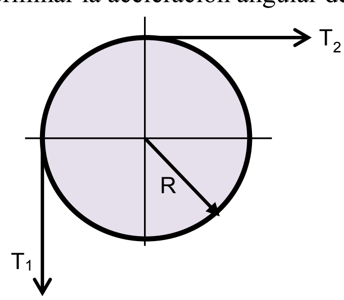
$$I_A = \sum_i m_i . R_i^2 = m_1.(R_1)^2 + m_2.(R_2)^2$$

SEGUNDO PASO. El momento de inercia total es la suma de todos estos momentos de inercia individuales.

$$I_A = (2)2.(1)^2 + (1).(2)^2 = 6\ kg.m^2$$

Respuesta. $6\ kg.m^2$

PROBLEMA 02. Una polea cilíndrica de 2 kg y radio 0,2 m gira por acción de dos fuerzas de tensión $T_1 = 50\,N$ y $T_2 = 48\,N$. Determinar la aceleración angular de la polea respecto del centro de la polea.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La fuerza de tensión produce un torque respecto del eje de rotación donde el radio R es el brazo.

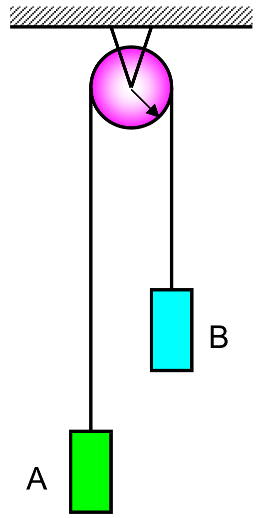
SEGUNDO PASO. Ley de la aceleración angular: $\sum \tau = I_C.\alpha$

$$(T_1 - T_2).R = \left(\frac{1}{2}M.R^2\right).(\alpha) \text{ reduciendo } (T_1 - T_2) = \frac{1}{2}(M).(R).(\alpha)$$

Reemplazando: $(50 - 48) = \frac{1}{2}.(2).(0{,}2).(\alpha)$

Respuesta. El valor de la aceleración angular es $10\ rad.s^{-2}$

PROBLEMA 03: En el sistema mostrado, determine el módulo de la aceleración de los bloques A y B de masas 6 kg y 3 kg respectivamente. La masa de la polea cilíndrica es 2 kg. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s^2)



Resolución

PRIMER PASO. La aceleración rectilínea de los bloques se relaciona con la aceleración angular de la polea respecto de su centro geométrico.

$$a = \alpha.R$$

SEGUNDO PASO. Ley de la aceleración angular: $\sum \tau = I_C.\alpha$

$$(T_1 - T_2).R = \left(\frac{1}{2}M.R^2\right).\left(\frac{a}{R}\right) \text{ reduciendo } (T_1 - T_2) = \left(\frac{1}{2}M.\right).a$$

Reemplazando el valor de la masa: $T_1 - T_2 = 1.a$ … (1)

TERCER PASO. Ley de aceleración rectilínea: $\sum F_y = M.a$

Fijamos nuestro sistema de referencia sobre la Tierra y realizamos el diagrama de cuerpo libre de cada bloque. Observe que la masa de A es 6 kg y la masa de B es 3 kg. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje vertical:

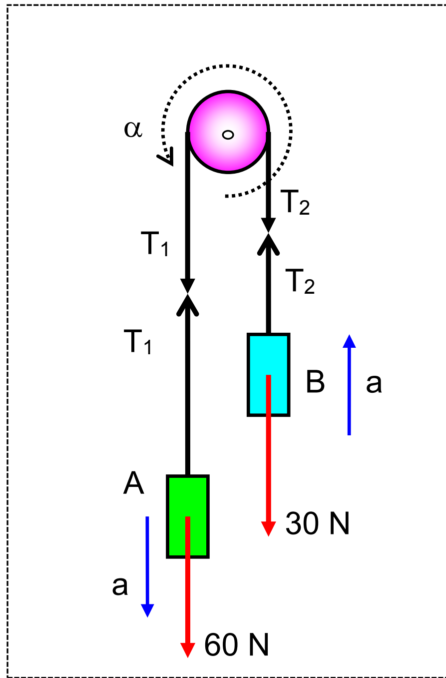
Bloque A: $\sum F_y = m_A.a \Rightarrow 60 - T_1 = (6).a$ … (2)

Bloque B: $\sum F_y = m_B.a \Rightarrow T_2 - 30 = (3).a$ … (3)

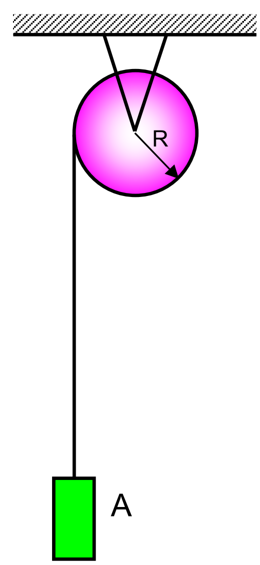
Adicionando loas ecuaciones (1), (2) y (3):

$$60 - 30 = (10).a \Rightarrow a = 3\ m.s^{-2}$$

Respuesta: el módulo de la aceleración de los bloques es 3 m/s^2.



PROBLEMA 04: En el sistema mostrado, determine el módulo de la aceleración del bloque A masas 5 kg. La masa de la polea cilíndrica es 2,5 kg. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s^2)



Resolución

PRIMER PASO. La aceleración rectilínea de los bloques se relaciona con la aceleración angular de la polea respecto de su centro geométrico.

$$a = \alpha . R \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{a}{R}$$

SEGUNDO PASO. Ley de la aceleración angular: $\sum \tau = I_C . \alpha$

$(T_1).R = \left(\frac{1}{2}M.R^2\right).\left(\frac{a}{R}\right)$ reduciendo $(T_1) = \left(\frac{1}{2}M.\right).a$

reemplazando el valor de la masa: $T_1 = 1{,}25.a$ ... (1)

TERCER PASO. Ley de aceleración rectilínea: $\sum F_y = M.a$

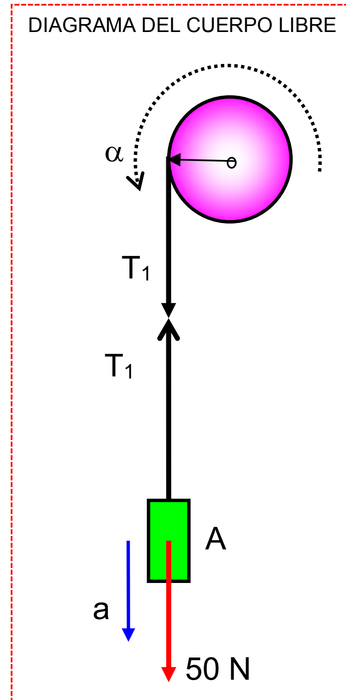
Fijamos nuestro sistema de referencia sobre la Tierra y realizamos el diagrama de cuerpo libre de cada bloque. Observe que la masa de A es 5 kg. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje vertical:

Bloque A: $\sum F_y = m_A.a \;\Rightarrow\; 50 - T_1 = (5).a$ ... (2)

Reemplazando (1) en (2):

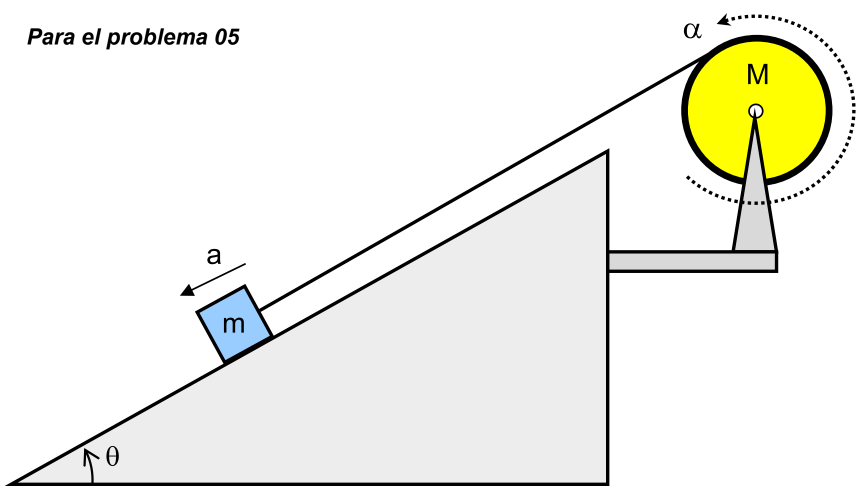
$50 - 1{,}25.a = 5.a$ resolviendo la ecuación $a = 8\ m.s^{-2}$

Respuesta: el módulo de la aceleración de los bloques es 8 m/s^2.



EJEMPLO 05: Un bloque se encuentra sobre un plano inclinado perfectamente liso. Determine el módulo de la aceleración del bloque sobre el plano inclinado. El bloque tiene masa m y la polea masa M. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g: módulo de la aceleración de la gravedad)

Para el problema 05



Resolución

PRIMER PASO. La aceleración rectilínea “a” del bloque se relaciona con la aceleración angular “α” de la polea respecto de su centro geométrico.

$$a = \alpha . R \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{a}{R}$$

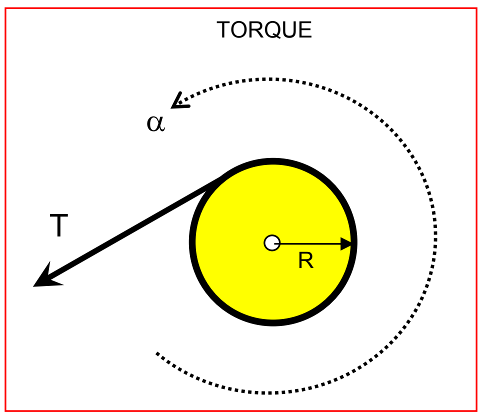
SEGUNDO PASO. Ley de la aceleración angular: $\sum \tau = I_C . \alpha$

$$(T).R = \left(\frac{1}{2}M.R^2\right).\left(\frac{a}{R}\right) \text{ reduciendo } T = \left(\frac{1}{2}\right)M.a \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. Fijamos nuestro sistema de referencia sobre la Tierra y realizamos el diagrama de cuerpo libre del bloque. No hay movimiento en el eje Y, mientras que el bloque acelera en el eje X. Entonces aplicamos la segunda ley de Newton en el eje X.

$$\sum F_y = 0 \quad y \quad \sum F_x = m.a_x$$

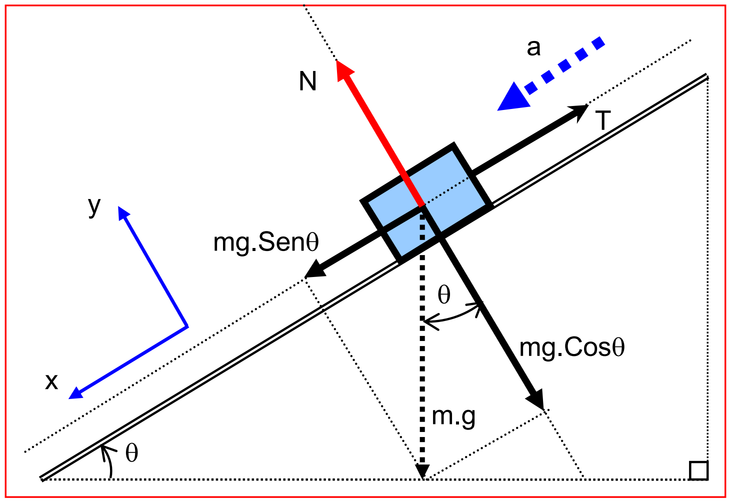
$$m.g.Sen\theta - T = m.a \ldots (2)$$



Reemplazando (1) en (2):

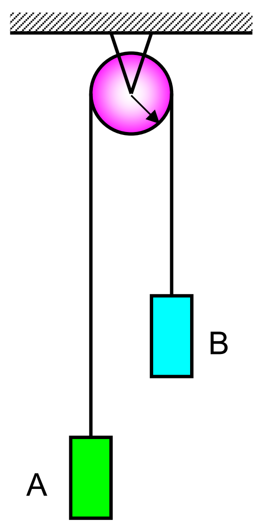
$$m.g.Sen\theta - \frac{M.a}{2} = m.a$$

resolviendo la ecuación: $a = \dfrac{g.Sen\theta}{\left(1 + \dfrac{M}{2m}\right)}$



Observación: Si el valor de la masa de la polea es nulo, el módulo de la aceleración sobre el plano es $g.Sen\theta$

PROBLEMA 06: En el sistema mostrado, determine el módulo de la aceleración de los bloques de masas m_A y m_B. La masa de la polea cilíndrica es M. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s²)



Resolución

PRIMER PASO. La aceleración rectilínea de los bloques se relaciona con la aceleración angular de la polea respecto de su centro geométrico.

$$a = \alpha.R \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R}$$

SEGUNDO PASO. Ley de la aceleración angular:

$$\sum \tau = I_C.\alpha$$

$$(T_1 - T_2).R = \left(\frac{1}{2}M.R^2\right).\left(\frac{a}{R}\right) \text{ reduciendo}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{M.a}{2} \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. Ley de aceleración rectilínea: $\sum F_y = M.a$

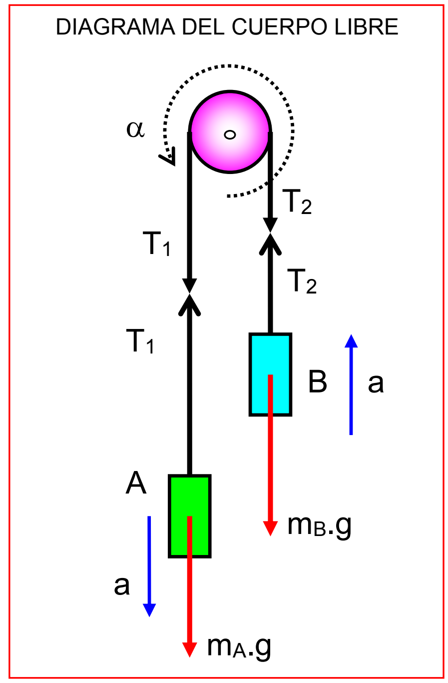
Fijamos nuestro sistema de referencia sobre la Tierra y realizamos el diagrama de cuerpo libre de cada bloque. Observe que la masa de A es 7 kg y la masa de B es 3 kg. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje vertical:

Bloque A:

$$\sum F_y = m_A.a \Rightarrow m_A.g - T_1 = (m_A).a \ldots (2)$$

Bloque B:

$$\sum F_y = m_B.a \Rightarrow T_2 - m_B.g = (m_B).a \ldots (3)$$



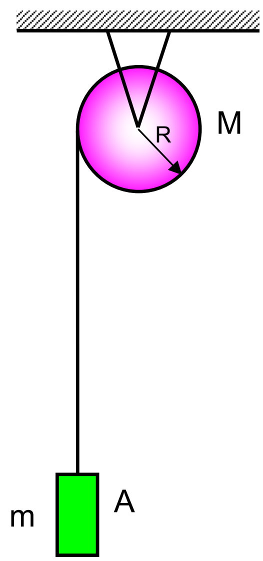
Adicionando loas ecuaciones (1), (2) y (3):

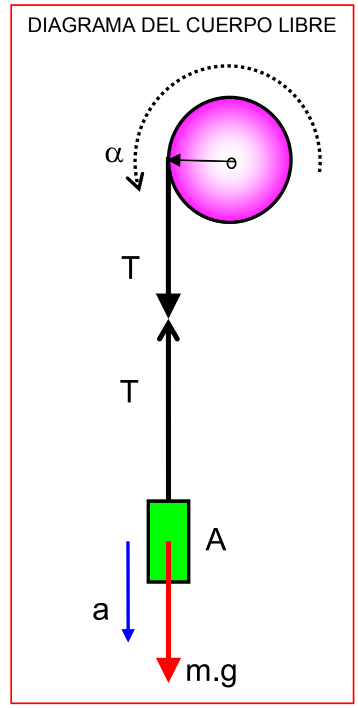
$$m_A.g - m_B.g = \left(m_A + m_B + \frac{M}{2}\right).a \quad \text{reduciendo } a = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B + \frac{M}{2}}\right).g$$

Observación: si la masa de la polea es despreciable, el módulo de la aceleración de los bloques es

$$a = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right).g$$

PROBLEMA 07: En el sistema mostrado, determine el módulo de la aceleración del bloque A de masa "m". La masa de la polea es M. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s²)





Resolución

PRIMER PASO. La aceleración rectilínea de los bloques se relaciona con la aceleración angular de la polea respecto de su centro geométrico.

$$a = \alpha.R \;\Rightarrow\; \alpha = \frac{a}{R}$$

SEGUNDO PASO. Ley de la aceleración angular: $\sum \tau = I_C.\alpha$

$$(T).R = \left(\frac{1}{2}M.R^2\right).\left(\frac{a}{R}\right) \text{ reduciendo } T = \frac{M.a}{2} \quad \ldots (1)$$

TERCER PASO. Ley de aceleración rectilínea: $\sum F_y = M.a$

Fijamos nuestro sistema de referencia sobre la Tierra y realizamos el diagrama de cuerpo libre del bloque. Observe el bloque de masa "m". Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje vertical:

Bloque A: $\sum F_y = m.a \;\Rightarrow\; m.g - T = (m).a \quad \ldots (2)$

Reemplazando (1) en (2):

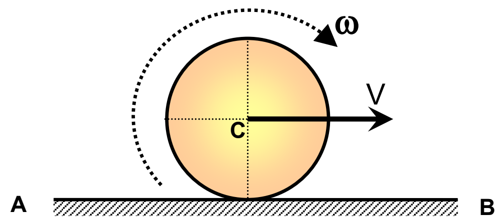
$$m.g - \frac{m.a}{2} = m.a \quad \text{resolviendo la ecuación:}$$

$$a = \frac{m.g}{m + \frac{M}{2}} \quad \text{o la forma} \quad a = \frac{g}{\left[1 + \frac{M}{2.m}\right]}$$

Observación: si la masa de la polea es nula, el módulo de la aceleración del bloque es $a = g$

PROBLEMA 08. ¿Qué energía cinética tendrá un cilindro macizo de masa M y radio R, que rueda sin deslizarse sobre un plano horizontal cuya velocidad del centro de masa es V? El momento de inercia del cilindro macizo respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2} M.R^2$

RESOLUCIÓN



ROTACIÓN Y TRASLACIÓN
Para el problema 08

Como el cilindro rueda sin resbalar entonces la fuerza de rozamiento no realiza trabajo.
La energía cinética de rotación respecto de la línea paralela al plano horizontal es $E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.(I_{AB}).\omega^2$ donde el momento de inercia es

$$I_{AB} = I_C + M.d^2 \text{ reemplazando } I_{AB} = I_C + M.R^2$$

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.(I_C + M.R^2).\omega^2$$

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.(I_C).\omega^2 + \frac{1}{2}.(M).v^2$$

Reemplazando el valor del momento de inercia tenemos que:

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.\left(\frac{M.R^2}{2}\right).\omega^2 + \frac{1}{2}.(M).v^2$$

$$E_{CINETICA} = \frac{3}{4}.M.v^2$$

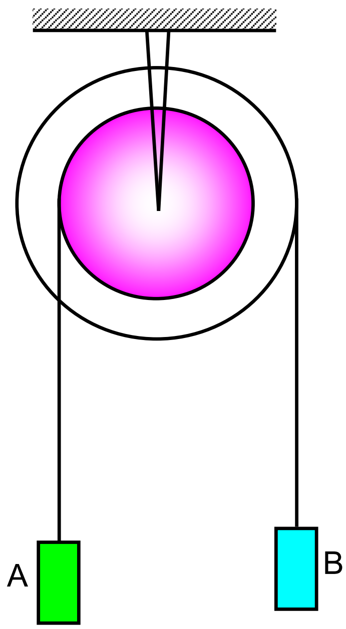
Observación: representa tres medios de la energía cinética de traslación, $E_{CINETICA} = \frac{3}{2}.\left(\frac{M.v^2}{2}\right)$

PROBLEMA 09. El sistema de la figura consta de una polea formada por dos discos coaxiales soldados de masas M_1 y M_2 y radios R_1 y R_2 respectivamente $(R_1 \le R_2)$. Dos bloques A y B de masas

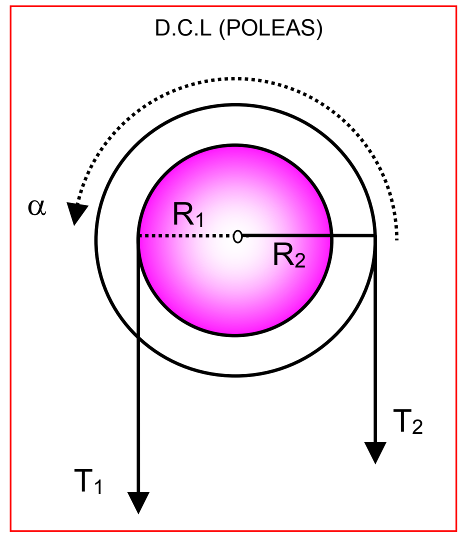
M_A y M_B cuelgan del borde de cada disco atados a cuerdas diferentes. Calcular el valor de la aceleración angular de las poleas coaxiales. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s^2)

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La aceleración rectilínea de los bloques se relaciona con la aceleración angular de la polea respecto de su centro geométrico.



Para el problema 15



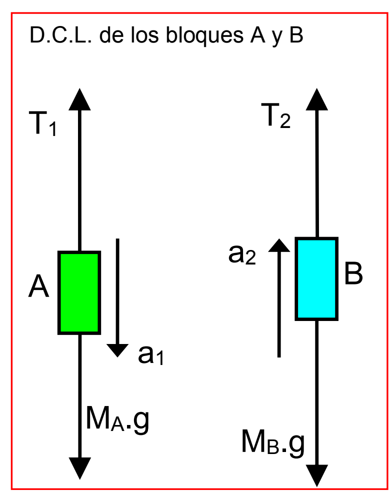
Bloque A: $a_1 = \alpha.R_1 \Rightarrow \alpha = \frac{a_1}{R_1}$

Bloque B: $a_2 = \alpha.R_2 \Rightarrow \alpha = \frac{a_2}{R_2}$

SEGUNDO PASO. Ley de la aceleración angular: $\sum \tau = I_C.\alpha$

Polea menor: $T_1.R_1 = \left(\frac{1}{2}M_1.R_1^2\right).\left(\frac{a_1}{R_1}\right)$

reduciendo $T_1 = \frac{M_1.a_1}{2}$ ... (1)



TERCER PASO. Ley de la aceleración angular: $\sum \tau = I_C.\alpha$

Polea mayor: $T_2.R_2 = -\left(\frac{1}{2}M_2.R_2^2\right).\left(\frac{a_1}{R_2}\right)$

reduciendo $T_2 = -\dfrac{M_2.a_2}{2}$ … (2)

CUARTO PASO. Ley de aceleración rectilínea: $\sum F_y = M.a$

Fijamos nuestro sistema de referencia sobre la Tierra y realizamos el diagrama de cuerpo libre de cada bloque. Observe que la masa de A baja y el bloque B sube. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje vertical:

Bloque A:

$$\sum F_y = M_A.a_1 \;\Rightarrow\; M_A.g - T_1 = \left(M_A\right).a_1 \text{ …(3)}$$

Bloque B:

$$\sum F_y = M_B.a_2 \;\Rightarrow\; T_2 - M_B.g = \left(M_B\right).a_2 \text{ ….(4)}$$

Adicionando loas ecuaciones (1), (2), (3) y (4):

$$M_A.g - M_B.g = \left(M_A + \frac{M_1}{2}\right).a_1 + \left(M_B - \frac{M_2}{2}\right).a_2$$

$$M_A.g - M_B.g = \left(M_A + \frac{M_1}{2}\right).\alpha.R_1 + \left(M_B - \frac{M_2}{2}\right).\alpha.R_2$$

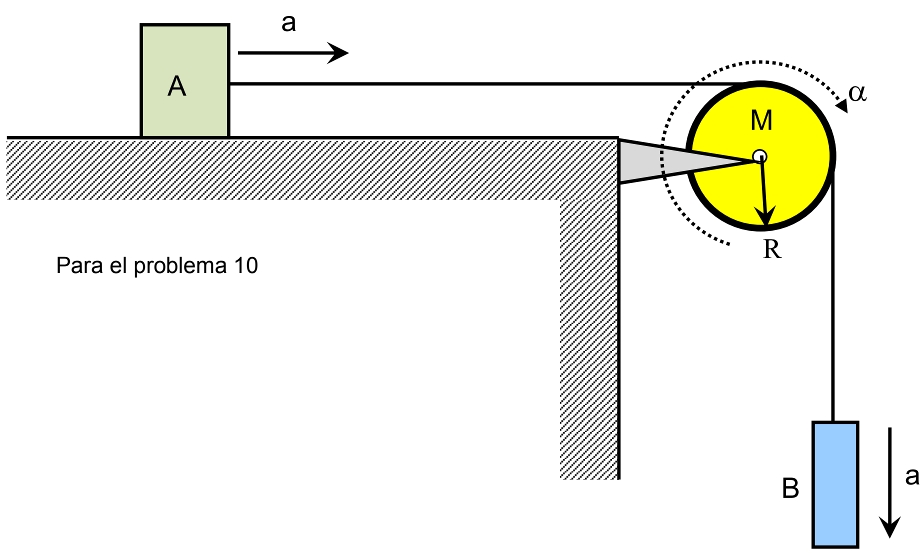
Reduciendo $\alpha = \dfrac{\left(M_A - M_B\right).g}{\left[M_A + \dfrac{M_1}{2}\right].R_1 + \left[M_B - \dfrac{M_2}{2}\right].R_2}$

Observación: si la masa de las poleas es despreciable, el módulo de la aceleración angular de las poleas es $\alpha = \dfrac{\left(M_A - M_B\right).g}{M_A.R_1 + M_B.R_2}$

PROBLEMA 10. Sobre un plano horizontal está situado un cuerpo de 50 kg que está unido mediante una cuerda, que pasa a través de una polea de 15 kg a otro cuerpo de 200 kg. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo de 50 kg y el plano horizontal vale 0.1, calcular. A) La aceleración de los cuerpos, B) Las tensiones de la cuerda El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s^2)

Resolución

PRIMER PASO. Analizamos el diagrama de cuerpo libre del bloque A. La fuerza de reacción normal tiene el mismo valor que la fuerza de gravedad.

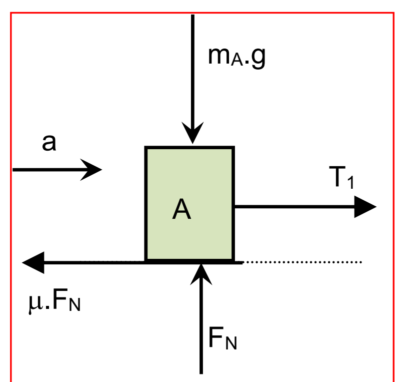


Para el problema 10

$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N = m_A.g$

La fuerza de rozamiento cinético es directamente proporcional a la fuerza normal: $f_{cinetica} = \mu_C.F_N = \mu_C.m_A.g$

Aplicamos la ley de aceleración de traslación: $\sum F_x = m_A.a \Rightarrow T_1 - \mu_C.m_A.g = m_A.a$ ...(1)



D.C.L. del bloque A.

SEGUNDO PASO. La aceleración tangencial de la polea se relaciona con la aceleración angular de la misma polea respecto de su centro geométrico. $a = \alpha.R \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R}$

TERCER PASO. Ley de la aceleración angular aplicada a la esfera: $\sum \tau_c = I_c.\alpha_1$

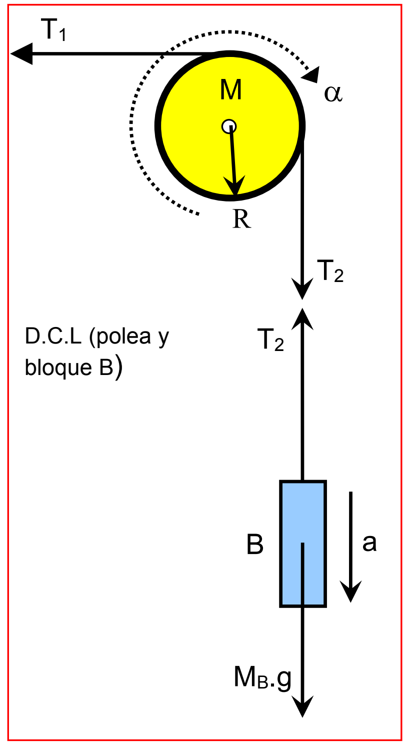
$$(T_2 - T_1).R = \left(\frac{1}{2}M.R^2\right).\left(\frac{a}{R}\right)$$

reduciendo la tensión es

$$T_2 - T_1 = \frac{M.a}{2} \quad \ldots (2)$$

CUARTO PASO. Ley de aceleración rectilínea: $\sum F_y = m.a$

Fijamos nuestro sistema de referencia sobre la Tierra y realizamos el diagrama de cuerpo libre del



bloque. Observe el bloque B. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje vertical:

Bloque B: $\sum F_y = m.a \;\Rightarrow\; m_B.g - T_2 = (m_B).a$ ... (3)

Adicionando las ecuaciones (1), (2) y (3):

$$m_B.g - \mu_C.m_A.g = \left(m_A + m_B + \frac{M}{2}\right)a$$

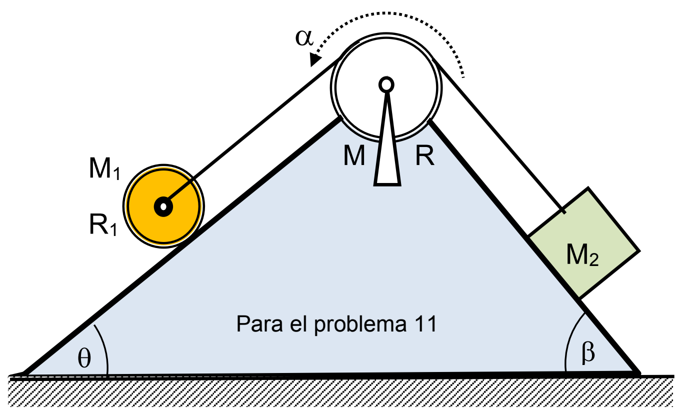
Resolviendo la ecuación tenemos que:

$$a = \frac{(m_B - \mu_C.m_A)g}{\left(m_A + m_B + \frac{M}{2}\right)}$$

Observación: si no hubiera rozamiento entre el bloque A y la superficie horizontal, la aceleración de los bloques sería: $a = \dfrac{m_B.g}{\left(m_A + m_B + \frac{M}{2}\right)}$

PROBLEMA 11. Sobre un plano inclinado áspero un cilindro macizo de radio R_1 y masa M_1 rueda sin resbalar, por el extremo superior está unida a una cuerda de masa despreciable, el cual pasa por una polea de radio R y masa M. En el otro extremo de la cuerda se encuentra un bloque de masa M_2.

La cuerda no se desliza respecto de la polea de radio R. Determine el valor de la aceleración del bloque.

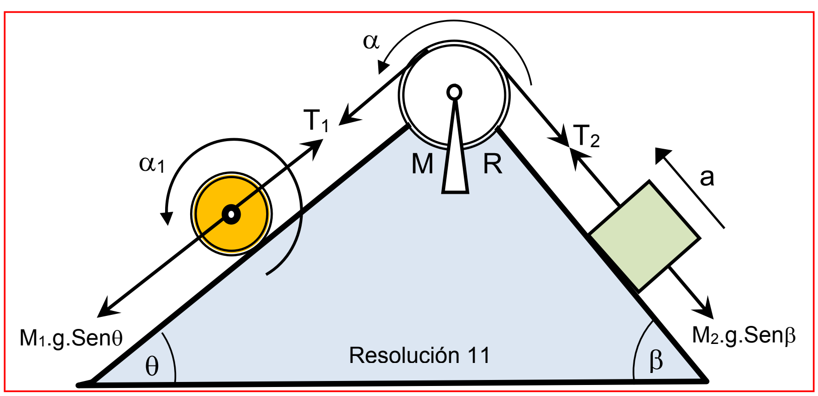


El momento de inercia de la polea y del cilindro respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$

Resolución
PRIMER PASO. La aceleración tangencial de la polea se relaciona con la aceleración angular de la misma polea respecto de su centro geométrico. $a = \alpha.R \;\Rightarrow\; \alpha = \dfrac{a}{R}$

La aceleración del centro de masa del cilindro se relaciona con la aceleración angular:

$$a = \alpha_1.R_1 \;\Rightarrow\; \alpha_1 = \frac{a}{R_1}$$



SEGUNDO PASO. Ley de la aceleración angular aplicada a la polea de radio R: $\sum \tau_c = I_C.\alpha$

$$(T_1 - T_2).R = \left(\frac{1}{2}M_2.R^2\right).\left(\frac{a}{R}\right)$$

Reduciendo la tensión es $T_1 - T_2 = \dfrac{M.a}{2}$ …(1)

TERCER PASO. Ley de la aceleración angular aplicada al cilindro de R_1: $\sum \tau_c = I_O.\alpha_1$

Analizamos al cilindro de radio R_1. El momento de Inercia respecto del punto O, tangente con la superficie inclinada, es:

$I_O = I_C + M.d^2$ reemplazando $I_O = \dfrac{1}{2}M.R^2 + M.R^2 = \dfrac{3}{2}M.R^2$

$$\left(M_1.g.Sen\theta - T_1\right).R_1 = \left(\frac{3}{2}M_1.R_1^2\right).\left(\frac{a}{R_1}\right)$$

Reduciendo la tensión es $M_1.g.Sen\theta - T_1 = \left(\dfrac{3}{2}\right)M_1.a$ …(2)

CUARTO PASO. Ley de aceleración rectilínea: $\sum F_y = M.a$

Fijamos nuestro sistema de referencia sobre la Tierra y realizamos el diagrama de cuerpo libre del bloque. Observe que el bloque sube. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje paralelo al plano inclinado:

$$\sum F_{//\,plano} = M_2.a \;\Rightarrow\; T_2 - M_2.g.Sen\beta = M_2.a \quad \text{…(3)}$$

Adicionando las ecuaciones (1), (2) y (3):

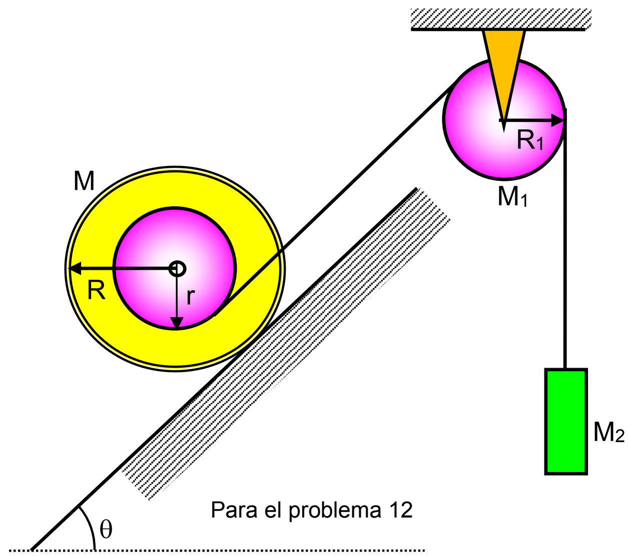
$$M_1.g.Sen\theta - M_2.g.Sen\beta = \left(\frac{3}{2}M_1 + \frac{2}{2}M_2 + \frac{1}{2}M\right)a$$

Resolviendo la ecuación tenemos que:

$$a = 2.g.\left[\frac{M_1.Sen\theta - M_2.Sen\beta}{3.M_1 + 2.M_2 + M}\right]$$

Observación: La aceleración tangencial de los puntos periféricos de la polea, la aceleración del centro de masa del cilindro macizo y la aceleración del bloque tienen el mismo valor.

PROBLEMA 12. Un cilindro de masa M y de radio R tiene una ranura circunferencial cuyo radio es “r”. En la ranura se enrolla una cuerda tal como se indica en la figura, y el otro extremo se fija a una pared. El cilindro rueda sin deslizar a lo largo de un plano inclinado un ángulo θ respecto de la horizontal. Calcular la aceleración del centro de masas, la tensión de la cuerda, la fuerza de rozamiento. El momento de inercia del cilindro respecto de su centro geométrico es $I_C = \dfrac{1}{2}M.R^2$



Para el problema 12

Resolución

PRIMER PASO. La aceleración del centro de masa del cilindro se relaciona con la aceleración angular del mismo cilindro respecto de su centro geométrico. $a_C = \alpha.R \Rightarrow \alpha = \dfrac{a_C}{R}$

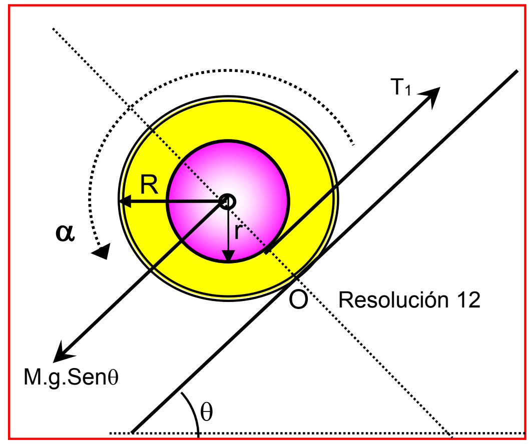
SEGUNDO PASO. El momento de Inercia respecto del punto O, tangente con la superficie inclinada, es: $I_O = I_C + M.d^2$ reemplazando $I_O = \dfrac{1}{2}M.R^2 + M.R^2 = \dfrac{3}{2}M.R^2$

TERCER PASO. Ley de la aceleración angular aplicada al cilindro de radio R respecto del punto tangente O del cilindro con el plano inclinado: $\sum \tau_c = I_O.\alpha$

$$\left(M.g.Sen\theta\right).R - T_1.\left(R-r\right) - = \left(\frac{3}{2}M.R^2\right).\left(\frac{a_C}{R}\right)$$

$$M.g.Sen\theta.\left(\frac{R}{R-r}\right)-T_1-=\left(\frac{3}{2}M.a_C\right).\left(\frac{R}{R-r}\right)$$

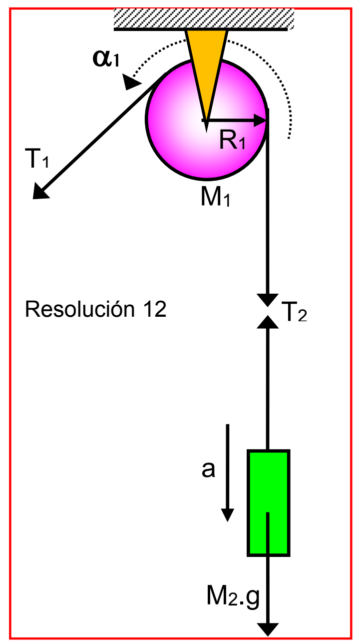
La aceleración del bloque de masa M_2 se relaciona con la aceleración del centro de masa del cilindro:



$$\frac{a}{R-r}=\frac{a_C}{R} \Rightarrow a_C=\left(\frac{R}{R-r}\right).a$$

$$M.g.Sen\theta.\left(\frac{R}{R-r}\right)-T_1-=\left(\frac{3}{2}\right).M.a.\left(\frac{R}{R-r}\right)^2 \quad ...(1)$$

CUARTO PASO. Ley de la aceleración angular aplicada a la polea de radio R_1 respecto del centro geométrico: $\sum\tau_C=I_C.\alpha_1$



$$(T_1-T_2).R_1=\left(\frac{1}{2}M_1.R_1^2\right).\left(\frac{a}{R_1}\right)$$

reduciendo la tensión es $T_1-T_2=\left(\frac{1}{2}\right)M_1.a$ ...(2)

QUINTO PASO. Ley de aceleración rectilínea: $\sum F_y=M.a$

Fijamos nuestro sistema de referencia sobre la Tierra y realizamos el diagrama de cuerpo libre del bloque. Observe que el bloque baja. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje vertical:

$$\sum F_y=M_2.a \Rightarrow T_2-M_2.g=M_2.a \quad ...(3)$$

Adicionando las ecuaciones (1), (2) y (3):

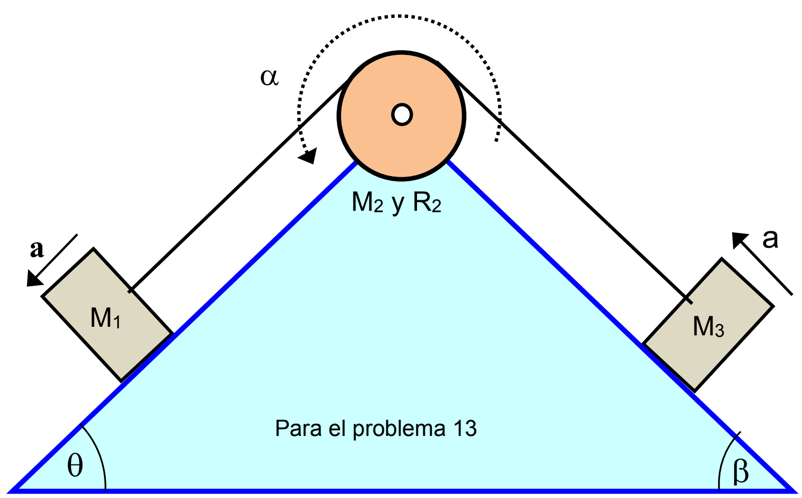
$$M.g.\left(\frac{R}{R-r}\right).Sen\theta-M_2.g=\left(\frac{3}{2}M.\left[\frac{R}{R-r}\right]^2+\frac{1}{2}M_1+M_2\right)a$$

resolviendo la ecuación tenemos que:

$$a = \frac{\left(M.\left[\frac{R}{R-r} \right] Sen\theta - M_2 \right).g}{\frac{3}{2}M.\left[\frac{R}{R-r} \right]^2 + \frac{1}{2}M_1 + M_2}$$

Observación: Si $R = 2.r$ la aceleración seria: $a = \dfrac{\left(2.M.Sen\theta - M_2\right).g}{6.M + \frac{1}{2}M_1 + M_2}$

PROBLEMA 13. Sobre un plano inclinado áspero un bloque de masa M_1 resbala, por el extremo superior está unida a una cuerda de masa despreciable, el cual pasa por una polea de radio R y masa M_2. En el otro extremo de la cuerda se encuentra un bloque de masa M_3. La cuerda no se desliza respecto de la polea de radio R. Determine el valor de la aceleración del bloque. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$



Resolución

PRIMER PASO. La aceleración tangencial de la polea se relaciona con la aceleración angular de la misma polea respecto de su centro geométrico. $a = \alpha.R \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R}$

SEGUNDO PASO. Ley de la aceleración angular aplicada a la polea de radio R: $\sum \tau_c = I_C.\alpha$

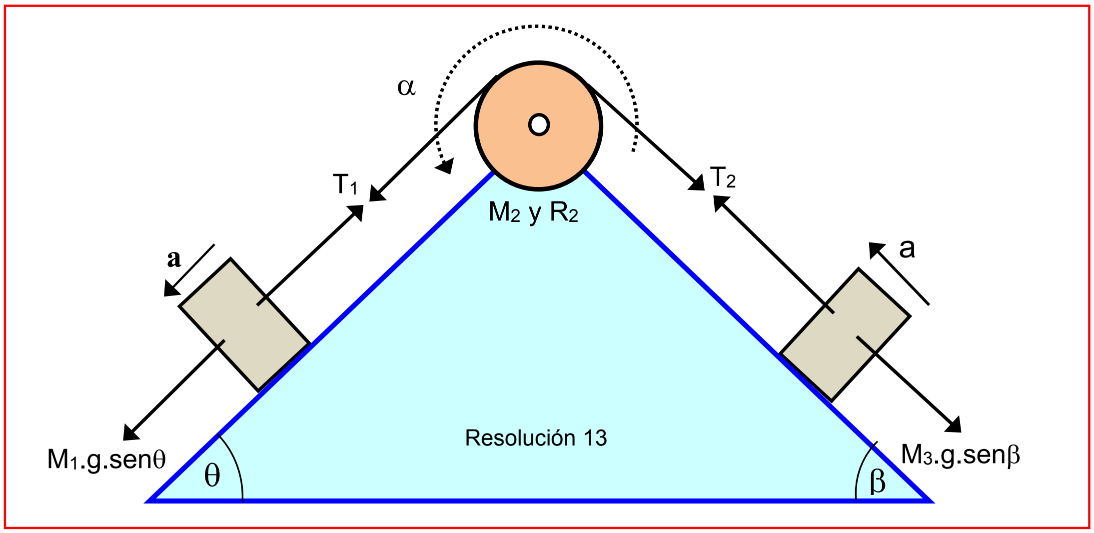
$$\left(T_1 - T_2\right).R = \left(\frac{1}{2}M_2.R^2\right).\left(\frac{a}{R}\right)$$

Reduciendo la tensión es $T_1 - T_2 = \dfrac{M_2.a}{2}$ ... (1)

TERCER PASO. Ley de aceleración rectilínea: $\sum F_{//plano} = m.a$

Fijamos nuestro sistema de referencia sobre la Tierra y realizamos el diagrama de cuerpo libre de cada bloque. Observe que el bloque M_1 baja y el bloque M_3 sube. Aplicamos la segunda ley de Newton en el eje paralelo al plano inclinado:

$$\sum F_{//plano} = M_1.a \;\Rightarrow\; M_1.g.Sen\theta - T_1 = M_1.a \text{ ... (2)}$$



$$\sum F_{//plano} = M_3.a \;\Rightarrow\; T_2 - M_3.g.Sen\beta = M_3.a \text{ ...(3)}$$

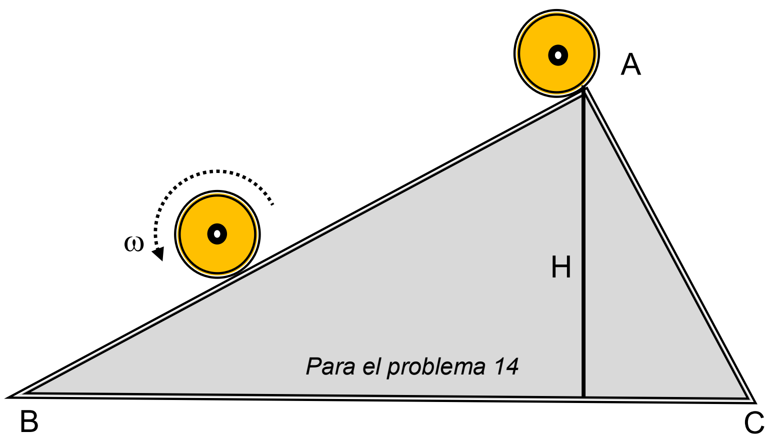
Adicionando las ecuaciones (1), (2) y (3):

$$M_1.g.Sen\theta - M_3.g.Sen\beta = \left(M_1 + \frac{1}{2}M_2 + M_3\right)a$$

La aceleración es: $a = \dfrac{2.g\left(M_1.Sen\theta - M_3.Sen\beta\right)}{2.M_1 + M_2 + 2M_3}$

Observación: La aceleración tangencial de los puntos periféricos de la polea, la aceleración de cada bloque tiene el mismo valor.

PROBLEMA 14. Determine la velocidad lineal del centro de masa que tendrá un cilindro macizo de masa M y radio R, que se mueve sobre un plano inclinado, si partió en el punto A del reposo y va hacia abajo, siendo H la altura que descendió el cilindro hasta llegar al punto B. El momento de inercia del cilindro respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Como el cilindro rueda sin resbalar entonces la fuerza de rozamiento no realiza trabajo. De la condición del problema sabemos que la velocidad inicial en el punto A es cero, $v_A = 0$ y también la energía cinética inicial es nula.

La energía cinética de rotación respecto de la línea paralela al plano inclinado es $E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.\left(I_{AB}\right).\omega^2$ donde el momento de inercia es

$$I_{AB} = I_C + M.d^2 \text{ reemplazando } I_{AB} = I_C + M.R^2$$

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.\left(I_C + M.R^2\right).\omega^2 \text{ reemplazando}$$

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.\left(I_C\right).\omega^2 + \frac{1}{2}.\left(M\right).v^2$$

SEGUNDO PESO. Si tomamos la línea de referencia en el punto más bajo B, entonces la altura será cero $h_B = 0$ por lo tanto su energía potencial gravitacional será nula.

La única fuerza que realiza trabajo es la fuerza de gravedad, entonces aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica entre los puntos A y B.

TERCER PASO. La energía mecánica en el punto inicial A, es igual a la energía mecánica final en B:

$$EM(en\ A) = EM(en\ B)$$

$$E_{CIN}(en\ A) + E_P(en\ A) = E_{CIN}(en\ B) + E_P(en\ B)$$

$$\frac{1}{2}m.v_A^2 + \frac{1}{2}I_C.\omega_A^2 + m.g.h_A = \frac{1}{2}m.v_B^2 + \frac{1}{2}I_C.\omega_B^2 + m.g.h_B$$

Reemplazando tenemos que:

$$0+0+m.g.H=\frac{1}{2}m.v_B^2+\frac{1}{2}I_C.\omega_B^2+0$$

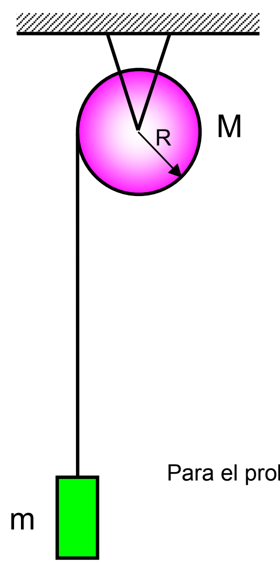
$$M.g.H=\frac{1}{2}M.\omega^2.R^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}M.R^2\right).\omega^2$$

$$M.g.H=\frac{3}{4}M.\omega^2.R^2=\frac{3}{4}M.v^2$$

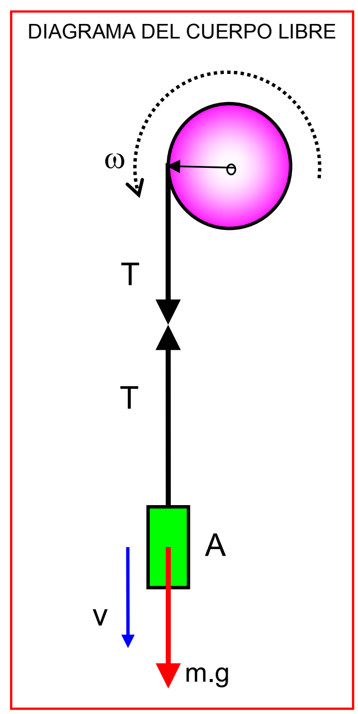
Despejando tenemos que el valor de la velocidad del centro de masa en el punto B es: $v_B=\sqrt{\frac{4}{3}g.H}$

Observación: Podemos señalar que, si el **cilindro macizo** se reemplaza por un **bloque** cúbico del mismo valor en masa y se desplaza libre de rozamiento, la rapidez en B sería: $v_B=\sqrt{2g.H}$

PROBLEMA 15: En el sistema mostrado se encuentra inicialmente en reposo, determine el módulo de la velocidad del bloque de masa "m" cuando ha descendido una altura H. La masa de la polea es M. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C=\frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 9,8 m/s^2)



Para el problema 15



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Para determinar la velocidad del bloque utilizamos el teorema de la energía cinética. La energía cinética inicial es nula. La energía cinética final de cada cuerpo es:
SEGUNDO PASO. POLEA:

$$E_{polea} = \frac{1}{2}.\left(I_C\right).\omega^2 = \frac{1}{2}.\left(\frac{M.R^2}{2}\right).\omega^2$$

Relación entre la velocidad tangencial y la velocidad angular:

$$v = \omega.R \;\Rightarrow\; \omega = \frac{v}{R}$$

$$E_{polea} = \frac{1}{4}M.v^2$$, tiene solo energía cinética de rotación.

TERCER PASO. BLOQUE:

$$E_{bloque} = \frac{1}{2}m.v^2$$ tiene solo energía cinética de traslación.

Las fuerzas internas (tensión) al sistema realizan trabajo nulo.

CUARTO PASO. El trabajo neto, es igual al trabajo realizado por la fuerza de gravedad:

$$W^{NETO} = m.g.H$$

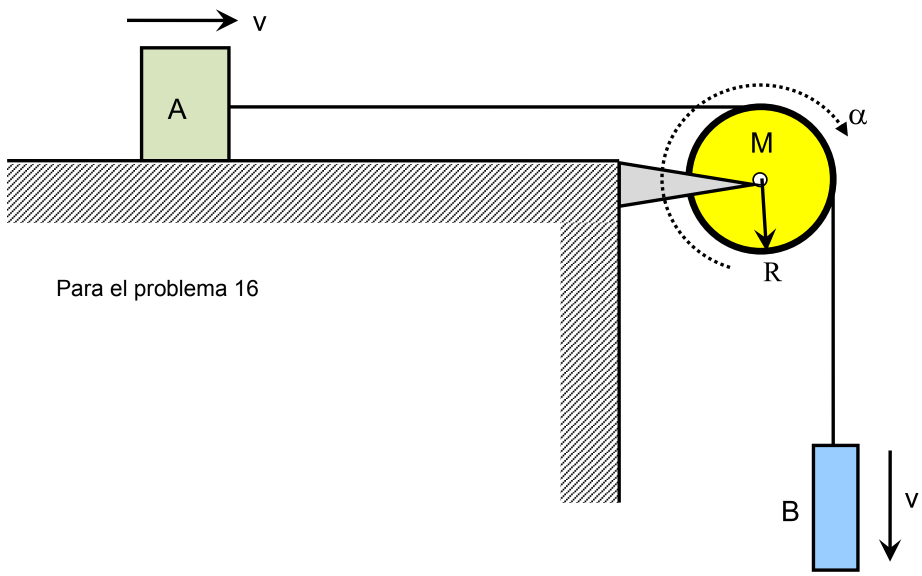
QUINTO PASO. El trabajo neto hecho por todas las fuerzas externas, es igual, a la variación de la energía cinética.

$$W^{NETO} = E_{final}^{cinetica} - E_{inicial}^{cinetica}$$ reemplazando: $$m.g.H = E_{final}^{polea} + E_{final}^{bloque}$$

$$m.g.H = \frac{1}{4}M.v^2 + \frac{1}{2}m.v^2$$ despejando $$v = \sqrt{\frac{m.g.H}{\frac{1}{4}M + \frac{1}{2}m}}$$

Observación: si despreciamos la masa de la polea, entonces la velocidad del bloque sería: $v = \sqrt{2.g.H}$

PROBLEMA 16. Sobre un plano horizontal está situado un bloque A de masa M_A que está unido mediante una cuerda, que pasa a través de una polea de masa M y radio R a otro bloque B de masa M_B. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque A y el plano horizontal vale μ, calcular la velocidad del bloque A cuando el bloque B haya descendido una altura H. Inicialmente el sistema se encuentra en reposo. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 9,8 m/s²)



Para el problema 16

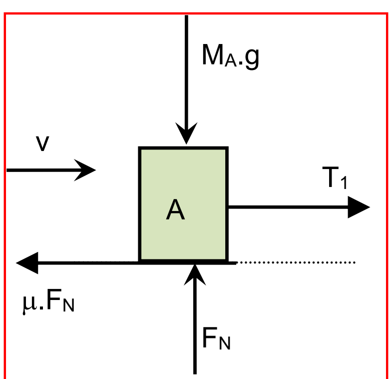
RESOLUCIÓN

a) Analizamos el diagrama de cuerpo libre del bloque A. La fuerza de reacción normal tiene el mismo valor que la fuerza de gravedad.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N = m_A.g$$

La fuerza de rozamiento cinético es directamente proporcional a la fuerza normal:

$$f_{cinetica} = \mu_C.F_N = \mu_C.m_A.g \quad ...(1)$$



D.C.L. del bloque A.

b) Para determinar la velocidad del bloque utilizamos el teorema de la energía cinética. La energía cinética inicial es nula. La energía cinética final de cada cuerpo es:

c) POLEA: $E_{polea} = \frac{1}{2}.(I_C).\omega^2 = \frac{1}{2}.\left(\frac{M.R^2}{2}\right).\omega^2$

Relación entre la velocidad tangencial y la velocidad angular

$$v = \omega.R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$$

$E_{polea} = \frac{1}{4}M.v^2$, tiene solo energía cinética de rotación.

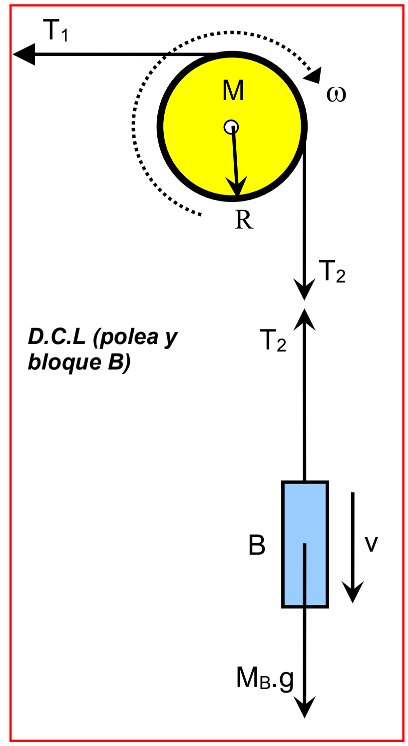
d) BLOQUES: $E_{bloques} = \frac{1}{2}(M_A + M_B).v^2$ tienen solo energía cinética de traslación.

Las fuerzas internas (tensión) al sistema realizan trabajo nulo.

e) El trabajo neto, es igual al trabajo realizado por la fuerza de gravedad del bloque B y por la fuerza de rozamiento:

$$W^{NETO} = M_B.g.H - f_C.H$$

$$W^{NETO} = M_B.g.H - \mu_C.M_A.g.H$$



e) El trabajo neto hecho por todas las fuerzas externas, es igual, a la variación de la energía cinética.

$$W^{NETO} = E_{final}^{cinetica} - E_{inicial}^{cinetica}$$

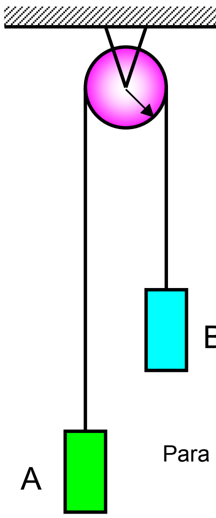
reemplazando: $W^{NETO} = E_{final}^{polea} + E_{final}^{bloques}$

$$M_B.g.H - \mu_C.M_A.g.H = \frac{1}{4}M.v^2 + \frac{1}{2}(M_A + M_B).v^2$$

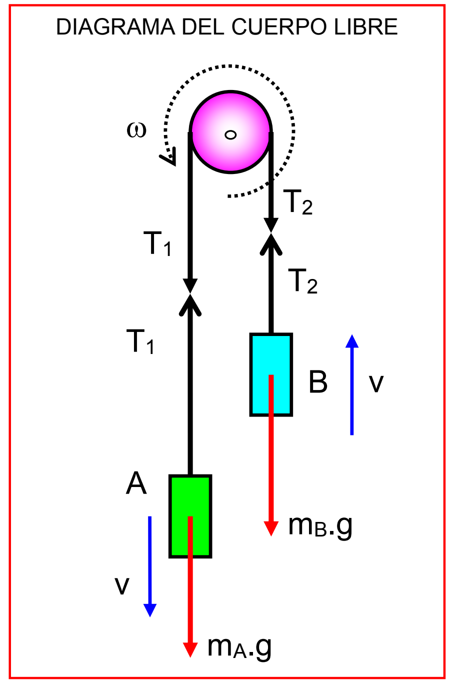
despejando $v = \sqrt{\dfrac{(M_B - \mu_C.M_A).g.H}{\frac{1}{4}M + \frac{1}{2}M_A + \frac{1}{2}M_B}}$

Observación: si no hubiera rozamiento entre el bloque A y la superficie horizontal, el valor de la velocidad sería: $v = \sqrt{\dfrac{M_B.g.H}{\frac{1}{4}M + \frac{1}{2}M_A + \frac{1}{2}M_B}}$

PROBLEMA 17: En el sistema mostrado se encuentra inicialmente en reposo. Si el bloque A (de mayor masa) desciende una altura H, determine el módulo de la velocidad de los bloques de masas m_A y m_B. La polea tiene masa M y radio R. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$. (g = 9,8 m/s^2)



Para el problema 17



Resolución

a) Para determinar la velocidad del bloque utilizamos el teorema de la energía cinética. La energía cinética inicial es nula. La energía cinética final de cada cuerpo es:

b) POLEA: $E_{polea} = \frac{1}{2}.(I_C).\omega^2 = \frac{1}{2}.\left(\frac{M.R^2}{2}\right).\omega^2$

Relación entre la velocidad tangencial y la velocidad angular $v = \omega.R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$

$E_{polea} = \frac{1}{4}M.v^2$, tiene solo energía cinética de rotación.

c) BLOQUES: $E_{bloques} = \frac{1}{2}(M_A + M_B).v^2$ tienen solo energía cinética de traslación.

Las fuerzas internas (tensión) al sistema realizan trabajo nulo.

d) El trabajo neto, es igual al trabajo realizado por las fuerzas de gravedad de los bloques A y B.

$W^{NETO} = m_A.g.H - M_B.g.H$

e) El trabajo neto hecho por todas las fuerzas externas, es igual, a la variación de la energía cinética.

$W^{NETO} = E_{final}^{cinetica} - E_{inicial}^{cinetica}$ reemplazando: $W^{NETO} = E_{final}^{polea} + E_{final}^{bloques}$

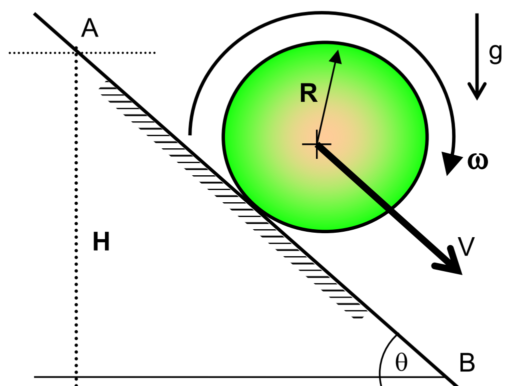
$$M_A.g.H - M_B.g.H = \frac{1}{4}M.v^2 + \frac{1}{2}(M_A + M_B).v^2$$

despejando $v = \sqrt{\dfrac{(M_A - M_B).g.H}{\frac{1}{4}M + \frac{1}{2}M_A + \frac{1}{2}M_B}}$

Observación: si la masa de la polea fuese despreciable (nula), el valor de la velocidad sería:

$$v = \sqrt{\frac{2.g.H(M_A - M_B)}{M_A + M_B}}$$

PROBLEMA 18. ¿Qué velocidad lineal tendrá un cascaron esférico de masa M y radio R, que se mueve sobre un plano inclinado si partió del reposo y va hacia abajo, siendo H la altura que descendió la esfera desde el punto de partida? El momento de inercia del cascaron esférico respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{2}{3}M.R^2$



Para el problema 18

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Como el cascaron rueda sin resbalar entonces la fuerza de rozamiento no realiza trabajo. De la condición del problema sabemos que la velocidad inicial es cero $v_A = 0$ y también la energía cinética inicial es nula.

La energía cinética de rotación respecto de la línea paralela al plano inclinado es

$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.(I_{AB}).\omega^2$ donde el momento de inercia es

$$I_{AB} = I_C + M.d^2$$ reemplazando

$$I_{AB} = I_C + M.R^2$$

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.(I_C + M.R^2).\omega^2$$ reemplazando

$$E_{CINETICA} = \frac{1}{2}.(I_C).\omega^2 + \frac{1}{2}.(M).v^2$$

Si tomamos la línea de referencia en el punto más bajo B, entonces la altura será cero $h_B = 0$ por lo tanto su energía potencial gravitacional será nula.

La única fuerza que realiza trabajo es la fuerza de gravedad, entonces aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica entre los puntos A y B.

SEGUNDO PASO. La energía mecánica en el punto inicial A es igual a la energía mecánica final en B:

$$EM(en\ A) = EM(en\ B)$$

$$E_{CIN}(en\ A) + E_P(en\ A) = E_{CIN}(en\ B) + E_P(en\ B)$$

$$\frac{1}{2}m.v_A^2 + \frac{1}{2}I_C.\omega_A^2 + m.g.h_A = \frac{1}{2}m.v_B^2 + \frac{1}{2}I_C.\omega_B^2 + m.g.h_B$$

Reemplazando tenemos que:

$$0 + 0 + m.g.H = \frac{1}{2}m.v_B^2 + \frac{1}{2}I_C.\omega_B^2 + 0$$

$$M.g.H = \frac{1}{2}M.\omega^2.R^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}M.R^2\right).\omega^2$$

$$M.g.H = \frac{5}{6}M.\omega^2.R^2 = \frac{5}{6}M.v^2$$

Despejando tenemos que el valor de la velocidad en el punto B es:

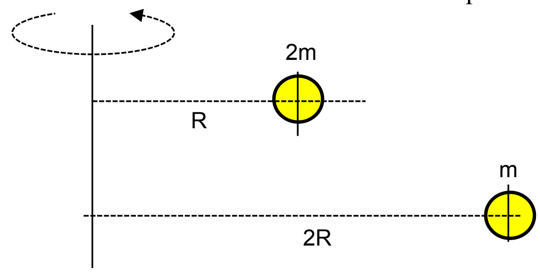
$$v_B = \sqrt{\frac{6}{5}g.H}$$

OBSERVACIÓN: Podemos señalar que, si es **cascarón** se reemplaza por un **bloque** cúbico del mismo tamaño en masa y se desplaza libre de rozamiento la rapidez en B sería:

$$v_B = \sqrt{2g.H}$$

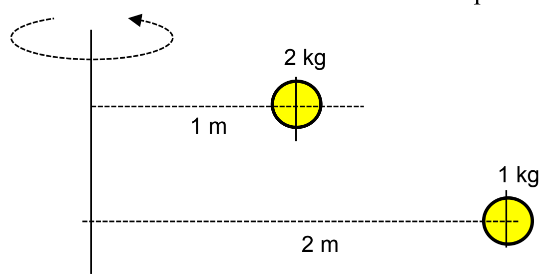
PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

PROBLEMA 01. Determinar el momento de inercia del sistema de partículas.



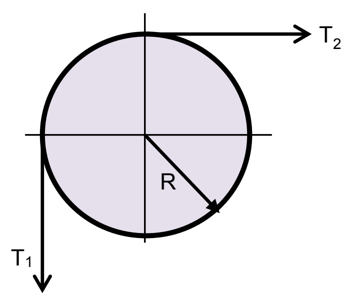
Respuesta. $6.m.R^2$

PROBLEMA 02. Determinar el momento de inercia del sistema de partículas



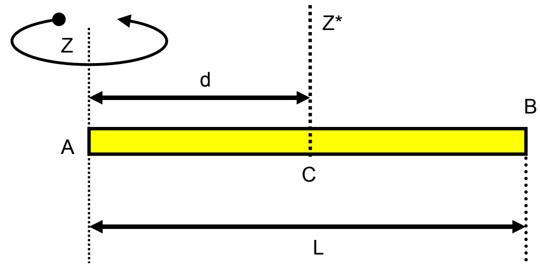
Respuesta. $6\ kg.m^2$

PROBLEMA 03. Una polea cilíndrica de 2 kg y radio 0,2 m gira por acción de dos fuerzas de tensión $T_1 = 50N$ y $T_2 = 40N$. Determinar la aceleración angular de la polea respecto del centro de la polea.



Respuesta. $50\ rad.s^{-2}$

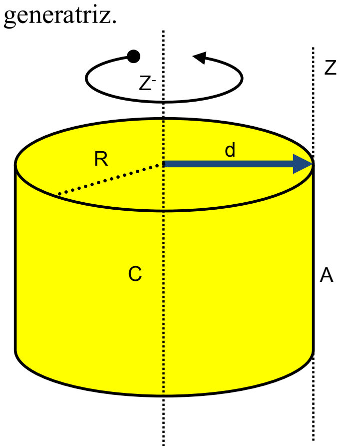
PROBLEMA 04. Determinar el momento de inercia de una barra delgada de masa M y longitud L, respecto del eje CZ^* perpendicular a la barra y que pasa por su centro de masas C.



Problema 04

Respuesta: $I_{CZ^*} = \frac{1}{12} M.L^2$

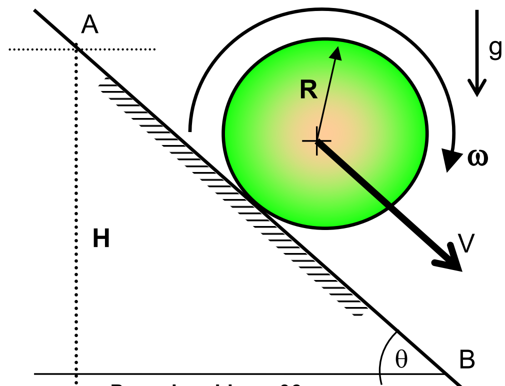
PROBLEMA 05. Determinar el momento de inercia de un cilindro de masa M y radio de base R, respecto del eje AZ que pasa por su generatriz.



Problema 05

Respuesta: $I_{AZ} = \frac{3}{2} M.R^2$

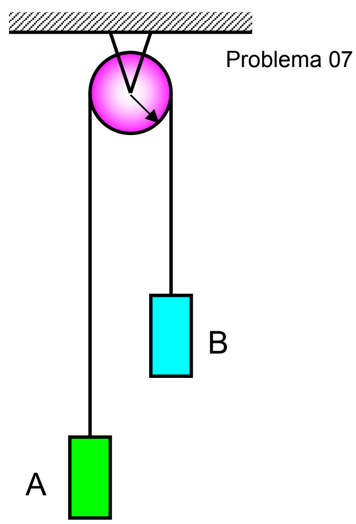
PROBLEMA 06. ¿Qué velocidad lineal tendrá un cascaron esférico de masa M y radio R, que se mueve sobre un plano inclinado si partió del reposo y va hacia abajo, siendo H la altura que descendió la esfera desde el punto de partida? El momento de inercia del cascaron esférico respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{2}{3} M.R^2$



Para el problema 06

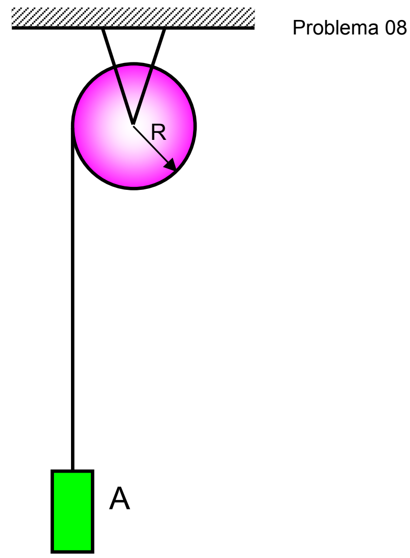
Respuesta: $v_B = \sqrt{2g.H}$

PROBLEMA 07: En el sistema mostrado, determine el módulo de la aceleración de los bloques A y B de masas 7 kg y 3 kg respectivamente. La masa de la polea cilíndrica es 4 kg. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s^2)



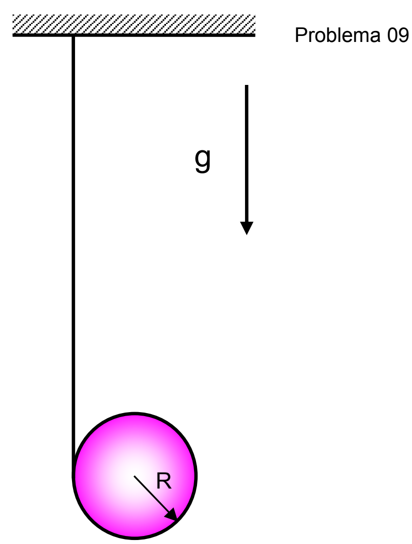
Respuesta: $\frac{g}{3}$

PROBLEMA 08: En el sistema mostrado, determine el módulo de la aceleración del bloque A masas 5 kg. La masa de la polea cilíndrica es 2,5 kg. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2} M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s^2)



Respuesta: 8 m/s^2.

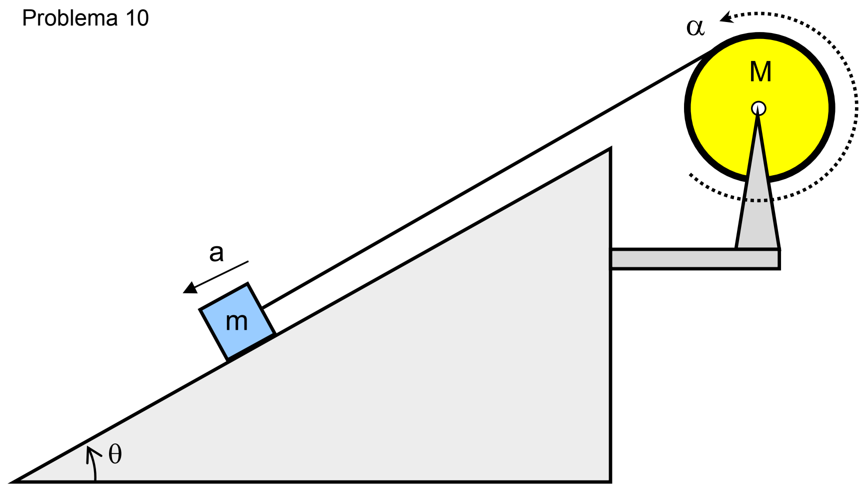
PROBLEMA 09: En el sistema mostrado, determine el módulo de la tensión en la cuerda vertical. La masa de la polea cilíndrica es M. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2} M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s^2)



Respuesta: el $T = \left(\frac{1}{3}\right) M.g$

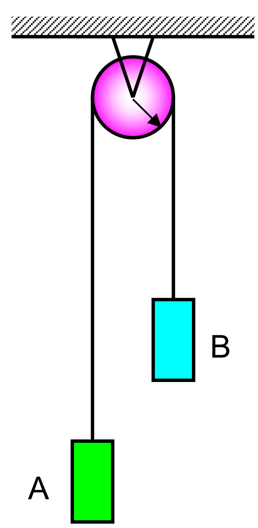
EJEMPLO 10: Un bloque se encuentra sobre un plano inclinado perfectamente liso. Determine el módulo de la aceleración del bloque sobre el plano inclinado. El bloque tiene masa m y la polea masa M. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g: módulo de la aceleración de la gravedad)

Problema 10



Respuesta: $a = \dfrac{g.Sen\theta}{\left(1 + \dfrac{M}{2m}\right)}$

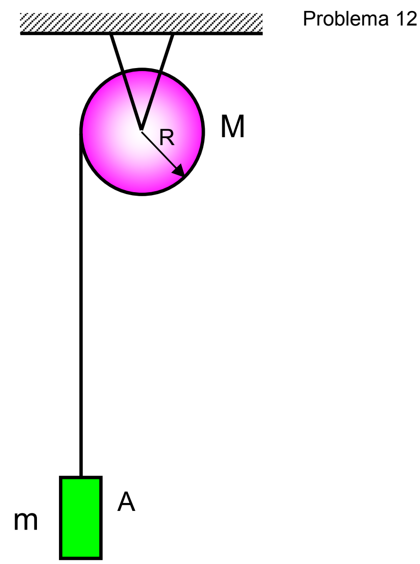
PROBLEMA 11: En el sistema mostrado, determine el módulo de la aceleración de los bloques de masas m_A y m_B. La masa de la polea cilíndrica es M. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. ($g = 10$ m/s^2)



Problema 11

Respuesta: $a = \left(\dfrac{m_A - m_B}{m_A + m_B + \dfrac{M}{2}} \right).g$

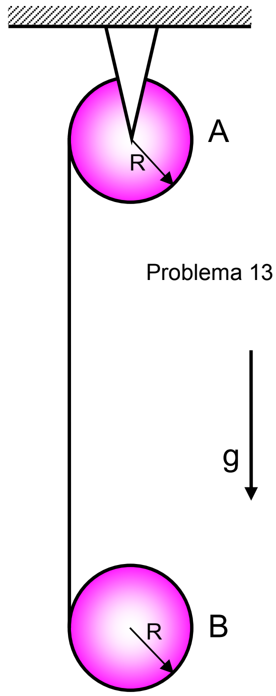
PROBLEMA 12: En el sistema mostrado, determine el módulo de la aceleración de los bloque A de masa "m". La masa de la polea es M. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \dfrac{1}{2} M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s²)



Respuesta: $a = \dfrac{g}{\left[1 + \dfrac{M}{2.m} \right]}$

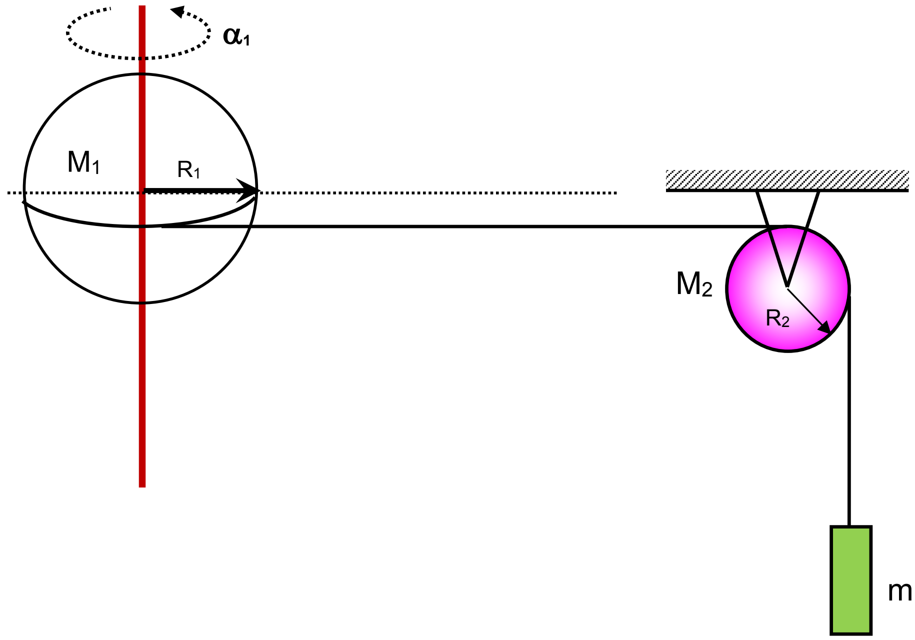
PROBLEMA 13: En el sistema mostrado, determine el módulo de la tensión en la cuerda vertical. La masa de las poleas cilíndricas A y B es M. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \dfrac{1}{2} M.R^2$, donde R es el radio de la polea.

(g = 10 m/s²)



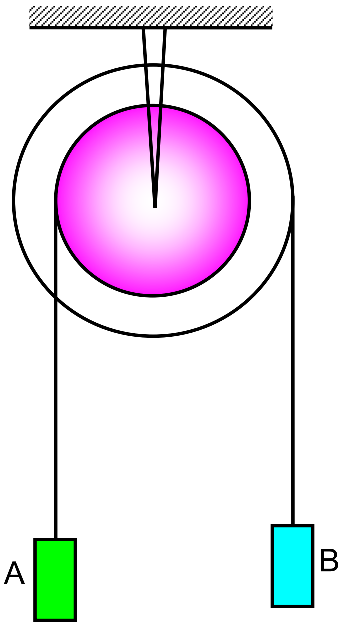
Respuesta: $T = \left(\frac{1}{9}\right) M.g$

PROBLEMA 14. Una esfera hueca de masa M_1 y radio R_1 puede rotar alrededor de un eje vertical. Una cuerda sin masa está enrollada alrededor del plano ecuatorial de la esfera, pasa por una polea de masa M_2 y radio R_2 y está atada al final a un bloque de masa m (Ver figura) No hay fricción en el eje de la polea y la cuerda no resbala. ¿Cuál es el valor de la aceleración del bloque? El momento de inercia de la esfera hueca respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{2}{3} M.R^2$ y el momento de inercia de la polea es $I_C = \frac{1}{2} M.R^2$



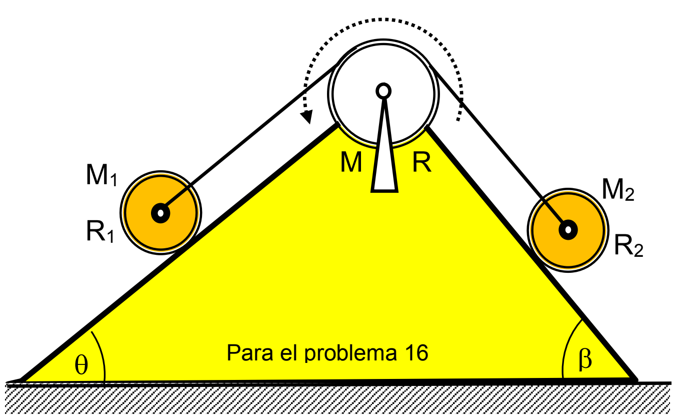
Respuesta: $a = \dfrac{m.g}{\left(\dfrac{2}{3}M_1 + \dfrac{1}{2}M_2 + m\right)}$

PROBLEMA 15. El sistema de la figura consta de una polea formada por dos discos coaxiales soldados de masas M_1 y M_2 y radios R_1 y R_2 respectivamente $(R_1 \leq R_2)$. Dos bloques A y B de masas M_A y M_B cuelgan del borde de cada disco atados a cuerdas diferentes. Calcular el valor de la aceleración angular de las poleas coaxiales. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \dfrac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 10 m/s^2)



Respuesta: $$\alpha = \frac{(M_A - M_B).g}{\left[M_A + \frac{M_1}{2}\right].R_1 + \left[M_B - \frac{M_2}{2}\right].R_2}$$

PROBLEMA 16. Sobre un plano inclinado áspero un cilindro macizo de radio R_1 y masa M_1 rueda sin resbalar, por el extremo superior está unida a una cuerda de masa despreciable, el cual pasa por una polea de radio R y masa M. En el otro extremo de la cuerda se encuentra otro cilindro de radio R_2 y masa M_2. La cuerda no se desliza respecto de la polea de radio R. Determine el valor de la aceleración de cada cilindro. El momento de inercia de la polea y de cada cilindro respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$

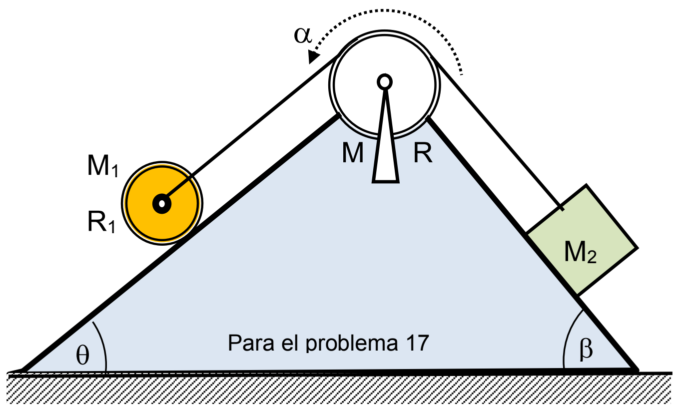


Respuesta:

$$a = 2.g.\left[\frac{M_1.Sen\theta - M_2.Sen\beta}{3.M_1 + 3.M_2 + M}\right]$$

PROBLEMA 17. Sobre un plano inclinado áspero un cilindro macizo de radio R_1 y masa M_1 rueda sin resbalar, por el extremo superior está unida a una cuerda de masa despreciable, el cual pasa por una polea de radio R y masa M. En el otro extremo de la cuerda se encuentra un bloque de masa M_2. La cuerda no se desliza respecto de la polea de radio R. Determine el valor de la aceleración del bloque.

El momento de inercia de la polea y del cilindro respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$

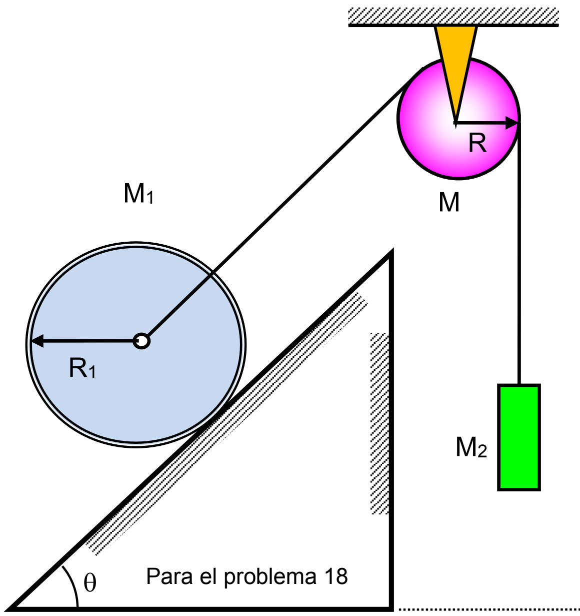


Respuesta:

$$a = 2.g.\left[\frac{M_1.Sen\theta - M_2.Sen\beta}{3.M_1 + 2.M_2 + M}\right]$$

PROBLEMA 18. Sobre un plano inclinado áspero un cilindro macizo de radio R_1 y masa M_1 rueda sin resbalar, por el extremo superior está unida a una cuerda de masa despreciable, el cual pasa por una polea de radio R y masa M. En el otro extremo de la cuerda se encuentra un bloque de masa M_2. La cuerda no se desliza respecto de la polea de radio R. Determine el valor de la aceleración del bloque.

El momento de inercia de la polea y del cilindro respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2} M.R^2$



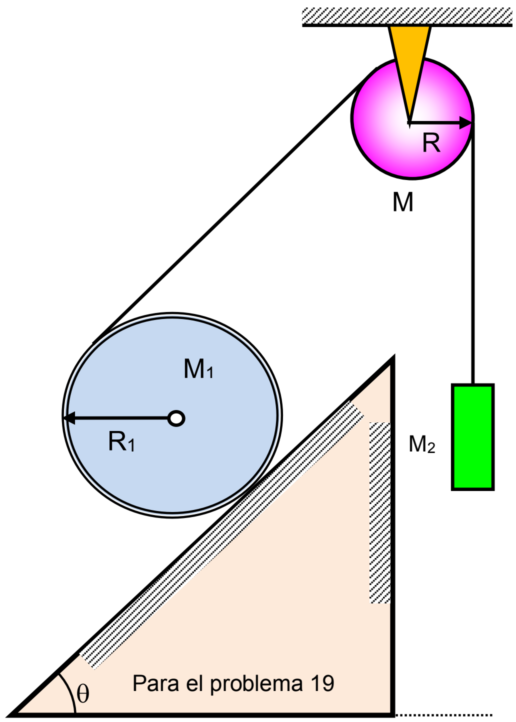
Para el problema 18

Respuesta:

$$a = 2.g.\left[\frac{M_1.Sen\theta - M_2}{3.M_1 + 2.M_2 + M}\right]$$

PROBLEMA 19. Sobre un plano inclinado áspero un cilindro macizo de radio R_1 y masa M_1 rueda sin resbalar, por el extremo superior está unida a una cuerda de masa despreciable, el cual pasa por una polea de radio R y masa M. En el otro extremo de la cuerda se encuentra un bloque de masa M_2. La cuerda no se desliza respecto de la polea de radio R. Determine el valor de la aceleración del bloque.

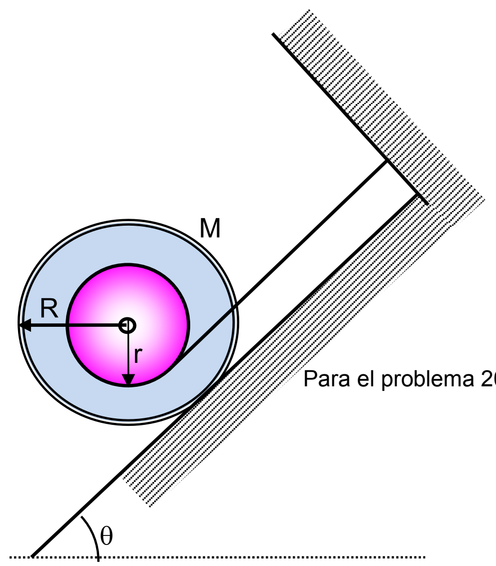
El momento de inercia de la polea y del cilindro respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2} M.R^2$



Respuesta:

$$a = 2.g.\left[\frac{M_1.Sen\theta - 2.M_2}{3.M_1 + 4.M_2 + 2.M}\right]$$

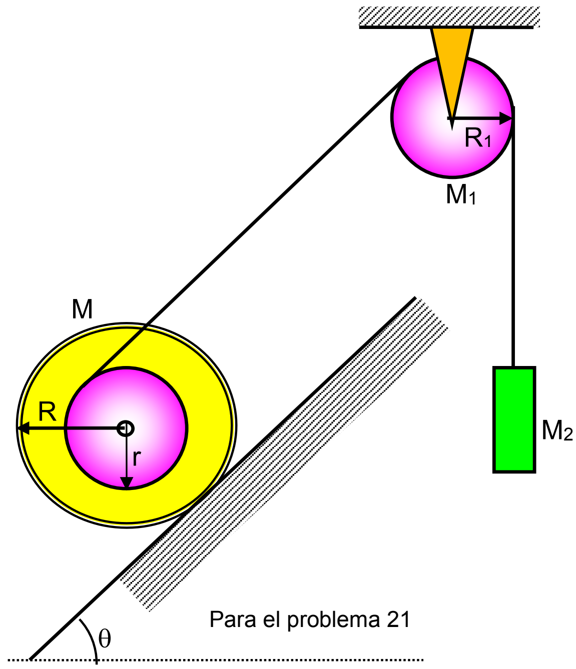
PROBLEMA 20. Un cilindro de masa M y de radio R tiene una ranura circunferencial cuyo radio es "r". En la ranura se enrolla una cuerda tal como se indica en la figura, y el otro extremo se fija a una pared. El cilindro rueda sin deslizar a lo largo de un plano inclinado un ángulo θ respecto de la horizontal. Calcular la tensión de la cuerda. El momento de inercia del cilindro respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2} M.R^2$



Para el problema 20

Respuesta: $T = \dfrac{M.g.Sen\theta - \left(\frac{3}{2}\right).M.a_C}{1 - \frac{r}{R}}$

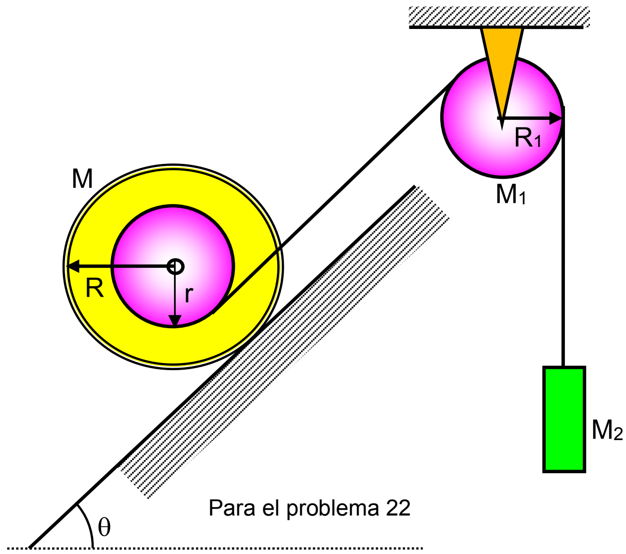
PROBLEMA 21. Un cilindro de masa M y de radio R tiene una ranura circunferencial cuyo radio es “r”. En la ranura se enrolla una cuerda tal como se indica en la figura, y el otro extremo se fija a una pared. El cilindro rueda sin deslizar a lo largo de un plano inclinado un ángulo θ respecto de la horizontal. Calcular la aceleración del bloque. El momento de inercia del cilindro respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2} M.R^2$



Para el problema 21

Respuesta: $a = \dfrac{\left(M_2 - M.Sen\theta.\left[\dfrac{R}{R+r}\right]\right).g}{\dfrac{3}{2}M.\left[\dfrac{R}{R+r}\right]^2 + \dfrac{1}{2}M_1 + M_2}$

PROBLEMA 22. Un cilindro de masa M y de radio R tiene una ranura circunferencial cuyo radio es "r". En la ranura se enrolla una cuerda tal como se indica en la figura, y el otro extremo se fija a una pared. El cilindro rueda sin deslizar a lo largo de un plano inclinado un ángulo θ respecto de la horizontal. Calcular la aceleración del centro de masas, la tensión de la cuerda, la fuerza de rozamiento. El momento de inercia del cilindro respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$



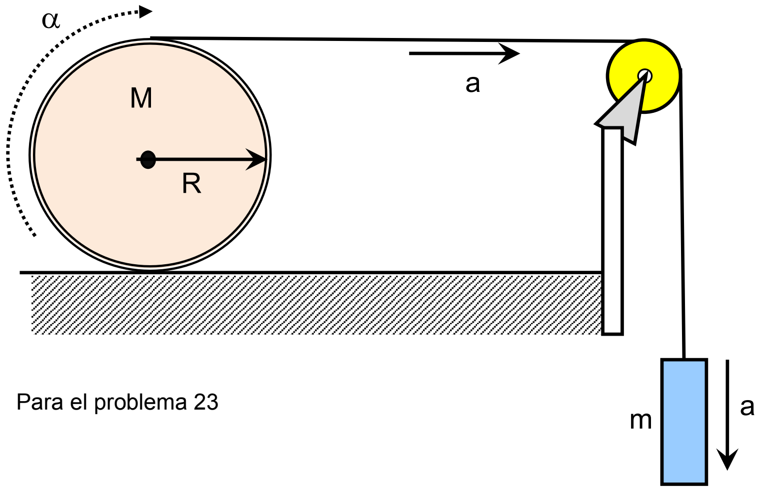
Para el problema 22

Respuesta:

$$a = \frac{\left(M.\left[\frac{R}{R-r}\right]Sen\theta - M_2\right).g}{\frac{3}{2}M.\left[\frac{R}{R-r}\right]^2 + \frac{1}{2}M_1 + M_2}$$

PROBLEMA 23. Sobre un plano horizontal áspero un cilindro macizo de radio R y masa M rueda sin resbalar, por el extremo superior está unida a una cuerda de masa despreciable, el cual pasa por una polea de radio "r" y masa despreciable. En el extremo inferior de la cuerda se encuentra un bloque de masa "m". La cuerda no se desliza respecto de la polea de radio "r". Determine el valor de la aceleración del bloque. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico es

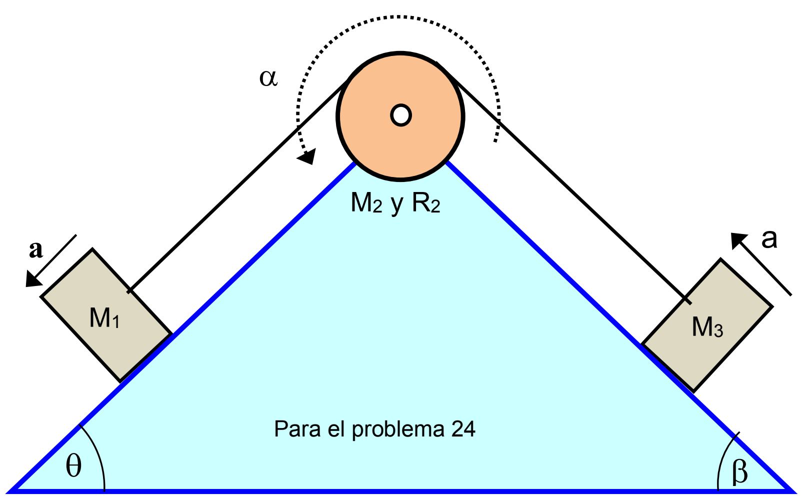
$$I_C = \frac{1}{2}M.R^2$$



Para el problema 23

Respuesta: $a=\dfrac{m.g}{\left[\dfrac{3}{8}M+m\right]}$

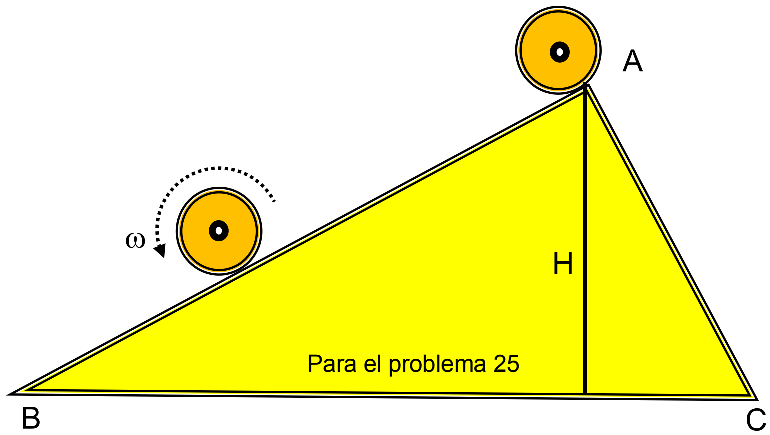
PROBLEMA 24. Sobre un plano inclinado áspero un bloque de masa M_1 resbala, por el extremo superior está unida a una cuerda de masa despreciable, el cual pasa por una polea de radio R y masa M_2. En el otro extremo de la cuerda se encuentra un bloque de masa M_3. La cuerda no se desliza respecto de la polea de radio R. Determine el valor de la aceleración del bloque. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico es $I_C=\dfrac{1}{2}M.R^2$.



Para el problema 24

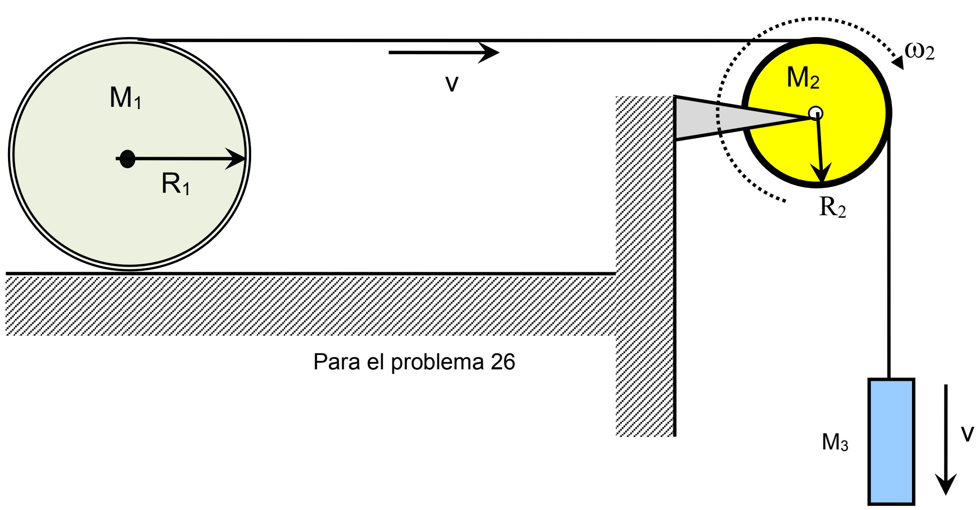
Respuesta: $a = \dfrac{2.g\left(M_1.Sen\theta - M_3.Sen\beta\right)}{2.M_1 + M_2 + 2M_3}$

PROBLEMA 25. Determine la velocidad lineal del centro de masa que tendrá un cilindro macizo de masa M y radio R, que se mueve sobre un plano inclinado, si partió en el punto A del reposo y va hacia abajo, siendo H la altura que descendió el cilindro hasta llegar al punto B. El momento de inercia del cilindro respecto de su centro geométrico C es $I_C = \dfrac{1}{2}M.R^2$



Respuesta: $v_B = \sqrt{\dfrac{4}{3}g.H}$

PROBLEMA 26. Sobre un plano horizontal áspero un cilindro macizo de radio R_1 y masa M_1 rueda sin resbalar, por el extremo superior está unida a una cuerda de masa despreciable, el cual pasa por una polea de radio R_2 y masa M_2. En el extremo inferior de la cuerda se encuentra un bloque de masa

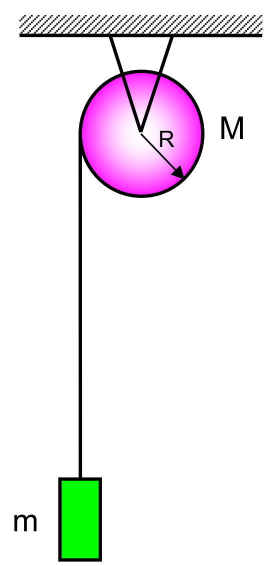


M_3. La cuerda no se desliza respecto de la polea de radio R_2. El movimiento de los cuerpos se inicia desde el reposo. Determine el valor de la velocidad del bloque después de descender una altura H. El momento de inercia del cilindro y de la polea respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$

Respuesta:

$$v = \sqrt{\frac{M_3.g.H}{\frac{3}{16}M_1 + \frac{1}{4}M_2 + \frac{1}{2}M_3}}$$

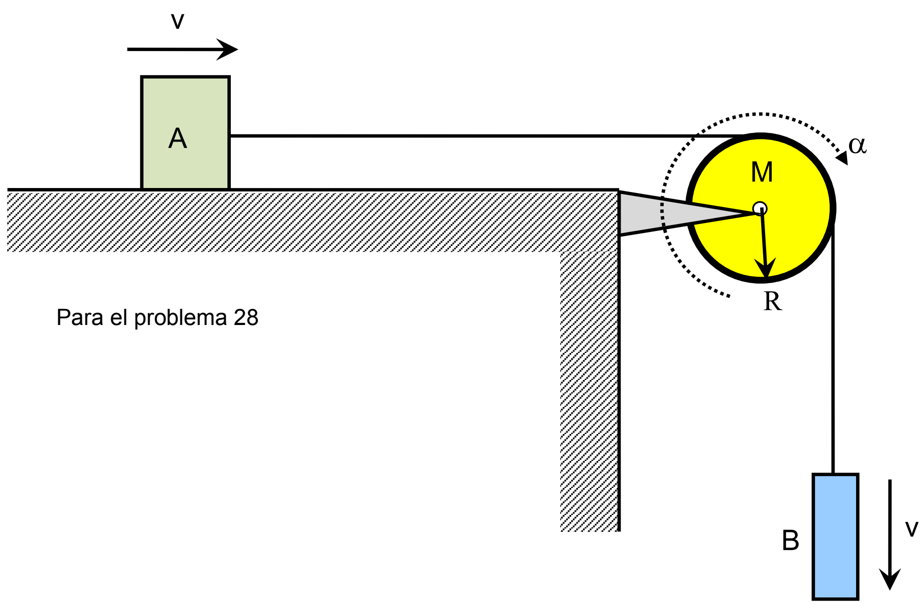
PROBLEMA 27: En el sistema mostrado se encuentra inicialmente en reposo, determine el módulo de la velocidad del bloque de masa "m" cuando ha descendido una altura H. La masa de la polea es M. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 9,8 m/s^2)



Para el problema 27

Respuesta: $v = \sqrt{\frac{m.g.H}{\frac{1}{4}M + \frac{1}{2}m}}$

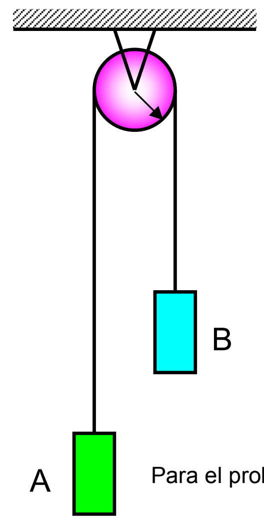
PROBLEMA 28. Sobre un plano horizontal está situado un bloque A de masa M_A que está unido mediante una cuerda, que pasa a través de una polea de masa M y radio R a otro bloque B de masa M_B. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque A y el plano horizontal vale μ, calcular la velocidad del bloque A cuando el bloque B haya descendido una altura H. Inicialmente el sistema se encuentra en reposo. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2} M.R^2$, donde R es el radio de la polea. (g = 9,8 m/s^2)



Para el problema 28

Respuesta: $v = \sqrt{\dfrac{M_B.g.H}{\frac{1}{4}M + \frac{1}{2}M_A + \frac{1}{2}M_B}}$

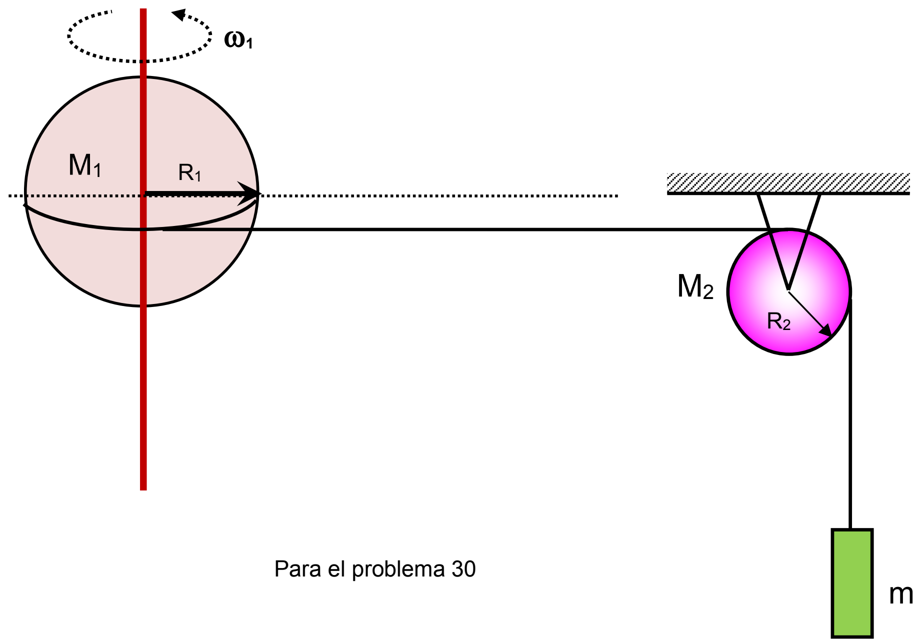
PROBLEMA 29: En el sistema mostrado se encuentra inicialmente en reposo. Si el bloque A (de mayor masa) desciende una altura H, determine el módulo de la velocidad de los bloques de masas m_A y m_B. La polea tiene masa M y radio R. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico C es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$. (g = 9,8 m/s^2)



Para el problema 29

Respuesta: $v = \sqrt{\dfrac{(M_A - M_B).g.H}{\frac{1}{4}M + \frac{1}{2}M_A + \frac{1}{2}M_B}}$

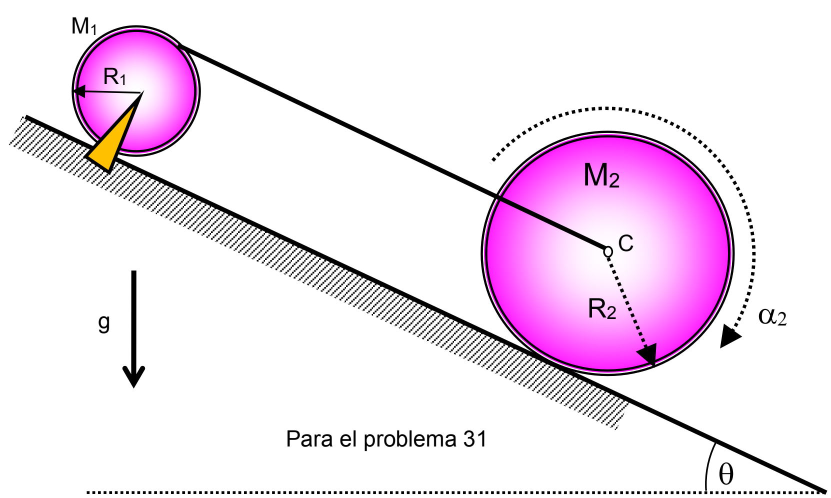
PROBLEMA 30. Una esfera hueca de masa M_1 y radio R_1 puede rotar alrededor de un eje vertical. Una cuerda sin masa está enrollada alrededor del plano ecuatorial de la esfera, pasa por una polea de masa M_2 y radio R_2 y está atada al final a un bloque de masa *m* (ver figura). No hay fricción en el eje de la polea y la cuerda no resbala. Inicialmente el sistema está en reposo, si el bloque desciende una altura H, ¿cuál es el valor de la velocidad del bloque? El momento de inercia de la esfera hueca respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{2}{3}M.R^2$ y el momento de inercia de la polea es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$



Para el problema 30

Respuesta: $v = \sqrt{\dfrac{m.g.H}{\frac{1}{3}M_1 + \frac{1}{4}M_2 + \frac{1}{2}m}}$

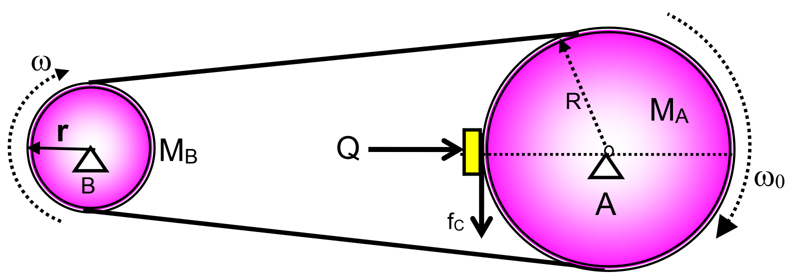
PROBLEMA 31. Se muestra un cilindro macizo de masa M_2 que rueda sin deslizar, a lo largo de un plano inclinado. El centro del cilindro está unido mediante una cuerda al borde de una polea en forma de disco de masa M_1 y R_1 de radio. Sabiendo que en el eje de la polea no existe rozamiento, calcular la aceleración del cilindro y la tensión de la cuerda. El momento de inercia del cilindro respecto de su centro geométrico y el momento de inercia de la polea es $I_C = \frac{1}{2}M.R^2$



Para el problema 31

Respuesta: $v_B = \sqrt{\frac{6}{5} g.H}$

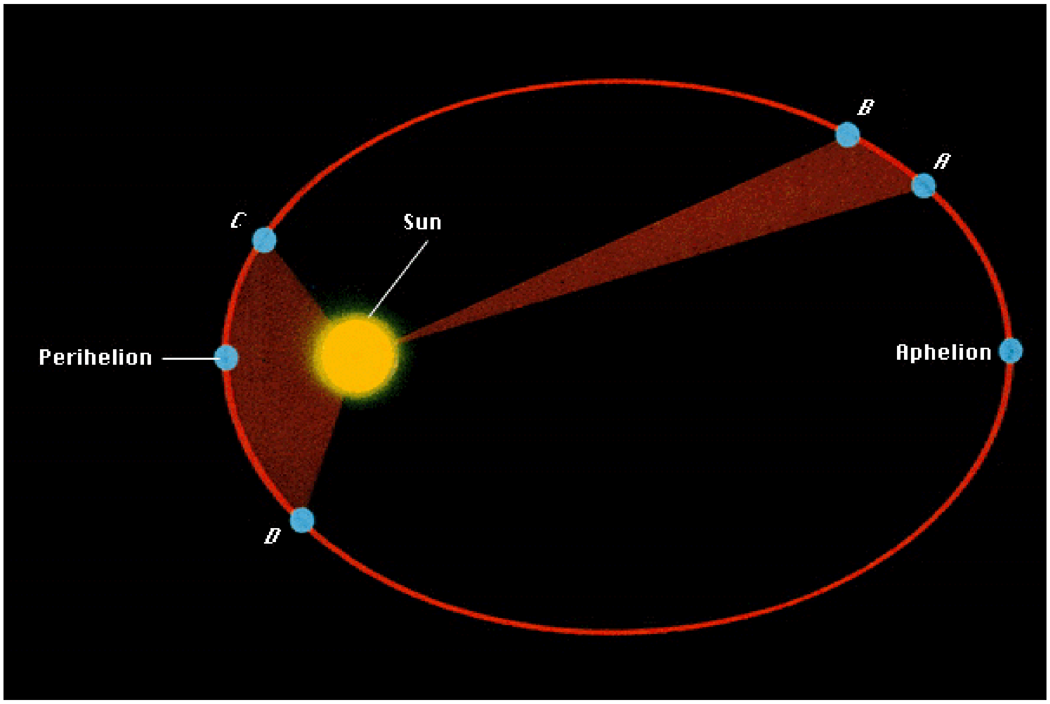
PROBLEMA 32. Las poleas A y B, unidas por una correa, continúan girando después de desconectar el motor de tal manera que la polea A tiene velocidad angular ω_0 . La masa total de las poleas es M| Para detener la rotación se aplica una zapata de freno contra la polea A de radio R con una fuerza Q; el coeficiente de rozamiento entre la zapata y la polea es μ_k. Despreciando el rozamiento en los ejes y considerando las poleas como discos macizos, determinar el número de vueltas efectuadas por la polea A antes de detenerse. El momento de inercia de la polea respecto de su centro geométrico es $I_C = \frac{1}{2} M.R^2$



Para el problema 32

Respuesta: $N = \frac{\omega_0^2.R.M}{8\pi.\mu_C.Q}$

GRAVITACIÓN



1. INTRODUCCION.

[1] Visión Geocéntrica:

Planetas lentamente se mueven con respecto a las estrellas fijas, sobre la eclíptica. (Planeta = Vagabundo, Errante).

Sus movimientos **no** son uniformes,

a. Movimiento **directo**: hacia el este.

b. Movimiento **retrógrado**: hacia el oeste.

Griegos Interpretan estos movimientos con la **Tierra** en el centro ⇒ **Universo Geocéntrico.**

Ptolomeo ⇔ Teoría de los *deferentes* y *epiciclos.*

[2] Visión Heliocéntrica:

Aristarcus propone una explicación más simple: Todos los planetas, la Tierra incluida, giran alrededor del Sol. Sin embargo, esta teoría no fue atendida hasta 700 años más tarde por Nicolás Copérnico, año 1 500.

Determinó cuales planetas están más cerca al Sol que la Tierra. Mercurio y Venus siempre están cerca del Sol.

Determinó cuales están más lejos que la Tierra. Marte, Júpiter y Saturno, se ven más alto en el cielo cuando el Sol está bajo el horizonte.

Urano, Neptuno y Plutón fueron descubiertos más tardes con telescopios.

Gran Revolución científica: Tierra ya no es el centro.

Galileo Galilei: El telescopio

Descubrimientos:

Fases de Venus; cambio de tamaño al moverse por el cielo.

Cuatro satélites (lunas) de Júpiter; orbitan con periodos entre 2 días y 17 días. Hoy sabemos que tiene 16 lunas.

Tycho Brahe y J. Kepler

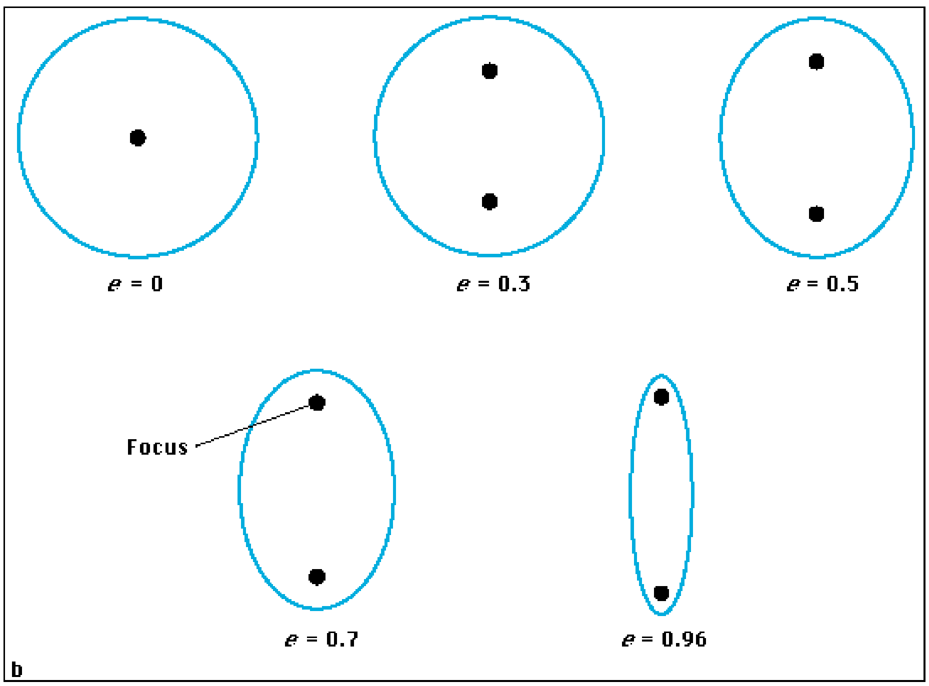
Tycho Brahe, a fines del siglo XVI, fue el primer astrónomo que demostró la teoría heliocéntrica.

Hizo mediciones de la posición de los planetas con una precisión de 1,0 minuto de arco.

J. Kepler, usó estos datos para determinar la órbita de los planetas ⇒ Primera ley

Órbitas de los planetas son elípticas, con el Sol en uno de sus focos.

Las elipticidades (e) son casi cero ⇒ órbitas casi circulares.



Uno de los problemas que afronta el hombre desde la antigüedad, es sin duda el movimiento de los planetas. Hasta se pensó que era imposible que algún cuerpo pudiera escapar o abandonar la Tierra; de ahí el dicho conocido "todo lo que sube tiene que bajar". Hasta que, en 1687, Isaac Newton publica su: Principio Matemático de la Filosofía Natural, probablemente la obra más importante en las ciencias físicas, donde explica. ***La Ley de Gravitación Universal***.

2. LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Esta fuerza gravitatoria, es una fuerza de acción y reacción, es decir aparecen por pares. La acción y reacción actúan en cuerpos diferentes, con la misma intensidad y direcciones opuestas. Este descubrimiento se debe a la genialidad del físico inglés Isaac Newton en 1672.

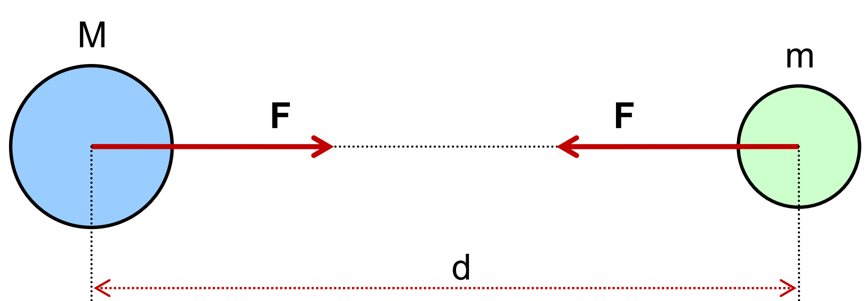
"Todos los cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa".

$$F = G\frac{m.M}{d^2}$$

G: constante de la gravitación universal.

$$G = 6{,}67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$$

Fuerza gravitacional es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

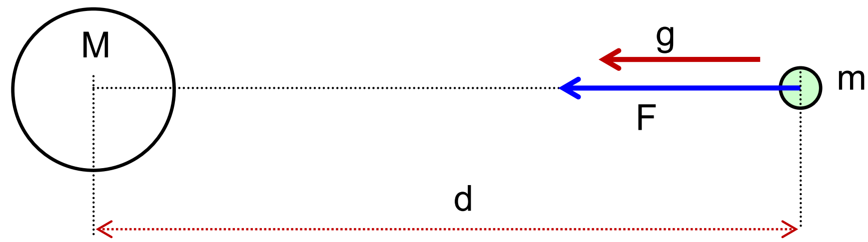


GOTA. Cumple con la tercera ley de la mecánica, Principio de Acción y Reacción.

3. INTENSIDAD DEL CAMPO GRAVITATORIO

Es aquella magnitud física vectorial que se define como la relación de la fuerza resultante por cada unidad de masa en un punto del campo. El vector intensidad de campo tiene la misma dirección que la fuerza resultante gravitatoria.

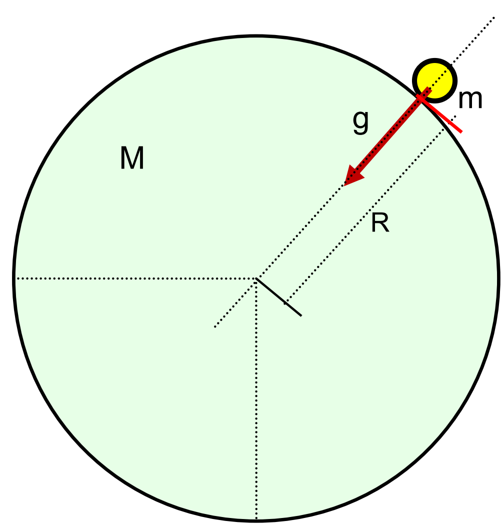
$$g = \frac{F}{m} = \frac{G\frac{m.M}{d^2}}{m} = G\frac{M}{d^2}$$



La intensidad del campo gravitatorio en un punto del campo es directamente proporcional a la masa creadora del campo M e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

$$g = G\frac{M}{d^2}$$

A la intensidad del campo gravitatorio se le denomina también ***aceleración de la gravedad***.



La unidad de la intensidad del campo gravitacional es: $\frac{N}{kg}, \ \frac{m}{s^2}$

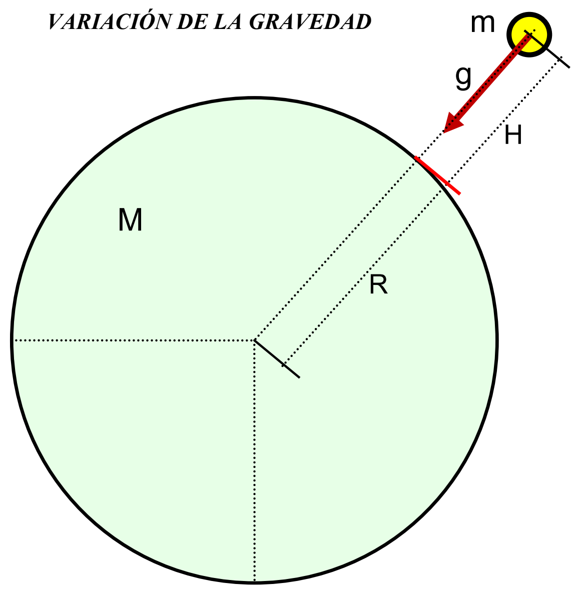
La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta es,

$$g = G \bullet \left(\frac{M}{R^2}\right)$$

Si el radio se reduce (tiende a cero) entonces la aceleración de la gravedad aumente (tiende al infinito).

4. VARIACIÓN DE LA ACELERACIÓN DE LA GRAVEDAD CON LA ALTURA.

VARIACIÓN DE LA GRAVEDAD



La aceleración de "g" es llamado también intensidad del campo gravitacional y su valor depende de la distancia al centro de la masa que genera el campo gravitacional

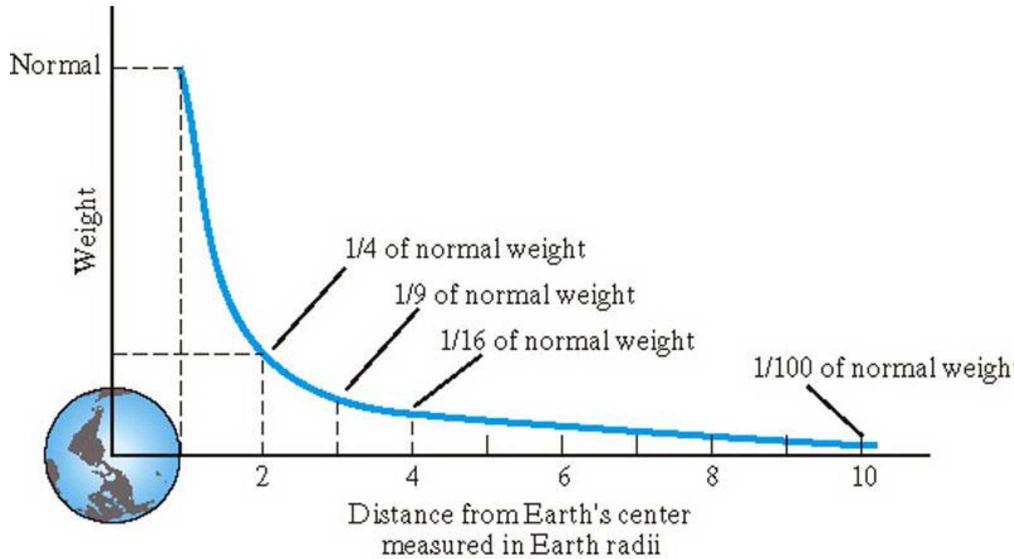
Para la superficie del planeta:

$$g_A = \frac{GM}{R^2}$$

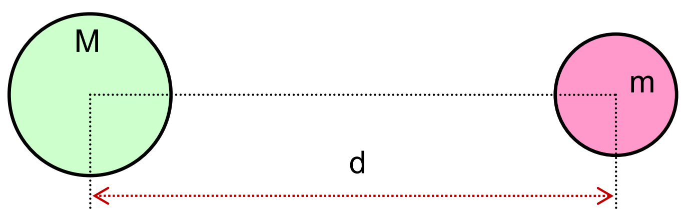
Para un punto alejado de la superficie del planeta:

$$g_B = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{G.M}{R^2}.\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

$$g_B = g_A\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$



5. ENERGIA POTENCIAL DE INTERACCION GRAVITATORIA.
La cantidad de energía potencial gravitatoria entre dos cuerpos de masas M y m, se define como la cantidad de trabajo realizado por un agente externo para trasladar uno de los cuerpos desde el infinito, lentamente, hasta un punto del campo generado por el otro cuerpo.



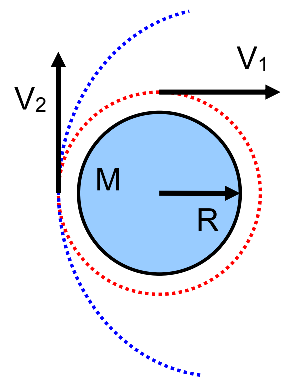
$$Ep = W_{\infty \to A}^{A.E} = -\frac{G.M.m}{d}$$

6. DENSIDAD DEL PLANETA (D). Un planeta esférico de radio R y masa M, cuya distribución de la más es homogénea.

$$D = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4\pi}{3} \bullet R^3} = \frac{3}{4\pi}\left(\frac{M}{R^3}\right)$$

$$M = \frac{4\pi}{3} \bullet (D) \bullet (R)^3$$

7. MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS EN EL CAMPO GRAVITATORIO TERRESTRE.



La velocidad que hay que comunicarle a un cuerpo en la superficie terrestre en dirección horizontal, para que comience a moverse alrededor de la Tierra, se llama **Primera Velocidad Cósmica** cuyo valor es aproximadamente a 8 km/s.

Con esta rapidez el cuerpo se transforma en un satélite de la Tierra.

$$V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 8 \ \text{km/s}$$

La ***segunda velocidad cósmica*** llamada también velocidad parabólica de escape o de liberación, su trayectoria representa una parábola. La rapidez mínima es:

$$V_2 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 8\sqrt{2} \ \text{km/s}$$

8. MOVIMIENTO PLANETARIO. EL MODELO DE LOS GRIEGOS.

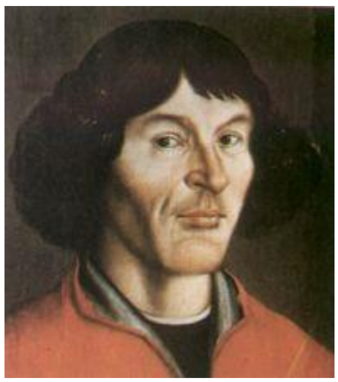
Los primeros intentos para explicar el movimiento de los cuerpos celestes se deben a los griegos siglos (IV A.C.). Al tratar de reproducir los movimientos de dichos cuerpos, los astrónomos griegos establecieron un modelo en el cual la Tierra se situaba en el centro del Universo (Teoría geocéntrica) y los planetas, así como el Sol y la Luna y las estrellas se hallaban incrustadas en esferas que giraban alrededor de la Tierra.

9. EL SISTEMA GEOCÉNTRICO DE TOLOMEO.

De los sistemas ideados para simplificación del antiguo modelo griego, el que obtuvo mayor éxito fue la teoría geocéntrica del astrónomo Tolomeo, quien vivió en Alejandría en el siglo II después de Cristo, y era de origen griego.

Tolomeo suponía que los planetas se movían con MCU en una circunferencia relativamente pequeña, llamada epiciclo.
A su vez el centro de esta circunferencia recorre otra circunferencia mayor, concéntrica a la tierra.
En la mayoría de los casos se necesitaban muchos epiciclos para describir el movimiento de determinados planetas.

10. EL SISTEMA HELIOCÉNTRICO DE NICOLÁS COPÉRNICO (1514).



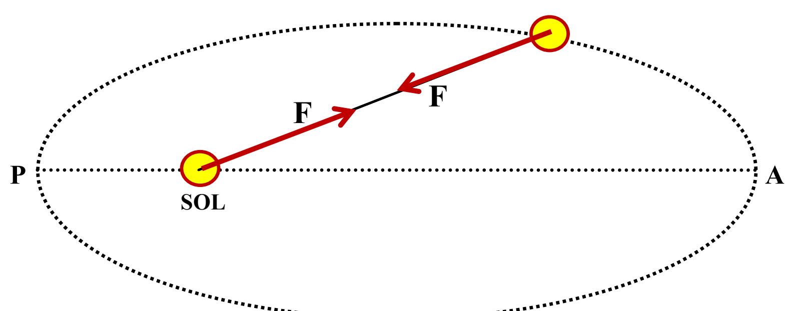
Nicolás Copérnico sostenía que: "El universo debería ser más sencillo, pues Dios no haría un mundo tan complicado como el que sustenta Tolomeo".
En el modelo de Copérnico, el Sol está en reposo, y los planetas, incluyendo la Tierra giran alrededor de él en órbitas circunferenciales (Teoría Heliocéntrica).

Nicolás Copérnico, nació el 19 de febrero de 1473, en Torún, Polonia, fallecido el 24 de mayo de1543, en Frauenburg, Prusia Oriental.

LEYES DE KEPLER.

1.- LEY DE ORBITAS.

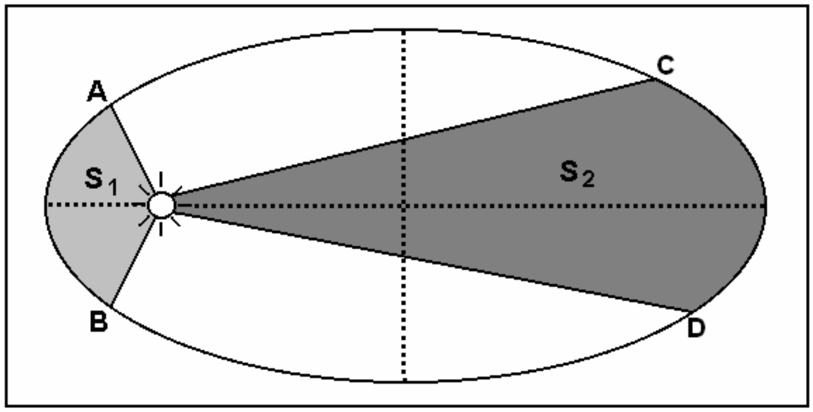
La corrección del sistema de Copérnico, buscada por Kepler, se expresa a través de su primera ley. Sus estudios lo llevaron a concluir que, en realidad, los planetas se mueven alrededor del Sol, pero sus orbitas son elípticas y no circulares, como suponía Copérnico. Además, Kepler comprobó que el Sol se encuentra situado en uno de los focos de cada elipse (ver figura). De manera que:



LEY DE ORBITAS

"Todo planeta gira alrededor del Sol describiendo una órbita elíptica en la cual el Sol ocupa uno de los focos".
Órbitas de los planetas son elípticas, con el Sol en uno de sus focos.

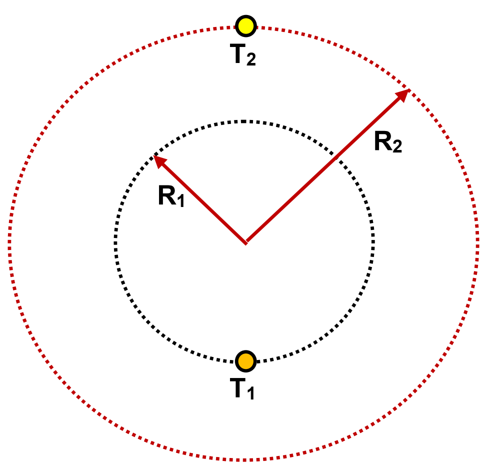
2.- LEY DE ÁREAS.



Preocupado por conocer la velocidad de los planetas, Kepler pudo comprobar que se mueven con más rapidez cuando están más cercanos al Sol, y con más lentitud cuando están más alejados de este astro. En la figura inmediata, por ejemplo, el planeta desarrolla mayor velocidad entre A y B que entre C y D.
Kepler comprobó que, si el tiempo que tarda en ir desde "A" hasta "B" fuera igual al tiempo necesario para ir de "C" a "D", entonces las áreas S_1 y S_2 serían iguales. Con base en esto formulo la segunda ley.
"El radio focal que une a un planeta con el Sol “describe” áreas iguales en tiempos iguales”.

Kepler dedujo que la rapidez con que se mueven los planetas en sus órbitas no es uniforme.
Una línea que une el planeta con el Sol barre áreas iguales en iguales intervalos de tiempo.
Físicamente esto significa que la rapidez del planeta disminuye cuando este se mueve desde el **perihelio** al **aphelio** y aumenta cuando este se mueve del **aphelio** al **perihelio**.

3.- LEY DE PERIODOS.



LEY DE PERIODOS

Kepler logró relacionar el periodo de revolución con el radio de su órbita. Consideremos dos planetas que giran en orbitas circulares alrededor del Sol, con periodos T_1 y T_2, y radios medios R_1 y R_2 respectivamente. Podemos, entonces, enunciar la tercera ley de Kepler de la siguiente manera:

GOTA 1. "Los cuadrados de los periodos de revolución de los planetas son proporcionales a los cubos de los radios de sus órbitas".

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

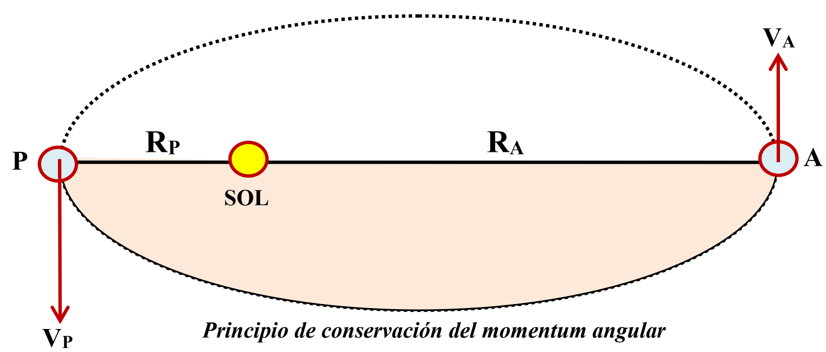
Descubrimiento de esta ley en 1619, relaciona el periodo sideral con la longitud del semieje mayor.

GOTA 2. El cuadrado del periodo de rotación de un planeta es proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor.

GOTA 3. Esta ley es válida para cualquier situación donde dos cuerpos orbitan entre ellos respecto de otro cuerpo mayor.

4. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTUM ANGULAR.

Si las fuerzas son centrales, es decir la fuerza gravitacional siempre indica al foco de la elipse, el momentum anular es nulo.



Principio de conservación del momentum angular

$$L_A = L_P \Rightarrow m \bullet V_A \bullet R_A = m \bullet V_P \bullet R_P$$

$$V_A \bullet R_A = V_P \bullet R_P \Rightarrow V_A \langle V_P$$

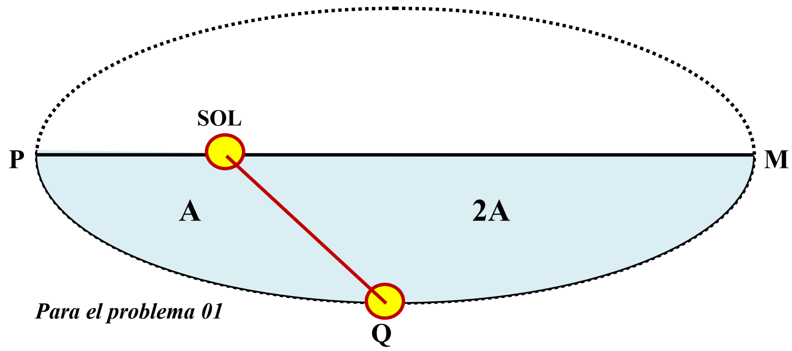
La rapidez de un planeta es mayor cuando se encuentra más cerca del Sol.
La rapidez de un planeta es menor cuando se encuentra más lejos del Sol.

5. LEY DE EINSTEIN.

Según Albert Einstein Koch, el campo de gravedad curva el espacio. La gravedad generada por la masa de los cuerpos grandes como una estrella o agujero negro, curvan la trayectoria de la luz. La luz, son fotones que tienen masa en movimiento.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. En la elipse mostrada, el planeta se traslada en sentido antihorario, ¿Cuál es el periodo del planeta mostrado, si el tramo **Q-M** recorre en 3 meses?



Para el problema 01

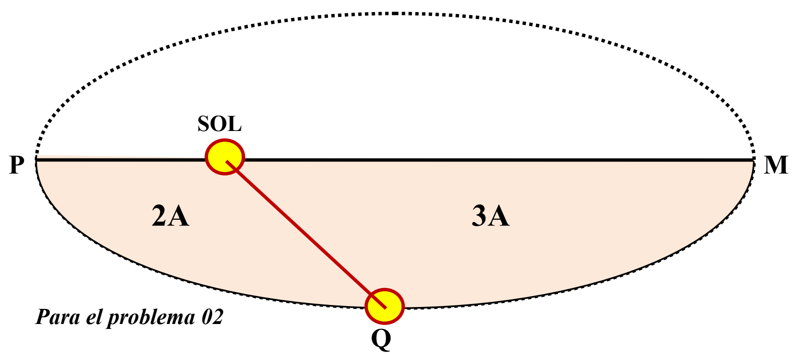
A) 9 meses B) 12 meses C) 18 meses D) 15 meses E) 36 meses

RESOLUCIÓN

Tenemos como dato el área de la región **2A** el cual recorre en 3 meses, entonces en la región **A** desde P hasta Q recorre en 1,5 meses. El radio vector con centro en el Sol barre una región **6A** (en un tiempo de 9 meses) en un tiempo igual a periodo del planeta.

Respuesta: el periodo del planeta es 9 meses.

2. En la elipse mostrada, el planeta se traslada en sentido antihorario, ¿Cuál es el periodo del planeta mostrado, si el tramo **Q-M** recorre en 3 meses?



Para el problema 02

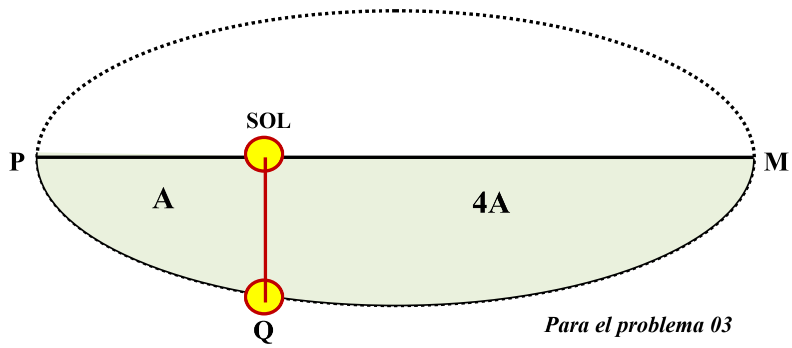
A) 9 meses B) 12 meses C) 18 meses D) 15 meses E) 10 meses

RESOLUCIÓN

Tenemos como dato el área de la región **3A** el cual recorre en 3 meses, entonces en la región **2A** desde P hasta Q recorre en 2 meses. El radio vector con centro en el Sol barre una región **10A** (en un tiempo de 10 meses) en un tiempo igual a periodo del planeta.

Respuesta: el periodo del planeta es 10 meses.

3. En la elipse mostrada, el planeta se traslada en sentido antihorario, ¿Cuál es el periodo del planeta mostrado, si el tramo **Q-M** recorre en 6 meses?

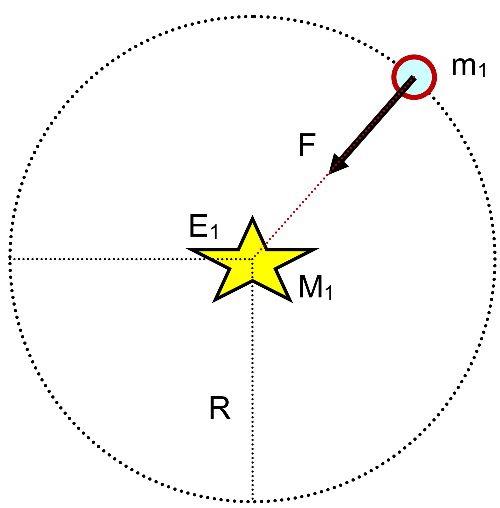


Para el problema 03

A) 9 meses B) 12 meses C) 18 meses D) 15 meses E) 10 meses

RESOLUCIÓN
Tenemos como dato el área de la región **4A** el cual recorre en 6 meses, entonces en la región **A** desde P hasta Q recorre en 1,5 meses. El radio vector con centro en el Sol barre una región **10A** (en un tiempo de 15 meses) en un tiempo igual a periodo del planeta.
Respuesta: el periodo del planeta es 15 meses.

4. Dos estrellas de masas M_1 y M_2, tienen cada una de los satélites de masas m_1 y m_2 que giran alrededor de ellas con el mismo radio de orbita R. El periodo de m_1 es el triple del satélite m_2. ¿Cuál es la relación entre las masas de las estrellas?



Para el problema 04

RESOLUCIÓN
PRIMER PASO. Analizando la estrella E_1. Dinámica circunferencial, para m_1:

$$F_c = m.a_c$$

$$\frac{G.M_1.m_1}{R^2} = m_1.\omega^2.R$$

$$\frac{G.M_1.m_1}{R^2} = m_1.\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.R$$

$$M_1.T_1^2 = \frac{4\pi^2.R^3}{G} = constante \ldots. (1)$$

SEGUNDO PASO. Analizando la estrella E_2:

$$M_2.T_2^2 = \frac{4\pi^2.R^3}{G} = constante \ldots (2)$$

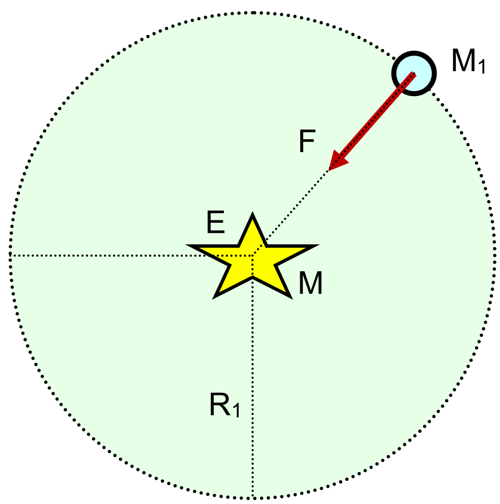
Igualando las ecuaciones (1) y (2):

$$M_1.T_1^2 = M_2.T_2^2 \quad \Rightarrow \quad M_1.(3T)^2 = M_2.(T)^2$$

$$M_2 = 9.M_1$$

Respuesta: la masa de la estrella E_2 es nueve veces la masa de la estrella E_1.

5. Dos planetas de masas M_1 y M_2 giran alrededor de una estrella E en orbitas circunferenciales de radios R_1 y R_2 respectivamente. Si $R_2 = 3.R_1$ y el periodo del planeta M_1 es de 100 días, determinar el periodo del planeta M_2.



Para el problema 05

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. Analizando el planeta M_1. Dinámica circunferencial, para M_1:

$$F_c = m.a_c$$

$$\frac{G.M.M_1}{R^2} = M_1.\omega^2.R_1$$

$$\frac{G.M.M_1}{R_1^2} = M_1.\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.R_1$$

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{4\pi^2}{G.M} = constante \ldots. (1)$$

SEGUNDO PASO. Analizando el planeta M_2:

$$\frac{T_2^2}{R_2^3} = \frac{4\pi^2}{G.M} = constante \ldots (2)$$

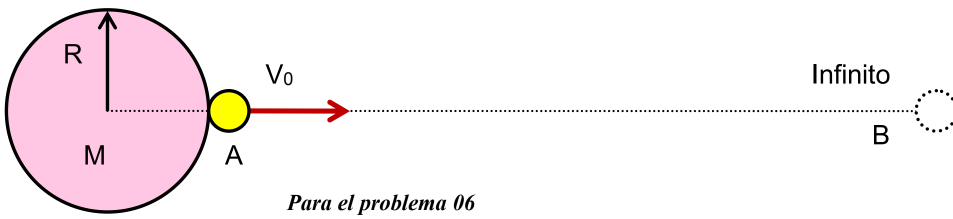
Igualando las ecuaciones (1) y (2):

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \Rightarrow \frac{(100)^2}{(R)^3} = \frac{T_2^2}{(3R)^3}$$

$$T_2^2 = 270000 \Rightarrow T_2 = 519\,dias$$

Respuesta: el periodo del satélite M_2 es 519 días.

6. Dos Determine la mínima rapidez de lanzamiento vertical de una piedra desde la superficie de la Tierra tal que no regrese. Considere el radio de la Tierra 6 400 km y g = 10 m/s^2 en la superficie terrestre.



Para el problema 06

A) 2 km/s B) 4 km/s C) 6 km/s D) 8 km/s E) $8\sqrt{2}$ km/s

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La energía potencial de interacción gravitatoria entre M y m, es igual a cero cuando la distancia de separación es muy grande (infinito). Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica:

$$EM(inicial) = EM(final)$$

$$E_p(en\ A) + E_k(en\ A) = E_p(en\ B) + E_k(en\ B)$$

$$-\frac{G.m.M}{R} + \frac{m.V_0^2}{2} = 0 + 0$$

SEGUNDO PASO. Si la rapidez en A es mínima entonces la rapidez en B es nula.

$$V_0 = \sqrt{\frac{2.G.M}{R}} \Rightarrow V_0 = \sqrt{2R\left(\frac{G.M}{R^2}\right)}$$

$$V_0 = \sqrt{2.R.g} \Rightarrow V_0 = \sqrt{2.(6400000\ m).(10\ m.s^{-2})}$$

$$V_0 = 8\sqrt{2}\ \frac{km}{s}$$

Respuesta: la rapidez mínima de lanzamiento es $8\sqrt{2}\ \frac{km}{s}$.

7. Respecto de las leyes de Kepler, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Las leyes de Kepler solo son aplicables al sistema planetario.
II. La orbita de un planeta es circunferencial.
III. La rapidez de un planeta al recorrer la órbita, es mayor cuando se encuentra mas lejos del Sol.

A) VVV B) FFF C) FFV D) VVF E) VFV

RESOLUCIÓN

I. FALSA. También se aplican a cometas, satélites y asteroides.

II. FALSA. Son elipses. La circunferencia es un caso espacial de la elipse.

III. FALSA. La rapidez de un planeta es menor cuando se encuentra más lejos del Sol y es mayor cuando se encuentra más cerca al Sol.

8. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. La rapidez de un planeta es constante en su órbita alrededor del Sol.

II. Las leyes de Kepler entran en contradicción con la ley de gravitación universal de Newton.

III. El periodo de un satélite geoestacionario es 24 horas.

A) VVV B) FFF C) FFV D) VVF E) VFV

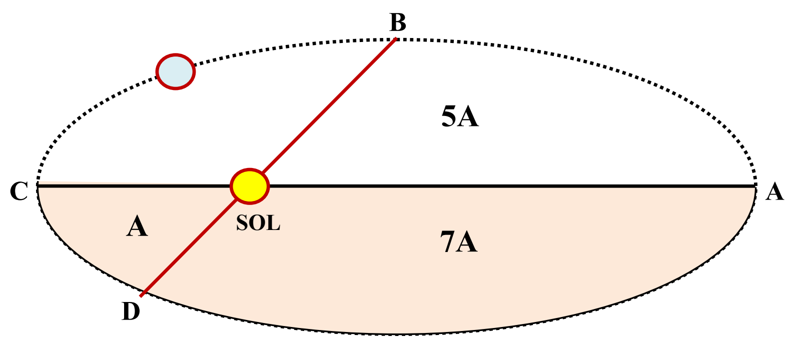
RESOLUCIÓN

I. FALSO. La rapidez de un planeta no es constante, varia con la posición.

II. FALSO. Isaac Newton demostró que las leyes de Kepler, es una consecuencia de la fuerza gravitacional entre el Sol y los planetas.

III. VERDADERO. El periodo de un satélite geoestacionario es igual al periodo de rotación de la Tierra, que es 24 horas.

9. Se muestra la trayectoria de un planeta alrededor del Sol. Sea "S" el área de la elipse y el periodo del planeta alrededor del Sol es T. Determine el tiempo que demora el planeta en su traslación desde B hasta C en sentido antihorario.



Para el problema 09

A) T/2 B) T/12 C) 3T/16 D) T/10 E) T/16

RESOLUCIÓN

De la figura deducimos que la mitad de la elipse tiene área 8 A, por consiguiente, el planeta en su desplazamiento desde B hasta C el área que describe el radio vector es 3A.

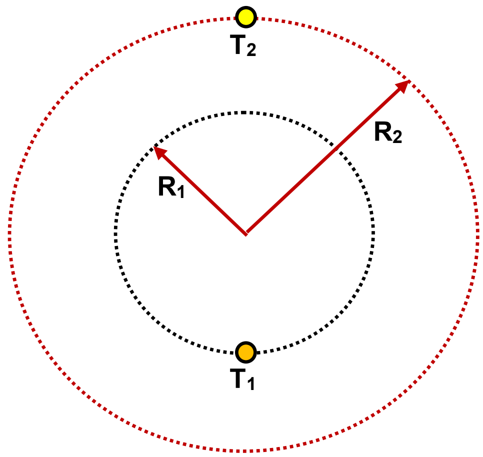
$$\frac{t_{AB}}{3A} = \frac{T}{16A} \Rightarrow t_{AB} = \frac{3}{16}T$$

Según la segunda ley de Kepler, ley de áreas, el tiemplo empleado es directamente proporcional al área que describe el vector posición respecto del foco **F** (el Sol) de la elipse.

El área total de la elipse es 16 A y el tiempo en completa una vuelta (el periodo) es T.

Respuesta: el que demora en el planeta en su desplazamiento entre B y C es 3T/16.

10. Cierto satélite gira con un periodo **T** y radio **R** alrededor de un planeta. Si el radio de giro del satélite aumenta en H de marera que el nuevo periodo **1,5T**. Determine el valor de **H**.



Para el problema 10

A) 0,1R B) 0,2R C) 0,3R D) 0,4R E) 0,5R

RESOLUCIÓN

De la tercera ley de Kepler, el cuadrado del periodo es directamente proporcional al cubo del radio.

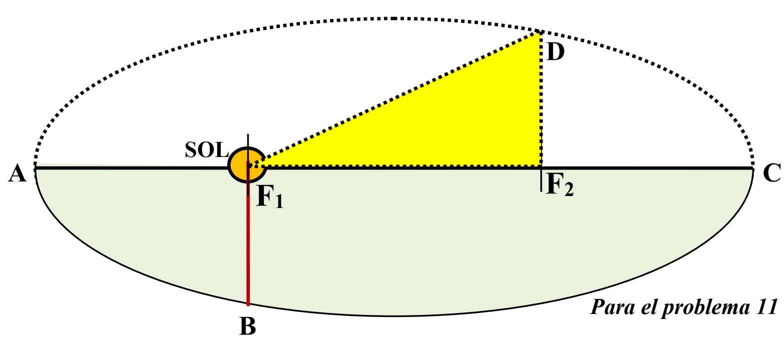
$$\frac{(T_1)^2}{(R_1)^3} = \frac{(T_2)^2}{(R_2)^3} \quad \Rightarrow \frac{(T)^2}{(R)^3} = \frac{(1{,}5T)^2}{(R+H)^3}$$

$$\frac{1}{(R)^3} = \frac{2{,}25}{(R+H)^3} \quad \Rightarrow (R+H)^3 = 2{,}25 \bullet (R)^3$$

Despejando H:

Respuesta: la altura es H=0,3R

11. Un planeta P entorno al Sol emplea 18 meses en completa una elipse tal como lo indica la figura. Si el tiempo que tarda en ir desde A hasta B es un mes y de C hasta D es 3 meses. Determine la relación del área S de la elipse respecto del área del triángulo F_1DF_2.



Para el problema 11

A) 7 B) 8 C) 9 D) 7/2 E) 12/7

RESOLUCIÓN

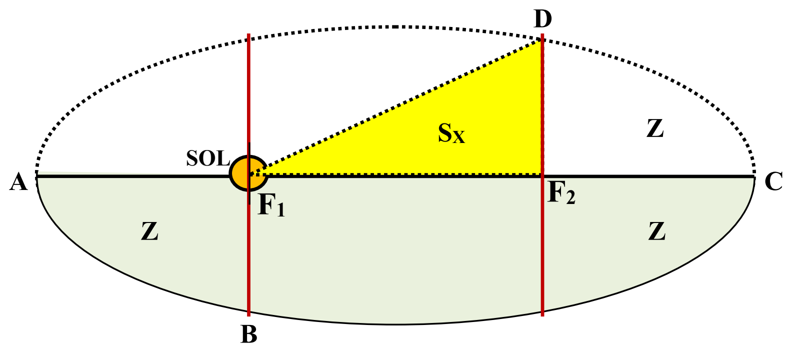
Sea S el área de la elipse. El periodo es 18 meses.

El tiempo transcurrido desde A hasta B es un mes.

El tiempo trascurrido desde C hasta D es tres meses.

Según la segunda Ley de Kepler, ley de áreas, el tiemplo empleado es directamente proporcional al área que describe el vector posición respecto del foco **F** (el Sol) de la elipse.

$$\frac{t_{AB}}{Z} = \frac{t_{CD}}{Z+S_X} = \frac{T}{S} \Rightarrow \qquad \frac{1}{Z} = \frac{3}{Z+S_X} = \frac{18}{S}$$



Resolución del problema 11

Resolviendo la ecuación: S=18Z y S_X=2ª

$$\frac{S}{S_X} = \frac{18Z}{2Z} = 9$$

Respuesta: La relación es de 9 a 1.

12. Con relación a la ley de Gravitación Universal. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Las fuerzas de atracción gravitacional obedecen a la ley de Acción y Reacción.

II. Dos cuerpos que tienen masa siempre se atraen.

III. La fuerza de atracción gravitacional es inversamente proporcional a la distancia de separación entre sus centros.

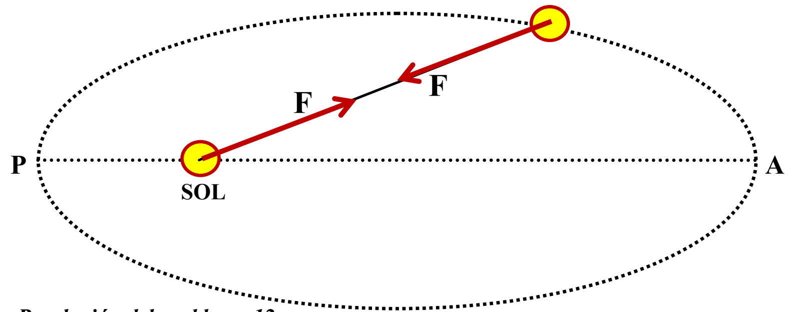
A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) FFV

RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. Las fuerzas gravitacionales, son de Acción y Reacción.

II. VERDADERO. El valor de la fuerza gravitacional depende del valor de las masas de los cuerpos y de la distancia de separación.

III. FALSO. La fuerza de atracción gravitacional es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación entre sus centros.



Resolución del problema 12

13. Si existieran dos planetas A y B de igual densidad y radios $R_B=3.R_A$. ¿Cuál es la relación de la aceleración de la gravedad en la superficie de los planetas?

A) 1/3 B) 1/2 C) 1/4 D) 1/9 E) 1/27

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta es,

$$g = G.\left(\frac{M}{R^2}\right) \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{G.\left(\frac{M_A}{R_A^2}\right)}{G.\left(\frac{M_B}{R_B^2}\right)} = \left(\frac{R_B}{R_B}\right)^2 \bullet \left(\frac{M_A}{M_B}\right) = 9 \bullet \left(\frac{M_A}{M_B}\right)$$

SEGUNDO PASO. La densidad de ambos planetas es igual,

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{\left(\frac{4\pi \bullet D}{3}\right) \bullet (R_A)^3}{\left(\frac{4\pi \bullet D}{3}\right) \bullet (R_B)^3} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

TERCER PASO. La masa de cada planeta es,

$$D = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4\pi}{3} \bullet R^3} = \frac{3}{4\pi}\left(\frac{M}{R^3}\right) \Rightarrow M = \left(\frac{4\pi \bullet D}{3}\right) \bullet (R)^3$$

CUARTO PASO. La relación entre los valores de la aceleración de la gravedad es,

$$\frac{g_A}{g_B} == 9 \bullet \left(\frac{M_A}{M_B}\right) = 9 \bullet \left(\frac{1}{27}\right) = \frac{1}{3}$$

14. Cierto satélite gira en trayectoria circunferencial en torno a un planeta, siendo su radio de orbita 100 Mm, si el satélite tiene una rapidez de 1000 m/s y una masa de 800 kg. Determine toda la masa del planeta (en kg).

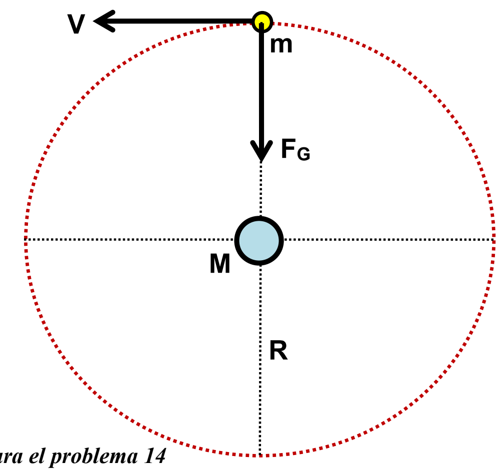
RESOLUCIÓN

Aplicación de la dinámica circunferencial. La fuerza centrípeta es la fuerza gravitacional:

$$F_C = F_{GRAVITACIONAL} \Rightarrow \frac{m \bullet V^2}{R} = G.\frac{m \bullet M}{R^2} \Rightarrow V^2 = G.\frac{M}{R}$$

Despejando:

$$M = \frac{R \bullet V^2}{G} = \frac{(10^8)\bullet(1000)^2}{6{,}67 \bullet 10^{-11}} = 1{,}5 \bullet 10^{24}\ kg$$

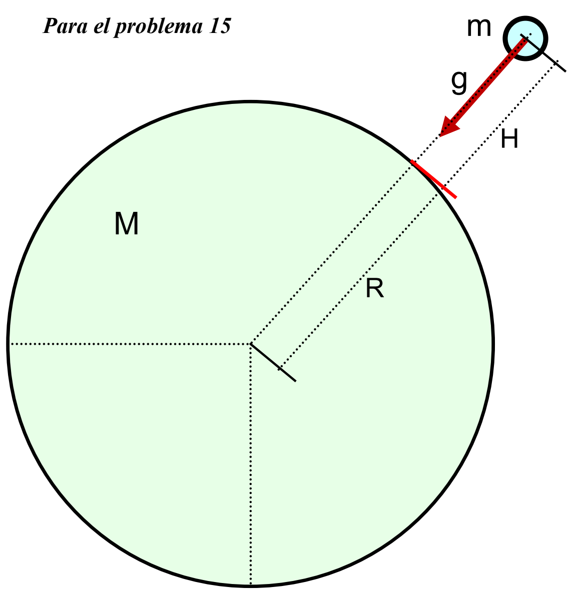


Para el problema 14

15. Determine a que altura (en km) sobre la superficie de la tierra debe elevarse un cuerpo para que el peso disminuya en 19 %. El radio de la tierra es 6400 km y la aceleración de la gravedad en la superficie es 10 m/s^2.

A) 450 B) 510 C) 640 D) 711 E) 810

Para el problema 15



RESOLUCIÓN

La aceleración de la gravedad varia con la altura según la siguiente relación:

$$g_H = g_S \bullet \left(\frac{R}{R+H}\right)^2$$

Según el dato, el peso a una altura H, es el 81 % del peso en la superficie terrestre.

$$P_H = P_S \bullet (81\%) \;\Rightarrow\; g_H = g_S \bullet (0{,}81) \;\Rightarrow\; g_S \bullet \left(\frac{R}{R+H}\right)^2 = g_S \bullet (0{,}81)$$

$$g = G \bullet \left(\frac{M}{R^2}\right)$$

$$\frac{R}{R+H} = 0{,}9 \;\Rightarrow\; R = 9 \bullet H \;\Rightarrow H = \frac{R}{9} = \frac{6\,400}{9} = 711\ km$$

Resolviendo, tenemos:

Respuesta: H=711 km

16. La masa del Sol es aproximadamente 3,33x10^5 veces la masa de la tierra. La distancia promedio al centro del Sol para una persona sobre la Tierra es 2,35x10^4 veces la distancia al centro de la tierra. Calcule la razón entre la fuerza gravitacional que ejerce el Sol y la fuerza gravitacional que la tierra ejerce sobre una persona.

RESOLUCIÓN

PRIMER CASO: Fuerza de atracción entre la persona y el Sol.

$$F_1 = G\frac{M_{SOL} \bullet m}{L^2}$$

SEGUNDO CASO: Fuerza de atracción entre la persona y la Tierra.

$$F_2 = G\frac{M_{TIERRA} \bullet m}{R^2}$$

Comparando las fuerzas:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{G\dfrac{M_{SOL} \bullet m}{L^2}}{G\dfrac{M_{TIERRA} \bullet m}{R^2}} = \left(\frac{R^2}{L^2}\right) \bullet \left(\frac{M_{SOL}}{M_{TIERRA}}\right)$$

Reemplazando:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R^2}{\left(2{,}35 \bullet 10^4 \bullet R\right)^2} \bullet \left(\frac{3{,}33 \bullet 10^5 \bullet M_{TIERRA}}{M_{TIERRA}}\right) = 6{,}03 \bullet 10^{-2}$$

Respuesta: la relación es, 6,03x10^{-2} o 0,06 o 6/100.

17. Respecto de las leyes de Kepler. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Las leyes establecidas por Kepler permiten dar cuenta del porqué los planetas se mueven alrededor del Sol.

II. La ley de áreas estable que un planeta recorre iguales tramos de su órbita en intervalos de tiempos iguales.

III. La ley de periodos constituye una aproximación circunferencial de la órbita elíptica.

A) VVV B) VFF C) FVV D) FFV E) FVF

RESOLUCIÓN

I. FALSO. El estudio de Kepler es netamente cinemático. El estudio de Isaac Newton es dinámico, es decir debido a la fuerza resultante.

II. FALSO. La ley de áreas, estable que el vector posición describe áreas iguales en tiempos iguales.

III. VERDADERO. El radio medio, es la semisuma de los ejes referidos a la ecuación de una elipse.

18. Respecto de las leyes de Kepler. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. Las leyes de Kepler solo son aplicables al sistema solar o sistema planetario.

II. La primera ley dice que, un planeta desarrolla una órbita elíptica alrededor del Sol.

III. El cuadrado del periodo de traslación de la luna, entre el cubo del radio del radio alrededor de la tierra, es igual al cuadrado del periodo de la tierra entre el cubo del semieje de su órbita alrededor del Sol.

A) VVV B) VFF C) FVV D) FFV E) FVF

RESOLUCIÓN

I. FALSO. Son aplicables a cualquier estrella, cometas y asteroides.

II. VERDADERO. Es la ley de Orbitas. Las orbitas de los planetas son elípticas respecto de las estrellas.

III. FALSO. La tercera ley de Kepler, se aplica a un mismo Planeta o Estrella. Cuando dos o más satélites giran alrededor de un planeta. Cuando dos o más planetas giran alrededor de una misma estrella.

19. Dos satélites M_1 y M_2 orbitan circularmente alrededor de un planeta. Calcule la razón de los radios de sus orbitas, si el satélite M_1 barre en 60 horas la mitad de su órbita y el satélite M_2 tiene un periodo de 10,73 horas.

A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

RESOLUCIÓN

PRIMER SATÉLITE: El periodo es T_1=120 horas.

SEGUNDO SATÉLITE: El periodo es T_2=10,73 horas.

Tercera ley de Kepler: *"Los cuadrados de los periodos de revolución de los planetas son proporcionales a los cubos de los radios de sus órbitas".*

$$\frac{(T_1)^2}{(R_1)^3}=\frac{(T_2)^2}{(R_2)^3} \Rightarrow \frac{(120)^2}{(R_1)^3}=\frac{(10{,}73)^2}{(R_2)^3} \Rightarrow \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3=\left(\frac{120}{10{,}73}\right)^2$$

Despejando:

$$\left(\frac{R_1}{R_2}\right)=5$$

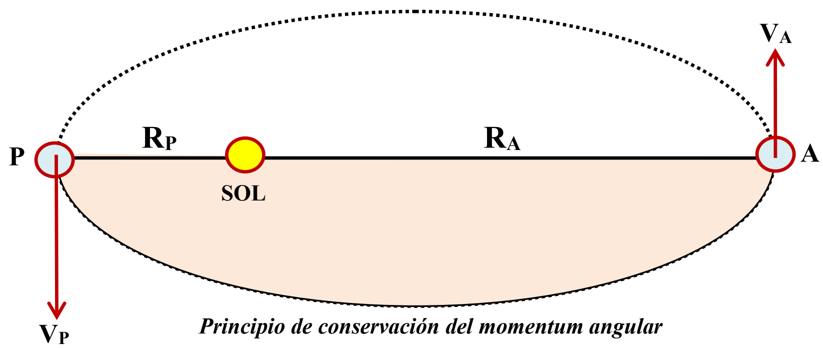
20. En el Perihelio un planeta estuvo a $9\text{x}10^7$ km del centro del Sol y en el Afelio está a $6\text{x}10^9$ km del Sol, si en el perihelio su rapidez era $5{,}5\text{x}10^4$ m/s, determine su rapidez en el afelio (en m/s)

A) 725 B) 645 C) 825 D) 67,36 E) 122,22

RESOLUCIÓN
Si las fuerzas son centrales, es decir la fuerza gravitacional siempre indica al foco de la elipse, el momentum anular es nulo.
La rapidez de un planeta es mayor cuando se encuentra más cerca del Sol.

$$L_A = L_P \Rightarrow m \bullet V_A \bullet R_A = m \bullet V_P \bullet R_P$$

$$V_A \bullet R_A = V_P \bullet R_P \Rightarrow (5{,}5 \bullet 10^4) \bullet (9 \bullet 10^7) = V_p \bullet (600 \bullet 10^7)$$



Principio de conservación del momentum angular

$$V_p = 825 \frac{m}{s}$$

La rapidez de un planeta es menor cuando se encuentra más lejos del Sol.

21. Un satélite orbitando la Tierra, se mueve en una órbita cuyo radio es la cuarta parte del radio de orbita de un segundo satélite. Se sabe que la masa del primer satélite es el doble de la masa del segundo. Determine la razón entre los periodos del primer y el segundo satélite.
A) 1/8 B) ¼ C) 1 D) 4 E) 8

$$\frac{(T_1)^2}{(R_1)^3} = \frac{(T_2)^2}{(R_2)^3} \Rightarrow \frac{(T_1)^2}{(4R)^3} = \frac{(T_2)^2}{(R)^3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{8}{1}$$

RESOLUCIÓN
PRIMER SATÉLITE: el radio de orbita es R_1=4R
SEGUNDO SATÉLITE: el radio de orbita es R_2=R

22. Dos cuerpos A y B, juntos pesan 400 N en la tierra. Si A pesa 40 N en la Luna y la aceleración gravitacional terrestre en 6 veces la aceleración gravitacional en la Luna. Determine la relación entre las masas de B sobre A.
A) 2/3 B) 1/2 C) 2/5 D) 2/7 E) 2/9

RESOLUCIÓN
EN LA LUNA: sea “g” la gravedad en la Luna.

El peso de A en la Luna es: $M_A.g=40$ N
EN LA TIERRA: sea "6g" la gravedad en la Tierra.
El peso total en la Tierra es: $(M_A+M_B).(6g)=400$ N

$$\frac{(M_A+M_B)\bullet(6g)}{M_A\bullet g}=\frac{400\ N}{40\ N}\Rightarrow\frac{M_B}{M_A}=\frac{2}{3}$$

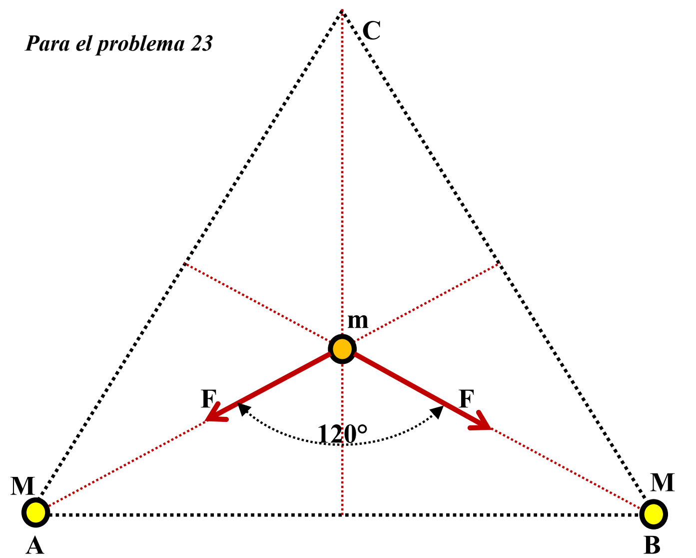
Respuesta: la relación de masa de B sobre A es 2:3

23. Se tiene tres cuerpos, dos de ellos de igual masa **M** se encuentran en los vértices del triángulo equilátero de lado L, la tercera se encuentra en el baricentro **G** del triángulo equilátero de lado **L**. Determine la fuerza resultante sobre el cuerpo que se encuentra en el baricentro, en términos de $G.M.m.L^{-2}$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

Para el problema 23



La distancia del baricentro a vértice es "d":
La fuerza de atracción entre los cuerpos de masas M y m.

$$L=d\bullet\sqrt{3}\quad\Rightarrow\quad d=\frac{L}{\sqrt{3}}$$

$$F=\frac{G\bullet M\bullet m}{d^2}=\frac{G\bullet M\bullet m}{\left(\frac{L}{\sqrt{3}}\right)^2}=3\bullet\left(\frac{GMm}{L^2}\right)$$

La fuerza resultante sobre la partícula en el baricentro es:

$$F_R=\sqrt{F^2+F^2+2.F.F.\text{Cos}120^{\text{o}}}=F$$

$$F_R=F=3\bullet\left(\frac{G.M.m}{L^2}\right)$$

24. ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra la aceleración de la gravedad es el 25 % de la aceleración de la gravedad en los puntos cercanos a la superficie del planeta?

A) R/2 B) R C) 3R/2 D) 2R E) 5R/2

RESOLUCIÓN

La aceleración de la gravedad varia con la altura según la siguiente relación:

$$g_H = g_S \bullet \left(\frac{R}{R+H}\right)^2$$

Según el dato, la gravedad a una altura H, es el 25 % de la gravedad en la superficie terrestre.

$$g_H = g_S \bullet (0{,}25) \;\Rightarrow\; g_S \bullet \left(\frac{R}{R+H}\right)^2 = g_S \bullet (0{,}25)$$

$$\left(\frac{R}{R+H}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \quad \frac{R}{R+H} = \frac{1}{2} \Rightarrow H = R$$

Resolviendo, tenemos:

Respuesta: H=R

25. Determine la aceleración de la gravedad (en %) en la superficie de un planeta P, respecto a la gravedad en la superficie de la Tierra, si se sabe que la masa del planeta P es el doble que el de la Tierra y su radio es la mitad.

A) 200 B) 400 C) 500 D) 700 E) 900

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Sea **M** la masa de la Tierra y **R** el radio.

SEGUNDO CASO: Sea **2M** la masa del planeta P y radio **R/2**

Respuesta: La gravedad en la superficie en el planeta P es 700 % mayor.

$$g_T = \frac{G \bullet M}{R^2}$$

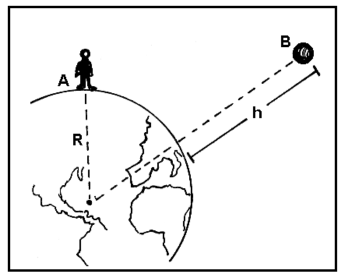
$$g_P = \frac{G \bullet (2M)}{\left(\frac{R}{2}\right)^2} = 8 \bullet \left(\frac{GM}{R^2}\right) \;\Rightarrow\; g_P = 8 \bullet g_T$$

26. CONTINUARÁ

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE.

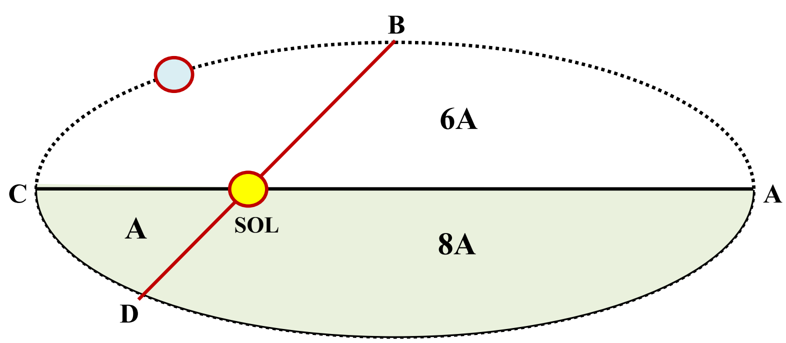
1. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
   I. La rapidez de un planeta es constante en su órbita alrededor del Sol.
   II. Las leyes de Kepler entran en contradicción con la ley de gravitación universal de Newton.
   III. El periodo de un satélite geoestacionario es 24 horas.
   A) VVV B) FFF C) FFV D) VVF E) VFV

2. ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta?, de masa M = 10^{23} kg; radio R = 1 000 km
   Respuesta: 6,67 m/s^2



3. ¿Cuál es la aceleración de la gravedad a una altura igual 1 000 km? en un planeta de masa M = 10^{23} kg; radio R = 1 000 km
   Respuesta: 1,67 m/s^2

4. Se muestra la trayectoria de un planeta alrededor del Sol. Sea "S" el área de la elipse y T el periodo del planeta alrededor del Sol. Determine el tiempo que demora el planeta en su traslación desde B hasta C en sentido antihorario.



Para el problema 04

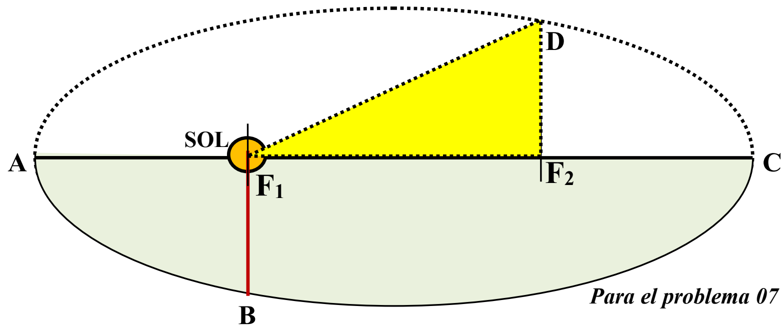
   A) T/6 B) T/12 C) 3T/16 D) T/10 E) T/16

5. Con relación a la ley de Gravitación Universal. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
   I. Las fuerzas de atracción gravitacional obedecen a la ley de Acción y Reacción.
   II. Dos cuerpos que tienen masa siempre se atraen.
   III. La fuerza de atracción gravitacional es inversamente proporcional a la distancia de separación entre sus centros.
   A) VVV B) VVF C) VFV D) FVV E) FFV

6. Calcular la aceleración de la gravedad de la superficie de la luna. Radio R = $1{,}74\text{x}10^6$ metros; masa M = $7{,}3\text{x}10^{22}$ kg

a) 1,2 m/s^2 b) 1,4 m/s^2 c) 1,6 m/s^2 d) 1,7 m/s^2 e) 1,3 m/s^2

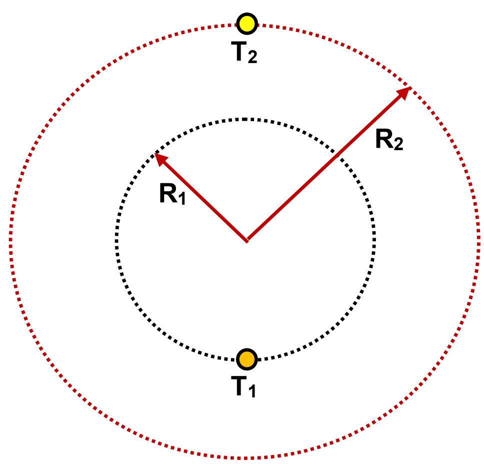
7. Un planeta P entorno al Sol emplea 18 meses en completa una elipse tal como lo indica la figura. Si el tiempo que tarda en ir desde A hasta B es un mes y de C hasta D es 3 meses. Determine la relación del área S de la elipse respecto del área del triángulo F_1DF_2.



Para el problema 07

A) 7 B) 8 C) 9 D) 7/2 E) 12/7

8. Una satélite gira con un periodo T y radio R alrededor de un planeta. Si el radio de giro del satélite aumenta en H de marera que el nuevo periodo 1,5T. Determine el valor de H.



Para el problema 08

A) 0,1R B) 0,2R C) 0,3R D) 0,4R E) 0,5R

9. Calcular la masa del sol, si la distancia del sol a la tierra es de: R=150 000 000 km y el periodo de revolución de la tierra es: T = 365 días = $3{,}15\text{x}10^7$s.

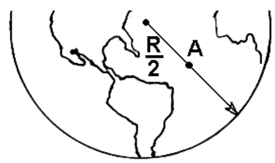
a) $2{,}0\text{x}10^{30}$ kg b) $3{,}1\text{x}11^{20}$ kg c) $2{,}2\text{x}11^{20}$ kg
d) $2{,}0\text{x}11^{15}$ kg e) $3{,}1\text{x}12^{20}$ kg

10. Respecto de las leyes de Kepler. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. Las leyes de Kepler solo son aplicables al sistema solar o sistema planetario.
II. La primera ley dice que, un planeta desarrolla una órbita elíptica alrededor del Sol.
III. El cuadrado del periodo de traslación de la luna, entre el cubo del radio del radio alrededor de la tierra, es igual al cuadrado del periodo de la tierra entre el cubo del semieje de su órbita alrededor del Sol.
A) VVV B) VFF C) FVV D) FFV E) FVF

11. Si existieran dos planetas A y B de igual densidad y radios $R_B=3.R_A$. ¿Cuál es la relación de la aceleración de la gravedad en la superficie de los planetas?
A) 1/3 B) 1/2 C) 1/4 D) 1/9 E) 1/27

12. Determine a que altura (en km) sobre la superficie de la tierra debe elevarse un cuerpo para que el peso disminuya en 19 %. El radio de la tierra es 6400 km y la aceleración de la gravedad en la superficie es 10 m/s^2.
A) 450 B) 510 C) 640 D) 711 E) 810

13. Calcular la aceleración de la gravedad en el punto "A", ubicado a R/2 del centro de la tierra. Siendo: ($g = 9{,}8$ m/s^2)



Respuesta: 4,9 m/s^2

14. ¿A qué altura con respecto a la tierra una persona, pesará la novena parte?
Radio de la tierra = 6 400 km.
Respuesta: 12 800 km

15. Una persona de 80 kg se encuentra en la superficie de un planeta donde la aceleración de la gravedad es 6 m/s^2. ¿Con que fuerza atrae el planeta a dicha persona?
Respuesta: 480 N

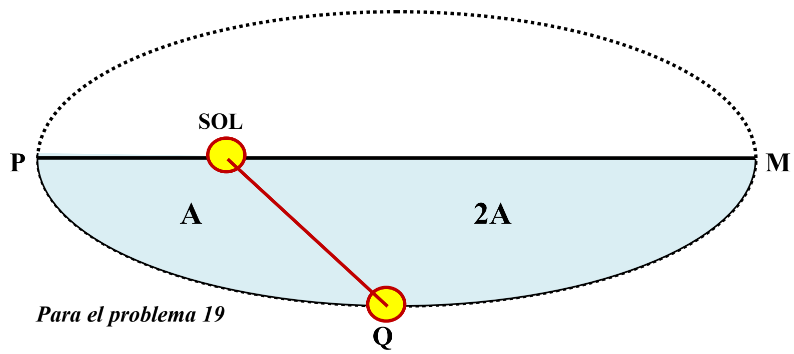
16. Un Satélite artificial de la Tierra se mueve de Oeste a Este por una órbita circular situado en el plano del Ecuador. ¿A qué distancia de la superficie del planeta deberá encontrarse este Satélite para que permanezca inmóvil con respecto a un observador que se halla en la Tierra?
Respuesta: 35 800 km

17. El planeta Marte tiene dos satélites: Phobos y Deimos. El primero se halla a la distancia R_1 = 9 500 km del centro de Marte y segundo a la distancia R_2 = 24 000 km, hallar los periodos de rotación de estos satélites.
Respuesta: $T_1 = 7{,}8$ h $T_2 = 31{,}2$ h

18. Un satelice de masa "m" orbita un planeta de masa M en trayectoria circunferencial de radio R. El intervalo de tiempo requerido para una vuelta es: (Examen UNI 2006- I I)
A) independiente de M
B) proporcional a $m^{1/2}$
C) inversamente proporcional a R

D) proporcional a $R^{3/2}$
E) proporcional a R^2

19. En la elipse mostrada, el planeta se traslada en sentido antihorario, ¿Cuál es el periodo del planeta mostrado, si el tramo **Q-M** recorre en 3 meses?



Para el problema 19

A) 9 meses B) 12 meses C) 18 meses D) 15 meses E) 36 meses

20. Asuma que la órbita de la luna respecto de la tierra es una circunferencia perfecta con una distancia de centro a centro de la Tierra a la Luna de $3{,}84\times10^8$ m. La masa de la tierra es $5{,}98\times10^{24}$ kg). ¿Cuál es la velocidad de la Luna en su órbita en m/s?
A) 510 B) 1 200 C) 1 020 D) 1 460 E) 1 680

21. Cuando un cuerpo de masa "m" es llevado a un planeta cuya masa, es el doble que de la Tierra y su radio es igual a la mitad, que el de la Tierra; su peso resulta ser 8 kN. ¿Cuál es la masa (en kg) del cuerpo?
A) 75 B) 100 C) 125 D) 150 E) 175

22. Un planeta "X" a cierta distancia del Sol tiene un periodo de $20\sqrt{20}.10^8 s$. Halle el periodo (en$10^6 s$ de otro planeta "Y" ubicado al doble de la distancia del sol. ¿Cuál de estos planetas esta más cerca al Sol que la tierra?
A) 40, X B) 80, X C) 40, Y D) 80, Y E) 60, Y

23. Dos cuerpos esféricos de masa "m" cada una se encuentran separadas la distancia "L". Determine la energía de interacción gravitacional del sistema de masas.
A) $-\dfrac{Gm^2}{L}$ B) $-\dfrac{2Gm^2}{L}$ C) $-\dfrac{3Gm^2}{L}$ D) $-\dfrac{Gm^2}{3L}$ E) $-\dfrac{3Gm^2}{2L}$

24. Determine la mínima rapidez de lanzamiento vertical de una piedra desde la superficie de la Tierra tal que no regrese. Considere el radio de la Tierra 6 400 km y g = 10 m/s^2 en la superficie terrestre.
A) 2 km/s B) 4 km/s C) 6 km/s D) 8 km/s E) $8\sqrt{2}$ km/s

25. Determine la mínima rapidez de lanzamiento horizontal de una piedra desde la superficie de la Tierra tal que se transforme en un satélite artificial de la Tierra. Considere el radio de la Tierra 6 400 km y g = 10 m/s^2 en la superficie terrestre.
A) 2 km/s B) 4 km/s C) 6 km/s D) 8 km/s E) $8\sqrt{2}$ km/s

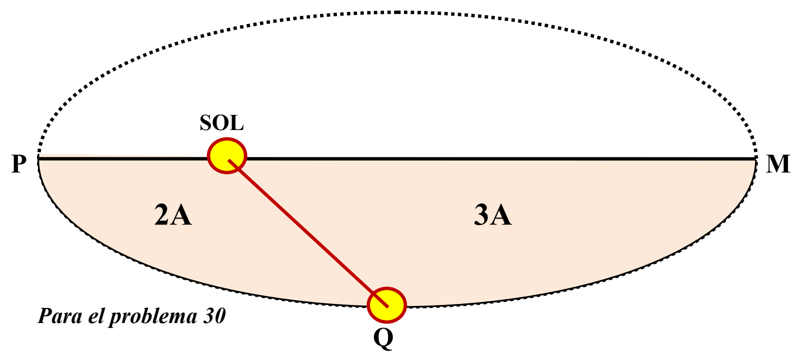
26. Calcular la masa de la tierra siendo la distancia entre la tierra y la luna $4x10^8$ m y el periodo de revolución 28 días.
Respuesta: $6x20^{24}$ kg

27. Un hombre pesa 800 N sobre la superficie terrestre, si se aleja de la superficie de la tierra una distancia igual al radio terrestre, su peso será:
Respuesta: 200 N.

28. Dos cuerpos se atraen con una fuerza de 72 N. Si uno de ellos duplica su masa y la distancia entre ellos se triplica, la nueva fuerza es:
Respuesta: 16 N

29. Para el sistema planetario formado por una estrella dos planetas A y B, se pide encontrar el periodo del planeta "B". Radios $R_B = 1{,}96.R_A$, periodo $T_A = 125$ días
Respuesta: 343 días

30. En la elipse mostrada, el planeta se traslada en sentido antihorario, ¿Cuál es el periodo del planeta mostrado, si el tramo **Q-M** recorre en 3 meses?



Para el problema 30

A) 9 meses B) 12 meses C) 18 meses D) 15 meses E) 10 meses

31. Calcular el módulo de la velocidad tangencial con que traslada un satélite alrededor de la Tierra si su órbita circunferencial se encuentra a una altura igual a tres veces el radio terrestre. Considere el radio de la Tierra 6 400 km y g = 10 m/s^2 en la superficie terrestre.
A) 2 km/s B) 4 km/s C) 5 km/s D) 1 km/s E) $8\sqrt{2}$ km/s

32. Una persona en la superficie terrestre pesa 450 N. ¿Cuál sería el peso si la Tierra tuviera el doble de masa y el triple del radio?
A) 100N B) 200 N C) 300 N D) 400 N E) 500 N

33. ¿En cuánto varía la fuerza de gravedad de una persona de 90 kg si asciende hasta una altura igual a dos veces el radio de la Tierra? (g = 10 m/s^2)
A) 100N B) 200 N C) 300 N D) 400 N E) Ninguna anterior

34. Una persona en la superficie terrestre pesa 900 N. ¿Cuál sería el peso si la Tierra tuviera la mitad de masa y un tercio del radio actual?
A) 100N B) 200 N C) 300 N D) 600 N E) Ninguna anterior

35. ¿Qué periodo (en s) de revolución tiene un satélite de masa "m" en órbita circunferencial con radio de 8 880 km? Considere el radio de la Tierra 6 400 km y g = 10 m/s^2 en la superficie terrestre.
A) 8 900 B) 9 200 C) 72 000 D) 5 960 E) 8 330

36. Un satélite de la Tierra gira en una trayectoria circunferencial de radio $R_1 = R$. Y otro satélite se mueve con radio $R_2 = \frac{R}{2}$. Determine la relación de sus rapideces $\frac{V_1}{V_2}$:
A) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ B) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ C) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ D) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ E) Ninguna anterior

37. Calcular la longitud del semieje mayor y el periodo de un planeta que tiene órbita elíptica, con una distancia al Sol en el perihelio de $8{,}75\text{x}10^7$ km y el afelio de $5{,}26\text{x}10^9$ km (masa del Sol = $1{,}99\text{x}10^{30}$ kg), responder en unidades de 10^{12} m y 10^9 s respectivamente.
A) 2,65 y 2,38 B) 2,65 y 2,82 C) 2,65 y 2,65
D) 2,67 y 2,38 E) 2,67 y 2,82

38. Indique las proposiciones correctas
I. La tierra atrae a la Luna con una fuerza que es de la misma naturaleza que la fuerza con que el Sol atrae a la Tierra.
II. La rapidez angular de un satélite en órbita circunferencial alrededor de la Tierra depende de la masa del satélite.
III. El fenómeno de las mareas en el océano se deben a las fuerzas gravitacionales del Sol y la Luna sobre las aguas marinas.
A) Solo I y III B) Solo I C) Solo III D) Solo I y II E) Todas

39. En los vértices de un triángulo equilátero de lado "L" se ubican tres cuerpos esféricos masa "m" idénticas. Determine la energía de interacción gravitacional del sistema de masas.
A) $-\frac{Gm^2}{L}$ B) $-\frac{2Gm^2}{L}$ C) $-\frac{3Gm^2}{L}$ D) $-\frac{Gm^2}{3L}$ E) 0

40. En los vértices de un cuadrado de lado "L" se ubican cuatro cuerpos esféricos masa "m" idénticas. Determine la energía de interacción gravitacional del sistema de masas.
A) $-\frac{Gm^2}{L}$ B) $-\frac{2Gm^2}{L}$ C) $-\frac{3Gm^2}{L}$ D) $-\frac{Gm^2}{3L}$ E) Ninguna anterior

41. En los vértices de un hexágono regular de lado "L" se ubican seis cuerpos esféricos masa "m" idénticas. Determine la energía de interacción gravitacional del sistema de masas.
A) $-\frac{Gm^2}{L}$ B) $-\frac{2Gm^2}{L}$ C) $-\frac{Gm^2(\sqrt{3}+4)}{L}$ D) $-\frac{Gm^2(\sqrt{2}+1)}{L}$ E) Ninguna anterior

42. Se desea colocar un satélite en órbita circunferencial a 1 500 km sobre la superficie terrestre, ¿qué rapidez (en m/s) orbital deberá tener el satélite? Considere el radio de la tierra 6 400 km y g = 10 m/s^2.
A) 6 000 B) 7 099 C) 5 400 D) 8 100 E) 6 400

43. En la relación a las siguientes, identifique las que son correctas:
I. Todos los objetos que orbitan alrededor de la Tierra y con el mismo radio orbital tienen la misma rapidez.
II. La fuerza gravitacional sobre un astronauta a 200 km de la superficie es 6% menor cuando está en la superficie de la Tierra $\left(R_{tierra}=6400km\right)$
III. La fuerza gravitatoria sobre una nave espacial cuando pasa por el punto medio de la distancia entre la Tierra y la Luna, es cero.
A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) Solo I y II E) Solo I y III

44. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba desde la superficie de la Tierra, demorando 1 s en llegar a la parte más alta de su trayectoria. Si el mismo cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba desde la superficie de un planeta, cuya masa es la mitad de la masa de la Tierra y de radio la mitad del radio terrestre, con la misma velocidad. Determinar la máxima altura alcanzada en este planeta (en m). g = 10 m/s^2.
A) 1,5 B) 3,0 C) 3,5 D) 4,5 E) 2,5

45. Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba desde la superficie de la Tierra, demorando 9 segundos en alcanzar la altura máxima. Si el mismo cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba desde la superficie de un planeta, cuya masa es el triple de la masa de la Tierra y de radio doble del radio terrestre, con la misma velocidad. Determinar la máxima altura alcanzada en este planeta (en m). g = 10 m/s^2.
A) 1,5 B) 3,0 C) 3,5 D) 4,5 E) Ninguna anterior

46. Dos planetas Ay B orbitan alrededor de una estrella. El planeta A demora en una vuelta completa 365 días y el planeta B demora 2 920 días. Si R_A y R_B son sus radios orbítales, determine la relación $\dfrac{R_A}{R_B}$:
A) 4 B) 8 C) 64 D) $\dfrac{1}{64}$ E) $\dfrac{1}{4}$

47. Se tiene partículas A, B, y C moviéndose con respecto a la Tierra; si la velocidad de A respecto a C es (**i** – 7**j**) m/s, la velocidad de B respecto a C es (3**i** – 13**j**) m/s y la velocidad de B respecto a Tierra es (6**i** – 9**j**) n/s. Halle la velocidad de A respecto a Tierra en m/s.
A) 5**i** + 3**j** B) 4**i** -2**j** C) 4**i** + 3**j** D) 4**i** – 3**j** E) 3**i** + 4**j**

48. La masa de la Tierra (M) es 81 veces la masa de la Luna (m) y la distancia Tierra-Luna es 3,84x10^8 m. ¿A qué distancia del centro de la Tierra (en 10^8 m) en la línea recta Tierra-Luna la fuerza gravitacional sobre una nave espacial es nula?
A) 0,59 B) 3,15 C) 3,25 D) 3,35 E) 3,45

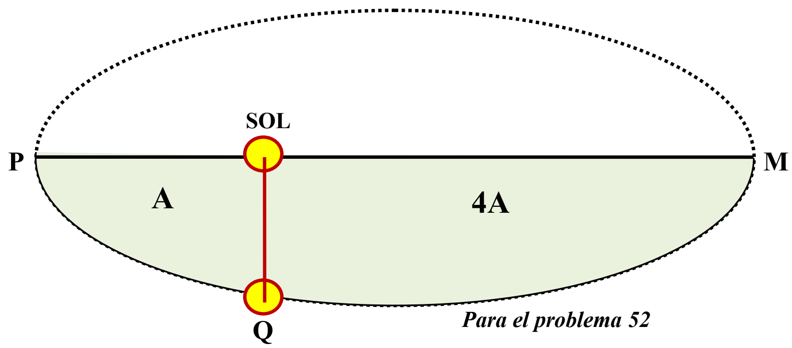
49. Dos planetas se encuentran separados una distancia de 120 x 10^8 km, si la, masa de uno de los planetas es 64 veces que la masa de otro planeta. Determine la distancia (en 10^9 km) respecto del cuerpo de mayor masa, donde un tercer cuerpo experimenta la ingravidez. Considerar que los tres cuerpos están sobre una misma línea recta.
A) 1,21 B) 1,30 C) 1,37 D) 1,34 E) 10,66

50. Sobre la ley de Gravitación Universal indicar las afirmaciones verdaderas (V) o falsas (F):
I. Si las masas de los planetas son diferentes, el módulo la fuerza sobre cada nasa son diferentes.
II. El valor de la constante G sólo es válida para el planeta Tierra, la Luna y sus satélites.

III. El valor de la fuerza gravitacional es considerable para cualquier valor de la masa.
A) FFV B) VFF C) FFF D) VFV E) VVF

51. Dos planetas P_1 y P_2 orbital alrededor de una estrella "E" en orbitas circunferenciales de radios R y 2R respectivamente. Si el periodo de P_1 es 6 meses, determine el periodo del planeta P_2 en meses.
A) 14,6 B) 19,6 C) 25,6 D) 11,6 E) 16,9

52. En la elipse mostrada, el planeta se traslada en sentido antihorario, ¿Cuál es el periodo del planeta mostrado, si el tramo **Q-M** recorre en 6 meses?



Para el problema 52

A) 9 meses B) 12 meses C) 18 meses D) 15 meses E) 10 meses

53. El cociente de los períodos de la luna alrededor de la Tierra, y el de la Tierra alrededor del Sol, es $\frac{3}{40}$, el cociente entre la distancia media del sol a la Tierra y la distancia media de la Luna a la Tierra es 392. Estime el cociente (en 10^5) de la masa del Sol entre la masa de la Tierra.
A) 1,7 B) 2,8 C) 3,0 D) 3,4 E) 5,1

54. Dos satélites A y B giran en torno a un planeta de manera que $W_A = 2\sqrt{2}.W_B$. Si el radio de la órbita del satélite A es R y del satélite B es (R+X). Determine $\frac{X}{R}$
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

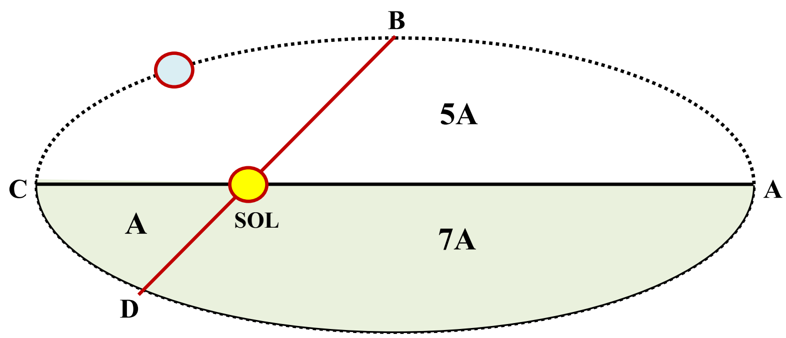
55. Un satélite artificial gira alrededor de la Tierra en órbita circunferencial, determine en qué porcentaje debe disminuir el radio de órbita para que su período de rotación alrededor de la Tierra disminuya en 48,8 %.
A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

56. Un estudiante de la UNI tiene 63 kg de masa. ¿Cuánto pesará (en N) a una altura $\frac{R}{2}$ sobre la superficie de la Tierra? (R = radio terrestre) $(g_{\sup} = 10 m/s^2)$
A) 70 B) 140 C) 210 D) 280 E) 630

57. Un arquitecto japonés diseña un túnel que atraviesa el centro de la Tierra. ¿Cuál es el valor de la aceleración de la gravedad (en m/s^2) en el centro de la Tierra?
A) 1,2 B) 2,4 C) 3,6 D) 9,8 E) cero

58. Entre las masas de la Tierra y la Luna existe la relación **81:1**. La distancias entre los centros de ambos cuerpos es 385 400 km. ¿Donde de encuentra el centro de gravedad del sistema?
A) A 4 700 km de la Tierra B) A 8 100 km de la Tierra
C) A 4 700 km de la Luna D) A 300 000 km de la Tierra
E) Falta mayor información para decidir.

59. Se muestra la trayectoria de un planeta alrededor del Sol. Sea "S" el área de la elipse y el periodo del planeta alrededor del Sol es T. Determine el tiempo que demora el planeta en su traslación desde B hasta C en sentido antihorario.



Para el problema 59

A) T/2 B) T/12 C) 3T/16 D) T/10 E) T/16

60. Dos planetas de masas M_1 y M_2 giran alrededor de una estrella E en orbitas circulares de radio R_1 y R_2 respectivamente. Si $R_2 = 4.R_1$ y el periodo del planeta M_1 es de 200 días. Determine el periodo del planeta M_2.
A) 50 B) 100 C) 400 D) 800 E) 1 600

61. Dos planetas de masas M_1 y M_2 giran alrededor de una estrella E en orbitas circulares de radio R_1 y R_2 respectivamente. Si $R_2 = 3.R_1$ y el periodo del planeta M_1 es de 100 días. Determine el periodo del planeta M_2.
A) 700 B) 519 C) 610 D) 580 E) 630

62. Dos estrellas, una de masa "2m" y otra de masa "m" están separadas una distancia "d" y giran alrededor de un punto que está a $\frac{2}{3}$ de la distancia de separación entre ellos medido a partir de la masa "m". Calcule el periodo de rotación de las estrellas. Donde G es la constante de gravitación universal.
A) $2\pi\sqrt{\frac{d}{3Gm}}$ B) $2\pi\sqrt{\frac{d^3}{3Gm}}$ C) $2\pi\sqrt{\frac{d^3}{Gm}}$ D) $2\pi\sqrt{\frac{Gd}{m}}$ E) $2\pi\sqrt{\frac{2d}{Gm}}$

63. Dos satélites giran circunferencialmente alrededor de un planeta, tal que la distancia mínima entre ellos es la su distancia máxima como 3 es a 5. Halle la relación de mayor a menor de sus velocidades lineales.
A) 1 B) 2 C) 4 D) $\frac{1}{4}$ E) 8

64. En los vértices de un hexágono regular de lado "L" se han colocado masas puntuales igual a "m". Determine en términos de $\left(\dfrac{Gm^2}{L^2}\right)$ el módulo de la fuerza que actúa sobre una de las masas debido a las otras cinco.
A) 1,83 B) 1,98 C) 2,73 D) 2,91 E) 3,73

65. Si D y R son la densidad media de la Tierra y el radio de curvatura respectivamente. Calcule la aceleración de la gravedad (en m/s^2) en la superficie de un planeta del sistema solar cuya densidad es 3D y su radio es 5R. $(g_{\text{sup}} = 10 m/s^2)$
A) 120 B) 150 C) 200 D) 220 E) 180

66. Respecto de las leyes de Kepler, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. Las leyes de Kepler solo son aplicables al sistema planetario.
II. La órbita de un planeta es circunferencial.
III. La rapidez de un planeta al recorrer la órbita, es mayor cuando se encuentra más lejos del Sol.
A)VVV B) FFF C) FFV D) VVF E) VFV

67. La masa del Sol es aproximadamente $3{,}33 \times 10^5$ veces la masa de la tierra. La distancia promedio al centro del Sol para una persona sobre la Tierra es $2{,}35 \times 10^4$ veces la distancia al centro de la tierra. Calcule la razón entre la fuerza gravitacional que ejerce el Sol y la fuerza gravitacional que la tierra ejerce sobre una persona.
Respuesta: 0,06

68. Dos satélites M_1 y M_2 orbitan circularmente alrededor de un planeta. Calcule la razón de los radios de sus orbitas, si el satélite M_1 barre en 60 horas la mitad de su órbita y el satélite M_2 tiene un periodo de 10,73 horas.
A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

69. Un satélite orbitando la Tierra, se mueve en una órbita cuyo radio es la cuarta parte del radio de orbita de un segundo satélite. Se sabe que la masa del primer satélite es el doble de la masa del segundo. Determine la razón entre los periodos del primer y el segundo satélite.
A) 1/8 B) ¼ C) 1 D) 4 E) 8

70. Se tiene tres cuerpos, dos de ellos de igual masa **M** se encuentran en los vértices del triángulo equilátero de lado L, la tercera se encuentra en el baricentro **G** del triángulo equilátero de lado **L**. Determine la fuerza resultante sobre el cuerpo que se encuentra en el baricentro, en términos de $G.M.m.L^{-2}$.
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

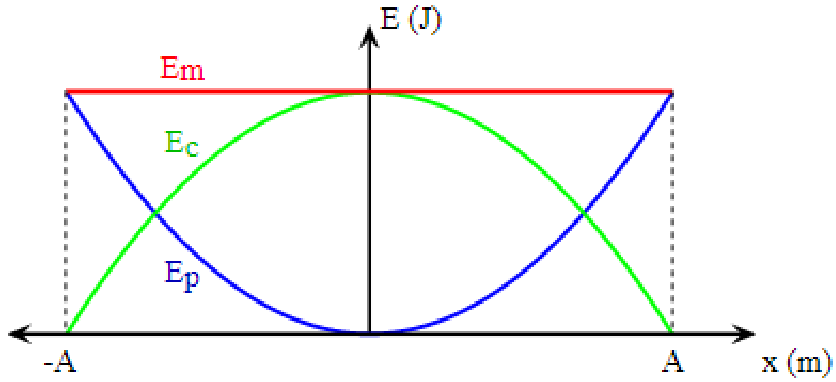
71. Se tiene cuatro cuerpos, ellos de igual masa **M** se encuentran en los vértices del cuadrado de lado **L**. Determine la fuerza resultante sobre el cuerpo que se encuentra en uno de los vértices, en términos de $G.M.m.L^{-2}$.
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) ninguna

72. Calcule la altura H sobre la superficie terrestre a la que se encuentra un satélite artificial en órbita sobre el Ecuador con periodo de rotación es T. La masa de la Tierra es M y radio de la esfera es R y G es la constante de gravitación universal.
Respuesta:
$$H = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} - R$$

73. ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra la aceleración de la gravedad es el 25 % de la aceleración de la gravedad en los puntos cercanos a la superficie del planeta?
A) R/2 B) R C) 3R/2 D) 2R E) 5R/2

74. CONTINUARÁ

OSCILACIONES



1. **Oscilación**: es todo movimiento o cambio de estado físico que se repite en el tiempo, según su naturaleza física las oscilaciones pueden ser: mecánicas, electromagnéticas, atómicas,
Ejemplo: movimiento de un péndulo, un sistema bloque-resorte, etc.

2. **Oscilación periódica**: es aquella cuyos valores variables de sus magnitudes físicas se repiten en cierto intervalo de tiempo constante llamado periodo (T).
Ejemplo: El movimiento de un péndulo simple que oscila en un plano vertical es periódico, pues realiza una "oscilación completa" en un intervalo de tiempo constante.

3. **Periodo**: es el tiempo correspondiente a una oscilación completa en un movimiento oscilatorio. El periodo se mide en segundos, minutos, horas,

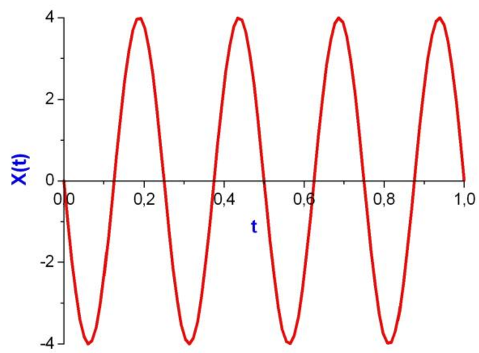
$$T = \frac{tiempo\ empleado}{numero\ de\ oscilaciones} \ldots (1)$$

4. **Frecuencia**: es el número de oscilaciones completas realizadas en la unidad de tiempo. Se mide es hertz (Hz)

$$f = \frac{numero\ de\ oscilaciones}{tiempo\ empleado} \ldots (2)$$

5. **Movimiento Armónico Simple**: Es aquel movimiento oscilatorio y periódico que realiza la partícula sobre una trayectoria rectilínea.

6. **Elongación (x)**: Es una magnitud vectorial que determina la posición del cuerpo en cada instante de tiempo "t" respecto de la posición de equilibrio.



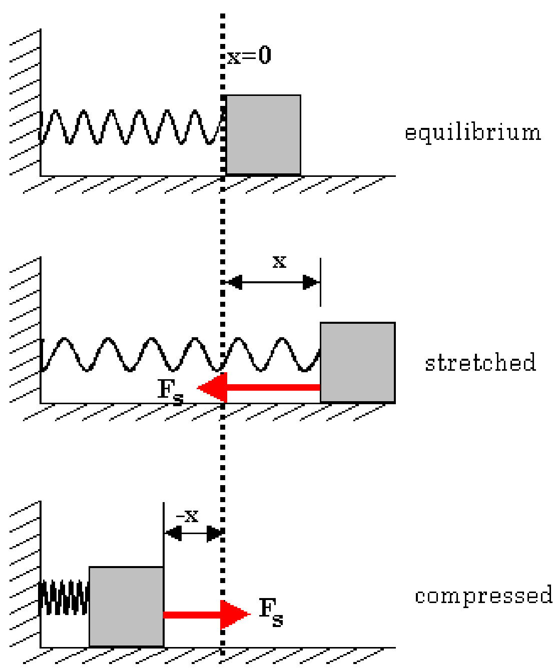
7. **Amplitud (A):** Es el módulo de la máxima elongación alcanzada por la partícula durante su movimiento oscilatorio.
a) Cuando en movimiento circunferencial uniforme se proyecta en plano horizontal:

$$\vec{x}(t) = A.Cos(\omega t) \ \ldots (3)$$

b) Cuando en movimiento circunferencial uniforme se proyecta en plano vertical:

$$\vec{x}(t) = A.Sen(\omega t) \ \ldots (4)$$

8. **Fuerza recuperadora (F):** es aquella fuerza interna que manifiestan los cuerpos elásticos al ser estirados o comprimidos, actuando sobre la partícula de masa "m" haciendo que recupere la posición de equilibrio.



9. **Ley de Hooke**: La fuerza recuperadora es directamente proporcional a la deformación del cuerpo elástico (resorte). Su dirección es puesta a la dirección de la elongación.

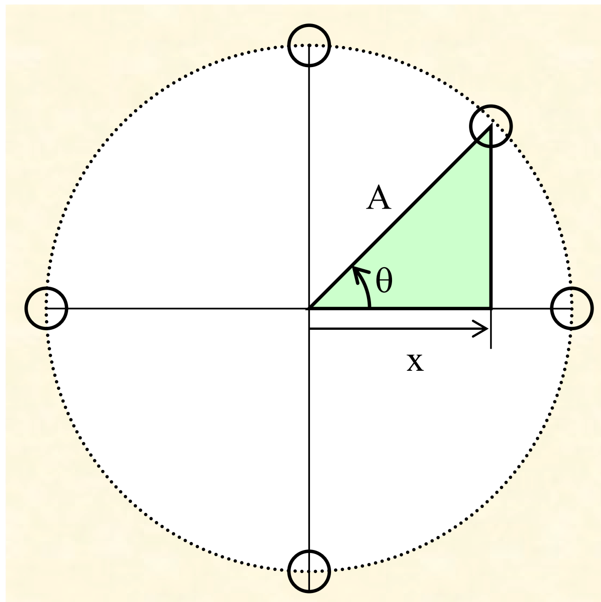
$$\vec{F} = -K.\vec{x} \;\dots (5)$$

K: constante elástica del resorte (N/m)

10. Relaciones entre el M.A.S. y el M.C.U.: Si una partícula realiza un movimiento circunferencial uniforme sobre un plano vertical, sus proyecciones sobre el diámetro realizan un M.A.S.

a) Proyección sobre el diámetro horizontal: $\vec{x}(t) = A.Cos(\omega t)$

b) Proyección sobre el diámetro vertical: $\vec{x}(t) = A.Sen(\omega t)$



11. Elongación (x): Es la proyección del radio de largo "A" sobre el diámetro horizontal (caso a). El ángulo central θ medida en radianes, es el desplazamiento angular que experimenta la partícula con M.C.U. en un plano vertical.

$$\vec{x}(t) = A.Cos(\theta) \;\dots (6)$$

$$\theta = \omega.t \;\dots (7)$$

12. Velocidad lineal instantánea v(t): Es la proyección de la velocidad tangencial sobre el eje horizontal. Se define como la derivada de la posición x(t) respecto del tiempo.

$$\vec{v}(t) = -A\omega.Sen(\omega t) \;\dots (7)$$

13. Aceleración instantánea a(t): Es la proyección de la aceleración centrípeta sobre el eje horizontal. Se define como la derivada de la aceleración respecto del tiempo.

$$\vec{a}(t) = -A\omega^2.Cos(\omega t) \;\dots (8)$$

$$\vec{a}(t) = -\omega^2\vec{x} \;\dots (9)$$

de la ecuación (9) podemos deducir que la dirección de la elongación y la aceleración son siempre opuestas.

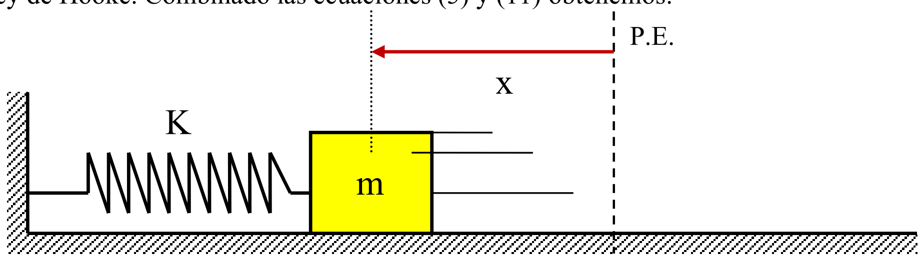
14. Fuerza resultante (F): de la segunda ley de Newton, la fuerza resultante sobre la partícula es directamente proporcional a la aceleración:

$$\vec{F}(t) = m.\vec{a} \text{ … (10)}$$

$$\vec{F}(t) = -m.\omega^2.\vec{x} \text{ … (11)}$$

de la ecuación (11) deducimos que la fuerza elástica en el resorte siempre está dirigida hacia la posición de equilibrio.

15. Periodo de oscilación: La fuerza resultante es una fuerza de naturaleza elástica que obedece a la ley de Hooke. Combinado las ecuaciones (5) y (11) obtenemos:



$$\vec{F}(t) = m.\vec{a} \quad \Rightarrow \quad K.x = m.\omega^2 x \text{ … (12)}$$

$$K = m.\omega^2 \text{ … (13)}$$

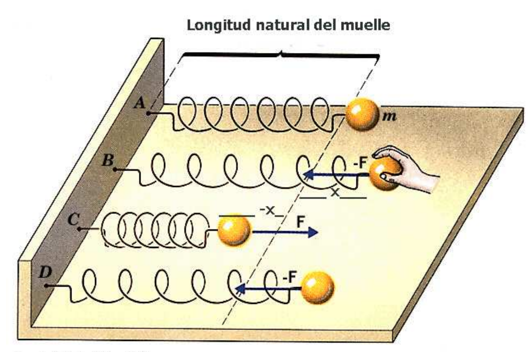
la frecuencia angular es:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \text{ … (14)}$$

la frecuencia angular en función del periodo es:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ … (15)}$$

combinado las ecuaciones (14) y (5):



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \text{ … (16)}$$

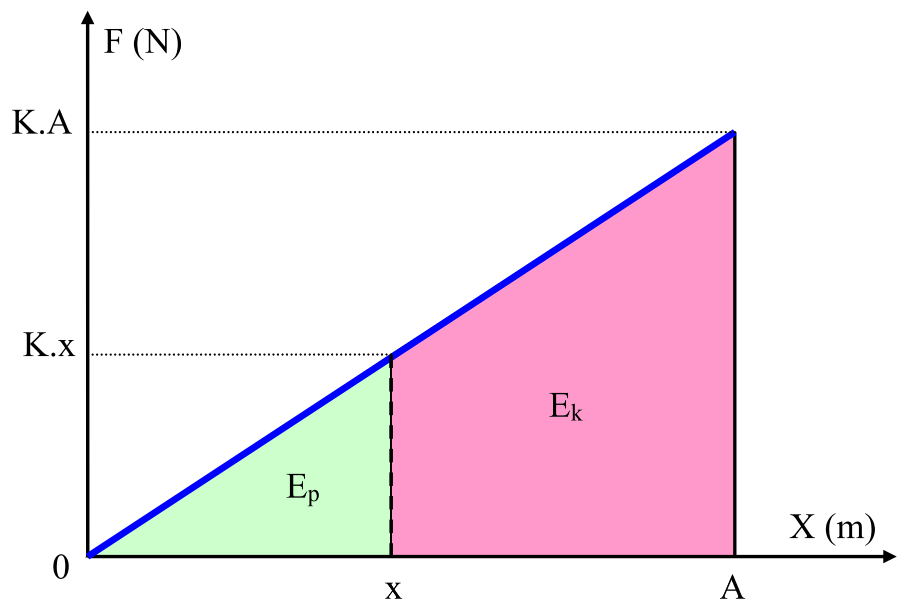
16. Frecuencia de oscilación (f): se define como la inversa del periodo de oscilación. Su valor indica el número de oscilación en una unidad de tiempo.

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \quad \ldots (17)$$

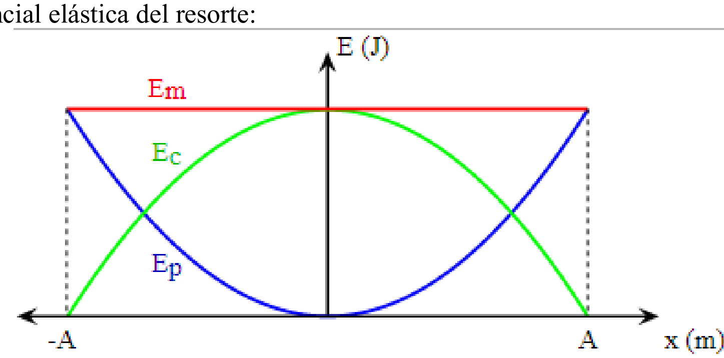
17. Energía total del sistema: en nuestro modelo escogido (caso "a") la partícula inicia su movimiento en t = 0 s, cuando la elongación es de módulo A. La fuerza recuperadora varía desde F = 0 hasta F = KA. La energía total es igual al trabajo realizado por la fuerza elástica media cuando el módulo de la elongación varía desde x = 0 hasta x = A.

$$E_{total} = F_m.d = \left(\frac{0+KA}{2}\right)A$$

$$E_{total} = \frac{KA^2}{2} \quad \ldots (18)$$



La energía total del sistema es la suma de la energía cinética de la partícula de masa "m", mas, la energía potencial elástica del resorte:



$$E_{total} = \frac{mv^2}{2} + \frac{Kx^2}{2} \ldots (19)$$

combinado la ecuación (18) y (19) tenemos que:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{Kx^2}{2} = \frac{KA^2}{2} \ldots (20)$$

18. Conexión en serie de un sistema de resortes: El conjunto de resortes en serie es factible de ser sustituido por un sólo resorte equivalente y cuya constante de rigidez se denomina constante equivalente.

La tensión que soportan los resortes es de módulos iguales:

$$T = Ke.Xe = K_1.X_1 = K_2.X_2 = K_3.X_3 \ldots (20)$$

El desplazamiento de los resortes es igual a la suma de los desplazamientos de los resortes:

$$Xe = X_1 + X_2 + X_3 \ldots (21)$$

reemplazando (20) en (21) tenemos:

$$\frac{T}{Ke} = \frac{T}{K_1} + \frac{T}{K_2} + \frac{T}{K_3}$$

$$\frac{1}{Ke} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} \ldots (21)$$

analicemos el caso particular de dos resortes en serie:

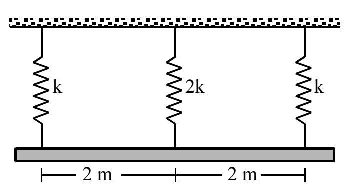
$$Ke = \frac{K_1.K_2}{K_1 + K_2} \ldots (22)$$

19. Conexión en paralelo de un sistema de resortes: El conjunto de resortes en paralelo es factible de ser sustituido por un sólo resorte equivalente y cuya constante de rigidez se denomina constante equivalente.

El desplazamiento de todos los resortes es igual en tamaño:

$$Xe = X_1 = X_2 = X_3 = X \ldots (23)$$

El módulo de la tensión equivalente es igual a la suma de las tensiones parciales:



$$Te = T_1 + T_2 + T_3 \ldots (24)$$

reemplazando (23) en (24) tenemos: $Te = KeXe = K_1X + K_2X + K_3X \ldots (25)$

simplificando obtenemos: $Ke = K_1 + K_2 + K_3 \ldots (25)$

**** como regla práctica, haremos analogía con la conexión de los condensadores.***

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Un cuerpo cuelga del extremo de un resorte y oscila verticalmente con el periodo de 2 segundos. Al aumentar la masa del cuerpo en 0,5 kg, el nuevo periodo es de 3 segundos. ¿Cuál es el valor de la masa inicial?

Resolución
El periodo de oscilación es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la masa.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Primer caso:

$$T_1^2 = 4\pi^2\frac{m}{K} \ldots (1)$$

segundo caso:

$$T_2^2 = 4\pi^2\frac{(m+0,5)}{K} \ldots (2)$$

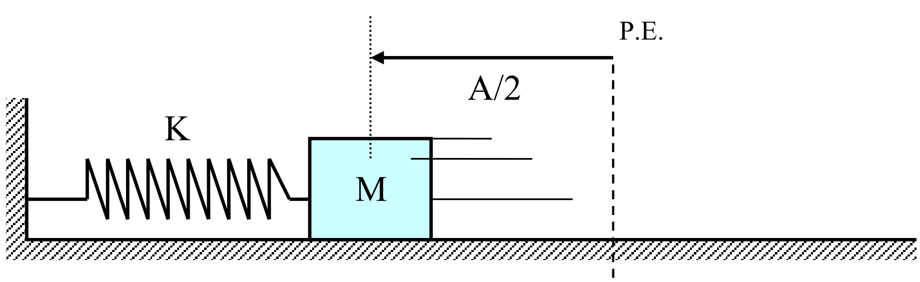
dividiendo las ecuaciones tenemos:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{m}{m+0,5} = \frac{4}{9}$$

resolviendo tenemos que la masa inicial es: m = 0,4 kg
Respuesta: el valor de la masa inicial es 400 gramos.

EJEMPLO 02: Un sistema bloque-resorte oscila libremente en un plano horizontal sin fricción. Si la cantidad de energía del sistema es 40 joules, calcular la cantidad de energía cinética del bloque de masa “m” cuando la elongación es la mitad de la amplitud “A”.

Resolución
La cantidad de energía total del sistema es igual a la adición de las energías cinética y energía potencial elástico. Se expresa del siguiente modo:



$$\frac{K.A^2}{2} = E_p + E_k$$

$$\frac{K.A^2}{2} = \frac{K.x^2}{2} + E_k$$

$$\frac{K.A^2}{2} = \frac{K.\left(\frac{A}{2}\right)^2}{2} + E_k$$

$$E_k = \frac{3}{4}\left(\frac{K.A^2}{2}\right) \Rightarrow E_k = \frac{3}{4}(40J)$$

$$E_k = 30\ J$$

Respuesta: la cantidad de energía cinética es 30 joules cuando la elongación es la mitad de la amplitud.

EJEMPLO 03. Si la ecuación: $X(t) = 0{,}4\,Sen\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)\ m$ representa la elongación de un oscilador armónico de 5 kg. Hallar la energía total del sistema para cualquier instante.

A) 1,2 J B) 1,5 C) 1,6 D) 2 E) 1,8

RESOLUCION

I. La ecuacion de movimiento del cuerpo es: $X(t) = A\,Sen(\omega t + \phi)$

Comparando con $X(t) = 0{,}4\,Sen\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)\ m$

La amplitud es: $A = 0{,}4\ \ m$

La frecuencia angular es: $\omega = 2 = \sqrt{\frac{K}{m}}$ remplazando $4 = \frac{K}{5} \Rightarrow K = 20\ \frac{N}{m}$

II. La energía total del sistema es: $E_T = \frac{K.A^2}{2} = \frac{20\,x(0{,}4)^2}{2} = 1{,}6\ J$

EJEMPLO 04. ¿A que es igual la relación entre la energía cinética de un punto que vibra con M.A.S. y su energía potencial en el momento que la elongación sea igual a la mitad de la amplitud?

A) 2 B) 8 C) 16 D) $\frac{1}{4}$ E) 4

RESOLUCION

I. La energia maxima del sistema, bloque mas resorte, es: $E_T = \frac{K.A^2}{2}$

II. La energia potencial elasticacdel sistema bloque mas resorte es: $E = \frac{K.x^2}{2} = \frac{K.\left(\frac{A}{2}\right)^2}{2} = \frac{K.A^2}{8}$

La relación de energías es: $R = \frac{E}{E_T} = \frac{\frac{K.A^2}{2}}{\frac{K.A^2}{8}} = 4$

EJEMPLO 05. Un bloque de 20 kg, efectúa un M.A.S. de 12 m de amplitud y 24 segundos de periodo ¿Qué energía cinética tendrá después de los tres primeros segundos? El movimiento se inicia en la posición extrema. (π^2 = g)

A) 50 J B) 60 C) 42 D) 65 E) 49,35

RESOLUCION

I. Ecuacion del movimiento: $X(t) = A\,Cos(\omega t) = A.Cos\left(\frac{2\pi}{T}.t\right)$

reemplazando: $X(t) = 12.Cos\left(\frac{2\pi}{24}x3\right) = 12.Cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 6\sqrt{2}\ m$

II. Calculo de la constante elastica del resorte:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{K}{m}$$

$$K = \frac{4\pi^2.m}{T^2} = \frac{4\pi^2.20\,kg}{(24\ s)^2} = \frac{5\pi^2}{36}$$

III. La energia cinetica despues de 3 segundos:

$$E_C = \frac{K.x^2}{2} = \frac{\left(\frac{5\pi^2}{36}\right).\left(6\sqrt{2}\right)^2}{2} = 5\pi^2\ J$$

EJEMPLO 06. ¿Cuánto tiempo transcurrirá desde el comienzo del movimiento vibratorio hasta que el punto vibrante tenga una elongación igual a la mitad de la amplitud? El periodo es de 24 s y el movimiento se inicia en el punto de equilibrio

A) 2 s B) 3 C) 4 D) 5 E) 1

RESOLUCION

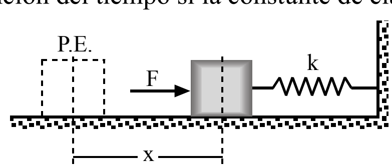
I. Ecuacion del movimiento, cuando el bloque inicia su movimiento desde la posicion de equilibrio:

$$X(t) = A.Sen(\omega t) = A.Sen\left(\frac{2\pi}{T}.t\right)$$

II. Reemplazando: $\frac{A}{2} = A.Sen\left(\frac{2\pi}{24}.t\right)$ reduciendo $\frac{1}{2} = Sen\left(\frac{\pi}{12}.t\right)$

La medida del ángulo es: $\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}.t \quad \Rightarrow \quad t = 2\ s$

EJEMPLO 07. En el instante t = 0 el bloque de 4 kg de suelta de la posición x = +0,2 m. Determine la aceleración en función del tiempo si la constante de elasticidad es 400 N/m.



P.E.: posición de equilibrio

A) $-20Sen\left(20t+\frac{\pi}{2}\right)$ B) $-20Sen\left(20t+\frac{3\pi}{2}\right)$ C) $-20Sen\left(10t-\frac{3\pi}{2}\right)$

D) $-10Sen\left(10t+\frac{3\pi}{2}\right)$ E) $20.Sen\left(10t-\frac{\pi}{2}\right)$

RESOLUCION

I. Calculo del periodo de oscilacion.

La frecuencia angular es: $\omega=\frac{2\pi}{T}=\sqrt{\frac{K}{m}}$

remplazando $\frac{2\pi}{T}=\sqrt{\frac{400\ N/m}{4kg}} \Rightarrow T=\frac{\pi}{5}\ s$

II. Ecuacion del movimiento: $X(t)=A\,Cos(\omega t)=A.Cos\left(\frac{2\pi}{T}.t\right)$

reemplazando: $X(t)=0{,}2.Cos\left(\frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}}.t\right)=0{,}2.Cos(10t)$

III. Cálculo de la velocidad: $V(t)=-2.Sen(10t)$

IV. Cálculo de la aceleración: $a(t)=-20.Cos(10t)=-20.Sen\left(\frac{\pi}{2}-10t\right)$

Simplificando: $a(t)=20.Sen\left(10t-\frac{\pi}{2}\right)$

EJEMPLO 08. La amplitud de un oscilador armónico se reduce a la mitad, calcular el cambio producido en su energía total (E, la energía original) y en el periodo (T).

A) 0; 0 B) E/2; T/2 C) E/4; T/4 D) E/4; 0 E) 0,75E; 0

RESOLUCION

I. La energia inicial del resorte: $E=\frac{K.A^2}{2}$

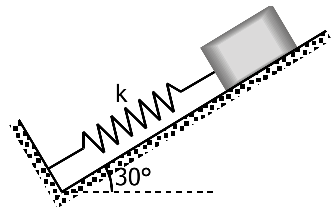
Cuando la amplitud del resorte disminuye a la mitad:

$$E_f=\frac{K.x^2}{2}=\frac{K.\left(\frac{A}{2}\right)^2}{2}=\frac{K.A^2}{8}=\frac{E}{4}$$

II. Calculo del periodo de oscilacion. El periodo depende solamente de la elasticidad del resorte y de la masa de cuerpo osilante. En este caso el periodo No cambia.

Respuesta: D) E/4; 0

EJEMPLO 09. La figura muestra un bloque de 1,0 kg unido a un resorte de rigidez 400 N/m. Calcular el periodo de oscilación.



A) 0,314 s B) 0,414 s C) 0,414 s D) 0,214 s E) N.A

RESOLUCION

El periodo depende solamente de la elasticidad del resorte y de la masa de cuerpo osilante.

La frecuencia angular es: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}}$ remplazando

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{400\ N/m}{1kg}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10}\ s$$

Respuesta; El periodo de oscilación es, $\frac{\pi}{10}\ s$

EJEMPLO 10. Un bloque de 2 kg se mueve bajo la acción de una fuerza variable $F = -K.x$ donde x es la posición (en m), constante elástica K = 200 N/m y amplitud $A = 0{,}2\ m$. Determinar el valor de la velocidad del bloque (en m/s) cuando la elongación es la mitad de la amplitud.

A) 1,4142 B) 0,5 C) 3 D) 1,73 E) 17,3

RESOLUCION

I. Calculo de la rapidez angular: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K}{m}}$

Reemplazando: $$\omega = \sqrt{\frac{200\ N/m}{2\,kg}} = 10\ \frac{rad}{s}$$

II. Cálculo del valor de la velocidad cuando $x = \frac{A}{2}$

Ecuacion del movimiento: $X(t) = A\,Cos(\omega t)$

reemplazando: $$\frac{A}{2} = A.Cos(\omega.t) \Rightarrow \omega.t = \frac{\pi}{6}$$

III. Cálculo de la velocidad:

$$V(t) = -A.\omega.Sen(\omega.t) = -A.\omega.Sen\left(\frac{\pi}{6}\right) = -A.\omega.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Reemplazando $$V(t) = -0{,}2\,m x 10\frac{rad}{s} x \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\ \frac{m}{s}$$

Respuesta: El valor de la velocidad es $\sqrt{3}\ \frac{m}{s}$

EJEMPLO 11. Un oscilador armónico de 0,20 m de amplitud tiene una velocidad de 4,00 m/s cuando pasa por su punto de equilibrio ¿Cuál es su periodo (en s)?

A) $\frac{\pi}{10}s$ B) $\frac{\pi}{5}s$ C) $\frac{\pi}{7}s$ D) $\frac{\pi}{2}s$ E) $\pi\ s$

RESOLUCION

I. El bloque tiene velocidad maxima cuando pasa por su posicion de equilibrio:

$$V_{MAX} = \omega.A \Rightarrow 4\frac{m}{s} = \omega.(0{,}2\,m) \Rightarrow \omega = 20\,\frac{rad}{s}$$

II. Cálculo del periodo: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 20\,\frac{rad}{s} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10}s$

Respuesta: el periodo de oscilación es $\frac{\pi}{10}s$

EJEMPLO 12. El movimiento del pistón de un motor es armónico y su amplitud es de 0,10 m. Si su aceleración máxima es 0,40 m/s^2 ¿Cuál es su periodo?

A) $2\pi\ s$ B) $\frac{\pi}{2}s$ C) $\pi\,s$ D) $\frac{\pi}{3}s$ E) $\frac{\pi}{4}s$

RESOLUCION

I. La aceleracion es maxima en los extremos: $a_{MAX} = \omega^2.A \Rightarrow 0{,}4\frac{m}{s} = \omega^2.(0{,}1\,m) \Rightarrow \omega = 2\,\frac{rad}{s}$

II. Calculo del periodo de oscilacion: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\,\frac{rad}{s} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \pi\,s$

Respuesta: el periodo de oscilación es $\pi\,s$

EJEMPLO 13. ¿Cuánto tiempo transcurrirá desde el comienzo del movimiento vibratorio hasta que el punto vibrante tenga una elongación igual a la mitad de la amplitud? El periodo es de 36 segundos y el movimiento se inicia en el punto de equilibrio.

A) 2 s B) 3 C) 4 D) 5 E) 1

RESOLUCION

I. Ecuacion del movimiento, cuando el bloque inicia su movimiento desde la posicion de equilibrio:

$$X(t) = A.Sen(\omega t) = A.Sen\left(\frac{2\pi}{T}.t\right)$$

II. Reemplazando: $\frac{A}{2} = A.Sen\left(\frac{2\pi}{36}.t\right)$ reduciendo $\frac{1}{2} = Sen\left(\frac{\pi}{18}.t\right)$

La medida del ángulo es: $\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{18}.t \Rightarrow t = 3\ s$

Respuesta: el tiempo transcurrido es 3 segundos.

EJEMPLO 14. Un cuerpo realiza M.A.S. Si parte desde la posición extrema y tarda 1,0 segundo para llegar al punto de equilibrio por primera vez. ¿Determinar su velocidad angular?

A) $\frac{\pi}{3}s$ B) $\pi\,s$ C) $\frac{\pi}{4}s$ D) $2\pi\,s$ E) $\frac{\pi}{2}s$

RESOLUCION

I. El periodo, de una oscilacion completa, es $T = 4\ s$

II. El valor de la velocidad angular es: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{4\ s} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}s$

Respuesta: el periodo de oscilación es $\frac{\pi}{2}s$

EJEMPLO 15. Un cuerpo realiza un M.A.S. Si parte desde la posición extrema y tarda 6 segundos para pasar por segunda vez por el punto de equilibrio. Calcular el valor de la velocidad angular (en rad/s)

A) 8 B) 5 C) 6 D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

RESOLUCION

I. El periodo, de una oscilacion completa, es $T = 8\ s$

II. El valor de la velocidad angular es: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{8\ s} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{rad}{s}\right)$

Respuesta: el valor de la velocidad angular es $\frac{\pi}{4}s$

EJEMPLO 16. Calcular el periodo (en segundos) del bloque que tiene M.A.S. Si se sabe que la relación entre la máxima aceleración y su máxima velocidad es, $4\pi\ \frac{rad}{s}$

A) 0,6 s B) 0,5 C) 0,65 D) 0,8 E) 2,0

RESOLUCION

I. El valor de la maxima aceleracion es: $a_{MAX} = \omega^2.A$

II. El valor de la maxima velocidad es: $v_{MAX} = \omega.A$

La relación entre la máxima aceleración y la máxima velocidad es: $\frac{a_{MAX}}{v_{MAX}} = \frac{\omega^2.A}{\omega.A} = \omega = 4\pi\ \frac{rad}{s}$

III. Cálculo del periodo: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 4\pi\left(\frac{1}{s}\right) = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2\,s$

Respuesta: el periodo de oscilación es 2 segundos.

EJEMPLO 17. Un bloque de 200 gramos cuelga de un resorte cuya constante es 20 N/m. El bloque es jalado hacia abajo 10 cm a partir de su posición de equilibrio, el tiempo que tarda es pasar por el punto de equilibrio por primera vez, luego de ser soltado es:

A) $\frac{\pi}{20}s$ B) $\frac{\pi}{10}s$ C) $\frac{\pi}{5}s$ D) $\pi\,s$ E) $2\pi\,s$

RESOLUCION

I. Calculo del periodo de oscilacion.

La frecuencia angular es: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$ remplazando $\dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{20\ N/m}{0{,}2\,kg}} \Rightarrow T = \dfrac{\pi}{5}\ s$

II. El tiempo que tarda es pasar por el punto de equilibrio por primera vez, luego de ser soltado es:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\frac{\pi}{5}s}{4} = \frac{\pi}{20}\ s$$

Respuesta: el tiempo trascurrido $\dfrac{\pi}{20}\ s$

EJEMPLO 18. Un cuerpo de 2 kg está suspendido de un resorte, si se le aplica una fuerza adicional de 10 N, el resorte se alarga 5 cm. ¿Cuál es el periodo de oscilación, si se suelta?

A) $\dfrac{\pi}{2}\ s$ B) $\dfrac{\pi}{10}\ s$ C) $\dfrac{\pi}{3}\ s$ D) $\dfrac{\pi}{4}\ s$ E) $\dfrac{\pi}{5}\ s$

RESOLUCION

I. Aplicamos la Ley de Hooke, desde la posición de equilibrio:

$$F = K..x \quad \Rightarrow \quad K = \frac{F}{x} = \frac{10\ N}{5\ cm} = 200\ \frac{N}{m}$$

II. El periodo de oscilacion depende solamente de la constante de elasticidad del resorte y le masa del bloque.

La frecuencia angular es: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{K}{m}}$

remplazando, $\dfrac{2\pi}{T} = \sqrt{\dfrac{200\ N/m}{2\,kg}} \Rightarrow T = \dfrac{\pi}{5}\ s$

Respuesta: el periodo de oscilación es $\dfrac{\pi}{5}\ s$

EJEMPLO 19. Un sistema oscila armónicamente con un periodo de oscilación de 2 segundos y una amplitud de 0,4 metros. Determinar la ecuación del movimiento respecto a su posición de equilibrio para cualquier instante "t" considere ángulo de fase inicial 30°.

A) $X(t) = 0{,}4.Cos\left(\dfrac{\pi}{3}t + \dfrac{\pi}{6}\right)\ m$ B) $X(t) = 0{,}4.Sen\left(\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)\ m$

C) $X(t) = 0{,}4.Cos\left(\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{6}\right)\ m$ D) $X(t) = 0{,}4.Sen\left(\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)\ m$

E) $X(t) = 0{,}4.Cos\left(\pi t + \dfrac{\pi}{6}\right)\ m$

RESOLUCION

I. El periodo de oscilacion es: $T = 2\ s$ y la amplitud es $A = 0{,}4\ m$

II. La Ecuacion del movimiento: $X(t) = A\,Cos(\omega t + \phi) = A\,Cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right)$

Reemplazando los datos: $X(t) = 0{,}4.Cos\left(\frac{2\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right) = 0{,}4.Cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

Respuesta: la ecuación del movimiento es, $X(t) = 0{,}4.Cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

EJEMPLO 20. Un cuerpo acoplado a un resorte realiza un M.A.S. cuya posición esta dada por la ecuación: $X(t) = 0{,}5.Sen\left(\pi.t + \frac{\pi}{2}\right)\ m$ Determinar el valor de la aceleración máxima.

A) $\frac{\pi^2}{2}\left(\frac{m}{s^2}\right)$ B) $\frac{\pi^2}{4}$ C) $\frac{\pi^2}{3}$ d) π^2 E) 2

RESOLUCION

I. El periodo de oscilacion: $X(t) = A.Sen(\omega.t + \phi)\ cm$

comparando: $\omega = \pi\ \frac{rad}{s}$

II. La amplitud es: A= 0,5 m

El valor de la maxima aceleracion es: $a_{MAX} = \omega^2.A = (\pi\,rad/s)^2.(0{,}5\,m) = \frac{\pi^2}{2}\left(\frac{m}{s^2}\right)$

Respuesta: la aceleración máxima es $\frac{\pi^2}{2}\left(\frac{m}{s^2}\right)$

EJEMPLO 21. Un cuerpo acoplado a un resorte desarrolla un M.A.S. con periodo de π segundos y amplitud de 0,10 m. Calcular el valor de su velocidad cuando $x = 0{,}08\,m$

A) $0{,}12\left(\frac{m}{s}\right)$ B) 0,15   C) 0,18   D) 15   E) 12

RESOLUCION

I. El periodo de oscilacion es: $T = \pi\ s$ y la amplitud es $A = 0{,}10\ m$

El valor de la velocidad angular es: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi\,s} = 2\left(\frac{rad}{s}\right)$

II. La Ecuacion del movimiento: $X(t) = A\,Cos(\omega t) = 0{,}10.Cos(\omega.t) = 0{,}08$

Despejando: $Cos(\omega.t) = \frac{4}{5}$ y $Sen(\omega.t) = \frac{3}{5}$

III. La velocidad del cuerpo es: $v(t) = A\,\omega.Sen(\omega t) = (0{,}10m).\left(2\dfrac{rad}{s}\right).\left(\dfrac{3}{5}\right) = 0{,}12\left(\dfrac{m}{s}\right)$

Respuesta: el valor de la velocidad es, $0{,}12\left(\dfrac{m}{s}\right)$

EJEMPLO 22. ¿Cuánto tiempo transcurrirá desde el comienzo del movimiento vibratorio hasta que el cuerpo vibrante tenga una elongación igual a la mitad de la amplitud? El periodo es de 24 segundos y el movimiento se inicia en el punto de equilibrio.

A) 2 s B) 3 C) 4 D) 5 E) 1

RESOLUCION

I. El periodo de oscilacion es $T = 24\ s$

II. La ecuacion del movimiento, cuando el bloque inicia su movimiento desde la posicion de equilibrio: $X(t) = A.Sen(\omega t) = A.Sen\left(\dfrac{2\pi}{T}.t\right)$

Reemplazando: $\dfrac{A}{2} = A.Sen\left(\dfrac{2\pi}{T}.t\right) \Rightarrow Sen\left(\dfrac{2\pi}{T}.t\right) = \dfrac{1}{2}$

Resolviendo: $\dfrac{2\pi}{T}.t = \dfrac{\pi}{6} \Rightarrow \dfrac{2\pi}{24s}.t = \dfrac{\pi}{6} \Rightarrow t = 2\ s$

Respuesta: el tiempo trascurrido es 2 segundos.

EJEMPLO 23. Un bloque se halla suspendido de un resorte, si jalando al bloque, el resorte es estirado 10 cm más, luego lo soltamos. Determinar la ecuación que define la posición del movimiento, si su periodo es 1,0 segundo.

A) $X(t) = 10.Sen(2\pi t)\ cm$ B) $X(t) = 10.Cos(\pi t)\ cm$ C) $X(t) = 10.Cos\left(\dfrac{\pi}{2}t\right)\ cm$

D) $X(t) = 10.Cos(2\pi t)\ cm$ E) $X(t) = 10.Cos\left(\dfrac{\pi}{3}t\right)\ cm$

RESOLUCION

I. El periodo de oscilacion depende solamente de la constante de elasticidad del resorte y le masa del bloque. $T = 1{,}0\ s$

La frecuencia angular es: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{1\ s} = 2\pi\left(\dfrac{rad}{s}\right)$

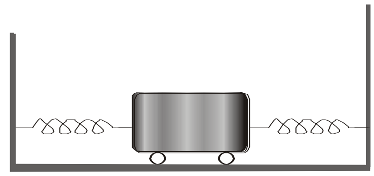
II. La amplitud del movimiento es, $A = 10\ cm$

Si el bloque inicia su movimiento de un extremo, la ecuacion del movimiento es:

$$X(t) = A\,Cos(\omega t) = A.Cos\left(\frac{2\pi}{T}.t\right)$$

Respuesta: $X(t) = 10.Cos(2\pi t)\ cm$

EJEMPLO 24. Determinar el periodo de oscilación del carrito de 5 kg. Cada resorte tiene constante elástica K = 1000 N/m.



A) $2\pi\ s$ B) $\frac{\pi}{10}\ s$ C) $\frac{\pi}{3}\ s$ D) $\frac{\pi}{4}\ s$ E) $\frac{\pi}{5}\ s$

RESOLUCION

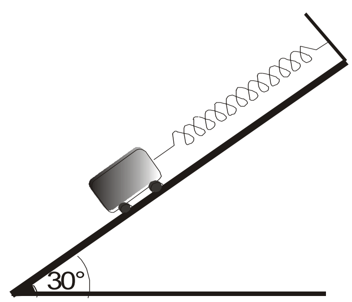
I. Si el bloque se desplaza hacia la derecha o hacia la izquierda, los resortes experimentan desplqzamientos iguales, es decir que estan conectados paralelamente, es decir su constante elastica equivalente es, $K_{EQUIVALENTE} = K + K = 2K = 2000\frac{N}{m}$

II. El periodo de oscilacion depende solamente de la constante de elasticidad del resorte y de la masa del bloque.

La frecuencia angular es: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{K_{EQUIVALENTE}}{m}}$ remplazando $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{2000\ N/m}{5kg}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10}\ s$

Respuesta: el periodo de oscilación es $\frac{\pi}{10}\ s$

EJEMPLO 25. El coche de 2 kg está sujeto a un resorte sobre un plano inclinado liso, el alargamiento estático del resorte es de 5 cm, si se le estira 7 cm adicionales y se suelta. Determinar la ecuación del movimiento del coche (g =10 m/s^2)



A) $X(t) = 7Cos(10t)\ cm$ B) $X(t) = 7Sen(10t)\ cm$ C) $X(t) = 7Cos(20t)\ cm$

D) $X(t) = 7Cos(5t)\ cm$ E) $X(t) = 7Cos(10\pi t)\ cm$

RESOLUCION

I. En la posicion de equilibrio, se cumple que: $\Sigma Fparalelo\ al\ plano = 0$

$$m.g.Sen30° = K.x \Rightarrow (2kg).(10m/s^2).\left(\frac{1}{2}\right) = K.\left(\frac{5\ m}{100}\right)$$

La constante de elasticidad es: $K = 200\dfrac{N}{m}$

La amplitud **es:** $A = 7\ cm$

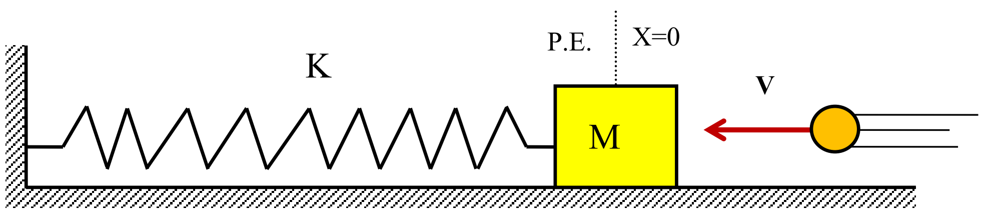
La frecuencia angular es: $\omega == \sqrt{\dfrac{K}{m}} = \sqrt{\dfrac{200\ N/m}{2\ kg}} = 10\ \dfrac{rad}{s}$

II. Cuando el bloque inicia su movimiento desde uno de sus extremos, la ecuación del movimiento es: $X(t) = A\,Cos(\omega t) = A.Cos\left(\dfrac{2\pi}{T}.t\right)$

Respuesta: la ecuación del movimiento es, $X(t) = 7\,Cos(10t)\ cm$

EJEMPLO 26. El bloque se encuentra sujeto a la pared mediante un resorte de rigidez $K = 200\dfrac{N}{cm}$. Un proyectil de 200 gramos es disparado horizontalmente con velocidad 250 (m/s) contra el bloque de masa 1,8 kg que inicialmente se encuentra en reposo, sobre un plano que no ofrece rozamiento. Si después del choque el proyectil se adhiere al bloque, determine la amplitud de oscilación del bloque.

Para el problema 26



A) 5 cm B) 15 cm C) 20 cm D) 25 cm E) N.A.

RESOLUCION

PRIMER PASO. Principio de conservacion de la cantidad de movimiento. No existe rozamineto.

$P_{ANTES\ CH} = P_{DESPUES\ CH} \Rightarrow m.v = (m+M).U$

Reemplazando: $(200\,g).(250\ m/s) = (200\,g + 1800\,g).U$

La velocidad instante después del choque inelástico es, $U = 25\ \dfrac{m}{s}$

SEGUNDO PASO. Principio de conservación de la energía mecánica, después del choque:

$$EM_{DESPUES\ CH} = EM_{CUANDO\ SE\ DETIENE} \Rightarrow \frac{1}{2}(m+M).U^2 = \frac{1}{2}K.A^2$$

Reemplazando: $\dfrac{1}{2}(2\,kg).(25)^2 = \dfrac{1}{2}(20000\,N/m).A^2$

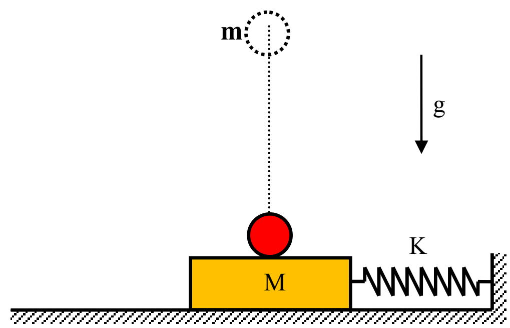
Respuesta: la amplitud del movimiento es, $A = 0{,}25\ m$

EJEMPLO 27. El bloque mostrado de M=1,0 kg oscila tal que su amplitud es 0,30 m. En el instante que el bloque pasa por la posición de equilibrio es impactado verticalmente por una porción de barro de m=3 kg, él se adhiere al bloque. Sabiendo que no hay rozamiento, calcular la nueva amplitud del de sistema.

A) 10 cm B) 15 cm C) 20 cm D) 25 cm E) N.A.

RESOLUCION

PRIMER PASO. En la posicion de equilibrio la energia cinetica es maxima y la energia potencial



Para el problema 27

elastica es cero. $\frac{1}{2}M.v^2 = \frac{1}{2}K.(A_1)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(1kg).v^2 = \frac{1}{2}K.(0{,}30\,m)^2$

$v^2 = K.(0{,}30\,m)^2$

SEGUNDO PASO. Principio de conservacion de la cantidad de movimiento, en el eje horizontal. No existe rozamineto.

$$P_{ANTES\ CH} = P_{DESPUES\ CH} \Rightarrow M.v = (m+M).U$$

$$(1kg).v = (3kg + 1kg).U \Rightarrow U = \frac{v}{4}$$

Entonces: $U^2 = \frac{v^2}{16} = \frac{K.(0{,}30)^2}{16}$

TERCER PASO. Principio de conservación de la energía mecánica, inmediatamente después del choque:

$$EM_{DESPUES\ CH} = EM_{CUANDO\ SE\ DETIENE} \Rightarrow \frac{1}{2}(m+M).U^2 = \frac{1}{2}K.(A_2)^2$$

Reemplazando: $\frac{1}{2}(4kg).(U)^2 = \frac{1}{2}K.(A_2)^2$

$$(4kg).\frac{K.(0{,}30)^2}{16} = K.(A_2)^2 \Rightarrow A_2 = 0{,}15\ m$$

Respuesta: la amplitud del movimiento es, $A_2 = 0{,}15\ m$

EJEMPLO 28. Un bloque de 4 kg realiza un M.A.S cuya ecuación de posición en el eje horizontal está dada por: $X(t) = 0{,}2 \bullet Sen(200\pi t)$ en unidades del sistema internacional. Determine la energía cinética del bloque, cuando pasa por la posición $X = 0{,}1\ m$

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. La ecuación general es: $X(t) = A \bullet Sen(\omega.t)$

Comparando: $X(t) = 0{,}2 \bullet Sen(200\pi\, t)$

La amplitud es: $A = 0{,}2\ m$ y la velocidad angular es: $\omega = 200\,\pi\ \dfrac{rad}{s}$

SEGUNDO PASO. La velocidad lineal es: $V = \omega \bullet \sqrt{A^2 - X^2}$

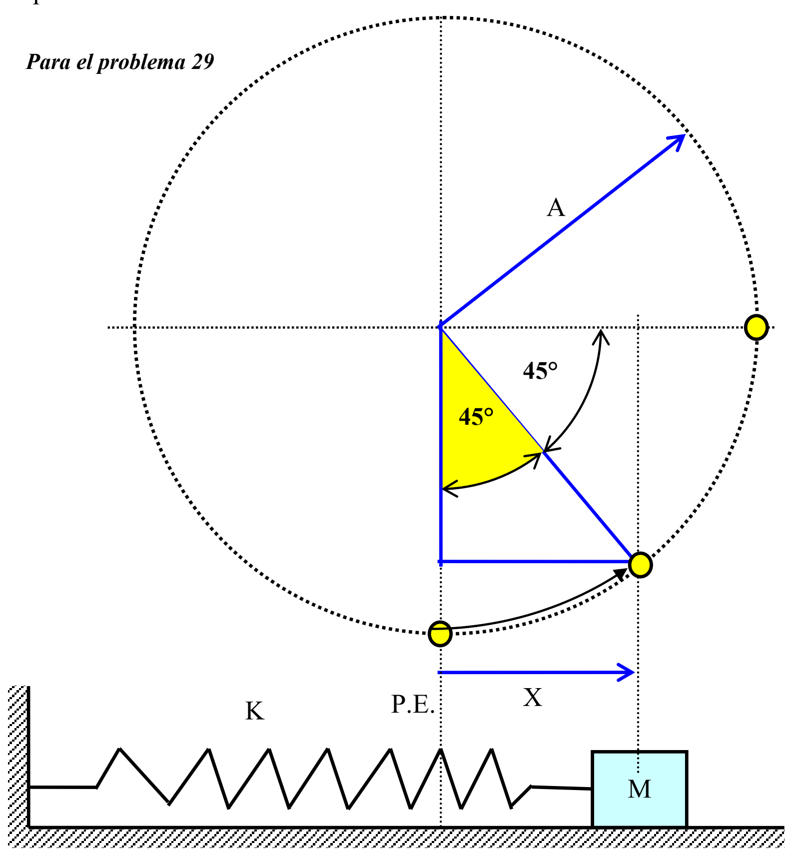
Reemplazando: $V = 200\pi \bullet \sqrt{(0{,}2)^2 - (0{,}1)^2} = 20\pi.\sqrt{3}\ \dfrac{m}{s}$

Cálculo de la energía cinética:

$$E_C = \frac{M.V^2}{2} = \frac{4.(20\pi\sqrt{3})^2}{2} = 2400\pi^2\ J$$

Respuesta: la energía cinética es $23\ 687\ J$

EJEMPLO 29. Un bloque de 2 kg realiza un M.A.S con amplitud de 0,2 m y desarrolla 15 oscilaciones por minuto, determine su energía cinética del bloque, $0{,}5\ s$ después de pasar por la posición de equilibrio.



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Cálculo del periodo: $T = \dfrac{tiempo\ empleado}{\#de\ oscilaciones} = \dfrac{60\ s}{15} = 4\ s$

SEGUNDO PASO: El periodo de oscilación en es 4 segundos, entonces cada cuadrante recorre la esfera en 1 segundo, y gira 45° en 0,5 segundos.

TERCER PASO: Cálculo de la elongación: $X=A/2^{0,5}$

Cálculo de la velocidad angular: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{4\ s} = \dfrac{\pi}{2}\ \dfrac{rad}{s}$

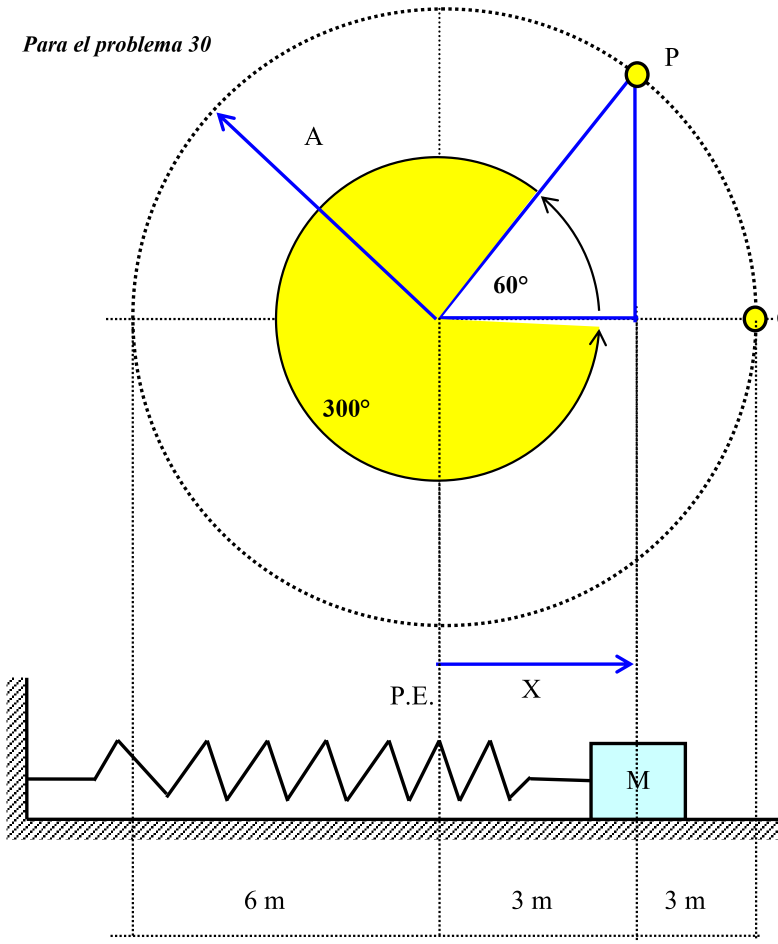
Cálculo de la velocidad del bloque: $V = \omega.\sqrt{A^2 - X^2}$

Reemplazando: $V = \dfrac{\pi}{2}.\sqrt{A^2 - \left(\dfrac{A}{\sqrt{2}}\right)^2} = \dfrac{\pi A}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\pi}{10\sqrt{2}}\ \dfrac{m}{s}$

Cálculo de la energía cinética: $E_C = \dfrac{M.V^2}{2} = \dfrac{2.\left(\dfrac{\pi}{10\sqrt{2}}\right)^2}{2} = 49 \bullet 10^{-3}\ J$

Respuesta: la energía cinética del bloque es $49\ mJ$

EJEMPLO 30. Un bloque se mueve en el eje horizontal, según la ecuación: $X(t) = 6 \bullet Cos\left(\frac{\pi}{6}.t + \frac{\pi}{3}\right)\ m$ Calcule el recorrido por el bloque entre $t = 0\ s\ y\ t = 10\,s$



RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: Comparando con la ecuación general: $X(t) = A \bullet Cos(\omega.t + \theta_0)\ m$

La rapidez angular es: $\omega = \frac{\pi}{6}\ \frac{rad}{s}$

La amplitud es: $A = 6\ m$

El ángulo de fase es: $\theta_0 = \frac{\pi}{3} rad \equiv 60°$

Analizando el movimiento circunferencial: $\theta = \omega.t$

$$\frac{5}{3}rad = \left(\frac{\pi}{6}\frac{rad}{s}\right).t \Rightarrow t = 10\,s$$

SEGUNDO PASO: Cálculo del periodo de oscilación: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12\ s$

Esto nos indica que la partícula en la circunferencia describe un ángulo de 300° sexagesimales 10 segundos.

Finalmente, el bloque recorre 9 metros hacia la derecha y 12 metros hacia la izquierda, en total recorre 21 metros.

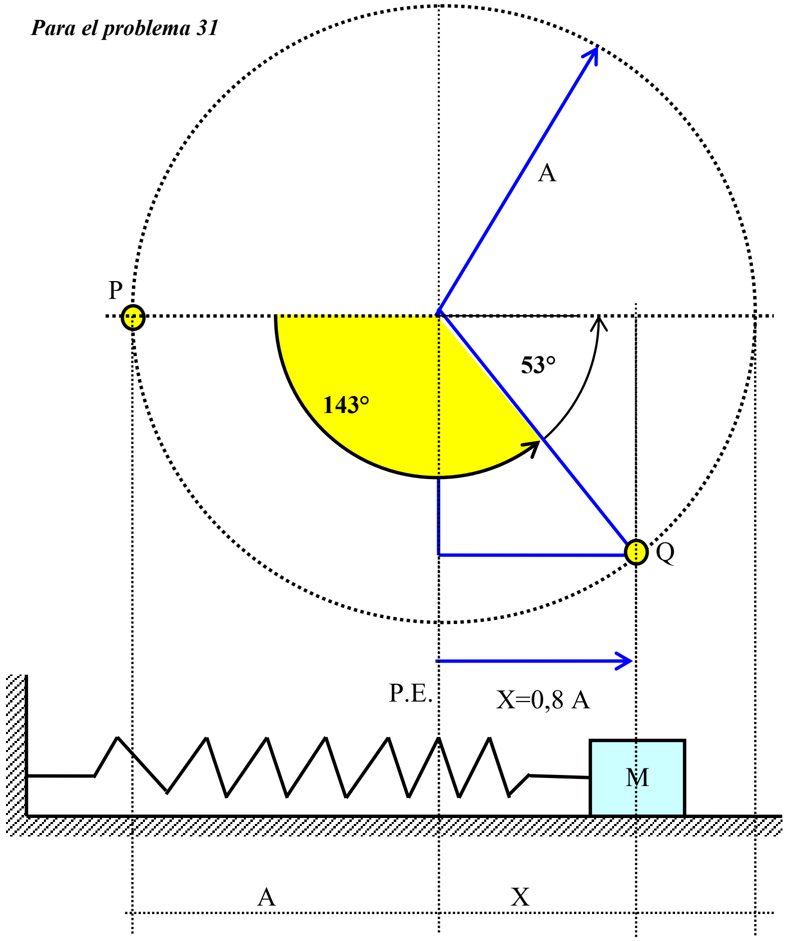
Respuesta: recorre entre $t = 0\ s\ y\ t = 10\,s$ en total 21 metros.

EJEMPLO 31. Una partícula un MAS, si el movimiento se inicia en el extremo del eje X negativo, considerando el periodo 36 segundos. ¿Después de que tiempo mínimo de iniciado el movimiento su elongación equivale a $\frac{4}{5}$ de la amplitud de su movimiento?

RESOLUCIÓN

Cálculo de la velocidad angular en el movimiento circunferencial. $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{36\ s} = \frac{\pi}{18}\frac{rad}{s}$

En la circunferencia trigonométrica deducimos que: $\theta = 143° \equiv \frac{143}{180}\pi\ rad$



Cálculo del tiempo transcurrido desde P hasta Q: $t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{\frac{143}{180}\pi}{\frac{\pi}{18}} = 14,3\ s$

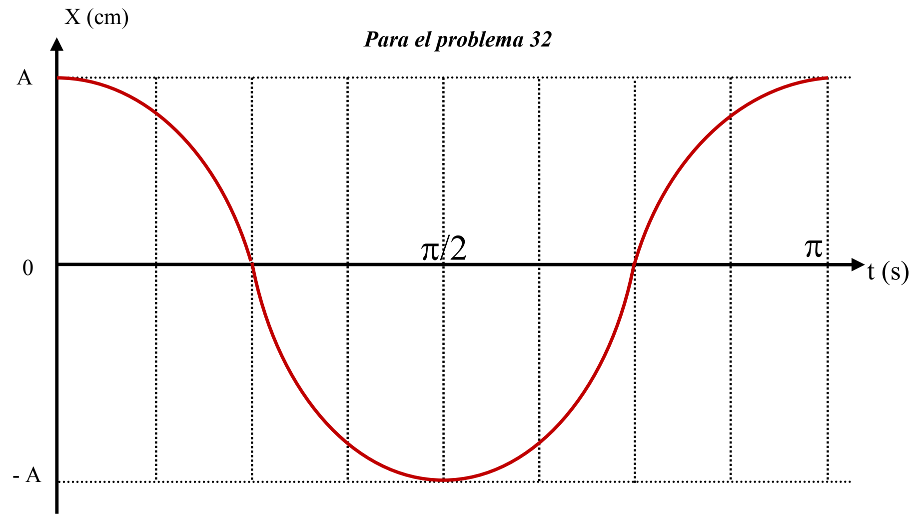
Respuesta: El bloque estará en $X = +\frac{4}{5}A$ en el instante $t = 14,3\ s$

EJEMPLO 32. El grafico muestra la posición X en función del tiempo "t" de una partícula que realiza un MAS, se sabe que la rapidez máxima de la partícula es $40\ m/s$. Determine la ecuación del movimiento de la partícula.

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO. De la gráfica deducimos que el periodo de oscilación es: $T = \pi\ s$ La rapidez angular en la circunferencia trigonométrica es: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ s$

Para el problema 32



SEGUNDO PASO. La rapidez lineal máxima es: $V_{MAX} = \omega.A$

Reemplazando: $40 = (2).A$ entonces la amplitud es: $A = 20\ cm$

La partícula inicia su movimiento desde el extremo $X = +A$ entonces le corresponde la ecuación:

$$X = +A \bullet Cos(\omega.t)$$

Reemplazando: $X = +20 \bullet Cos(2.t)\ cm$

La grafica posición versus tiempo corresponde a la función COSENO.

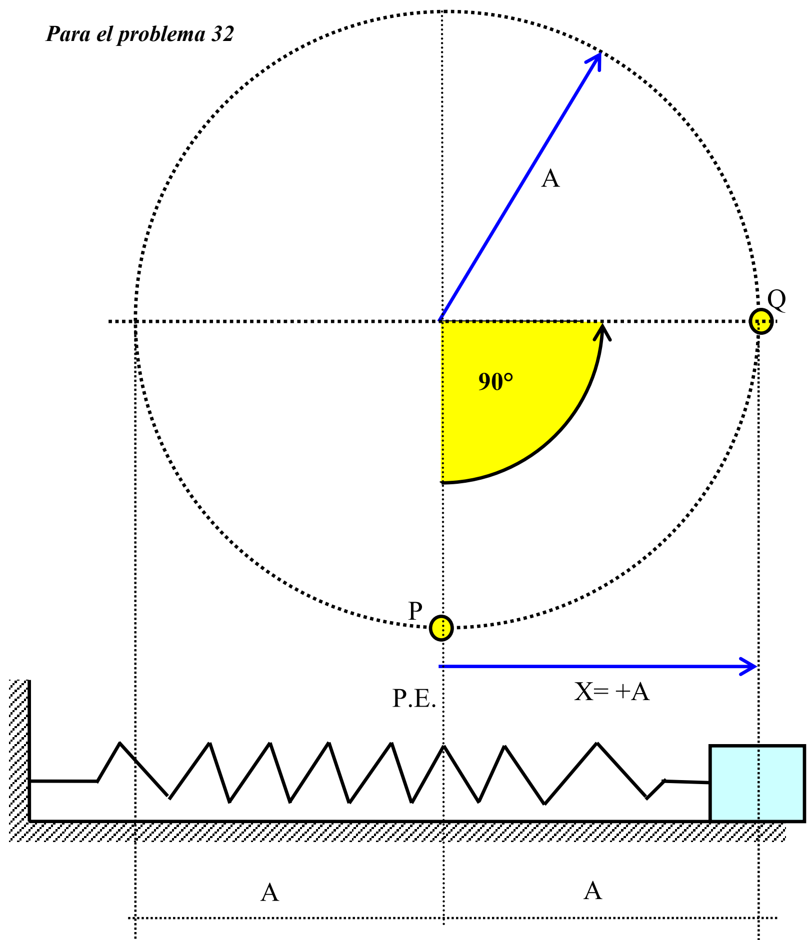
De la propiedad trigonométrica la ecuación equivalente es:

$$X = +A \bullet Sen(\omega.t + \theta_0)\ cm$$

Pero: $\theta_0 = +90° \equiv \dfrac{\pi}{2}$

Reemplazando: $X = +20 \bullet Sen\left(2.t + \dfrac{\pi}{2}\right)\ cm$

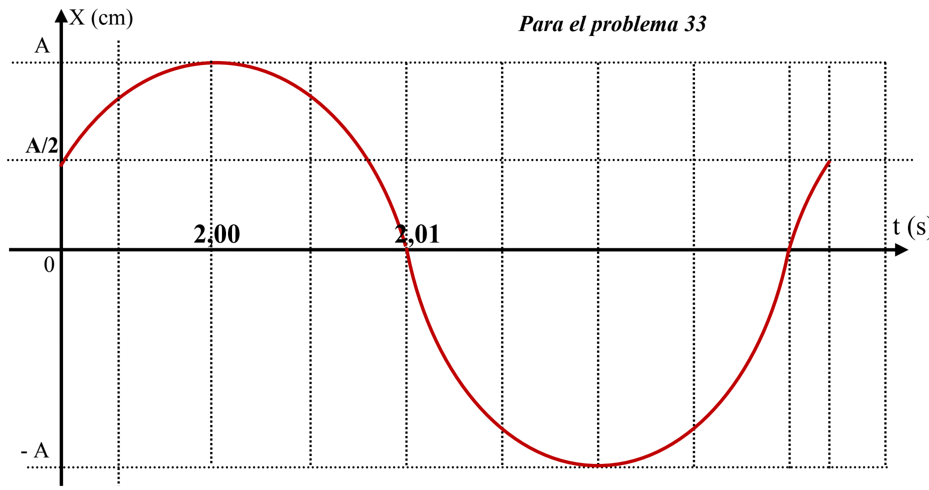
Para el problema 32



Respuesta: $X = +20 \bullet Cos(2.t)\ cm$

EJEMPLO 33. El grafico muestra la posición X en función del tiempo "t" de una partícula que realiza un MAS, se sabe que la amplitud es $A = 0{,}1\ cm$ Determine la ecuación del movimiento de la partícula.

RESOLUCIÓN



Cálculo del periodo de oscilación. En el grafico deducimos que:

$$\frac{T}{4} = 2{,}01 - 2{,}00 = 0{,}01\ s \quad \Rightarrow \quad T = 0{,}04\ s$$

Cálculo de la rapidez angular en la circunferencia trigonométrica: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}04\ s} = 50\pi \frac{rad}{s}$

En $t = 0\ s$ la posición es $X = \frac{A}{2}$

Aplicamos la formula general: $X(t) = A \bullet Sen(\omega.t + \theta_0)$

La posición inicial es: $\theta_0 = 30° \equiv \frac{\pi}{6} rad$

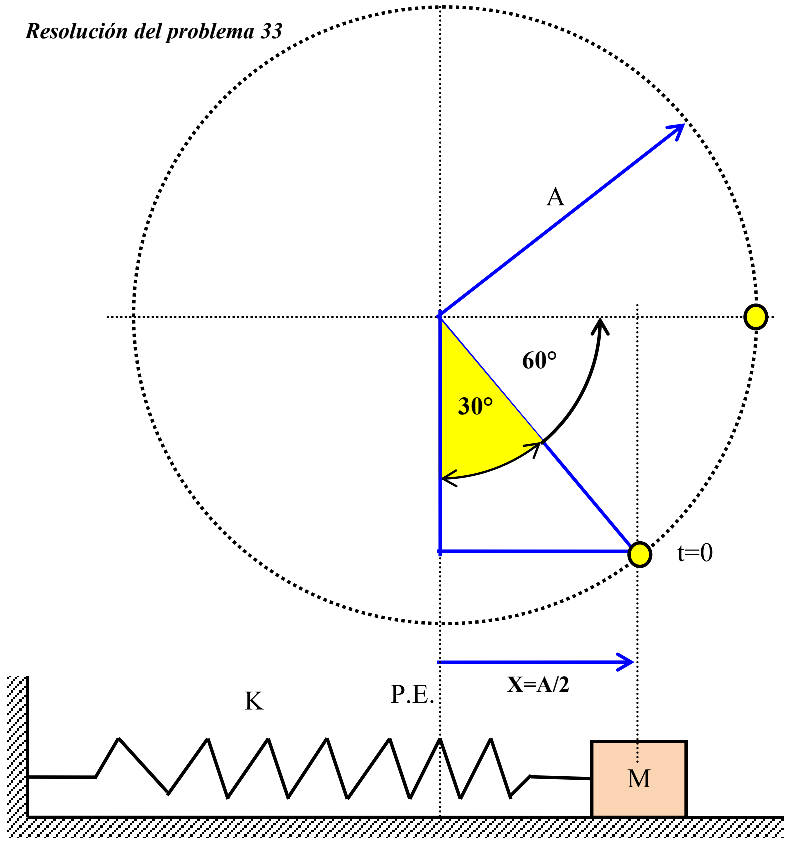
Reemplazando: $X(t) = 0{,}1 \bullet Sen\left(50\pi.t + \frac{\pi}{6}\right)\ cm$

Propiedad de los ángulos complementarios: $Sen(\varphi) = Cos(90° - \varphi)$

$$Sen(30°) = Cos(90° - 30°) = Cos(60°) = (Cos - 60°) = Cos(300°)$$

$$Sen(30°) = Cos(300°) \Rightarrow 300° \equiv \frac{5}{3}\pi \text{ rad}$$

Resolución del problema 33



La ecuación equivalente es: $X(t) = 0,1 \bullet Cos\left(50\pi.t + \frac{5}{3}\pi\right)\ cm$

Respuesta: la ecuación del movimiento es $X(t) = 0,1 \bullet Sen\left(50\pi.t + \frac{\pi}{6}\right)\ cm$

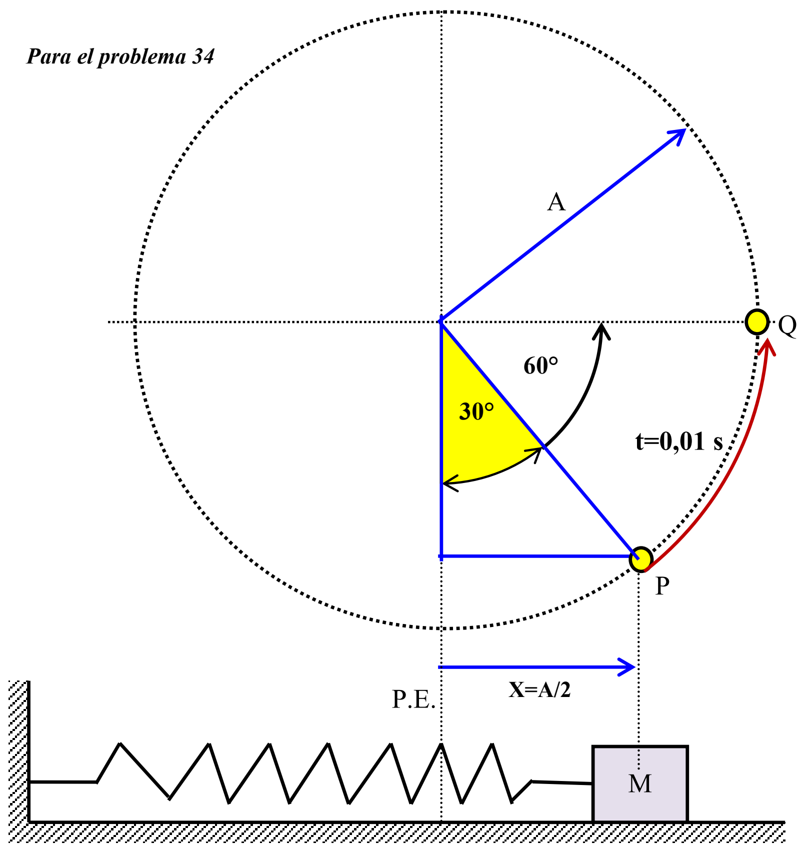
EJEMPLO 34. Un bloque oscila acoplada a un resorte, emplea $0,01\ s$ en desplazarse desde la posición $X_1 = 0,5\,cm$ hasta el extremo ubicado en $X_2 = 1,0\,cm$. ¿Cuál es el periodo de oscilaciones armónicas?

RESOLUCIÓN

Deducimos que la amplitud es $A = 1,0\,cm$

El bloque demora en pasar desde P hasta Q un tiempo de $t = 0,01\ s$

En la circunferencia calculamos la rapidez angular: $\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\frac{\pi}{3} rad}{0{,}01\ s} = \frac{100.\pi}{3}\ \frac{rad}{s}$



Cálculo del periodo de oscilación: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{100.\pi}{3}} = 0{,}06\ s$

Respuesta: el periodo de oscilación es $0{,}06\ s$

EJEMPLO 35. Un bloque de 2 kg acoplado a un resorte de constante $K = 20\ N/m$ se lleva a la posición $X_0 = +0{,}30\ m$ y se imprime una velocidad de $-2\ m/s$ con dirección a la posición de equilibrio. Determine la ecuación del movimiento.

RESOLUCIÓN

Cálculo de la rapidez angular: $\omega^2 = \frac{K}{M} = \frac{20\frac{N}{m}}{2\,kg} = 10\left(\frac{1}{s^2}\right)$

Despejando: $\omega = \sqrt{10}\ \dfrac{rad}{s}$ Conocemos la siguiente ecuación: $V = \omega.\sqrt{A^2 - X_0^2}$

Reemplazando: $V^2 = \omega^2.\left(A^2 - X_0^2\right)$

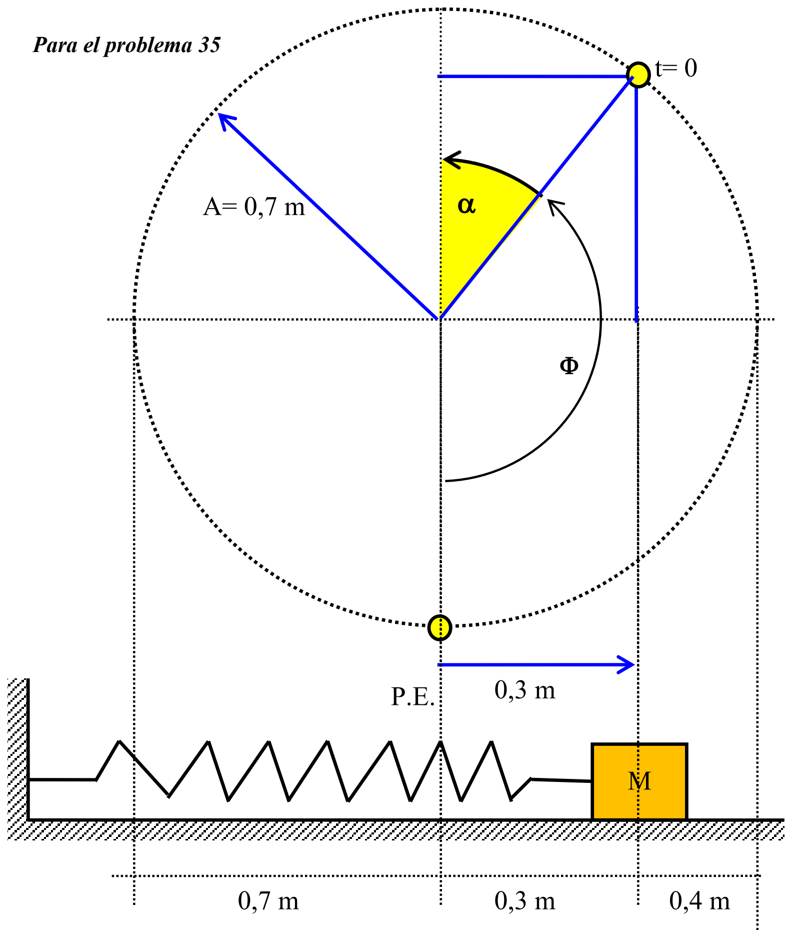
$$2^2 = 10^2.\left(A^2 - (0,3)^2\right) \Rightarrow A = 0,7\,m$$

La amplitud del movimiento es: $A = 0,7\,m$

Aplicamos la formula general: $X(t) = A \bullet Sen(\omega.t + \theta_0)$

Reemplazando: $0,3 = (0,7) \bullet Sen(\Phi) \Rightarrow Sen(\Phi) = \dfrac{3}{7}$

Para el problema 35



Resolviendo: $\Phi = 25,4° \equiv \dfrac{25,4}{180}\pi = 0,14\pi\ rad$

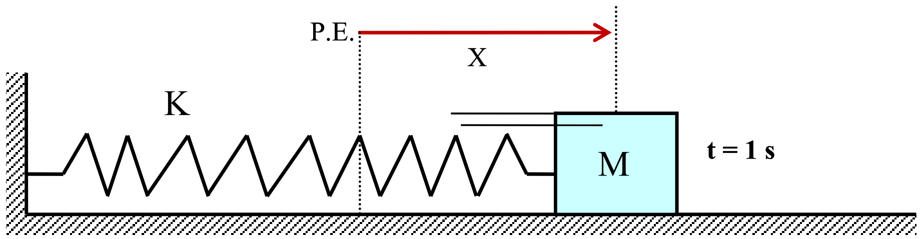
Finalmente: $X(t) = 0,7 \bullet Sen\left(\sqrt{10}.t + 0,14\pi\right) m$

Respuesta: la ecuación del movimiento es $X(t) = 0,7 \bullet Sen\left(\sqrt{10}.t + 0,14\pi\right) m$

EJEMPLO 36. Un bloque de 4 kg desarrolla un MAS con amplitud $0{,}2\,m$ cuya ecuación de movimiento es, $X(t) = 0{,}4 \bullet Sen\left(\frac{\pi}{2}.t + \frac{\pi}{6}\right)\,m$ determine la energía potencial elástica en el instante $t = 1\ s$

RESOLUCIÓN

Para el problema 36



Comparando con la ecuación general, $X(t) = A \bullet Sen(\omega.t + \theta_0)$

La amplitud es, $A = 0{,}4\,m$

La rapidez angular es, $\omega = \frac{\pi}{2}\left(\frac{rad}{s}\right)$

La posición angular inicial es, $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$

La posición angular para $t = 1\ s$ es, $X(t) = 0{,}4 \bullet Sen\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)\,m = 0{,}2.\sqrt{3}\,m$

$$X = 0{,}2.\sqrt{3}\,m$$

Cálculo de la constante elástica del resorte, $\omega^2 = \frac{K}{M} \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = \frac{K}{4}$

Despejando tenemos que, $K = \pi^2\left(\frac{N}{m}\right)$

Cálculo de la energía potencial elástica, $E_{PE} = \frac{K \bullet X^2}{2} = \frac{\pi^2 \bullet (0{,}2.\sqrt{3})^2}{2} = 591 \bullet 10^{-3}\ J$

Respuesta: La energía potencial elástica es $591\ mJ$

EJEMPLO 37. Un bloque de 1,0 kg asociado a un resorte de constate elástica $K = 400\ N.m^{-1}$ es estirado a partir de su posición de equilibrio y el sistema almacena 400 J. Determine la deformación del resorte tal que al lanzar el bloque al resorte con una rapidez $V = 10\ m.s^{-1}$ el sistema oscile con una amplitud igual al doble del caso anterior.

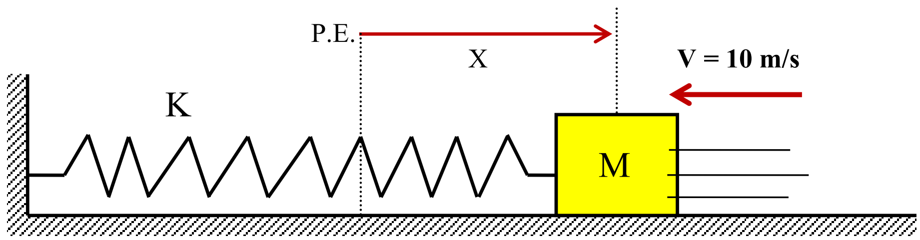
RESOLUCIÓN

PRIMER CASO: La energía total del sistema es, $E_{TOTAL} = \dfrac{K.A^2}{2}$

Reemplazando, $400 = \dfrac{(400).A^2}{2} \Rightarrow A_1 = \sqrt{2}\ m$

SEGUNDO CASO:

La nueva amplitud es, $A_2 = 2 \bullet A_1 \Rightarrow A_2 = 2\sqrt{2}\ m$



Para el problema 37

Aplicamos el principio de conservación de la energía: $\dfrac{M.V^2}{2} + \dfrac{K.X^2}{2} = \dfrac{K.(A_2)^2}{2}$

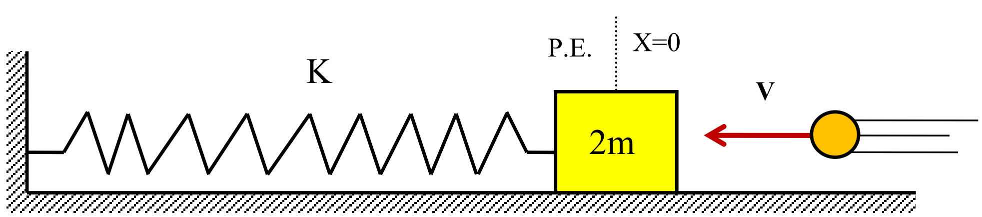
Reemplazando, $\dfrac{(1).(10)^2}{2} + \dfrac{400.X^2}{2} = \dfrac{400.(2\sqrt{2})^2}{2}$

Despejando, $X = \dfrac{\sqrt{31}}{2} = 2{,}78\ m$

Respuesta: la deformación del resorte es $2{,}78\ m$

EJEMPLO 38. Determine la ecuación del movimiento de bloque de masa $2\ m$, luego de que el proyectil de masa m y velocidad V choque plásticamente con el bloque. Considere, $a = \sqrt{\dfrac{K}{3m}}$

Para el problema 38

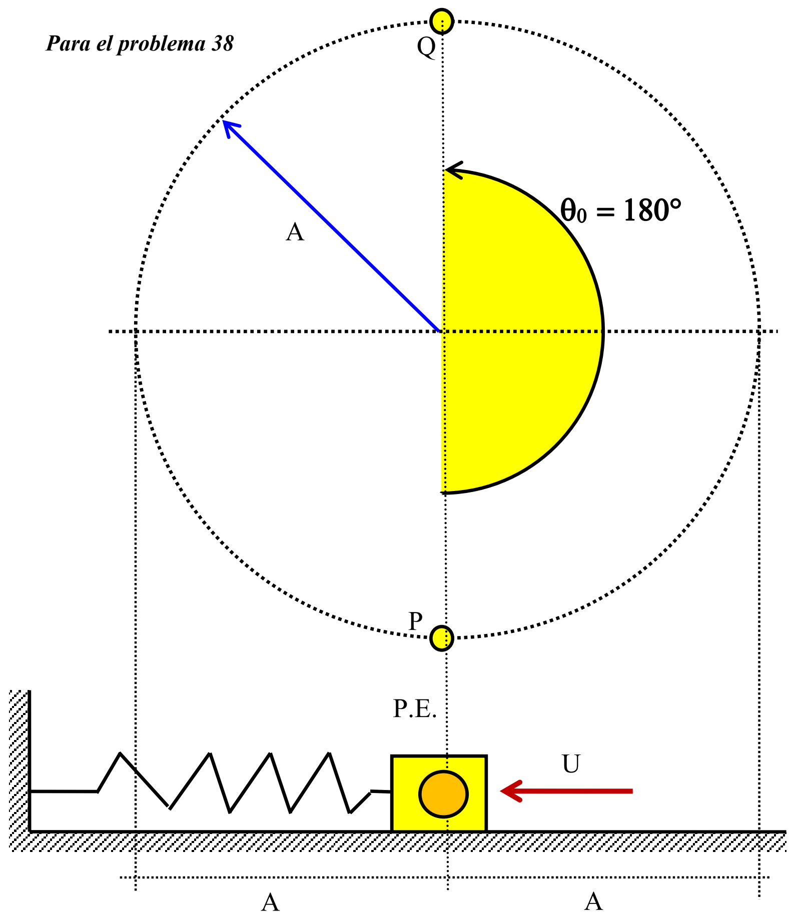


RESOLUCIÓN

Inmediatamente después del choque los cuerpos tienen la misma rapidez U.

Principio de la cantidad de movimiento: $P_{A.CH} = P_{D.CH}$

$$m.V = (m+2m)\bullet U \Rightarrow U = \frac{V}{3}$$



La rapidez angular en la circunferencia, $\omega = \sqrt{\frac{K}{3m}} = a$

La rapidez máxima es, $V_{MAX} = \omega.A \Rightarrow \frac{V}{3} = a.A$

La amplitud del movimiento oscilatorio es, $A = \frac{V}{3a}$

La ecuación general del movimiento armónico simple, $X(t) = A \bullet Sen(\omega.t + \theta_0)$

La posición angular inicial del bloque es, $\theta_0 = 180° = \pi \ rad$

Reemplazando, $X(t) = \frac{V}{3a} \bullet Sen(a.t + \pi)$

Respuesta: la ecuación del movimiento es $X(t) = \frac{V}{3a} \bullet Sen(a.t + \pi)$

EJEMPLO 39. Un cuerpo de 1 kg unido a un resorte en posición vertical de constante elástica $K = 9\pi^2 \ N.m^{-1}$ se suelta cuando se estira $y = -6 \ cm$ alejado de la posición de equilibrio. Determine la posición del cuerpo en el eje vertical luego de 3 segundos.

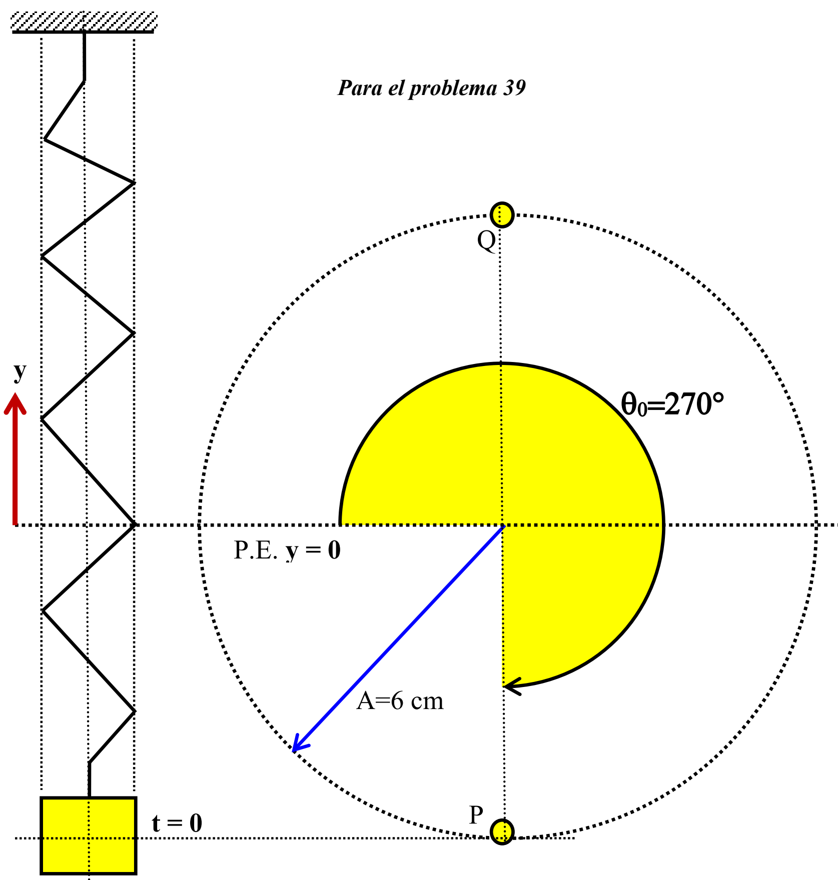
RESOLUCIÓN

Cálculo de la velocidad angular en la circunferencia**,** $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{9\pi^2}{1}} = 3\pi \left(\frac{rad}{s}\right)$

El periodo de oscilación es, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3\pi} = \frac{2}{3} \ s$

La ecuación general del movimiento en el eje vertical, $Y(t) = A \bullet Sen(\omega.t + \theta_0)$

La posición angular en la circunferencia es, $\theta_0 = 270° = \frac{3}{2}\pi$



Reemplazando, $Y(t) = 6 \bullet Sen\left(3\pi.t + \frac{3\pi}{2}\right) cm$

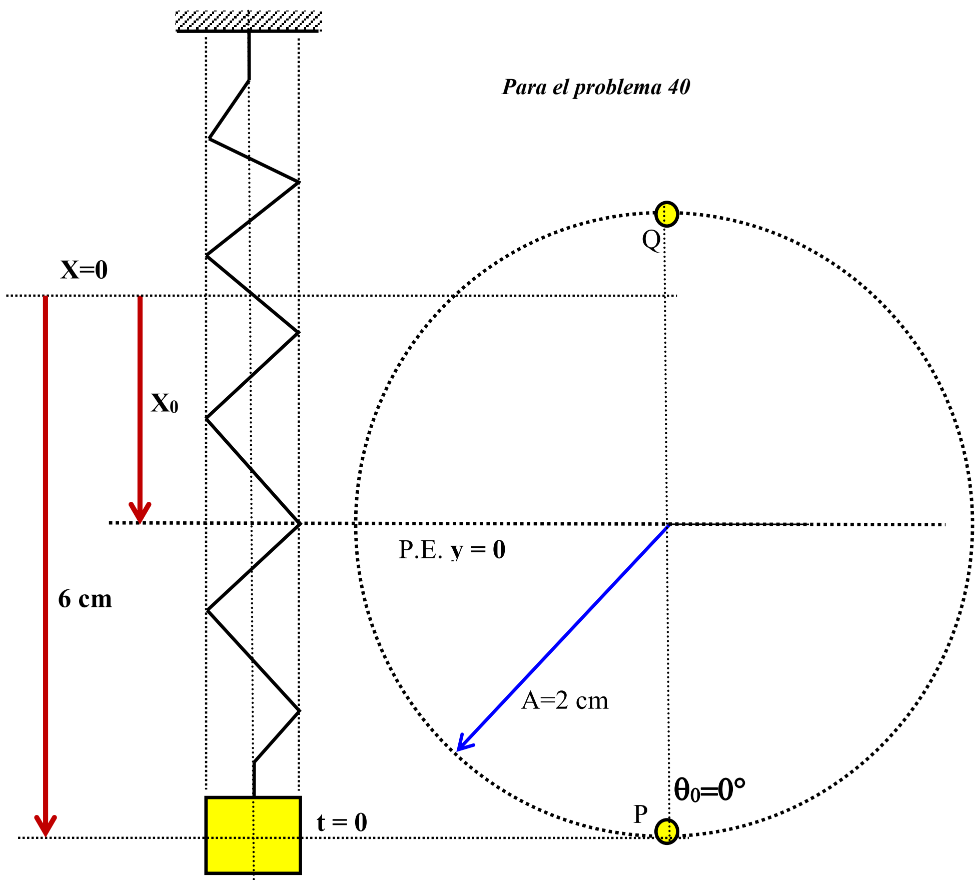
La posición del bloque cuando $t = 3s$

$$Y = 6 \bullet Sen\left(3\pi.(3) + \frac{3\pi}{2}\right) cm = +6\ cm$$

Respuesta: la posición al cabo de 3 segundos es $Y = +6\ cm$

EJEMPLO 40. Un resorte de longitud natural $L_0 = 20\ cm$ cuelga del techo, al suspender los cuerpos de masas $m_1 = 40\,g$ y $m_2 = 80\,g$ unidas por una cuerda producen una deformación del resorte tal que el resorte mide $L_2 = 26\ cm$ quedando el sistema en equilibrio. Si se corta la cuerda, determine la amplitud del movimiento armónico simple.

RESOLUCIÓN



PRIMER PASO. Analicemos la posición de equilibrio, la masa total es,

$$M = m_1 + m_2 = 120\ g = 0{,}12\,kg$$

SEGUNDO PASO. La deformación del resorte es, $X = L_2 - L_0 = 26 - 20 = 6\ cm = 0{,}06\,m$

La ecuación de equilibrio, $F_{ELASTICA} = PESO \;\Rightarrow\; K.X = M.g$

Reemplazamos: $K.(0{,}06) = (0{,}12).(10) \;\Rightarrow\; K = 20\ \frac{N}{m}$

TERCER PASO. Cuando se retira el bloque de masa $m_2 = 80\ g$, el bloque de masa $m_1 = 40\ g$ sale del reposo desde un extremo y tiene M.A.S, en la posición de equilibrio se cumple que,

$$F_{ELASTICA} = PESO \;\Rightarrow\; K.X_0 = m_1.g$$

Reemplazamos, $(20).(X_0) = (0{,}04).(10) \;\Rightarrow\; K = 0{,}02\,m = 2\,cm$

Cálculo de la amplitud, $A + X_0 = 6\,cm \;\Rightarrow\; A + 2\,cm = 6\,cm$

despejando, $A = 4m$

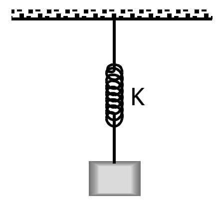
Respuesta: la amplitud en el movimiento armónico simple es $A = 4\ m$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Una aguja de máquina de coser experimenta 60 oscilaciones en 15 segundos Determine la frecuencia y periodo de oscilación.
A) 4 Hz y 0,25 s B) 6 Hz y 0,25 s C) 8 Hz y 0,25 s D) 12 Hz y 0,25 s E) N.A.

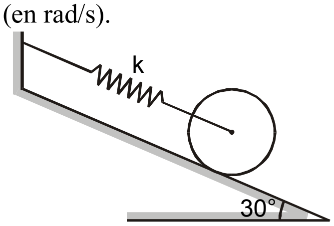
2. Un cuerpo experimenta un M.A.S. con amplitud 20 cm y un periodo de 6 segundos. Si inicia su movimiento desde un extremo, ¿Al cado de cuánto tiempo se encontrará por primera vez a 10 cm de la posición de equilibrio?
A) 4 s B) 3 s C) 2 s D) 1 s E) N.A

3. Se tiene un resorte de rigidez 100 N/m y de ella pende un bloque de 490 gramos. Calcular el periodo de oscilación.



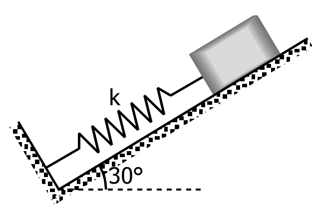
A) 0,44 s B) 0,33 s C) 0,22 s D) 0,55 s E) N.A

4. La figura muestra un rodillo de 4 kg unido a un resorte de rigidez 144 N/m. Calcular la frecuencia angular de oscilación (en rad/s).



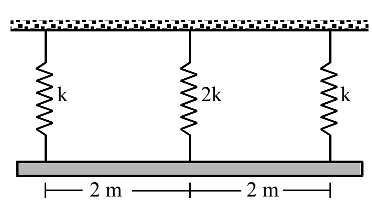
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. La figura muestra un bloque de 1,0 kg unido a un resorte de rigidez 400 N/m. Calcular el periodo de oscilación.



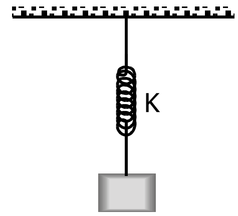
A) 0,314 s B) 0,414 s C) 0,414 s D) 0,214 s E) N.A

6. Se tiene tres resortes donde K = 300 N/m unido a un bloque de 3 kg. Calcular el periodo de oscilación del bloque



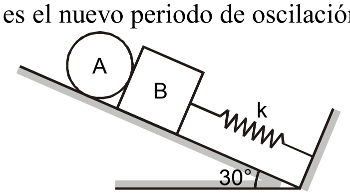
A) 0,44 s B) 0,33 s C) 0,22 s D) 0,314 s E) N.A

7. Un bloque cuelga del extremo de un resorte y oscila verticalmente con un periodo de 2 segundos. Al aumentar la masa del resorte en 1 kg, el nuevo periodo es 4 segundos. ¿Cuál es la masa inicial del bloque?



A) 0,44 kg B) 0,33 kg C) 0,22 kg D) 0,55 kg E) N.A

8. La figura muestra dos cuerpos A = 1 kg y B = 3 kg que oscilan con un periodo de 2 segundos. Si retiramos el bloque A, ¿Cuál es el nuevo periodo de oscilación?



A) 4 s B) 3 s C) 2 s D) 1 s E) N.A

9. La amplitud de oscilación es 60 cm y no hay rozamiento. Sabiendo que la frecuencia angular del sistema es π rad/s, determinar el módulo de la aceleración (en m/s^2) en el instante que la elongación es 42 cm.

A) 4,14 B) 3,52 C) 2,32 D) 1,22 E) 0,12

10. El bloque inicia su movimiento cuando la elongación máxima es 60 cm y no hay rozamiento. Sabiendo que la frecuencia angular del sistema es π rad/s, calcular a qué distancia de la posición de equilibrio se encuentra el bloque de 2 kg en el instante t = 0,25 s.

A) 42 cm B) 52 cm C) 32 cm D) 22 cm E) N.A.

11. Si el sistema formado por un bloque de 3 kg y un resorte de constante elástica 300 N/m se deja en libertad de movimiento siendo la amplitud 2 m. Determinar el módulo de la máxima rapidez (en m/s) que adquiere el bloque. Desprecie el rozamiento entre las superficies.

A) 10 m/s B) 20 m /s C) 30 m/s D) 40 m/s E) 12 m/s

12. El bloque mostrado de 1 kg oscila tal que su amplitud es 30 cm, en el instante que el bloque pasa por la posición de equilibrio es impactada verticalmente por una porción de barro de 3 kg él se adhiere al bloque. Sabiendo que no hay rozamiento, calcular la nueva amplitud del de sistema.
A) 10 cm B) 15 cm C) 20 cm D) 25 cm E) N.A.

13. Si el sistema formado por un bloque de 3 kg y un resorte de rigidez 300 N/m se deja en libertad siendo x = 2 m. Determinar la máxima rapidez que adquiere el bloque durante su movimiento. No hay rozamiento.
A) 10 m/s B) 15 m /s C) 20 m/s D) 25 m/s E) N.A.

14. Si el sistema formado por un bloque y un resorte oscila en un plano horizontal sin rozamiento. Si la energía total del sistema es 40 J, calcular la cantidad de energía cinética del bloque cuando la elongación es la mitad de la amplitud.
A) 10 J B) 20 J C) 30 J D) 40 J E) N.A.

15. Una partícula se mueve en el eje "x" según la ley: $x = 2Cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right)$(m). Calcule la longitud (en m) recorrida por el móvil entre t = 0 y t = 10s.
A) 1 B) 3 C) 4 D) 7 E) 12

16. En M.A.S. la amplitud del movimiento es "A" y tiene un periodo de 18 s. Determine el mínimo tiempo (en s) que emplea en ir desde x = + $\frac{A}{2}$ hasta x = - $\frac{A}{2}$
A) 1 B) 4,5 C) 3 D) 6 E) 9

17. Una partícula de masa 200 gramos oscila sobre una superficie horizontal lisa, unida a un resorte con una amplitud de 80 cm, cuando su estiramiento es 62,1 cm en la dirección +X, su rapidez es 5 m/s. Determine el valor de la constante elástica del resorte (en N/m).
A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 30

18. El bloque se encuentra sujeto a la pared mediante un resorte de rigidez K=200 N/cm. Un proyectil de 200 gramos es disparado horizontalmente con velocidad 250 **i** (m/s) contra el bloque de masa 1,8 kg que inicialmente se encuentra en reposo, sobre un plano que no ofrece rozamiento. Si después del choque el proyectil se adhiere al bloque, determine la amplitud de oscilación del bloque.
A) 5 cm B) 15 cm C) 20 cm D) 25 cm E) N.A.

19. Un resorte con un bloque unido a su extremo, se comprime 10 cm desde su posición de equilibrio y luego se suelta, ejecutando un M.A.S. ¿A qué distancia (en cm) de la posición de equilibrio, el bloque tendrá una aceleración igual a la mitad de la aceleración máxima?

A) 8,7 cm B) 7,8 cm C) 6,9 cm D) 5,0 cm E) 4,3 cm

20. Un bloque de 3 kg se conecta a un resorte de constante elástica 200 N/m. El bloque recibe un impulso con velocidad -12 **i** (m/s) cuando el resorte esta sin estirar. Calcular la amplitud de la oscilación (en m). No hay rozamiento.

A) 2,2 m B) 1,47 m C) 1,25 m D) 1,8 m E) 2,5 m

21. En el instante t = 0 el bloque de 4 kg de suelta de la posición x = +0,2 m. Determine la aceleración en función del tiempo si la constante de elasticidad es 400 N/m.

A) $-20Sen\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)$ B) $-20Sen\left(20t + \frac{3\pi}{2}\right)$ C) $-20Sen\left(10t - \frac{3\pi}{2}\right)$
D) $-10Sen\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)$ E) $20.Sen\left(10t - \frac{\pi}{2}\right)$

22. La amplitud de un oscilador armónico se reduce a la mitad, calcular el cambio producido en su energía total (E, la energía original) y en el periodo (T).

A) 0 ; 0 B) E/2 ; T/2 C) E/4 ; T/4 D) E/4 ; 0 E) 0,75E ; 0

23. Un bloque de 2 kg se mueve bajo la acción de una fuerza variable $F = -K.x$ donde x es la posición (en m), constante elástica K = 200 N/m y amplitud $A = 0{,}2\ m$. Determinar el valor de la velocidad del bloque (en m/s) cuando la elongación es la mitad de la amplitud.
A) 1,4142 B) 0,5 C) 3 D) 1,73 E) 17,3

24. Un oscilador armónico de 0,20 m de amplitud tiene una velocidad de 4,00 m/s cuando pasa por su punto de equilibrio ¿Cuál es su periodo (en s)?
A) $\frac{\pi}{10}s$ B) $\frac{\pi}{5}s$ C) $\frac{\pi}{7}s$ D) $\frac{\pi}{2}s$ E) $\pi\ s$

25. El movimiento del pistón de un motor es armónico y su amplitud es de 10 cm. Si su aceleración máxima es 40 cm/s^2 ¿Cuál es su periodo?
A) 2π s B) π /2 C) π D) π /3 E) 4π

26. Un cuerpo realiza M.A.S. Si parte desde la posición extrema y tarda 1,0 segundo para llegar al punto de equilibrio por primera vez. ¿Determinar su velocidad angular?
A) $\frac{\pi}{3}s$ B) $\pi\, s$ C) $\frac{\pi}{4}s$ D) $2\pi\, s$ E) $\frac{\pi}{2}s$

27. Un cuerpo realiza un M.A.S. Si parte desde la posición extrema y tarda 6 segundos para pasar por segunda vez por el punto de equilibrio. Calcular el valor de la velocidad angular (en rad/s)
A) 8 B) 5 C) 6 D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

28. Calcular el periodo (en segundos) del bloque que tiene M.A.S. Si se sabe que la relación entre la máxima aceleración y su máxima velocidad es, $4\pi\ \frac{rad}{s}$
A) 0,6 s B) 0,5 C) 0,65 D) 0,8 E) 2,0

29. Un bloque de 200 gramos cuelga de un resorte cuya constante es 20 N/m. El bloque es jalado hacia abajo 10 cm a partir de su posición de equilibrio, el tiempo que tarda es pasar por el punto de equilibrio por primera vez, luego de ser soltado es:
A) $\frac{\pi}{20}\ s$ B) $\frac{\pi}{10}\ s$ C) $\frac{\pi}{5}\ s$ D) $\pi\, s$ E) $2\pi\, s$

30. Un cuerpo de 2 kg está suspendido de un resorte, si se le aplica una fuerza adicional de 10 N, el resorte se alarga 5 cm. ¿Cuál es el periodo de oscilación, si se suelta?
A) $\frac{\pi}{2}\ s$ B) $\frac{\pi}{10}\ s$ C) $\frac{\pi}{3}\ s$ D) $\frac{\pi}{4}\ s$ E) $\frac{\pi}{5}\ s$

31. Un sistema oscila armónicamente con un periodo de oscilación de 2 segundos y una amplitud de 0,4 metros. Determinar la ecuación del movimiento respecto a su posición de equilibrio para cualquier instante "t" considere ángulo de fase inicial 30°.

A) $X(t) = 0{,}4.Cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)m$ B) $X(t) = 0{,}4.Sen\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)m$

C) $X(t) = 0{,}4.Cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)m$ D) $X(t) = 0{,}4.Sen\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)m$

E) $X(t) = 0{,}4.Cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)m$

32. Un cuerpo realiza un M.A.S. cuya posición esta dada por la ecuación: $X(t) = 0{,}5.Sen\left(\pi.t + \frac{\pi}{2}\right)m$ Determinar el valor de la aceleración máxima.

A) $\frac{\pi^2}{2}\left(\frac{m}{s^2}\right)$ B) $\frac{\pi^2}{4}$ C) $\frac{\pi^2}{3}$ d) π^2 E) 2

33. Un cuerpo acoplado a un resorte desarrolla un M.A.S. con periodo de π segundos y amplitud de 0,10 m. Calcular el valor de su velocidad cuando $x = 0{,}08\,m$

A) $0{,}12\left(\frac{m}{s}\right)$ B) 0,15 C) 0,18 D) 15 E) 12

34. Si la ecuación: $X(t) = 0{,}4\,Sen\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)m$ representa la elongación de un oscilador armónico de 5 kg. Hallar la energía total del sistema para cualquier instante.

A) 1,2 J B) 1,5 C) 1,6 D) 2 E) 1,8

35. ¿A que es igual la relación entre la energía cinética de un punto que vibra con M.A.S. y su energía potencial en el momento que la elongación sea igual a la mitad de la amplitud?

A) 2 B) 5 C) 8 D) 3 E) 4

36. Un bloque de 20 kg, efectúa un M.A.S. de 12 m de amplitud y 24 segundos de periodo ¿Qué energía cinética tendrá después de los tres primeros segundos? El movimiento se inicia en la posición extrema (π^2 = g)

A) 50 J B) 60 C) 42 D) 65 E) 49,35

37. ¿Cuánto tiempo transcurrirá desde el comienzo del movimiento vibratorio hasta que el cuerpo vibrante tenga una elongación igual a la mitad de la amplitud? El periodo es de 24 segundos y el movimiento se inicia en el punto de equilibrio.

A) 2 s B) 3 C) 4 D) 5 E) 1

38. Un bloque se halla suspendido de un resorte, si jalando al bloque, el resorte es estirado 10 cm más, luego lo soltamos. Determinar la ecuación que define la posición del movimiento, si su periodo es 1,0 segundo.

A) $X(t) = 10.Sen(2\pi t)\ cm$ B) $X(t) = 10.Cos(\pi t)\ cm$ C) $X(t) = 10.Cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)\ cm$

D) $X(t) = 10.Cos(2\pi t)\ cm$ E) $X(t) = 10.Cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)\ cm$

39. Un bloque se encuentra sobre el plano horizontal el cuál está oscilando armónicamente con 0,5 Hz. Si el coeficiente de rozamiento estático es 0,6. Hallar la máxima amplitud que puede tener el movimiento sin que el bloque deslice (g = π^2)

A) 0,2 m B) 0,4 C) 0,5 D) 0,3 E) 0,6

40. Respecto del M.A.S señale la veracidad (V) o falsedad de las siguientes proposiciones:
I) Para un mismo sistema masa-resorte las oscilaciones verticales y horizontales tienen la misma frecuencia.
II) Un sistema masa resorte que realiza un M.A.S. se lleva a un planeta de mayor aceleración de la gravedad que en la Tierra. En este planeta la frecuencia del M.A.S. se incrementa.
III) Las oscilaciones en el M.A.S. se consideran respecto al estado no deformado del resorte.
A) VVF B) VVV C) FFF D) VFF E) VFV

41. ¿Después de que intervalo de tiempo (en s) de empezado el M.A.S. de una partícula, su elongación equivale a los cuatro quintos de la amplitud de su movimiento? Se sabe que el periodo del M.A.S. es de 54 s y considere que la partícula inicia su movimiento cuando su elongación es máxima. Considere: $arcCos(0,8 rad) = 0,64$
A) 1,1 B) 2,2 C) 3,3 D) 4,4 E) 5,5

42. Un bloque de 0,02 kg efectúa un M.A.S. de 12 cm de longitud y 24 s de periodo: Si inicialmente el bloque se encuentra en una posición extrema. ¿Cuál será su energía cinética (en μ J) después de los 3 primeros segundos de su movimiento?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

43. Determinar el periodo (en s) de un MAS, si la relación entre la máxima aceleración y la máxima velocidad es 4π.
A) 0,4 B) 0,5 C) 0,6 D) 0,7 E) 0,8

44. Una partícula efectúa un movimiento armónico simple con una amplitud de 3 cm. ¿En qué posición desde el punto medio de su movimiento, su rapidez es igual a la mitad de su rapidez máxima?
A) $1,5\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $0,5\sqrt{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

45. Una partícula de masa 0,32 kg está oscilando en el extremo del resorte, con 0,25 m de amplitud se encuentra en la posición de equilibrio (x = 0) cuando t = 0 s, moviéndose en dirección de +X y cuando t = 0,12 segundo está en x = 0,2 m. Calcule la constante elástica del resorte (en N/m).
A) 1,89 B) 3,62 C) 18,9 D) 36,2 E) 200

46. En el sistema masa-resorte la energía cinética máxima es de 5 J. Si se duplicara la masa del bloque sin cambiar el resorte y se mantuviera la amplitud, ¿cuánto valdría (en J) la máxima energía cinética?
A) $2{,}5\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $10\sqrt{2}$ D) 5 E) 10

47. Un bloque de 0,2 kg fija al extremo de un resorte de constante elástica K = 1 N/m se suelta partiendo del reposo, cuando t = 0 s desde una posición de estiramiento máximo. Después de 0,5 se mide la velocidad y resulta -1,5 **i** m/s. Determine la energía total del sistema en joule.
A) 0,17 B) 0,27 C) 0,47 D) 0,32 E) 0,57

48. Un bloque de masa M unido a un resorte de constante elástica K se mueve horizontalmente con una amplitud A. Determine la relación $\frac{E_1}{E_2}$ donde E_1 es la energía del sistema bloque-resorte cuando de deja caer una masilla pegajosa de masa 0,5M justo cuando el bloque llega a uno de los extremos de su movimiento y E_2 es la energía cuando la masilla se deja caer cuando el bloque pasa por el punto de equilibrio. La masilla se suelta de una altura muy pequeña.
A) 1,5 B) 2 C) 0,5 D) 2,5 E) 3

49. Un cuerpo de masa "m" realiza un MAS. Cuando pasa por la posición de equilibrio se coloca sobre el otro cuerpo de masa "3m", sin introducir fuerza considerable al sistema. Determine como cambia (en %) la amplitud de las oscilaciones.
A) +20 % B) -20% C) +50% D) -50% E) -25%

50. Un bloque de masa "m" oscila en el extremo de un resorte con un periodo de 2 s, en un plano horizontal. Si al bloque se le agrega 2 kg su nuevo periodo de oscilación es de 3 s. Determine la masa "m" (en kg) del bloque.
A) 4 B) 0,5 C) 1 D) 2 E) Ninguna anterior

51. Una partícula de masa "m" unida al extremo del resorte se mueve con M.A.S. de acuerdo a la ecuación: $x = 0{,}5Sen(\omega t + \delta)$ en donde "x" se mide en metros y "t" en segundos. Cuando t = 0, l segundo la partícula se encuentra en el origen con una velocidad de -5 **i** (m/s). Si la energía total del movimiento es de 5 J, determinar la fase inicial "δ" y la masa "m".
A) $0{,}5\pi$ y 0,2 kg B) π y 0,4 kg C) 2π y 0,6 kg
D) $0{,}1\pi$ y 0,8 kg E) $1{,}5\pi$ y 0,4 kg

52. La rapidez máxima de un bloque de masa "m" unida a un resorte es de 0,415 m/s, mientras que la aceleración máxima es de $1{,}66\, m/s^2$, ¿cuál es aproximadamente el desplazamiento máximo del bloque?
A) 4 B) 0,5 C) 1 D) 2 E) Ninguna anterior

53. Un objeto de 10 kg de masa está ligado a un resorte de constante elástica 40 N/m. Durante su movimiento pasa por la posición de equilibrio con rapidez de 0,5 m/s. Determinar la amplitud del movimiento:
A) 4 B) 0,5 C) 1 D) 2 E) Ninguna anterior

54. Un bloque de masa 3 kg atado a un resorte oscila con amplitud de 4 cm y periodo de 2 s. Hallar el valor aproximado de las energías cinética y potencial máximas.
A) 24 mJ B) 35 mJ C) 18 mJ D) 20 mJ E) 30 mJ

55. Una partícula describe una trayectoria circunferencial de 0,5 m de radio con velocidad angular constante de módulo 8 rad/s. La circunferencia tiene su centro en el origen de coordenadas y a partícula se encuentra inicialmente (t = 0) sobre el eje "x" positivo. Hallar la ecuación de la proyección sobre el eje "x" de la posición de la partícula.

A) $x = 0,5Cos(8t)$ B) $x = 2Cos(8t)$ C) $x = 0,5Sen(8t)$
D) $x = 2Sen(8t)$ E) Ninguna anterior

56. Una partícula se mueve en el eje "x" según la ley: X = $2\text{Cos}\left(\frac{\pi t}{6} - \frac{\pi}{3}\right)$ (m). Determine la longitud (en m) recorrida por el móvil entre t = 0 y t = 10s.

A) 3 B) 1 C) 4 D) 7 E) 12

57. En un M.A.S. la amplitud del movimiento es A y tiene un periodo de 18 segundos. Determine el mínimo tiempo (en s) que emplea la partícula en ir desde $X = +\frac{A}{2}$ hasta $X = -\frac{A}{2}$.

A) 1 B) 4,5 C) 3 D) 6 E) 9

58. Una partícula de masa 200 gramos oscila sobre una superficie horizontal lisa, unida a un resorte con una amplitud de 80 cm cuando su estiramiento 62,1 cm en la dirección +X, el módulo de su velocidad es 5 m/s. Determine el valor de la constante elástica del resorte en N/m:

A) 5 B) 20 C) 2 D) 10 E) $5\sqrt{2}$

59. Un bloque de masa 1 kg se encuentra desarrollando un M.A.S. unido a un resorte de constante K = $400\pi^2$ N/m. Determine la energía mecánica del oscilador (en J), si para t = 0,11 segundo su posición es X = 0,12 m y la rapidez V = 10,2 m/s.

A) $8\pi^2$ B) $6\pi^2$ C) $4\pi^2$ D) $2\pi^2$ E) π^2

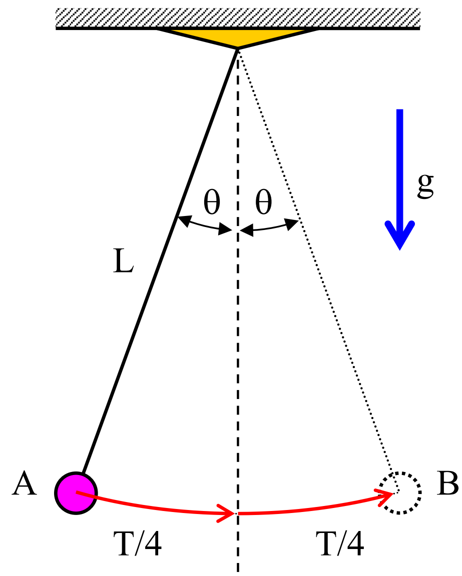
60. Una partícula efectúa un movimiento armónico simple a lo largo de una línea horizontal con 0,2 m de amplitud y $0,4\pi$ segundos de periodo. Determine el módulo de la velocidad (en m/s) en el instante que la partícula se encuentra en $x = 0,1m$ (**x** es medido a partir de la posición de equilibrio).

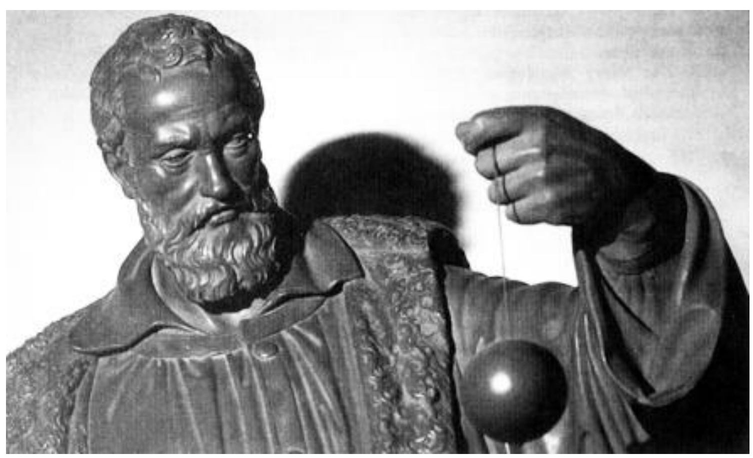
A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\sqrt{5}$

PÉNDULO SIMPLE

"Si he podido ver lejos fue porque me paré sobre hombros de gigantes".

ISAAC NEWTON

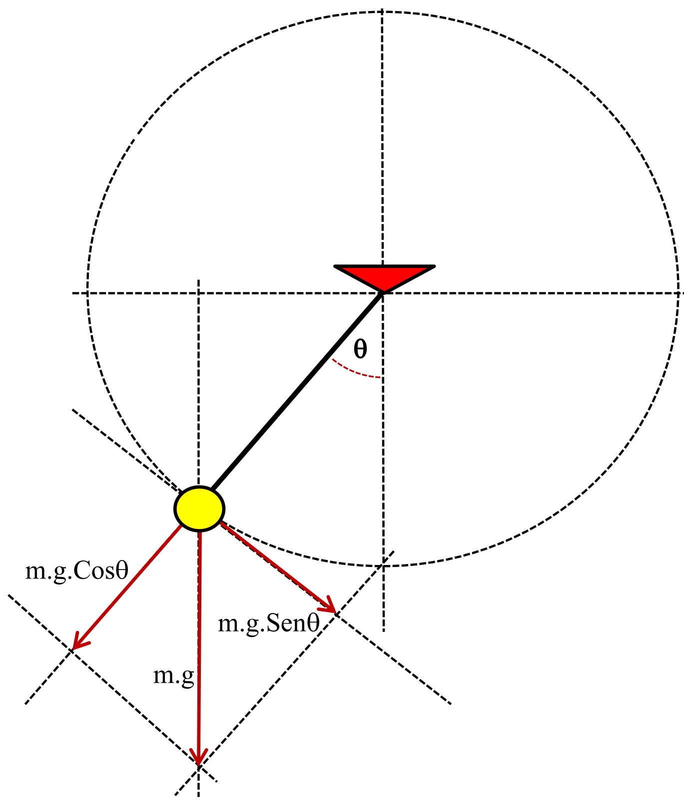




GALILEO GALILEI (1564-1642) fue un grande entre los gigantes. Se le suele recordar como el fundador del método experimental de la física; su imagen va asociada con la del telescopio y el plano inclinado, con los instrumentos que diseñó y armó para observar y medir. También es famosa su polémica con los aristotélicos de su tiempo que se limitaban a citar a los clásicos y pensar cómo debían ser los movimientos de los cuerpos, en vez de observarlos. Por último, ¿quién no conoce la anécdota del atrevido maestro arrojando dos cuerpos de diferente peso desde la Torre de Pisa? (Anécdota probablemente apócrifa pero, como dicen los italianos, *Se non è vero... è ben trovatto!)*

1. CONCEPTO. es aquel sistema constituido por un a espera pequeña de masa "m" suspendida de un hilo inextensible, que debe oscilar debido al campo de gravedad alrededor de su posición de equilibrio con un movimiento armónico simple aproximadamente.

Para determinar la causa de las oscilaciones realizamos el diagrama del cuerpo libre de la masa pendular.



Identificamos la fuerza recuperadora, como la componente de la fuerza de gravedad tangente a la circunferencia.

$$F = mg.Sen\theta \ldots (1)$$

La aceleración en el movimiento armónico simple: $\vec{a}(t) = -\omega^2.\vec{x}$

La aceleración y la posición siempre tienen direcciones opuestas, es decir son paralelos y sentidos contrarios.

Reemplazamos en la segunda ley de Newton tenemos que:

$$F = m.a$$

$$mg.Sen\theta = m.\omega^2 x \ldots (2)$$

para amplitudes pequeñas la medida del ángulo θ tiende al valor de $Sen\theta$:

$$x = \theta L = Sen(\theta).L \ldots (3)$$

reemplazando (3) en (2) tenemos:

$$mg.Sen\theta = m.\omega^2.Sen\theta.L$$

simplificando tenemos:

$$g = \omega^2.L \ldots (4)$$

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}.L$$

despejando el periodo tenemos que:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \ \ldots (5)$$

la frecuencia de oscilación del péndulo es:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} \ \ldots (6)$$

2. **POSICIÓN ANGULAR.** Ecuación del movimiento:

$$\theta = \theta_0.Sen(\omega.t + \phi) = \theta_0.Sen\left(\frac{2\pi}{T}.t + \phi\right)$$

θ_0 es el máximo desplazamiento angular. T es el periodo de oscilación del péndulo.

Ecuación del movimiento: $\theta = \theta_0.Sen\left(\frac{2\pi}{T}.t\right)$

3. **VELOCIDAD ANGULAR**. La velocidad angular dado por:

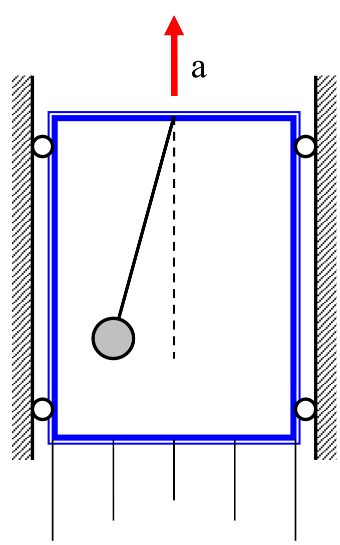
$$\Omega(t) = -\omega \bullet \theta_0 \bullet Sen(\omega.t)$$

Donde ω es la frecuencia angular, cuyo valor es constante.
El máximo valor de la velocidad angular es, $\Omega_{MAX} = \omega \bullet \theta_0$

4. **Periodo de un péndulo en un sistema acelerado:** Si un péndulo se encuentra dentro de un sistema acelerado, el periodo de oscilación depende del módulo de la gravedad efectiva:

5. $$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{efectiva}}} \ \ldots (7)$$

Veamos algunos casos particulares:



a) Si el péndulo se encuentra suspendido en el techo de un ascensor que sube con aceleración constante de modulo “a”:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}} \ \dots (8)$$

b) Si el péndulo se encuentra suspendido en el techo de un ascensor que baja con aceleración constante de modulo “a”:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}} \ \dots (9)$$

c) Si el péndulo se encuentra suspendido en el techo de un ascensor que baja con aceleración constante y luego adquiere aceleración de modulo “a = g”. El periodo del péndulo se hace infinito. El péndulo llegará a su estado de imponderabilidad, es decir el péndulo queda inmovilizado con relación al ascensor, cuando esta se encuentra en la posición extrema. Pero si el ascensor adquiera una aceleración a = g hacia abajo cuando el péndulo **no** está en su posición extrema, entonces la esfera girará uniformemente unido al hilo en un plano vertical con la rapidez que tenía en ese instante en que el ascensor adquiere a = g.

d) Si el péndulo se encuentra suspendido en el techo de un ascensor que sube o que baja con ***velocidad constante*** es decir aceleración nula, su periodo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \ \dots (10)$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: Un péndulo oscila en un plano vertical con el periodo de 0,2 segundos. Al aumentar la longitud de la cuerda en 25 cm, el nuevo periodo es de 3,0 segundos. ¿Cuál es la longitud inicial de la cuerda?

Resolución

El periodo de oscilación es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la cuerda:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{L_1}{L_2}$$

Reemplazando lo datos: $\dfrac{2^2}{3^2} = \dfrac{L}{L+25} \quad \Rightarrow \quad L = 20\ cm$

Respuesta: la longitud inicial de la cuerda es 20 centímetros.

EJEMPLO 02: El peso de un objeto en la Luna es 1/6 de su peso en la Tierra. Si un reloj de péndulo que hace tick una vez por segundo en la Tierra se lleva a la Luna, en dicho lugar el reloj hará tick cada: (Examen UNI 2006- II)

A) $\frac{1}{6}$ s B) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ s C) 1 s D) $\sqrt{6}$ s E) 6 s

Resolución

La aceleración de la gravedad en la Luna es la sexta parte de la aceleración de la gravedad en la Tierra. El periodo de oscilación es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la cuerda:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{g_2}{g_1}$$

Reemplazando lo datos: $\dfrac{1^2}{T_L^2} = \dfrac{\frac{g}{6}}{g} = \dfrac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad T_L = \sqrt{6}\ s$

Respuesta: el periodo en la Luna es $\sqrt{6}\ s$.

EJEMPLO 03: Un péndulo de longitud 3 m oscila en un plano vertical, se encuentra suspendido en el techo de un ascensor. Si el ascensor sube con aceleración 2,2 **j** (m/s^2), determinar el periodo de oscilación (en s).

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

RESOLUCIÓN

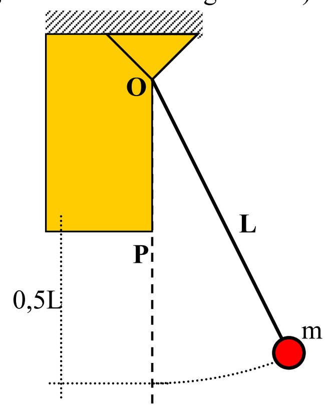
Si el péndulo se encuentra suspendido en el techo de un ascensor que sube con aceleración constante de modulo “a”:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}} \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{3}{9{,}8+2{,}2}}$$

Resolviendo: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{1}{4}} = \pi\ s$

Respuesta: el periodo del péndulo simple es $\pi\ s$.

EJEMPLO 04: Uno de los extremos de la cuerda de longitud L esta fijo en el punto O y el otro está unido una esfera de masa "m" como se muestra en la figura. La esfera está oscilando de tal manera que cuando la cuerda está en la posición vertical un obstáculo P produce un cambio de giro de la esfera. Si el sistema (cuerda esfera) se comporta en todo momento como un péndulo simple, el periodo de las oscilaciones de la esfera en: (g: aceleración de la gravedad)



Para el problema 04

A) $2{,}71\,\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ B) $1{,}7\,\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ C) $0{,}7\,\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ D) $\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ E) N. A.

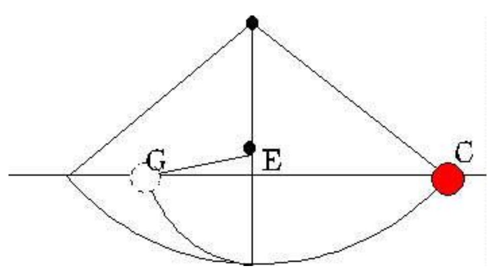
RESOLUCIÓN

Se muestra un péndulo compuesto de longitudes L y L/2.

$$T=\pi\sqrt{\frac{L}{g}}+\pi\sqrt{\frac{0{,}5L}{g}} \quad\Rightarrow\quad T=\pi\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right).\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Respuesta: El periodo del péndulo compuesto es; $T=1{,}7\pi.\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

EJEMPLO 05: Se muestra un péndulo que oscila en un plano vertical. Determine el periodo del péndulo compuesto, sabiendo que el clavo en el punto E divide a la cuerda de longitud L = 25 cm en dos partes iguales. ($g = \pi^2$ m/s^2)



A) 0,85 s B) 0,95 s C) 1,0 s D) 1,1 s E) 1,2 s

RESOLUCIÓN

Se muestra un péndulo compuesto de longitudes L=25 cm= 0,25 m y L/2. El valor de la aceleración de la gravedad es, $g=\pi^2$

$$T=\pi\sqrt{\frac{L}{g}}+\pi\sqrt{\frac{0,5L}{g}} \quad \Rightarrow \quad T=\pi\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right).\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Reemplazando valores, $T=\pi\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right).\sqrt{\frac{0,25}{\pi^2}}=0,85\ s$

Respuesta: El periodo del péndulo compuesto es; $T=0,85\ s$

EJEMPLO 06: Un péndulo oscila en plano vertical con periodo 2 segundos. Al aumentar la cuerda en 25 cm el nuevo periodo es 3 segundos. ¿Cuál es la longitud inicial de la cuerda (en cm)?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 10

RESOLUCIÓN

El periodo de oscilación es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la cuerda:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T^2}{L}=\frac{4\pi^2}{g}=cons\tan te$$

$$\frac{(T_1)^2}{L_1}=\frac{(T_2)^2}{L_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{(2s)^2}{x}=\frac{(3s)^2}{x+25\,cm}$$

Despejando tenemos: $x=20\ cm$

Respuesta: la longitud inicial de la cuerda es 20 centímetros.

EJEMPLO 07: Un péndulo oscila en plano vertical con periodo 2 segundos. Al aumentar la cuerda en 70 cm el nuevo periodo es 3 segundos. ¿Cuál es la longitud inicial de la cuerda (en cm)?

A) 90 B) 80 C) 70 D) 60 E) 56

RESOLUCIÓN

El periodo de oscilación es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la cuerda:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T^2}{L}=\frac{4\pi^2}{g}=cons\tan te$$

$$\frac{(T_1)^2}{L_1}=\frac{(T_2)^2}{L_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{(2s)^2}{x}=\frac{(3s)^2}{x+70\,cm}$$

Despejando tenemos: $x=56\ cm$

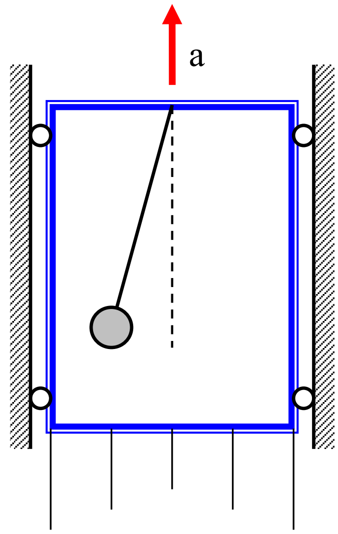
Respuesta: la longitud inicial de la cuerda es 56 centímetros.

EJEMPLO 08: Un péndulo de longitud 3 m oscila en un plano vertical, se encuentra suspendido en el techo de un ascensor. Si el ascensor sube con aceleración 2,2 (m/s^2), determinar el periodo de oscilación (en s).

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

RESOLUCIÓN

El periodo de oscilación es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la cuerda. El periodo de oscilación es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la gravedad local o efectiva.



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g+a}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{3}{9{,}8+2{,}2}} = \pi \ s$$

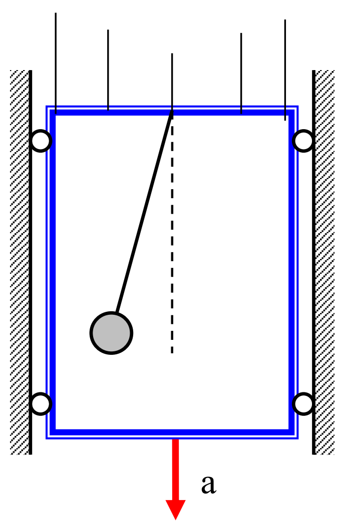
Respuesta: el periodo de oscilación es $\pi \ s$

EJEMPLO 09: Un péndulo de longitud 2 m oscila en un plano vertical, se encuentra suspendido en el techo de un ascensor. Si el ascensor baja con aceleración -1,8 **j** (m/s^2), determinar el periodo de oscilación (en s).

A) $\frac{\pi}{2} s$ B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

RESOLUCIÓN

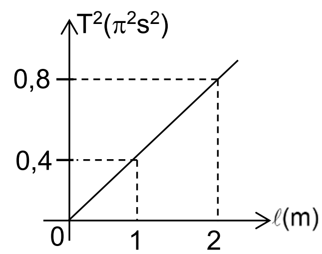
El periodo de oscilación es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la cuerda. El periodo de oscilación es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la gravedad local o efectiva.



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{9{,}8-1{,}8}} = \frac{\pi}{2}\ s$$

Respuesta: el periodo de oscilación es $\frac{\pi}{2}\ s$

EJEMPLO 10: La gráfica muestra como varía el (periodo)^2 de un péndulo simple con su longitud, en la superficie de la Tierra. ¿En cuánto varía el periodo de un péndulo de 0,4 m de longitud que oscila en un planeta donde $g = 6{,}4\ m/s^2$, respecto del periodo en la Tierra?



A) 0,1π B) 0,2π C) 0,3π D) 0,4π E) 0,5π

RESOLUCIÓN

PRIMER PASO: El periodo del péndulo es, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T^2}{L} = \frac{4\pi^2}{g} = \frac{0{,}8\pi^2}{2} = 0{,}4\pi^2$

Cálculo de periodo para $L = 0{,}4\ m$

En la tierra: $\frac{(T_{TIERRA})^2}{0{,}4\ m} = 0{,}4\pi^2 \Rightarrow T_{TIERRA} = 0{,}4\pi\ s$

SEGUNDO PASO: En otro planeta, $\frac{T^2}{L} = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow \frac{(T_{PLANETA})^2}{0{,}4} = \frac{4\pi^2}{6{,}4}$

Simplificando, $T_{PLANETA} = \frac{\pi}{2}\ s = 0{,}5\pi\ s$

Respuesta: varía el periodo en $0{,}1\pi\ s$

EJEMPLO 11: En cierto planeta, un péndulo de 2 m de longitud oscila de acuerdo a la siguiente ecuación: $\theta = \frac{\pi}{15} Sen(0,4\pi t)$ donde "t" está en segundos y θ en radianes. Calcule la aceleración de la gravedad (en m/s^2) en dicho planeta, considerando $\theta < 10°$.

A) $0{,}12\,\pi$ B) $0{,}16\,\pi^2$ C) $0{,}24\,\pi^2$ D) $0{,}32\,\pi^2$ E) $0{,}64\,\pi^2$

RESOLUCIÓN

I. Ecuación del movimiento: $\theta = \theta_0 .Sen\left(\frac{2\pi}{T}.t\right)$

Comparando las ecuaciones: $\frac{2\pi}{T} = 0{,}4\pi \Rightarrow T = 5\ s$

II. El periodo del péndulo es, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\dfrac{L}{g}$

Reemplazando: $5^2 = 4\pi^2\dfrac{(2)}{g} \Rightarrow g = 0{,}32.\pi^2\left(\dfrac{m}{s^2}\right)$

Respuesta: el valor de la aceleración de la gravedad es, $0{,}32.\pi^2\left(\dfrac{m}{s^2}\right)$

EJEMPLO 12: En Un péndulo simple de 0,25 m de longitud oscila con una amplitud de 12º. Si el movimiento pendular se estudia desde que su posición angular es de 6º, escriba la ecuación de θ en función del tiempo. $\left(g = \pi^2\, m/s^2\right)$

A) $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Cos\left(2\pi.t + \dfrac{\pi}{3}\right)$ B) $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Cos\left(2\pi.t - \dfrac{\pi}{3}\right)$ C) $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Cos\left(2\pi.t + \dfrac{\pi}{6}\right)$

D) $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Cos\left(2\pi.t - \dfrac{\pi}{6}\right)$ E) $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Sen\left(2\pi.t + \dfrac{\pi}{6}\right)$

RESOLUCIÓN

I. El periodo del péndulo es, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}25}{\pi^2}}\, s = 1$

II. Ecuación del movimiento: $\theta = \theta_0.Cos\left(\dfrac{2\pi}{T}.t + \phi\right) = \theta_0.Cos(2\pi.t + \phi)$

La amplitud del movimiento es, $\theta_0 = 12°.\dfrac{\pi}{180°} = \dfrac{\pi}{15}\, rad$

Reemplazando los datos en para t=0 s, $\theta = \theta_0.Cos(2\pi.t + \phi)$

$$6° = 12°.Cos(\phi) \Rightarrow Cos\phi = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{3}\, rad$$

Respuesta: la ecuación del movimiento es $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Cos\left(2\pi.t + \dfrac{\pi}{3}\right)$

EJEMPLO 13: La posición angular de un péndulo simple está dado por $\theta = 0{,}1\,\pi\, Sen\left(2\pi\, t + \dfrac{7\pi}{4}\right) rad$. Halle la velocidad de la lenteja (en m/s) en el instante $t = 0{,}25\ s$. $\left(g = \pi^2\ \dfrac{m}{s^2}\right)$

A) 0,35 B) 0,88 C) 0,9 D) 0,95 E) 1

RESOLUCIÓN

I. Ecuación del movimiento: $\theta = \theta_0.Sen(\omega.t + \phi) = \theta_0.Sen\left(\dfrac{2\pi}{T}.t + \phi\right)$

La amplitud del movimiento es, $\theta_0 = 0{,}1\pi\ rad = 18°$

El valor de la velocidad angular es, $\omega = 2\pi\ \dfrac{rad}{s}$

II. El periodo del péndulo es, $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\ s$

El periodo del péndulo es, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$

Reemplazando: $1^2 = 4\pi^2 \frac{L}{\pi^2} \Rightarrow L = 0{,}25\ m$

III. La velocidad angular es, $\omega(t) = \theta_0.\omega.Cos(\omega.t + \phi)$

Reemplazando, $\omega(t = 0{,}25\,s) = (0{,}1\pi).(2\pi).Cos\left(2\pi.\frac{1}{4} + \frac{7\pi}{4}\right)$

$$\omega(t = 0{,}25\,s) = 0{,}2\pi^2.Cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) = 0{,}1\pi^2\sqrt{2}\ \frac{rad}{s}$$

El valor de la velocidad tangencial es, $V = \omega.L = 0{,}35\left(\frac{m}{s}\right)$

Respuesta: el valor de la velocidad angular es, $0{,}35\ \frac{m}{s}$

EJEMPLO 14: La rapidez angular con el que oscila un péndulo simple está dado por $\omega(t) = \pi.Cos(2\pi\,t)\ \frac{rad}{s}$, halle la máxima tensión (en N) en la cuerda que sostiene la masa $m = 2\ kg$. $\left(g = \pi^2\ \frac{m}{s^2}\right)$

A) 12 B) 15 C) 20 D) 25 E) 45

RESOLUCIÓN

I. La velocidad angular es, $\omega(t) = \theta_0.\omega.Cos(\omega.t)$

Comparando, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow T = 1\ s$

El periodo del péndulo es, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$

Reemplazando: $1^2 = 4\pi^2 \frac{L}{\pi^2} \Rightarrow L = 0{,}25\ m$

II. Cálculo de la amplitud, comparando, $\theta_0.\omega = \pi \Rightarrow \theta_0.2\pi = \pi$

$$\theta_0 = \frac{1}{2}\ rad$$

III. En la posición de equilibrio, la velocidad tangencial es máxima,

$$V(\max) = \theta_0.L = \frac{1}{2}.(0{,}25\ m) = \frac{1}{8}\left(\frac{m}{s}\right)$$

IV. La fuerza centrípeta, $F_C = m.\frac{V^2}{L} = f_{TENSION} - m.g$

Reemplazando, $2.\dfrac{\left(\frac{1}{8}\right)^2}{0,25} = f_{TENSION} - 2.\pi^2$

Respuesta: la máxima tensión en la cuerda es, $19,86\ N$

EJEMPLO 15: Un péndulo simple con amplitud de θ_0 radianes. Si en $t = 0s$ la partícula se encuentra en $+\theta_0$ radianes. Determine que fracción de periodo T emplea la masa del péndulo en pasar desde $+\dfrac{\theta_0}{2}$ hasta $-\dfrac{\theta_0}{2}$, por primera vez; considere que es un M.A.S.

A) $\dfrac{T}{12}$ B) $\dfrac{T}{6}$ C) $\dfrac{T}{5}$ D) $\dfrac{T}{4}$ E) $\dfrac{T}{3}$

RESOLUCIÓN

Cuando el cuerpo sale de uno de los extremos, la ecuación del movimiento es:

$$\theta = \theta_0.Cos\left(\frac{2\pi}{T}.t\right) = \theta_0.Cos(2\pi.t)$$

$$\frac{\theta_0}{2} = \theta_0.Cos\left(\frac{2\pi}{T}.t\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = Cos\left(\frac{2\pi}{T}.t\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{T}.t = \frac{\pi}{3}$$

$t = \dfrac{T}{6}$ le falta para llegar a la posición de equilibrio, $\dfrac{T}{4} - \dfrac{T}{6} = \dfrac{T}{12}$

Respuesta: el intervalo de tiempo empleado es, $\Delta t = \dfrac{T}{6}$

EJEMPLO 16: La posición angular de un péndulo simple está dado por $\theta = 0,1\pi \bullet Sen\left(2\pi \bullet t + \dfrac{7\pi}{4}\right)\ rad$. Calcule la velocidad de la lenteja en el instante $t = 0,25\ s$

RESOLUCIÓN

La fórmula general de la posición angular es:

$$\theta = \theta_0.\bullet Sen\left(\frac{2\pi}{T}.t + \delta\right) = \theta_0 \bullet Sen(\omega.t + \delta)$$

$\theta = 0,1\pi \bullet Sen\left(2\pi + \dfrac{7\pi}{4}\right)\ rad$ identificando: $\omega = 2\pi\ \dfrac{rad}{s}$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ entonces el periodo es $T = 1\ s$

La fórmula general del periodo es: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}} \quad \Rightarrow \quad 1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{R}{\pi^2}}$

La longitud de la cuerda, igual al radio de giro es, $R = 0,25\ m$

La velocidad angular se obtiene aplicando la derivada respecto del tiempo:

$$\Omega(t) = \theta_0 . \bullet \omega . \bullet Cos(\omega . t + \delta)$$

Reemplazando para:

$$t = 0,25\ s$$

$$\Omega(t) = 0,1\ \pi \bullet 2\pi \bullet Cos\left(2\pi \bullet t + \frac{7\pi}{4}\right)$$

$$\Omega(t) = 0,12\ \pi^2 \bullet Cos\left(2\pi \bullet 0,25 + \frac{7\pi}{4}\right)$$

$$\Omega = 0,12\ \pi^2 \bullet Cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\ \frac{rad}{s}$$

La velocidad angular en el instante 0,25 segundo es:

$$V = \omega \bullet t \quad \Rightarrow \quad V = \sqrt{2}.\frac{1}{4} = 0,35\ m.s^{-1}$$

Respuesta: la velocidad tangencial es $0,35\ m.s^{-1}$

EJEMPLO 17: En cierto planeta un péndulo de 2 metros de largo oscila de acuerdo a la siguiente ecuación $\theta = \frac{\pi}{15} \bullet Sen(0,4\pi \bullet t)\ rad$. Determine la aceleración de la gravedad en ese planeta.

RESOLUCIÓN

La fórmula general de la posición angular es:

$$\theta = \theta_0 . \bullet Sen\left(\frac{2\pi}{T}.t\right) = \theta_0 \bullet Sen(\omega . t)$$

$\theta = \frac{\pi}{15} \bullet Sen(0,4\pi \bullet t)\ rad$ identificando: $\omega = 0,4\pi\ \frac{rad}{s}$

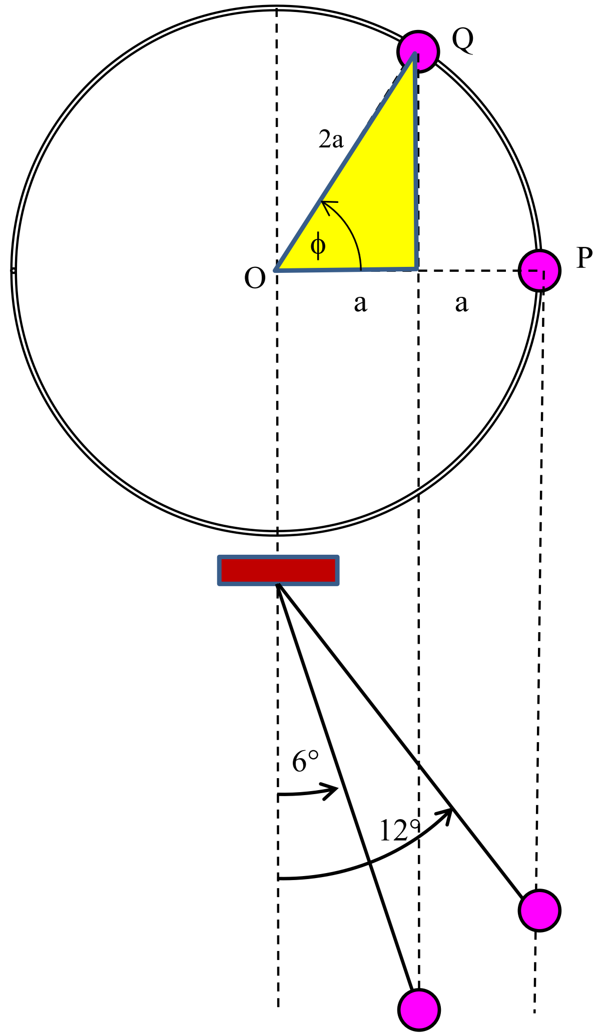
$\omega = \frac{2\pi}{T} = 0,4\pi$ entonces el periodo es $T = 5\ s$

La fórmula general del periodo es: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \Rightarrow \quad 5 = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$

Despejando: $g = 0,32\pi^2\ \frac{m}{s^2}$

Respuesta: la aceleración de la gravedad es $3,16\frac{m}{s^2}$

EJEMPLO 18: Un péndulo simple de 1 metro de largo oscila con amplitud de 12°. Si el movimiento pendular se estudia desde que su posición angular es 6°, escriba la ecuación de θ en función del tiempo.



RESOLUCIÓN

El periodo del péndulo es: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}} \quad \Rightarrow \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

Despejando: $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}} \quad \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{10}{1}} = \sqrt{10}\ \dfrac{rad}{s}$

En el diagrama del péndulo, aplicamos el límite, la longitud de arco de 12° es el doble de la longitud de arco de 6°.

En el diagrama del movimiento circunferencial, el ángulo de fase es: $\phi = 60° = \dfrac{\pi}{3}\ rad$

La posición angular de la lenteja es:

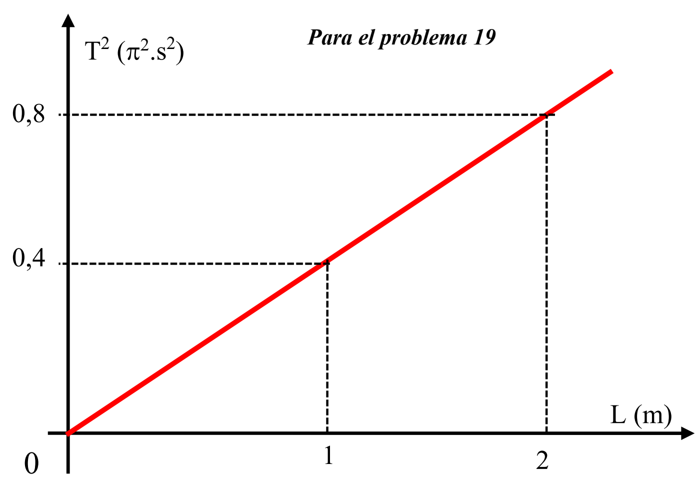
$$\theta = \theta_{MAX} \bullet Cos(\omega . t + \phi)$$

$$\theta_{MAX} = 12° = \frac{\pi}{15}\, rad \quad \text{y} \quad \phi = \frac{\pi}{3}\, rad$$

Reemplazando: $\theta = \frac{\pi}{15} \bullet Cos\left(\sqrt{10}.t + \frac{\pi}{3}\right)$

Respuesta: la posición de la lente es $\theta = \frac{\pi}{15} \bullet Cos\left(\sqrt{10}.t + \frac{\pi}{3}\right)$

EJEMPLO 19: La grafica muestra la variación del periodo cuadrado T^2 de un péndulo simple respecto de su largo L, en la superficie de la tierra. ¿En cuánto varía el periodo de un péndulo de 0,4 m de largo que oscila en un medio donde $g_2 = 6{,}4\, m.s^{-2}$ respecto del periodo en la tierra? La aceleración de la gravedad en la tierra es, $g_1 = 9{,}8\, m.s^{-2}$



RESOLUCIÓN

EN EL PLANETA TIERRA: Aplicamos la razón tangente trigonométrica,

$$\frac{T^2}{L} = \frac{0{,}4\pi^2}{1} \Rightarrow \frac{T^2}{0{,}4} = \frac{0{,}4\pi^2}{1}$$

Despejando tenemos, $T_1 = 0{,}4.\pi\ s$

El periodo de oscilación en la tierra es, $0{,}4.\pi\ s$

EN OTRO PLANETA: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}4}{6{,}4}} = \frac{\pi}{2}\ s$

Nos piden la variación, $T_2 - T_1 = 0{,}5\pi - 0{,}4\pi = 0{,}1\pi\ s$

Respuesta: la variación es $0{,}1\pi\ s$

EJEMPLO 20: El peso de un objeto en la Luna es 1/6 de su peso en la Tierra. Si un reloj de péndulo que hace tick una vez por segundo en la Tierra se lleva a la Luna, en dicho lugar el reloj hará tick cada:

A) $\frac{1}{6}$ s B) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ s C) 1 s D) $\sqrt{6}$ s E) 6 s

RESOLUCIÓN

I. Si el peso de un objeto en la Luna es 1/6 de su peso en la Tierra, significa que la aceleración de la gravedad en la luna es, $g_{LUNA} = \frac{g_{TIERRA}}{6}$

II. El periodo del péndulo es, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2.g = 4\pi^2.L = cons\tan te$

$$(T_{TIERRA})^2.g_{TIERRA} = (T_{LUNA})^2.g_{LUNA}$$

Reemplazando, $(1\ s)^2.g_{TIERRA} = (T_{LUNA})^2.\frac{g_{TIERRA}}{6} \Rightarrow T_{LUNA} = \sqrt{6}\ s$

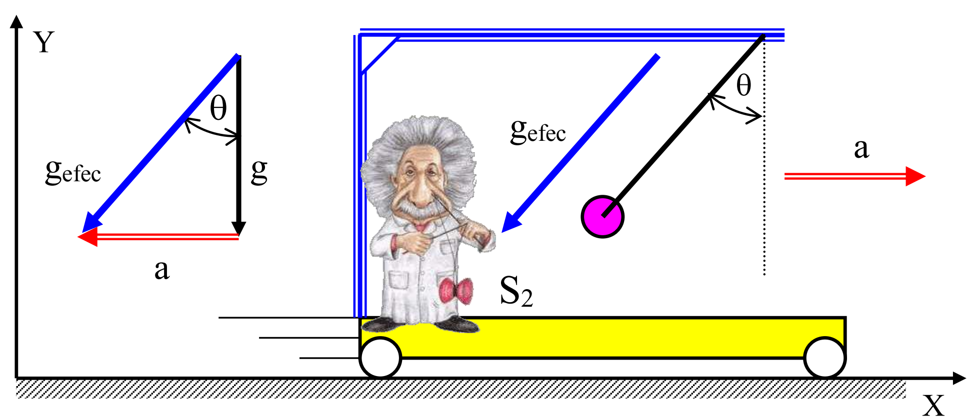
Respuesta: El periodo del péndulo es $2,45\ s$

EJEMPLO 21: Un péndulo de longitud 5 m que oscila en un plano vertical se encuentra suspendido en el techo de un carro. Si el carro acelera horizontalmente con 10 **i** (m/s^2). Determinar el periodo de oscilación (en s). (g = 10 m/s^2)

A) 0,12π B) 0,5π C) π D) 2π E) ninguna

RESOLUCIÓN

El periodo de oscilación es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la cuerda. El periodo de oscilación es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la gravedad local o efectiva.



El periodo de oscilación es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la cuerda. El periodo de oscilación es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la gravedad local o efectiva.

En el interior del sistema acelerado se genera una gravedad local cuya intensidad se denomina gravedad efectiva. La intensidad del campo local se obtiene adicionando la gravedad que genera la Tierra $\vec{g}$ más la aceleración del sistema, pero con dirección opuesta $(-\vec{a})$.

Expresión vectorial para la gravedad efectiva: $\vec{g}_{efectiva} = \vec{g} + (-\vec{a})$

Aplicado el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de aceleraciones:

Módulo de la gravedad efectiva: $g_{efectiva} = \sqrt{g^2 + a^2}$

El valor de la aceleración de la gravedad efectiva es, $g_{EFECTIVA} = \sqrt{g^2 + a^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{EFECTIVA}}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{5}{10\sqrt{2}}} = 1{,}2\pi\ s$$

Respuesta: el periodo es $1{,}2\pi\ s$

EJEMPLO 22: Con relación al movimiento pendular, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.
I. La frecuencia angular coincide con la velocidad angular.
II. El periodo del movimiento depende de la masa de la lenteja.
III. El movimiento es aproximadamente unidimensional.

RESOLUCIÓN

I. FALSO. La frecuencia angular (ω) es constante y, la velocidad angular (Ω) es variable, son diferentes.

II. FALSO. El periodo depende solamente de la longitud de la cuerda y de la aceleración de la gravedad. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

III. VERDADERO. En el límite para ángulos muy pequeños, el movimiento del péndulo simple se considera un movimiento unidimensional.

EJEMPLO 23: La velocidad angular de un péndulo simple se expresa mediante la ecuación, $\Omega(t) = -\frac{2\pi}{5} \bullet Sen(4\pi.t)\ \frac{rad}{s}$ Determine el máximo desplazamiento angular del péndulo en grados sexagesimales.

RESOLUCIÓN

La velocidad angular dado por $\Omega(t) = -\omega \bullet \theta_0 \bullet Sen(\omega.t)$

Identificando, la frecuencia angular es, $\omega = 4\pi\ \frac{rad}{s}$

Analizando el coeficiente, $\omega \bullet \theta_0 = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow 4\pi \bullet \theta_0 = \frac{2\pi}{5}$

Despejando, la desplazamiento angular máximo es, $\theta_0 = 0{,}1\ rad = 0{,}1 \bullet \left(\frac{180°}{\pi}\right) = 5{,}7°$

Respuesta: El máximo desplazamiento angular es $5{,}7°$

EJEMPLO 24: En cierto planeta se tiene un péndulo simple de longitud L. Si para $L = 0{,}248\,m$ el periodo es $1\ s$, determine la aceleración de la gravedad del planeta.

RESOLUCIÓN

El periodo del péndulo simple es, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 \bullet L}{T^2}$

Reemplazando, $g = \frac{4\pi^2 \bullet (0{,}248)}{(1)^2} = 9{,}8\ \frac{m}{s^2}$

Respuesta: La aceleración de gravedad del planeta es $9{,}8\ \frac{m}{s^2}$

EJEMPLO 25: Una lenteja en movimiento pendular pasa cada 0,5 segundo por la posición de equilibrio. Determine la longitud de la cuerda del péndulo simple.

RESOLUCIÓN

Deducimos que, $\frac{T}{2} = 0{,}5\ s \Rightarrow T = 1\ s$

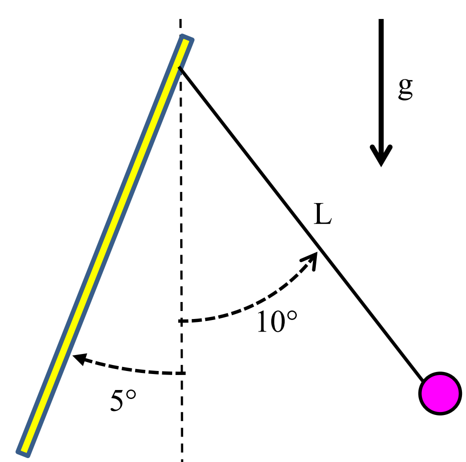
El periodo del péndulo simple es , $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{g^2 \bullet T^2}{4\pi^2}$

Reemplazando, $L = \frac{g^2 \bullet T^2}{4\pi^2} = \frac{(9{,}8)^2 \bullet (1)^2}{4\pi^2} = 0{,}25\ m$

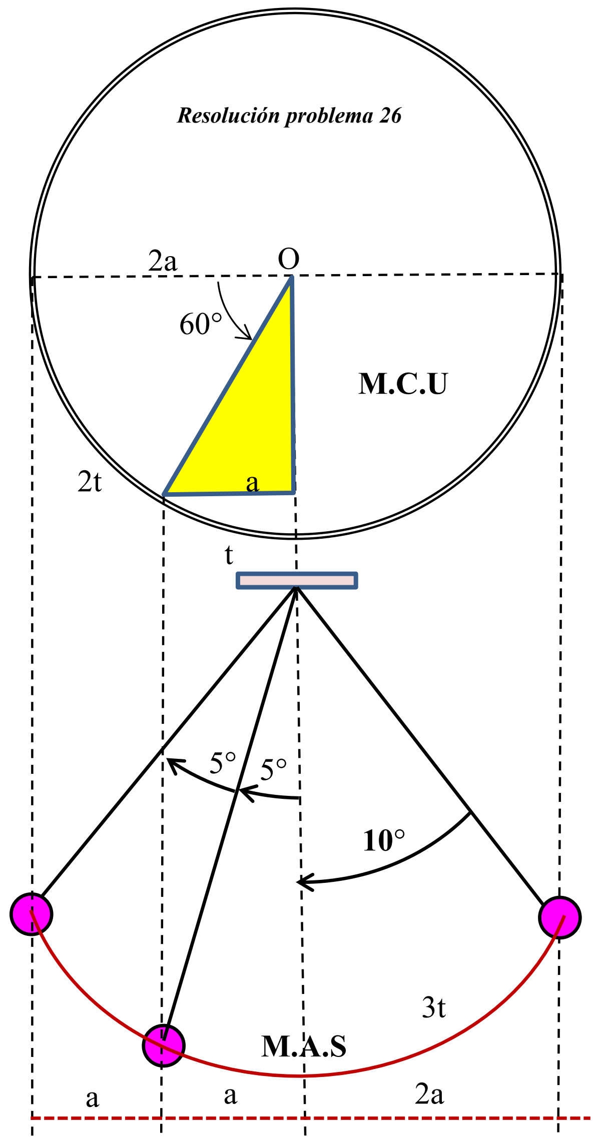
Respuesta: La longitud de la cuerda es $0{,}25\ m$

EJEMPLO 26: El péndulo mostrado tiene longitud $L = 1\ m$ y se suelta desde la posición inclinada 10° respecto de la vertical, experimentando choques elásticos contra la pared inclinada 5° con respeto a la vertical. Determinar el periodo del movimiento oscilatorio.

Para el problema 26



RESOLUCIÓN



Nos piden el periodo de oscilación, $T_1 = t_{AB} + t_{BA} = 4t + 4t = 8t$

Si no existiera el obstáculo, el periodo sería: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}} \Rightarrow 2(6t) = 2\pi\sqrt{\dfrac{1}{\pi^2}}$

Resolviendo, $t = \dfrac{1}{6}\,s$

Reemplazando tenemos que, $T_1 = 8t = 8 \bullet \left(\dfrac{1}{6}\,s\right) = \dfrac{4}{3}\,s$

Respuesta: el periodo es $1{,}33\ s$

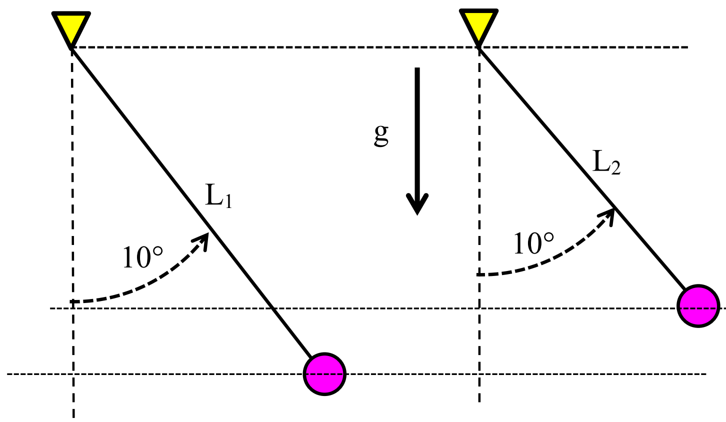
EJEMPLO 27: Se muestran dos péndulos de longitudes $L_1 = 6{,}25\ m$ y $L_2 = 2{,}25\ m$ respectivamente e inician su movimiento desde el mismo extremo derecho. Determinar el tiempo mínimo para el cual los péndulos se encuentren en la misma posición inicial.

RESOLUCIÓN

PRIMER CASO: El periodo cuando la cuerda es, $L_1 = 6{,}25\ m$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{6{,}25}{\pi^2}} = 5\ s$$

Para el problema 27



SEGUNDO CASO: El periodo cuando la cuerda es, $L_2 = 2{,}25\ m$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}25}{\pi^2}} = 3\ s$$

Los péndulos coinciden por primera vez para el mínimo común múltiplo de $T_1\ y\ T_2$. El mínimo común múltiplo de 5 y 3 es, 15.

Respuesta: El tiempo mínimo para el cual los péndulos coinciden otra vez es 15 segundos.

EJEMPLO 28: Se tiene un péndulo de largo $L = 0{,}5\ m$. Indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

I. El péndulo ubicado a nivel del mar tiene un periodo de $T = 1{,}42\ s$ y considerando la aceleración de la gravedad $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

II. Si el péndulo estaría en la Luna $g_{LUNA} = 1{,}6\ m.s^{-2}$ su periodo es $T = 3{,}51{,}4\ s$

III. El periodo del péndulo depende de la amplitud de las oscilaciones.

RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. El periodo cuando la cuerda es, $L = 0,5\ m$ y $g = 9,8\ m.s^{-2}$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,5}{9,8}} = 1,42\ s$$

II. VERDADERO. El periodo cuando la cuerda es, $L = 0,5\ m$ y $g = 1,6\ m.s^{-2}$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,5}{1,6}} = 3,5\ s$$

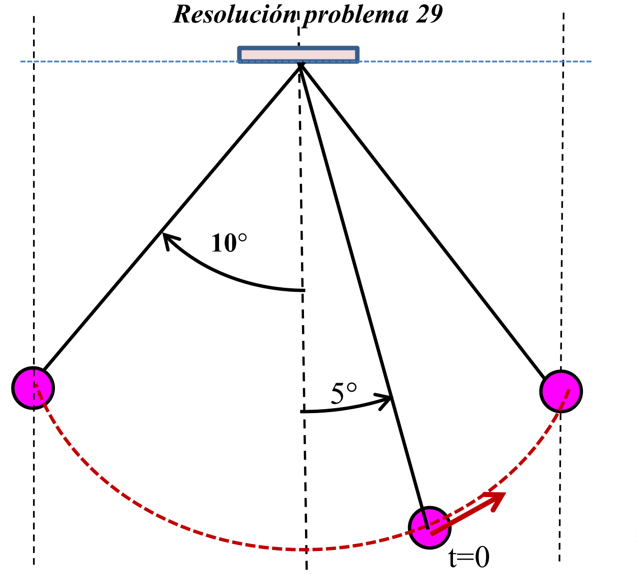
III. FALSO. El periodo del péndulo simple depende solamente de la longitud de la cuerda y la aceleración de la gravedad, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ la elongación está comprendida entre, $-10° \langle\ \theta\ \langle +10°$

EJEMPLO 29: Un péndulo de largo $L = 1\ m$ oscila con amplitud de $\theta_0 = 10°$. Si inicia su movimiento cuando $\theta = 5°$ hacia la derecha. Determine la ecuación de su posición angular en función del tiempo.

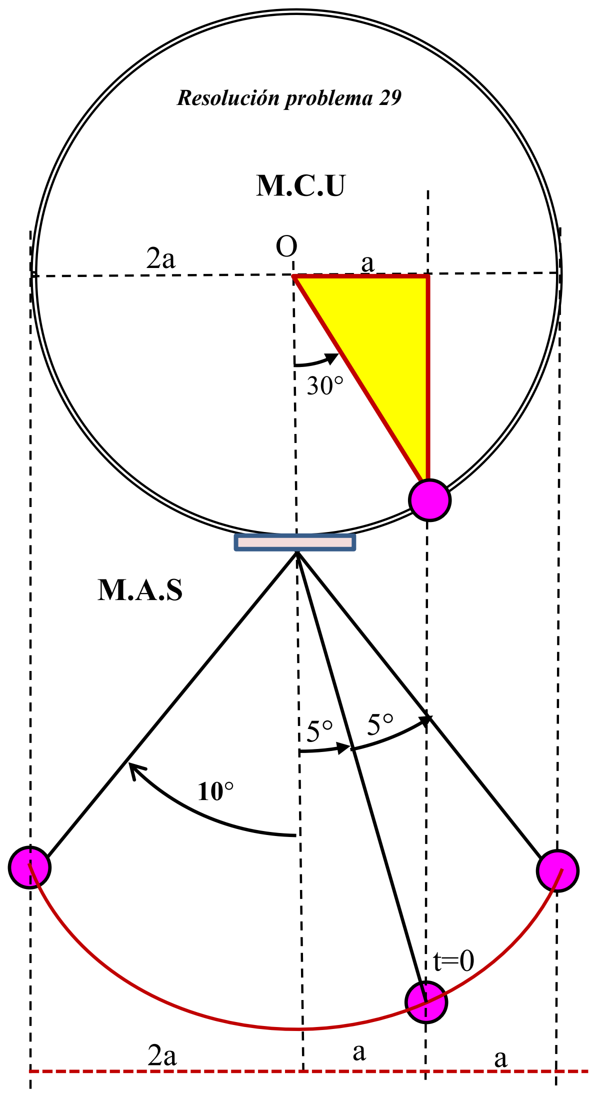
RESOLUCIÓN

La ecuación de la posición angular está dada por, $\theta = \theta_0 \bullet Sen(\omega.t + \phi)$

Resolución problema 29



De la figura, $\theta_0 = 10° \bullet \left(\frac{\pi}{180°}\right) = \frac{\pi}{18}\ rad$



Cálculo de la rapidez angular, $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9,8}{1}} = \sqrt{9,8} = 3,13\ \frac{rad}{s}$

El ángulo de fase es, $\phi = 30° = \frac{\pi}{6}\ rad$ en el movimiento circunferencial uniforma M.C.U.

Reemplazando, $\theta = \frac{\pi}{18} \bullet Sen\left(\sqrt{9,8}.t + \frac{\pi}{6}\right)\ rad$

EJEMPLO 30: Un péndulo simple ubicado en la superficie de la Tierra tiene un periodo de 2 segundos. Si llevamos hasta una altura tal que su periodo sea de 4 segundos. Determina dicha altura en función del radio de la Tierra.

RESOLUCIÓN

La aceleración de la gravedad cambia con la altura, $g_H = g_{SUP} \bullet \left(\frac{R}{R+H}\right)^2$

g_H Es la aceleración a una altura H respecto de la superficie de la tierra.

g_{SUP} Es la aceleración de la gravedad en la superficie de la tierra.

L Es la longitud de la cuerda en la superficie de la tierra.

PRIMER CASO: El periodo del péndulo a una altura H de la superficie de la tierra, $T_H = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_H}}$

SEGUNDO CASO: El periodo del péndulo en la superficie de la tierra, $T_H = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g_{SUP}}}$

Dividiendo estas dos ecuaciones,

$$\frac{T_H}{T_{SUP}} = \sqrt{\frac{g_{SUP}}{g_H}} = \frac{H+R}{R} \text{ entonces, } \frac{T_H}{T_{SUP}} = \frac{H+R}{R}$$

Reemplazando, $\frac{4}{2} = \frac{H+R}{R} \Rightarrow H = R$

Respuesta: La altura respecto de la superficie de la Tierra es R.

EJEMPLO 31: Un péndulo simple cuyo largo es 0,5 m realiza un movimiento armónico simple, cuya ecuación es, $\theta(t) = \frac{\pi}{25} \bullet Sen\left(\frac{\pi}{2}.t + \frac{3\pi}{4}\right) rad$ Calcular la rapidez de la lenteja en el punto más bajo.

RESOLUCIÓN

La ecuación de la posición angular es, $\theta(t) = \theta_0 \bullet Sen(\omega.t + \phi)\ rad$

Comparado, la amplitud (máxima elongación) es, $\theta_0 = \frac{\pi}{25}$

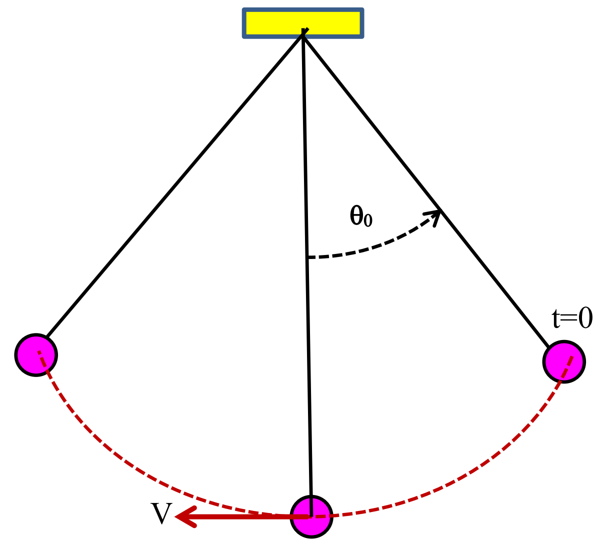
La frecuencia angular es, $\omega = \frac{\pi}{2}\left(\frac{rad}{s}\right)$

El ángulo de fase, $\phi = \frac{3\pi}{2}$

La ecuación de la velocidad angular es, $\Omega(t) = \omega \bullet \theta_0 \bullet Sen(\omega.t)$

El máximo valor de la velocidad angular (en la posición más baja) es, $\Omega_{MAX} = \omega \bullet \theta_0$

Resolución problema 31



Reemplazando, $\Omega_{MAX} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right) \bullet \left(\dfrac{\pi}{25}\right) = \dfrac{\pi^2}{50}\left(\dfrac{rad}{s}\right)$

La velocidad lineal o tangencial en el punto más bajo de su trayectoria es, $V_{MAX} = \Omega_{MAX} \bullet R$

El radio es igual al largo de la cuerda, $L = R = 0{,}5\ m$

Reemplazando, $V_{MAX} = \left(\dfrac{\pi^2}{50}\right) \bullet \left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\pi^2}{100}\ \dfrac{m}{s}$

Respuesta: la rapidez máxima en el punto más bajo es, $0{,}01\ m.s^{-1}$

EJEMPLO 32: Si un péndulo simple le largo $L = 0{,}9\ m$ oscila con amplitud $\theta_0 = 10°$ Determinar la rapidez máxima de la lenteja durante el movimiento pendular.

RESOLUCIÓN

La amplitud (máxima elongación) es, $\theta_0 = 10° = 10° \bullet \left(\dfrac{\pi}{180^0}\right) = \dfrac{\pi}{18}\ rad$

La ecuación de la velocidad angular es, $\Omega(t) = \omega \bullet \theta_0 \bullet Sen(\omega.t)$

Cálculo de la rapidez angular, $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}} = \sqrt{\dfrac{9{,}8}{0{,}9}} = 3{,}3\ \dfrac{rad}{s}$

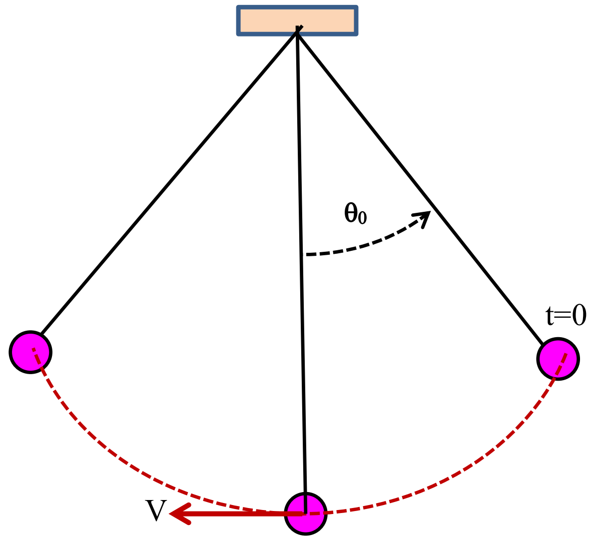
El máximo valor de la velocidad angular (en la posición más baja) es, $\Omega_{MAX} = \omega \bullet \theta_0$

Reemplazando, $\Omega_{MAX} = (3{,}3) \bullet \left(\dfrac{\pi}{18}\right) = 0{,}6\ \dfrac{rad}{s}$

La velocidad lineal o tangencial en el punto más bajo de su trayectoria es, $V_{MAX} = \Omega_{MAX} \bullet R$

El radio es igual al largo de la cuerda, $L = R = 0{,}9\ m$

Resolución problema 32

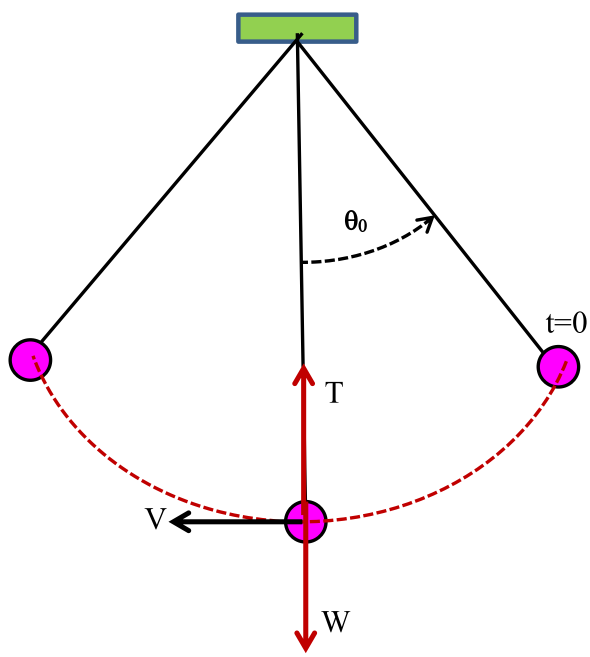


Reemplazando, $V_{MAX} = (0,6) \bullet (0,9) = 0,54 \ \frac{m}{s}$

Respuesta: la rapidez máxima en el punto más bajo es, $0,54 \ m.s^{-1}$

EJEMPLO 33: Un péndulo simple cuyo peso de la lenteja oscilante es 5 newtons, es soltado desde una posición extrema cuando la cuerda hace 10° con la vertical. Determine el valor de la tensión en la cuerda cuando la lenteja pasa por su posición más baja.

Resolución problema 33



RESOLUCIÓN

La amplitud (máxima elongación) es, $\theta_0 = 10° = 10° \bullet \left(\dfrac{\pi}{180^0}\right) = \dfrac{\pi}{18}\ rad$

La ecuación de la velocidad angular es, $\Omega(t) = \omega \bullet \theta_0 \bullet Sen(\omega.t)$

Cálculo de la rapidez angular, $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}} = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$

El máximo valor de la velocidad angular (en la posición más baja) es, $\Omega_{MAX} = \omega \bullet \theta_0$

Reemplazando, $\Omega_{MAX} = \left(\sqrt{\dfrac{g}{R}}\right) \bullet \left(\dfrac{\pi}{18}\right)$

La velocidad lineal o tangencial en el punto más bajo de su trayectoria es, $V_{MAX} = \Omega_{MAX} \bullet R$

El radio es igual al largo de la cuerda, $L = R$

Reemplazando, $V_{MAX} = \left(\dfrac{\pi}{18}\sqrt{\dfrac{g}{R}}\right) \bullet (R) = \dfrac{\pi}{18}\sqrt{g.R}$

Aplicando dinámica circunferencial, $F_{CENTRIPETA} = \dfrac{M \bullet V^2}{R} \Rightarrow T - M.g = \dfrac{M \bullet V^2}{R}$

Remplazando, $T - M.g = M \bullet \left(\dfrac{\pi^2}{324} g\right) \Rightarrow T = M.g \bullet \left(1 + \dfrac{\pi^2}{324}\right)$

El valor de la tensión en la cuerda es independiente del largo de la cuerda.

$$T = W \bullet \left(1 + \frac{\pi^2}{324}\right) = (5\,N) \bullet \left(1 + \frac{\pi^2}{324}\right) = 5{,}15\ N$$

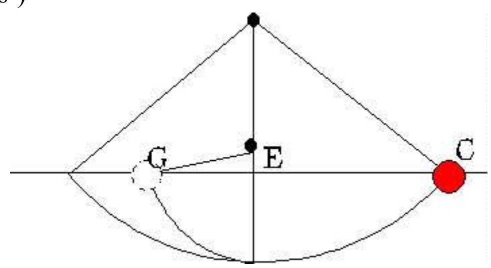
Respuesta: El valor de la tensión máxima en el punto más bajo es, $5{,}2\,N$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. El peso de un objeto en la Luna es 1/6 de su peso en la Tierra. Si un reloj de péndulo que hace tick una vez por segundo en la Tierra se lleva a la Luna, en dicho lugar el reloj hará tick cada: (Examen UNI 2006- II)

A) $\frac{1}{6}$ s B) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ s C) 1 s D) $\sqrt{6}$ s E) 6 s

2. Se muestra un péndulo que oscila en un plano vertical. Determine el periodo del péndulo compuesto, sabiendo que el clavo en el punto E divide a la cuerda de longitud L = 25 cm en dos partes iguales. ($g = \pi^2$ m/s^2)



A) 0,85 s B) 0,95 s C) 1,0 sD) 1,1 s E) 1,2 s

3. Respecto del péndulo simple, señale la veracidad (V) o falsedad de las siguientes proposiciones:
I. El movimiento de un péndulo simple se considera que es un M.A.S. sólo para pequeños ángulos de elevación.
II. En la Luna el periodo de un péndulo simple de longitud constante será mayor que en la Tierra.
III. En la Luna el aumento de la masa de un péndulo simple afectará a su período más de lo que lo afecta en la Tierra.

A) VVV B) VVF C) VFV D) FVF E) FFF

4. Un péndulo de longitud 25 cm que oscila en un plano vertical se encuentra suspendido en el techo. Determinar el periodo de oscilación (en s). ($g = \pi^2$ m/s^2)

A) 0,1 B) 0,5π C) π D) 2π E) 1

5. Un péndulo oscila en plano vertical con periodo 2 segundos. Al aumentar la cuerda en 25 cm el nuevo periodo es 4 segundos. ¿Cuál es la longitud inicial de la cuerda (en cm)?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) ninguna

6. Un péndulo oscila en plano vertical con periodo 2 segundos. Al aumentar la cuerda en 70 cm el nuevo periodo es 3 segundos. ¿Cuál es la longitud inicial de la cuerda (en cm)?

A) 90 B) 80 C) 70 D) 60 E) 56

7. Un péndulo de longitud 3 m oscila en un plano vertical, se encuentra suspendido en el techo de un ascensor. Si el ascensor sube con aceleración 2,2 (m/s^2), determinar el periodo de oscilación (en s).

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

8. Un péndulo de longitud 2 m oscila en un plano vertical, se encuentra suspendido en el techo de un ascensor. Si el ascensor baja con aceleración -1,8 **j** (m/s^2), determinar el periodo de oscilación (en s).

A) $\frac{\pi}{2}\, s$ B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

9. Un péndulo de longitud 40 cm oscila en un plano vertical, se encuentra suspendido en el techo de un ascensor. Si el ascensor baja con aceleración -9,8 **j** (m/s^2), determinar el periodo de oscilación (en s). (g = 9,8 m/s^2)

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) indeterminado

10. Un péndulo de longitud 25 cm que oscila en un plano vertical se encuentra suspendido en el techo de un carro. Si el carro se mueve horizontalmente con velocidad constante de 6 **i** (m/s). Determinar el periodo de oscilación (en s). (g = π^2 m/s^2)

A) 0,1 B) 0,5π C) π D) 2π E) 1

11. Un péndulo de longitud 5 m que oscila en un plano vertical se encuentra suspendido en el techo de un carro. Si el carro acelera horizontalmente con 10 **i** (m/s^2). Determinar el periodo de oscilación (en s). (g = 10 m/s^2)

A) 0,12π B) 0,5π C) π D) 2π E) ninguna

12. En cierto planeta, un péndulo de 2 m de longitud oscila de acuerdo a la siguiente ecuación: $\theta = \frac{\pi}{15} Sen(0,4\pi t)$ donde "t" está en segundos y θ en radianes. Calcule la aceleración de la gravedad (en m/s^2) en dicho planeta, considerando θ < 10°.

A) $0,12\,\pi$ B) $0,16\,\pi^2$ C) $0,24\,\pi^2$ D) $0,32\,\pi^2$ E) $0,64\,\pi^2$

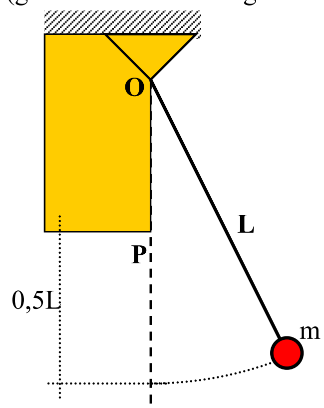
13. Un péndulo simple con amplitud de θ_0 radianes. Si en $t = 0s$ la partícula se encuentra en $+\theta_0$ radianes. Determine que fracción de periodo T emplea la masa del péndulo en pasar desde $+\frac{\theta_0}{2}$ hasta $-\frac{\theta_0}{2}$, por primera vez; considere que es un M.A.S.

A) $\frac{T}{12}$ B) $\frac{T}{6}$ C) $\frac{T}{5}$ D) $\frac{T}{4}$ E) $\frac{T}{3}$

14. Un péndulo simple tiene un periodo de 1,5 segundos sobre la Tierra. Cuando se pone a oscilar en superficie de otro planeta, el periodo resulta ser de 0,75 segundo. ¿Cuál el módulo de la aceleración de la gravedad en este planeta? (g = 9,8 m/s^2)

A) 6,53 m/s^2 B) 14,7 m/s^2 C) 3,9 m/s^2 D) 0,39 m/s^2 E) 0,65 m/s^2

15. Uno de los extremos de la cuerda de longitud L esta fijo en el punto O y el otro está unido una esfera de masa "m" como se muestra en la figura. La esfera está oscilando de tal manera que cuando la cuerda está en la posición vertical un obstáculo P produce un cambio de giro de la esfera. Si el sistema (cuerda esfera) se comporta en todo momento como un péndulo simple, el periodo de las oscilaciones de la esfera en: (g : aceleración de la gravedad)



Para el problema 15

A) $2{,}71\,\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ B) $1{,}7\,\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ C) $0{,}7\,\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ D) $\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ E) N. A.

16. En Un péndulo simple de 0,25 m de longitud oscila con una amplitud de 12º. Si el movimiento pendular se estudia desde que su posición angular es de 6º, escriba la ecuación de θ en función del tiempo. $\left(g = \pi^2\, m/s^2\right)$

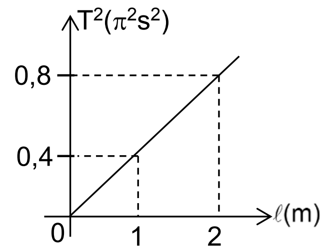
A) $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Cos\left(2\pi.t + \dfrac{\pi}{3}\right)$ B) $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Cos\left(2\pi.t - \dfrac{\pi}{3}\right)$ C) $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Cos\left(2\pi.t + \dfrac{\pi}{6}\right)$

D) $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Cos\left(2\pi.t - \dfrac{\pi}{6}\right)$ E) $\theta = \dfrac{\pi}{15}.Sen\left(2\pi.t + \dfrac{\pi}{6}\right)$

17. La rapidez angular con el que oscila un péndulo simple está dada por $\omega(t) = \pi.Cos(2\pi\, t)\ \dfrac{rad}{s}$, halle la máxima tensión (en N) en la cuerda que sostiene la masa $m = 2\ kg$. $\left(g = \pi^2\ \dfrac{m}{s^2}\right)$

A) 12 B) 15 C) 20 D) 25 E) 45

18. La gráfica muestra como varía el (periodo)^2 de un péndulo simple con su longitud, en la superficie de la Tierra. ¿En cuánto varía el periodo de un péndulo de 0,4 m de longitud que oscila en un medio donde $g = 6,4\ m/s^2$, respecto del periodo en la Tierra?



A) 0,1π B) 0,2π C) 0,3π D) 0,4π E) 0,5π

19. Dos péndulos simples de 1 m de longitud realizan oscilaciones con amplitud angular de 0,2 radianes en los planetas A y B. Si la aceleración de la gravedad A es 4 veces la aclaración de la gravedad en B. Calcule $\Omega_A \div \Omega_B$ cuando la masa pase la posición de equilibrio Ω = velocidad angular.

A) 1/2 B) 1/3 C) 2 D) 3 E) 2/3

20. La posición angular de un péndulo simple está dada por $\theta = 0,1\pi\ Sen\left(2\pi t + \frac{7\pi}{4}\right)\ rad$. Halle la velocidad de la lenteja (en m/s) en el instante $t = 0,25\ s$. $\left(g = \pi^2\ \frac{m}{s^2}\right)$

A) 0,35 B) 0,88 C) 0,9 D) 0,95 E) 1

21. En cierto planeta un péndulo de 0,25 m de longitud oscila de acuerdo a la ecuación $\theta = \frac{\pi}{15} Sen\left(0,4\pi\, t\right)\ rad$. Determine la aceleración de la gravedad del planeta (en m/s^2).

A) $0,32\ \pi^2$ B) $0,20\ \pi^2$ C) $0,16\ \pi^2$
D) $0,8\ \pi^2$ E) N.A.

22. Un péndulo simple de 0,25 m de longitud oscila con una amplitud de 12º. Si el movimiento pendular se estudia desde que su posición angular es de 6º, escriba la ecuación de θ en función del tiempo. $\left(g = 10\, m/s^2\right)$

A) $\frac{\pi}{15}\cos\left(\sqrt{10}t - \frac{\pi}{3}\right)$ B) $\frac{\pi}{15}\cos\left(\sqrt{0,1}t - \frac{\pi}{3}\right)$

C) $\frac{\pi}{15}\cos\left(\sqrt{10}t + \frac{\pi}{3}\right)$ D) $\frac{\pi}{15}\cos\left(0,63\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

E) Ninguna anterior

23. Una partícula con M.A.S tiene un periodo de π s, siendo su velocidad máxima de 30 cm/s. Si en $t = 0\ s$ su posición es $-7{,}5\hat{i}\ cm$, dirigiéndose a la posición de equilibrio, determine su velocidad en función del tiempo expresada en cm/s.

A) $15\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right)$ B) $15\cos\left(2t - \frac{3\pi}{4}\right)$ C) $30\cos\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$

D) $30\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right)$ E) $30\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$

24. Una partícula realiza un M.A.S de amplitud A. Sea V_{max} su velocidad máxima. El periodo del movimiento está entonces dado por:

A) $\frac{1}{2\pi}\left(\frac{A}{V_{max}}\right)$ B) $\frac{1}{\pi}\left(\frac{A}{V_{max}}\right)$ C) $\frac{A}{V_{max}}$

D) $\pi\left(\frac{A}{V_{max}}\right)$ E) $2\pi\left(\frac{A}{V_{max}}\right)$

25. Un bloque $m = 200\ g$ oscila unido a un resorte de constante $k = 500\ \frac{N}{m}$ sobre una superficie horizontal lisa con una amplitud de $A = 5\ cm$. Determine su aceleración (en m/s^2) en el instante $t = \frac{\pi}{50}\ s$, si cuando $t = 0\ s$ entonces $x = 5\ cm$.

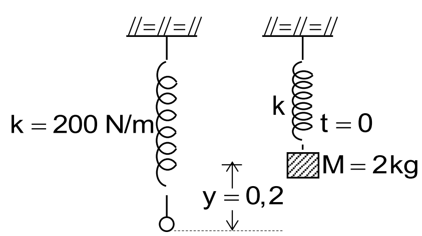
A) $75\ \hat{i}$ B) $-100\ i$ C) $125\ \hat{i}$ D) $-150\ i$ E) $250\ i$

26. Una partícula de 0,2 kg, unida a un resorte, realiza un M.A.S sobre una superficie horizontal lisa. Si su ecuación de movimiento es $x(t) = 0{,}1 \bullet Sen\left(10t + \frac{53}{180}\pi\right)\ m$ Determine la fuerza del resorte (en N) sobre la partícula en $t = \frac{\pi}{10}\ s$.

A) –0,05 B) – 0,1 C) 1,2 D) 1,6 E) 2,5

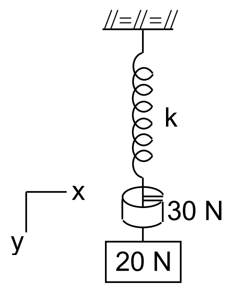
27. En el sistema masa resorte vertical se suelta en $t = 0$ desde la posición mostrada en la figura. Indique las proposiciones verdaderas y falsas.

I. La máxima amplitud de oscilación es 20 cm.
II. La fuerza sobre la masa es cero en $t = 2\ s$.
III. La velocidad de la partícula es cero en $t = 0{,}2\ s$.



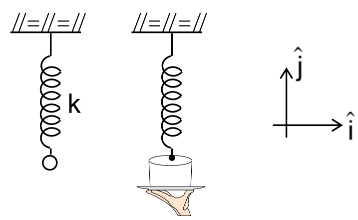
A) VVV B) VFV C) VFF D) FFV E) FFF

28. Si el bloque de 2 kg se encuentra en equilibrio sujeto al extremo de un resorte de constante de elasticidad $k = 100\frac{N}{m}$. Determine la amplitud (en m) de las oscilaciones del M.A.S. Al abandonar cuidadosamente un bloque de 30 N de peso desde la posición mostrada.



A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3 D) 0,4 E) 0,5

29. Determine la posición (en m) en función del tiempo, para el bloque de 0,2 kg que cuidadosamente es colocado del resorte en $t = 0\ s$, tal como se indica. Para este experimento $k = 200\frac{N}{m}$, para la posición de equilibrio $y = 0\ m$.

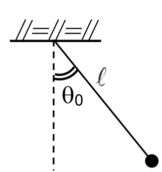


A) $y = 2 \bullet Sen(5\sqrt{2}.t)$ B) $y = 1 \bullet Cos(5.t)$ C) $y = 0{,}2 \bullet Cos(5\sqrt{2}.t)$
D) $y = 2 \bullet Cos(5.t)$ E) ninguna anterior

30. Respecto del MAS del péndulo simple, indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:
I. La amplitud con el que oscila depende de su frecuencia angular.
II. Si la aceleración de la gravedad disminuyera en 19%, su frecuencia angular, disminuye en 10%.
III. Al duplicar su longitud, su frecuencia se duplica.
A) VVV B) FFF C) VVF D) FVF E) FVV

31. Un péndulo simple de 25 cm de longitud oscila en la superficie terrestre con un desplazamiento angular de 0,2 radian. Calcular la rapidez máxima en m/s.

A) 1
B) 3
C) 5
D) 6
E) 10

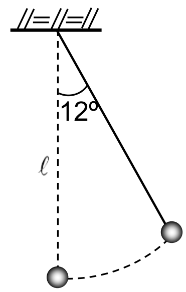


32. La rapidez angular con el que oscila un péndulo simple está dada por $\Omega(t) = \pi \bullet Cos(2\pi.t)\ \frac{rad}{s}$, halle la máxima tensión (en N) en la cuerda que sostiene la masa $m = 2\ kg$.

A) 12 B) 15 C) 20 D) 25 E) 45

33. Un péndulo simple de masa 0,005 kg y longitud 25 cm es soltado a 12º de la posición de equilibrio. Halle la rapidez angular en rad/s cuando $t = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}\ s$.

A) 10
B) 0,3
C) 0,1
D) 0,09
E) ninguna



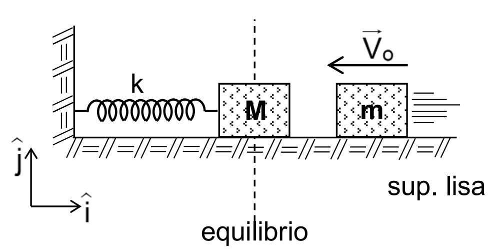
34. Una partícula de masa M se mueve a lo largo del eje X bajo la acción de una fuerza $F = -8x$ Donde F se mide en newtons, x en metros. Si en $t = 12\,s$ la partícula pasa por el origen de coordenadas con velocidad positiva y cuando $t = 4\ s$, su velocidad vale 4 cm/s, halle la energía (en mJ) del oscilador armónico. Considere un periodo de 16 s.

A) 83 B) 163 C) 323 D) 643 E) ninguna

35. Un oscilador masa-resorte (de amplitud A) tiene una energía cinética, en una posición x, que es la tercera parte de su energía total. ¿Cuál es un valor posible de x?

A) $\sqrt{\frac{2}{3}}.A$ B) $\sqrt{\frac{3}{2}}.A$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ D) $\sqrt{\frac{5}{3}}A$ E) A

36. El bloque de masa $M = 2\ kg$ se encuentra inicialmente en reposo, está acoplado a un resorte $k = 600\ \frac{N}{m}$. Si $m = 1\ kg$ se dispara con una velocidad $V_0 = -6\ i\ (m/s)$, considerando el choque perfectamente inelástico $(e = 0)$, determine la energía mecánica (en J) del oscilador luego de 2 segundos del choque. Superficie lisa.



A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

ONDAS MECÁNICAS

***ALBERT EINSTEIN KOCH**, físico de origen judío, recibió el premio nobel de Física en 1921 por su explicación del Efecto Fotoeléctrico. Se sabe que este genial científico tocaba el violín casi como un profesional.*

1. **INTRODUCCIÓN**: ¿Ha estado alguna vez sobre una ola en una tabla de surf, un bote, o simplemente se ha dejado llevar por una ola?
   Bien sea en el océano o en una piscina cuando se "monta en la ola"; usted gana energía cinética y permanece adelante del punto donde se rompe la ola; la energía cinética de su cuerpo se incrementa. Si se sostuviera, se movería paralelamente a la dirección de la ola a grandes velocidades. Si no posee la suficiente habilidad, el surfing es peligroso porque puede ser barrido y arrojado dentro del agua o a la arena.

2. **NO EXISTE LA TRANSFERENCIA DE MASA.** ¿Se mueve el agua junto con la ola?
   Leonardo Da Vinci (1452 -1519) respondió esta pregunta hace cinco siglos.

   El ímpetu es mucho más rápido que el agua, y por esto generalmente la onda se mueve alejándose del sitio donde se creó, mientras que el agua no...

   En otras palabras, ***la onda se mueve, el agua no***. De esta forma, las ondas de agua son ejemplos característicos de las ondas que se estudiarán en los siguientes capítulos, como son las de sonido y las de luz.

3. **PROPIEDADES ONDULATORIAS**
   Tanto las partículas como las ondas **transmiten energía**, pero existe una diferencia importante. Si se lanza una bola hacia un blanco, el blanco puede adquirir alguna energía cinética, pero la **bola** se mueve del sitio desde donde se lanzó hasta el blanco. Si se amarra una cuerda al blanco, y se agita la cuerda, el blanco puede también ganar algo de energía cinética. La cuerda, por el

contrario, permanecerá en su posición entre el blanco y la persona que la agita. ¿Cómo se describen las ondas, y con qué rapidez transfieren energía?

4. CLASES DE ONDAS

Las ondas de agua, las de sonido y las que se propagan en un resorte o en una cuerda, son ejemplos de ondas mecánicas. Para transportar su energía, las ondas mecánicas necesitan un medio material, como el agua, el aire, el resorte o la cuerda. Las leyes de Newton rigen el movimiento de estas ondas.

Las ondas de luz, las de radio y los rayos X, son ejemplos de ondas electromagnéticas. Éstas no requieren de un medio para su movimiento, y viajan a través del espacio con la velocidad de la luz, 299’792458 m/s. Sus características no pueden ser observadas directamente; por tanto, se emplean las ondas mecánicas, cuyas propiedades se aprecian fácilmente, como modelo para estudiar el comportamiento de las ondas electromagnéticas en los capítulos siguientes.

Existe una tercera clase de ondas, los materiales. Los electrones y otras partículas muestran un comportamiento ondulatorio en ciertas condiciones. Para describir el comportamiento de las ondas materiales es indispensable la mecánica cuántica.

Las ondas mecánicas se dividen en tres tipos. Cada uno de ellos, perturba el medio en una forma diferente. Las ondas transversales hacen que las partículas del medio oscilen perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda.

Las ondas en un piano y en las cuerdas de una guitarra son ejemplos representativos de ondas transversales.

Una onda longitudinal hace que las partículas del medio se muevan paralelamente a la dirección de propagación de la onda.
El sonido es un ejemplo de una onda longitudinal.

5. LAS CARACTERÍSTICAS MENSURABLES DE LAS ONDAS:

Frecuencia, longitud de onda y velocidad.

El intervalo de tiempo más corto durante el cual el mismo movimiento se repite se denomina **período**, T.

La frecuencia de una onda, f, es el número de vibraciones completas por segundo medidas en una posición fija. La frecuencia se mide en hertz. Un hertz (Hz) es una vibración por segundo. La frecuencia y el período de una onda están relacionados por la ecuación:

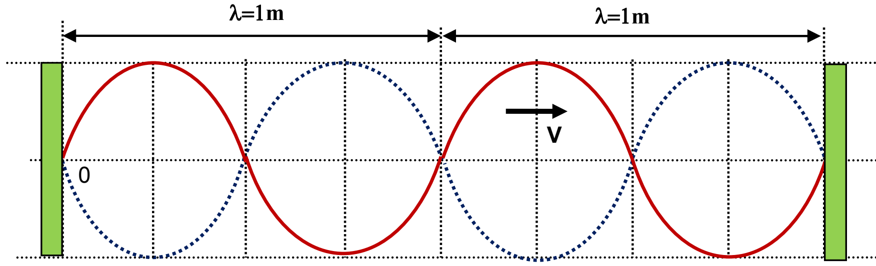
$$f = \frac{numero\ de\ oscilaciones}{tiempo\ empleado}$$

$$T = \frac{tiempo\ empleado}{numero\ de\ oscilaciones}$$

Esto es, son mutuamente recíprocos.

$$T = \frac{1}{f}$$

La distancia más corta entre puntos en los cuales el patrón de la onda se repite se denomina **longitud de onda**. Las **crestas**, son los puntos altos del movimiento ondulatorio. Los **valles**, son los puntos bajos. Cada cresta está separada una longitud de onda respecto a la siguiente.



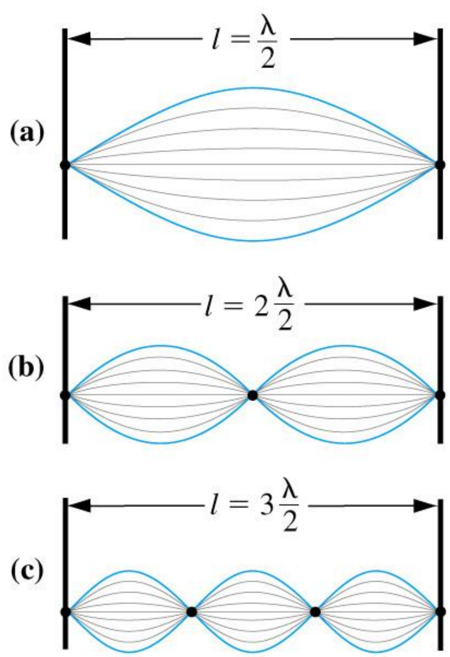
ONDA ESTACIONARIA

Los valles también están separados una longitud de onda. La letra griega lambda, **λ** , se emplea para representar la longitud de onda.
La unidad de frecuencia es el hertz (Hz) que es igual a una vibración por segundo.

6. LA RAPIDEZ DE PROPAGACIÓN (V): es la distancia que recorre la perturbación en un segundo. Para ver la relación que existe entre la velocidad de propagación y el período, hay que tener en cuenta que el tiempo que invierte la perturbación en avanzar una longitud de onda es el período.
Por tanto, aplicando la definición de velocidad:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{\lambda}{T} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{\lambda}{T} = \lambda.f$$

7. ONDAS MECÁNICAS Y LOS ARMÓNICOS.



Sobre la cuerda tensa de longitud “L” se propaga una onda estacionaria, en el cual se obtienen en diferentes situaciones respecto al tamaño de la longitud de onda.

8. UN TIPO DE ONDAS: EL SONIDO

La experiencia cotidiana nos indica que el sonido es un fenómeno que se transmite mediante ondas:
Cuando golpeamos la membrana de un tambor, se generan en ella unas ***vibraciones*** que se transmiten a las moléculas del aire, y que se propagan en él de forma análoga a como se propagan las ondas longitudinales en un muelle o resorte.

Esto se debe a que las moléculas del aire, al vibrar en la misma dirección en la que se propaga el sonido, producen unas zonas de compresión, donde de forma instantánea se concentra un mayor número de partículas, y unas zonas de dilatación, en las que momentáneamente ese número es menor.

Esto da lugar, en definitiva, a la producción de un tipo de ***ondas longitudinales*** que, al llegar a nuestro oído, hacen que vibre la membrana del tímpano, vibración que se transforma en unos impulsos nerviosos que llegan al cerebro a través de los nervios auditivos, produciendo así la sensación sonora.

9. ¿CÓMO SE PROPAGA EL SONIDO?

El sonido es una onda mecánica, que necesita de un medio material para propagarse. Además de por el aire, el sonido también puede propagarse por otros medios materiales, como el agua, los metales, etc. Pero lo que nunca puede ocurrir es que el sonido se propague en ausencia de un medio material (en el vacío).

Introduce un timbre eléctrico o un reloj despertador en el interior de una campana de vidrio unida a una bomba de vacío. Si accionas el timbre, podrás oír claramente el sonido producido por el mismo; pero si pones la bomba en funcionamiento, comprobarás que, a medida que el aire de la campana va siendo absorbido, dicho sonido va haciéndose cada vez más débil hasta dejar de oírse completamente.

10. ¿CUÁNDO SE PRODUCE EL ECO?

El eco es un fenómeno acústico. El sonido en una onda mecánica. El sonido necesita para propagarse un medio diferente al vacío. En el aire se propaga con una rapidez promedio de 340 m/s. El eco se produce cuando el observador percibe el mismo sonido por segunda vez debido al rebote de la onda sonora en algún obstáculo (montaña, cerro, pared, muro, etc.).

11. ¿A QUÉ VELOCIDAD SE PROPAGA EL SONIDO?

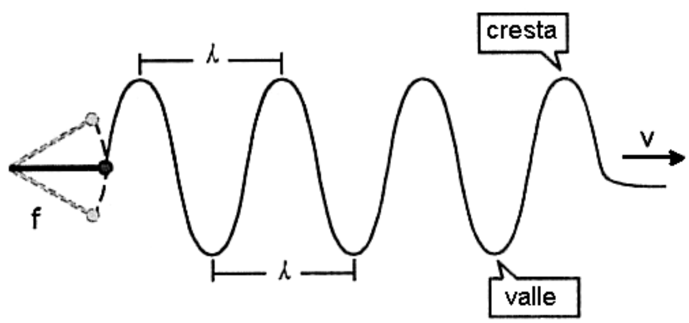
La rapidez del sonido en el aire seco a 0 ºC es de unos 330 m/s. La presencia de vapor de agua en el aire incrementa ligeramente dicha rapidez. Un aumento de la temperatura del aire también aumenta la rapidez del sonido. La rapidez del sonido en aire aumenta en 0,6 m/s por cada grado centígrado. La **rapidez** del sonido en un material dado no depende de la densidad material, sino de su **elasticidad**. El acero en un material elástico. Los átomos de un material elástico están relativamente juntos. El sonido se propaga unas quince veces más a prisa en el acero que en el aire, y unas cuatro veces más a prisa en agua que en el aire.

La ecuación muestra la variación de la rapidez del sonido en el aire debido al cambio de la temperatura en grados Celsius.

$$V_{(T)} = \left(330 + 0{,}6.T\right)\frac{m}{s} \Leftrightarrow T > 0\ ^{0}C$$

12. INDICAR LOS ELEMENTOS DE UNA ONDA.

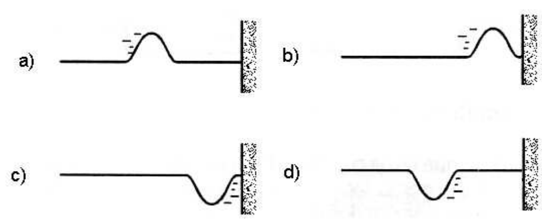
- Longitud de onda (m): distancia entre dos crestas o dos valles.
- Velocidad de propagación (m/s)
- Frecuencia (hertz)



Rapidez de la onda: $V = \lambda.f$

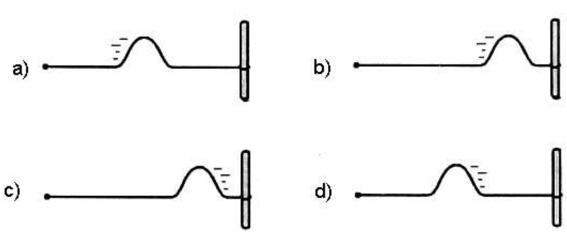
13. REFLEXIÓN DE UNA ONDA

Es aquel fenómeno en el que la onda llega al final de su medio de propagación e incide sobre un medio diferente y "rebota" retornando parte de su energía. Se pueden dar los siguientes casos:



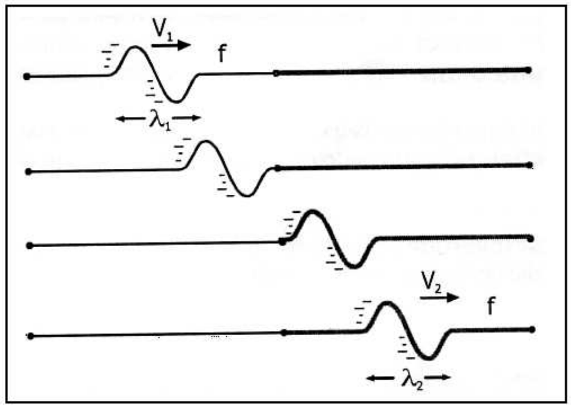
A. La onda regresa invertida: Cuando el medio con el que rebota es más rígido o más denso que el medio del cual proviene la onda.

B. La onda regresa igual: Cuando el medio con el que rebota es menos rígido o menos denso que el medio del cual proviene la onda.



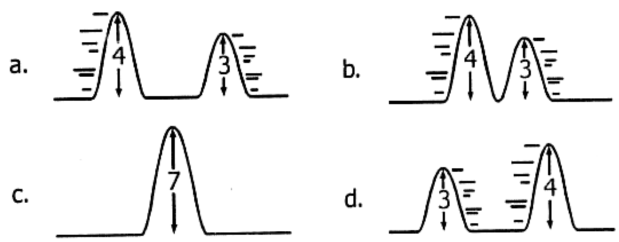
14. REFRACCIÓN DE UNA ONDA.

Es aquel fenómeno que sufre una onda que se propaga al pasar de un medio a otro diferente, en este caso la onda sufre un cambio en su velocidad (V) y en su longitud de onda (λ), pero lo que nunca se altera en una onda, aunque cambie de medio de propagación es su **frecuencia**, es decir, la **frecuencia** de una onda mientras se propaga permanece siempre constante.



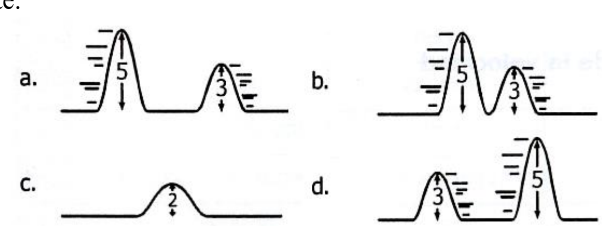
15. INTERFERENCIA ENTRE ONDAS:

Es aquel fenómeno que se da cuando dos ondas que llevan la misma frecuencia se cruzan en determinado punto y por lo tanto se superponen sumando o restando sus amplitudes. La interferencia se puede dar de dos maneras:



15.1. Interferencia constructiva: Es cuando las ondas que se encuentran llegan con sus amplitudes en la misma dirección, es decir, una cresta y otra cresta o un valle con otro valle, de esta manera las amplitudes se suman, pero sólo de manera temporal.

15.2. Interferencia destructiva: Es cuando las ondas que se encuentran llegan con sus amplitudes en las direcciones contrarias, es decir, una cresta con un valle, en este caso las amplitudes se restan, pero sólo de manera temporal, incluso se puede dar el caso que las ondas se anulen momentáneamente.



16. VELOCIDAD DE ONDA EN UNA CUERDA TENSA

Cuando se producen ondas en una cuerda tensa, estas se propagan con una velocidad cuyo valor viene dado por la siguiente relación.

T: tensión de la cuerda (en N)

V: Velocidad de propagación (m/s)

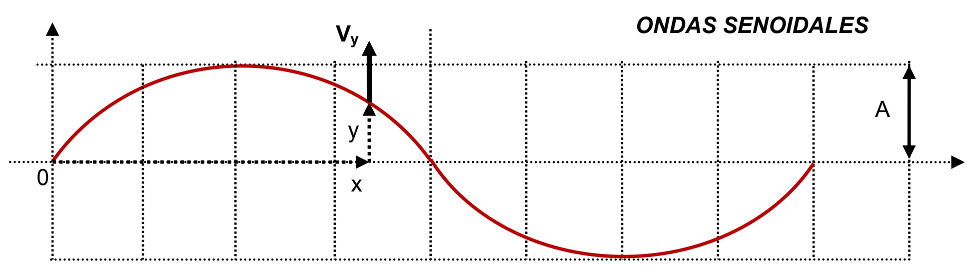
M: Masa de la cuerda (kg)

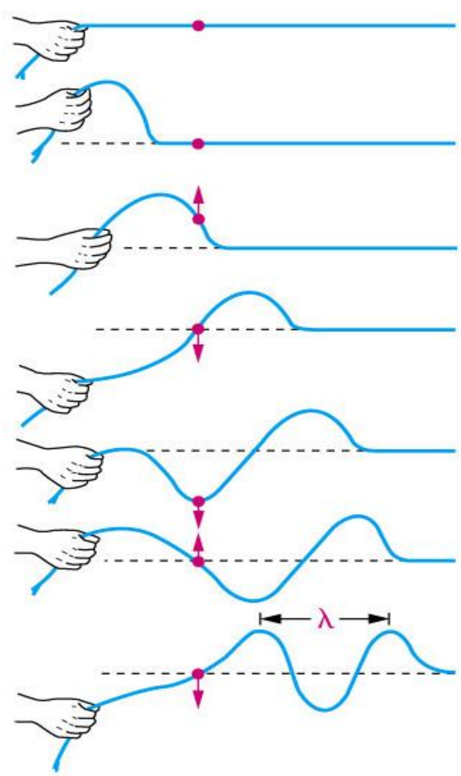
L: Longitud de la cuerda (m)

Densidad lineal de masa (kg/m): $\mu = \frac{M}{L} = \frac{Masa}{Longitud}$

Ecuación de la velocidad: $V = \sqrt{\frac{T.L}{M}} = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

17. ONDAS TRANSVERSALES Y SENOIDALES.





Cuando las distintas partes de un medio oscilan con M.A.S ante el paso de las ondas, dicen que estas son ondas senoidales.

Así, un punto cualquiera del medio de coordenadas (x; y) debido al movimiento ondulatorio oscilará de modo que:

$$y = A.Sen\left(k.x \mp \omega.t + \phi\right)$$

Donde, y: ordenada, x: abscisa,

A: amplitud
k: número de onda.
ω: Frecuencia angular
t: instante de tiempo
ϕ: constante de fase

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad y \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$y = A.Sen2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{T} + \phi\right)$$

$$y(x;t) = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi\, x}{\lambda} \mp \frac{2\pi\, t}{T} + \phi\right)$$

El signo (-) la onda se propaga hacia la derecha.
El signo (+) la onda se propaga hacia la izquierda.

La ecuación también tiene la siguiente forma,

$$y(x;t) = 2A \bullet Sen\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \bullet Cos\left(\frac{2\pi\, t}{T}\right)$$

18. POTENCIA DE UNA ONDA MECÁNICA.

La potencia depende de la densidad lineal de masa, frecuencia angular, amplitud de la onda y velocidad de propagación sobre la cuerda.

$$P = \frac{\mu \bullet \omega^2 \bullet A^2 \bullet V}{2}$$

$$P = \frac{\mu \bullet (2\pi.f)^2 \bullet A^2 \bullet \sqrt{\frac{F}{\mu}}}{2} = 2\pi^2 f^2 \bullet A^2 \bullet \sqrt{\mu.F}$$

19. RESUMEN.

GOTA 1. Onda mecánica. Todas las ondas de sonido en el aire viajan a la misma velocidad V = 340 m/s sin importar cuál sea su frecuencia o su longitud de onda.

GOTA 2. **Onda electromagnética**. Todas las ondas electromagnéticas (OEM) viajan en el aire aproximadamente a la velocidad de la luz que es V = $3x10^{8}$ m/s.

Para ondas electromagnéticas en el vacío: C = $3x10^{8}$ m/s

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EJEMPLO 01: ¿Cuál es la rapidez de las ondas transversales de una cuerda de 2 metros de largo y 100 gramos de masa, sometido a una tensión de módulo 80 newtons?

RESOLUCIÓN

Cuando se producen ondas en una cuerda tensa, estas se propagan con una velocidad cuyo valor viene dado por la siguiente relación:

T: tensión de la cuerda (100 N)
M: Masa de la cuerda (0,1 kg)
L: Longitud de la cuerda (2 m)

Densidad lineal de masa: $\mu = \frac{M}{L}$

$$\Rightarrow \quad \mu = \frac{0{,}1\ kg}{2\ m} = 0{,}05\ \frac{kg}{m}$$

V: rapidez de propagación (m/s): $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$$V = \sqrt{\frac{80\ N}{0{,}05\ \frac{kg}{m}}} = 40\ \frac{m}{s}$$

Respuesta: la rapidez de la onda es 40 m/s.

EJEMPLO 02: La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es:

$$y = 4.Sen\left(2\pi\left[\frac{x}{20} - \frac{t}{0{,}1}\right]\right)$$

Donde "x" e "y" están en centímetros, y "t" en segundos. ¿Cuál es la velocidad de propagación de las ondas?

Resolución

Así, un punto cualquiera del medio de coordenadas (x; y) debido al movimiento ondulatorio oscilará de modo que:

$$y = A.Sen\left(2\pi\left[\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right]\right)$$

Donde, y: ordenada, x: abscisa,
A: amplitud
λ: longitud de onda.
T: Periodo
t: instante de tiempo
Comparando las ecuaciones tenemos que:

$\lambda = 20\ cm \quad y \quad T = 0{,}1\ s$

Cálculo de la velocidad de propagación: $V = \frac{\lambda}{T} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{20\ cm}{0{,}1\ s} = 2\ \frac{m}{s}$

Respuesta: la rapidez de la onda es 2,0 m/s.

EJEMPLO 03: La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es:
$y = 0,5.Sen(\pi.x - 2\pi.t)$
Donde "x" e "y" están en centímetros, y "t" en segundos. ¿Cuál es la velocidad de propagación de las ondas?

Resolución
Así, un punto cualquiera del medio de coordenadas (x; y) debido al movimiento ondulatorio oscilará de modo que:

$$y = A.Sen\left(2\pi\left[\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right]\right)$$

Donde, y: ordenada, x: abscisa,
A: amplitud
λ : Longitud de onda.
T : Periodo
t: instante de tiempo.
Cambiamos de forma a la ecuación inicial:

$$y = 0,5.Sen\left(2\pi\left[\frac{x}{2} - \frac{t}{1}\right]\right)$$

Comparando las ecuaciones tenemos que:
$\lambda = 2\ cm \quad y \quad T = 1\ s$
Cálculo de la velocidad de propagación: $V = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow V = \frac{2\ cm}{1\ s} = 2\ \frac{cm}{s}$
Respuesta: la rapidez de la onda es 2,0 cm/s.

EJEMPLO 04: La elongación de una onda en función de la posición y el tiempo está dad por: $y = 8.Sen(3.x - 1020.t)$
Donde "x" e "y" están en metros, y "t" en segundos. ¿Cuál es la velocidad de propagación de las ondas?

RESOLUCIÓN
Así, un punto cualquiera del medio de coordenadas (x; y) debido al movimiento ondulatorio oscilará de modo que:

$$y = A.Sen\left(2\pi\left[\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right]\right)$$

Donde, y: ordenada, x: abscisa,
A: amplitud
λ : Longitud de onda.
T : Periodo
t: instante de tiempo.
Cambiamos de forma a la ecuación inicial:

$$y = 8.Sen\left(2\pi\left[\frac{x}{\frac{2\pi}{3}} - \frac{t}{\frac{2\pi}{1020}}\right]\right)$$

Comparando las ecuaciones tenemos que:

$$\lambda = \frac{2\pi}{3}\ m \quad y \quad T = \frac{2\pi}{1020}\ s$$

Cálculo de la velocidad de propagación:

$$V = \frac{\lambda}{T} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{\frac{2\pi}{3}\ m}{\frac{2\pi}{1020}\ s} = 340\ \frac{m}{s}$$

Respuesta: la rapidez de la onda es 340 m/s.

EJEMPLO 05: Una onda armónica de 10 m de longitud de onda, demora 5 segundos en recorrer una distancia de 100 m. Si la amplitud de la onda es numéricamente igual a su número de onda y la propagación tiene lugar en la dirección +X, entonces una función apropiada para representar a la onda, es:

RESOLUCIÓN

I. La longitud de onda es $\lambda = 10m$ y el valor de la velocidad es $V = \frac{100m}{5s} = 20\frac{m}{s}$

La velocidad es: $V = \lambda.f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 20\frac{m}{s} = \frac{10\ m}{T} \Rightarrow T = 0{,}5\ s$

II. Así, un punto cualquiera del medio de coordenadas (x; y) debido al movimiento ondulatorio oscilará de modo que:

$$y = A.Sen\left(k.x \mp \omega.t + \phi\right)$$

Donde, y: ordenada, x: abscisa, A: amplitud, k: número de onda, ω: Frecuencia angular
t: instante de tiempo, ϕ: constante de fase.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad y \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$y = A.Sen2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{T} + \phi\right)$$

El signo (-) la onda se propaga hacia la derecha.

El signo (+) la onda se propaga hacia la izquierda.

III. Para este caso, la amplitud es numéricamente igual al número de onda, $A = k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}m$

IV. La ecuación de la onda es, $y = A.Sen\left(\frac{2\pi\ x}{\lambda} - \frac{2\pi\ t}{T}\right)$

Reemplazando: $y(x;t) = \frac{\pi}{5}.Sen\left(\frac{2\pi\ x}{10\ m} - \frac{2\pi\ t}{0{,}5\ s}\right)\ m$

Respuesta: $y(x;t) = \frac{\pi}{5}.Sen\left(\frac{\pi\ x}{5} - 4\pi\ t\right)\ m$

EJEMPLO 06: Un observador determinó que existe 2 m de separación, entre un valle y otro valle adyacente, de las olas superficiales de un lago y contó 36 crestas que pasaban en 40 segundos. ¿Cuánto vale la magnitud de la velocidad de las olas? (en m/s)

A) $1{,}75\frac{m}{s}$ B) $1{,}8\frac{m}{s}$ C) $17{,}5\frac{m}{s}$ D) $18\frac{m}{s}$ E) $20\frac{m}{s}$

RESOLUCIÓN

I. La longitud de onda es, $\lambda = 3m$ si han pasado 36 crestas entonces han pasado 35 longitudes de onda cada uno de 2 metros.

II. El valor de la velocidad es, $V = \frac{(36-1)\ 2m}{40s} = 1{,}75\frac{m}{s}$

Respuesta: el valor de la velocidad es $1{,}75\frac{m}{s}$

EJEMPLO 07: La función de onda que se propaga en una cuerda muy larga es: $y = \frac{\pi}{6}Sen(2\pi x - \frac{\pi t}{3})$ donde "y" está en metros y "t" en segundos. Halle la rapidez transversal máxima (en m/s) con que vibran los distintos puntos de la cuerda.

A) $\frac{\pi}{9}\left(\frac{m}{s}\right)$ B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

I. La ecuación de la onda es, $y = A.Sen\left(\frac{2\pi\ x}{\lambda} - \frac{2\pi\ t}{T}\right)$

Comparando, la amplitud es, $A = \frac{\pi}{6}\ m$ y el periodo, $\frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow T = 6s$

II. La r4apidez transversal máxima es: $V = \frac{A}{\frac{T}{4}} = 4\left(\frac{A}{T}\right) = \frac{4.\left(\frac{\pi}{6}\right)m}{6s} = \frac{\pi}{9}\left(\frac{m}{s}\right)$

Respuesta: la máxima rapidez transversal es, $\frac{\pi}{9}\left(\frac{m}{s}\right)$

EJEMPLO 08: Una onda de radio al ingresar al agua lleva una longitud de onda de 45 m y una frecuencia de 5 MHz, diga usted con qué velocidad lineal (en Mm/s) está viajando dicha onda electromagnética dentro del agua.

A) $235\left(\frac{Mm}{s}\right)$ B) 245 C) 295 D) 285 E) 225

RESOLUCIÓN

La velocidad lineal de la onda es, $V = \lambda . f = (45\,m).\left(5x10^6\ \frac{1}{s}\right) = 225x10^6\ \frac{m}{s}$

Respuesta: la rapidez lineal es, 225 millones de $\left(\frac{m}{s}\right)$

EJEMPLO 09: Un estudiante que observa las olas del mar se pone a contar las crestas que van pasando y nota que entre la cresta #1 y la cresta #11 hay una distancia total de 40 m. ¿Cuál es la frecuencia de estas olas, si se sabe que avanzan con una velocidad de 20 m/s?

A) $2\,Hz$ B) 3 C) 4 D) 50 E) 5

RESOLUCIÓN

Entre cresta y cresta existe una longitud de onda. Entonces, entre la cresta #1 y la cresta #11, existe 10 longitudes de onda, $\lambda = \frac{40\,m}{10} = 4\ m$

La velocidad lineal de la onda es, $V = \lambda . f \ \Rightarrow\ 20\frac{m}{s} = (4m).f \ \Rightarrow\ f = 5\,Hz$

Respuesta: la frecuencia de la onda es $5\,Hz$

EJEMPLO 10: ¿Con qué velocidad (en m/s) viaja una onda formada en una cuerda de 10 m de longitud y 1 kg de masa, si se le sostiene con una tensión de 40 N?

A) $20\ \frac{m}{s}$ B) 30 C) 40 D) 50 E) 5

RESOLUCIÓN

Cuando se producen ondas en una cuerda tensa, estas se propagan con una velocidad cuyo valor viene dado por la siguiente relación:

T: tensión de la cuerda (40 N), M: Masa de la cuerda (1 kg), L: Longitud de la cuerda (10 m)

Densidad lineal de masa: $\mu = \frac{M}{L} = \frac{1\ kg}{10\ m} = 0{,}1\ \frac{kg}{m}$

V: rapidez de propagación (m/s): $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{40\ N}{0{,}1\ \frac{kg}{m}}} = 20\ \frac{m}{s}$

Respuesta: la rapidez de la onda es $20\ \frac{m}{s}$

EJEMPLO 11: En una cuerda una onda de amplitud 0,3 m, π segundos de período y $2\pi\ m$ de longitud de onda, avanza en el sentido negativo de las x. ¿Cuál es la ecuación de la onda?

A) $y(x;t) = 0{,}3.Sen(x + 2.t)\ m$ B) $y(x;t) = 0{,}3.Sen(x - 2.t)\ m$

C) $y(x;t) = 0{,}3.Sen(3x + 2.t)\ m$ D) $y(x;t) = 0{,}3.Sen(x + t)\ m$

E) $y(x;t) = 3.Sen(x + 2.t)\ m$

RESOLUCIÓN

La amplitud es, $A = 0{,}3\ m$ el periodo es, $T = \pi\ s$ y longitud de onda $\lambda = 2\pi\ m$

La ecuación de la onda es, $y = A.Sen\left(\frac{2\pi\ x}{\lambda} + \frac{2\pi\ t}{T}\right)$

Reemplazando: $y(x;t) = 0{,}3.Sen\left(\frac{2\pi\ x}{2\pi\ m} - \frac{2\pi\ t}{\pi\ s}\right)\ m$

Respuesta: la ecuación de la onda es $y(x;t) = 0{,}3.Sen(x + 2.t)\ m$

EJEMPLO 12: Una cuerda se encuentra tendida a lo largo del eje X. Si en x = 0 se perturba la cuerda de manera que se genera una onda cuya función de onda es: $y = 2Sen(\pi x - \frac{\pi}{3}t)$ donde "y" está en cm, "t" en segundos. Determine al cabo de qué tiempo (en s) empieza a vibrar el punto situado en x = 2 cm.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

RESOLUCIÓN

La ecuación de la onda es, $y = A.Sen\left(\frac{2\pi\ x}{\lambda} - \frac{2\pi\ t}{T}\right)$

La amplitud es, $A = 2\ cm$ el periodo es, $T = 6\ s$ y longitud de onda $\lambda = 2\ cm$

La velocidad de la onda es, $V = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\,cm}{6\ s} = \frac{1}{3}\left(\frac{cm}{s}\right)$

Calculo del tiempo transcurrido, $t = \frac{d}{V} = \frac{2\ cm}{\frac{1}{3}\ \frac{cm}{s}} = 6\ s$

Respuesta: empieza a vibrar el punto después de 6 segundos.

EJEMPLO 13: La densidad lineal de masa de una cuerda vibrante es 0,2 kg/m. Una onda se propaga por dicha cuerda y esta descrita por la ecuación: $y = 0{,}04Sen(x + 30t)$ en donde "x" e "y" están en metros y "t" en segundos. Determine la tensión en la cuerda (en N):

A) 250 B) 180 C) 300 D) 140 E) 280

RESOLUCIÓN

La ecuación de la onda es, $y = A.Sen\left(\frac{2\pi\ x}{\lambda} - \frac{2\pi\ t}{T}\right)$

La amplitud es, $A = 0{,}04\ cm$ el periodo es, $T = \frac{\pi}{15}\ s$ y longitud de onda $\lambda = 2\pi\ m$

La velocidad de la onda es, $V = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi\ m}{\frac{\pi}{15}\ s} = 30\left(\frac{m}{s}\right)$

V: rapidez de propagación (m/s): $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 30\frac{m}{s} = \sqrt{\frac{F}{0{,}2\ \frac{kg}{m}}}$

Despejando, $F = 180\ N$

Respuesta: el valor de la fuerza es 180 N

EJEMPLO 14: Una onda viaja a lo largo de una cuerda según la ecuación $y(x;t) = 0{,}3 \bullet Sen(5\pi.x + 4\pi.t)$ *en el S.I* Indique cuál de las siguientes proposiciones es correcta.

I. La onda se propaga al largo del eje $-x$.

II. Un punto de la cuerda efectuó una oscilación completa cada 0,5 segundo.

III. La longitud de onda es 0,4 metro.

IV. La amplitud de la onda es $0{,}3\ m$

RESOLUCIÓN

La ecuación de una onda a lo largo del eje x es, $y(x;t) = A \bullet Sen(k.x \mp \omega.t)$

Si el signo es negativo se desplaza hacia la derecha y si es positivo se desplaza hacia la izquierda.

También, $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\dfrac{2\pi \bullet x}{\lambda} \mp \dfrac{2\pi \bullet t}{T}\right)$

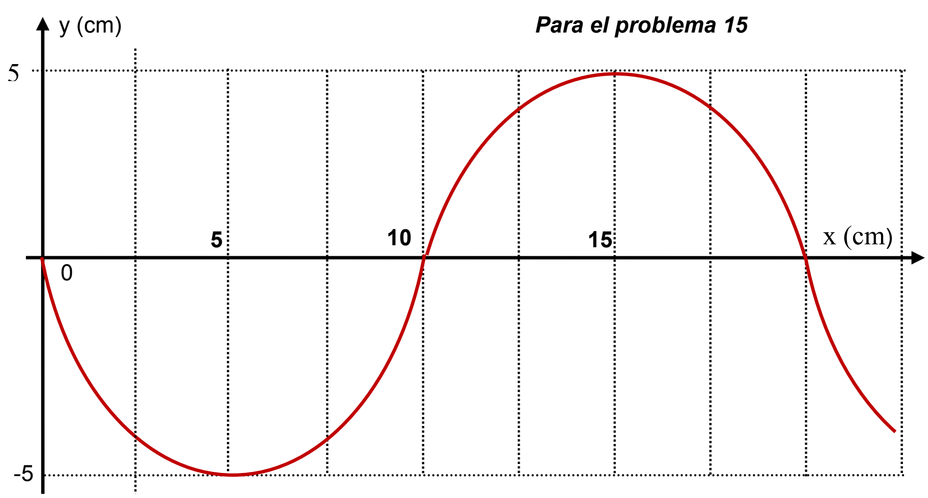
Comparando, la amplitud del movimiento es, $A = 0{,}3\ m$

Calculo de la longitud de onda, $5\pi = \dfrac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0{,}4\ m$

Cálculo del periodo, $4\pi = \dfrac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0{,}5\ s$

Respuesta: todas las afirmaciones son verdaderas.

EJEMPLO 15: Se forman ondas armónicas en una cuerda delgada de densidad lineal de masa $20\,g/m$ y sometida a una tensión de 50 N. Determine la ecuación de la onda, si el perfil de onda que se muestra avanza hacia la derecha.



RESOLUCIÓN

La amplitud de la onda es, $A = 5cm = 0{,}05\ m$

La longitud de onda es, $\dfrac{\lambda}{2} = 10cm \Rightarrow \lambda = 20\ cm = 0{,}20\ m$

La densidad lineal de masa es, $\mu = \frac{20\ g}{m} = 2 \bullet 10^{-2}\ \frac{kg}{m}$

El valor de la tensión en la cuerda es, $F = 50\ N$

La rapidez de la onda es, $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{50}{2 \bullet 10^{-2}}} = 50\ \frac{m}{s}$

También sabemos que, $V = \lambda . f \Rightarrow f = \frac{V}{\lambda} = \frac{50}{0{,}20} = 250\ Hz$

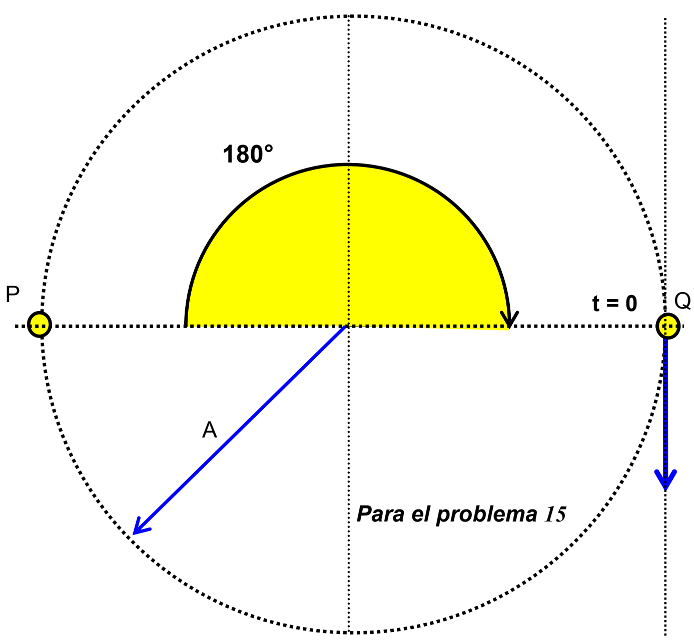
La rapidez angular es, $\omega = 2\pi . f = 2\pi(250) = 500\pi\ \frac{rad}{s}$

El periodo de oscilación es, $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{250}\ s$

La ecuación general de la onda es, $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi \bullet x}{\lambda} - \frac{2\pi \bullet t}{T} + \theta_0\right)$

La onda se propaga hacia la derecha, por eso el signo es negativo.
La posición angular inicial en la circunferencia trigonométrica es, $\theta_0 = 180° \equiv \pi\ rad$

Reemplazando; $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi \bullet x}{0{,}2} - \frac{2\pi \bullet t}{\frac{1}{250}} + \pi\right)$



Despejando, $y(x;t) = 0{,}05 \bullet Sen(10\pi . x - 500\pi . t + \pi)$

Respuesta: en el sistema internacional $y(x;t) = 0{,}05 \bullet Sen(10\pi . x - 500\pi . t + \pi)$

EJEMPLO 16: Una cuerda tensa, fija a dos extremos tiene 0,25 kg y soporta una tensión de 80 N, si la ecuación de la onda que se propaga a través de la cuerda es, $y(x;t) = 0{,}5 \bullet Sen(2.x - 80.t)\ m$ determine la longitud de la cuerda (en m).

A) 2 B) 5 C) 10 D) 12 E) 15

RESOLUCIÓN

La ecuación general de la onda es, $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi \bullet x}{\lambda} - \frac{2\pi \bullet t}{T}\right)$

La onda se propaga hacia la derecha, por eso el signo es negativo.

Comparando tenemos que,

La amplitud es, $A = 0{,}5\ m$

La longitud de onda es, $\frac{2\pi}{\lambda} = 2 \Rightarrow \lambda = \pi\ m$

El periodo de oscilación es, $\frac{2\pi}{T} = 80 \Rightarrow T = \frac{\pi}{40}\ s$

La velocidad de la onda es, $V = \frac{\lambda}{T} = \frac{\pi}{\frac{\pi}{40}} \Rightarrow V = 40\ \frac{m}{s}$

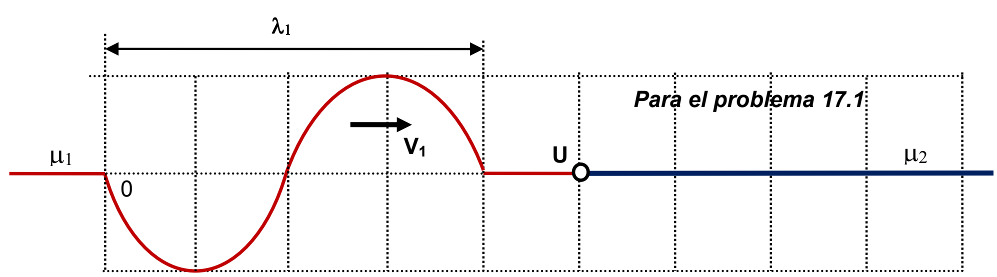
La rapidez de la onda a través de una cuerda tensa es, $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

Reemplazando, $\mu = \frac{F}{V^2} = \frac{80\ N}{(40)^2} = \frac{1}{20}\left(\frac{kg}{m}\right)$

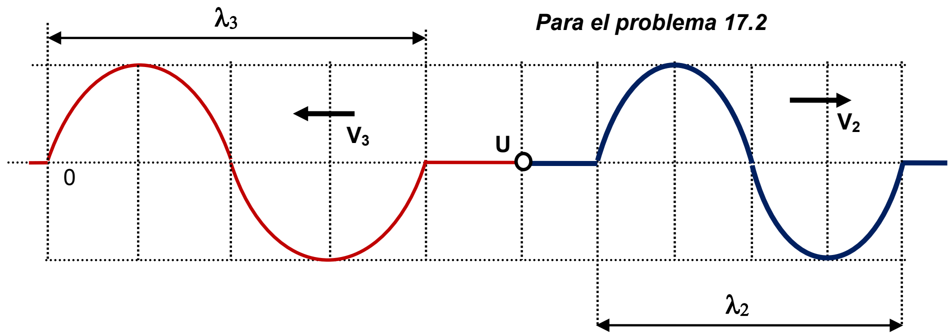
Densidad lineal de masa en la cuerda, $\mu = \frac{M}{L} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{0{,}25}{L} \Rightarrow L = 5\ m$

Respuesta: la longitud de la cuerda es 5 metros.

EJEMPLO 17: Se muestra en fenómeno de refracción y reflexión de una onda a través de dos cuerdas tensas unidas en un punto U, cuyas densidades lineales son $\mu_1\ y\ \mu_2$. Marcar falso (F) o verdadero (V).



I. Si, $\mu_1 \langle \mu_2$ entonces las rapideces están en relación $V_3 \rangle V_2$.



II. La frecuencia de las ondas se mantiene constante.

III. Si $\mu_1 \langle \mu_2$, la onda reflejada y la onda refractada tienen diferente longitud de onda.

RESOLUCIÓN

I. La tensión T en las cuerdas es constante. La rapidez es, $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ entonces:

$$V_3 = \sqrt{\frac{T}{\mu_1}} \text{ y } V_2 = \sqrt{\frac{T}{\mu_2}} \text{ pero si, } \mu_1 \langle \mu_2 \text{ entonces, } V_3 \rangle V_2$$

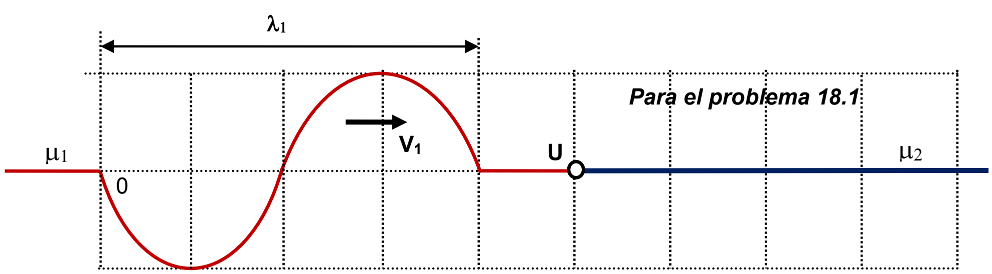
II. La frecuencia depende de la fuente, entonces se mantiene constante.

III. La frecuencia es contante, $f = \frac{V_3}{\lambda_3} = \frac{V_2}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_3 \rangle \lambda_2$

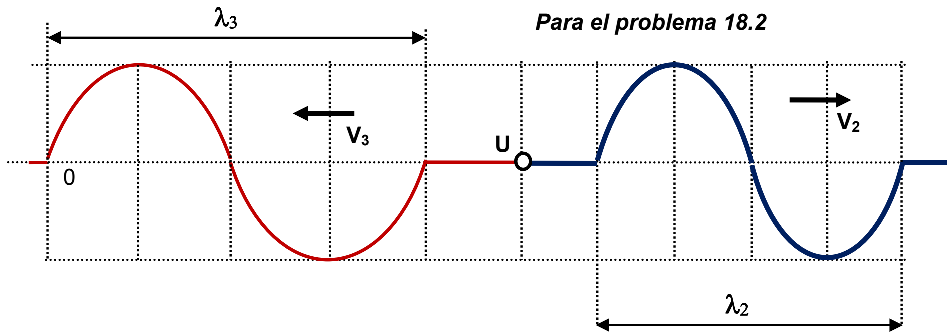
Respuesta: todas las afirmaciones son verdaderas. V.V.V.

EJEMPLO 18: La onda (1) viaja por una cuerda tensa y llega a la unión U con otra cuerda, de lo cual surgen dos ondas (2) y (3) como se muestra. Longitudes de onda, $\lambda_3 \rangle \lambda_2$

Marcar falso (F) o verdadero (V).



I. La rapidez de la onda reflejada y la rapidez de la onda refractada son iguales.
II. La frecuencia de las ondas se mantiene constante.



III. Si $\mu_1 \langle \mu_2$, la onda reflejada y la onda refractada tienen diferente longitud de onda.

RESOLUCIÓN

I. FALSO. La velocidad de propagación de la onda depende del medio. La tensión es contante en las cuerdas. $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ Entonces:

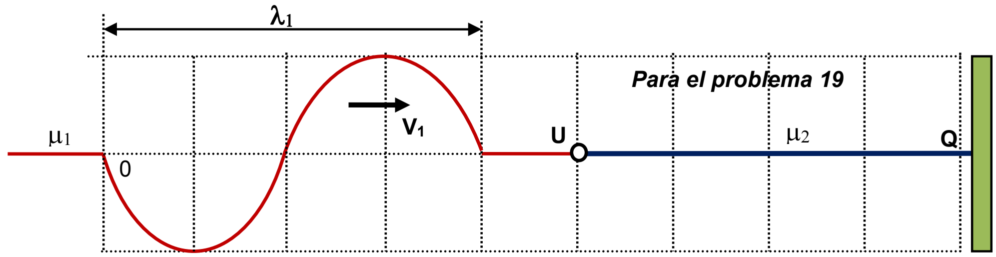
$$V_3 = \sqrt{\frac{T}{\mu_1}} \text{ y } V_2 = \sqrt{\frac{T}{\mu_2}} \text{ pero si, } \mu_1 \langle \mu_2 \text{ entonces, } V_3 \rangle V_2$$

II. VERDADERO. La frecuencia depende de la fuente, entonces se mantiene constante.

III. VERDADERO. La frecuencia es contante, $f = \frac{V_3}{\lambda_3} = \frac{V_2}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_3 \rangle \lambda_2$

Respuesta: las afirmaciones son, F.V.V.

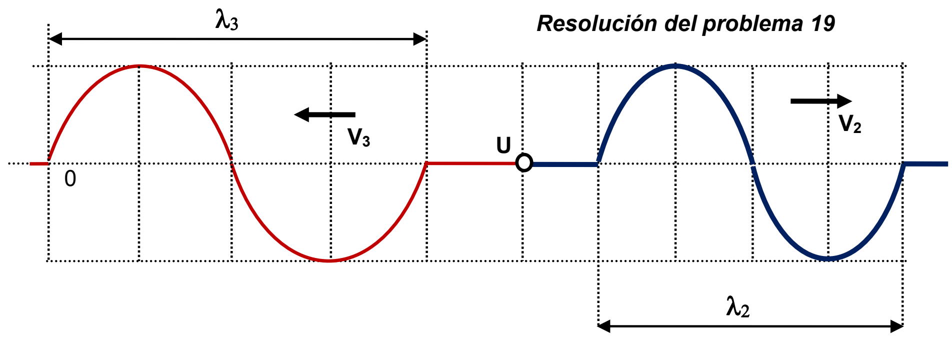
EJEMPLO 19: La figura muestra dos cuerdas cuyas densidades lineales son μ_1 y μ_2 donde $(\mu_1 \langle \mu_2)$. Si se genera una onda en la cuerda delgada, marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:



I. Cuando la onda llega al punto de unión U se produce la reflexión y la refracción.
II. La onda reflejada en el punto U se invierte porque $(\mu_1 \langle \mu_2)$.
III. La onda refractada cuando llega a la pared en Q ya no se refleja.

RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. Si $(\mu_1 \langle \mu_2)$ entonces se invierte la onda reflejada. La onda refractada no se invierte.



II. VERDADERO. La onda reflejada se invierte porque $(\mu_1 \langle \mu_2)$
III. FALSO. La onda se refleja en la pared, punto Q, invirtiendo su forma.
Respuesta: las afirmaciones son V.V.F.

EJEMPLO 20: En una cuerda tensa de longitud 0,5 m, se genera una onda estacionaria que tiene la forma, $Y(x;t) = 4{,}8 \bullet Sen\left(\frac{x}{3{,}6}\right) \bullet Cos(130\,t)$ donde x e Y se miden en mm

Determinar la velocidad de propagación de la onda a través de la cuerda tensa.

RESOLUCIÓN

La ecuación tiene la siguiente forma, $Y(x;t) = 2A \bullet Sen\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \bullet Cos\left(\frac{2\pi\, t}{T}\right)$

Identificando tenemos que, la amplitud es, $A = 2{,}4\ mm$

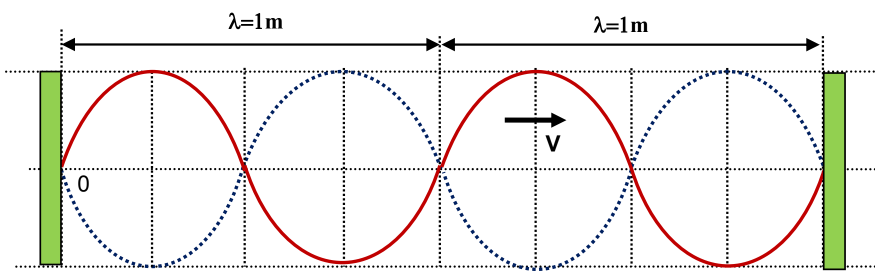
La longitud de onda es, $\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{1}{3,6} \Rightarrow \lambda = 7,2\pi\ mm$

El periodo de oscilación es, $\frac{2\pi}{T} = 130 \Rightarrow T = \frac{\pi}{65}\ s$

La velocidad de propagación de la onda es, $V = \frac{\lambda}{T} = \frac{7,2\pi}{\frac{\pi}{65}} \Rightarrow V = 468\left(\frac{mm}{s}\right)$

Respuesta: la rapidez de la onda es $0,47\left(\frac{m}{s}\right)$

EJEMPLO 21: Una cuerda tensa vibra en su cuarto armónico, con frecuencia de $40\,Hz$. La cuerda de 2 metros de largo tiene densidad lineal de masa $0,05\left(\frac{kg}{m}\right)$. ¿Cuál es el valor de la tensión en la cuerda en N?



Para el problema 21

A) 40 B) 60 C) 80 D) 85 E) 90

RESOLUCIÓN

Graficando una onda en su cuarto armónico (cuatro ojos) deducimos que, $2\lambda = 2\ m$ luego deducimos que la longitud de onda es, $\lambda = 1\ m$

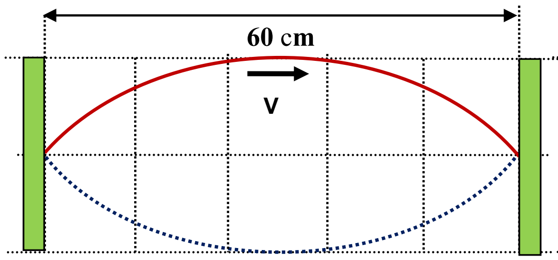
La velocidad de la onda es, $V = \lambda.f = (1\ m)\bullet(40\ Hz) = 40\ m/s$

La rapidez de la onda a través de la cuerda tensa es, $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow T = V^2.\mu$

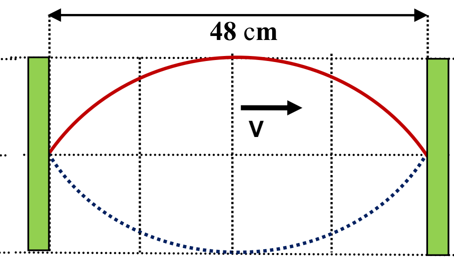
Reemplazando tenemos que, $T = (40)^2.(0,05) = 80\ N$

Respuesta: la tensión en la cuerda es 80 newtons.

EJEMPLO 22: La longitud de las cuerdas de una guitarra entre sus puntos fijos es 60 cm. Al rasgar una de las cuerdas emite un sonido de a 220 Hz. La frecuencia fundamental cuando se rasga la misma cuerda después de fijar un dedo a 12 cm del el extremo más próximo a las clavijas es:



Para el problema 22



Resolución del problema 22

RESOLUCIÓN

Deducimos de la frecuencia fundamental (un solo ojo) que, $\frac{\lambda}{2} = 60\ cm \Rightarrow \lambda_1 = 120\ cm$

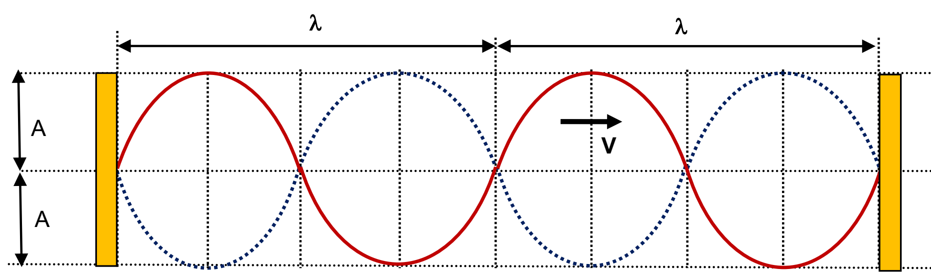
En el segundo caso, la frecuencia fundamental cuando la distancia entre los extremos es, $L = 60 - 12 = 48\,cm \Rightarrow \frac{\lambda_2}{2} = 48\ cm \Rightarrow \lambda_2 = 96\ cm$

PROPIEDAD: Si la tensión es constante y la densidad lineal es el mismo entonces las ondas tienen la misma rapidez (velocidad). $V_1 = V_2 \Rightarrow \lambda_1.f_1 = \lambda_2.f_2$

Reemplazando, $(120).(220) = (96).f_2 \Rightarrow f_2 = 275\ Hz$

Respuesta: la frecuencia en el segundo caso es $275\ Hz$

EJEMPLO 23: Se muestra una cuerda tensa en el cual la onda que oscila en su cuarto armónico. Si la amplitud es 10 cm y la longitud de onda es 50 cm. Marcar falso (F) o verdadero (V) en las siguientes afirmaciones:



Para el problema 23

I. La longitud de la cuerda tensa es 2 metros.
II. Respecto de la ecuación de la onda, cuando $x = 6{,}25\ cm$ entonces $y = 14{,}1\ cm$
III. Si, $x = \frac{\lambda}{2}$ entonces la amplitud de la onda es nula.

RESOLUCIÓN

I. FALSO. La longitud de onda es $\lambda = 50\ cm$ y observamos que la cuerda mide, $L = 2\lambda = 100\,cm = 1\ m$

II. FALSO. La ecuación de la onda mecánica es, $y(x;t) = 2A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda}\right) \bullet Cos\left(\frac{2\pi.t}{T}\right)$

La amplitud en el eje y de la onda es, $A = 10\ cm$

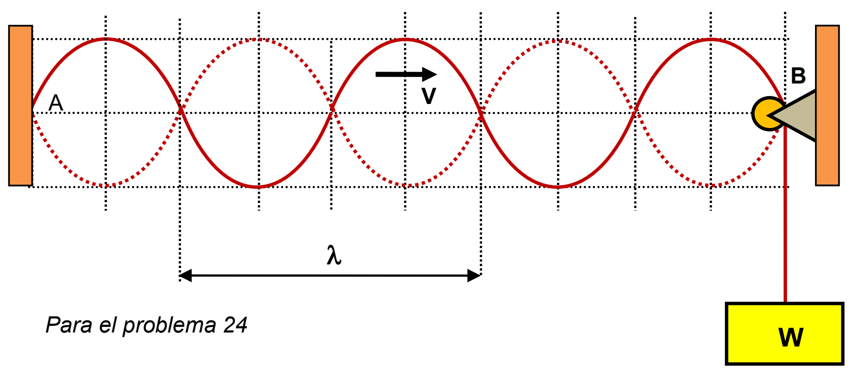
La elongación en y de la onda está dado por: $y = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda}\right)$

Reemplazando, $y = 10 \bullet Sen\left(\frac{2\pi \bullet 6{,}25}{50}\right) = 10 \bullet Sen\left(\frac{\pi}{4}\right) = 7{,}1\ cm$

III. VERDADERO. $y = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda}\right) = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.\bullet \frac{\lambda}{2}}{\lambda}\right) = A \bullet Sen(\pi) = 0$

Respuesta: las afirmaciones son F.F.V.

EJEMPLO 24: La cuerda tensa mide 2 m entre loa extremos A y B, su densidad lineal es $0{,}4\ kg/m$. Esta cuerda es excitada por el extremo izquierdo por un vibrador de $80\,Hz$. El bloque que se debe colgar en su extremo derecho para que resuene en su quinto armónico, debe tener un peso W en newtons es,



Para el problema 24

RESOLUCIÓN

Calculo de la longitud de onda, quinto armónico (cinco ojos), $5 \bullet \left(\frac{\lambda}{2}\right) = 2\,m$

La longitud de onda es, $\lambda = 0{,}8\ m$

La velocidad de la onda es, $V = \lambda \bullet f = (0{,}8) \bullet (80) = 64\ \frac{m}{s}$

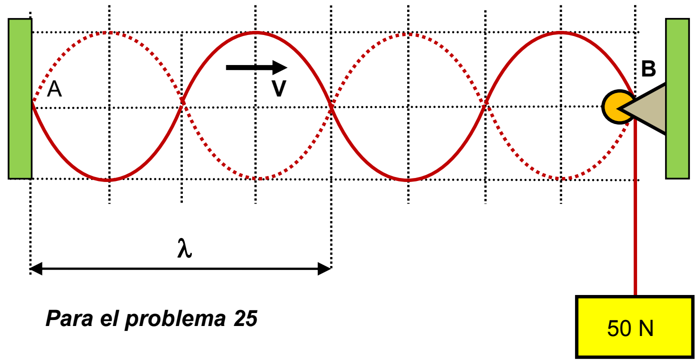
La tensión en la cuerda es igual a la carga W, la densidad lineal de masa es $\mu = 0{,}4\ \frac{kg}{m}$

La velocidad de propagación de una onda a través de una cuerda tensa es; $V = \sqrt{\frac{W}{\mu}}$

Despejando, $W = V^2 \bullet \mu = (64)^2 \bullet (0{,}4) = 1\ 638{,}4\ N$

Respuesta: el peso de la carga W es $1{,}6\ kN$

EJEMPLO 25: La cuerda de un metro de largo, tiene masa de $5 \bullet 10^{-3}\ kg$ y soporta una tensión de 50 N, está oscilando en su cuarto armónico. Determinar la frecuencia de oscilación en Hz.



Para el problema 25

RESOLUCIÓN

Cálculo de la longitud de onda es, $2\lambda = 1\ m \;\Rightarrow\; \lambda = 0{,}5\ m$

Calculo de la densidad lineal de masa, $\mu = \dfrac{M}{L} = \dfrac{5 \bullet 10^{-3}\ kg}{1\ m} = 5 \bullet 10^{-3}\left(\dfrac{kg}{m}\right)$

Cálculo de la velocidad de la onda a través de la cuerda tensa, $V = \sqrt{\dfrac{W}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{50}{5 \bullet 10^{-3}}} = 100\left(\dfrac{m}{s}\right)$

Calculo de la frecuencia, $f = \dfrac{V}{\lambda} = \dfrac{100}{0{,}5} = 200\ Hz$

Respuesta: la frecuencia de oscilación es, $200\ Hz$

EJEMPLO 26: La onda se propaga a través de una cuerda tensa con rapidez de 10 m/s, con frecuencia de 20 Hz y amplitud de 1,6 cm. Si la densidad lineal de masa es $0{,}1\ kg/m$, determinar la potencia de la onda en watts.

RESOLUCIÓN

La potencia de una onda es, $P = \dfrac{\mu \bullet \omega^2 \bullet A^2 \bullet V}{2}$ donde,

La densidad lineal de masa es, $\mu = 0{,}1\ \dfrac{kg}{m}$

La rapidez angular es, $\omega = 2\pi \bullet f = 2\pi \bullet 20\ Hz = 40\pi\ \dfrac{rad}{s}$

La amplitud es, $A = 1{,}6\ cm = 16 \bullet 10^{-3}\ m$

La velocidad de propagación es, $V = 10\ \dfrac{m}{s}$

Reemplazando, $P = \dfrac{(0{,}1) \bullet (40\pi)^2 \bullet \left(16 \bullet 10^{-3}\right)^2 \bullet (10)}{2} = 2\ watts$

Respuesta: La potencia de la onda mecánica es, $2\ W$

EJEMPLO 27: ¿Cuál es la potencia transmitida (en watts)? por una cuerda de $0{,}2\ kg/m$ por la que viaja la onda con una rapidez de 5 m/s y frecuencia 60 Hz, la amplitud de la onda es 2 cm.

RESOLUCIÓN

La potencia de una onda es, $P=\dfrac{\mu\bullet\omega^2\bullet A^2\bullet V}{2}$ donde,

La densidad lineal de masa es, $\mu=0{,}2\ \dfrac{kg}{m}$

La rapidez angular es, $\omega=2\pi\bullet f=2\pi\bullet 60\ Hz=120\pi\ \dfrac{rad}{s}$

La amplitud es, $A=2\ cm=2\bullet 10^{-2}\ m$

La velocidad de propagación es, $V=5\ \dfrac{m}{s}$

Reemplazando, $$P=\frac{(0{,}2)\bullet(120\pi)^2\bullet\left(2\bullet 10^{-2}\right)^2\bullet(5)}{2}=28{,}4\ watts$$

Respuesta: La potencia de la onda mecánica es, $28{,}4\ W$

EJEMPLO 28: Si en una cuerda de densidad lineal de masa μ sometida a una tensión F, se generan ondas de frecuencia f y amplitud A, transmitiendo una potencia P_0. Calcule la potencia que transmite otra onda de densidad lineal 2μ sometida a una tensión $2F$, se generan ondas de frecuencia $2f$ y amplitud $2A$

RESOLUCIÓN

PRIMER CASO: La potencia de una onda es, $P_1=\dfrac{\mu\bullet\omega^2\bullet A^2\bullet V}{2}=P_0$

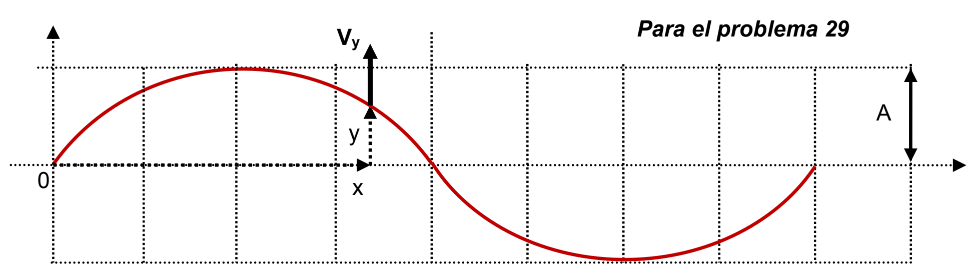
$$P_1=\frac{\mu\bullet(2\pi.f)^2\bullet A^2\bullet\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}}{2}=2\pi^2 f^2\bullet A^2\bullet\sqrt{\mu.F}=P_0$$

SEGUNDO CASO: Se duplican las magnitudes.

Reemplazando, $P_2==2\pi^2(2f)^2\bullet(2A)^2\bullet\sqrt{(2\mu)\bullet(2F)}=32\bullet P_0$

Respuesta: La nueva potencia de la onda mecánica es, $32\bullet P_0$

EJEMPLO 29: En una cuerda tensa, una onda de tipo senoidal de amplitud 3 cm, de periodo $\pi\ s$ y longitud de onda $2\pi\ cm$ avanza en el sentido negativo del eje x. Si en el instante $t=0\ s$ al punto $x=0$ de la cuerda le corresponde un desplazamiento $y=0$. Determine la ecuación de la onda, con x e y están en cm.



RESOLUCIÓN

La ecuación general de la onda mecánica es, $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda} \mp \frac{2\pi.t}{T}\right)$

La onda se propaga en dirección del eje $-x$ (hacia la izquierda.

Reemplazando, $y(x;t) = 3 \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{2\pi} + \frac{2\pi.t}{\pi}\right)\ cm$

Respuesta: la ecuación de la onda es, $y(x;t) = 3 \bullet Sen(x + 2.t)\ cm$

EJEMPLO 30: Con respecto a las ondas mecánicas, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

I. Toda onda mecánica transporta solamente energía.

II. Las ondas mecánicas necesitan de un medio para propagarse.

III. Los diferentes puntos del medio vibran con la misma frecuencia del agente perturbador.

RESOLUCIÓN

I. FALSO. Las ondas mecánicas transportan energía y cantidad de movimiento.

II. VERDADERO. Necesitan un medio natural para propagarse.

III. VERDADERO. La frecuencia se mantiene constante en todos los medios (refracción), solo depende del agente perturbador (vibrador).

Respuesta: Las afirmaciones son F.V.V.

EJEMPLO 31: Con respecto a las ondas mecánicas, señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

I. La velocidad con que se propaga una onda mecánica en un medio depende de su frecuencia.

II. Cuando una onda pasa de un medio a otro su longitud de onda no cambia.

III. Las ondas mecánicas necesitan siempre de un medio para propagarse.

RESOLUCIÓN

I. FALSO. La velocidad de propagación de pende del medio y del valor de la tensión en la cuerda.

$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

II. FALSO. Cuando una onda se refracta (pasa de un medio a otro), la frecuencia no cambia, pero si cambia la longitud de onda.

III. VERDADERO. Las ondas mecánicas no se propagan en el vacío.

Respuesta: Las afirmaciones son F.F.V.

EJEMPLO 32: Una onda transversal viaja a través de una cuerda tensa de gran longitud, cuya ecuación es, $y(x;t) = 8 \bullet Sen(0{,}2\pi.x + 2\pi.t)$ donde x e y se miden en cm y t en segundos. Señale la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones.

I. La rapidez de propagación de la onda es 10 m/s.

II. La onda se propaga al largo del eje y.

III. La longitud de la onda es 10 cm.

RESOLUCIÓN.

La ecuación general de la onda mecánica es, $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda} + \frac{2\pi.t}{T}\right)$

La amplitud de la onda es, $A = 8\ cm$

Cálculo de la longitud de onda, $\frac{2\pi}{\lambda} = 0{,}2\pi \Rightarrow \lambda = 10\ cm$

Cálculo del periodo de oscilación, $\frac{2\pi}{T} = 2\pi \Rightarrow T = 1\ s$

La velocidad de propagación es, $V = \frac{\lambda}{T} = \frac{10\ cm}{1\ s} \Rightarrow V = 10\frac{m}{s}$

I. VERDADERO. La velocidad en el eje x es, $V = 10\ m.s^{-1}$
II. FALSO. La onda se propaga en el eje x.
III. VERDADERO. La longitud de onda es, $\lambda = 10\ cm$
Respuesta: las afirmaciones son V.F.V.

EJEMPLO 33: Por una cuerda tensa se propaga una onda viajera cuya función está determinada por, $y(x;t) = 0{,}5 \bullet Sen(0{,}5.x - 40.t)\ m$ estando x en metros y t en segundos. Determine la magnitud de la velocidad V_y de un punto de la cuerda que tiene una elongación $y = 0{,}2\ m$ de su posición inicial de equilibrio.

RESOLUCIÓN

La ecuación general de la onda mecánica es, $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda} - \frac{2\pi.t}{T}\right)$

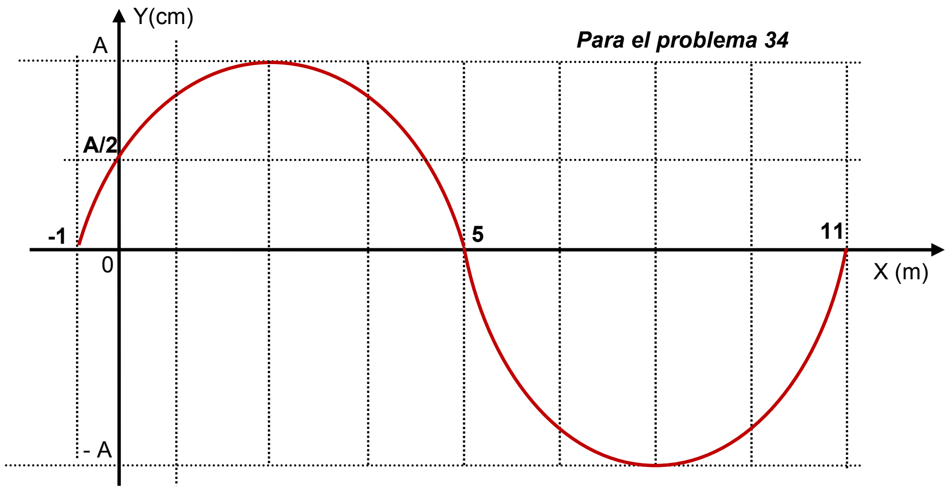
Comparando, la amplitud es, $A = 0{,}5\ m$

Calculo de la frecuencia angular, $\frac{2\pi}{T} = \omega = 40\ \frac{rad}{s}$

Aplicando el M.A.S en el eje y, $V = \omega \bullet \sqrt{A^2 - y^2} = 40 \bullet \sqrt{(0{,}5)^2 - (0{,}2)^2} = 18{,}33\ \frac{m}{s}$

Respuesta: La velocidad en el eje transversal es, $18{,}33\ m.s^{-1}$

EJEMPLO 34: Una onda viajera se propaga por una cuerda tensa cura función de onda es, $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda} - \frac{2\pi.t}{T} + \phi\right)$ Indique si las afirmaciones son falsas (F) o verdaderas (V) si en $t = 0\ s$ la cuerda tiene la siguiente forma.
I. Su longitud de onda es $\lambda = 12\ m$.
II. El desfase en $t = 0\ s$ es $\phi = \frac{\pi}{6}$.
III. La onda se propaga en dirección $-x$.



RESOLUCIÓN

I. VERDADERO. Identificando en la gráfica, la longitud de onda es, $\lambda = 12\ m$

De la gráfica, para $t = 0\ s$ el alejamiento vertical es $y = \dfrac{A}{2}$ además $x = 0$

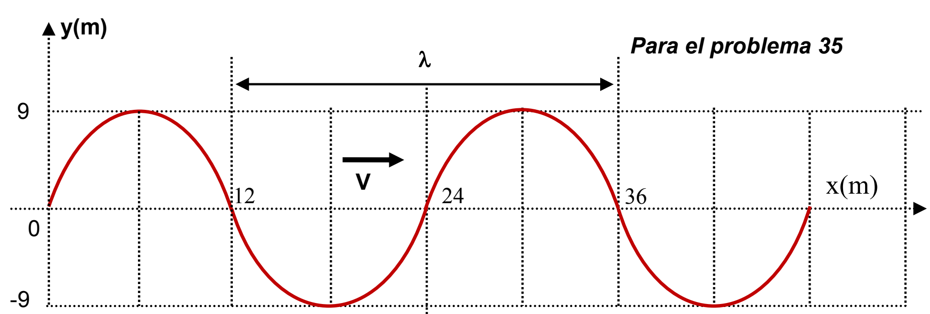
Ecuación de la onda, $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\dfrac{2\pi.x}{\lambda} - \dfrac{2\pi.t}{T} + \phi\right)$

II. VERDADERO. Reemplazando, $\dfrac{A}{2} = A \bullet Sen(0 - 0 + \phi) \Rightarrow Sen(\phi) = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \phi = \dfrac{\pi}{6}$

III. FALSO. La onda se propaga en el eje $+x$, debido a la regla de signos en la formula.

Respuesta: La afirmaciones son V.V.F

EJEMPLO 35: Se muestra una onda armónica que se propaga en un medio homogéneo con rapidez de 6 m/s, si $t = 0\ s$ la posición es $x = 0$, determine la ecuación de la onda.



RESOLUCIÓN

La amplitud de la onda es, $A = 9\ m$

La longitud de onda es, $\lambda = 36 - 12 = 24\ m$

Cálculo del periodo, $T = \dfrac{\lambda}{V} = \dfrac{24}{6} = 4\,s$

Ecuación de la onda, $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\dfrac{2\pi.x}{\lambda} - \dfrac{2\pi.t}{T}\right)$

Reemplazando, $y(x;t) = 9 \bullet Sen\left(\dfrac{2\pi.x}{24} - \dfrac{2\pi.t}{4}\right)$

El signo negativo se debe al sentido de movimiento hacia la derecha.

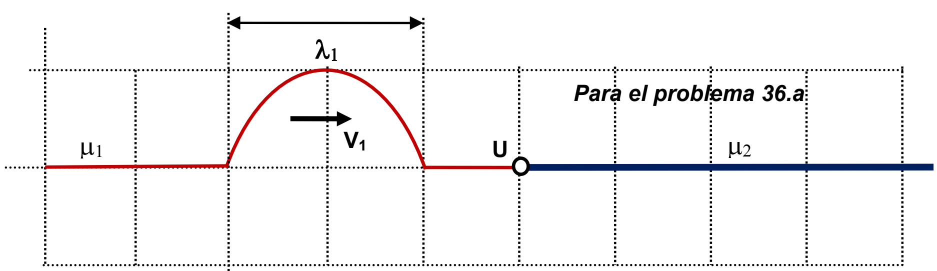
Respuesta: la ecuación de la onda es, $y(x;t) = 9 \bullet Sen\left(\dfrac{\pi.x}{12} - \dfrac{\pi.t}{2}\right)$

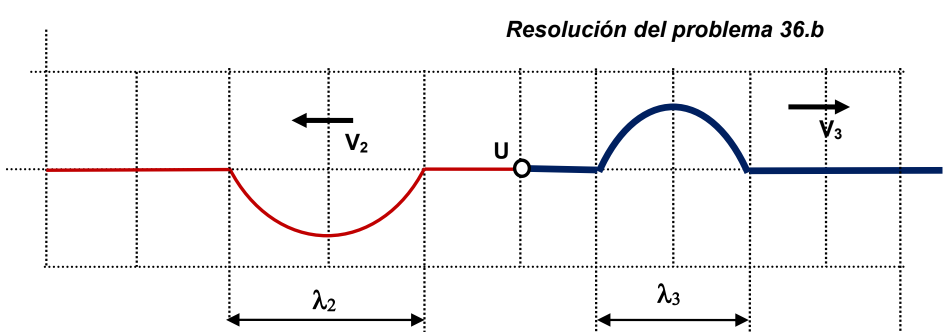
EJEMPLO 36. Se muestra la refracción y reflexión de una onda mecánica, sean (1), (2) y (3) los pulsos incidente, reflejado y transmitido respectivamente. Marcar verdadero (V) y falso (F) según corresponda.

I. La rapidez de (1) es mayor que la rapidez (2).

II. La frecuencia de (3) es diferente a la frecuencia (2).

III. La amplitud de (1) es mayor que la amplitud de (3).



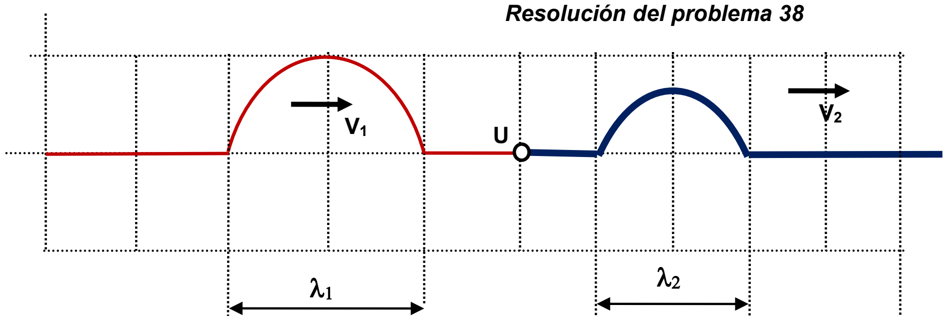


RESOLUCIÓN
I. FALSO. $V_1 = V_2$ Porque se encuentran en el mismo medio.
II. FALSO. La frecuencia se mantiene constante, solo depende de la fuente (vibrador). $f_1 = f_2 = f_3$
III. VERDADERO. La amplitud de la onda incidente es mayor que la amplitud de la onda refractada.
Respuesta: Las afirmaciones F.F.V.

EJEMPLO 37. Marcar verdadero (V) y falso (F) según corresponda, en relación a la reflexión y refracción de una onda a través de una cuerda tensa.
I. La energía de la onda incidente, es igual a la energía transmitida en la refracción de la onda.
II. La amplitud de la onda incidente es igual a amplitud de la onda reflejada.
III. Las amplitudes de la onda incidente, reflejado y refractado están relacionadas con la conservación de la energía.
RESOLUCIÓN
I. FALSO. Por conservación de la energía mecánica, $E_{INCIDENTE} = E_{REFLEJADA} + E_{TRANSMITIDA}$
II. FALSO. La amplitud de la onda incidente es mayor de la amplitud de la onda reflejada.
$A_{INCIDENTE} \rangle A_{REFLEJADA}$
III. VERDADERO. Las amplitudes se relacionan mediante la conservación de la energía.
Respuesta: Las afirmaciones

EJEMPLO 38. Marcar verdadero (V) y falso (F) según corresponda, en relación a la reflexión y refracción de una onda a través de una cuerda tensa.
I. La longitud de onda en la cuerda delgada cuando pasa a otra cuerda gruesa en el fenómeno de refracción, se incrementa.
II. La frontera entre la cuerda delgada y la cuerda gruesa, se comporta como "frontera rígida" para efectos del fenómeno de reflexión.
III. Cuando una onda que viaja a una cuerda delgada llega a una cuerda gruesa solo se transmite, no se refleja.
RESOLUCIÓN
I. FALSO. La longitud de la onda refractada es menor de la longitud de onda incidente.

Resolución del problema 38



$V_1 \rangle V_2 \;\Rightarrow\; \lambda_1 \bullet f \rangle \lambda_2 \bullet f \;\Rightarrow\; \lambda_1 \rangle \lambda_2$ La longitud de onda disminuye.

II. VERDADERO. La unión entre la cuerda delgada y la cuerda gruesa se comporta como un "espejo", relacionando con la onda electromagnética.

$$A_{INCIDENTE} \rangle A_{REFLEJADA}$$

III. FALSO. Existe simultáneamente el fenómeno de reflexión y refracción.
Respuesta: Las afirmaciones F.V.F.

EJEMPLO 39. Se forman ondas estacionarias en una cuerda de 3 m de largo, la frecuencia de oscilación de la fuente perturbadora es 4 Hz, la masa de la cuerda es 0,3 kg y está sometida a una tensión de 6,4 N. ¿Cuántos antinodos presenta?

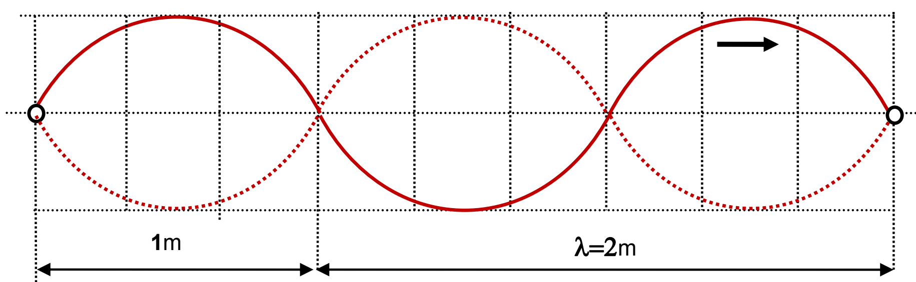
RESOLUCIÓN

La densidad lineal de masa es, $\mu = \dfrac{M}{L} = \dfrac{0{,}3\ kg}{3\ m} = 0{,}1\ \dfrac{kg}{m}$

La velocidad de la onda a través de una cuerda tensa es, $V = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{6{,}4}{0{,}1}} = 8\ \dfrac{m}{s}$

Calculo de la longitud de onda: $V = \lambda \bullet f \ \Rightarrow\ 8 = \lambda(4) \ \Rightarrow\ \lambda = 2\ m$

Resolución del problema 39



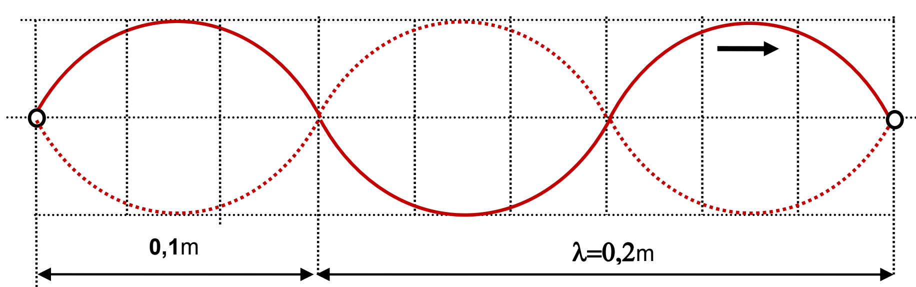
Respuesta: Se generan 3 antinodos (tres ojos).

EJEMPLO 40. Una cuerda de 3 gramos y largo 0,3 m se sujeta por un extremo a un vibrador de 60 Hz y en el otro extremo se aplica una fuerza T que hace que la cuerda vibre en su tercer armónico. Calcule la magnitud de la fuerza de tensión T (en N).

RESOLUCIÓN

La densidad lineal de masa es, $\mu = \dfrac{M}{L} = \dfrac{3 \bullet 10^{-3}\ kg}{0{,}3\ m} = 0{,}01\ \dfrac{kg}{m}$

Resolución del problema 40



Cálculo de la longitud de onda, en su tercer armónico, $\dfrac{3}{2}\lambda = 0{,}3\ m \ \Rightarrow\ \lambda = 0{,}2\ m$

La velocidad de la onda es, $V = \lambda \bullet f \ \Rightarrow\ V = (0{,}2\ m).(60\,Hz) = 12\ m.s^{-1}$

La velocidad de propagación a través de una cuerda tensa, $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow T = V^2.\mu$

Reemplazando; $T = (12)^2.(0{,}01) = 1{,}44\ N$

Respuesta: El valor de la tensión en la cuerda es $1{,}44\ N$

EJEMPLO 41. En una cuerda de 20 cm, fija en uno de sus extremos, se forma una onda estacionaria, $y(x;t) = 0{,}5 \bullet Sen\left(\frac{\pi.x}{4}\right) \bullet Cos(\pi.t)$ donde x e y se miden en centímetros y t en segundos. Marcar verdadero (V) y falso (F) según corresponda, en relación a la reflexión y refracción de una onda a través de una cuerda tensa.

I. La onda vibra con su cuarto armónico.

II. La velocidad de propagación de la onda a través de la cuerda es 4 cm/s.

III. En $x = 0$ la amplitud vertical es $y = 0{,}35\ cm$

IV. La amplitud en el eje transversal es 0,25 cm

RESOLUCIÓN

La ecuación de la onda mecánica es, $y(x;t) = 2A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda}\right) \bullet Cos\left(\frac{2\pi.t}{T}\right)$

La longitud de onda es, $\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \lambda = 8\ cm$

El periodo es, $\frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{1} \Rightarrow T = 2\ s$

Comparando, $2A = 0{,}5\ cm \Rightarrow A = 0{,}25\ cm$

I. FALSO. Cálculo del número de antinodos, $n = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2 \bullet 20}{8} = 5$ La onda vibra en su quinto armónico.

II. VERDADERO. La velocidad de la onda es, $V = \frac{\lambda}{T} = \frac{8}{2} = 4\ \frac{cm}{s}$

III. FALSO. La elongación en "y" de la onda está dado por: $y = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda}\right)$

Reemplazando, $y = 0{,}25 \bullet Sen\left(\frac{2\pi \bullet 1}{8}\right) = 0{,}25 \bullet Sen\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0{,}18\,cm$

IV. VERDADERO. Comparando, $A = 0{,}25\ cm$

Respuesta: las afirmaciones son F.V.F.V.

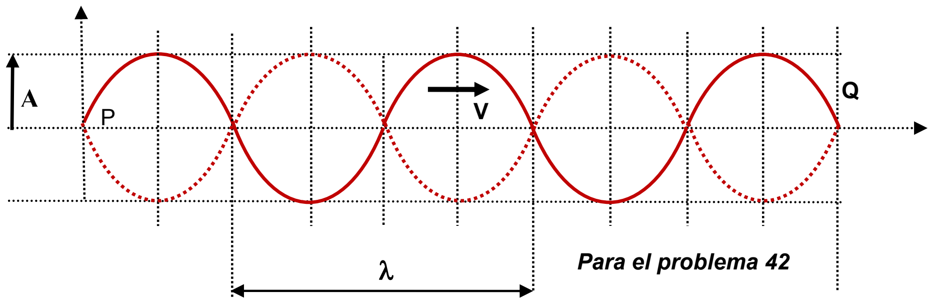
EJEMPLO 42. En una cuerda de longitud 50 cm está atado de sus extremos P y Q, que genera una onda estacionaria de amplitud A en su quinto armónico. Determine la elongación en un punto de la cuerda en la posición $x = 2{,}5\ cm$ del extremo P.

RESOLUCIÓN

Aplicamos la fórmula para calcular la cantidad de antinodos, $n = \dfrac{2L}{\lambda}$

Reemplazando, $5 = \dfrac{2(50\ cm)}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 20\ cm$

La longitud de onda es 20 cm.



Para el problema 42

La ecuación de la onda mecánica es, $y(x;t) = 2A \bullet Sen\left(\dfrac{2\pi.x}{\lambda}\right) \bullet Cos\left(\dfrac{2\pi.t}{T}\right)$

La elongación en "y" de la onda está dado por: $y = A \bullet Sen\left(\dfrac{2\pi.x}{\lambda}\right)$

Para, $x = 2{,}5\ cm$

Reemplazando, $y = A \bullet Sen\left(\dfrac{2\pi \bullet 2{,}5}{20}\right) = A \bullet Sen\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{A\sqrt{2}}{2}$

Respuesta: la elongación en el eje trasversal es $\dfrac{A\sqrt{2}}{2}$

EJEMPLO 43. En una cuerda muy larga con densidad lineal $\mu = \dfrac{1}{\pi^2}\dfrac{g}{cm}$ con un extremo fijo y el otro conectado a un perturbador, que origina una onda viajera cuya ecuación es, $y(x;t) = 0{,}2 \bullet Sen(2\pi.x - 2\pi.t)\ m$ donde x se mide en metros y t en segundos. Determine la potencia a la cuerda $(en\ mW)$ por el vibrador.

RESOLUCIÓN

La densidad lineal de masa es, $\mu = \dfrac{1}{10\pi^2}\dfrac{kg}{m}$

La ecuación de la onda es, $y(x;t) = A \bullet Sen\left(\dfrac{2\pi.x}{\lambda} - \dfrac{2\pi.t}{T}\right) m$

Comparando, $\dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{1} \Rightarrow \lambda = 1\ m$

La longitud de onda es, $\lambda = 1\ m$

Comparando, $\dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{1} \Rightarrow T = 1\ s$

El periodo de oscilación es, $T = 1\ s$

La frecuencia angular es, $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{1} = 2\pi\ \dfrac{rad}{s}$

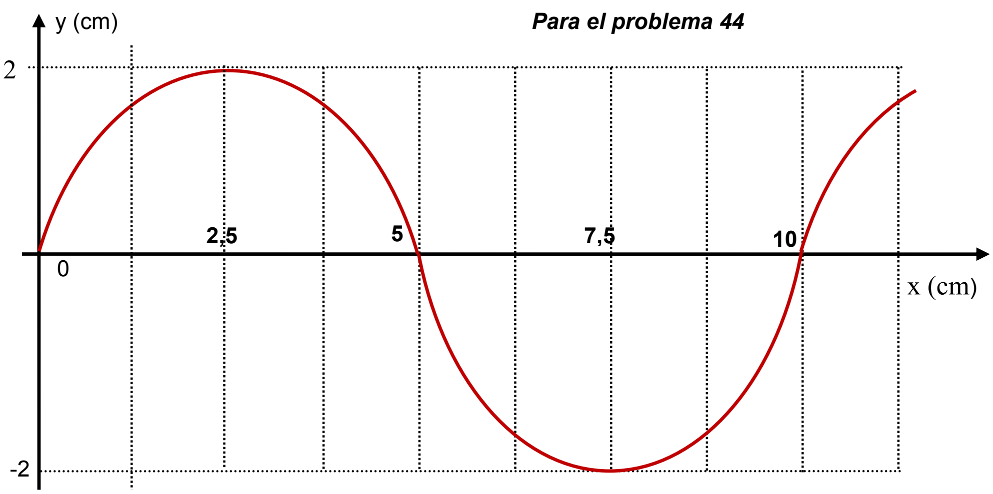
La velocidad de propagación de la onda es, $V = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{1\ m}{1\ s} \Rightarrow V = 1\ \dfrac{m}{s}$

Cálculo de la potencia de la onda mecánica, $P = \dfrac{\mu \bullet \omega^2 \bullet A^2 \bullet V}{2}$

Reemplazando, $P = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{10\pi^2}\right) \bullet (2\pi)^2 \bullet (0,2)^2 \bullet (1) = 8 \bullet 10^{-3}\ W$

Respuesta: La potencia de la onda mecánica es $8\ mW$

EJEMPLO 44. Se muestra una onda que viaja en una cuerda tensada por una fuerza de 25 N que tiene una densidad lineal $\mu = 2,5\ \dfrac{g}{cm}$. ¿Cuál es la potencia transportada por la onda?



RESOLUCIÓN

De la figura deducimos que la longitud de onda es, $\lambda = 10\,cm = 0,1\ m$

La amplitud de la onda es, $A = 2\ cm = 0,02\ m$

La densidad lineal de masa es, $\mu = 0,25\ \dfrac{kg}{m}$

La velocidad de la onda es, $V = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{25}{0,25}} = 10\ \dfrac{m}{s}$

Cálculo de la frecuencia, $V = \lambda \bullet f \Rightarrow 10 = (0,1).f \Rightarrow f = 100\ Hz$

La rapidez angular es, $\omega = 2\pi \bullet f = 2\pi \bullet 100 = 200\pi\ \dfrac{rad}{s}$

Cálculo de la potencia de la onda mecánica, $P = \dfrac{1}{2}\mu \bullet \omega^2 \bullet A^2 \bullet V$

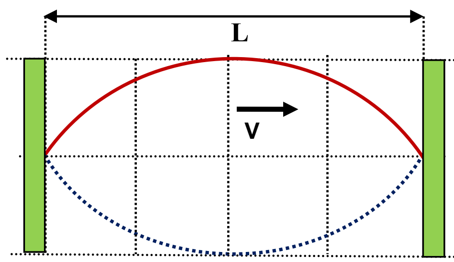
Reemplazando, $P = \dfrac{1}{2}(0,25) \bullet (200\pi)^2 \bullet (0,02)^2 \bullet (10) = 197,2\ W$

Respuesta: La potencia de la onda mecánica es $197,2\ W$

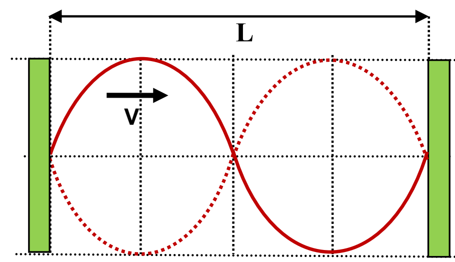
EJEMPLO 45. Una cuerda se fija por ambos extremos haciéndola vibrar, generándose ondas estacionarias. En un primer caso genera N armónicos de longitud de onda $\lambda_N = \frac{1}{4}\,m$. En un segundo caso genera $(N+1)$ armónicos de longitud de onda $\lambda_{N+1} = \frac{2}{9}\,m$. Determine la longitud de la cuerda.

RESOLUCIÓN

PRIMER CASO. La longitud de onda para N armónicos, para una longitud de cuerda L es,



Resolución del problema 45.a



Resolución del problema 45.b

$$\lambda_N = \frac{2L}{N} = \frac{1}{4}\,m \;\Rightarrow N = 8L$$

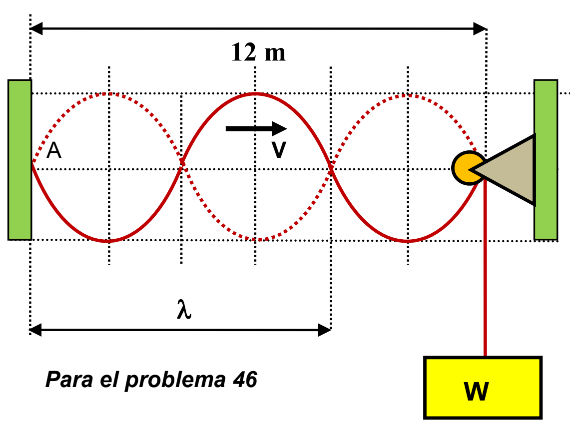
SEGUNDO CASO. La longitud de onda para $(N+1)$ armónicos, para una longitud de cuerda L es,

$$\lambda_{N+1} = \frac{2L}{N+1} = \frac{2}{9}\,m \;\Rightarrow\; N+1 = 9L$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, $L = 1m$

Respuesta: La longitud de la cuerda es $1m$

EJEMPLO 46. La cuerda tensada de densidad lineal de masa $\mu = 0{,}1\,\frac{kg}{m}$ esta oscilando debido a la acción de un perturbador de 10 Hz. Determinar la masa (en kg) del bloque que tensa a la cuerda.



Para el problema 46

RESOLUCIÓN

De la figura deducimos la longitud de onda, tres antinodos (tres ojos): $3 \bullet \left(\frac{\lambda}{2}\right) = 12\,m \;\Rightarrow\; \lambda = 8\,m$

La velocidad de la onda es, $V = \lambda \bullet f = (8) \bullet (10) = 80 \ \dfrac{m}{s}$

La velocidad de propagación de la onda a través de la cuerda es, $V = \sqrt{\dfrac{W}{\mu}} \Rightarrow W = (V)^2 \bullet \mu$

Reemplazando, $V = \sqrt{\dfrac{W}{\mu}} \Rightarrow W = (80)^2 \bullet (0{,}1) = 640\,N$

La masa es aproximadamente, $m = \dfrac{W}{g} = \dfrac{640\ N}{9{,}8\ m.s^{-2}} = 65{,}3\,kg$

Respuesta: La masa del bloque es $65{,}3\,kg$

EJEMPLO 47. En una cuerda tensa fija en ambos extremos se genera una onda estacionaria en su tercer armónico. ¿En qué porcentaje debe incrementarse la tensión en la cuerda manteniendo su frecuencia constante para lograr su segundo armónico?

RESOLUCIÓN

PRIMER CASO: La longitud de onda en el tercer armónico, $3 \bullet \left(\dfrac{\lambda}{2}\right) = L \Rightarrow \lambda_1 = \dfrac{2L}{3}$

SEGUNDO CASO: La longitud de onda en el segundo armónico, $2 \bullet \left(\dfrac{\lambda}{2}\right) = L \Rightarrow \lambda_2 = L$

La frecuencia se mantiene constante, $f_1 = f_2 \Rightarrow \dfrac{V_1}{\lambda_1} = \dfrac{V_2}{\lambda_2}$

La densidad lineal es constante, $f_1 = f_2 \Rightarrow \dfrac{\sqrt{\dfrac{T_1}{\mu}}}{\lambda_1} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{T_2}{\mu}}}{\lambda_2}$

Reemplazando, $\dfrac{\sqrt{T_1}}{\dfrac{2L}{3}} = \dfrac{\sqrt{T_2}}{L} \Rightarrow T_2 = \dfrac{9}{4}T_1$

La variación de la tensión en la misma cuerda es, $\Delta T = T_2 - T_1 = \dfrac{5}{4}T_1$

Respuesta: La tensión en la cuerda se incrementa en 25 %

EJEMPLO 48. Sobre una cuerda de 100 gramos, largo 2 m, fijo en un extremo y en el otro conectada a un perturbador, se propaga una onda. Si la cuerda soporta una tensión de 20 N. ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda? ¿Cuál es la longitud de onda en su primer armónico? ¿Cuál es la frecuencia del perturbador?

RESOLUCIÓN

La densidad lineal de masa es, $\mu = \dfrac{M}{L} = \dfrac{0{,}1\ kg}{2\ m} = 0{,}05\ \dfrac{kg}{m}$

I. Cálculo de la velocidad de propagación de la onda, $V = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{20}{0{,}05}} = 20\ \dfrac{m}{s}$

II. En su primer armónico, $\dfrac{\lambda}{2} = L \Rightarrow \lambda = 2L$

Reemplazando, $\lambda = 2L = 2(2m) = 4\ m$

III. La velocidad de la onda es, $V = \lambda \bullet f \quad \Rightarrow \quad 20 = 4 \bullet f \quad \Rightarrow \quad f = 5\ Hz$

La frecuencia de oscilación del perturbador es $5\ Hz$.

EJEMPLO 49. En una cuerda de largo 15 cm, atada en un extremo P y en el otro Q conectado a un perturbador, se establece una onda estacionaria con ecuación,

$$y(x;t) = 1{,}2 \bullet Sen\left(\frac{\pi.x}{3}\right) \bullet Cos(15\pi.t)\ cm \text{ Determine:}$$

I. ¿Cuál es la amplitud A de la onda?
II. ¿Cuántos antinodos se forman?
III. La elongación en un punto de la cuerda en la posición $x = 7{,}5\ cm$ respecto del punto P.
IV. ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?

RESOLUCIÓN

La ecuación de la onda mecánica es, $y(x;t) = 2A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda}\right) \bullet Cos\left(\frac{2\pi.t}{T}\right)$

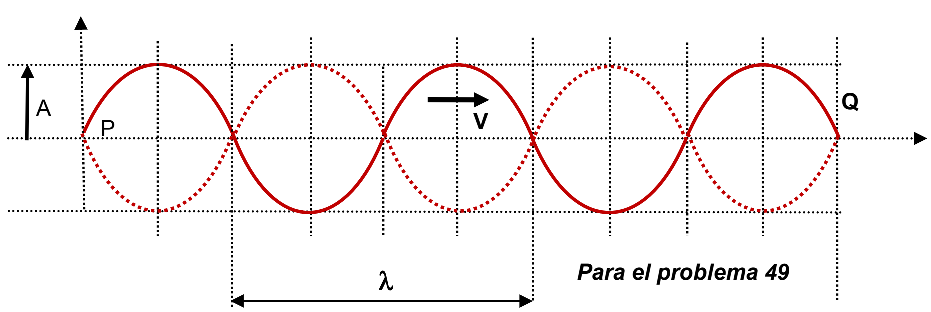
I. Comparando, la amplitud es, $2A = 1{,}2\ cm \quad \Rightarrow \quad A = 0{,}60\ cm$

Cálculo de la longitud de onda, $\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{3} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 6\ cm$

II. Cálculo la cantidad de antinodos (ojos), $n = \frac{2.L}{\lambda} = \frac{2.(15)}{6} = 5$

III. La elongación en "y" de la onda está dado por: $y = A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda}\right)$

Para, $x = 7{,}5\ cm$



Para el problema 49

Reemplazando, $y = 0{,}6 \bullet Sen\left(\frac{2\pi \bullet 7{,}5}{6}\right) = 0{,}6 \bullet Sen\left(\frac{5\pi}{2}\right) = +0{,}6\ cm$

la elongación en el eje trasversal es $+0{,}6\ cm$

IV. Cálculo del periodo, $\frac{2\pi}{T} = 20\pi \quad \Rightarrow \quad T = 0{,}1\ s$

La velocidad es, $V = \frac{\lambda}{T} = \frac{6\ cm}{0,1\ s} = 60\ \frac{cm}{s}$

La rapidez de propagación de la onda es, $0,6\ \frac{m}{s}$

EJEMPLO 50. En una guitarra la distancia entre el mango y el puente es 80 cm. En una cuerda de densidad lineal $\mu = 0,01\ kg.m^{-1}$ ocurre una onda estacionaria según la ecuación, $y(x;t) = Sen\left(\frac{\pi.x}{5}\right) \bullet Cos(50\pi.t)\ cm$ donde x se mide en cm y t en segundos. Determine:

I. La amplitud de la onda en el eje trasversal.
II. La cantidad de antinodos que se genera.
III. La velocidad de propagación de la onda.
IV. El valor de la tensión en la cuerda.

RESOLUCIÓN

La ecuación de la onda mecánica es, $y(x;t) = 2A \bullet Sen\left(\frac{2\pi.x}{\lambda}\right) \bullet Cos\left(\frac{2\pi.t}{T}\right)$

I. Comparando, la amplitud es, $2A = 1\ cm \Rightarrow A = 0,5\ cm$

Cálculo de la longitud de onda, $\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow \lambda = 10\ cm$

II. Cálculo la cantidad de antinodos (ojos), $n = \frac{2.L}{\lambda} = \frac{2.(80)}{10} = 16$

III. Cálculo del periodo, $\frac{2\pi}{T} = 50\pi \Rightarrow T = 0,04\ s$

La velocidad es, $V = \frac{\lambda}{T} = \frac{10\ cm}{0,04\ s} = 250\ \frac{cm}{s} = 2,5\ \frac{m}{s}$

IV. La velocidad de propagación de la onda en una cuerda tensa es, $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow F = (V)^2 \bullet \mu$

Reemplazando, $F = (2,5)^2 \bullet (0,01) = 0,0625\ N$

El valor de la tensión en la cuerda es, $62,5\ mN$

EJEMPLO 51. En una cuerda fija en un extremo y el otro conectado a un perturbador, vibra dos vientres cuando la tensión en la cuerda es 9 newtons. ¿Cuál debe ser la tensión en la cuerda para obtener 3 vientres sin modificar la frecuencia?

RESOLUCIÓN

PRIMER CASO: Segundo armónico, vientres o antinodos, $\lambda_1 = \frac{2L}{n} = \frac{2L}{2} = L$

SEGUNDO CASO: Tercer armónico, vientres o antinodos, $\lambda_2 = \frac{2L}{n} = \frac{2L}{3} = \frac{2}{3}L$

La frecuencia se mantiene constante, $f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{V_1}{\lambda_1} = \frac{V_2}{\lambda_2}$

La densidad lineal es constante, $f_1 = f_2 \;\Rightarrow\; \dfrac{\sqrt{\dfrac{T_1}{\mu}}}{\lambda_1} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{T_2}{\mu}}}{\lambda_2}$

Reemplazando, $\dfrac{\sqrt{T_1}}{L} = \dfrac{\sqrt{T_2}}{\dfrac{2}{3}L} \;\Rightarrow\; T_2 = \dfrac{4}{9}T_1 = \dfrac{4}{9}(9N)$

Respuesta: La nueva tensión en la cuerda tiene valor de 4 N

EJEMPLO 52. En una cuerda tensa fija e un extremo y en el otro conectado a un vibrador, se tiene una onda estacionaria en su segundo armónico. Si se mantiene constante la frecuencia, ¿En qué porcentaje debe cambiar el valor de la tensión para pasar a su cuarto armónico?

RESOLUCIÓN

PRIMER CASO: Segundo armónico, vientres o antinodos, $\lambda_1 = \dfrac{2L}{n} = \dfrac{2L}{2} = L$

SEGUNDO CASO: Cuarto armónico, vientres o antinodos, $\lambda_2 = \dfrac{2L}{n} = \dfrac{2L}{4} = \dfrac{L}{2}$

La frecuencia se mantiene constante, $f_1 = f_2 \;\Rightarrow\; \dfrac{V_1}{\lambda_1} = \dfrac{V_2}{\lambda_2}$

La densidad lineal de masa es constante, $f_1 = f_2 \;\Rightarrow\; \dfrac{\sqrt{\dfrac{T_1}{\mu}}}{\lambda_1} = \dfrac{\sqrt{\dfrac{T_2}{\mu}}}{\lambda_2}$

Reemplazando, $\dfrac{\sqrt{T_1}}{L} = \dfrac{\sqrt{T_2}}{\dfrac{1}{2}L} \;\Rightarrow\; T_2 = \dfrac{1}{4}.T_1$

La variación de la tensión es, $\Delta T = T_1 - T_2 = \dfrac{3}{4}T_1$

Respuesta: La tensión disminuye en 75 %.

EJEMPLO 53. Se tiene dos cuerdas $C_1\ y\ C_2$ de igual masa y del mismo tamaño, sometidas tensiones $T_1\ y\ T_2$ por ellas se transmiten ondas de igual frecuencia f y amplitud A, sin embargo, la tensión de una de ellas que es el cuádruple de la otra $(T_1 = 4 \bullet T_2)$. Determine la relación entre las potencias transmitidas en cada cuerda $\left(\dfrac{P_1}{P_2}\right)$

RESOLUCIÓN

PRIMER CASO: Cálculo de la potencia de la onda mecánica, $P_1 = 2\pi^2 \bullet (f)^2 \bullet A^2 \bullet \sqrt{\mu.T_1}$

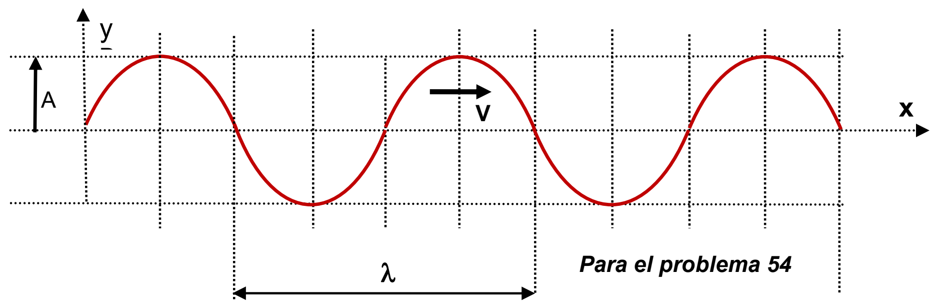
SEGUNDO CASO: Cálculo de la potencia de la onda mecánica, $P_2 = 2\pi^2 \bullet (f)^2 \bullet A^2 \bullet \sqrt{\mu.T_2}$

Dividiendo ambas ecuaciones:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2\pi^2 \bullet (f)^2 \bullet A^2 \bullet \sqrt{\mu.T_1}}{2\pi^2 \bullet (f)^2 \bullet A^2 \bullet \sqrt{\mu.T_2}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{4} = 2$$

Respuesta: La relación entre las potencias es $\frac{P_1}{P_2} = 2$

EJEMPLO 54. Por una cuerda de densidad lineal de masa $\mu = 0{,}001 \ \frac{kg}{m}$ se propaga una onda mecánica con rapidez de $2 \ \frac{cm}{s}$. Si la frecuencia es 2 Hz y la amplitud 0,5 cm, determine la energía



Para el problema 54

transmitida por la onda en 200 segundos.

RESOLUCIÓN

La velocidad de propagación de la onda es, $V = 2 \bullet 10^{-2} \ \frac{m}{s}$

La amplitud de la onda es, $A = 5 \bullet 10^{-3} \ m$ y la frecuencia es $f = 2 \ Hz$

La rapidez angular es, $\omega = 2\pi \bullet f = 2\pi.(2) = 4\pi \ \frac{rad}{s}$

Cálculo de la potencia de la onda mecánica, $P = \frac{1}{2}\mu \bullet \omega^2 \bullet A^2 \bullet V$

Reemplazando, $P = \frac{1}{2}\left(10^{-3}\right) \bullet (24\pi)^2 \bullet \left(5 \bullet 10^{-3}\right)^2 \bullet \left(2 \bullet 10^{-2}\right) = 4\pi^2 \bullet 10^{-9} \ W$

La energía transmitida es, $E = P \bullet \Delta t = \left(4\pi^2 \bullet 10^{-9}\right) \bullet (200) = 8\pi^2 \bullet 10^{-7} \ J$

Respuesta: La energía transmitida por la onda mecánica es $7{,}9 \ \mu J$

EJEMPLO 55. Una cuerda estirada se perturba en un extremo con una frecuencia de $\frac{5}{\pi} \ Hz$. Si la amplitud de la onda formada es de 20 cm y su rapidez de 20 m/s. Determine la densidad lineal de masa, para que la potencia transmitida por la onda sea 0,5 W.

RESOLUCIÓN

La velocidad de propagación de la onda es, $V = 20 \ \frac{m}{s}$

La amplitud de la onda es, $A = 20 \ cm = 2 \bullet 10^{-1} \ m$ y la frecuencia es $f = \frac{5}{\pi} \ Hz$

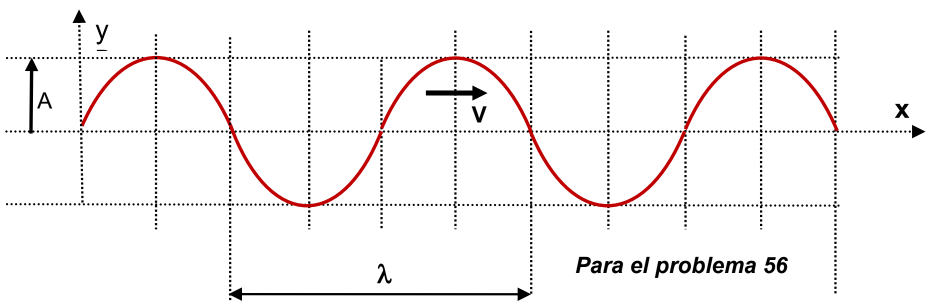
La rapidez angular es, $\omega = 2\pi \bullet f = 2\pi.\left(\frac{5}{\pi}\right) = 10\ \frac{rad}{s}$

Cálculo de la potencia de la onda mecánica, $P = \frac{1}{2}\mu \bullet \omega^2 \bullet A^2 \bullet V$

Reemplazando, $0{,}5 = \frac{1}{2}\mu \bullet (10)^2 \bullet \left(2 \bullet 10^{-1}\right)^2 \bullet (20) \Rightarrow \mu = 125 \bullet 10^{-4}\ \frac{kg}{m}$

Respuesta: La densidad lineal de masa es $12{,}5\ \frac{g}{m}$

EJEMPLO 56. Determinar la potencia que debe tener un oscilador de 60 Hz, para establecer ondas armónicas de 0,5 cm de amplitud en una cuerda de densidad lineal de masa $20\ \frac{g}{cm}$ sometida a una tensión de 8 N.



Para el problema 56

RESOLUCIÓN

La amplitud de la onda es, $A = 0{,}5\ cm = 5 \bullet 10^{-3}\ m$ y la frecuencia es $f = 60\ Hz$

La rapidez angular es, $\omega = 2\pi \bullet f = 2\pi.(60) = 120\pi\ \frac{rad}{s}$

La densidad lineal de masa es, $\mu = 20\ \frac{g}{cm} = 2\ \frac{kg}{m}$

La velocidad de propagación de la onda es, $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = 2\ \frac{m}{s}$

Cálculo de la potencia de la onda mecánica, $P = \frac{1}{2}\mu \bullet \omega^2 \bullet A^2 \bullet V$

Reemplazando, $P = \frac{1}{2}(2) \bullet (120\pi)^2 \bullet \left(5 \bullet 10^{-3}\right)^2 \bullet (2) = 7{,}1\ W$

Respuesta: La potencia de la fuente de perturbación es $7{,}1\ W$

EJEMPLO 57. Se muestra dos cuerdas (1) y (2) unidad en el punto U, si el generador produce ondas de frecuencia 10 Hz con potencia 125 W en la cuerda (1), observándose que el 80 % se transmite a la cuerda (2) mediante el fenómeno de refracción. Sabiendo que la cuerda (2) tiene densidad lineal

$\mu_2 = 100 \dfrac{g}{m}$ y la onda produce una amplitud de $A_2 = 2\ cm$. Determine la tensión en la cuerda (2).

RESOLUCIÓN

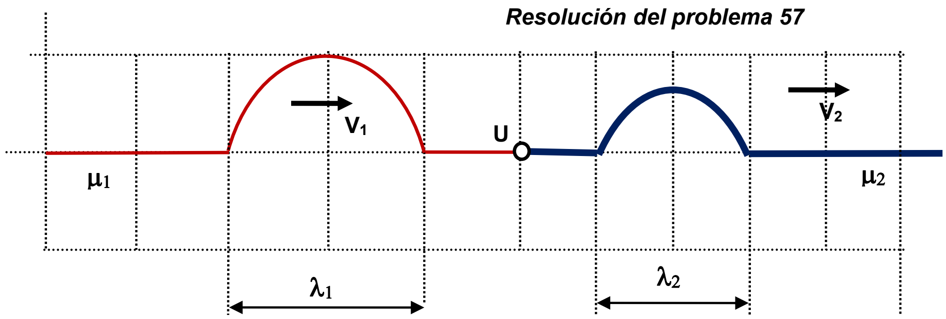
La potencia en la cuerda (2) es, $P_2 = 80\% \bullet P_1 = 0{,}8 \bullet 125\ W = 100\ W$

Amplitud de La onda en la cuerda (2), $A_2 = 2\ cm = 2 \bullet 10^{-2}\ m$

La frecuencia es la misma en ambas cuerdas, depende solo de la fuente de perturbación.

$f_1 = f_2 = 10\ Hz$

La frecuencia angular es, $\omega_2 = 2\pi \bullet f_2 = 2\pi(10) = 20\pi \dfrac{rad}{s}$



Cálculo de la potencia de la onda mecánica, $P_2 = \dfrac{1}{2}\mu_2 \bullet \omega_2{}^2 \bullet (A_2)^2 \bullet V_2$

Reemplazando, $100 = \dfrac{1}{2}(0{,}1) \bullet (20\pi)^2 \bullet (2 \bullet 10^{-2})^2 \bullet V_2$

La velocidad de la onda en la cuerda (2) es, $V_2 = \dfrac{12500}{\pi^2}\ \dfrac{m}{s}$

La velocidad de propagación de una a través en una cuerda tensa, $V = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}} \Rightarrow T = (V)^2 \bullet \mu$

Reemplazando, $T = \left(\dfrac{12500}{\pi^2}\right)^2 \bullet (0{,}1) = 160{,}8 \bullet 10^3\ N$

Respuesta: El valor de la tensión en la cuerda (2) es $160{,}8\ kN$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. Una onda armónica de 10 m de longitud de onda, demora 5 segundos en recorrer una distancia de 100 m. Si la amplitud de la onda es numéricamente igual a su número de onda y la propagación tiene lugar en la dirección +X, entonces una función apropiada para representar a la onda, es:

A) $y(x;t)=\frac{\pi}{5}.Sen\left(\frac{\pi\ x}{5}-4\pi\ t\right)\ m$

B) $y(x;t)=\frac{\pi}{5}.Sen\left(\frac{\pi\ x}{5}+4\pi\ t\right)\ m$

C) $y(x;t)=\frac{\pi}{5}.Sen\left(\frac{\pi\ x}{10}-4\pi\ t\right)\ m$

D) $y(x;t)=\frac{\pi}{10}.Sen\left(\frac{\pi\ x}{5}-4\pi\ t\right)\ m$

E) $y(x;t)=\frac{\pi}{5}.Cos\left(\frac{\pi\ x}{5}-4\pi\ t\right)\ m$

2. Un observador determinó que existe 2 m de separación, entre un valle y otro valle adyacente, de las olas superficiales de un lago y contó 36 crestas que pasaban en 40 segundos. ¿Cuánto vale la magnitud de la velocidad de las olas? (en m/s)

A) $1{,}75\frac{m}{s}$ B) $1{,}8\frac{m}{s}$ C) $17{,}5\frac{m}{s}$ D) $18\frac{m}{s}$ E) $20\frac{m}{s}$

3. Una onda de radio al ingresar al agua lleva una longitud de onda de 45 m y una frecuencia de 5 MHz, diga usted con qué velocidad lineal (en Mm/s) está viajando dicha onda electromagnética dentro del agua.

A) $235\left(\frac{Mm}{s}\right)$ B) 245 C) 295 D) 285 E) 225

4. Un estudiante que observa las olas del mar se pone a contar las crestas que van pasando y nota que entre la cresta #1 y la cresta #11 hay una distancia total de 40 m. ¿Cuál es la frecuencia de estas olas, si se sabe que avanzan con una velocidad de 20 m/s?

A) $2\,Hz$ B) 3 C) 4 D) 50 E) 5

5. ¿Con qué velocidad (en m/s) viaja una onda formada en una cuerda de 10 m de longitud y 1 kg de masa, si se le sostiene con una tensión de 40 N?

A) $20\ \frac{m}{s}$ B) 30 C) 40 D) 50 E) 5

6. En una cuerda una onda de amplitud 0,3 m, π segundos de período y $2\pi\ m$ de longitud de onda, avanza en el sentido negativo de las x. ¿Cuál es la ecuación de la onda?

A) $y(x;t)=0{,}3.Sen(x+2.t)\ m$

B) $y(x;t)=0{,}3.Sen(x-2.t)\ m$

C) $y(x;t)=0{,}3.Sen(3x+2.t)\ m$

D) $y(x;t)=0{,}3.Sen(x+t)\ m$

E) $y(x;t)=3.Sen(x+2.t)\ m$

7. Una cuerda se encuentra tendida a lo largo del eje X. Si en x = 0 se perturba la cuerda de manera que se genera una onda cuya función de onda es: $y=2\bullet Sen(\pi x-\frac{\pi}{3}t)$ donde "y" está en cm, "t" en segundos. Determine al cabo de qué tiempo (en s) empieza a vibrar el punto situado en x = 2cm.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. La densidad lineal de masa de una cuerda vibrante es 0,2 kg/m. Una onda se propaga por dicha cuerda y esta descrita por la ecuación: $y = 0,04 \bullet Sen(x + 30t)$ en donde "x" e "y" están en metros y "t" en segundos. Determine la tensión en la cuerda (en N):
A) 250 B) 180 C) 300 D) 140 E) 280

9. Respecto de las Ondas Mecánicas, señale la veracidad (V) o la falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. Todas las ondas mecánicas son transversales.
II. Las ondas mecánicas no se propagan en el vacío.
III. El sonido es una onda mecánica.
A) VFV B) FFV C) VVF D) FVV E) VFF

10. ¿A qué distancia se encuentra una tormenta si el trueno se oye 3 s después de haber visto el relámpago? La rapidez del sonido en el aire es 340 m/s.
A) 1 020 m B) 2 020 m C) 3 020 m D) 1 020 m E) 920 m

11. El conductor de un automóvil, viajando con rapidez de 30 m/s con dirección a una pared toca la bocina, oye el eco 1 s después. ¿A que distancia de la pared estaba el auto cuando el chofer tocó la bocina?
A) 185 m B) 190 m C) 200 m D) 160 m E) 120 m

12. Respecto de las Ondas Mecánicas, señale la veracidad (V) o la falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. Las ondas son perturbaciones o deformaciones que se propagan en forma periódica en un medio.
II. La velocidad de propagación de las ondas, es independiente del medio en el cual se producen.
III. Las ondas transversales y longitudinales son periódicas y tienen la misma frecuencia y longitud de onda.
IV. Las ondas longitudinales sólo propagan energía.
A) VFFF B) FFVF C) VFVF D) FFFF E) VVVV

13. Completar adecuadamente la siguiente proposición:
Las ondas mecánicas que se producen por medio de una ……………., se propagan …………………transmitiendo…………………………….
A) cápsula; longitudinalmente; moléculas.
B) fuente vibrante; en un medio elástico; energía.
C) vibración; longitudinalmente; moléculas.
D) piedra; longitudinalmente; moléculas.
E) cuerda; transversalmente; partículas.

14. ¿Qué tiempo (en s) demora una onda de 5 Hz en recorrer 100 m, si la separación entre 2 crestas de la onda es de 2 m?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

15. Observando las ondas en la superficie de un lago, se nota que entre la cresta y el valle adyacente medido en forma horizontal hay una distancia de 1,6 m. Si en 10 s, pasan 12 crestas por un punto. Determine aproximadamente el módulo de la velocidad de propagación de la onda.
A) 4,52 B) 6,52 C) 3,84 D) 1,52 E) 8,52

16. Una onda de frecuencia 400 Hz se propaga por una cuerda con una velocidad de 100 m/s. Determine la distancia (en m) que hay entre dos puntos que tienen una diferencia de fase de $\frac{\pi}{2}$.

A) 0,0365 B) 0,00565 C) 0,0625 D) 0.04625 E) 0,0865

17. Sobre la Reflexión y Refracción de ondas, indicar la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. Cuando una onda viaja sobre una cuerda atada a un extremo fijo, no se transmite ninguna parte de la perturbación por el extremo fijo.
II. En ningún caso la onda que viaja sobre la cuerda se refleja y se refracta.
III. La frecuencia de la onda que viaja por una cuerda, es la frecuencia con que oscila el generador que la produce.
A) VFF B) FFV C) VFV D) VVF E) VVV

18. Un estudiante utilizando una cuerda y un oscilador de frecuencia constante, logra experimentalmente generar ondas estacionarias; para pasar de un modo normal (fundamental) a otro, cambia de tensión en la cuerda. Determine el cambio de la tensión para pasar del segundo armónico a l tercer armónico, manteniendo constante la longitud de la cuerda.
A) Aumentar en 44 % B) Disminuir en 44 % C) Aumentar en 56 %
D) Disminuir en 56 % E) Disminuir en 66 %

19. Una cuerda de 50 cm de longitud vibra en su quinto armónico con una frecuencia de 1 kHz. Si la tensión de la cuerda se duplica y la densidad lineal de masa se reduce hasta la mitad de su valor inicial. ¿En cuánto cambia (en Hz) la frecuencia fundamental de la cuerda?
A) 100 B) 200 C) 300 D) 400 E) 500

20. La función de una onda estacionaria en una cuerda de 3 m de longitud fijo en su extremos es $y = 0,2Sen(0,2x).Cos(500t)$, donde “x”e “y” están en cm y “t” en segundos. Si la masa de la cuerda es 300 gramos y ésta vibra en su sexto armónico, determine la tensión (en N) sobre la cuerda.

A) 25,3 B) 31,5 C) 45,6 D) 52,7 E) 62,5

21. Imagine que tenemos dos cuerdas 1 y 2 de igual masa e igual longitud y por ellas se transmiten ondas de igual frecuencia e igual amplitud. Sin embargo, la tensión en la cuerda 1 es el cuádruplo de la tensión en la cuerda 2, $(F_1 = F_2)$. Halle la relación entre la respectivas potencias transmitidas $\frac{P_1}{P_2}$:

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 1 D) 2 E) 4

22. Por una cuerda horizontal de longitud 100 m, masa 40 gramos y sometida a una tensión de 100 N, se propaga una onda de 100 Hz. Cinco estudiantes afirman haber medido la amplitud (en cm) y la potencia transmitida (en W) respectivamente. ¿Cuál de los cinco estudiantes hizo las medidas correctamente si sus respuestas se muestran a continuación?

A) 0,1 y 4 B) 1 y 4 C) 10 y 400 D) 10 y 12,6 E) 10 y 40

23. Sobre una cuerda de i m de longitud y 10 gramos de masa sometida a una tensión de módulo 4 N, se generan pulsos de amplitud $A = \frac{1}{\pi}$ cm con frecuencia de 5 $\frac{vibraciones}{segundo}$. Determine la potencia transferida a cuerda en (mW).
A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

24. Una fuente sonora puntual e isotrópica tiene una potencia de 10^{-2} W. Determine a partir de que distancia (en m) de la fuente no se produce contaminación ambiental sonora. Suponga que un nivel mayor a 80 dB es contaminante.
A) 5,8 B) 5,6 C) 4,6 D) 2,8 E) 1,4

25. En la zona residencial de una localidad es permitido un nivel de intensidad sonora $\beta = 60\,$dB a 5 m de la fuente. Determine la potencia máxima (en mW) de la fuente sonora.
A) 0,5π B) 5π C) 0,05π D) 0,2π E) 0,1π

26. Con respecto a las ondas indique la veracidad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
I. La mínima longitud de onda sonora que el oído humano promedio puede percibir en el aire es de 17 mm.
II. La frecuencia del sonido en el aire es mayor que en el agua.
III. Una onda sonora de 10 mm es infrasónica.
A) VVV B) VVF C) VFF D) FVF E) FFF

27. Para medir la profundidad del mar una embarcación que flota en la superficie envía una sonda la cual regresa por reflexión y se detecta en la nave al cabo de 0,2 segundos. Determine la profundidad del mar (en m) en dicho lugar. La rapidez del sonido en el mar es 1 530 m/s.
A) 100 B) 153 C) 200 D) 250 E) 300

28. Un buzo ve la explosión de un barco, un momento después oye dos sonidos: uno viajando en el aire y el otro en el agua, y le llegan una diferencia 2,38 segundos.
Velocidad del sonido en el aire 340 m/s y en el agua 1 530 m/s.
¿A qué distancia del buzo (en m) se produjo la explosión?
A) 1 040,4 B) 1 530,4 C) 2 000,4 D) 2 500,4 E) 3 000,4

29. Un terremoto produce ondas longitudinales y ondas transversales que viajan por la corteza terrestre con velocidades de módulo 8 km/s y 5 km/s respectivamente. Si estas ondas del terremoto se perciben en un lugar con un intervalo de 250 segundos, ¿cuál es la distancia (en km) desde el lugar de recepción al epicentro de la onda?
A) 700 B) 953 C) 900 D) 850 E) 750

30. Los delfines y los murciélagos emiten ultrasonidos de frecuencia 4.10^5 Hz en el aire. ¿Cuál es la longitud de onda en metros?
A) $8{,}5.10^{-4}$ B) $1{,}5.\ 10^{-4}$ C) $2{,}8.10^{-4}$ D) $2{,}5.10^{-4}$ E) $3{,}7.10^{-4}$

31. Una emisora de radio situada a 90 km de nuestra casa genera una señal de radio con una frecuencia de 0,7 megahertz. ¿Cuántas cresta de onda hay aproximadamente entre la estación y nuestra casa? Velocidad de la onda electromagnética 3.10^8 m/s
A) 180 B) 193 C) 210 D) 250 E) 320

32. Respecto del modelo de un a Onda, seleccione las afirmaciones correctas:
I. La cresta es el punto más alto de la onda.
II. El valle es el punto más bajo de la onda.
III. La longitud de onda es la distancia entre una cresta y un valle próximo.
A) I y II B) Sólo I C) Sólo II D) II y III E) I y III

33. Existe una distancia de 1,2 m entre una cresta y el valle adyacente de las ondas en la superficie de un lago. En 30 segundos pasan 35 crestas por la posición en que se encuentra una boya anclada. ¿Cuál el módulo de la velocidad de las olas (en m/s)?
A) 1,80 B) 1,93 C) 2,10 D) 2,80 E) 3,20

34. Cuando una persona se para sobre un muelle observa que la cresta de una ola pasa cada 1,5 s. Si la distancia entre crestas es 4 m, ¿a qué distancia de la orilla del mar se forman las olas si tardan 180 s en llegar?
A) 480 B) 493 C) 410 D) 250 E) 320

35. Debajo del agua se produce un sonido con una frecuencia de 500 Hz, el que se propaga hacia la superficie, y parte de ente sonido se transmite al aire. La velocidad del sonido en el agua es de 1 450 m/s y en el aire 330 m/s. Cuando el sonido pasa al aire, determine la frecuencia (en Hz) y la longitud de onda (en m):
A) 480 y 0,66 B) 500 y 0,66 C) 410 y 0,66
D) 250 y 0,8 E) 500 y 1,2

36. Respecto del modelo de una Onda, completa la frase correcta: **Todas las ondas transportan...**
A) masa. B) energía. C) masa y energía.
D) masa o energía. E) masa pero no energía.

37. Un “caballito de totora”, flotando en el mar del Norte, completa 8 oscilaciones en 10 s. Si las ondas de agua en el mar corren con una velocidad de módulo 4 m/s. Determine su longitud de onda en metros:
A) 10 B) 5 C) 2 D) 2,5 E) 3,8

38. Las frecuencias de las ondas de Radio de la banda comercial de amplitud modulada (AM) están comprendidas entre 0,6 MHz y 1,8 MHz. La rapidez de una O.E.M. en el aire es aproximadamente 3.10^8 m/s. ¿Cuál es la máxima longitud de onda de esta banda?
A) 166,7 B) 493 C) 410 D) 500 E) 180

39. Siempre que la amplitud sea suficientemente grande, el oído humano puede percibir ondas longitudinales comprendidas en un intervalo de frecuencias de 20 Hz a 20 kHz. La velocidad del sonido en el aire 340 m/s. Calcule el rango de las longitudes de onda que corresponde estas frecuencias en el aire.
A) 17 mm a 17 m B) 17 cm a 17 m C) 34 mm a 34 m
D) 17 m a 170 m E) 17 cm a 170 m

40. La masa de una cuerda de guitarra es de 200 g y su longitud de 60 cm. ¿Qué valor de la tensión (en N) habrá de darse a la cuerda para que en ella la velocidad de las ondas sea de 12 m/s?
A) 10 B) 48 C) 29 D) 25 E) 38

41. Una cuerda de Arpa de 1 m de longitud tiene una masa de 5 gramos y soporta una tensión de 50 N. Si la cuerda vibra en 4 segmentos, 5 nodos y 4 antinodos (cuarta armónica). ¿Cuál es la

frecuencia de oscilación (en Hz)?
A) 200 B) 180 C) 220 D) 250 E) 80

42. Se mantiene tensa una cuerda flexible de 45 m de longitud y 10 kg de masa entre dos postes con una tensión de 2,7 kN. Si se golpea transversalmente la cuerda en uno de sus extremos, determine el tiempo (en s) que tardará la onda transversal producida en alcanzar el otro extremo.
A) 0,2 B) 1,8 C) 2,2 D) 2,5 E) 0,5

43. Las ondas en una cuerda cilíndrica viajan con rapidez de 120 m/s. Si manteniendo constante la tensión en la cuerda se reemplaza por otra del mismo material, pero de diámetro doble. Halle la nueva velocidad de las ondas (en m/s).
A) 240 B) 180 C) 60 D) 480 E) 30

44. Un cable de 2 kg se amarra entre dos postes cuya separación es 30 m. Si el valor de la tensión del cable es 45 N, ¿cuánto tiempo (en s) tardará un pulso en viajar por el cable de un poste a otro?
A) 1,0 B) 1,5 C) 1,2 D) 2,5 E) 3,8

45. Se observa que una cuerda tensa entre dos postes distante 60 cm, vibra con una frecuencia de 30 Hz en forma fundamental (primera armónica). Determine el módulo de la velocidad de propagación de la onda estacionaria (en m/s).
A) 24 B) 18 C) 36 D) 48 E) 30

46. Una cuerda de 0,25 kg tensa con valor de 80 N, entre dos postes distante 5 m, vibra en su segunda armónica. Determine la frecuencia de la onda estacionaria en Hz.
A) 4 B) 8 C) 6 D) 4,8 E) 3,9

47. Los extremos de una cuerda de 4 m de longitud y 0,2 kg de masa se fijan de modo que se mantiene estirada con una tensión de 125 N. ¿Qué frecuencia (en Hz) tendrá una onda estacionaria con cuatro antinodos y cinco nodos?
A) 25 B) 18 C) 36 D) 12,5 E) 50

48. Una cuerda cuya densidad lineal de masa es 0,1 kg/m, se encuentra tensa entre dos postes distante 0,8 m, vibra en su primera armónica con frecuencia de 20 Hz. Determine la tensión en la cuerda (en N).
A) 102,4 B) 108,4 C) 106,4 D) 120,5 E) 105,4

49. La ecuación de una onda transversal se describe como: $y = 0,2 \bullet Sen(0,5x - 20t)$ en donde “x” e “y” están en metros y “t” en segundos. Determine el módulo de la velocidad de propagación de la onda (en m/s).
A) 24 B) 18 C) 36 D) 40 E) 30

50. En un alambre de acero se producen ondas transversales cuya ecuación es: $y = 0,1 \bullet Sen\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{\pi}{4}t\right)$ en donde “x” e “y” están en metros y “t” en segundos. Determine el módulo de la velocidad de propagación de la onda (en m/s).
A) 4,58 B) 0,85 C) 0,75 D) 4,86 E) 0,39

51. La siguiente ecuación, representa la vibración transversal de una onda que viaja en un medio elástico. $y = 0,3 \bullet Sen 2\pi(0,2x + 5t)$ en donde "x" e "y" están en metros y "t" en segundos. Determine el módulo de la velocidad de propagación de la onda (en m/s).

A) 25 B) 18 C) 30 D) 14 E) 28

52. En una cuerda tensa de 8 m de longitud se propaga en la siguiente onda transversal: $y = Sen(\pi x + 5t)$ en donde "x" e "y" están en metros y "t" en segundos. ¿Cuántas crestas se observará en la cuerda?

A) 2 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

53. La siguiente ecuación, representa la vibración transversal de una onda que viaja en un medio elástico. $y = 0,05 Sen(3x - 6t)$ en donde "x" e "y" están en metros y "t" en segundos. Determine el máximo valor que toma la aceleración transversal (en m/s^2).

A) 2,5 B) 1,8 C) 3,8 D) 4,4 E) 5,2

54. La ecuación de cierta onda transversal es: $y = 0,1 Sen(4x - 20t)$ en donde "x" e "y" están en metros y "t" en segundos. Calcule la máxima velocidad de vibración (m/s) que experimenta las partículas del medio cuando pasan las ondas.

A) 2 B) 8 C) 3 D) 4 E) 5

55. Cuando una Onda pasa de un medio a otro se cumple que:

I. Conserva su frecuencia.
II. Cambia el módulo de la velocidad de propagación.
III. Cambia la longitud de onda.

A) I y II B) II y III C) I y III D) Sólo I E) I, II y III

56. Un cuerda está sometida a una tensión de 16 N, en ella las ondas que se propagan tienen la siguiente ecuación: $y = 0,01 \bullet Sen(2\pi x - 16\pi t)$ con unidades en el S.I. Determine la densidad lineal de masa de esta cuerda (en kg/m):

A) 0,25 B) 0,38 C) 0,43 D) 0,64 E) 0,85

57. Una chica golpea el agua de una piscina 4 veces por segundo y observa que la onda producida recorre 3 metros en 5 segundos, ¿cuál es la longitud (en m) de onda del fenómeno?

A) 0,20 B) 0,30 C) 0,15 D) 0,10 E) 0,60

58. Un diapasón hace vibrar el aire de un tubo sonoro. Si la longitud de onda es de 20 cm, calcular la frecuencia (en Hz) del diapasón. (Rapidez del sonido en el aire = 340 m/s)

A) 1 700 B) 2 000 C) 1 000 D) 3 400 E) 900

59. Una onda longitudinal de 50 Hz, tiene una longitud de onda de 2 m. ¿Cuál es la velocidad de propagación, en m/s, de la onda?

A) 50 B) 100 C) 40 D) 80 E) 20

60. En relación a las ondas mecánicas, indicar verdadero (V) o falso (F).
(1) Es una perturbación (2) Se propaga en el vacío.
(3) Trasportar materia (4) No transportar energía
A) VVVV B) VVVF C) VVFF D) VFVF E) VFFF

61. En una cuerda tensa se producen ondas con una longitud de onda de 5 cm; si l onda recorre 100 cm, en 5 segundos, su frecuencia en ciclos por segundo (hertz) es:
A) 1 B) 4 C) 2 D) 3 E) 5

62. Una onda sonora se propaga a diferentes velocidades en los diferentes medios materiales. Esta propiedad se debe a:
A) La frecuencia de la onda. B) La Longitud de la onda. C) La intensidad de la onda.
D) La naturaleza del medio. E) Todas las anteriores.

63. Un bote se balancea en un lago tranquilo. El bote ejecuta 16 oscilaciones en 20 segundos, cada oscilación produce una cresta de onda, que tarda 6 segundos para llegar a la orilla distante 12 m. ¿Cuál es la longitud de onda, en m?
A) 2 B) 2,0 C) 5,0 D) 4,5 E) 6,5

64. Determine la velocidad (en m/s.) de una onda de transversal en una cuerda, sometida a una tensión de 100 N, si su masa es de 25 kg. y su longitud 4 m.
A) 2 B) 5 C) 10 D) 8 E) 4

65. Una cuerda de 20 m. de longitud y 1000 gramos de masa tiene un extremo fijo y el otro pasa por una polea y sostiene un cuerpo de 8 kg. ¿Qué tiempos emplea un pulso en recorrer la cuerda? ($g = 10\ m/s^2$)
A) 1,0 B) 2,0 C) 0,5 D) 1,5 E) 0,4

66. Un pulso emplea un tiempo de un segundo en recorrer una cuerda de 0,4 kg de masa, cuando está sometida a una tensión de 20 N. ¿Cuál es la longitud de la cuerda, en m?
A) 10 B) 20 C) 40 D) 50 E) 60

67. Sea la ecuación de una onda $y = 3\ \text{Sen}\ 2\pi\ (10\ t - 0{,}5\ x)$, las unidades en el SI. Determinar:
(1) La frecuencia de la onda. (2) La Longitud de la onda (3) La velocidad de la onda
A) 20 Hz; 1,5 m; 30 m/s. B) 10 Hz; 2 m; 20 m/s. C) 10 Hz; 1,2 m; 12 m/s.
D) 20 Hz; 2 m; 40 m/s. E) 10 Hz; 1,5 m; 15 m/s.

68. En una cuerda, se produce una onda de 10 cm, de amplitud, 3 segundos de período y 4 m/s de velocidad que se refleja y forma una onda estacionaria. ¿Cuál es la distancia, en m, entre los nodos?
A) 0,75 B) 1,5 C) 6 D) 4/3 E) 0

69. La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es: $y = 10 \bullet Sen\left(\frac{2\pi}{0,1} - \frac{\pi x}{10}\right)$

Las distancias en cm. Y los tiempos en segundos. ¿Cuál es la velocidad de la onda? (en cm/s)

A) 200 B) 100 C) 50 D) 250 E) 150

70. La ecuación de una onda transversal en una cuerda es: $y = 2 \bullet Sen(5t - 4x)$

Donde: x e y están en cm. y t en segundos. Calcular la velocidad máxima en cm/s y la aceleración máxima en c/m^2, de una partícula de la cuerda?

A) 5; 10 B) 10; 25 C) 10; 50 D) 10; 100 E) N.A.

71. Un bote se balancea en un lago tranquilo. El bote ejecuta 16 oscilaciones en 20 segundos, cada oscilación produce una cresta de onda, que tarda 6 segundos para llegar a la orilla distante 12m. ¿Cuál es la longitud de onda, en m?

A) 2 B) 2,0 C) 5,0 D) 4,5 E) 6,5

72. Determine la velocidad (en m/s.) de una onda de transversal en una cuerda, sometida a una tensión de 100 N, si su masa es de 25 kg. y su longitud 4 m.

A) 2 B) 5 C) 10 D) 8 E) 4

73. Una cuerda de 20 m de longitud y 1000 gramos de masa tiene un extremo fijo y el otro pasa por una polea y sostiene un cuerpo de 8 kg. ¿Qué tiempos emplea un pulso en recorrer la cuerda? (g = 10 m/s^2)

A) 1,0 B) 2,0 C) 0,5 D) 1,5 E) 0,4

74. Un pulso emplea un tiempo de un segundo en recorrer una cuerda de 0,4 kg de masa, cuando está sometida a una tensión de 20 N. ¿Cuál es la longitud de la cuerda, en m?

A) 10 B) 20 C) 40 D) 50 E) 60

75. En una cuerda, se produce una onda de 10 cm, de amplitud, 3 s. de período y 4 m/s de velocidad que se refleja y forma una onda estacionaria. ¿Cuál es la distancia, en m, entre los nodos?

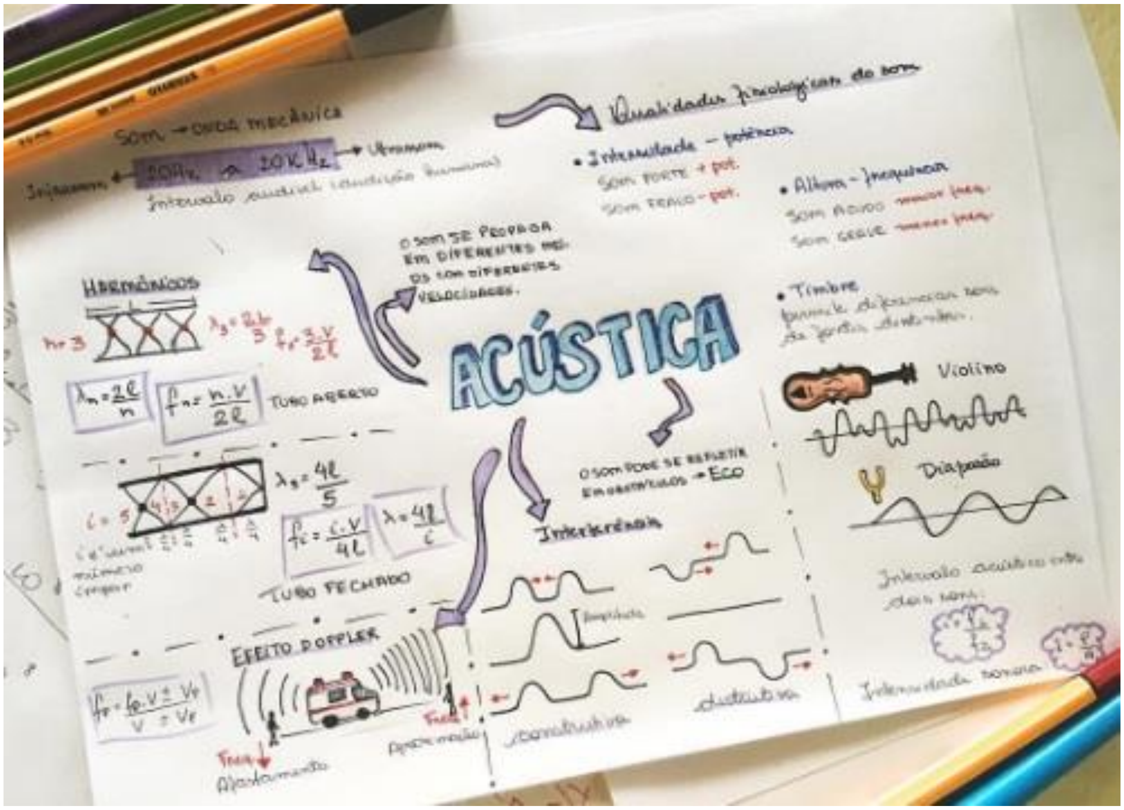
A) 0,75 B) 1,5 C) 6 D) 4/3 E) 0

76. La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es: $y = 10Sen2\pi\left(\frac{1}{0,1} - \frac{x}{20}\right)$

Las distancias en cm. Y los tiempos en segundos. ¿Cuál es la velocidad de la onda? (en cm/s)

A) 200 B) 100 C) 50 D) 250 E) 150

ACÚSTICA



1. **ACÚSTICA**. La **acústica** (del griego OÍR) es una rama de la física interdisciplinaria que estudia el **sonido**, infrasonido y ultrasonido, es decir **ondas mecánicas** que se propagan a través de la materia (tanto sólida como líquida o gaseosa) (no pueden propagarse en el vacío) por medio de modelos físicos y matemáticos.
   La música **acústica** es un tipo de música que solamente o primordialmente usa instrumentos que producen sonidos a través de una manera enteramente **acústica**, en oposición de la manera eléctrica o electrónica.

2. **SONIDO**. Es todo movimiento ondulatorio de tipo elástico que se propaga a través de un medio. En los gases y líquidos el sonido es siempre un movimiento ondulatorio longitudinal. En los fluidos no se propagan movimientos ondulatorios transversales.
   El sonido requiere de un medio elástico para transmitirse y por consiguiente no de propagan en el vacío. Por ejemplo, si colocamos un timbre dentro de una campan neumática y se extrae el aire (campana de vacío) no se percibe el sonido emitido por el timbre eléctrico. ¿Para qué sirven las campanas en la Luna?

3. **ONDA**. Una onda es una perturbación que avanza o que se propaga en un medio material o incluso en el vacío. A pesar de la naturaleza diversa de las perturbaciones que pueden originarlas, todas las ondas tienen un comportamiento semejante. El sonido es un tipo de onda que se propaga únicamente en presencia de un **medio** que haga de soporte de la perturbación. Los conceptos generales sobre ondas sirven para describir el sonido, pero, inversamente, los fenómenos sonoros permiten comprender mejor algunas de las características del comportamiento ondulatorio.

4. **VELOCIDAD DEL SONIDO**. El un fluido (liquido o gas) la rapidez del sonido viene dado por la siguiente expresión;

$$V = \sqrt{\frac{\gamma.P}{\delta}}$$

V, es la rapidez del sonido en, $\frac{m}{s}$

P, la presión del gas en pascal, $1\ Pa = \frac{1\ N}{m^2}$

δ , densidad volumétrica del fluido en, $\frac{kg}{m^3}$

$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ es la relación entre la capacidad calorífica molar a presión constante y a volumen constante, para gases diatónicos vale $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1{,}4$

5. **VELOCIDAD DEL SONIDO EN EL AIRE**. Si se quiere la velocidad del sonido en el aire en función de la temperatura absoluta, puede utilizarse la siguiente expresión:

$$V = V_0\sqrt{\frac{T}{273}}$$

V, es la rapidez del sonido en m/s.
T, es la temperatura absoluta en kelvin, $(T = t + 273)$
$V_0 = 331{,}7\ \ m/s$ en la velocidad del sonido en el aire a O °C.
El sonido en el aire, incrementa su rapidez en $0{,}6\ m/s$ por cada grado de temperatura en grado Celsius.

$$V = 331{,}7 \pm 0{,}6.t\ \left(\frac{m}{s}\right)$$

La velocidad del sonido depende del medio de propagación, en el a gua es 1440 m/s y en el hierro es 5130 m/s.

6. **REFLEXIÓN DEL SONIDO**. El sonido tiene movimiento ondulatorio, entonces se refleja y se refracta. Longitud de onda en el aire es aproximadamente 2 metros. El caso típico de la reflexión del sonido es el eco.

El **eco** consiste en la reflexión de un sonido en un obstáculo grande, una pared, una montaña, de modo que el observador percibe dos sonidos, el producido originalmente y la onda reflejada.
Para percibir el eco se necesita una distancia mínima de 17 metros, a 20 °C la rapidez del sonido es aproximadamente 340 m/s, es decir, la onda sonora necesita 0,1 segundo para ir al obstáculo y regresar hasta el observador, esto se debe a que nuestro oído, el oído humano, necesita 0,1 segundo para percibir este fenómeno, los animales tienen mejor sistema auditivo, como el perro y el murciélago.
Reflexión del sonido. Es el rebote de una onda de **sonido** en una superficie dura. El **sonido** que llega al obstáculo se llama **sonido** incidente y el **sonido** que se devuelve es el **sonido** reflejado. Cuando un **sonido** se refleja, generalmente cambia de dirección en que se propaga y pierde una cantidad de energía.

EJEMPLO: Si la velocidad del sonido en el aire es 331,5 m/s a 0 ºC ¿Cuál es la velocidad del sonido a una temperatura de 25 ºC?
RESOLUCIÓN
La temperatura debe ser expresada en kelvin, es decir se reemplaza la temperatura en la escala absoluta y no la temperatura relativa.

$V_1 = 331{,}5$ m/s, $\quad T_1 = 0$ º C $= 273$ º K
$T_2 = 25$ º C $= 25 + 273 = 298$ º K

Se sabe que la rapidez del sonido es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura absoluta:

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

Reemplazando datos: $$\frac{331{,}5}{V_2} = \sqrt{\frac{273}{298}}$$

Respuesta: La rapidez a 25 °C es: 346,346 m/s.

7. **INTENSIDAD DEL SONIDO**. Es la propiedad por el cual percibimos un sonido más fuerte o más débil, y a mayor o menor distancia al foco sonoro.
La intensidad del sonido se mide por la energía que atraviesa, en la unidad de tiempo, la unidad de área colocada perpendicularmente a la dirección en que se propaga el sonido.
Si un foco emite ondas en todas direcciones, uniformemente, la energía a una distancia R del mismo estará distribuida uniformemente sobre una corteza esférica de área $4\pi.R^2$. Si la potencia media emitido por el foco es P_m, se denomina intensidad a la potencia por unidad de área a una distancia R del foco que está incidiendo normalmente a la dirección de propagación:

$$I = \frac{P_m}{4\pi.R^2}$$

La intensidad de una onda decrece con el cuadrado de la distancia al foco puntual.

8. NIVEL DE INTENSIDAD DEL SONIDO EN DECIBELES.

La conversión entre intensidad y decibelios sigue esta ecuación:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$I_0 = 10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$$

donde I_0 corresponde a un nivel de 0 decibelios.

El *umbral del dolor* corresponde a una intensidad de $1\ W.m^{-2}$ o 120 dB.

EJEMPLO 01: La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales ¿Cuántos decibelios mayor es el nivel de intensidad cuando cuatro niños lloran que cuando llora uno solo?

RESOLUCIÓN

La intensidad del sonido en decibel es:

$$S_1 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$S_2 = 10.Log\left(\frac{4I}{I_0}\right)$$

$$S_2 - S_1 = 10.Log\left(\frac{4I}{I_0}\right) - 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Respuesta. $S_2 - S_1 = 10.Log(4) \cong 6\ dB$

EJEMPLO 02: Una profesora de física cuando da clase produce un sonido con una intensidad de 500 veces que cuando susurra. ¿Cuál es la diferencia de niveles en decibelios?

RESOLUCIÓN

La intensidad del sonido en decibel es:

$$S_1 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$S_2 = 10.Log\left(\frac{500I}{I_0}\right)$$

$$S_2 - S_1 = 10.Log\left(\frac{500I}{I_0}\right) - 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Respuesta. $S_2 - S_1 = 10.Log(500) \cong 27\ dB$

9. **ESCALA LOGARÍTMICA.** Los **decibeles** son una unidad logarítmica y representa la décima parte de un belio, unidad de medición llamada así en honor a Alexander Graham Bell.
   Ello significa que una intensidad acústica de 10 decibelios corresponde a una energía diez veces mayor que una intensidad de cero decibelios; una intensidad de 20 dB representa una energía 100 veces mayor que la que corresponde a 0 decibelios y así sucesivamente.
   Los decibelios **miden** la relación de una **intensidad** dada I con la **intensidad** del umbral de audición, de modo que este umbral toma el valor 0 decibelios (0 dB). Para evaluar el volumen del **sonido**, como distintivo de una medida de **intensidad** objetiva, **se** debe ponderar con la sensibilidad del oído.
   Usamos los **decibeles** (dB) para medir la potencia de los **sonidos**, es empleada mayormente en la acústica y en telecomunicaciones.
   La intensidad fisiológica o sensación sonora de un sonido se mide en decibelios (dB). Por ejemplo, el umbral de la audición está en 0 dB, la intensidad fisiológica de un susurro corresponde a unos 10 dB y el ruido de las olas en la costa a unos 40 dB. La escala de sensación sonora es logarítmica, lo que significa que un aumento de 10 dB corresponde a una intensidad 10 veces mayor, por ejemplo, el ruido de las olas en la costa es 1.000 veces más intenso que un susurro, lo que equivale a un aumento de 30 dB.
   Debido a la extensión de este intervalo de audibilidad, para expresar intensidades sonoras se emplea una escala cuyas divisiones son potencias de diez y cuya unidad de medida es el decibelio (dB).

10. **LA INTENSIDAD EN MÚSICA.** La **intensidad** en **música** es la cualidad que diferencia un sonido suave de un sonido fuerte. Depende de la fuerza con la que el cuerpo sonoro sea ejecutado y de la distancia del receptor de la fuente sonora.
    Entre ellos el **tipo** de ruido, la **distancia** de la fuente sonora y el tiempo de exposición. Según la Organización Mundial de la Salud (OMS) el oído humano pude tolerar **55** decibeles sin ningún daño a su salud. Y dependiendo del tiempo de exposición, ruidos mayores a los **60** decibeles pueden provocarnos **malestares** físicos.
    La intensidad del sonido percibido, o propiedad que hace que éste se capte como fuerte o como débil, está relacionada con la intensidad de la onda sonora correspondiente, también llamada *intensidad acústica.* La intensidad acústica es una magnitud que da idea de la cantidad de energía que está fluyendo por el medio como consecuencia de la propagación de la onda.
    Se define como la energía que atraviesa por segundo una superficie unidad dispuesta perpendicularmente a la dirección de propagación. Equivale a una potencia por unidad de superficie y se expresa en $W.m^{-2}$. La intensidad de una onda sonora es proporcional al cuadrado de su frecuencia y al cuadrado de su amplitud y disminuye con la distancia al foco.
    La magnitud de la sensación sonora depende de la intensidad acústica, pero también depende de

la sensibilidad del oído. El intervalo de intensidades acústicas que va desde el umbral de audibilidad, o valor mínimo perceptible, hasta el umbral del dolor.

11. **TONO Y FRECUENCIA**. El *tono* es la cualidad del sonido mediante la cual el oído le asigna un lugar en la escala musical, permitiendo, por tanto, distinguir entre los graves y los agudos. La magnitud física que está asociada al tono es la **frecuencia**. Los sonidos percibidos como graves corresponden a frecuencias bajas, mientras que los agudos son debidos a frecuencias altas. Así el sonido más grave de una guitarra corresponde a una frecuencia de 82,4 Hz y el más agudo a 698,5 hertz.

12. **LIMITE DE LA FRECUENCIA**. No todas las ondas sonoras pueden ser percibidas por el oído humano, el cual es sensible únicamente a aquellas cuya **frecuencia** está comprendida entre los 20 Hz y los 20 000 Hz. En el aire dichos valores extremos corresponden a longitudes de onda que van desde 16 metros hasta 1,6 centímetros respectivamente. En general se trata de ondas de pequeña amplitud.

13. **TIMBRE.** El *timbre* es la cualidad del sonido que permite distinguir sonidos procedentes de diferentes instrumentos, aun cuando posean igual tono e intensidad. Debido a esta misma cualidad es posible reconocer a una persona por su voz, que resulta característica de cada individuo.
Pocas veces las ondas sonoras corresponden a sonidos puros, sólo los diapasones generan este tipo de sonidos, que son debidos a una sola frecuencia y representados por una onda armónica. Los instrumentos musicales, por el contrario, dan lugar a un sonido más rico que resulta de vibraciones complejas. Cada vibración compleja puede considerarse compuesta por una serie de vibraciones armónico simples de una frecuencia y de una amplitud determinadas, cada una de las cuales, si se considerara separadamente, daría lugar a un sonido puro. Esta mezcla de tonos parciales es característica de cada instrumento y define su timbre.

EJEMPLO 01: Una onda longitudinal de 100 Hz de frecuencia tiene una longitud de onda de 11 cm. Calcular la velocidad con la que se propaga.
RESOLUCIÓN
f = 100 Hz = 100 vibraciones/s = 100 s^{-1}
λ = 11 cm = 0.11 m
Se sabe que: $V = \lambda . f$
Reemplazando datos se tiene: $V = (0.11\ m)\ (100\ s^{-1})$
Respuesta: La rapidez es: V=11 m/s

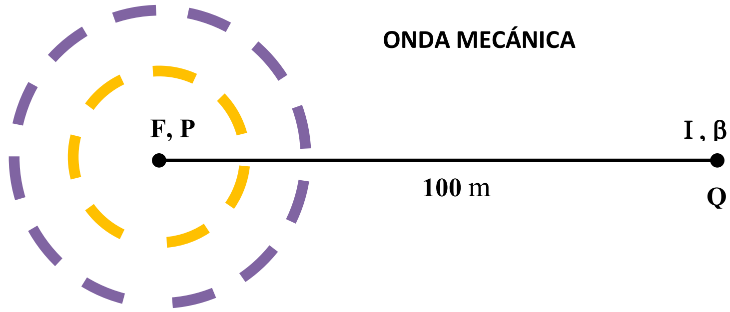
EJEMPLO 02: Se ha comprobado que cierto pájaro tropical vuela en cuevas totalmente oscuras. Para sortear los obstáculos utiliza el sonido, pero la frecuencia más elevada que puede emitir y detectar es de 8000 Hz. Evaluar el tamaño de los objetos más pequeños que puede detectar.
RESOLUCIÓN
Suponiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s, la longitud de la onda sería:

$$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{340}{8000} = 0,0425\ m = 4,25\ cm$$

y este es el orden de magnitud de los objetos que puede detectar a partir de los cuales se produce difracción.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. El nivel de intensidad es 80 dB en el punto Q a 100 m de un foco puntual "F" de ondas sonoras. Determinar la intensidad sonora en ese punto A en W/m^2 y la potencia de la fuente sonora ubicada en el punto F.



RESOLUCIÓN.

I. La intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W.m^{-2}$$

$$80 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 8 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^8$$

$$I = 10^8.I_0 = 10^8 x 10^{-12} W.m^{-2} = 10^{-4}\ W.m^{-2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I = 10^{-4}\ W.m^{-2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(100\,m)^2.x10^{-4} W.m^{-2} = 4\pi\ W$

Respuesta. La potencia de la fuente es: $P = 12{,}56\ W$

2. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales. Diez violinistas generan un nivel de intensidad de sonido de 60 dB. ¿Cuántos violinistas deben integrarse al grupo para producir un nivel de intensidad de 70 dB?

RESOLUCIÓN

El nivel de intensidad del sonido en decibel es:

$$\beta_1 = 60 = 10.Log\left(\frac{10I}{I_0}\right)$$

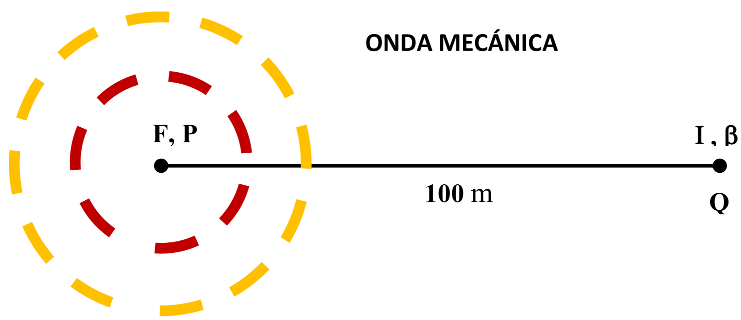
$$\beta_2 = 70 = 10.Log\left(\frac{N.I}{I_0}\right)$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 = 10.Log\left(\frac{N.I}{I_0}\right) - 10.Log\left(\frac{10I}{I_0}\right)$$

$$10 = 10.Log\left(\frac{N}{10}\right) \Rightarrow 1 = Log\left(\frac{N}{10}\right) \Rightarrow N = 100$$

Respuesta: deben incrementarse 90 violinistas. *Se evidencia la escala logarítmica*.

3. El nivel de intensidad es 40 dB en el punto Q a 100 m de un foco puntual "F" de ondas sonoras. Determinar la intensidad sonora en ese punto A en $W.m^{-2}$ y la potencia de la fuente sonora ubicada en el punto F.



RESOLUCIÓN.

I. El nivel de intensidad del sonido en el punto A, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$40 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 4 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^4$$

$$I = 10^4.I_0 = 10^4 x 10^{-12} \frac{W}{m^2} = 10^{-8} \frac{W}{m^2}$$

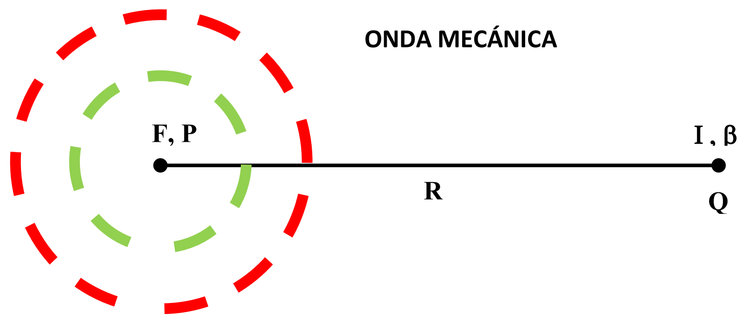
La intensidad en el punto Q es, $I = 10^{-8} \dfrac{W}{m^2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(100\,m)^2.x10^{-8} \dfrac{W}{m^2} = 4\pi.10^{-4}\ W$

Respuesta. La potencia de la fuente es: $P = 1{,}256\ mW$

4. El nivel de intensidad es 90 dB en el punto Q a 100 m de un foco puntual "F" de ondas sonoras. Determinar la intensidad sonora en ese punto A en W/m^2 y la potencia de la fuente sonora ubicada en el punto F.



RESOLUCIÓN.

I. La intensidad del sonido en el punto A, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$90 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 9 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^9$$

$$I = 10^9.I_0 = 10^9 x 10^{-12} \frac{W}{m^2} = 10^{-3} \frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I = 10^{-3} \dfrac{W}{m^2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(100\,m)^2.x10^{-3} \dfrac{W}{m^2} = 40\pi\, W$

Respuesta. La potencia de la fuente es: $P = 125{,}66\ W$

5. A 100 m de un foco puntual "F" de ondas sonoras, el nivel de intensidad es 60 dB. Determinar la intensidad sonora en ese punto A en W/m^2 y la potencia de la fuente sonora ubicada en el punto F.

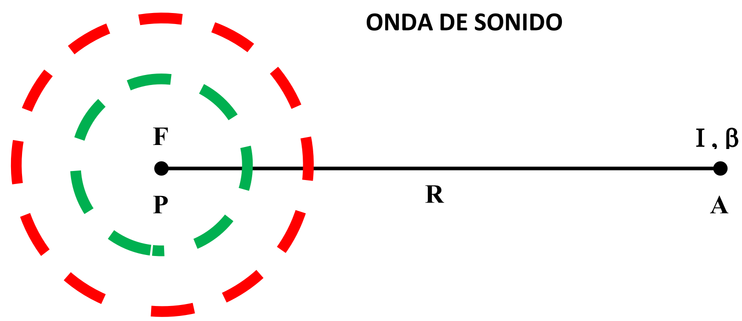
RESOLUCIÓN.

I. El nivel de intensidad del sonido en el punto A, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$60 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 6 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^6$$

$$I = 10^6.I_0 = 10^6 x10^{-12} \frac{W}{m^2} = 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$



La intensidad en el punto A es, $I = 10^{-6} \dfrac{W}{m^2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(100\,m)^2.x10^{-6} \dfrac{W}{m^2} = 4\pi.10^{-2}\ W$

Respuesta. La potencia de la fuente es: $P = 4\pi.10^{-2}\ W = 0{,}1256\ W = 125{,}6\ mW$

6. Si la velocidad del sonido en el aire es 340 m/s a 20 ºC ¿Cuál es la velocidad del sonido a una temperatura de 30 ºC?

RESOLUCIÓN

La temperatura debe ser expresada en kelvin, es decir se reemplaza la temperatura en la escala absoluta y no la temperatura relativa.

V_1 = 340 m/s, T_1 = 20 º C = 293 º K

T_2 = 30 º C = 30 + 273 = 303 º K

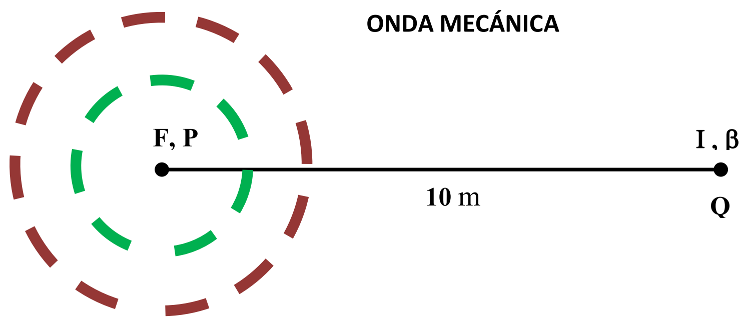
Se sabe que la rapidez del sonido es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura absoluta:

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

Reemplazando datos: $$\frac{340}{V_2} = \sqrt{\frac{293}{303}}$$

Respuesta. La rapidez a 30 °C es: 345,75 m/s.

7. Considere al canto de un pájaro salvaje como un modelo idealizado de una fuente sonora puntual. Si el pájaro emite una potencia de $10\pi\ W$ ¿Cuál será la intensidad de sonido en decibeles a 10 m de distancia?



RESOLUCIÓN.

I. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

La intensidad de sonido en el punto Q es: $I = \dfrac{P}{4\pi.R^2} = \dfrac{10.\pi\ W}{4\pi.(10\,m)^2} = \dfrac{1}{40}\ \dfrac{W}{m^2}$

La intensidad del sonido a 10 m es: $I = 2{,}5x10^{-2}\ \dfrac{W}{m^2}$

II. La intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{2{,}5 \bullet 10^{-2}}{10^{-12}}\right) = 10.Log\left(2{,}5 \bullet 10^{10}\right)$$

$$\beta = 20 \bullet \log(5) + 90 = 103{,}9794 \cong 104\ dB$$

Respuesta: El nivel de intensidad de sonido en el punto Q es, $\beta = 104dB$

8. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales. Diez grillos generan un nivel de intensidad de sonido de 30 dB. ¿Cuántos grillos deben integrarse al grupo para producir un nivel de intensidad de 40 dB?

RESOLUCIÓN

El nivel de intensidad del sonido en decibel es:

$$\beta_1 = 30 = 10.Log\left(\frac{10I}{I_0}\right)$$

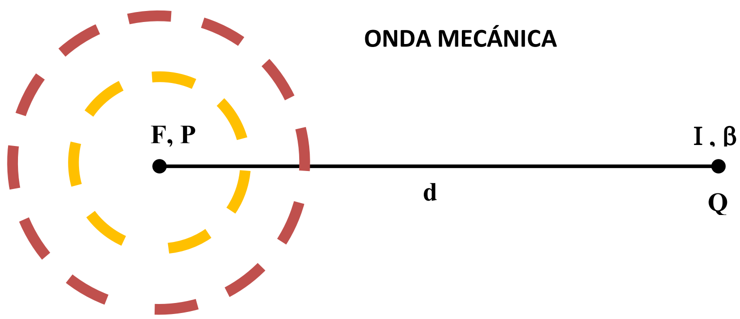
$$\beta_2 = 40 = 10.Log\left(\frac{N.I}{I_0}\right)$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 = 10.Log\left(\frac{N.I}{I_0}\right) - 10.Log\left(\frac{10I}{I_0}\right)$$

$$10 = 10.Log\left(\frac{N}{10}\right) \Rightarrow 1 = Log\left(\frac{N}{10}\right) \Rightarrow N = 100$$

Respuesta: deben integrarse 90 grillos. *Se evidencia la escala logarítmica*.

9. Una fuente sonora puntual emite ondas con salida de potencia $100\pi\ W$ ¿A qué distancia la intensidad de sonido será de 40 dB?



RESOLUCIÓN.

I. La intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$40 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 4 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^4$$

La intensidad de sonido en el punto Q es, $I = 10^4 x 10^{-12} \dfrac{W}{m^2} = 10^{-8} \dfrac{W}{m^2}$

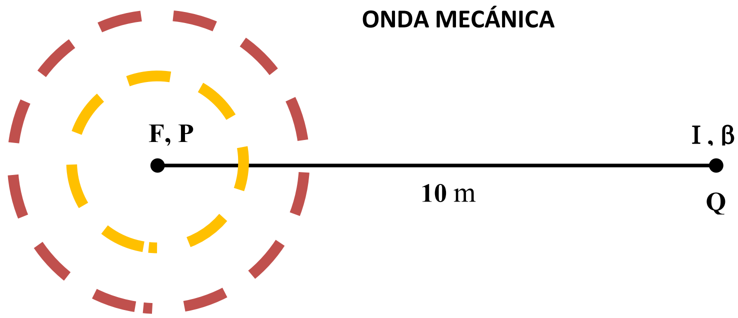
La intensidad de sonido en el punto Q es: $I = 10^{-8} \dfrac{W}{m^2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazando: $100\pi = 4\pi.R^2.\left(10^{-8}\right)$

Respuesta. $R = 50\,000\,m = 50\ km$

10. Considere a un violinista como un modelo idealizado de una fuente sonora puntual. Si el violín emite una potencia de $4\pi\ W$ ¿Cuál será la intensidad de sonido en decibeles a 10 m de distancia?



RESOLUCIÓN.

I. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

La intensidad de sonido en el punto Q es

$$I = \frac{P}{4\pi.R^2} = \frac{4.\pi\ W}{4\pi.(10\,m)^2} = \frac{1}{100}\ \frac{W}{m^2} = 10^{-2}\ \frac{W}{m^2}$$

La intensidad del sonido a 10 m es: $I = 10^{-2}\ \frac{W}{m^2}$

II. La intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{10^{-2}}{10^{-12}}\right) = 10.Log\left(10^{10}\right) = 100\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad de sonido en el punto Q es, $\beta = 100dB$

11. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales. Diez sapos generan un nivel de intensidad de sonido de 40 dB. ¿Cuántos sapos deben integrarse al grupo para producir un nivel de intensidad de 45 dB?

RESOLUCIÓN

El nivel de intensidad del sonido en decibel es:

$$\beta_1 = 40 = 10.Log\left(\frac{10I}{I_0}\right)$$

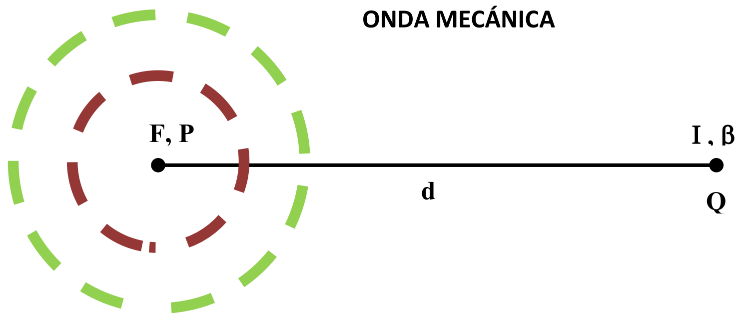
$$\beta_2 = 45 = 10.Log\left(\frac{N.I}{I_0}\right)$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 5 = 10.Log\left(\frac{N.I}{I_0}\right) - 10.Log\left(\frac{10I}{I_0}\right)$$

$$5 = 10.Log\left(\frac{N}{10}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} = Log\left(\frac{N}{10}\right) \Rightarrow N = 32$$

Respuesta: deben integrarse 22 sapos. *Se evidencia la escala logarítmica*.

12. Una fuente sonora puntual emite ondas con salida de potencia $400\pi\ W$ ¿A qué distancia la intensidad de sonido será de 80 dB?



RESOLUCIÓN.

I. La intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$80 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 8 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^8$$

La intensidad de sonido en el punto Q es,

$$I = 10^8 x 10^{-12} \frac{W}{m^2} = 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

La intensidad de sonido en el punto Q es: $I = 10^{-4} \dfrac{W}{m^2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazando: $400\pi = 4\pi.R^2.\left(10^{-4}\right) \Rightarrow R = 1000\,m$

Respuesta: $R = 1\,km$

13. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales ¿Cuántos decibeles mayor es el nivel de intensidad cuando veinte niños lloran que cuando llora uno solo?

RESOLUCIÓN

La intensidad del sonido en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

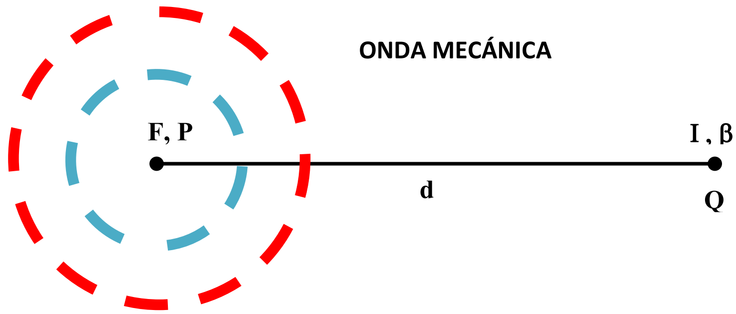
$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{20I}{I_0}\right)$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10.Log\left(\frac{20I}{I_0}\right) - 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10.Log(20) \cong 13\ dB$$

Respuesta: La diferencia es 13 dB.

14. Una fuente sonora puntual emite ondas con salida de potencia $400\pi\ W$ ¿A qué distancia la intensidad de sonido será de 60 dB?



RESOLUCIÓN.

I. La intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$60 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 6 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^6$$

La intensidad de sonido en el punto Q es, $I = 10^6 \bullet 10^{-12} \frac{W}{m^2} = 10^{-6} \frac{W}{m^2}$

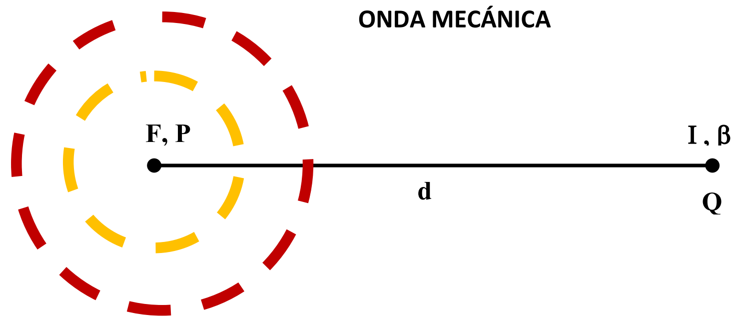
La intensidad de sonido en el punto Q es: $I = 10^{-6} \frac{W}{m^2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazando: $400\pi = 4\pi.R^2.(10^{-6})$

Respuesta. $R = 10\ 000\,m = 10\,km$

15. Considere a un tenor como un modelo idealizado de una fuente sonora puntual. El nivel de intensidad a 30 metros de una fuente sonora es 90 dB. Determine la intensidad en decibeles de las ondas sonoras a 50 metros de la fuente.



RESOLUCIÓN.

I. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$90 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 9 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^9$$

La intensidad de sonido en el punto Q es, $I = 10^9 x 10^{-12} \dfrac{W}{m^2} = 10^{-3} \dfrac{W}{m^2}$

La intensidad de sonido en el punto Q es: $I = 10^{-3} \dfrac{W}{m^2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazando: $P = 4\pi.(30)^2.(10^{-3}) = 3{,}6\pi \dfrac{W}{m^2}$

III. Cálculo de la intensidad en decibeles, a una distancia de 50 m.

$$P = 4\pi.(R_1)^2.(I_1) = 4\pi.(R_2)^2.(I_2) \Rightarrow (R_1)^2.(I_1) = (R_2)^2.(I_2)$$

$$(30)^2.(10^{-3}) = (50)^2.(I_2) \Rightarrow I_2 = 36x10^{-5} \frac{W}{m^2}$$

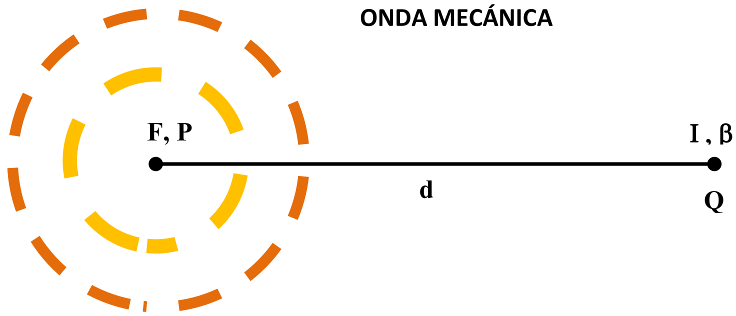
IV. La intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{36x10^{-5}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(360000000) = 85{,}56$$

Respuesta. El nivel de intensidad a 50 metros es: $\beta = 85{,}56\ dB$

16. Considere a un flautista como un modelo idealizado de una fuente sonora puntual. El nivel de intensidad a 20 metros de una fuente sonora es 80 dB. Determine la intensidad en decibeles de las ondas sonoras a 100 metros de la fuente.



RESOLUCIÓN.

I. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$80 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 8 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^8$$

La intensidad de sonido en el punto Q es, $I = 10^8 x 10^{-12} \dfrac{W}{m^2} = 10^{-4} \dfrac{W}{m^2}$

La intensidad de sonido en el punto Q es: $I = 10^{-4} \dfrac{W}{m^2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazando: $P = 4\pi.(20)^2.(10^{-4}) = 0{,}16\pi \dfrac{W}{m^2}$

III. Cálculo de la intensidad en decibeles, a una distancia de 100 m.

$$P = 4\pi.(R_1)^2.(I_1) = 4\pi.(R_2)^2.(I_2) \Rightarrow (R_1)^2.(I_1) = (R_2)^2.(I_2)$$

$$(20)^2.(10^{-4}) = (100)^2.(I_2) \Rightarrow I_2 = 4x10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

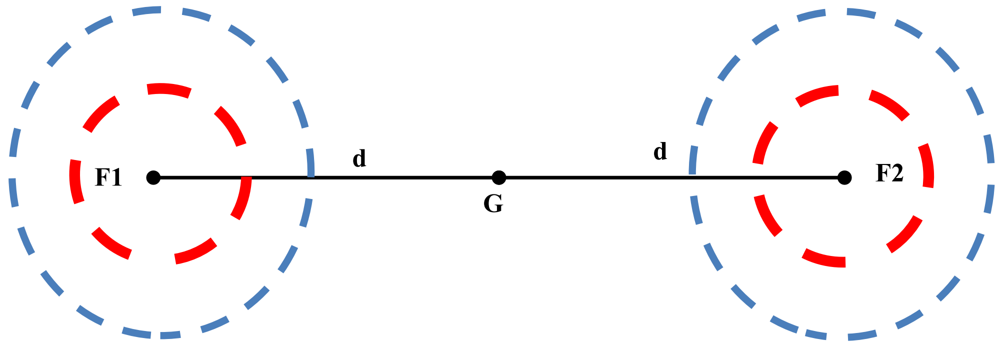
IV. La intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{4x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(4\,000\,000) = 66$$

Respuesta. La intensidad a 100 metros es: $\beta = 66\ dB$

17. En dos puntos F1 y F2 distantes 20 metros, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $300\pi x10^{-6} W$ y $700\pi x10^{-6} W$. Determine el nivel de intensidad en el punto medio del segmento que une estos puntos (en dB) considerando interferencia constructiva.



RESOLUCIÓN.

I. Adición de potencias en el centro G, interferencia constructiva:

$$P = P_1 + P_2 = (300\pi + 700\pi)x10^{-6} W = \pi x10^{-3} W$$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

La distancia del vértice al baricentro es: $d = R = 10\ m$

La intensidad del sonido en el centro es, $I = \dfrac{P}{4\pi.R^2} = \dfrac{\pi x10^{-3}}{4\pi.(10)^2} = 2{,}5x10^{-6}\ \dfrac{W}{m^2}$

III. El nivel de intensidad del sonido en el punto G, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

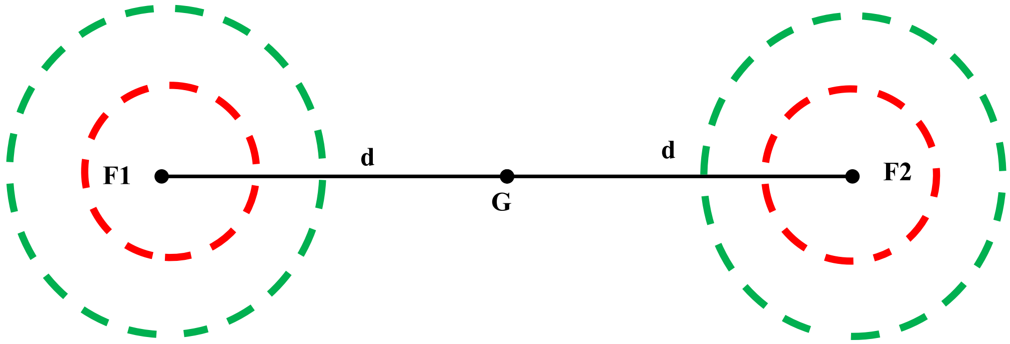
$$\beta = 10.Log\left(\frac{2{,}5x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(2\,500\,000) = 54\ dB$$

El nivel de intensidad en el baricentro es,

$$\beta = 10.Log\left(\frac{2{,}5x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(2\,500\,000) = 54\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad es, $\beta = 54\,dB$

18. En dos puntos F1 y F2 distantes 20 metros, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $400\pi x10^{-6} W$ y $600\pi x10^{-6} W$. Determine el nivel de intensidad en el punto medio del segmento que une estos puntos (en dB) considerando interferencia constructiva.



RESOLUCIÓN.

I. Adición de potencias en el centro G, interferencia constructiva:

$$P = P_1 + P_2 = (400\pi + 600\pi)x10^{-6}\,W = \pi x10^{-3}\,W$$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

La distancia del vértice al baricentro es: $d = R = 10\ m$

La intensidad del sonido en el centro es,

$$I = \frac{P}{4\pi.R^2} = \frac{\pi\,x10^{-3}}{4\pi.(10)^2} = 2{,}5x10^{-6}\,\frac{W}{m^2}$$

III. El nivel de intensidad del sonido en el punto G, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{donde, } I_0 = 10^{-12}W/m^2$$

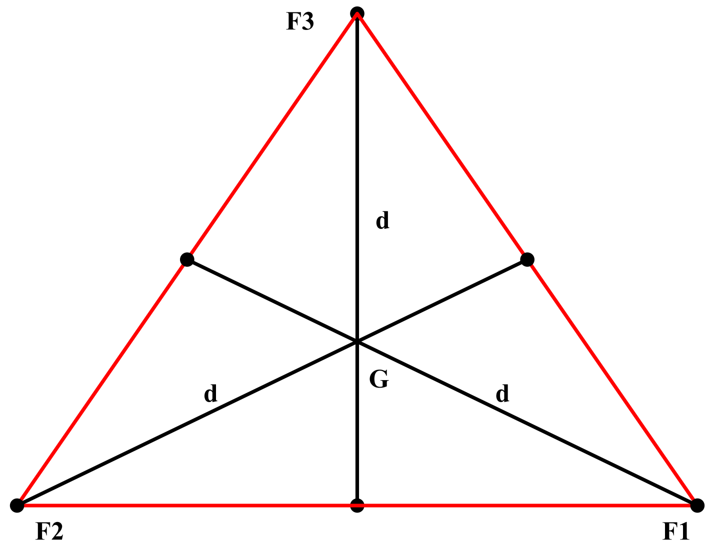
$$\beta = 10.Log\left(\frac{2{,}5x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(2\,500\,000) = 54\ dB$$

El nivel de intensidad en el baricentro es,

$$\beta = 10.Log\left(\frac{2{,}5x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(2\,500\,000) = 54\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad es, $\beta = 54\ dB$

19. En los vértices de un triángulo equilátero de $10\sqrt{3}\,m$ por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $40\pi\,x10^{-6}\,W$, $60\pi\,x10^{-6}\,W$ y $100\pi\,x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el baricentro (en dB) considerando interferencia constructiva.



RESOLUCIÓN.

I. Adición de potencias en el baricentro G, interferencia constructiva:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = (40\pi + 60\pi + 100\pi)x10^{-6}\,W = 2\pi x10^{-4}\,W$$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

La distancia del vértice al baricentro es: $d = R = 10\ m$

La intensidad del sonido en el baricentro es, $I = \dfrac{P}{4\pi.R^2} = \dfrac{2\pi\,x10^{-4}}{4\pi.(10)^2} = 5x10^{-7}\,\dfrac{W}{m^2}$

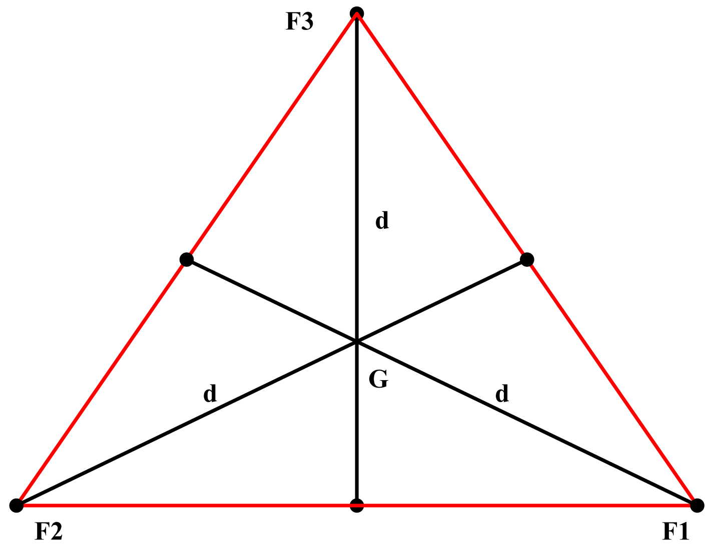
III. El nivel de intensidad del sonido en el punto G, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{5x10^{-7}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(500000) = 60\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad en el baricentro es, $\beta = 60\ dB$

20. En los vértices de un triángulo equilátero de $10\sqrt{3}\,m$ por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $400\pi\,x10^{-6}\,W$, $600\pi\,x10^{-6}\,W$ y $1000\pi\,x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el baricentro (en dB) considerando interferencia constructiva.



RESOLUCIÓN.

I. Adición de potencias en el baricentro G, interferencia constructiva:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = (400\pi + 600\pi + 1000\pi)x10^{-6}\,W = 2\pi x10^{-3}\,W$$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

La distancia del vértice al baricentro es: $d = R = 10\ m$

La intensidad del sonido en el baricentro es,

$$I = \frac{P}{4\pi.R^2} = \frac{2\pi\,x10^{-3}}{4\pi.(10)^2} = 5x10^{-6}\,\frac{W}{m^2}$$

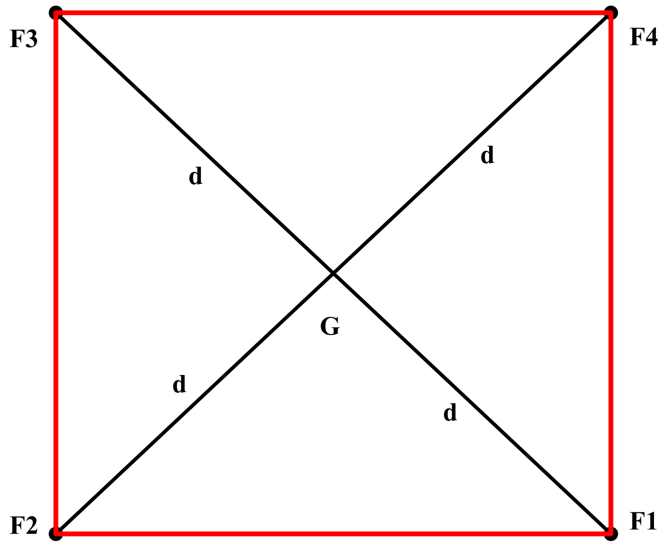
III. El nivel de intensidad del sonido en el punto G, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{donde, } I_0 = 10^{-12}W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{5x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(5000000) = 70\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad en el baricentro es, $\beta = 70\ dB$

21. En los vértices de un cuadrado de $10\sqrt{2}\,m$ por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $300\pi\,x10^{-6}\,W$, $400\pi\,x10^{-6}\,W$, $600\pi\,x10^{-6}\,W$ y $700\pi\,x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el centro del cuadrado (en dB) considerando interferencia constructiva.



RESOLUCIÓN.

I. Adición de potencias en el centro G, interferencia constructiva:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = (300\pi + 400\pi + 600\pi + 700\pi)x10^{-6}\,W$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 2\pi x10^{-3}\,W$$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

La distancia del vértice al baricentro es: $d = R = 10\ m$

La intensidad del sonido en el centro es, $I = \dfrac{P}{4\pi.R^2} = \dfrac{2\pi\,x10^{-3}}{4\pi.(10)^2} = 5x10^{-6}\,\dfrac{W}{m^2}$

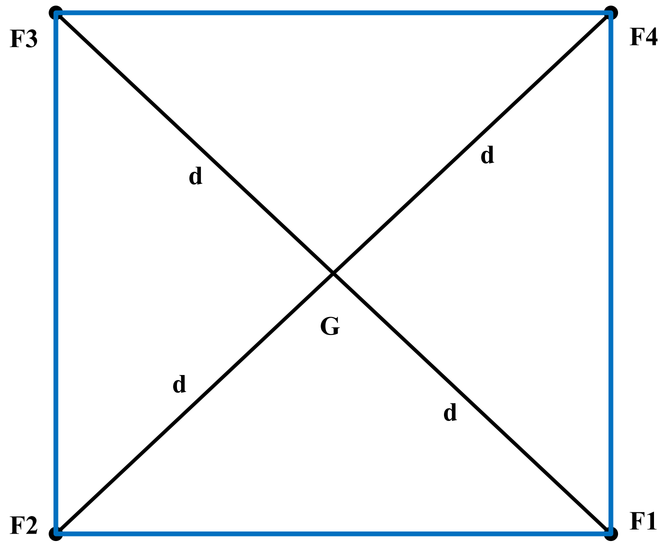
III. El nivel de intensidad del sonido en el punto G, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ donde, } I_0 = 10^{-12}W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{5x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(5000000) = 70\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad en el baricentro es, $\beta = 70\ dB$

22. En los vértices de un cuadrado de $20\sqrt{2}\,m$ por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $300\pi\,x10^{-6}\,W$, $400\pi\,x10^{-6}\,W$, $600\pi\,x10^{-6}\,W$ y $700\pi\,x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el centro del cuadrado (en dB) considerando interferencia constructiva



RESOLUCIÓN.

I. Adición de potencias en el centro G, interferencia constructiva:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = (300\pi + 400\pi + 600\pi + 700\pi)x10^{-6}\,W$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 2\pi x10^{-3}\,W$$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

La distancia del vértice al baricentro es: $d = R = 20\ m$

La intensidad del sonido en el centro es, $I = \dfrac{P}{4\pi.R^2} = \dfrac{2\pi\,x10^{-3}}{4\pi.(20)^2} = 1{,}25x10^{-6}\ \dfrac{W}{m^2}$

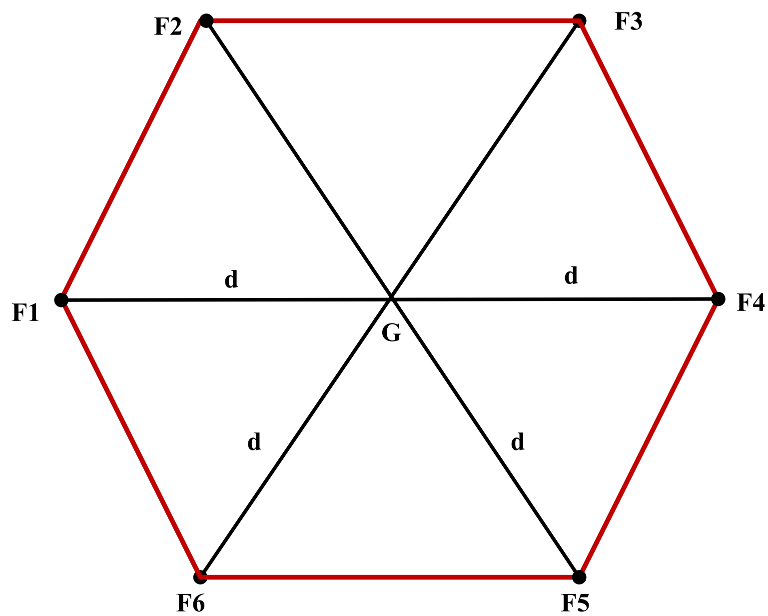
III. El nivel de intensidad del sonido en el punto G, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ donde, } I_0 = 10^{-12}W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{1{,}25x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(1250000) = 61\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad en el baricentro es, $\beta = 61\ dB$

23. En los vértices de un hexágono regular de 10 metros por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $100\pi\,x10^{-6}\,W$, $200\pi\,x10^{-6}\,W$, $300\pi\,x10^{-6}\,W$, $400\pi\,x10^{-6}\,W$, $250\pi\,x10^{-6}\,W$ y $750\pi\,x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el centro del hexágono (en dB) considerando interferencia constructiva.



RESOLUCIÓN.

I. Adición de potencias en el centro G, interferencia constructiva:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6$$

$$P = (100 + 200 + 300 + 400 + 250 + 750)\pi \ x10^{-6} \ W$$

$$P = 2\pi \ x10^{-3} \ W$$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

La distancia del vértice al baricentro es: $d = R = 10 \ m$

La intensidad del sonido en el centro es, $I = \dfrac{P}{4\pi.R^2} = \dfrac{2\pi \, x10^{-3}}{4\pi.(10)^2} = 5x10^{-6} \ \dfrac{W}{m^2}$

III. El nivel de intensidad del sonido en el punto G, en decibel es:

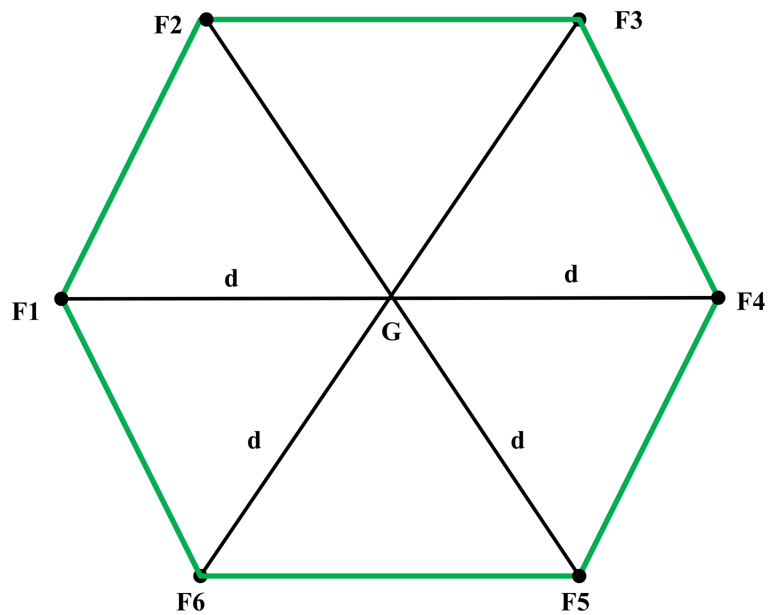
$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ donde, } I_0 = 10^{-12} W / m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{5x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(5000000) = 67 \ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad en el baricentro es, $\beta = 67 \ dB$

24. En los vértices de un hexágono regular de 20 metros por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $100\pi \, x10^{-6} \, W$, $200\pi \, x10^{-6} \, W$ $300\pi \, x10^{-6} \, W$, $400\pi \, x10^{-6} \, W$,

$250\pi x10^{-6} W$ y $750\pi x10^{-6} W$. Determine el nivel de intensidad en el centro del hexágono (en dB) considerando interferencia constructiva.



RESOLUCIÓN.

I. Adición de potencias en el centro G, interferencia constructiva:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6$$

$$P = (100 + 200 + 300 + 400 + 250 + 750)\pi \ x10^{-6} \ W$$

$$P = 2\pi \ x10^{-3} \ W$$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

La distancia del vértice al baricentro es: $d = R = 20 \ m$

La intensidad del sonido en el centro es, $I = \dfrac{P}{4\pi.R^2} = \dfrac{2\pi x10^{-3}}{4\pi.(20)^2} = 1{,}25x10^{-6} \dfrac{W}{m^2}$

III. El nivel de intensidad del sonido en el punto G, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{1{,}25x10^{-6}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(1250000) = 61 \ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad en el baricentro es, $\beta = 61 \ dB$

25. Un parlante emite sonido con una potencia de $100\pi W$ en todas direcciones. ¿A qué distancia el nivel de la intensidad de sonido será 100 dB?

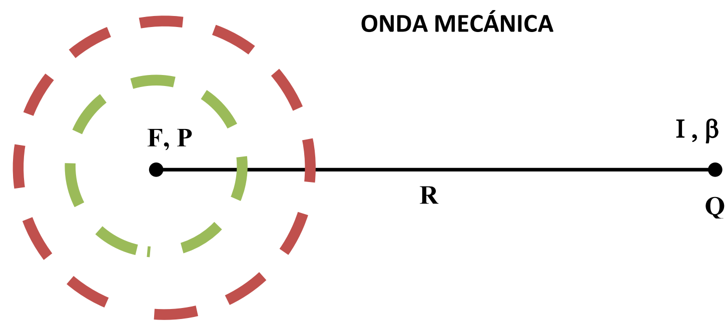
RESOLUCIÓN.

I. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$100 = 10.Log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 10 = Log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^{10}$$

La intensidad de sonido en el punto Q es: $I = 10^{-2}\dfrac{W}{m^2}$



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazando: $100\pi = 4\pi.R^2.(10^{-2}) \Rightarrow R = 50\ m$

Respuesta. La distancia de alejamiento respecto de la fuente es 50 m.

26. Una cuerda de un instrumento musical tiene 0,84 m de longitud y su frecuencia fundamental es de 192 hertz. ¿Cuál será dicha frecuencia si la cuerda se acorta hasta 0,62 m.

RESOLUCIÓN

Si la cuerda se acorta, la longitud de onda de las ondas estacionarias disminuye en la misma proporción y al ser: $f = \dfrac{V}{\lambda}$

se verificará: $$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2L_2}{2L_1} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{0,62}{0,84} = 0,74$$

$$\frac{f_1}{f_2} = 0,74 \Rightarrow \frac{192}{f_2} = 0,74 \Rightarrow f_2 = 260,13\ Hz$$

Respuesta. La frecuencia es 260,13 Hz.

27. Un parlante emite sonido con una potencia de $100\pi W$ en todas direcciones. ¿A qué distancia el nivel de la intensidad de sonido será 80 dB?

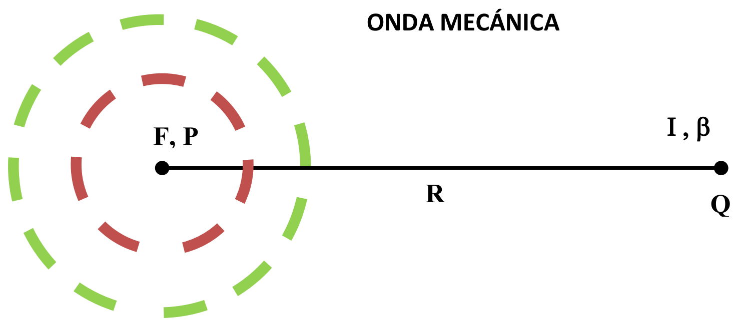
RESOLUCIÓN.

I. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$80 = 10.Log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 8 = Log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^8$$

La intensidad de sonido en el punto Q es: $I = 10^{-4}\dfrac{W}{m^2}$



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazando: $100\pi = 4\pi.R^2.(10^{-4}) \Rightarrow R = 500\ m$

Respuesta. La distancia de alejamiento respecto de la fuente es 500 m.

28. ¿Cuál es el nivel de sensación sonora en decibeles correspondiente a una onda de intensidad $10^{-10} W/m^2$? ¿Y de intensidad $10^{-2} W/m^2$? (Intensidad umbral $I_0 = 10^{-12} W/m^2$).

RESOLUCIÓN

La intensidad del sonido en decibel es:

$$S = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$S_1 = 10 \bullet Log\left(\frac{10^{-10}}{10^{-12}}\right) = 10 \bullet Log(10^2) = 20\ dB$$

$$S_1 = 10 \bullet Log\left(\frac{10^{-2}}{10^{-12}}\right) = 10 \bullet Log(10^{10}) = 100\ dB$$

Respuesta. 20 dB y 100 dB.

29. Un parlante emite sonido con una potencia de $64\pi W$ en todas direcciones. ¿A qué distancia el nivel de la intensidad de sonido será 100 dB?

RESOLUCIÓN.

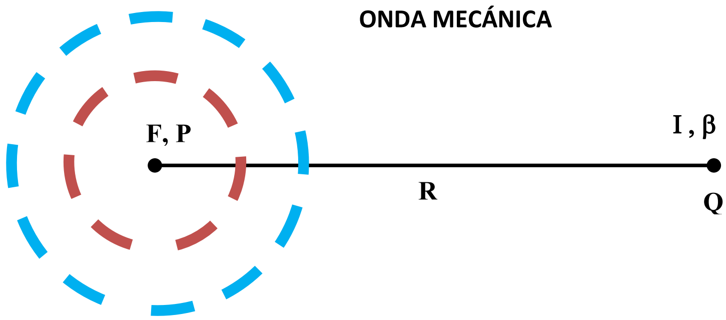
I. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$100 = 10.Log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 10 = Log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^{10}$$

La intensidad de sonido en el punto Q es: $I = 10^{-2}\ \frac{W}{m^2}$

ONDA MECÁNICA



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazando: $64\pi = 4\pi.R^2.(10^{-2}) \Rightarrow R = 40\ m$

Respuesta. La distancia de alejamiento respecto de la fuente es 40 m.

30. ¿A qué distancia mínima de una fuente sonora puntual de $100\pi W$ no se produce contaminación ambiental? Está establecido que es contaminación ambiental para niveles de intensidad mayor a 100 dB.

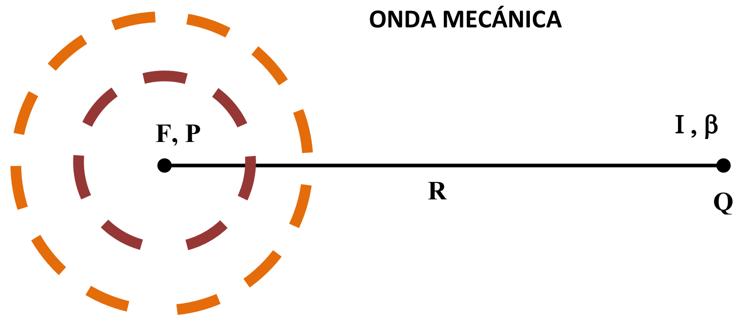
RESOLUCIÓN.

I. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{donde, } I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$100 = 10.Log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 10 = Log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^{10}$$

La intensidad de sonido en el punto Q es: $I = 10^{-2}\ \frac{W}{m^2}$



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazando: $100\pi = 4\pi.R^2.(10^{-2}) \Rightarrow R = 50\ m$

Respuesta. La distancia de alejamiento respecto de la fuente es 50 m.

31. Calcular la frecuencia de los sonidos emitidos por un tubo abierto y otro cerrado de 1 metro de longitud produciendo el sonido fundamental. $(V_{SONIDO} = 340\ m/s)$

RESOLUCIÓN

Si L es la longitud del tubo, se verifica para el primer armónico:

Tubos abiertos: $L = \dfrac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4L = 4\ m$

Tubos cerrados: $L = \dfrac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_{21} = 2L = 2\ m$

Las frecuencias correspondientes serán: $L = \dfrac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4L = 4\ m$

$$f_1 = \frac{V}{\lambda_1} \Rightarrow f_1 = \frac{340}{4} = 85\ Hz$$

$$f_2 = \frac{V}{\lambda_2} \Rightarrow f_1 = \frac{340}{2} = 170\ Hz$$

Respuesta. Las frecuencias son 85 Hz y 170 Hz.

32. Laura que está ubicada a 100 m de una fuente sonora detecta un nivel de intensidad de 20 dB. Determinar el nivel de intensidad sonora a 10 m de la fuente sonora.

RESOLUCIÓN.

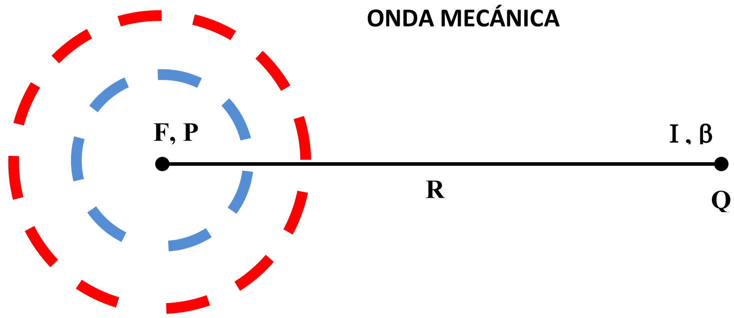
I. La intensidad del sonido en el punto Q, a 100 m, en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$20 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^2$$

$$I_1 = 10^2.I_0 = 10^2 x10^{-12} \frac{W}{m^2} = 10^{-10} \frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I_1 = 10^{-10} \frac{W}{m^2}$



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(100\,m)^2.x10^{-10} \frac{W}{m^2} = 4\pi\, x10^{-6}\, W$

La potencia de la fuente es: $P = 4\pi\, x10^{-6}\ W$

III. Propiedad de la potencia de un equipo. $P = 4\pi.I_1.(R_1)^2 = 4\pi.I_2.(R_2)^2$

$I_1.(R_1)^2 = I_2.(R_2)^2 \Rightarrow (10^{-10})(100)^2 = I_2.(10)^2 \quad \Rightarrow \quad I_2 = 10^{-8} \frac{W}{m^2}$

IV. La intensidad del sonido en el punto Q, en decibel es:

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{10^{-8}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(10^4) = 40\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad a 10 m de la fuente sonora, es: $\beta_2 = 40\ dB$

33. Laura que está ubicada a 100 m de una fuente sonora detecta un nivel de intensidad de 100 dB. Determinar el nivel de intensidad sonora a 10 m de la fuente sonora.

RESOLUCIÓN.

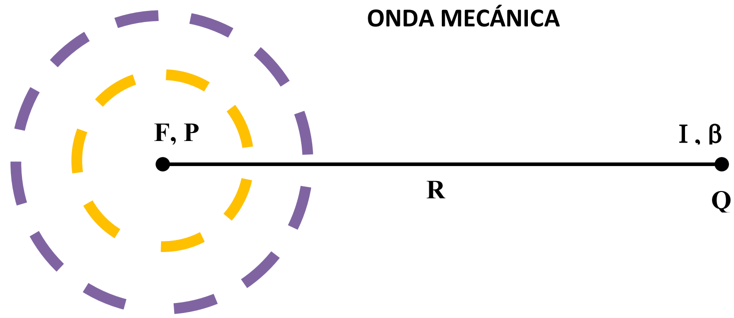
I. La intensidad del sonido en el punto Q, a 100 m, en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$100 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 10 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^{10}$$

$$I_1 = 10^{10}.I_0 = 10^{10} x 10^{-12}\ \frac{W}{m^2} = 10^{-2}\ \frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I_1 = 10^{-2}\ \frac{W}{m^2}$



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I_1$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(100\,m)^2.x10^{-2}\ \frac{W}{m^2} = 4\pi\,x10^{-2}\,W$

La potencia de la fuente es: $P = 4\pi\,x10^{-2}\ W$

III. Propiedad de la potencia de un equipo.

$P = 4\pi.I_1.(R_1)^2 = 4\pi.I_2.(R_2)^2\ \ I_1.(R_1)^2 = I_2.(R_2)^2 \Rightarrow (10^{-2})(100)^2 = I_2.(10)^2 \quad \Rightarrow \quad I_2 = 1^0\ \frac{W}{m^2}$

IV. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a 10 m de la fuente sonora, en decibel es:

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{10^0}{10^{-12}}\right) = 10.Log(10^{12}) = 120\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad a 10 m de la fuente sonora, es: $\beta_2 = 120\ dB$

Estamos en zona de umbral del dolor en el oído humano. También decimos que estamos en zona de contaminación acústica.

34. Un foco sonoro colocado bajo el agua tiene una frecuencia de 750 hertz *y* produce ondas de 2 m. ¿Con qué velocidad se propaga el sonido en el agua?

RESOLUCIÓN

La velocidad de propagación viene dada por la ecuación:

$$V = \lambda \bullet f = (2\ m) \bullet (750\ Hz) = 1500\ m.s^{-1}$$

Respuesta: La velocidad es $1500\,m.s^{-1}$

35. Considere al gorrión como fuente ideal de sonido. A 10 m de una fuente puntual de sonido el nivel de intensidad es de 20 dB. Calcular el nivel de intensidad a 100 m de dicha fuente sonora.

RESOLUCIÓN.

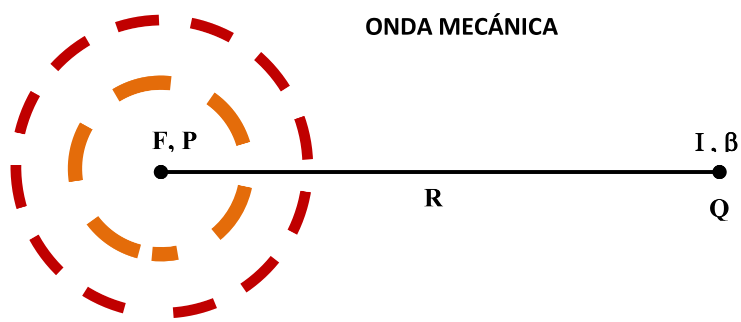
I. La intensidad del sonido en el punto Q, a 10 m, en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$20 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^2$$

$$I_1 = 10^2.I_0 = 10^2 x10^{-12}\frac{W}{m^2} = 10^{-10}\frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I_1 = 10^{-10}\dfrac{W}{m^2}$



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I_1$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(100\,m)^2.x10^{-10}\dfrac{W}{m^2} = 4\pi\,x10^{-6}\,W$

La potencia de la fuente es: $P = 4\pi\,x10^{-6}\ W$

III. Propiedad de la potencia de un equipo.

$$P = 4\pi.I_1.(R_1)^2 = 4\pi.I_2.(R_2)^2$$

$$I_1.(R_1)^2 = I_2.(R_2)^2 \Rightarrow (10^{-10}).(10)^2 = I_2.(100)^2 \quad \Rightarrow I_2 = 10^{-12}\frac{W}{m^2}$$

IV. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a 100 m de la fuente sonora, en decibel es:

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{10^{-12}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(10^0) = 0\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad a 100 m de la fuente sonora, es: $\beta_2 = 0\ dB$

OBSERVACION. *Estamos en zona inaudible para el oído humano. El oído humano es lo mínimo que puede percibir. El umbral de la audición está en 0 dB, la intensidad fisiológica de un susurro corresponde a unos 10 dB y el ruido de las olas en la costa a unos 40 dB.*

36. Considere al gallo como fuente ideal de sonido. A 10 m de una fuente puntual de sonido el nivel de intensidad es de 30 dB. Calcular el nivel de intensidad a 100 m de dicha fuente sonora.

RESOLUCIÓN.

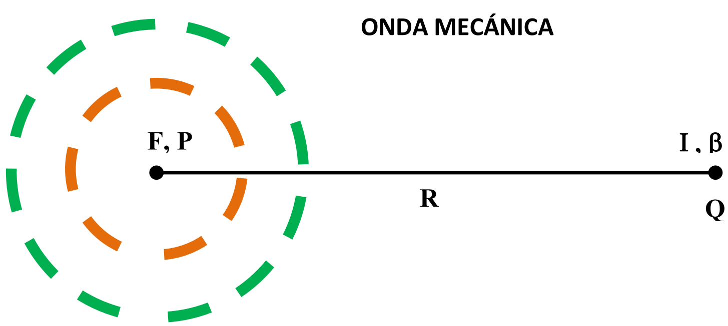
I. La intensidad del sonido en el punto Q, a 10 m, en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$30 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 3 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^3$$

$$I_1 = 10^3.I_0 = 10^3 x10^{-12}\frac{W}{m^2} = 10^{-9}\frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I_1 = 10^{-9}\dfrac{W}{m^2}$



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I_1$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(100\,m)^2.x10^{-9}\dfrac{W}{m^2} = 4\pi\,x10^{-5}\,W$

La potencia de la fuente es: $P = 4\pi\,x10^{-5}\ W$

III. Propiedad de la potencia de un equipo.

$$P = 4\pi.I_1.(R_1)^2 = 4\pi.I_2.(R_2)^2 \quad I_1.(R_1)^2 = I_2.(R_2)^2 \Rightarrow (10^{-9})(10)^2 = I_2.(100)^2 \Rightarrow I_2 = 10^{-11}\frac{W}{m^2}$$

IV. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a 100 m de la fuente sonora, en decibel es:

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{10^{-11}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(10) = 10\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad a 100 m de la fuente sonora, es: $\beta_2 = 10\ dB$
El umbral de la audición está en 0 dB, el nivel de intensidad de un susurro corresponde a 10 dB y el ruido de las olas en la costa a unos 40 dB.

37. Un parlante se alimenta con energía eléctrica de $50\pi\ W$. El nivel de intensidad sonora a 10 m del parlante es de 110 dB. ¿Qué porcentaje de la energía eléctrica se transforma en energía de las ondas sonoras?

RESOLUCIÓN.

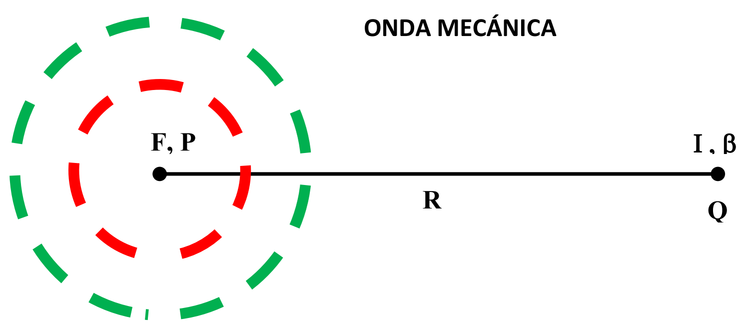
I. La intensidad del sonido en el punto Q, a 10 m, en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$110 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 11 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^{11}$$

$$I_1 = 10^{11}.I_0 = 10^{11}x10^{-12}\frac{W}{m^2} = 10^{-1}\frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I_1 = 10^{-1}\dfrac{W}{m^2}$



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P_{UTIL} = 4\pi.R^2.I_1$

Reemplazamos: $P_{UTIL} = 4\pi.(10\,m)^2.x10^{-1}\dfrac{W}{m^2} = 40\pi\ W$

La potencia de la fuente es: $P_{UTIL} = 40\pi\ \ W$

III. Porcentaje que se transforma en energía sonora:

$$\frac{P_{UTIL}}{P_{ENTREGADA}}100\% = \frac{40\pi\ \ W}{50\pi\ W}.100\% = 80\ \%$$

Respuesta. Se transforma el 80%

38. Demostrar que si se duplica la intensidad de un sonido, el nivel de sensación sonora aumenta en 3,0 decibelios.

RESOLUCIÓN

La intensidad del sonido en decibel es:

$$S = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Tomando como I_0 la intensidad inicial, la sensación sonora S_0 correspondiente a dicha intensidad I_0 es:

$$S_0 = 10.Log\left(\frac{I_0}{I_0}\right) = 0\ dB$$

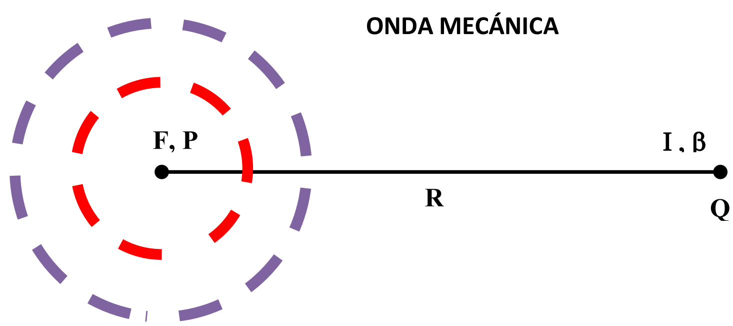
y la correspondiente a una intensidad doble:

$$S_1 = 10 \bullet Log\left(\frac{2I}{I_0}\right) = 10 \bullet Log(2) = 3{,}0\ dB$$

Respuesta. Es verdadero.

39. En una explosión se libera una potencia de $800\pi kJ/s$. El 50% de la energía se transforma en energía sonora. Determinar el nivel de intensidad de sonido a 1,0 km del foco de origen de la explosión.

RESOLUCIÓN.



I. La potencia de la fuente de sonido es, $P_{UTIL} = 400\pi\, x10^3\ \frac{J}{s} = 4\pi\ x10^5\ W$

La potencia de la fuente de sonido es: $P_{UTIL} = 4\pi.R^2.I$

Reemplazamos: $4\pi\, x10^5\, W = 4\pi.(1000\,m)^2..I \Rightarrow I = 10^{-1}\ \frac{W}{m^2}$

La intensidad del sonido a 1000 m, es: $I = 10^{-1}\ \frac{W}{m^2}$

II. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a 1000 m, en decibel es:

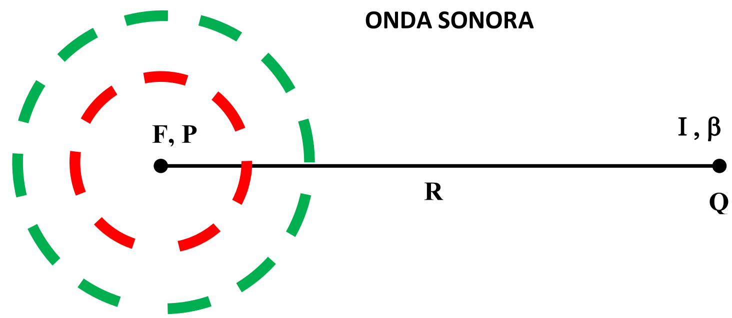
$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10.Log\left(\frac{10^{-1}}{10^{-12}}\right) = 10.Log\left(10^{11}\right) = 110\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad de sonido a 1 km, es: $\beta = 110\ dB$

40. En una explosión se libera energía a razón de $400\pi kJ/s$. El 50% de la energía se transforma en energía sonora. Determinar el nivel de intensidad de sonido a 100 metros del foco de origen de la explosión.

RESOLUCIÓN.



I. La potencia de la fuente de sonido es, $P_{UTIL} = 200\pi\, x10^3\ \frac{J}{s} = 2\pi\ x10^5\ W$

La potencia de la fuente de sonido es: $P_{UTIL} = 4\pi.R^2.I$

Reemplazamos: $2\pi\, x10^5\, W = 4\pi.(100\, m)^2.I \Rightarrow I = 5\ \frac{W}{m^2}$

La intensidad del sonido a 100 m, es: $I = 5\ \frac{W}{m^2}$

II. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a 100 m, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{5}{10^{-12}}\right) = 10.Log\left(5x10^{12}\right) = 127\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad de sonido a 100 metros, es: $\beta = 127\ dB$

El *umbral del dolor* corresponde a una intensidad de $1\, W/m^2$ o 120 dB.

41. El oído humano percibe sonidos cuyas frecuencias están comprendidas entre 20 hertz y 20000 hertz. Calcular la longitud de onda de los sonidos extremos, si el sonido se propaga en el aire con la velocidad de 330 m/s.

RESOLUCIÓN

La longitud de onda es: $\lambda = \dfrac{velocidad}{frecuencia}$

las longitudes de onda correspondientes a los sonidos extremos que percibe el oído humano serán, respectivamente:

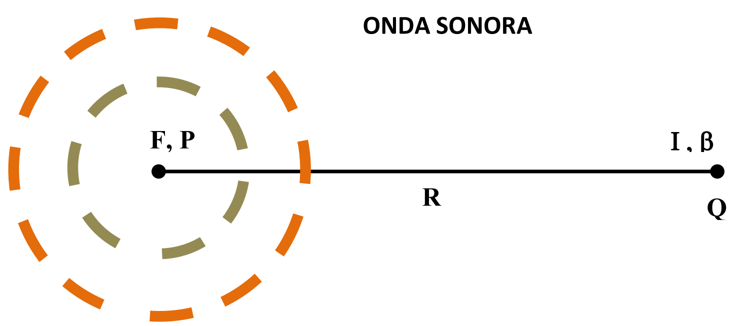
$$\lambda_1 = \frac{V}{f_1} = \frac{330\, m.s^{-1}}{20\ Hz} = 16{,}5\ m$$

$$\lambda_2 = \frac{V}{f_2} = \frac{330\, m.s^{-1}}{20.000\ Hz} = 0{,}0165\ m$$

Respuesta. la longitud de onda es 16,5 m y 0,0165 m.

42. Considere a un tenor como fuente ideal del sonido. Si a 20 m de la fuente de sonido se registra un nivel de intensidad de 80 dB. En qué porcentaje deberá incrementarse la potencia de fuente para que el nivel de intensidad sea de 90 dB.

RESOLUCIÓN.



PRIMER CASO:

I. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a 20 m, en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$80 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 8 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^8$$

$$I_1 = 10^8.I_0 = 10^8 x10^{-12}\frac{W}{m^2} = 10^{-4}\frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I_1 = 10^{-4}\dfrac{W}{m^2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P_1 = 4\pi.R^2.I_1$

Reemplazamos: $P_1 = 4\pi.(20\, m)^2.x10^{-4}\dfrac{W}{m^2} = 16\pi\, x10^{-2}\ W$

La potencia de la fuente es: $P_1 = 16\pi x 10^{-2}\ W$

SEGUNDO CASO:

I. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a 20 m, en decibel es:

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$90 = 10.Log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 9 \Rightarrow \frac{I_2}{I_0} = 10^9$$

$$I_2 = 10^9.I_0 = 10^9 x 10^{-12}\frac{W}{m^2} = 10^{-3}\frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I_1 = 10^{-3}\dfrac{W}{m^2}$

II. La potencia de la fuente de sonido es: $P_2 = 4\pi.R^2.I_2$

Reemplazamos: $P_2 = 4\pi.(20\,m)^2.x10^{-3}\dfrac{W}{m^2} = 16\pi x 10^{-1}\ W$

La potencia de la fuente es: $P_2 = 16\pi x 10^{-1}\ W$

Comparación: $\dfrac{P_2 - P_1}{P_1} = \dfrac{16\pi x 10^{-1} - 16\pi x 10^{-2}}{16\pi x 10^{-2}} = 9$

Respuesta. Debe incrementar en: $9P_1$

43. Un cantante de Rock produce un sonido con una intensidad de 1000 veces que cuando susurra. ¿Cuál es la diferencia de niveles en decibeles?

RESOLUCIÓN

El nivel de intensidad del sonido en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

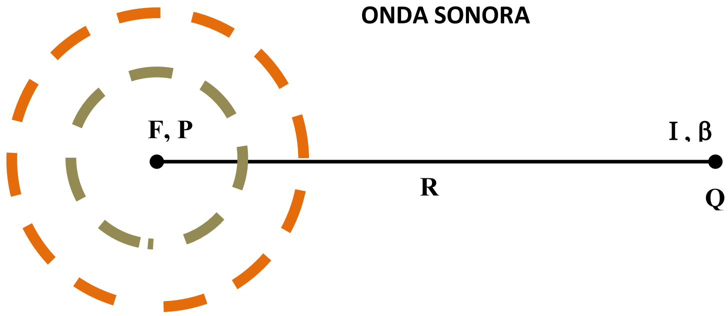
$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{1000I}{I_0}\right)$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10.Log\left(\frac{1000I}{I_0}\right) - 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Respuesta. $S_2 - S_1 = 10.Log(1000) = 30\ dB$

44. Considere un equipo de sonido ideal, como fuente de sonido, que tiene una potencia de $400\pi\, kW$.¿Cuál es el nivel de intensidad a una distancia de 400 m?

RESOLUCIÓN.



I. La potencia de la fuente de sonido es: $P_1 = 4\pi.R^2.I_1$

Reemplazamos: $I = \dfrac{P}{4\pi.R^2} = \dfrac{4\pi\, x 10^5\ W}{4\pi.(400\ m)^2} = 0{,}625\ \dfrac{W}{m^2}$

II. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a 400 m, en decibel es:

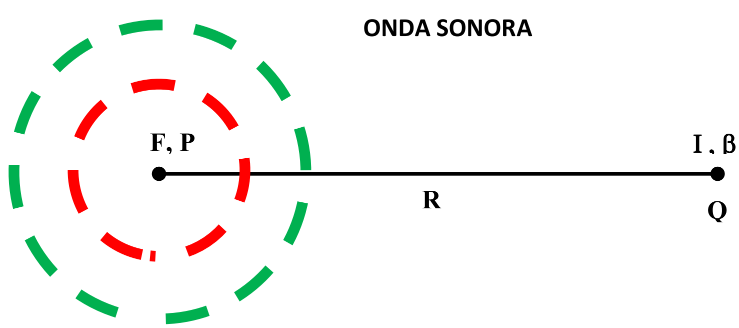
$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{0{,}625}{10^{-12}}\right) = 118\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad en el punto Q es, 118 dB

45. Considere un equipo de sonido ideal, como fuente de sonido, que tiene una potencia de $40\pi\, kW$. ¿Cuál es el nivel de intensidad a una distancia de 100 m?

RESOLUCIÓN.



I. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I$

Reemplazamos: $I = \dfrac{P}{4\pi.R^2} = \dfrac{4\pi\, x 10^4\ W}{4\pi.(100\ m)^2} = 1{,}0\ \dfrac{W}{m^2}$

II. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a 100 m, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{1}{10^{-12}}\right) = 10.Log\left(10^{12}\right) = 120\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad en el punto Q es, 120 *dB*

Estamos en zona de umbral del dolor en el oído humano. También decimos que estamos en zona de contaminación acústica.

46. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales. El coro del barrio "Alameda" está formada por 10 personas y el coro del barrio "Las Flores" por 30 personas. ¿Cuántos decibeles mayores es el nivel de intensidad de sonido cuando cantan el himno?

RESOLUCIÓN

El nivel de intensidad del sonido en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{10I}{I_0}\right)$$

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{30I}{I_0}\right)$$

$$\beta_2 - \beta_1 = 10.Log\left(\frac{30I}{I_0}\right) - 10.Log\left(\frac{10I}{I_0}\right)$$

Respuesta. $\beta_2 - \beta_1 = 10.Log(3) \cong 4{,}8\ dB$

Nótese que la diferencia de niveles de intensidad es muy pequeña, para una diferencia de 20 personas.

47. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales. Diez violinistas generan un nivel de intensidad de sonido de 60 dB. ¿Cuántos violinistas deben integrarse al grupo para producir un nivel de intensidad de 80 dB?

RESOLUCIÓN

El nivel de intensidad del sonido en decibel es:

$$\beta_1 = 60 = 10.Log\left(\frac{10I}{I_0}\right)$$

$$\beta_2 = 80 = 10.Log\left(\frac{N.I}{I_0}\right)$$

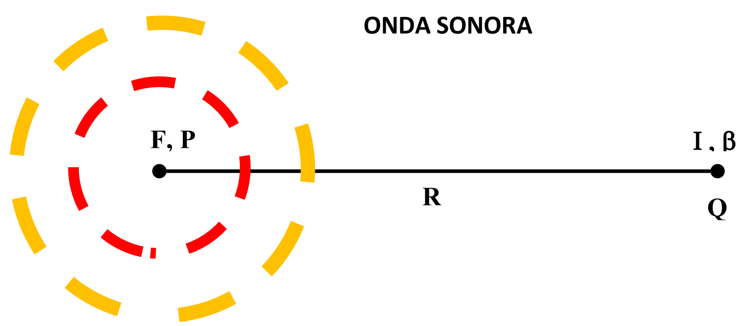
$$\beta_2 - \beta_1 = 20 = 10.Log\left(\frac{N.I}{I_0}\right) - 10.Log\left(\frac{10I}{I_0}\right)$$

$$20 = 10.Log\left(\frac{N}{10}\right) \;\Rightarrow\; 2 = Log\left(\frac{N}{10}\right) \;\Rightarrow\; N = 1000$$

Respuesta: deben incrementarse 990 violinistas. *Se evidencia la escala logarítmica*.

48. Una explosión libera 20π millones de joules en 1 segundo. El 50 % de la cual se transforma en ondas sonoras. Determinar el nivel de intensidad sonora a mil metros del foco de origen de la explosión.

RESOLUCIÓN.



I. La potencia de la fuente de sonido es: $P = \dfrac{Energia}{tiempo} = \left(\dfrac{10\pi\, x 10^6\ J}{1\ s}\right) = \pi.10^7\ W$

Intensidad de sonido: $I = \dfrac{Potencia}{area} = \dfrac{P}{4\pi.R^2}$

Reemplazando: $I = \dfrac{P}{4\pi.R^2} = \dfrac{\pi\, x 10^7\ W}{4\pi.(1000\ m)^2} = 2{,}5\ \dfrac{W}{m^2}$

II. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a 1000 m, en decibel es:

$$\beta = 10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta = 10.Log\left(\frac{2,5}{10^{-12}}\right) = 10.Log\left(2,5x10^{12}\right) = 124\ dB$$

Respuesta. El nivel de intensidad en el punto Q es, $\beta = 124dB$
Estamos en zona de umbral del dolor en el oído humano. También decimos que estamos en zona de contaminación acústica.

49. Una explosión produce un nivel de intensidad de 80 dB a 100 metros del foco. ¿A qué distancia como mínimo deje alejarse una persona, respecto del foco, para no escuchar absolutamente nada de la explosión?

RESOLUCIÓN.

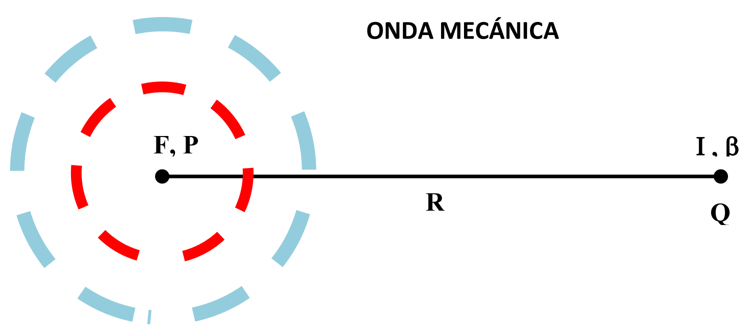
I. La intensidad del sonido en el punto Q, a 100 m, en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$80 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 8 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^8$$

$$I_1 = 10^8.I_0 = 10^8 x10^{-12} \frac{W}{m^2} = 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I_1 = 10^{-4} \frac{W}{m^2}$



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I_1$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(100\ m)^2 x10^{-4} \frac{W}{m^2} = 4\pi\ W$

La potencia de la fuente es: $P = 4\pi\ \ W$

III. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a una distancia "d" es cero decibeles, cuando:

$I_2 = I_0 = 10^{-12} W/m^2$

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \qquad \beta_2 = 10.Log\left(\frac{10^{-12}}{10^{-12}}\right) = 10.Log\left(10^0\right) = 0\ dB$$

IV. Propiedad de la potencia de un equipo.

$P = 4\pi.I_1.(R_1)^2 = 4\pi.I_2.(R_2)^2$

$I_1.(R_1)^2 = I_2.(R_2)^2 \Rightarrow \left(10^{-4}\right)(100)^2 = \left(10^{-12}\right)(R_2)^2 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 10^6\ m$

Respuesta: A un millón de metros del foco de la explosión, no se escucha nada.

50. Una explosión produce un nivel de intensidad de 80 dB a 10 metros del foco. ¿A qué distancia como mínimo deje alejarse una persona, respecto del foco, para no escuchar absolutamente nada de la explosión?

RESOLUCIÓN.

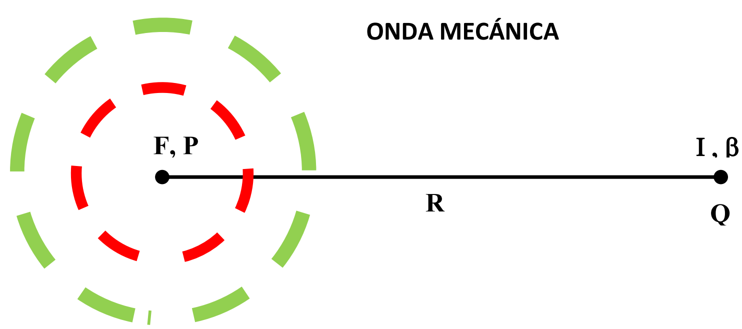
I. La intensidad del sonido en el punto Q, a 10 m, en decibel es:

$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$80 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 8 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^8$$

$$I_1 = 10^8.I_0 = 10^8 x10^{-12} \frac{W}{m^2} = 10^{-4} \frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I_1 = 10^{-4} \dfrac{W}{m^2}$



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I_1$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(10\ m)^2 x10^{-4} \dfrac{W}{m^2} = 4\pi.10^{-2}\ W$

La potencia de la fuente es: $P = 4\pi.10^{-2}\ W$

III. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a una distancia "d" es cero decibeles, cuando:

$$I_2 = I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \qquad \beta_2 = 10.Log\left(\frac{10^{-12}}{10^{-12}}\right) = 10.Log\left(10^0\right) = 0\ dB$$

IV. Propiedad de la potencia.

$$P = 4\pi.I_1.(R_1)^2 = 4\pi.I_2.(R_2)^2$$

$$I_1.(R_1)^2 = I_2.(R_2)^2 \Rightarrow \left(10^{-4}\right).(10)^2 = \left(10^{-12}\right).(R_2)^2 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 10^5\ m$$

Respuesta: A cien mil de metros del foco de la explosión, no se escucha nada.

51. Una explosión produce un nivel de intensidad de 120 dB a 10 metros del foco. ¿A qué distancia como mínimo deje alejarse una persona, respecto del foco, para no escuchar absolutamente nada de la explosión?

RESOLUCIÓN.

I. La intensidad del sonido en el punto Q, a 10 m, en decibel es:

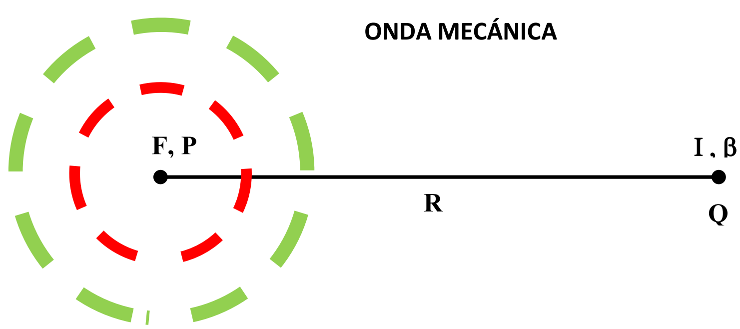
$$\beta_1 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

$$120 = 10.Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \Rightarrow Log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = 12 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 10^{12}$$

$$I_1 = 10^{12}.I_0 = 10^{12} x 10^{-12} \frac{W}{m^2} = 1 \frac{W}{m^2}$$

La intensidad en el punto Q es, $I_1 = 1 \dfrac{W}{m^2}$

ONDA MECÁNICA



II. La potencia de la fuente de sonido es: $P = 4\pi.R^2.I_1$

Reemplazamos: $P = 4\pi.(10\ m)^2.\left(1\dfrac{W}{m^2}\right) = 4\pi.10^2\ W$

La potencia de la fuente es: $P = 400\pi\ W$

III. El nivel de intensidad del sonido en el punto Q, a una distancia "d" es cero decibeles, cuando:

$I_2 = I_0 = 10^{-12} W/m^2$

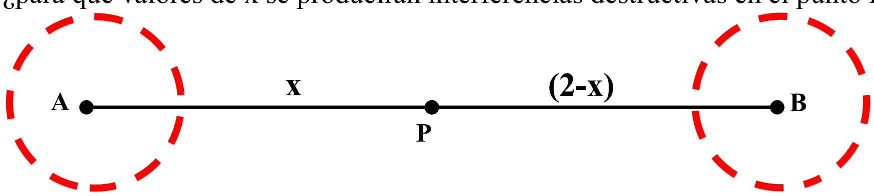
$$\beta_2 = 10.Log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \qquad \beta_2 = 10.Log\left(\frac{10^{-12}}{10^{-12}}\right) = 10.Log(10^0) = 0\ dB$$

IV. Propiedad de la potencia.

$$P = 4\pi.I_1.(R_1)^2 = 4\pi.I_2.(R_2)^2 \; I_1.(R_1)^2 = I_2.(R_2)^2 \Rightarrow (1).(10)^2 = (10^{-12}).(R_2)^2 \quad \Rightarrow \; R_2 = 10^7\ m$$

Respuesta: A diez millones de metros del foco de la explosión, no se escucha nada.

52. Dos altavoces A y B están alimentados por el mismo amplificador y emiten ondas sinusoidales en fase. El altavoz B está a 2,00 m del altavoz A. La frecuencia de las ondas producidas por los altavoces es 700 Hz y su velocidad en el aire es de 350 m/s. Considerar el punto P entre los altavoces y a lo largo de la línea que los conecta, a una distancia x hacia la derecha del altavoz A. ¿para qué valores de x se producirán interferencias destructivas en el punto P?



RESOLUCIÓN

Calculo de la longitud de onda: $\lambda = \frac{V}{f} = \frac{350\ m/s}{700\ Hz} = 0,5\ m$

La diferencia de caminos para producir interferencias destructivas debe ser:

$$x_2 - x_1 = (2n+1)\bullet\frac{\lambda}{2} \;\Rightarrow\; (2-x)-(x) = (2n+1)\bullet\left(\frac{0,5}{2}\right)$$

$$2 - x - x = (2n+1)\bullet(0,25) \;\Rightarrow\; 2x = 2-(2n+1)\bullet(0,25)$$

Respuesta. $x = 1 - \frac{(2n+1)}{8}$ *donde* $n = 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ ...$

53. Un tubo de órgano abierto en los dos extremos tiene dos armónicos sucesivos con frecuencias de 240 y 280 Hz ¿Cuál es la longitud del tubo?

RESOLUCIÓN

La longitud de onda correspondiente a los distintos armónicos, en un tubo con los extremos abiertos, es:.

$\lambda_n = \frac{2L}{n}$ siendo $n = \{0;1;2;3;4;...\}$

La frecuencia de dos armónicos sucesivos es: $f_n = \frac{V.n}{2l}$; $f_{n+1} = \frac{V.(n+1)}{2l}$ siendo V la velocidad de propagación.

La relación entre las frecuencias $\frac{280}{240}=\frac{.(n+1)}{n}$ de donde se deduce que: $28n=24n+24 \;\Rightarrow\; n=6$

suponiendo que la velocidad del sonido es $V=340\;m/s$ la longitud de onda del sexto armónico es: $\frac{340}{240}=\frac{.2L}{6}$ de donde la longitud del tubo es: $L=4{,}25\;m$

Respuesta. La longitud de onda es 4,25 m.

54. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales ¿Cuántos decibelios mayor es el nivel de intensidad cuando cuatro niños lloran que cuando llora uno solo?

RESOLUCIÓN

La intensidad del sonido en decibel es:

$$S_1=10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$S_2=10.Log\left(\frac{4I}{I_0}\right)$$

$$S_2-S_1=10.Log\left(\frac{4I}{I_0}\right)-10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Respuesta. $S_2-S_1=10.Log(4)\cong 6\;dB$

55. Una profesora de física cuando da clase produce un sonido con una intensidad de 500 veces que cuando susurra. ¿Cuál es la diferencia de niveles en decibelios?

RESOLUCIÓN

La intensidad del sonido en decibel es:

$$S_1=10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$S_2=10.Log\left(\frac{500I}{I_0}\right)$$

$$S_2-S_1=10.Log\left(\frac{500I}{I_0}\right)-10.Log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Respuesta. $S_2-S_1=10.Log(500)\cong 27\;dB$

PROBLEMAS PARA RESOLVER EN CLASE

1. El nivel de intensidad es 80 dB a 100 m de un foco puntual de ondas sonoras. Determinar la potencia de la fuente sonora.
   A) 10,56 W B) 11,56 W C) 12,56 W D) 13,56 W E) 14,56 W

2. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales. Diez violinistas generan un nivel de intensidad de sonido de 60 dB. ¿Cuántos violinistas deben integrarse al grupo para producir un nivel de intensidad de 70 dB?
   A) 90 B) 80 C) 70 D) 60 E) 50

3. El nivel de intensidad es 40 dB a 100 m de un foco puntual de ondas sonoras. Determinar la potencia de la fuente sonora ubicada en el punto F.
   A) 1,256 kW B) 12,56 W C) 1,256 W D) 12,56 mW E) 1,256 mW

4. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales. Diez sapos generan un nivel de intensidad de sonido de 40 dB. ¿Cuántos sapos deben integrarse al grupo para producir un nivel de intensidad de 45 dB?
   A) 11 B) 22 C) 33 D) 44 E) 55

5. El nivel de intensidad es 90 dB a 100 m de un foco puntual de ondas sonoras. Determinar la potencia de la fuente sonora.
   A) 125,66 μW B) 12 W C) 125,66 kW D) 125,66 W E) 125,66 mW

6. A 100 m de un foco puntual de ondas sonoras, el nivel de intensidad es 60 dB. Determinar la potencia de la fuente sonora.
   A) 125,6 μW B) 12 W C) 125,6 kW D) 125,6 W E) 125,6 mW

7. Si la velocidad del sonido en el aire es 340 m/s a 20 ºC. ¿Cuál es la velocidad del sonido (en m/s) a una temperatura de 30 ºC?
   A) 335,75 B) 345,75 C) 355,75 D) 365,75 E) 375,75

8. Considere al canto de un pájaro salvaje como un modelo idealizado de una fuente sonora puntual. Si el pájaro emite una potencia de $10\pi\ W$, ¿Cuál será el nivel de intensidad de sonido en decibeles a 10 m de distancia?
   A) 61 B) 72 C) 83 D) 94 E) 104

9. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales. Diez grillos generan un nivel de intensidad de sonido de 30 dB. ¿Cuántos grillos deben integrarse al grupo para producir un nivel de intensidad de 40 dB?
   A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 100

10. Una fuente sonora puntual emite ondas con salida de potencia $100\pi\ W$ ¿A qué distancia la intensidad de sonido será de 40 dB?

A) $10\ km$ B) $20\ km$ C) $30\ km$ D) $40\ km$ E) $50\ km$

11. Considere a un violinista como un modelo idealizado de una fuente sonora puntual. Si el violín emite una potencia de $4\pi\ W$, ¿Cuál será el nivel de intensidad de sonido en decibeles a 10 m de distancia?

A) 30 B) 40 C) 80 D) 90 E) 100

12. Una fuente sonora puntual emite ondas con salida de potencia $400\pi\ W$ ¿A qué distancia la intensidad de sonido será de 80 dB?

A) $600m$ B) $700m$ C) $800m$ D) $900m$ E) $1000m$

13. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales ¿Cuántos decibel mayor es el nivel de intensidad cuando veinte niños lloran, que cuando llora uno solo?

A) 9 B) 13 C) 23 D) 33 E) 43

14. Una fuente sonora puntual emite ondas con salida de potencia $400\pi\ W$ ¿A qué distancia el nivel de intensidad de sonido será de 60 dB?

A) $1\ km$ B) $4km$ C) $6km$ D) $8km$ E) $10km$

15. Considere a un tenor como un modelo idealizado de una fuente sonora puntual. El nivel de intensidad a 30 metros de una fuente sonora es 90 dB. Determine el nivel de intensidad en decibeles de las ondas sonoras a 50 metros de la fuente.

A) $65{,}56dB$ B) $75{,}56dB$ C) $85{,}56dB$ D) $75dB$ E) $80dB$

16. Considere a un flautista como un modelo idealizado de una fuente sonora puntual. El nivel de intensidad a 20 metros de una fuente sonora es 80 dB. Determine el nivel de intensidad en decibeles de las ondas sonoras a 100 metros de la fuente.

A) 36 B) 46 C) 56 D) 66 E) 76

17. En dos puntos distantes 20 metros, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $300\pi x10^{-6}\,W$ y $700\pi x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el punto medio del segmento que une estos dos puntos (en dB) considerando interferencia constructiva.

A) 11 B) 22 C) 33 D) 44 E) 54

18. En dos puntos distantes 20 metros, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $400\pi x10^{-6}\,W$ y $600\pi x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el punto medio del segmento que une estos puntos (en dB) considerando interferencia constructiva.
A) 11 B) 22 C) 33 D) 44 E) 54

19. En los vértices de un triángulo equilátero de $10\sqrt{3}\,m$ por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $40\pi x10^{-6}\,W$, $60\pi x10^{-6}\,W$ y $100\pi x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el baricentro (en dB) considerando interferencia constructiva.
A) 11 B) 22 C) 33 D) 44 E) 60

20. En los vértices de un triángulo equilátero de $10\sqrt{3}\,m$ por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $400\pi x10^{-6}\,W$, $600\pi x10^{-6}\,W$ y $1000\pi x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el baricentro (en dB) considerando interferencia constructiva.
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

21. En los vértices de un cuadrado de $10\sqrt{2}\,m$ por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $300\pi x10^{-6}\,W$, $400\pi x10^{-6}\,W$, $600\pi x10^{-6}\,W$ y $700\pi x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el centro del cuadrado (en dB) considerando interferencia constructiva.
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

22. En los vértices de un cuadrado de $20\sqrt{2}\,m$ por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $300\pi x10^{-6}\,W$, $400\pi x10^{-6}\,W$, $600\pi x10^{-6}\,W$ y $700\pi x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el centro del cuadrado (en dB) considerando interferencia constructiva.
A) 50 B) 61 C) 70 D) 80 E) 90

23. En los vértices de un hexágono regular de 10 metros por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $100\pi x10^{-6}\,W$, $200\pi x10^{-6}\,W$, $300\pi x10^{-6}\,W$, $400\pi x10^{-6}\,W$, $250\pi x10^{-6}\,W$ y $750\pi x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el centro del hexágono (en dB) considerando interferencia constructiva.
A) 50 B) 67 C) 70 D) 80 E) 90

24. En los vértices de un hexágono regular de 20 metros por lado, se ubican fuentes puntuales de sonido cuyas potencias son $100\pi x10^{-6}\,W$, $200\pi x10^{-6}\,W$, $300\pi x10^{-6}\,W$, $400\pi x10^{-6}\,W$, $250\pi x10^{-6}\,W$ y $750\pi x10^{-6}\,W$. Determine el nivel de intensidad en el centro del hexágono (en dB) considerando interferencia constructiva.
A) 50 B) 61 C) 70 D) 80 E) 90

25. Un parlante emite sonido con una potencia de $100\pi W$ en todas direcciones. ¿A qué distancia (en m) el nivel de la intensidad de sonido será 100 dB?
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

26. Un parlante emite sonido con una potencia de $100\pi W$ en todas direcciones. ¿A qué distancia (en m) el nivel de la intensidad de sonido será 80 dB?
A) 500 B) 600 C) 700 D) 800 E) 900

27. Un parlante emite sonido con una potencia de $64\pi W$ en todas direcciones. ¿A qué distancia (en m) el nivel de la intensidad de sonido será 100 dB?
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 40

28. ¿A qué distancia mínima (en m) de una fuente sonora puntual de $100\pi W$ no se produce contaminación ambiental? Está establecido que es contaminación ambiental para niveles de intensidad mayor a 100 dB.
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

29. Laura que está ubicada a 100 m de una fuente sonora detecta un nivel de intensidad de 20 dB. Determinar el nivel de intensidad sonora (en decibeles) a 10 m de la fuente sonora.
A) 40 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

30. Laura que está ubicada a 100 m de una fuente sonora detecta un nivel de intensidad de 100 dB. Determinar el nivel de intensidad sonora a 10 m de la fuente sonora.
A) 50 B) 60 C) 100 D) 110 E) 120

31. Considere al gorrión como fuente ideal de sonido. A 10 m de una fuente puntual de sonido el nivel de intensidad es de 20 dB. Calcular el nivel de intensidad (en decibeles) a 100 m de dicha fuente sonora.
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 0

32. Considere al gallo como fuente ideal de sonido. A 10 m de una fuente puntual de sonido el nivel de intensidad es de 30 dB. Calcular el nivel de intensidad (en decibeles) a 100 m de dicha fuente sonora.
A) 0 B) 10 C) 20 D) 30 E) 40

33. Un parlante se alimenta con energía eléctrica de $50\pi W$. El nivel de intensidad sonora a 10 m del parlante es de 110 dB. ¿Qué porcentaje (en %) de la energía eléctrica se transforma en energía de las ondas sonoras?
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

34. En una explosión se libera una potencia de $800\pi kJ/s$. El 50% de la energía se transforma en energía sonora. Determinar el nivel de intensidad de sonido (en decibeles) a 1,0 km del foco de origen de la explosión.
A) 50 B) 60 C) 70 D) 100 E) 110

35. En una explosión se libera energía a razón de $400\pi kJ/s$. El 50% de la energía se transforma en energía sonora. Determinar el nivel de intensidad de sonido (en decibeles) a 100 metros del foco de origen de la explosión.
A) 50 B) 60 C) 100 D) 1200 E) 127

36. Considere a un tenor como fuente ideal del sonido. Si a 20 m de la fuente de sonido se registra un nivel de intensidad de 80 dB. ¿En qué porcentaje (%) deberá incrementarse la potencia de fuente para que el nivel de intensidad sea de 90 dB?
A) 90 B) 100 C) 70 D) 80 E) 900

37. Considere un equipo de sonido ideal, como fuente de sonido, que tiene una potencia de $400\pi\, kW$. ¿Cuál es el nivel de intensidad (en decibeles) a una distancia de 400 m?
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 118

38. Considere un equipo de sonido ideal, como fuente de sonido, que tiene una potencia de $40\pi\, kW$. ¿Cuál es el nivel de intensidad (en decibeles) a una distancia de 100 m?
A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 120

39. Un cantante de Rock produce un sonido con una intensidad de 1000 veces que cuando susurra. ¿Cuál es la diferencia de niveles en decibeles?
A) 30 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

40. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales. El coro del barrio "Alameda" está formada por 10 personas y el coro del barrio "Las Flores" por 30 personas. ¿Cuántos decibel mayor es el nivel de intensidad de sonido cuando cantan el himno?
A) 4,8 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

41. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales. Diez violinistas generan un nivel de intensidad de sonido de 60 dB. ¿Cuántos violinistas deben integrarse al grupo para producir un nivel de intensidad de 80 dB?
A) 50 B) 60 C) 70 D) 990 E) 1000

42. Una explosión libera 20π millones de joules en 1 segundo. El 50 % de la cual se transforma en ondas sonoras. Determinar el nivel de intensidad sonora (en decibeles) a mil metros del foco de origen de la explosión.
A) 50 B) 60 C) 124 D) 80 E) 90

43. Una explosión produce un nivel de intensidad de 80 dB a 100 metros del foco. ¿A qué distancia como mínimo deje alejarse una persona, respecto del foco, para no escuchar absolutamente nada de la explosión?
A) 1 Mm B) 1 km C) 70 m D) 1 Gm E) 900 m

44. Una explosión produce un nivel de intensidad de 80 dB a 10 metros del foco. ¿A qué distancia como mínimo deje alejarse una persona, respecto del foco, para no escuchar absolutamente nada de la explosión?
A) 1 Mm B) 100 km C) 70 m D) 1 Gm E) 900 m

45. Una explosión produce un nivel de intensidad de 120 dB a 10 metros del foco. ¿A qué distancia como mínimo deje alejarse una persona, respecto del foco, para no escuchar absolutamente nada de la explosión?
A) 10 Mm B) 100 km C) 70 m D) 1 Gm E) 900 m

46. El oído humano percibe sonidos cuyas frecuencias están comprendidas entre 20 y 20000 hertz. Calcular la longitud de onda de los sonidos extremos, si el sonido se propaga en el aire con la velocidad de 330 m/s.
A) 16,5 m y 16,5 mm B) 1,5 m y 16,5 mm C) 16,5 m y 1,5 mm
D) 14,5 m y 16,5 mm E) 16,5 m y 14,5 mm

47. Un foco sonoro colocado bajo el agua tiene una frecuencia de 750 hertz *y* produce ondas de 2 m. ¿Con qué velocidad (en m/s) se propaga el sonido en el agua?
A) 1500 B) 1600 C) 1700 D) 1500 E) 1900

48. Una profesora de física cuando da clase produce un sonido con una intensidad de 500 veces que cuando susurra. ¿Cuál es la diferencia de niveles en decibelios?
A) 50 B) 60 C) 27 D) 80 E) 90

49. La intensidad debida a un número de fuentes de sonido independientes es la suma de las intensidades individuales ¿Cuántos decibel mayor es el nivel de intensidad cuando cuatro niños lloran que cuando llora uno solo?
A) 50 B) 6 C) 70 D) 80 E) 9

50. Se ha comprobado que cierto pájaro tropical vuela en cuevas totalmente oscuras. Para sortear los obstáculos utiliza el sonido, pero la frecuencia más elevada que puede emitir y detectar es de 8000 Hz. Evaluar el tamaño (en cm) de los objetos más pequeños que puede detectar.
A) 4,25 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

51. Una onda longitudinal de 100 Hz de frecuencia tiene una longitud de onda de 11 cm. Calcular la velocidad (en m/s) con la que se propaga.
A) 10 B) 11 C) 20 D) 30 E) 9

52. Si la velocidad del sonido en el aire es 331,5 m/s a 0 ºC ¿Cuál es la velocidad del (en m/s) sonido a una temperatura de 25 ºC?
A) 346,346 B) 332 C) 348 D) 340 E) 350

TEMAS DE INDAGACIÓN E INVESTIGACIÓN

1. ¿Qué tipo de onda es el sonido en el aire?
2. ¿Qué tipo de onda es el sonido en acero?
3. ¿Cómo varia la velocidad del sonido en un gas cuando se aumenta la presión a temperatura constante?
4. ¿Cómo varia la velocidad del sonido en un gas cuando se aumenta la temperatura a presión constante?
5. ¿Influye la temperatura en el tono de un tubo sonoro?
6. ¿Qué efecto produce en el tono de un tubo sonoro un aumento en su longitud?

BIBLIOGRAFÍA

TEXTOS DE TEORÍA

1. Título: Introducción a la Física; Autores: Marcelo Alonso y Virgilio Acosta; Editorial: Edición Cultural, Bogota – Colombia. Volúmenes: I y II.

2. Título: Física Universitaria; Autores: Sears / Zemansky / Young; Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana, 2003.

3. Titulo: Física preuniversitaria; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: San Marcos colección "UNICIENCIA", Lima Perú, Tercera edición 2005.

4. Titulo: Física para estudiantes de educación secundaria; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: Escuela Nueva, Lima Perú, 2005.

5. Titulo: Física y química, preuniversitaria; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: Universidad Ricardo Palma, CEPURP, tercera edición 2005.

6. Titulo: Física conceptual Autor: Paul G. Hewitt Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana.

7. Titulo: Unidades de las magnitudes físicas y sus dimensiones; Autor: Lev A. Sena; Editorial: Mir Moscú.

8. Titulo: Física Moderna; Autor: Carlos De la Cruz González; Editorial: Cuzcano, Lima Perú 2004.

9. Titulo: Electricidad y magnetismo; Autor: A. N. Matveev Editorial: Mir Moscú.

10. Titulo: Física I, II, III y IV. Autores: Piórishkin y Ródina Editorial: Mir Moscú, 1982

11. Titulo: Física Básica, Volumen II Autor: Jaime I. Aguirre; Editorial: San Marcos, 1989.

12. Titulo: Curso breve de Mecánica Teórica; Autor: Simeón Targ; Editorial: Mir Moscú, cuarta edición 1981.

13. Titulo: Física general, con experimentos sencillos; Autores: Beatriz Alvarenga y Antonio Máximo; Editorial: BRAZIL, 2000.

14. Titulo: Física, volúmenes I, II y III; Autor: Marcelo Alonso y Edgard J. Finn Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana, 1975.

15. Titulo: FISICA, volúmenes I y II; Autor: R. A. Serway; Editorial: Addison-Wesley Iberoamericana, 2004.

TEXTOS DE PROBLEMAS

16. Título: Libro de Problemas; Autores: Profesores de la academia preuniversitaria "Cesar Vallejo"; Editorial: Lumbreras, primera edición 1984.

17. Título: Problemas de Física; Autor: Walter Pérez Terrel; Editorial: San Marcos, Lima Perú. Primera edición 1991.

18. Titulo: Física Elemental; Autor: Andrés Custodio García; Editorial: Colecciones IMPECUS

19. Titulo: Problemas seleccionados de la física elemental; Autores: Saráeva, Miákishev, Krívchenkov, Bújovtsev; Editorial: Mir Moscú.

20. Titulo: Problemas y experimentos recreativos de física; Autor: Ya. I. Perelmán; Editorial: Mir Moscú.

21. Titulo: Problemas y ejercicios de física; Autores: Gladkova, Dobronrávov; Editorial: Mir Moscú.

22. Titulo: Problemas de física general; Autores: I. E. Irodov; Editorial: Mir Moscú.
23. Título: Problemas de Física; Autores: O. Ya. Sávchenko, Zubkov, Vorobiev; Jaritónov; Editorial: Mir Moscú.
24. Título: Física en ejemplos y problemas; Autores: Búticov, Bícov, Kondrátiev; Editorial: Mir Moscú.
25. Título: Problemas Especiales de Física; Autores: Orlando Ramírez Urbano y Walter Pérez Terrel; Editorial: San Marcos, Lima Perú, 1990.
26. Título: Problemas y ejercicios prácticos de Astronomía; Autores: Vorontsov y Veliamínov; Editorial: Mir Moscú.
27. Título: Problemas de Física; Autor: S. Kósel; Editorial: Mir Moscú.
28. Título: Problemas de electromagnetismo; Autor: Miguel Furman; Editorial: Edición para estudiantes universitarios.
29. Titulo: Olimpiadas de Física de la Unión Soviética; Autores: Orlov y Slobodetski; Editorial: Mir Moscú, 1982.
30. Titulo: Problemas experimentales ingeniosos de Física; Autor: V. N. Langue; Editorial: Mir Moscú, 1979.
31. Título: FISICA^{++}; Autores: Régulo Sabrera Alvarado y Walter Pérez Terrel. Editorial: WH editores, 1996.

Textos de lectura

32. Título: Cuerpos físicos, Moléculas, Electrones, Fotones y Núcleos; Autores: Lev Davinovich Landau, A. I. Kitaigorodski Editorial: Mir Moscú.
33. Titulo: Preguntas y problemas de Física; Autor: L. Tarásov, A. Tarásova; Editorial: Mir Moscú
34. Titulo: Charlas sobre la refracción de la luz; Autor: L. Tarásov, A. Tarásova; Editorial: Mir Moscú
35. Titulo: El principito; Autor: Antoine de Saint-Exupéry; Editorial: Escuela Nueva SAC, Lima Perú.
36. Titulo: Historia de la física; Autor: James Jeans: Editorial: Fondo de Cultura Económica, México.
37. Titulo: Nicolás Copérnico; Autor: Angus Armitage; Editorial: Ediciones PEUSER Argentina – Buenos Aires.
38. Titulo: ¿Qué es la teoría de la relatividad? Autor: L. Landau, Y. Rumor; Editorial: Mir Moscú
39. Titulo: ¿Qué es la Mecánica Cuántica?; Autor: V. I. Rídnik; Editorial: Mir Moscú.
40. Titulo: ¡Conozcamos la Cinemática! Autor: G. Kopylov; Editorial: Mir Moscú.
41. Titulo: Física y geometría del desorden; Autor: A. Afros Editorial: Mir Moscú
42. Título: Albert Einstein, correspondencia con Michele Besso; Autor: Derechos reservados; Editorial: METATEMAS.
43. Título: Física del Plasma; Autores: V. Milántiev y S. Temko; Editorial: Mir Moscú.
44. Título: Rompecabezas y paradojas científicos; Autor: Christofher P. Jargocki Editorial: Biblioteca Científica Salvat.

45. Título: Termodinámica para muchos; Autores: Krichevski y Pretianov; Editorial: Mir Moscú, 1980

46. Título: Los secretos de los semiconductores; Autores: Borisov y Piatnova Editorial: Mir Moscú, 1975.

47. Título: El cristal vivo; Autor: Ya. E. Gueguzin; Editorial: Mir Moscú, 1981.

48. Título: La temperatura; Autor: Ya. Smorodinski; Editorial: Mir Moscú, 1981.

49. Título: Fundamentos de la filosofía marxista-leninista; Autor: Academia de Ciencias de la URSS; Editorial: Mir Moscú, 1975.

50. Título: De la Tierra a la Luna; Autor: Julio Verne; Editorial: Colección SAETA.

51. Título: Física Recreativa Volúmenes 1 y 2. Autor: Yakov Perelman; Editorial: Mir Moscú, 1975.

52. Título: Uno, dos, tres,…, infinito; Título: Una estrella llamada Sol; Autor: George Gamow; Editorial: Mir Moscú, 1980.

53. Titulo: Teoría Especial de la Relatividad; Autor: Albert Einstein Koch; Editorial: San Marcos, Lima Perú, 1995.

54. Título: HISTORIA DEL TEMPO: Del Bing Bang a los Agujeros Negros; Autor: Stephen W. Hawking; Editorial: Fondo Iberoamericano, 1990.

Diccionarios, compendios, Guías y otros

55. Título: Prontuario de Física; Autor: B. M. Yavorski y A. A. Detlaf; Editorial: Mir Moscú.

56. Título: Física experimental para todos; Autor: Alexander Efron; Editorial: Ramón Sopena. Barcelona- España.

57. Título: Sistema Internacional de Unidades de Medida; Autor: José Dajes Castro; Editorial: Fondo Editorial del Congreso del Perú.

58. Título: Diccionario de Matemática; Autor: Felipe Sebastiani Carranza; Editorial: Escuela Nueva SAC, Lima – Perú.

59. Título: Ciencia Recreativa; Autor: José Estalella; Editorial: Gustavo Pili, Barcelona España.

60. Título: Laboratorio de Física; Autores: Irwin Genzer y Philip Youngner; Editorial: Publicaciones CULTURAL, México 1976.

61. Título: Laboratorio de Física General; Autor: Oscar Monroy Cárdenas; Editorial: Facultad de Ciencias Físicas, UNMSM, 2003.

Direcciones Web

62. www.didactika.com. Portal educativo de Ciencias dirigido por Orlando Ramírez Urbano. Perú.

63. www.profisica.cl/experimentos.html. Portal educativo dirigido por Nelson Mayorga. Chile.

64. www.cienciafacil.com/fisica.html. Portal educativo. Colombia.

65. http://grups.es/didactika/yahoo.com. Grupo «Amigos de la Fisica» dirigido por Lic. Walter Perez Terrel, U.N.M.S.M., Perú.

66. http://grups.es/albert_einstein_koch/yahoo.com. Compendio de Fisica. Dirigido por Lic. Walter Perez Terrel, U.N.M.S.M., Perú.